

# THÈSE

présentée en vue de  
l'obtention du titre de

**DOCTEUR**

**de**

**L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE  
DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE**

**ÉCOLE DOCTORALE : MATÉRIAUX, STRUCTURES, MÉCANIQUE**

**SPÉCIALITÉ : Génie mécanique**

par

**Samuel RIVALLANT**

**Modélisation à l'impact de pales d'hélicoptères**

Soutenue le 16 décembre 2003 devant le jury :

MM.	S. LAROZE	Président
	J.J. BARRAU	Directeur de thèse
	D. COUTELLIER	Rapporteur
	J.F. FERRERO	
	P. RAUCH	
	A. VAUTRIN	Rapporteur
	A. NÊME	Membre invité

## *Résumé*

Cette étude est une contribution à la modélisation de l'impact sur structures composites complexes appliquée aux pales d'hélicoptère.

Une étude expérimentale du comportement des matériaux constituant une pale est réalisée. Des tests de compression aux barres de Hopkinson permettent de déterminer le comportement dynamique des matériaux composites : fortes vitesses de déformation, étude de la microfissuration initiale du matériau et du comportement des plis à  $\pm 45^\circ$  au sein des stratifiés. Parallèlement, la mousse constituant l'âme des pales est caractérisée en statique et en dynamique.

Le décollement de peaux sur mousse est également étudié. Un modèle numérique 2D est proposé. L'initiation du décollement est pilotée par un critère double : limite à rupture de la mousse et critère de flambage local de la peau. Pour cela, un modèle de flambage local statique est développé, ainsi qu'un second modèle qui permet de tenir compte des phénomènes de flambage dynamique par analogie avec la réponse de modèles mécaniques de type masses-ressorts-amortisseurs. La propagation du décollement s'effectue par endommagement d'une couche d'éléments sous la peau. Elle s'appuie sur la mécanique de l'endommagement (Ladevèze) avec une approche globale. Le modèle est validé par des essais d'impact sur éprouvettes.

### MOTS-CLES :

COMPOSITES MOUSSE FLAMBAGE DECOLLEMENT IMPACT  
MODELISATION NUMERIQUE DYNAMIQUE RAPIDE ENDOMMAGEMENT  
BARRES DE HOPKINSON

## *Abstract*

This study is a contribution to the modelling of impact on complex composite structures applied to helicopter blades.

An experimental study of the behaviour of materials that make up a blade is carried out.

Compression tests are made on Split Hopkinson Pressure Bars to determinate the dynamic behaviour of composite materials : high strain rate, study of the material initial micro-cracking and behaviour of  $\pm 45^\circ$  plies within laminates. In parallel, foam constituting the core of the blades is characterised for static and dynamic loading.

The skin-foam debonding is also studied. A 2D numerical model is proposed. The debonding initiation is controlled by a double criterion : ultimate tensile stress in the foam and local buckling of the skin. Thus, a model of static local buckling is developed, as well as a second model which makes it possible to take into account the dynamic buckling phenomenon by analogy with the response of mass-spring-dashpot models. The debonding propagation is represented by damaging a layer of elements under the skin. It is based on damage mechanics (Ladevèze) with a global approach. The model is validated by low velocity impact tests.

### KEY-WORDS :

COMPOSITE FOAM BUCKLING DEBONDING IMPACT  
NUMERICAL MODELLING CRASH DYNAMICS DAMAGE  
SPLIT HOPKINSON PRESSURE BARS

# Sommaire

INTRODUCTION .....	7
I - PRÉLIMINAIRES .....	11
<b>1 - Introduction</b> .....	11
<b>2 - Présentation d'une pale</b> .....	12
<b>3 - Analyse d'un essai Eurocopter</b> .....	13
3.1 Description de l'essai .....	13
3.2 Observation des dommages.....	13
3.3 Analyse.....	15
3.4 Conclusion.....	15
<b>4 - Problématique de modélisation</b> .....	17
4.1 Problématique industrielle.....	17
4.2 Problématique du maillage.....	17
II - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	19
<b>1 - Introduction</b> .....	19
<b>2 - Les méthodes de calcul pour l'impact des structures</b> .....	20
2.1 Modélisation numérique des structures .....	20
2.1.1 Principe.....	20
2.1.2 Mise en équation du problème .....	20
2.1.3 Schémas d'intégration .....	21
2.1.4 Explicite ou implicite ? .....	22
2.2 Les codes de calcul en dynamique rapide .....	23
2.3 Conclusion.....	24
<b>3 - Endommagement des composites et décollements</b> .....	25
3.1 Fissuration de la matrice.....	25
3.1.1 Description.....	25
3.1.2 Principaux critères existants.....	26
3.1.3 Modélisation de la fissuration de la matrice .....	27
3.1.4 Conclusion .....	28
3.2 Délaminage.....	28
3.2.1 Description.....	28
3.2.2 Principaux critères existants.....	29
3.2.3 Modélisation du délaminage.....	31
3.2.4 Conclusion .....	40
3.3 Rupture de fibre :.....	41
3.3.1 Description.....	41
3.3.2 Principaux critères existants.....	41
3.4 Conclusion.....	41

<b>4 - Influence de la dynamique sur les matériaux composites.....</b>	<b>43</b>
<b>5 - Etude bibliographique sur le flambage .....</b>	<b>45</b>
5.1 Flambage des structures sous sollicitation statique.....	45
5.1.1 Différents types de flambage de structures sandwich.....	45
5.1.2 Flambage local des peaux .....	45
5.2 Flambage dynamique .....	47
5.3 Conclusion sur le flambage .....	48
<b>6 - Conclusion et Modélisations proposées .....</b>	<b>49</b>
<b>III - ETUDES EXPÉRIMENTALES .....</b>	<b>53</b>
<b>1 - Introduction .....</b>	<b>53</b>
<b>2 - Bibliographie sur les moyens d'essais en dynamique.....</b>	<b>54</b>
2.1 Le poids tombant.....	54
2.1.1 Principe.....	54
2.1.2 Limites de la méthode .....	54
2.2 Les barres de Hopkinson .....	55
2.2.1 Principe des barres de Hopkinson en compression.....	55
2.2.2 Exploitation de l'essai de compression.....	56
2.2.3 Différentes améliorations au modèle uni-directionnel .....	57
<b>3 - Réalisation des moyens d'essais au laboratoire .....</b>	<b>59</b>
3.1 Dispositif de Poids tombant .....	59
3.1.1 Principe.....	59
3.1.2 Instrumentation et mesures .....	61
3.2 Dispositif des Barres de Hopkinson .....	62
3.2.1 Dimensionnement et conception du dispositif.....	62
3.2.2 Mesures .....	64
3.2.3 Logiciel .....	65
3.2.4 Mise au point du dispositif.....	65
3.3 Conclusion.....	65
<b>4 - Caractérisation des matériaux .....</b>	<b>66</b>
4.1 Caractérisation du carbone-époxyde .....	66
4.1.1 Préparation des éprouvettes .....	66
4.1.2 Essais statiques .....	67
4.1.3 Essais dynamiques .....	68
4.1.4 Résultats .....	70
4.1.5 Stabilisation des plis à +/-45° .....	71
4.1.6 Influence de la microfissuration de la matrice dans les plis à 90°.....	72
4.2 Caractérisation du verre.....	74
4.2.1 Tissu pour fabrication des peaux des éprouvettes spécifiques .....	74
4.2.2 UD verre .....	74
4.3 Caractérisation de la mousse .....	74
4.3.1 Caractérisation statique en compression.....	75
4.3.2 Caractérisation statique en traction .....	76
4.3.3 Caractérisation statique en torsion .....	78
4.3.4 Essais de caractérisation dynamique.....	79
4.3.5 Conclusion .....	80

4.4 Conclusion.....	81
<b>5 - Essais de flambage.....</b>	<b>82</b>
5.1 Essais de flambage en statique.....	82
5.1.1 <i>Eprouvettes droites : étude de la rupture sous flambage</i> .....	82
5.1.2 <i>Eprouvette présentant une courbure : évolution du mode de rupture</i> .....	85
5.1.3 <i>Conclusion</i> .....	87
5.2 Essais de flambage dynamique au poids tombant.....	87
5.2.1 <i>Description</i> .....	88
5.2.2 <i>Mesures</i> .....	88
5.2.3 <i>Observations</i> .....	88
5.2.4 <i>Conclusion</i> .....	91
<b>6 - Essais de décollement.....</b>	<b>92</b>
6.1 Caractérisation de l'interface peau/mousse.....	92
6.1.1 <i>Essais</i> .....	92
6.1.2 <i>Résultats et observations</i> .....	93
6.2 Calcul du taux de restitution d'énergie critique.....	94
6.3 Conclusion.....	95
<b>IV - FLAMBAGE STATIQUE ET DYNAMIQUE.....</b>	<b>97</b>
<b>1 - Introduction : problématique du flambage.....</b>	<b>97</b>
<b>2 - Modélisation du flambage 2D de peaux de sandwich.....</b>	<b>98</b>
2.1 Présentation du modèle de flambage local statique.....	98
2.1.1 <i>Description</i> .....	98
2.1.2 <i>Observations</i> .....	98
2.1.3 <i>Hypothèses de calcul</i> .....	100
2.2 Résolution.....	101
2.2.1 <i>Approche énergétique</i> .....	101
2.2.2 <i>Calcul des fonctions de forme</i> .....	102
2.2.3 <i>Détail du calcul avec expression matricielle</i> .....	103
2.3 Comparaison avec un calcul éléments finis.....	104
2.3.1 <i>Modèle EF de validation</i> .....	104
2.3.2 <i>Comparaison des efforts de flambage</i> .....	104
2.3.3 <i>Représentativité des fonctions de forme dans l'âme</i> .....	106
2.3.4 <i>Expression analytique de l'effort</i> .....	108
2.4 Influence des constituants de la structure.....	109
2.4.1 <i>Répartition des énergies dans la mousse</i> .....	109
2.4.2 <i>Influence de la rigidité de flexion de la peau</i> .....	110
2.4.3 <i>Influence des caractéristiques de la mousse</i> .....	111
2.4.4 <i>Influence de l'épaisseur de l'âme</i> .....	111
2.4.5 <i>Influence de l'épaisseur des peaux sur la contrainte de flambage</i> ...	112
2.5 Conclusion.....	116
<b>3 - Modélisation des essais statiques.....</b>	<b>118</b>
3.1 Description des modèles utilisés.....	118
3.1.1 <i>Modélisation analytique</i> .....	118
3.1.2 <i>Modélisation EF</i> .....	118
3.1.3 <i>Calcul de la rigidité des peaux</i> .....	119

3.2 Résultats pour les éprouvettes droites .....	121
3.3 Evolution de l'initiation de la rupture avec la courbure des peaux .....	123
3.4 Conclusion sur le décollement en statique .....	125
<b>4 - Flambage dynamique</b> .....	<b>126</b>
4.1 Introduction .....	126
4.2 Observation du phénomène .....	126
4.2.1 Définition du modèle EF .....	126
4.2.2 Observation du phénomène .....	127
4.3 Influence du chargement .....	129
4.3.1 Chargement par rampe : influence de la vitesse de chargement.....	129
4.3.2 Chargement par palier d'effort.....	130
4.3.3 Bilan sur les chargements par rampes et paliers.....	131
4.3.4 Influence d'un état initial à contraintes non nulles dans l'âme.....	132
4.3.5 Conclusion .....	133
4.4 Modèle d'initiation : Fladyn.....	133
4.4.1 Bilan des observations .....	133
4.4.2 Modèle d'initiation proposé.....	134
4.4.3 Identification des paramètres du modèle d'initiation Fladyn.....	134
4.5 Intérêt et limitations.....	136
<b>5 - Conclusion</b> .....	<b>137</b>
<b>V - MODÉLISATION DE L'IMPACT</b> .....	<b>139</b>
<b>1 - Introduction</b> .....	<b>139</b>
1.1 Rappel de la problématique du maillage .....	139
1.2 Contenu du chapitre.....	139
<b>2 - Modélisation des essais dynamiques au poids tombant : étude de la réponse sous Radioss et de l'initiation du décollement</b> .....	<b>140</b>
2.1 Modèle simplifié masses-ressorts.....	140
2.1.1 Principe et modélisation proposée.....	140
2.1.2 Corrélation avec l'essai à $v=1.14$ m/s : pas de rupture .....	141
2.1.3 Explication de la forme de l'effort de contact .....	143
2.1.4 Corrélation avec l'essai à $v=2.3$ m/s : décollement .....	143
2.1.5 Intérêts et limitations .....	144
2.2 Modélisation EF fine .....	145
2.2.1 Principe.....	145
2.2.2 Eprouvettes droites, corrélation $v=1.14$ et $2.29$ m/s .....	146
2.2.3 Eprouvettes droites : évolution des efforts avec la vitesse .....	147
2.2.4 Eprouvettes droites : initiation de la rupture .....	148
2.2.5 Comparaison avec les critères d'initiation.....	150
2.2.6 Eprouvettes de type E : évolution des efforts avec la vitesse.....	152
2.2.7 Eprouvettes de type E : contraintes dans la mousse.....	153
2.2.8 Comparaison avec les critères d'initiation.....	154
2.3 Conclusion.....	155
<b>3 - Propagation du décollement : mécanique de l'endommagement</b> .....	<b>156</b>
3.1 Choix de modélisation.....	156
3.1.1 Maillage .....	156

3.1.2	<i>Modèle d'endommagement</i>	157
3.1.3	<i>Correspondance entre mécanique de l'endommagement et mécanique de la rupture</i>	158
3.2	Identification de la loi	159
3.2.1	<i>Courbe de référence : F en fonction de v</i>	159
3.2.2	<i>Identification</i>	160
3.3	Influence de la taille des mailles	161
3.3.1	<i>Dépendance au maillage</i>	161
3.3.2	<i>Influence d'un maillage non uniforme</i>	162
3.4	Implantation dans Radioss	165
3.4.1	<i>Loi utilisateur matériau</i>	165
3.4.2	<i>Corrélation avec la courbe de référence</i>	166
3.4.3	<i>Corrélation des essais de caractérisation du décollement</i>	168
3.5	Conclusion	170
<b>4</b>	<b>Modélisation : méthode globale pour l'initiation et la propagation du décollement appliquée aux essais au poids tombant</b>	<b>171</b>
4.1	Maillage des éprouvettes	171
4.1.1	<i>Description du maillage</i>	171
4.1.2	<i>Comparaison des résultats avec un maillage fin</i>	172
4.2	Critères d'initiation du décollement	172
4.2.1	<i>Initiation par surcontrainte dans la mousse</i>	172
4.2.2	<i>Initiation par flambage local</i>	173
4.2.3	<i>Bilan</i>	174
4.3	Application au calcul des essais sur éprouvettes droites	175
4.3.1	<i>Initiation du décollement</i>	175
4.3.2	<i>Propagation du décollement</i>	175
4.4	Application au calcul des essais sur éprouvettes bombées	178
4.4.1	<i>Calculs</i>	178
4.4.2	<i>Influence de la contrainte maximale de traction dans la mousse</i>	179
4.5	Conclusion	181
<b>5</b>	<b>Modélisation : application au cas de l'impact sur pale</b>	<b>182</b>
5.1	Déroulement du calcul	182
5.2	Prise en compte de la force centrifuge	182
5.2.1	<i>Quantification de l'effet de la force centrifuge dans une pale</i>	182
5.2.2	<i>Simulation de la force centrifuge</i>	183
5.2.3	<i>Amortissement des vibrations</i>	185
5.2.4	<i>Choix de modélisation</i>	185
5.3	Réduction du modèle : effet des conditions aux limites	185
5.3.1	<i>Problème de la réduction du modèle</i>	185
5.3.2	<i>Modélisation proposée</i>	186
5.3.3	<i>Validation</i>	186
5.3.4	<i>Conclusion</i>	188
5.4	Mise à jour de l'outil de maillage et création du transfert des données	188
5.4.1	<i>Amélioration de l'outil de maillage</i>	188
5.4.2	<i>Transfert mailleur - code de calcul</i>	189
5.4.3	<i>Mise en rotation : champ d'accélération</i>	190
5.5	Maillage de la pale	190
5.5.1	<i>L'impacteur</i>	190

5.5.2 <i>La pale</i> .....	191
5.6 Conclusion.....	193
CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES .....	194
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	199
ANNEXE A : ALGORITHME DU CODE RADIOSS.....	207
ANNEXE B : CALCUL THÉORIQUE DU FLAMBAGE.....	209

# Introduction

Dans le domaine des transports, la sécurité des passagers et la fiabilité des structures sont des aspects essentiels. Dans le domaine particulier de l'aéronautique, la question est encore plus pertinente étant donné le milieu dans lequel évoluent les appareils.

La course aux améliorations techniques est donc accompagnée, nécessairement, par une demande de sécurisation et d'augmentation de la fiabilité des structures de plus en plus exigeante de la part des utilisateurs et des organismes de certification. On voit aujourd'hui nettement l'apport que cela a donné au niveau de l'industrie automobile, notamment grâce à la systématisation des essais de crash grandeur nature.

La prise de conscience de la nécessité de prendre en compte les cas d'impact dans le domaine aéronautique n'est pas nouvelle. Ainsi sont dimensionnés à l'impact les pare-brise d'avions (impact d'oiseaux), les moteurs (ingestion d'oiseaux),... mais la modélisation de ces phénomènes reste difficile, et souvent, l'essai remplace la prédiction, ce qui a évidemment un coût, surtout lorsque l'essai révèle un défaut de tenue à l'impact.

Les hélicoptères n'échappent pas à la règle, et un point particulièrement sensible de la structure d'un hélicoptère est la pale. De nombreux incidents en vol ont fait prendre conscience aux constructeurs de la nécessité de se pencher sur la question de l'impact sur pale. On ne fera pas de différence entre les pales du rotor principal ou les pales du rotor anti-couple, dont la destruction totale ou partielle peut, dans les deux cas, rendre l'appareil incontrôlable, et causer sa perte. Notons tout de même les incidents les plus fréquemment observés en vol, qui sont les impacts d'oiseaux, les branchages, les douilles pour les aéronefs à vocation militaire, et surtout l'impact de blocs de givre. En effet, il est fréquent d'observer la formation de givre sur les structures et matériels embarqués qui dépassent de la cellule, et lors de la descente le givre se détache par blocs qui peuvent impacter les pales du rotor anti-couple.

La chasse au poids nécessaire dans l'aéronautique pour améliorer les performances des aéronefs se traduit, sur les pales, par l'utilisation d'une technique sandwich : un longeron principale reprend les efforts centrifuges, une peau donne à la pale le profil aérodynamique voulu, et le tout est stabilisé par une âme, en mousse par exemple. Les composites sont connus pour être relativement endommageables à l'impact, et les ordres de grandeur des vitesses d'objets pouvant impacter un pale en rotation sont tels que les dégâts occasionnés peuvent diminuer très sensiblement la résistance des pales. Il reste d'ailleurs beaucoup de progrès à effectuer en ce qui concerne le comportement aux chocs des structures composites.

La problématique industrielle est de pouvoir prédire de manière réaliste l'effet d'un impact sur une pale, afin de dimensionner au mieux ces structures composites complexes. Il s'agit donc de pouvoir prédire l'endommagement des structures, leur tenue résiduelle, et d'intégrer ces calculs à la phase de conception pour éviter des essais coûteux, limiter le nombre de prototypes et raccourcir la durée de développement.

Le but de ce travail de thèse est d'appréhender le problème de l'impact sur pale d'hélicoptère du point de vue de la résistance de la structure. Il ne s'agit donc pas de modéliser les différents types d'objets susceptibles d'impacter une pale, mais de regarder le comportement d'une structure telle qu'une pale soumise à un impact. Un impact de type dur tel que l'impact d'un objet métallique sera donc envisagé.

Devant la complexité d'une telle structure et des phénomènes menant à son endommagement, il n'est pas non plus question de fournir une liste exhaustive de réponses à l'ensemble des problèmes soulevés par l'impact d'un corps métallique. Ce travail est une contribution à l'étude de l'impact. Il permettra tout d'abord de faire le point sur les problèmes rencontrés lors d'un tel impact et sur les phénomènes mis en jeu, en dégagant les axes prioritaires de recherche. Des modélisations de ces phénomènes seront alors proposées, en ne perdant pas de vue que le but est de fournir à l'industriel un outil adapté à ses besoins, avec les contraintes éventuelles que cela peut engendrer sur les choix de modélisation.

Ce rapport est divisé en cinq parties.

La première partie présente les préliminaires à l'étude. Elle débute par la description succincte de la structure la plus classique d'une pale d'hélicoptère, de ses dimensions à sa composition. Ensuite, l'analyse d'essais d'impacts sur pales réelles, réalisés par Eurocopter permet de mettre en évidence les dommages observés lors de tels impacts, et de définir les points essentiels de l'étude. Enfin, un tour d'horizon rapide sur les outils de calcul disponibles permet de mettre en avant les principaux problèmes de modélisation auxquels il faudra faire face lors de l'étude, et les contraintes imposées par le type même de structure à modéliser.

La deuxième partie constitue une recherche bibliographique sur les nombreux domaines que touche l'impact sur structure complexe. Ainsi, l'étude porte à la fois sur le comportement des matériaux sous sollicitation dynamique, sur les outils de modélisation numérique, sur la modélisation de l'endommagement des composites, et sur le flambage des structures. Il est évident que tous ces sujets n'ont pu être abordés dans leur intégralité, et que certains sujets, considérés comme moins pertinents pour l'étude, ont été laissés de côté. Cette étude bibliographique souligne la complexité du problème abordé, et le manque d'outils adaptés au problème spécifique de l'impact sur pales d'hélicoptère. Elle permet en outre de déterminer les grandes lignes de la méthodologie qui sera adoptée pour la modélisation de pale à l'impact.

La troisième partie présente les différentes études expérimentales menées au laboratoire, ainsi que la conception et la réalisation des moyens d'essais qui ont été nécessaires pour les essais.

Différents essais de caractérisation sont présentés :

- la caractérisation des mousses,
- la caractérisation de carbone-époxyde et verre-époxyde sous chargement dynamique,
- la caractérisation du décollement de peaux sur mousse.

Des essais sur structures spécifiques sont également réalisés pour étudier le décollement des peaux dans les structures similaires à des pales sous sollicitations statiques et dynamiques (poids tombant).

La quatrième partie présente une étude sur le flambage réalisée pour obtenir des critères d'initiation du décollement de peaux sur mousse. Un modèle de flambage local symétrique de poutre sandwich en statique est proposé et validé par calculs éléments finis et par essais. Pour les mêmes raisons, le phénomène de flambage dynamique est également appréhendé.

Enfin, la cinquième partie de ce rapport propose une méthodologie pour la modélisation en 2D de l'impact sur structures de type pales d'hélicoptère. La modélisation est validée sur les essais d'impact basse vitesse présentés dans la troisième partie. Pour la modélisation des pales à l'impact, la modification d'un outil existant est réalisée, permettant d'effectuer un maillage compatible avec le logiciel de calcul utilisé en dynamique rapide. La prise en compte de phénomènes tels que la force centrifuge avant impact et l'influence des conditions aux limites sur la pale est également étudiée pour établir une stratégie de calcul d'impact sur pale en 3D.

Une conclusion générale permet alors de faire le point sur les avancées de l'étude et l'intérêt et les limites des modèles proposés. Des perspectives à l'étude sont alors données.



# CHAPITRE I - Préliminaires

## I.1 INTRODUCTION

Ce chapitre a pour but de présenter le problème de l'impact à grande vitesse sur pales d'hélicoptères, afin de cerner les enjeux de l'étude.

La première partie de ce chapitre présente une pale en tant que structure : son rôle, la forme qui en découle et les solutions techniques adoptées : matériaux, drapages, ...

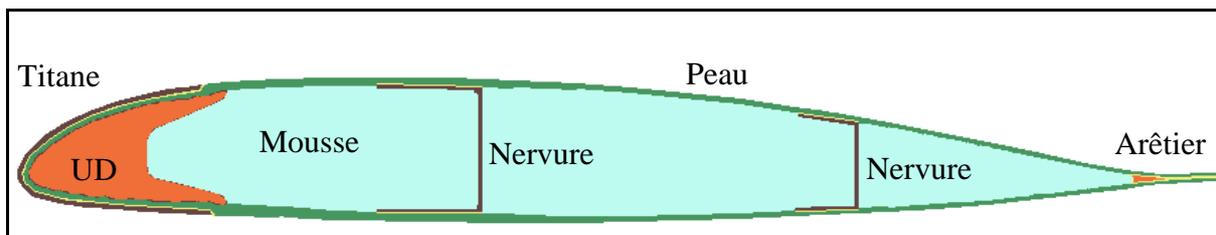
La deuxième partie, par l'analyse d'essais d'impacts réalisés par Eurocopter, permet de mettre en évidence les différents endommagements rencontrés lorsqu'une pale est soumise à un impact. L'observation et l'analyse de ces endommagements permet alors de déterminer les problèmes à traiter pour comprendre les phénomènes mis en jeu et proposer une démarche pour l'étude du problème.

La dernière partie montre quelques problèmes de modélisation liés aux contraintes propres à l'étude et en particulier au problème du maillage et des temps de calcul.

## I.2 PRÉSENTATION D'UNE PALE

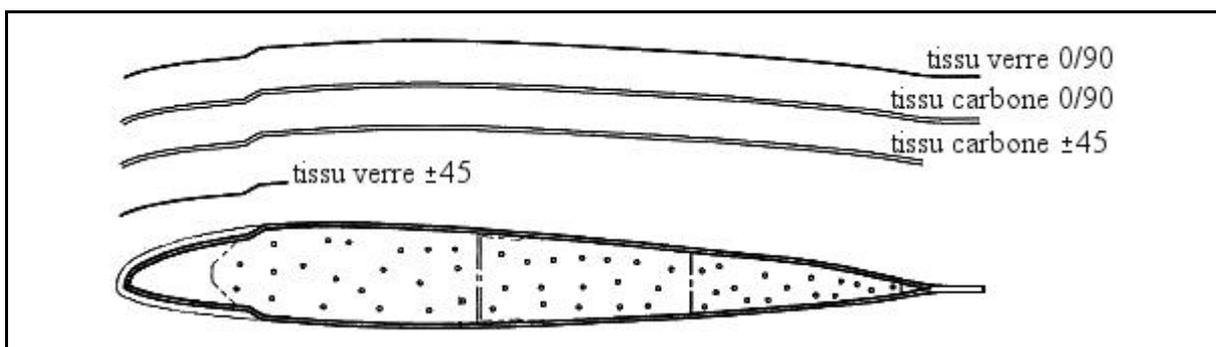
La pale d'hélicoptère a une fonction primordiale puisqu'elle assure la portance (rotor principal) ou la stabilisation de l'appareil (rotor anti-couple). L'utilisation des composites dans les pales a permis des gains de masse importants. La technique utilisée aujourd'hui est la technique sandwich : les différents constituants de la structure sont les suivants (figure I-1), [GAY 1989] :

- la peau, qui définit le profil aérodynamique de la pale, et reprend les efforts de torsion dus aux efforts aérodynamiques. Elle est formée de composite hybride : carbone-époxyde et verre-époxyde.
- le longeron principal, en verre-époxyde unidirectionnel, au niveau du bord d'attaque, qui reprend les efforts normaux dus à la force centrifuge,
- un arêtier en verre-époxyde pour donner de la rigidité dans le plan,
- un matériau de remplissage, de type mousse ou Nida, pour stabiliser les peaux,
- une plaque métallique en titane ou acier inoxydable, recouvrant le bord d'attaque, et protégeant la pale d'une usure prématurée du bord d'attaque.
- des nervures, éventuellement, pour aider le matériau de remplissage à stabiliser les peaux.



*figure I-1 : Coupe d'une pale d'hélicoptère*

Le drapage type d'une pale est donné sur la figure I-2 ([EUROCOPTER pale]): des tissus de carbone reprennent la plus grande partie des efforts, et un fin tissu de verre recouvre le tout. Les peaux ainsi obtenues ont une épaisseur de l'ordre du millimètre.



*figure I-2 : Drapage type des peaux*

### I.3 ANALYSE D'UN ESSAI EUROCOPTER

Des essais de certification ont été réalisés par Eurocopter, pour évaluer la tenue de pales à l'impact. Ces essais nous serviront de base de données pour évaluer, dans un premier temps, les phénomènes mis en jeu, ainsi que les dommages prépondérants relevés après impact.

#### I.3.1 Description de l'essai

Les essais réalisés par Eurocopter consistent à impacter une pale de rotor anti-couple préalablement mise en rotation ([GASCON 2000]). Un système mécanique, représenté sur la figure I-3, vient placer l'impacteur sur la trajectoire de la pale lors de sa rotation. L'impacteur est un cylindre en aluminium que la pale vient heurter dans son plan médian.

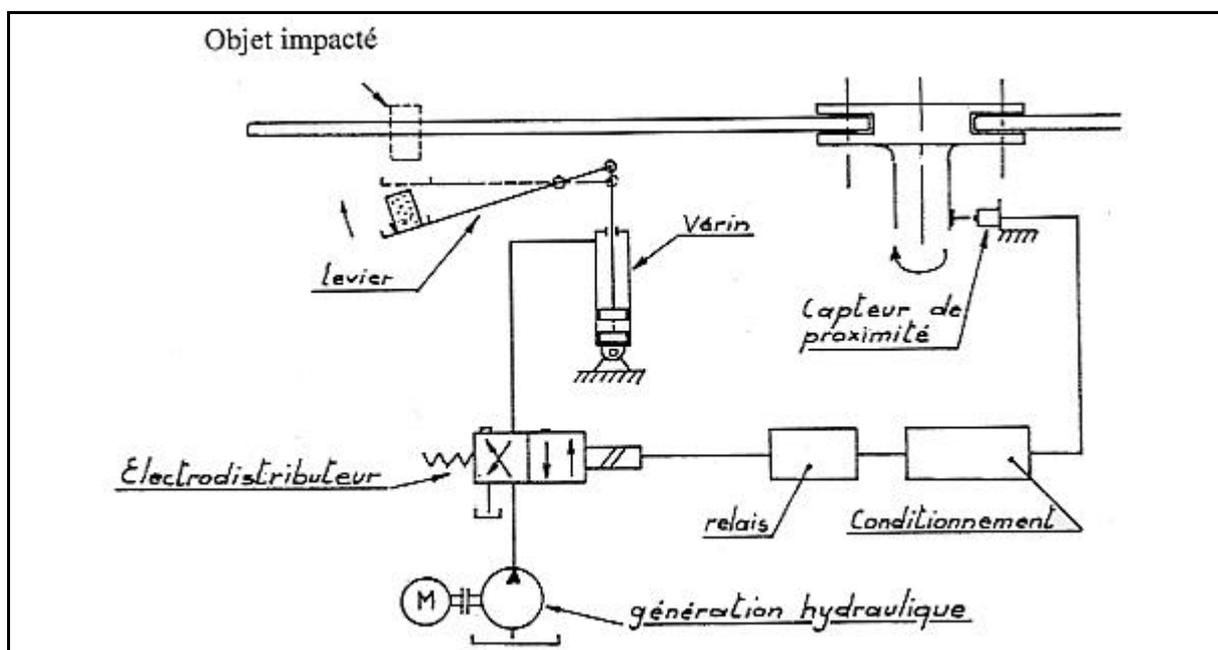


figure I-3 : Dispositif d'essai Eurocopter pour l'impact sur pale en rotation

Six essais ont été réalisés. Pour une étude réaliste de l'endommagement, la vitesse de la pale est proche de la vitesse en vol. La vitesse relative du cylindre par rapport à la pale est alors supérieure à 150 m/s.

Les observations faites sur l'un de ces essais sont données ci-après. Il s'agit d'une pale comportant deux nervures.

#### I.3.2 Observation des dommages

Le document interne [EUROCOPTER essais] donne les informations suivantes sur les essais réalisés.

Après impact, le cylindre en aluminium ne présente qu'une très faible déformation permanente du métal. Localement, la limite élastique du matériau est atteinte, mais pas la limite à rupture. La pale impactée présente une forte déformation du bord d'attaque (figure I-4), et des décollements apparaissent entre le revêtement et le longeron. Les dommages sur les peaux sont

limités à des décollements, déchirures ou craquelures (figure I-5 et figure I-6).



figure I-4 : Déformation du bord d'attaque



figure I-5 : Endommagement de l'extrados, pale 006 avec nervure

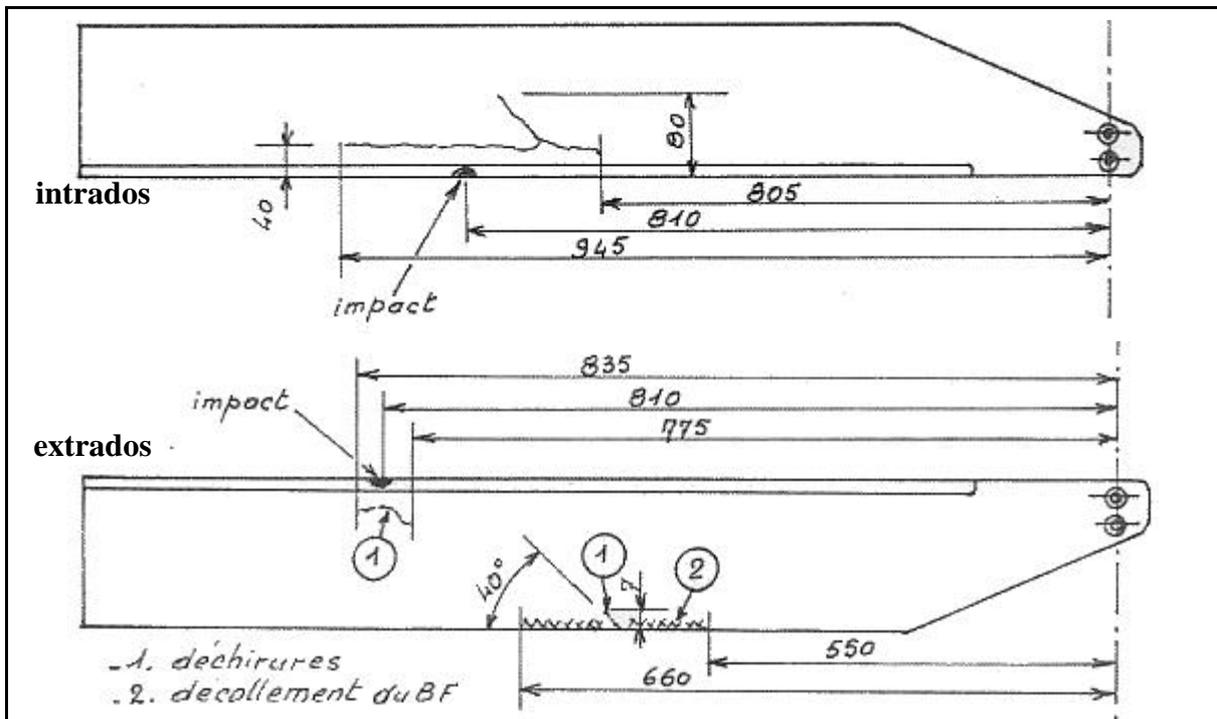
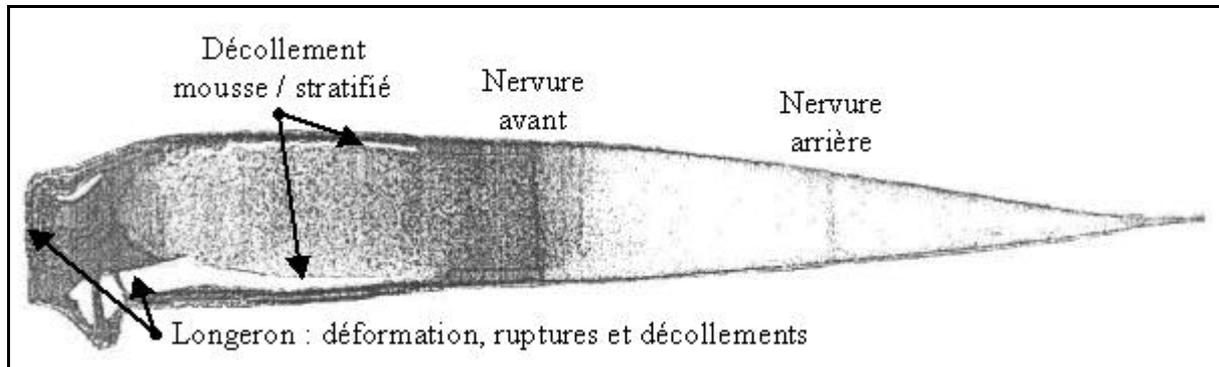


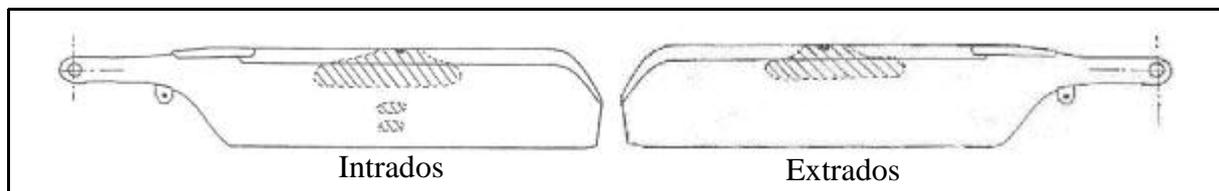
figure I-6 : Schéma des dommages observés sur la pale

Une coupe a été réalisée sur la pale, au droit de l'impact, ainsi qu'une visualisation des décollements par taping. La figure I-7 représente la coupe, avec les principaux dommages observés : décollement des peaux au droit de l'impact, forte déformation du bord d'attaque, décollement ou rupture au sein du longeron. Les zones de décollement des peaux de cette

même pale sont représentées sur la figure I-8. A l'intrados, trois zones sont observées, entre le bord d'attaque et la première nervure, entre les deux nervures, et entre la nervure et le bord de fuite. A l'extrados, une seule zone de décollement est détectée, entre le bord d'attaque et la première nervure.



*figure I-7 : Coupe de la pale impactée, au droit de l'impact*



*figure I-8 : Zones de décollement de la peau*

### I.3.3 Analyse

L'analyse des essais d'impact effectués par Eurocopter est riche en informations sur l'ensemble des dommages pouvant être observés après impact sur pales. Voici une liste des premières analyses :

- Lors des essais, l'impacteur ne subit que de faibles déformations permanentes. Il s'agit donc d'impacts durs.
- Le bord d'attaque subit d'importantes déformations. Une grande partie de l'énergie d'impact passe donc dans l'endommagement du bord d'attaque et du longeron : plastification et rupture du revêtement titane, ruptures au sein du stratifié et de l'unidirectionnel constituant le longeron.
- Les dommages ne sont pas localisés uniquement à l'avant des pales : décollement des stratifiés en arrière du longeron et dommages observés jusqu'au bord de fuite.
- Le décollement du bord de fuite de la pale étudiée, décalé par rapport au point d'impact, montre la complexité de la propagation des contraintes dans les stratifiés.

### I.3.4 Conclusion

L'observation et l'analyse des pales après impact permettent de définir les points essentiels à étudier pour la modélisation du phénomène. Deux phénomènes principaux peuvent être observés, dont découlent l'ensemble des dommages.

Le premier est l'endommagement du bord d'attaque. Sous de fortes sollicitations dynamiques, le bord d'attaque, constitué d'un longeron de verre-époxyde unidirectionnel sur lequel sont

collés un stratifié et une plaque de titane, se trouve fortement déformé. L'endommagement est complexe : outre la compression et le cisaillement au sein de l'unidirectionnel, ainsi que la déformation plastique du titane, il peut y avoir des zones de décollements entre chacun des éléments du bord d'attaque pré-cités, voir des délaminages au sein du bord d'attaque.

Le second est le décollement des peaux. Il est difficile de prédire la cause du décollement des peaux à cause de la complexité de la structure et de la sollicitation. Il peut s'agir d'un décollement par flambage local de la peau. La forme des pales, avec des peaux non planes, laisse supposer que la rupture peut également apparaître par rupture de la mousse, due à une surcontrainte dans l'âme. Enfin, le raccord entre le longeron, la peau et la mousse peut être la source d'une surcontrainte dans la peau et dans la mousse, entraînant le décollement de la peau. L'interprétation des décollements entre nervures est la même. Seul le décollement du bord de fuite ne peut s'expliquer de la même manière, mais semble être une conséquence du décollement de la peau plutôt qu'un phénomène indépendant.

Enfin, le fort décollement observé sur la figure I-7, entre la peau et le longeron, est sans doute dû à la propagation du décollement peau-mousse de l'intrados jusqu'au longeron.

Ces essais permettent donc de définir les études à mener pour pouvoir comprendre et modéliser les phénomènes mis en jeu :

- comportement des matériaux composites sous sollicitation dynamique, modélisation des stratifiés, avec endommagement, et notamment délaminage.
- comportement de la mousse, en particulier dans le phénomène de décollement des peaux (initiation, propagation), et modélisation du décollement.
- étude du flambage et du flambage dynamique de peau sur mousse, avec recherche de critères pour initiation du décollement.
- étude de l'influence de la forme de la structure sur le mode de rupture de la mousse (courbure des peaux).
- prise en compte du rôle des nervures.

## I.4 PROBLÉMATIQUE DE MODÉLISATION

### I.4.1 Problématique industrielle

Le but de cette étude, outre la compréhension et la modélisation du phénomène, est de proposer à l'industriel une méthodologie et une modélisation compatibles avec le domaine de la conception. Cela aboutit aux contraintes habituelles :

- l'outil numérique est déjà déterminé : il s'agit du code de calculs de crash Radioss,
- des liaisons entre les outils de conception doivent être effectuées pour faciliter le traitement des données. Notamment, le pré-processing (maillage, définition des conditions limites,...) doit pouvoir être réalisé à partir d'un outil existant au sein de l'entreprise,
- l'outil doit être le plus abordable possible en terme d'utilisation : facilité de prise en main, approche similaire aux autres outils en place,...
- les temps de calcul doivent être raisonnables,
- les résultats doivent être fiables, avec une estimation des erreurs.

La recherche de modèles et de méthodes se fera donc en considérant ces contraintes.

### I.4.2 Problématique du maillage

Le but de ce paragraphe n'est pas d'exposer les solutions envisagées pour la réalisation du maillage d'une pale, mais à partir d'un maillage type, d'évaluer les problèmes inhérents à la taille du modèle, dont découleront les choix de modélisation, notamment pour la prise en compte des phénomènes de décollement et d'endommagement des composites.

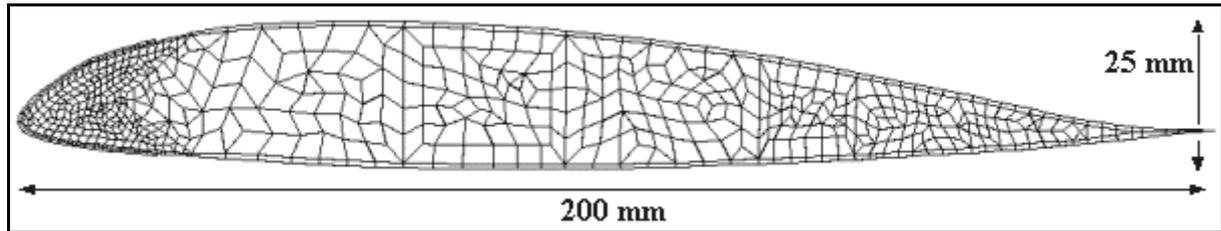
La figure I-9 présente ce que pourrait être la section maillée type d'un modèle d'impact sur pale arrière d'hélicoptère, sous éléments finis en dynamique rapide. Dans ce maillage, trois zones se distinguent :

- l'âme de la pale, maillée grossièrement (éléments de 5\*5 mm dans la section)
- le longeron principal, maillé en éléments 3D, plus finement (2\*2 mm)
- les peaux et nervures, maillées en éléments coques

La section seule contient déjà plus de 500 éléments. Pour modéliser l'effet tridimensionnel de l'impact, il est nécessaire de réaliser des calculs sur une longueur de pale suffisamment grande pour avoir des conditions aux limites représentatives de la réalité. Sachant que la corde de la pale mesure près de 200 mm, une longueur de pale de 500 mm semble être le minimum. Dans le sens de la longueur de la pale, en maillant plus finement la zone d'impact, et plus grossièrement le reste, il est alors possible de réduire le nombre d'éléments dans la longueur à un centaine.

Tout cela revient à considérer un modèle à plus de 50000 éléments. La durée réelle de l'impact est estimée, d'après les premiers calculs, à plus d'1 ms. Le coût CPU d'un tel calcul est alors relativement important, même si les technologies actuelles permettent de faire un tel calcul.

Un tel maillage est pourtant un maillage de faible densité. Pour avoir une modélisation fine des phénomènes, notamment du décollement, il faudrait un maillage avec des éléments de taille bien inférieure au millimètre. Pour accéder à une telle précision, le nombre d'éléments dans le modèle atteindrait alors rapidement plusieurs millions. Les solutions de modélisation envisagées doivent donc prendre en compte le fait qu'il n'est pas possible de représenter avec finesse la structure.



*figure I-9 : Maillage type d'une section de pale*

Ces remarques sur le maillage montrent qu'il est nécessaire dans le cadre de cette étude d'avoir une approche globale pour la modélisation. Cela signifie qu'il est nécessaire de pouvoir proposer des modèles globaux, ou critères globaux, établis soit à partir d'essais sur structure, soit à partir de modélisations fines.

Le rôle de l'étude bibliographique de la deuxième partie du rapport, outre la compréhension des phénomènes physiques, est donc de déterminer les modèles et outils disponibles pour la modélisation globale.

# CHAPITRE II - Etude bibliographique

## II.1 INTRODUCTION

Comme il a été présenté dans les préliminaires, une pale d'hélicoptère est une structure composite complexe, mêlant à elle seule composites stratifiés, uni-directionnels, peau métallique et mousse. L'étude de l'impact et des dommages sur une telle structure représente donc une grande difficulté. Ce chapitre a pour but de faire un bilan en matière de modélisation ou d'études théoriques pour pouvoir aborder un tel problème de modélisation, compte tenu des conclusions du chapitre précédent.

Tout d'abord, les outils disponibles pour effectuer une modélisation de type impact et endommagement sous chargement en dynamique rapide seront analysés. La supériorité des codes éléments finis explicites sur les codes implicites en matière de capacité et de représentativité des résultats sera notamment mise en évidence.

Une deuxième partie évoquera et analysera différents modèles d'endommagement des composites actuellement disponibles.

Une étude sur le comportement des matériaux au choc sera alors effectuée, afin d'étudier l'influence de la dynamique sur les lois de comportement des composites, et sur les mousses.

Enfin, une étude sur le flambage est réalisée, en statique et en dynamique.

## II.2 LES MÉTHODES DE CALCUL POUR L'IMPACT DES STRUCTURES

La complexité des structures telles que les structures aéronautiques rend impossible le calcul analytique de l'endommagement des structures à l'impact. Les solutions actuelles sont bien-sûr les codes de calculs numériques, et plus particulièrement les codes explicites, plus appropriés pour de telles modélisations.

### II.2.1 Modélisation numérique des structures

#### II.2.1.1 Principe

La modélisation en dynamique rapide s'appuie sur une discrétisation de la structure en éléments classiques 1D poutre, 2D plaques et coques et 3D solides suivant la géométrie de la structure et du résultat souhaité.

Les lois physiques qui contrôlent le calcul sont classiquement :

- Conservation de la masse
- Conservation de l'énergie
- Equilibre local

L'espace est discrétisé en nœuds et éléments. La gestion du contact se fait de façon spécifique, utilisant des raideurs d'interface.

Trois formulations sont possibles :

- Formulation Lagrangienne :

Les nœuds du maillage sont liés à la matière. Pour ce type de maillage, plus la déformation est importante, moins les résultats obtenus sont corrects.

- Formulation Eulerienne :

Les nœuds sont fixes, la matière s'écoule à travers, ce qui permet de conserver un maillage correct pour de grande déformation.

- Formulation ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian) :

Méthode intermédiaire

#### II.2.1.2 Mise en équation du problème

Le point de départ de la résolution consiste à résoudre les équations de l'équilibre local au sein d'un élément de volume d'une structure soumise à des sollicitations transitoires.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i = \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} \text{ où } v \text{ est la vitesse, } \rho \text{ la densité, et } b \text{ les forces de volume. (eq. II-1)}$$

A cela viennent s'ajouter des conditions initiales sur les déplacements et les vitesses ainsi que les conditions aux limites.

La formulation variationnelle des équations de l'équilibre local s'écrit :

$$\int_{\Omega} \left[ \delta v_i \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho b_i - \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} \right) \right] d\Omega = 0 \text{ où } v_i \text{ est une vitesse virtuelle nodale. (eq. II-2)}$$

A partir d'une discrétisation de l'espace par éléments finis, chaque terme de l'équation intégrale élémentaire est analysé à partir des approximations du champ de déplacement. Ce qui donne :

$$\left\langle \frac{\partial \delta v}{\partial t} \right\rangle \left( [M] \left\{ \frac{\partial v}{\partial t} \right\} + \{F_{int}\} - \{F_{vol}\} - \{F_{ext}\} \right) = 0 \quad (\text{eq. II-3})$$

$$\text{Et } [M] \left\{ \frac{\partial v}{\partial t} \right\} = \{F_{ext}\} - \{F_{int}\} + \{F_{vol}\} \quad (\text{eq. II-4})$$

Où [M] = matrice de masse,  
 {F<sub>int</sub>} = forces internes,  
 {F<sub>ext</sub>} = efforts extérieurs,  
 {F<sub>vol</sub>} = forces de volume

### II.2.1.3 Schémas d'intégration

Résoudre un problème dynamique revient donc à déterminer les solutions d'un système global d'équations intégrales du type :

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C] \cdot \{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F_{ext}\} \quad (\text{eq. II-5})$$

Dans le cas de la dynamique rapide, les fonctions inconnues (déplacements, vitesses, accélérations) évoluent dans le temps. La formulation du problème est dite explicite lorsque la fonction au temps t+Δt s'exprime directement en fonction des temps précédents :

$$\{u(t + \Delta t)\} = \{u(t)\} + \Delta t \cdot \{f(\{u(t)\}, t)\}. \quad (\text{eq. II-6})$$

Elle est implicite dans le cas contraire :

$$\{u(t + \Delta t)\} = \{u(t)\} + \Delta t \cdot \{f(\{u(t)\}, \{u(t + \Delta t)\}, t)\}. \quad (\text{eq. II-7})$$

Il existe de nombreuses méthodes d'intégration pour les systèmes du second ordre, telles que les méthodes de Newmark, ou de Wilson ([BARTHOLME 1990]). La méthode de Newmark consiste à construire la solution à partir des vecteurs connus à l'instant t, en utilisant les développements limités suivants :

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \Delta t \{\dot{u}_n\} + \frac{\Delta t^2}{2} ((1 - 2b)\{\ddot{u}_n\} + 2b\{\ddot{u}_{n+1}\}) \quad (\text{eq. II-8})$$

$$\{\dot{u}_{n+1}\} = \{\dot{u}_n\} + \Delta t ((1 - a)\{\ddot{u}_n\} + a\{\ddot{u}_{n+1}\}) \quad (\text{eq. II-9})$$

Selon les paramètres a et b choisis, on aboutit à différents types de schémas d'intégration. Le tableau II-1 donne les propriétés de différents schémas d'intégration de Newmark en fonction des paramètres.

METHODE	TYPE	b	a	STABILITE
Accélération constante	implicite	1/4	1/2	inconditionnelle
Accélération linéaire	implicite	1/6	1/2	conditionnelle
Fox - Goodwin	implicite	1/12	1/2	conditionnelle
Différences finies centrales	explicite	0	1/2	conditionnelle

**tableau II-1 : Propriétés de différentes méthodes d'intégration de la famille Newmark**

### II.2.1.4 Explicite ou implicite ?

Le choix de la méthode d'intégration se pose donc : quel schéma d'intégration doit être envisagé pour le calcul en dynamique rapide ?

Les principaux avantages et inconvénients des méthodes d'intégration explicite et implicite sont résumés dans le tableau II-2.

EXPLICITE	IMPLICITE
(-) conditionnellement stable	(+) inconditionnellement stable
(-) pas de temps réduit	(+) pas de temps géré par l'utilisateur
(+) précision en $\Delta t^2$	(+) précision en $\Delta t^2$
(+) inversion de $[M]$ , diagonale	(-) inversion $[M]+\alpha[K]$ , non diagonale
(+) taille mémoire réduite	(-) taille mémoire importante
(+) résolution élément par élément	(-) résolution globale (nécessite la convergence à chaque itération)
(+) robuste	(-) pivots nuls, divergence
(+) faible coût CPU	(-) coût CPU important

**tableau II-2 : Comparaison explicite - implicite**

Pour comprendre les résultats de ce tableau, prenons l'exemple d'un problème dynamique sans amortissement :

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F_{ext}\} \quad (\text{eq. II-10})$$

Il est possible de montrer qu'en utilisant un schéma d'intégration implicite ([BONINI 1995], [BARTHOLME 1990]), le problème s'écrit finalement d'une des façons suivantes, selon l'inconnue  $\{\ddot{u}_{n+1}\}$  ou  $\{u_{n+1}\}$  choisie :

$$([M] + \alpha_{acc}[K]) \cdot \{\ddot{u}_{n+1}\} = f_{acc}(\{F_{ext}\}, \{u_n\}, \{\dot{u}_n\}, \{\ddot{u}_n\}) \quad (\text{eq. II-11})$$

$$([M] + \alpha_{dep}[K]) \cdot \{u_{n+1}\} = f_{dep}(\{F_{ext}\}, \{u_n\}, \{\dot{u}_n\}, \{\ddot{u}_n\}) \quad (\text{eq. II-12})$$

En d'autres termes, pour pouvoir résoudre le problème à partir d'un schéma d'intégration implicite, quelle que soit l'inconnue choisie, il est nécessaire d'inverser une matrice de la forme  $[M] + \alpha[K]$ . C'est l'opération la plus coûteuse en temps (diagonalisation).

En choisissant une intégration explicite, on obtient un système équivalent de type :

$$[M] \cdot \{u_{n+1}\} = f(\{F_{ext}\}, \{u_n\}, \{\dot{u}_n\}, \{\ddot{u}_n\}) \quad (\text{eq. II-13})$$

En utilisant la méthode des masses concentrées, la matrice  $[M]$  est diagonale par construction et son inversion est donc évidente et peu coûteuse.

Une itération de calcul est donc beaucoup plus rapide avec un code explicite qu'avec un code implicite. Cependant, un calcul implicite nécessite en général moins d'itérations. En effet, le schéma implicite est inconditionnellement stable, alors que le pas de temps dans un code explicite est majoré par la valeur  $\Delta t_{max}$ , qui dépend à la fois des caractéristiques du maillage et des caractéristiques matériaux du modèle.

Regardons alors la représentativité des deux méthodes par rapport aux phénomènes physiques à modéliser.

Comme le montre [BONINI 1995], les méthodes implicites sont des méthodes de calcul globales : un couplage existe a priori entre l'ensemble des éléments du modèle. Un effort ou un déplacement imposé sur un noeud a donc un effet immédiat sur l'ensemble de la structure. Il est nécessaire d'imposer un pas de temps faible pour pouvoir correctement représenter les effets transitoires dans la structure.

Au contraire, dans un code explicite, l'effet d'un effort sur un noeud n'a d'effet immédiat que sur les noeuds les plus proches l'entourant. La propagation des informations dans la structure se fait de proche en proche, et la vitesse de propagation est imposée par le pas de temps.

L'usage montre que, pour une précision équivalente des résultats de la modélisation, les codes explicites sont beaucoup moins coûteux en temps CPU que les codes implicites. Pour l'étude, le logiciel utilisé est le logiciel Radioss, code éléments finis explicite de calcul en dynamique rapide.

## II.2.2 Les codes de calcul en dynamique rapide

Il existe différents codes de calcul en dynamique rapide dans le commerce, et de nombreux domaines d'utilisation tels que l'aéronautique, le spatial, l'automobile (crash), l'énergie atomique,...

Le logiciel RADIOSS [RADIOSS 2001] et les codes PLEXUS et LS-DYNA [HALLQUIST 1998] utilisent le schéma d'intégration explicite des différences finies centrales.

L'algorithme de calcul utilisé dans Radioss est décrit ci-dessous. Le système à résoudre est le suivant :

$$[M] \cdot \{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K] \cdot \{u\} = \{F_{ext}\} \quad (\text{eq. II-14})$$

Le schéma d'intégration des différences finies centrales est exprimé en définissant les vitesses au demi-pas de temps (figure II-1) :

$$\{\dot{u}_{n+1/2}\} = \{\dot{u}_{n-1/2}\} + \Delta t \cdot \{\ddot{u}_n\} \quad (\text{eq. II-15})$$

$$\{u_{n+1}\} = \{u_n\} + \Delta t \cdot \{\dot{u}_{n+1/2}\} \quad (\text{eq. II-16})$$

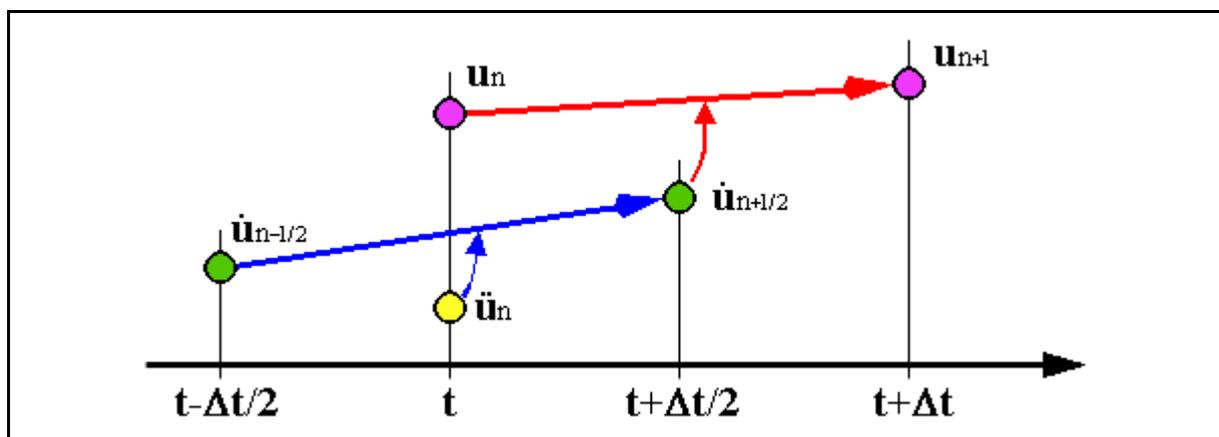


figure II-1 : Schéma d'intégration des différences finies centrales dans le code Radioss

Le calcul des vitesses étant effectué au demi pas de temps, il est nécessaire de faire une approximation pour résoudre le système.

On pose donc  $[C]\{\dot{u}_{n+1}\} = [C]\{\dot{u}_{n+1/2}\}$ , et le système devient alors :

$$[M] \cdot \{\ddot{u}_{n+1}\} = \{F_{ext}\} - [C]\{\dot{u}_{n+1/2}\} - [K] \cdot \{u_{n+1}\} \quad (\text{eq. II-17})$$

Les équations du schéma d'intégration (eq. II-15 et eq. II-16) montrent que le membre de droite peut s'exprimer en fonction des seules variables spatiales aux instants précédents ( $t$  et  $t-\Delta t/2$ ). Ce terme correspond à la somme des forces extérieures et des efforts internes :

$$[M] \cdot \{\ddot{u}_{n+1}\} = \{F_{ext}\} - \{F_{int}\} \quad (\text{eq. II-18})$$

En pratique, les matrices  $[C]$  et  $[K]$  ne sont pas assemblées. Le calcul des efforts internes est effectué élément par élément, par intégration des contraintes au sein de l'élément :

$$\{F_{int}\} = \iiint (B_{n+1}^T \cdot \sigma_{n+1}) dv \quad (\text{eq. II-19})$$

Les contraintes sont déterminées à partir des vitesses au demi pas de temps ( $t+\Delta t/2$ ).

L'annexe A présente l'algorithme global de calcul du code explicite Radioss sous la forme d'un schéma qui reprend les explications données ci-dessus.

### II.2.3 Conclusion

Les codes éléments finis explicites s'avèrent être les plus appropriés aux calculs de type impacts et crashes. Pour des raisons d'ordre industriel, le choix du code Radioss s'est imposé pour cette étude.

Il reste cependant des limitations à l'utilisation de tels codes, notamment pour ce qui est de la modélisation de l'endommagement des composites. D'autre part, la taille des modèles, donc la finesse des maillages, reste un problème majeur puisqu'il aboutit à des temps de calcul très importants dans le cadre de cette étude.

Le problème reste donc de trouver des formulations d'éléments, de matériaux ou de critères utilisables en explicite, et compatibles avec des maillages de densité plus ou moins faible.

## II.3 ENDOMMAGEMENT DES COMPOSITES ET DÉCOLLEMENTS

L'étude de l'endommagement des composites fait apparaître trois phénomènes physiques distincts : la fissuration de la matrice, la rupture des fibres et le délaminage.

Ces trois modes d'endommagement sont étudiés dans ce paragraphe.

La figure II-2 présente le repère utilisé dans l'ensemble du paragraphe pour définir un pli de stratifié.

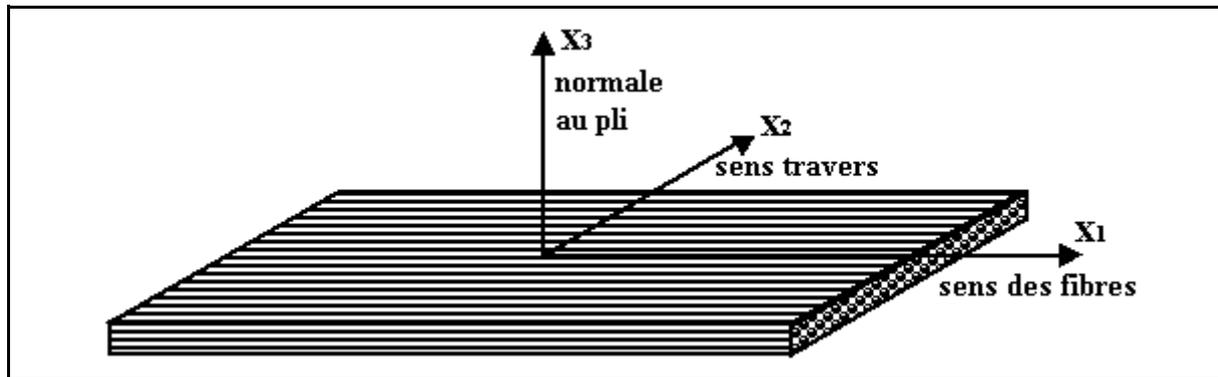


figure II-2 : Définition d'un pli de stratifié

### II.3.1 Fissuration de la matrice

#### II.3.1.1 Description

Dans le cas de l'impact sur plaque composite, la fissuration de la matrice est le premier mode de rupture induit par l'impact. Les fissurations sont dues à la différence de propriétés entre la matrice et les fibres et sont en générale parallèles à la direction des fibres dans les plis unidirectionnels [RICHARDSON 1996].

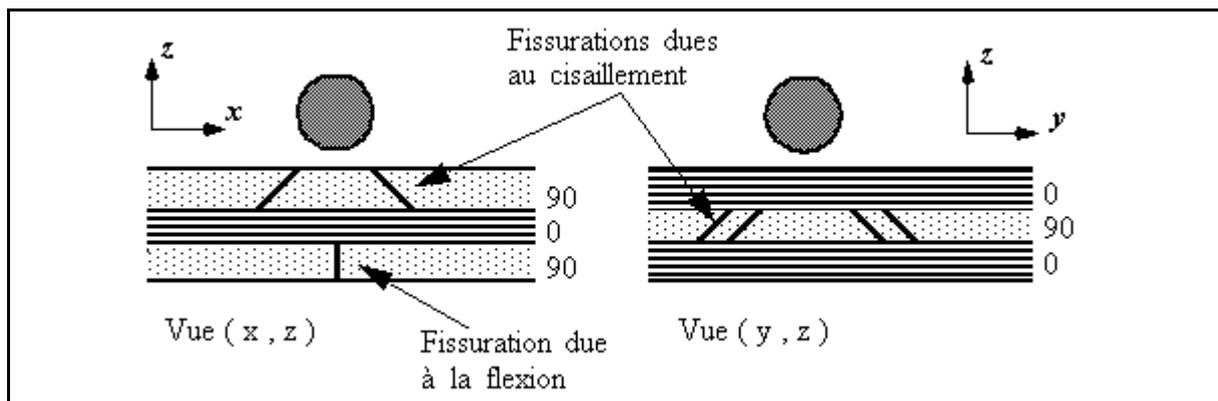


figure II-3 : Fissuration de la matrice sous impact

La figure II-3 montre les deux principaux types de fissuration de la matrice. Les fissurations inclinées sont principalement dues au cisaillement. Elles peuvent être observées dans le pli supérieur et le pli central du stratifié représenté ici. Elles sont la conséquence directe du fort cisaillement dû à l'impact, et sont inclinées d'environ  $45^\circ$ . Les fissurations dans le pli opposé à la surface impactée sont verticales, et c'est un processus différent qui les fait apparaître. Elles sont principalement dues aux contraintes normales de

traction dans le sens travers des fibres engendrées par la flexion de la plaque.

Une fissure quelconque est en fait une combinaison de ces deux types de fissure, apparaissant sous un état de contrainte en général complexe. C'est pourquoi la plupart des critères existants tiennent compte des interactions et couplages entre les différentes sollicitations normales et de cisaillement dans le pli.

### II.3.1.2 Principaux critères existants

Chang-Chang [CHANG 1987] propose, dans le cas de traction dans le sens travers des fibres ( $\sigma_{22} \geq 0$ ), un critère ne faisant apparaître que les contraintes dans le plan du pli : la fissuration a lieu lorsque :

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1 \quad (\text{eq. II-20})$$

avec :  $Y_T$  = résistance de la matrice en traction dans le sens travers des fibres

$S_{12}$  = résistance de la matrice au cisaillement dans le plan du pli

Ce critère ne prenait pas en compte la contribution de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{23}$ , alors qu'elle a un effet dominant dans le cas de fissuration due au cisaillement. [HOU 2000] propose alors l'amélioration suivante : (toujours dans le cas où  $\sigma_{22} \geq 0$ )

$$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{23}}{S_{m23}}\right)^2 \geq 1 \quad (\text{eq. II-21})$$

avec :  $S_{m23}$  = résistance de la matrice au cisaillement dans le plan normal aux fibres.

Hashin [HASHIN 1980] donne également un critère différenciant l'état de traction dans la matrice de l'état de compression. De plus, il introduit dans le critère la contribution de la contrainte normale dans la direction perpendiculaire au plan du pli ( $\sigma_{33}$ ) :

Dans le cas de la traction dans le sens travers des fibres, la rupture de la matrice est pilotée par :

$$\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{\sigma_{MNT}^2} + \frac{(\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33})}{\sigma_{MS}^2} + \frac{(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)}{\sigma_{FS}^2} \geq 1 \quad (\text{eq. II-22})$$

Dans le cas de compression sens travers, la rupture de la matrice est pilotée par :

$$\left[\left(\frac{\sigma_{MNC}}{2\sigma_{MS}}\right)^2 - 1\right] \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})}{\sigma_{MNC}} + \frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4\sigma_{MS}^2} + \frac{\sigma_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}}{\sigma_{MS}^2} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{\sigma_{FS}^2} \geq 1 \quad (\text{eq. II-23})$$

avec :  $\sigma_{MNT}$ : résistance de la matrice en traction

$\sigma_{MNC}$ : résistance de la matrice en compression

$\sigma_{MS}$  : résistance de la matrice en cisaillement

$\sigma_{FS}$  : résistance de la fibre en cisaillement

Gosse et Mori proposent également un critère, plus simple, rappelé par [FINN 1993 (1)] :

$$\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})}{2Y} + \frac{1}{Y} \sqrt{\frac{(\sigma_{22} + \sigma_{33})^2}{4}} + \sigma_{23}^2 \geq 1 \quad (\text{eq. II-24})$$

avec :  $Y$  = résistance à la traction

Pour conclure cette liste non exhaustive de critères, Tsai–Wu [TSAI 1971] propose un critère général sous forme quadratique :

$$\frac{\sigma_{11}^2}{XX'} + \frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2}{YY'} + \frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2}{S^2} + \frac{\sigma_{11}\sigma_{22} + \sigma_{11}\sigma_{33}}{\sqrt{XX'YY'}} - \frac{\sigma_{22}\sigma_{33}}{YY'}$$

$$+ \sigma_{11}\left(\frac{1}{X} - \frac{1}{X'}\right) + (\sigma_{22} + \sigma_{33})\left(\frac{1}{Y} - \frac{1}{Y'}\right) \geq 1$$

avec : X = résistance à la traction dans la direction 1  
X' = résistance à la compression dans la direction 1  
Y = résistance à la traction dans la direction 2  
Y' = résistance à la compression dans la direction 2  
S = résistance au cisaillement (supposée la même dans toutes les directions)

### II.3.1.3 Modélisation de la fissuration de la matrice

Globalement, la modélisation de l'endommagement de la matrice par fissuration se fait par dégradation de certaines de ses propriétés mécaniques au sein des éléments.

[MAJEED 1994] utilise des éléments Belytschko-Tsay à un point d'intégration par pli pour modéliser une plaque composite [-45/0/45/ 90]<sub>3s</sub>. Une fois que le critère de Chang-Chang pour la fissuration de la matrice est vérifié en un point d'intégration de l'élément, la dégradation est réalisée en imposant simplement  $E_2 = G_{12} = \nu_1 = \nu_2 = 0$  au point d'intégration en question. C'est une dégradation brutale, qui peut poser des problèmes lors des calculs, notamment en dynamique rapide.

[HOU 2000] utilise des éléments solides à 8 nœuds et un point d'intégration. Le stratifié est modélisé avec un élément par pli. La dégradation des propriétés dans les plis est modélisée par la mécanique de l'endommagement. Les rigidités concernées par la dégradation par fissuration de la matrice :  $E_1$  (si  $\sigma_{22} > 0$ ) et  $G_{12}$ , sont altérées par des paramètres ne dépendant que du temps. Par conséquent, les contraintes  $\sigma_{22}$  et  $\sigma_{12}$  diminuent et deviennent nulles au bout d'un certain temps. C'est une amélioration par rapport à la modélisation présentée précédemment, mais il est évident que la dépendance des paramètres avec la seule variable temporelle n'est pas satisfaisante.

Les recherches ont donc abouti à des modélisations plus complexes. [Mc CARTHY 2000] utilisent une loi bi-phase pour le composite, ce qui permet d'attribuer des propriétés différentes aux fibres et à la matrice et de modéliser séparément l'endommagement de la fibre et de la matrice. La matrice de rigidité du pli est obtenue par combinaison des matrices de rigidité :

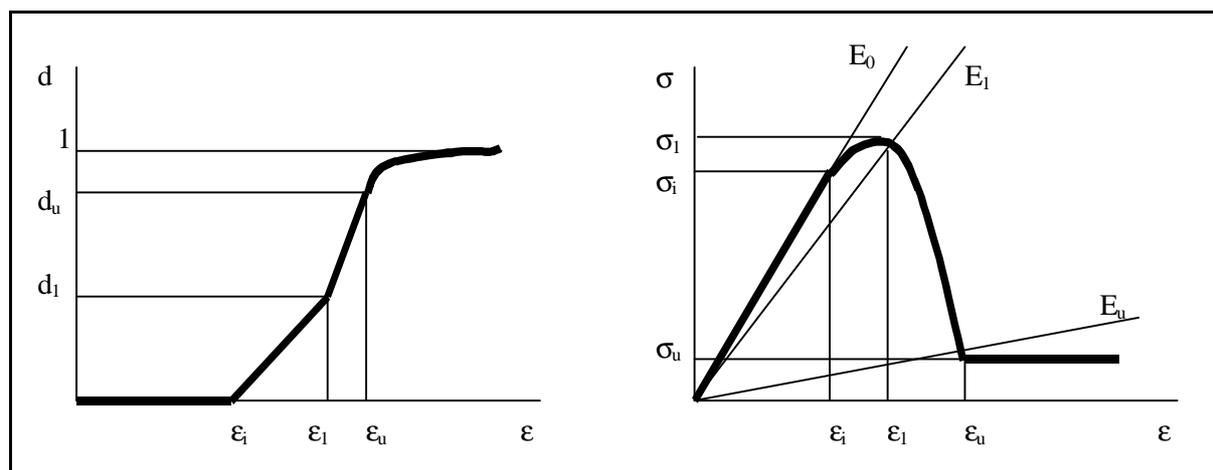
$$C_{pli} = C_{fibre} \oplus C_{matrice} \quad (\text{eq. II-25})$$

Les endommagements de la matrice et des fibres sont gérés indépendamment. L'endommagement de la matrice est lui même la somme de l'endommagement dû à la partie sphérique du tenseur des déformations et de l'endommagement dû au déviateur des déformations. Pour la fibre, l'endommagement par cisaillement n'est pas considéré.

Les lois d'endommagement sont gérées par les lois présentées sur la figure II-4. Le code de calcul utilisé (PAM-CRASH) permet d'étalonner ces courbes contrainte-déformation établies pour la matrice en définissant des valeurs de déformations  $\epsilon_i$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_u$ , et les valeurs des paramètres d'endommagement correspondants à  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_u$  ( $d_1$ ,  $d_u$ ) pour chaque type

d'endommagement. Pour éviter des instabilités numériques,  $\epsilon_u$  est choisi suffisamment éloigné de  $\epsilon_l$  pour que la résistance ne chute pas brutalement, et pour  $\epsilon > \epsilon_u$ , une contrainte résiduelle  $\sigma_u$  non nulle est définie.

Cette technique est jugée complexe [GAUTHIER 1996] compte tenu de la quantité importante de paramètres à identifier. En effet, pour la matrice, il faut déterminer les paramètres en cisaillement et en contraintes normales, à la fois pour les états de traction et de compression. Au total, avec les caractéristiques des fibres, il y a 30 paramètres à déterminer, ce qui nécessite un nombre important d'essais pour l'identification.



*figure II-4 : Loi d'évolution de l'endommagement dans la matrice dans PAM-CRASH*

Dans ce cas, les lois d'endommagement sont pré-établies, mais il est bien-sûr possible de déterminer ses propres lois d'endommagement, à partir d'essais par exemple, pour obtenir les lois les plus réalistes possibles selon le matériau utilisé et les sollicitations appliquées.

#### *II.3.1.4 Conclusion*

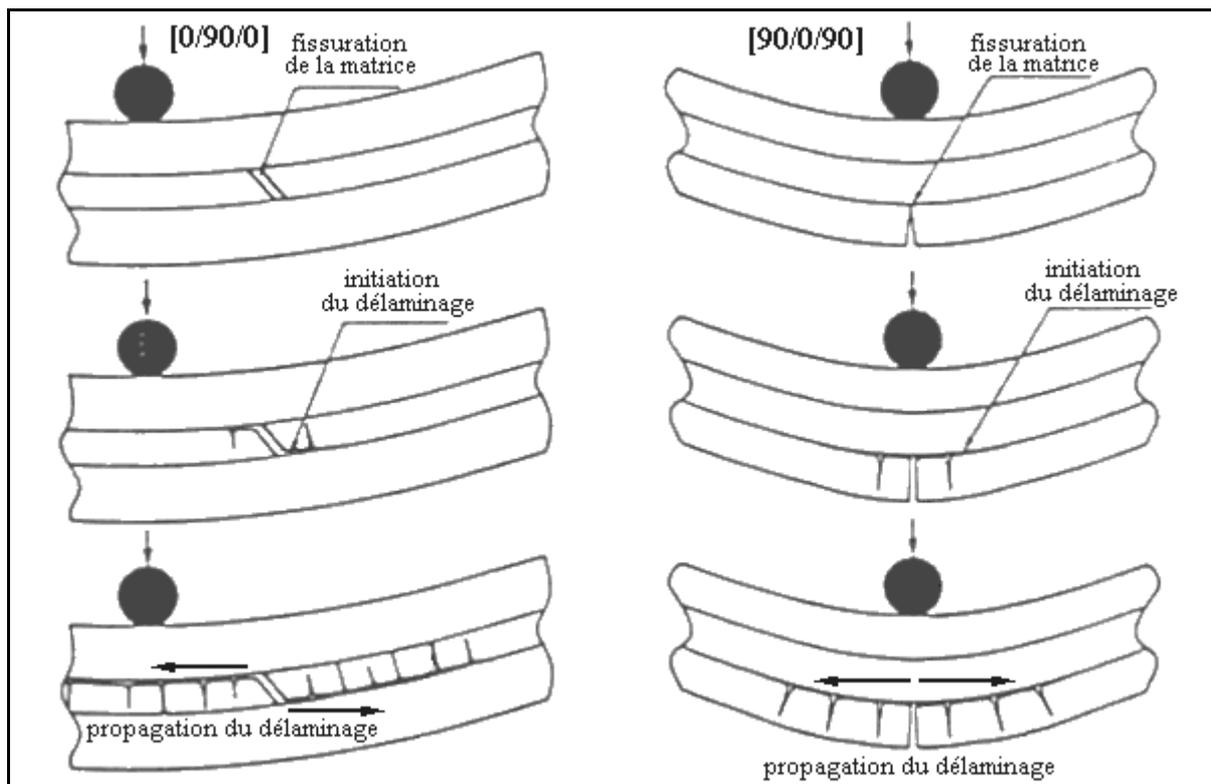
Les modèles de fissuration de la matrice sont nombreux, et plus ou moins complexes. Le choix d'un critère et d'un modèle de dégradation doit donc être adapté à la modélisation envisagée.

Dans le cas de l'impact sur pale, il est essentiel, pour la modélisation du longeron en verre-époxyde unidirectionnel, d'utiliser une loi de dégradation progressive afin de pouvoir représenter correctement l'évolution des dommages dans le longeron, même s'ils sont principalement dus à une sollicitation en compression.

### II.3.2 Délaminage

#### *II.3.2.1 Description*

Dans le cas de choc sur plaque composite, d'après [LIU 1988], le délaminage résulte de la différence entre les rigidités en flexion des plis adjacents. Il ne peut apparaître qu'en présence de fissurations dans la matrice, et plus précisément lorsque les plis de part et d'autre de l'interface sont endommagés par fissuration et que le pli inférieur est localement saturé en fissures : l'énergie due au choc passe alors dans l'ouverture d'une liaison moins forte : l'interface entre plis d'orientations différentes [BONINI 1995].



*figure II-5 : Délaminage sous impact*

La figure II-5 montre l'évolution du délaminage sous impact pour les cas de délaminage par cisaillement et par flexion.

Dans le cas du cisaillement, la fissuration est inclinée dans le pli. Elle se propage jusqu'à l'interface (changement de direction des fibres), puis entre les plis : c'est le délaminage. Ce délaminage est limité par les fissurations transverses du pli inférieur.

La fissuration verticale due à la flexion provoque, quand à elle, le délaminage dans l'interface la plus basse (opposée à l'impact). La propagation du délaminage n'y est pas limitée mais elle est stable et proportionnelle à l'effort appliqué.

### *II.3.2.2 Principaux critères existants*

Il existe également de nombreux critères pour le délaminage, souvent exprimés sous forme quadratique.

Hashin [HASHIN 1980] ne prend pas en compte le signe de  $\sigma_{33}$ , ce qui rend, à notre sens, peu applicable ce critère dans des zones de compression ( $\sigma_{33} < 0$ ). Ce critère s'écrit :

$$\left( \frac{\sigma_{33}}{\sigma_{DN}} \right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2}{\sigma_{DS}^2} \geq 1 \quad (\text{eq. II-26})$$

avec :  $\sigma_{DN}$  = résistance du pli à un effort normal

$\sigma_{DS}$  = résistance du pli au délaminage par cisaillement

Brewer et Lagace [BREWER 1988] ne prennent pas non plus en compte le signe de  $\sigma_{33}$ , et proposent un critère très proche de celui de Hashin, et identique au critère proposé par Chang

et Springer [BANERJEE 1992] :

$$\left(\frac{\sigma_{33}}{Z_T}\right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2}{S_{123}^2} + \frac{\sigma_{31}^2}{S_{31}^2} \geq 1 \quad (\text{eq. II-27})$$

avec :  $S_{13}$  = résistance en cisaillement dans le plan 13

$S_{123}$  = résistance au délaminage en cisaillement dans le plan 23

$Z_T$  = résistance en traction dans le sens de l'épaisseur

Certains auteurs, pour améliorer ces critères, prennent en compte le signe de la contrainte normale  $\sigma_{33}$ . Hou, Petrinic et Ruiz [HOU 2001] proposent même une amélioration du critère de Brewer et Lagace pour le délaminage, en tenant compte de l'effet bénéfique de la compression sur la tenue au délaminage, tout en autorisant le délaminage sous faible compression et fort cisaillement.

Ils distinguent alors 3 cas :

- cas où  $\sigma_{33} \geq 0$  : c'est le cas le plus favorable au délaminage :

$$\left(\frac{\sigma_{33}}{Z_T}\right)^2 + \frac{\sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2}{(\delta + d_{ms}d_{fs}) \cdot S_{13}^2} \geq 1 \quad (\text{eq. II-28})$$

- cas où  $-\sqrt{\frac{\sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2}{8}} \leq \sigma_{33} < 0$  : c'est le cas où malgré la compression, le délaminage peut avoir lieu, pourvu que le cisaillement soit assez important :

$$\frac{\sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2 - 8\sigma_{33}^2}{(\delta + d_{ms}d_{fs}) \cdot S_{13}^2} \geq 1 \quad (\text{eq. II-29})$$

- cas où  $-\sqrt{\frac{\sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2}{8}} > \sigma_{33}$  : pas de délaminage possible.

avec :  $S_{13}$  = résistance en cisaillement dans le plan 13

$Z_T$  = résistance en traction dans le sens de l'épaisseur

$d_{ms}$  = coefficient d'endommagement de la matrice en traction, varie de 0 à 1

$d_{fs}$  = coefficient d'endommagement en rupture de fibres, varie de 0 à 1

$\delta$  = ratio entre le cisaillement interlaminaire avant et après l'apparition de dommage dans la matrice ou les fibres.

Les différents travaux effectués sur les critères de délaminage ont donc mené à une nette amélioration du critère de délaminage de Brewer et Lagace. L'évolution de ce critère est résumé ci-dessous :

- critère n°1 : pas de prise en compte de l'effet bénéfique de la compression,
- critère n°2 : prise en compte en empêchant le délaminage sous compression,
- critère n°3 : possibilité de délaminer sous compression, par fort cisaillement transverse.

Les graphes de la figure II-6 illustrent cette évolution : le plan représente l'état de sollicitation, avec le cisaillement sur un axe, et la contrainte normale  $\sigma_{33}$  sur l'autre. En gris sont représentées les parties du plan pour lesquelles il peut y avoir délaminage.

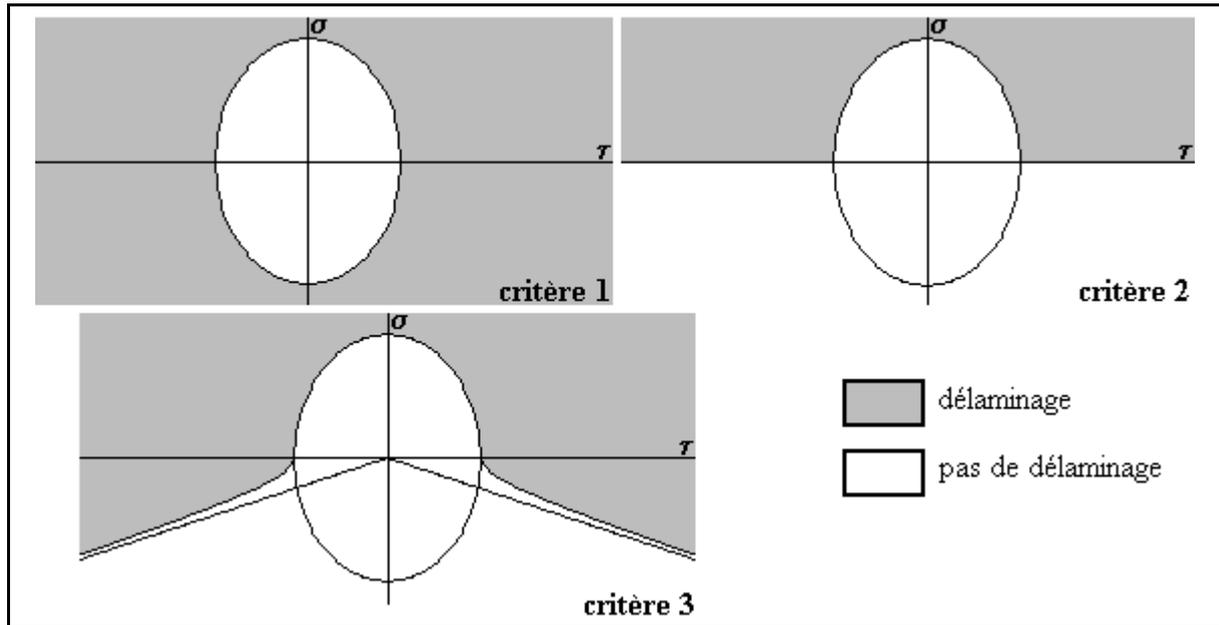


figure II-6 : Evolution du critère de Brewer et Lagace

Avec ces améliorations, ce critère semble très intéressant pour la modélisation de l'endommagement des stratifiés en tenant compte de l'effet des contraintes hors du plan.

Il semble notamment adapté aux problèmes des peaux au niveau du bord d'attaque des pales. En effet, le bord d'attaque est formé d'un longeron en composite unidirectionnel, recouvert d'une peau hybride carbone-époxyde et verre-époxyde, puis d'une couche de titane. Sous impact, les nombreuses interfaces entre les différents matériaux sont susceptibles de se dégrader et de conduire au décollement sous un chargement a priori complexe de compression et de cisaillement.

Il existe également des critères plus simples, comme celui de [ZHANG X. 1998] :

$$\sqrt{\sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2} \geq ILSS \text{ ou } \sigma_{33} > T_{3t} \quad (\text{eq. II-30})$$

avec :ILSS = résistance en cisaillement interlaminaire

$T_{3t}$  = résistance dans le sens de l'épaisseur

Ce critère ne permet pas de prendre en compte le couplage entre le cisaillement et la traction hors du plan. Il est nettement moins représentatif de la réalité physique du phénomène que les critères précédemment étudiés.

Finn et Springer [FINN 1993 (1)] proposent un critère basé sur les bilans d'énergie emmagasinée dans les plis, et nécessaire au délaminage. La modélisation selon Finn et Springer est développée dans le paragraphe suivant.

### II.3.2.3 Modélisation du délaminage

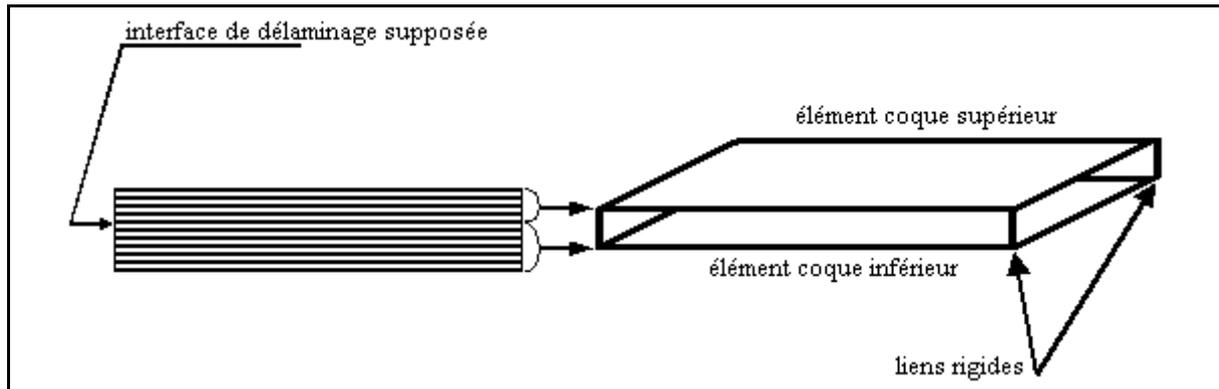
Les différentes modélisations éléments finis trouvées dans la littérature peuvent être regroupées en deux catégories :

- Séparation des plis : les plis, maillés indépendamment, sont reliés entre eux par des liens rigides entre les nœuds doubles des interfaces susceptibles de délaminer. La liaison entre deux nœuds est supprimée une fois que le critère de délaminage est atteint dans les nœuds ou éléments en question.

- Dégradation des propriétés : le délaminage est représenté par une dégradation de certaines grandeurs dans la matrice de rigidité de l'élément où le délaminage est détecté.

### Séparation des plis :

[ZHANG X. 1998] propose une modélisation simple : la méthode suppose connu le lieu du délaminage. Chacune des parties du stratifié au-dessus et au-dessous de l'interface supposée pour l'apparition du délaminage est représentée par un élément coque. Ces éléments sont reliés entre eux par des liens rigides (figure II-7). Le délaminage se produit lorsque l'un des critères présenté au paragraphe précédent est atteint.



*figure II-7 : Modélisation d'une plaque composite pour l'étude du délaminage par Zhang*

Fleming [FLEMING 1999] a étudié différentes méthodes utilisées pour la représentation du délaminage par la séparation des nœuds de l'interface.

- "Force based tied connections" :

Les nœuds de part et d'autre de l'interface sont liés entre eux par des éléments ressorts. Le critère de rupture utilisé est de la forme :

$$\left(\frac{F_N}{F_{Nc}}\right)^{a_n} + \left(\frac{F_S}{F_{Sc}}\right)^{a_s} \geq 1 \quad (\text{eq. II-31})$$

avec :  $F_N$  = force normale dans le lien rigide,

$F_S$  = force tangentielle,

$F_{Nc}$  = force normale de rupture,

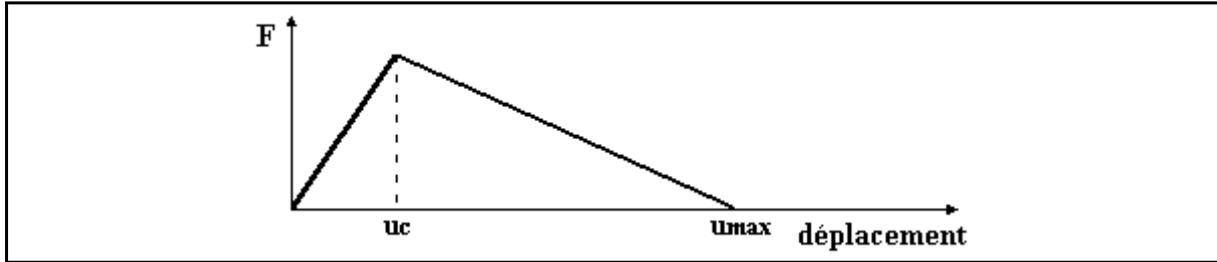
$F_{Sc}$  = force tangentielle de rupture,

$a_n, a_s$  = paramètres qui gouvernent l'interaction entre les modes de rupture.

Dans le cas d'un calcul de Double Cantilever Beam (solicitation en mode I),  $F_S$  est nulle et le critère se réduit à un simple critère de force maximale. Toutefois, la force  $F_{Nc}$  est difficile à déterminer. Elle est prise comme étant :  $F_{Nc} \approx \sigma_{ult} \cdot A_e$ , où  $A_e$  est l'aire de l'interface modélisée par le ressort, et  $\sigma_{ult}$  la résistance de la résine.

- "Cohesive fracture model" :

Dans ce cas, l'élément d'interface répond à une loi force-déplacement dont la forme est représentée sur la figure II-8. Cette loi évite une séparation brutale des nœuds et réduit ainsi les perturbations numériques et permet la dissipation de l'énergie du système.



*figure II-8 : Loi d'évolution de la force de liaison en fonction du déplacement*

- "Virtual crack closure technique" (VCCT) :

Cette méthode est basée sur l'hypothèse selon laquelle l'énergie nécessaire pour propager d'une quantité infinitésimale le front de fissure est équivalente au travail nécessaire pour ramener la fissure à sa longueur d'origine.

En éléments finis, les nœuds situés de part et d'autre de la fissure sont liés entre eux par un élément unidimensionnel, et le taux de restitution d'énergie en mode I peut s'écrire :

$$G_I = \frac{1}{2\Delta A} F_I (u_{sup} - u_{inf}) \quad (\text{eq. II-32})$$

avec :  $F_I$  = force dans l'élément d'interface dans la direction du mode I,

$u_{sup}$ ,  $u_{inf}$  = déplacements des nœuds de part et d'autre de l'interface dans la direction perpendiculaire à l'interface, immédiatement devant le front de fissure,

$\Delta A$  = incrément de surface de la fissure, lié à la taille de l'élément au front de fissure.

Les taux de restitution d'énergie en mode II et III s'expriment de façon analogue :

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta A} F_{II} (v_{sup} - v_{inf}) \quad (\text{eq. II-33})$$

$$G_{III} = \frac{1}{2\Delta A} F_{III} (w_{sup} - w_{inf}) \quad (\text{eq. II-34})$$

Le critère de rupture utilisé est :

$$\frac{G_I}{G_{Ic}} + \frac{G_{II}}{G_{IIc}} + \frac{G_{III}}{G_{IIIc}} = 1 \quad (\text{eq. II-35})$$

Cette méthode présente quelques limitations :

- la précision de  $G_I$ ,  $G_{II}$  et  $G_{III}$  augmente quand  $\Delta A$  diminue et impose ainsi la nécessité d'un maillage très fin à proximité du front de fissure.
- Cette méthode ne permet pas de modéliser la propagation générale du délaminage puisque le front de délaminage doit être aligné avec le maillage pour avoir des calculs précis des taux de restitution d'énergie. Un maillage adaptatif est requis dans ce cas là.
- Cette méthode, bien qu'elle donne des résultats plus précis, est très coûteuse en temps de calcul (7 fois plus lente que la méthode "Force based tied connections", 4 fois plus lente que "Cohesive fracture model" pour une simulation d'une Double Cantilever Beam).
- Les valeurs critiques des taux de restitution d'énergie doivent être déterminées par essais, et peuvent varier selon la vitesse de chargement pour certains composites.

Finn et Springer [FINN 1993 (1)] proposent également une modélisation 3D des stratifiés, et un critère de délaminage basé sur des hypothèses énergétiques, mais avec une

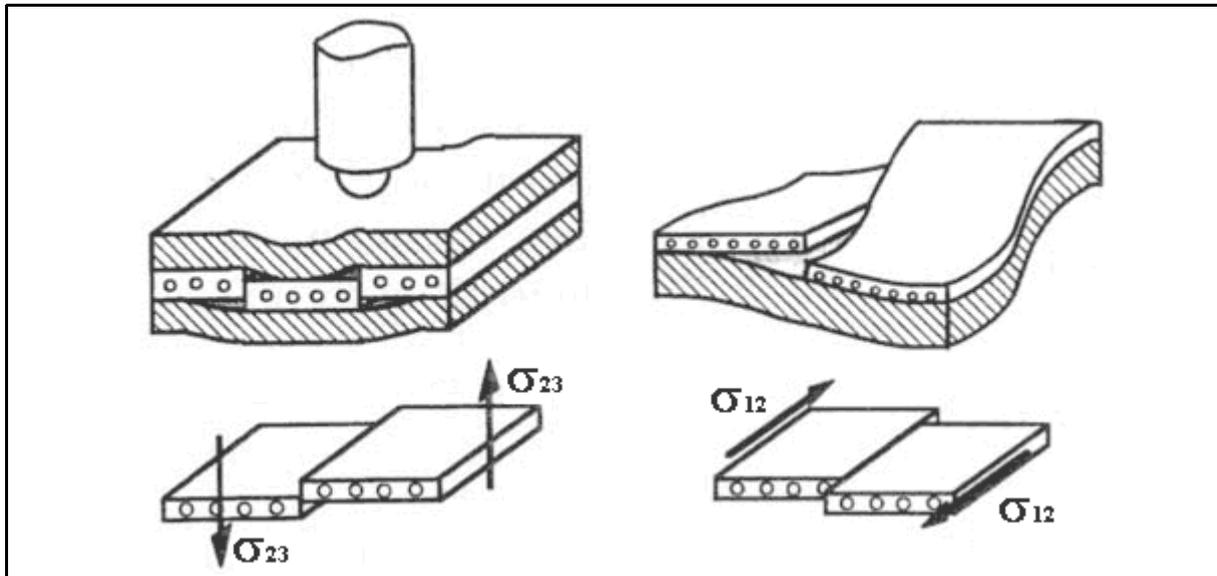
méthode de calcul différente.

Le délaminage a lieu quand l'énergie de déformation disponible à l'endroit du délaminage est supérieure à l'énergie nécessaire à l'initiation du délaminage. Cette hypothèse s'écrit :  $S \geq \Gamma dA$

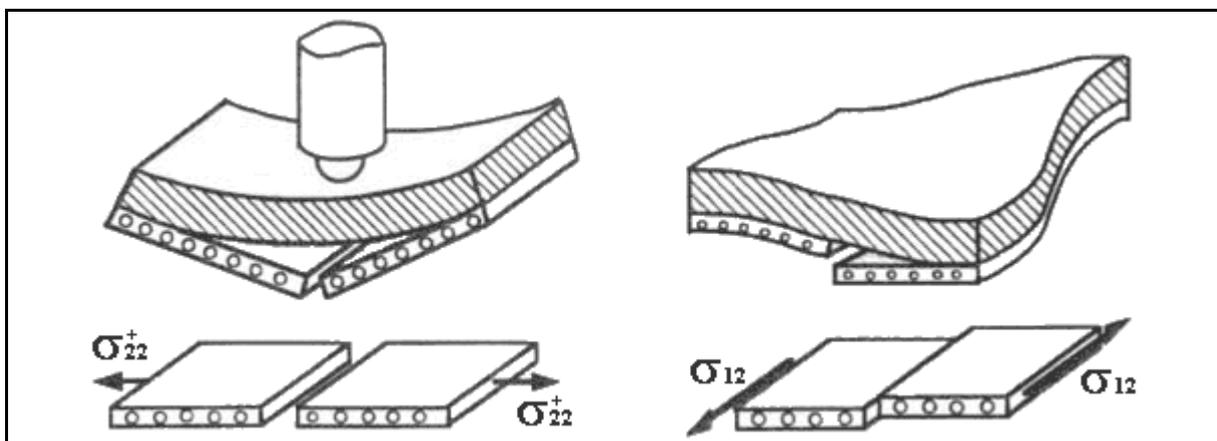
avec :  $S$  = énergie disponible pour produire un délaminage de la surface  $dA$ ,

$\Gamma$  = énergie nécessaire pour produire un délaminage de la surface  $dA$ .

La valeur de l'énergie  $\Gamma$  nécessaire pour délaminer une surface unité est prise égale à la valeur critique du taux de restitution d'énergie en mode I :  $G_{Ic}$ .



*figure II-9 : Les contraintes dans le pli supérieur provoquant l'apparition du délaminage*



*figure II-10 : Les contraintes dans le pli inférieur provoquant l'apparition du délaminage*

La véritable difficulté de ce modèle est de quantifier l'énergie disponible autour de la fissure. Pour les auteurs, les contraintes qui interviennent dans le calcul de l'énergie  $S$  sont celles qui contribuent à l'apparition du délaminage. Pour que le délaminage apparaisse au niveau d'une interface, il faut que les plis soient fissurés. Les contraintes qui peuvent alors participer au délaminage sont :

- $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{23}$  pour le groupe de plis se trouvant au-dessus de l'interface

-  $\sigma_{22}^+$  (uniquement  $\sigma_{22} > 0$ ) et  $\sigma_{12}$  pour le groupe de plis se trouvant au-dessous.

Les contraintes  $\sigma_{12}$  et  $\sigma_{23}$  dans le pli supérieur, et  $\sigma_{22}^+$  dans le pli inférieur ne peuvent participer au délaminage si l'autre interface du pli considéré est contrainte. Elles ne doivent alors pas être prises en compte dans le bilan d'énergie.

Les figure II-9 et figure II-10 illustrent ces hypothèses.

Le critère s'écrit alors :

$$S = \frac{1}{2} \int_{h_t} \int_{A_1 + A_2 + \dots + A_n} (\sigma_{23} \cdot \gamma_{23} + \Omega \cdot \sigma_{12} \cdot \gamma_{12}) dAdz \quad (\text{eq. II-36})$$

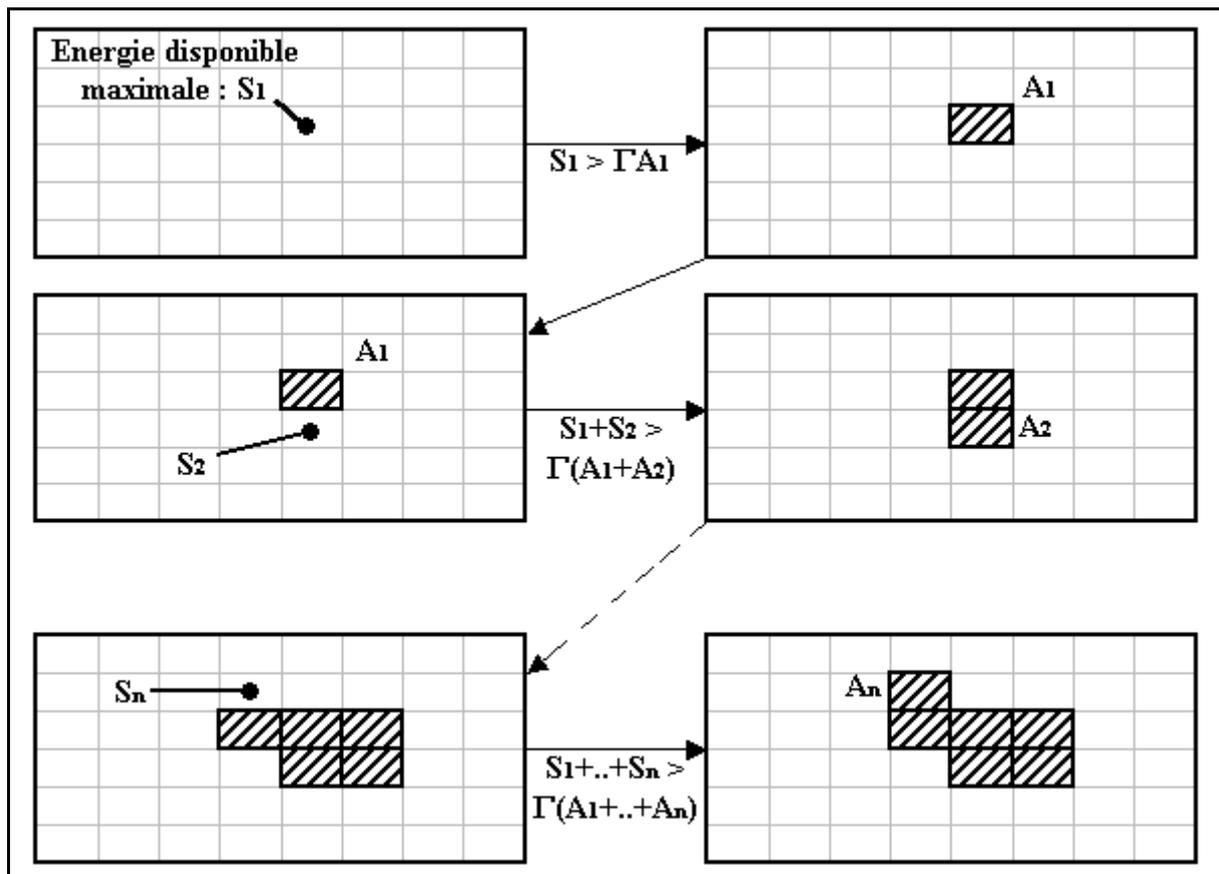
$$+ \frac{1}{2} \int_{h_b} \int_{A_1 + A_2 + \dots + A_n} \Omega \cdot (\sigma_{22}^{sup} \cdot \varepsilon_{22} + \sigma_{12} \cdot \gamma_{12}) dAdz \geq \Gamma(A_1 + A_2 + \dots + A_n)$$

avec :  $A_1, A_2, \dots, A_n =$  surfaces des éléments dans le plan de la plaque,

$\Omega = 1$  si l'autre interface du pli n'est pas contrainte,

$\Omega = 0$  si l'autre interface du pli est contrainte,

$h_t$  et  $h_b =$  épaisseurs des groupes de plis fissurés pris en compte au dessus et en dessous de l'interface.



*figure II-11 : Méthode de Finn et Springer : visualisation de l'évolution de la surface délaminée dans une interface*

La méthode est donc la suivante : lorsque des plis sont fissurés, le calcul de l'énergie disponible est effectué. Il est comparé à l'énergie nécessaire pour délaminer une certaine

surface A. Cette surface n'étant pas connue a priori, le calcul est donc réalisé par itération, à partir de l'élément où le délaminage est le plus probable (énergie disponible la plus grande). La surface de cette élément ( $A_1$ ) est connue. Si le critère est vérifié pour  $A_1$ , cela signifie que le délaminage peut avoir lieu. La recherche est alors étendue sur les éléments proches de  $A_1$ , tant que le critère est vérifié (figure II-11).

Tout cela ce passe dans un seul pas de temps, et l'ensemble des interfaces susceptibles de délaminer sont soumises aux mêmes calculs. Au pas de temps suivant, ce calcul est effectué à nouveau. Ainsi, cette méthode sert à la fois à l'initiation et à la propagation du délaminage.

Cette méthode permet de déterminer l'endroit, la forme et la taille de la zone délaminée. Cependant, Finn et Springer ne prennent pas en compte le rôle de la contrainte  $\sigma_{33}$  dans l'ouverture de la fissure en délaminage.

La méthode reste très intéressante, mais nécessite de faire des itérations pour la recherche de la surface délaminée, dans un même pas de temps, ce qui induit des temps de calcul importants, et limite donc ses possibilités d'utilisation en dynamique rapide. Pour les chargements statiques, c'est un problème moindre qui en fait une bonne méthode.

Le problème majeur de ces méthodes est qu'elles ne prennent pas en compte la dégradation des propriétés des matériaux lors du chargement, mais uniquement la séparation des plis lors du délaminage.

Pour des calculs d'ouverture, comme dans le cas de Double Cantilever Beam, la dégradation dans les plis est faible ou peu influente sur le comportement global de la structure, mais lors d'impacts sur stratifiés, il peut s'avérer essentiel de prendre en compte la dégradation des matériaux dans les plis, et notamment la fissuration dans la matrice, pour répartir les flux d'efforts de manière réaliste.

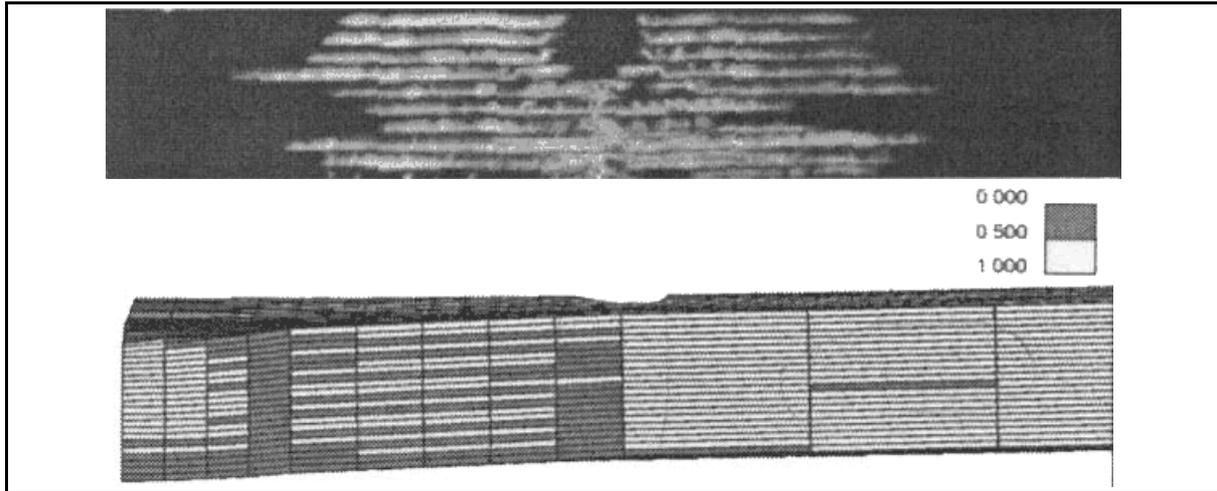
C'est pour cela que des auteurs se sont intéressés à des modèles plus complexes tenant compte des dégradations.

### **Dégradation des propriétés :**

Le délaminage est donc représenté chez certains auteurs par une réduction des propriétés mécaniques dans les plis, ce qui implique la réduction des contraintes correspondantes.

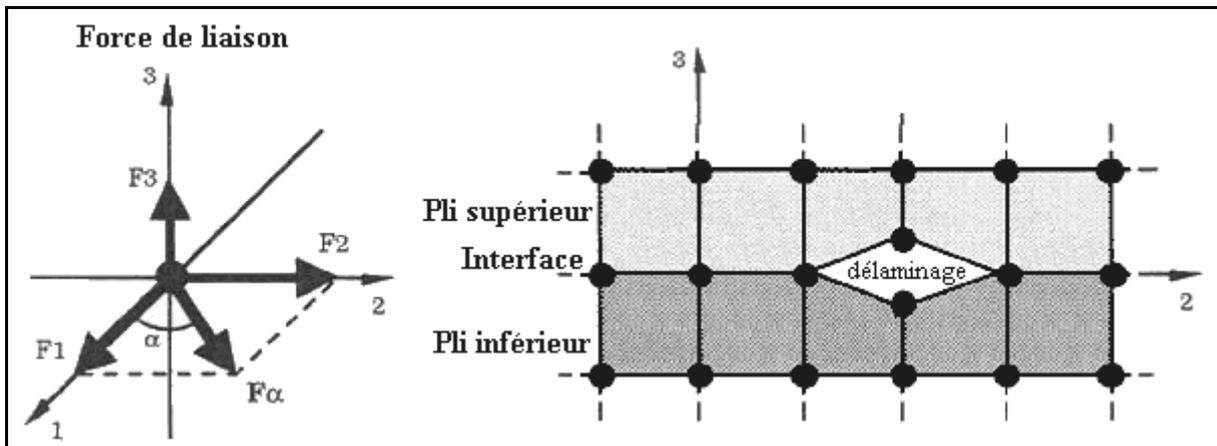
Hou et Al [HOU 2001], modélisent une plaque composite au moyen d'un élément solide (8 nœuds) dans l'épaisseur d'un pli. Les caractéristiques mécaniques des éléments sont progressivement réduites à zéro pour simuler la baisse des contraintes  $\sigma_{33}$  (pour  $\sigma_{33} > 0$ ),  $\sigma_{13}$  et  $\sigma_{23}$  dans les éléments où le critère de délaminage, présenté dans le paragraphe précédent, est atteint. Notons tout de même que Hou et Al ne définissent pas d'interface entre les plis, et que les critères sont par conséquent appliqués aux éléments. Cette modélisation, ne faisant pas apparaître précisément la séparation des plis, mais la simulant par une dégradation des modules, est mieux adaptée aux impacts sur plaques épaisses, pour lesquelles les déplacements sont faibles, et dans lesquelles le délaminage n'induit pas des ouvertures entre les plis.

Hou compare les calculs numériques à un essai (figure II-12) en regardant la forme du dommage observé dans la plaque. Les résultats numériques semblent bien corrélés les essais. Les critères proposés par Hou et Al sont donc intéressants, notamment pour la modélisation de l'endommagement au niveau du bord d'attaque dans le cas de l'étude de l'impact sur pale.



*figure II-12 : Comparaison du résultat d'essai avec le résultat numérique obtenu par Hou et al*

Bonini [BONINI 1995] propose une approche plus complète. Il modélise les stratifiés par des éléments 3D, avec un élément par pli. Les éléments sont reliés par des nœuds doubles aux interfaces. Ces nœuds sont soumis à une condition d'assemblage qui porte sur l'égalité des accélérations dans les trois directions de l'espace. Cette condition est assurée par une force de liaison calculée par la méthode des multiplicateurs de Lagrange dans les trois directions de l'espace.



*figure II-13 : Modélisation du délaminage par Bonini*

Le délaminage est représenté par une perte de contact entre deux nœuds de l'interface (figure II-13). Il apparaît lorsque, d'une part, un élément du pli supérieur adjacent au nœud double est fissuré et tous les éléments du pli inférieur adjacents à ce nœud sont saturés en fissures, et d'autre part, lorsque la force de liaison dépasse une valeur critique au nœud double. Des conditions de contact sont également appliquées aux nœuds de l'interface pour que, une fois décollés, les deux plis séparés ne puissent s'interpénétrer.

Le nombre critique de fissure dans l'élément ainsi que la force critique de liaison sont déterminés d'une façon expérimentale et numérique (approche hybride). Un paramètre d'endommagement permet de dégrader les caractéristiques mécaniques de la matrice si elle est endommagée au cours du chargement.

Walrick [WALRICK 1999] emploie un élément coque multicouche pour représenter les plis de la plaque composite à modéliser. Ce type d'élément, ne donnant pas accès à  $\sigma_{33}$ , ne peut subir du délaminage qu'en modes II et III. Une interface mince en résine est intégrée dans l'élément entre les plis sensibles au délaminage. L'endommagement de l'interface se fait à travers les variables d'endommagement  $d$  et  $d'$  affectant la matrice de rigidité de la façon suivante :

dans le cas de traction transverse avec fissuration ( $\sigma_{22} > 0$ ) :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}^0}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0 (1 - d')} & \frac{\nu_{21}^0 E_{11}^0 (1 - d')}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0 (1 - d')} & 0 \\ \frac{\nu_{12}^0 E_{22}^0 (1 - d')}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0 (1 - d')} & \frac{E_{22}^0 (1 - d')}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0 (1 - d')} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12}^0 (1 - d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{eq. II-37})$$

dans le cas de la compression transverse ( $\sigma_{22} < 0$ ), seul le cisaillement est source d'endommagement :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}^0}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0} & \frac{\nu_{21}^0 E_{11}^0}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0} & 0 \\ \frac{\nu_{12}^0 E_{22}^0}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0} & \frac{E_{22}^0}{1 - \nu_{12}^0 \nu_{21}^0} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12}^0 (1 - d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ 2\varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{eq. II-38})$$

Les variables  $d$  et  $d'$  suivent des lois d'évolution de l'endommagement décrites par Ladevèze et Al, dont les paramètres sont déterminés expérimentalement [ALLIX 1993].

La méthode de détection et de suivi du délaminage repose sur le suivi de l'évolution de la densité d'énergie au niveau de l'interface. Celle-ci s'écrit en fonction des contraintes principales de la façon suivante :

$$\frac{dW}{dv} = \frac{1 + \nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] + \frac{1 - 2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \quad (\text{eq. II-39})$$

Ce critère prend bien en compte les variables d'endommagement présentes, de façon implicite, par le calcul des contraintes.

Ce critère est couplé au critère de Tsai-Hill. Le délaminage se traduit par une augmentation brutale des variables d'endommagement jusqu'à une valeur voisine de 1 lorsqu'une chute supérieure à 20% de la densité d'énergie et une valeur supérieur à 0.1 du critère de Tsai-Hill sont détectées simultanément. Ces valeurs critiques sont déterminées de façon empirique.

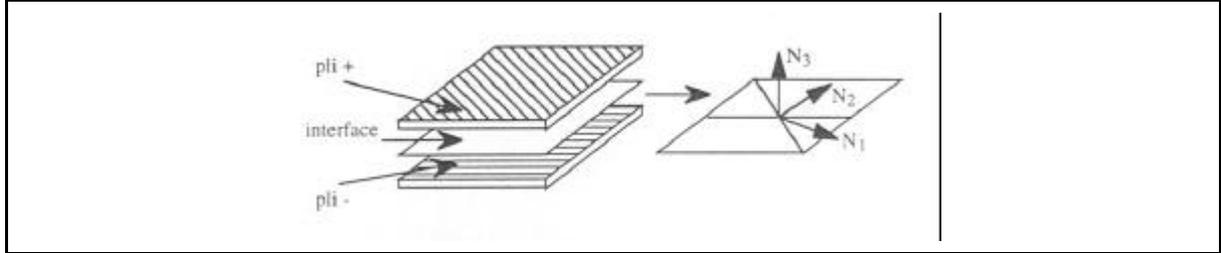
Pour décrire le comportement endommageable des composites, Ladevèze et Allix ([ALLIX 1993]) utilisent des méso-modèles, et s'appuient sur la thermodynamique des processus irréversibles, où l'état du matériau peut être déterminé par la connaissance de certaines variables internes. Dans le cas élastique-endommageable isotherme, il s'agit de la déformation  $\varepsilon$  et des variables d'endommagement  $d_i$ .

La modélisation s'effectue à l'échelle mésoscopique du stratifié, c'est à dire à l'échelle du pli élémentaire supposé homogène dans son épaisseur. Le matériau est donc défini par deux

constituants élémentaires : la monocouche et l'interface.

La monocouche subit des détériorations telles que les microfissurations de la matrice, la décohésion fibre-matrice et la rupture de fibre, tandis que l'interface sert à modéliser le délaminage dans les modes I, II et III.

En ce qui concerne la modélisation de l'interface interlaminaire, trois directions d'orthotropie,  $N_1$ ,  $N_2$  et  $N_3$ , sont définies,  $N_1$  et  $N_2$  étant les bissectrices des directions des fibres des couches adjacentes (figure II-14).



**figure II-14 : Définition des directions d'orthotropie dans l'interface**

Pour une interface non endommagée, l'énergie de déformation s'écrit :

$$E_D = \frac{1}{2} \cdot [k_3^0 [U_3]^2 + k_1^0 [U_1]^2 + k_2^0 [U_2]^2] = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_{33}^2}{k_3^0} + \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0} + \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0} \right] \quad (\text{eq. II-40})$$

[U] étant la différence de déplacement des surfaces inférieure et supérieure des couches adjacentes, avec :  $[U] = U^+ - U^- = [U_1] \cdot N_1 + [U_2] \cdot N_2 + [U_3] \cdot N_3$ , et  $k_1^0$ ,  $k_2^0$ ,  $k_3^0$  sont les raideurs élastiques de l'interface ( $k_1^0 = k_2^0 = k_3^0 = 0$  implique une décohésion complète entre les couches;  $k_1^0 = k_2^0 = k_3^0 = +\infty$  implique une liaison parfaite entre les couches).

La relation entre les contraintes et les sauts de déplacement dans la base d'orthotropie de l'interface s'écrit :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1^0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2^0 & 0 \\ 0 & 0 & k_3^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [U_1] \\ [U_2] \\ [U_3] \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k_1^0 = 2G_{13}/e \\ k_2^0 = 2G_{23}/e \\ k_3^0 = E_3/e \end{cases} \quad (\text{eq. II-41})$$

L'énergie de déformation de l'interface endommagée s'écrit :

$$E_D = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{(\sigma_{33})_{sup}^2}{k_3^0(1-d_3)} + \frac{(-\sigma_{33})_{sup}^2}{k_3^0} + \frac{\sigma_{31}^2}{k_1^0(1-d_1)} + \frac{\sigma_{32}^2}{k_2^0(1-d_2)} \right] \quad (\text{eq. II-42})$$

où  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$  sont les variables d'endommagement associées aux trois modes d'ouverture des microfissures selon les directions principales de l'interface.

Les forces thermodynamiques associées aux trois variables d'endommagement au sens du second principe de la thermodynamique sont les suivantes :

$$Y_{d3} = \left. \frac{\partial E_D}{\partial d_3} \right|_{\sigma = cst} = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_{33})_{sup}^2}{k_3^0(1-d_3)^2} \quad \text{Mode I}$$

$$Y_{d2} = \left. \frac{\partial E_D}{\partial d_2} \right|_{\sigma = cst} = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_{32})_{sup}^2}{k_2^0 (1 - d_2)^2} \quad \text{Mode II} \quad (\text{eq. II-43})$$

$$Y_{d1} = \left. \frac{\partial E_D}{\partial d_1} \right|_{\sigma = cst} = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_{31})_{sup}^2}{k_1^0 (1 - 1)^2} \quad \text{Mode III}$$

La variable qui pilote l'évolution des endommagements est définie de la façon suivante :

$$\underline{Y} = (\underline{Y}_{d3} + \gamma_1 \underline{Y}_{d1} + \gamma_2 \underline{Y}_{d2}) \quad \text{avec} \quad \underline{Y}_{di} \Big|_t = \sup_{\tau \leq t} Y_{di} \Big|_\tau \quad (\text{eq. II-44})$$

$\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des paramètres de couplage. Les lois d'évolution de l'endommagement sont alors définies par :

$$\begin{aligned} d_3 = d_1 = d_2 = w(\underline{Y}) & \quad \text{si } d_3 < 1 \\ d_3 = d_1 = d_2 = 1 & \quad \text{sinon} \end{aligned} \quad (\text{eq. II-45})$$

$$\text{avec } w(\underline{Y}) = \frac{(\sqrt{\underline{Y}} - \sqrt{Y_0})}{\sqrt{Y_c} - \sqrt{Y_0}}, \text{ si } Y > Y_0, w(\underline{Y}) = 0 \text{ sinon.} \quad (\text{eq. II-46})$$

$Y_0$  représente le seuil d'énergie d'endommagement,  $Y_c$  représente l'énergie critique d'endommagement. Les paramètres  $Y_0$ ,  $Y_c$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont déterminés expérimentalement.

Pour améliorer le modèle en dynamique rapide, Ladevèze a également proposé un modèle avec effet de retard qui consiste à décrire l'évolution du paramètre  $d$  en considérant que la vitesse d'endommagement est fonction de l'état du matériau, donc qu'un certain délai existe dans l'évolution de l'endommagement.

Dans un cadre simple unidimensionnel, si la loi d'évolution sans effet de retard s'écrit :

$$\begin{aligned} d &= w(\underline{Y}) & \text{si } d < 1, \\ d &= 1 & \text{sinon,} \end{aligned} \quad (\text{eq. II-47})$$

avec un effet de retard, la loi d'évolution s'écrit Deü [DEÜ 1997] :

$$\begin{aligned} \dot{d} &= \frac{k}{a} [1 - \exp(-a \langle w(Y) - d \rangle)] & \text{si } d < 1, \\ d &= 1 & \text{sinon.} \end{aligned} \quad (\text{eq. II-48})$$

$k$  et  $a$  sont les paramètres qui caractérisent l'effet retard.

Cette modélisation impose un taux maximum d'endommagement ( $k/a$ ) caractéristique du matériau étudié, évitant ainsi, pour des problèmes d'impact sévères, d'avoir une vitesse d'endommagement trop élevée rendant inefficace l'effet retard.

L'avantage de ces modèles est une bonne prédiction des phénomènes d'endommagement et de délaminage, et une adaptation possible de ce modèle aussi bien à des modélisations pli par pli 3D, ou à des modèles de type multicouches.

La détermination des nombreux paramètres peut par contre s'avérer complexe.

#### II.3.2.4 Conclusion

Malgré le problème de la taille du maillage soulevé au chapitre précédent, les nombreux modèles présentés dans ce paragraphes offrent une large palette d'utilisation. Peut-être quelques adaptations seront nécessaires pour adapter ces modèles au cas de l'impact sur pale, mais d'ores et déjà, les modèles issus des études de Ladevèze semblent intéressants pour l'étude du décollement, que ce soit au niveau du bord d'attaque ou bien au niveau des peaux

sur le matériau de remplissage de l'âme (mousse).

### II.3.3 Rupture de fibre :

#### II.3.3.1 Description

Dans l'ensemble du processus d'endommagement, la rupture de fibres intervient généralement après la fissuration de la matrice et après le délaminage. Dans les cas d'impact, on détecte une rupture de fibre sous l'impacteur due à des contraintes locales élevées, et sur la face non impactée due à des contraintes de flexion élevées.

#### II.3.3.2 Principaux critères existants

La formulation des critères est souvent proche de celle observée pour l'endommagement de la matrice. Les contraintes à considérer sont les contraintes normales dans le sens de la fibre et les contraintes de cisaillement dans les plans contenant la fibre, à savoir  $\sigma_{12}$  et  $\sigma_{13}$ .

Le critère proposé par Chang-Chang [CHANG 1987] ne prend en compte que les contraintes dans le plan du pli :

$$e_f^2 = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S_{12}}\right)^2 \geq 1 \quad (\text{eq. II-49})$$

avec :  $X_T$  = résistance à la traction dans le sens des fibres

$S_{12}$  = résistance au cisaillement dans le plan du pli

[HOU 2000] propose également une modification de ce critère, pour prendre en compte la contrainte de cisaillement  $\sigma_{13}$ , en considération qu'elle a le même effet que  $\sigma_{12}$ . Il faut noter aussi que la résistance au cisaillement pour la rupture de fibre est prise indépendamment de celle de la matrice.

$$e_f^2 = \left(\frac{\sigma_{11}}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2}{S_f^2}\right)^2 \geq 1 \quad (\text{eq. II-50})$$

avec :  $S_f$  = résistance de la fibre au cisaillement

Pour la modélisation, les mêmes réflexions que pour la matrice peuvent être faites. La mise à jour des contraintes suite à une rupture de fibres peut se faire en dégradant les propriétés mécaniques du pli concernées par la rupture des fibres, selon une loi appropriée, du type de celles discutées pour l'endommagement de la matrice.

Ces critères sont exprimés en contraintes. Il pourrait toutefois être intéressant de rechercher des critères en déformation pour la rupture des fibres, plus simples à mettre en oeuvre.

### II.3.4 Conclusion

Il existe de nombreux modèles pour la modélisation des stratifiés. Les modèles les plus réalistes utilisables dans les codes explicites sont sans doute les critères de types quadratiques ou bien les modélisations selon la mécanique de l'endommagement

([ALLIX 1993]). Ils donnent de très bons résultats dans des applications spécifiques, mais nécessitent un maillage relativement fin de la structure.

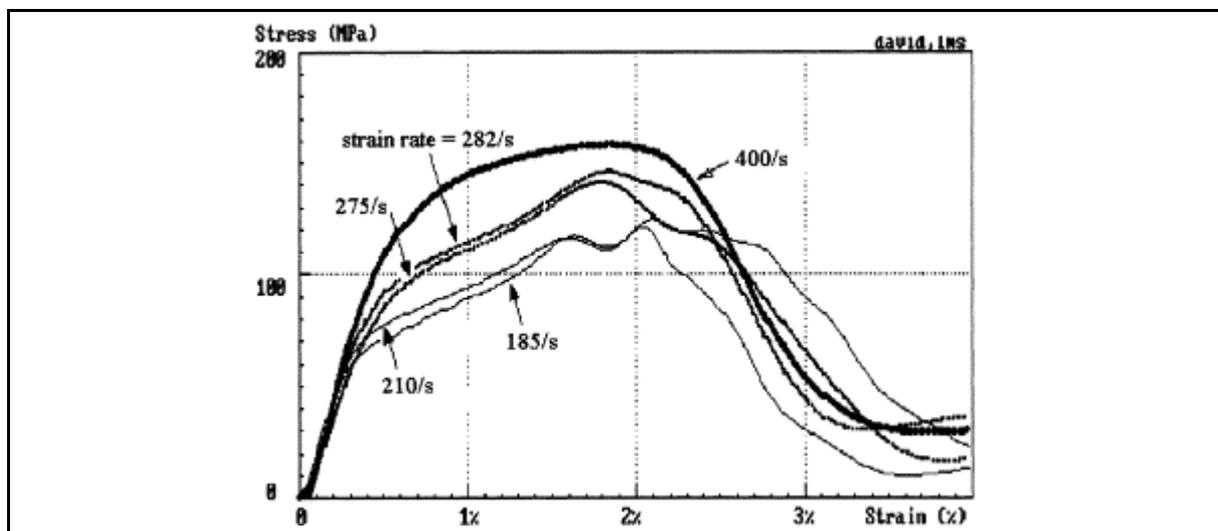
Les modèles basés sur les énergies disponibles pour faire propager les décollements sont également intéressants ([FINN 1993 (1)]), mais souvent difficiles à appliquer, dans un code explicite, car ils nécessitent plusieurs itérations à l'intérieur même d'un cycle de calcul, ce qui augmente les coûts CPU.

Les modèles de délaminage, et plus spécifiquement ceux dérivés de la mécanique de l'endommagement ([ALLIX 1993]) semblent également intéressants pour la modélisation du décollement des peaux reposant sur la mousse. En effet, il est possible d'interpréter le décollement comme la rupture d'une interface, et de lui appliquer des modèles d'endommagement similaires à ceux définis pour le délaminage.

## II.4 INFLUENCE DE LA DYNAMIQUE SUR LES MATÉRIAUX COMPOSITES

La phase de caractérisation des matériaux est une étape essentielle pour toute modélisation. Elle permet de récupérer l'ensemble des données mécaniques, et paramètres de lois nécessaires à l'établissement d'un modèle de loi matériau. Cette phase est d'autant plus importante pour les études d'impact que les caractéristiques mécaniques des matériaux évoluent avec les vitesses de déformation auxquelles ils sont soumis.

Il est avéré depuis longtemps déjà que les caractéristiques mécaniques des matériaux évoluent avec la vitesse de déformation à laquelle ils sont soumis. La figure II-15 montre l'évolution de la loi de comportement d'un stratifié de composite verre-époxyde avec la vitesse de déformation, qui proviennent d'une étude de [GARY 1999 (2)]. Pour obtenir des vitesses de déformation de l'ordre de 100 à 1000  $s^{-1}$ , les essais sont le plus souvent réalisés sur un dispositif de barres de Hopkinson. Ce moyen d'essais est présenté au paragraphe III.2.



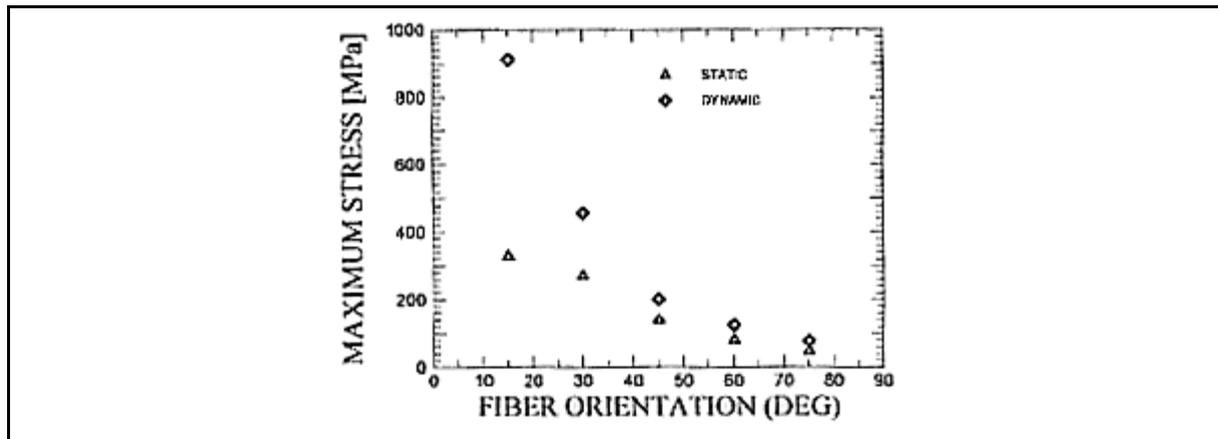
*figure II-15 : Dépendance de la loi de comportement avec la vitesse de déformation*

Depuis plus de vingt ans, de nombreux essais ont été réalisés pour évaluer la dépendance des matériaux composites à la vitesse de déformation. Les matériaux les plus souvent étudiés sont les carbone-époxyde et verre-époxyde, mais il existe également des travaux sur des composites plus spécifiques, comme l'étude en traction d'un SiC/6061 (fibre de carbure de silicium dans une matrice d'aluminium 6061) par [ROSS 1983].

Globalement, l'ensemble de ces études montrent une dépendance des composites avec la vitesse de déformation, surtout en compression. [HARDING 1983] montre au cours d'une étude en traction dynamique l'indépendance à la vitesse de déformation d'un carbone-époxyde unidirectionnel sollicité dans le sens des fibres, alors qu'un verre-époxyde sollicité dans les mêmes conditions est très dépendant.

Les travaux de [STAAB 1993] sur du verre-époxyde et plus récemment de [JADHAV 2002] sur du carbone-époxyde montrent une forte dépendance à la vitesse de déformation, et explorent, pour chacun de ces matériaux, la réponse en compression dynamique de stratifiés équilibrés formés de plis orientés à plus ou moins  $\alpha$ , où  $\alpha$  évolue de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ , par paliers de  $15^\circ$ . Le résultat pour le verre-époxyde est représenté sur la figure II-16. La contrainte maximale  $y$  est représentée en fonction de l'orientation des plis, pour des sollicitation statiques

et dynamiques.



*figure II-16 : Evolution de la contrainte normale maximale en fonction de l'orientation des fibres d'un stratifié équilibré en verre-époxyde*

Le résultat est similaire pour le carbone. Dans tous les cas, l'augmentation de la vitesse de déformation entraîne une augmentation de la contrainte maximale dans l'échantillon testé. Pour [JADHAV 2002], en dynamique, cette augmentation s'explique par le fait que l'endommagement n'a pas assez de temps pour s'initier et se propager. Il observe également que pour ce type d'éprouvettes, l'endommagement se produit principalement en délaminage et en fissuration de la matrice.

[LATAILLADE 1993] montre à partir d'essais sur éprouvettes à  $\pm 45^\circ$  en verre-époxyde, que les paramètres liés à la contrainte de cisaillement intralaminare augmentent avec la vitesse de déformation selon une loi logarithmique. Plus encore, l'initiation des dommages sous une telle sollicitation augmente logarithmiquement, alors que le taux de propagation, lui, diminue selon une loi semblable.

De nombreux travaux ont donc été menés, avec de nombreux essais, mais le comportement des stratifiés quelconques en dynamique pose encore de nombreuses questions. Des études ont lieu sur des modèles d'endommagement des composites sous sollicitations dynamiques, mais il n'est pas possible actuellement de déterminer le comportement d'un stratifié à partir de la seule connaissance des caractéristiques des plis le constituant.

C'est pourquoi des essais ont été réalisés au laboratoire. Les matériaux utilisés y ont été testés, et les résultats sont donnés dans le chapitre III. Les besoins principaux sont essentiellement de caractériser l'unidirectionnel du bord d'attaque, puisque c'est la partie de la structure où les plus grandes vitesse de déformation sont observées. Il est également intéressant de caractériser les peaux, à travers lesquelles les efforts transitent, et qui sont également soumises à de fortes contraintes, à grande vitesse de déformation.

## II.5 ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE FLAMBAGE

Outre la résistance pure en compression, l'un des problèmes dimensionnant des structures soumises à un état de compression est la résistance au flambage. Lors d'un impact sur une pale d'hélicoptère, de fortes contraintes de compression sont observées dans les peaux, pouvant mener à un flambage local. Ce paragraphe s'intéresse aux modélisations existantes du flambage, et à son évolution pour des sollicitations dynamiques.

### II.5.1 Flambage des structures sous sollicitation statique

#### II.5.1.1 Différents types de flambage de structures sandwich

Comme montré précédemment, les pale d'hélicoptère sont des structures sandwich. Leur large utilisation dans le domaine de l'aéronautique est due au bon rapport rigidité / masse qu'elles offrent. Cependant, par leur constitution même, c'est à dire la juxtaposition de peaux sur une âme de caractéristiques mécaniques plus faible, les sandwichs peuvent présenter diverses sources d'instabilité, présentées sur la figure II-17 :

- instabilité globale, de type Euler
- shear crimping : instabilité locale de l'âme en cisaillement transverse
- wrinkling : instabilité locale des peaux
- face dimpling : instabilité locale observée pour les âmes de type Nida

Dans l'étude des pales, c'est l'instabilité locale des peaux (wrinkling) qui est susceptible d'apparaître et de déclencher le phénomène de décollement des peaux. La suite de ce chapitre concernera donc le flambage local des peaux, et plus particulièrement le mode local symétrique.

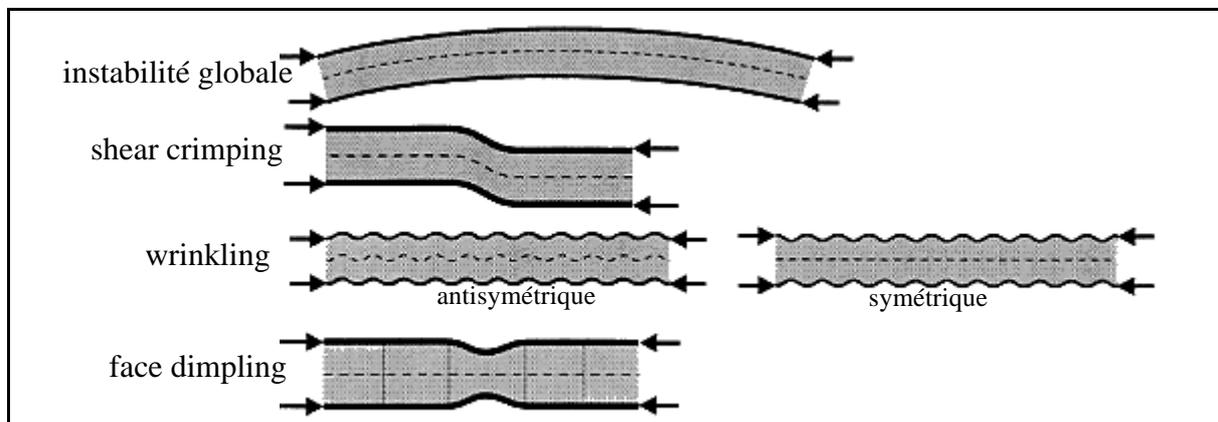


figure II-17 : Instabilités dans les sandwichs

#### II.5.1.2 Flambage local des peaux

Les premiers travaux sur les instabilités dans les sandwichs datent des années 40, et ont été repris par [ALLEN 1969], dont les travaux font encore référence aujourd'hui pour le calcul des contraintes critiques en wrinkling.

Par raison de symétrie, l'étude du flambage local symétrique de structures de type sandwich revient à envisager l'instabilité d'une peau reposant sur une fondation élastique.

Une modélisation simple, dite de type Winkler revient à considérer le milieu élastique comme une succession de ressorts (figure II-18). Soit  $K_y$  la raideur linéique de la fondation, l'effort

critique s'exprime alors par ([TIMOSCHENKO 1966], [ALLEN 1969]) :

$$F_c = 2 \cdot \sqrt{K_y \cdot E_p \cdot I_z} \text{ avec } K_y = \frac{b \cdot E_m}{h} \quad (\text{eq. II-51})$$

Les notations utilisées sont usuelles. Les indices m et p renvoient respectivement à l'âme (en mousse) et à la peau. La peau a une rigidité de flexion  $I_z$ , pour une largeur b. L'épaisseur de la fondation élastique est h.

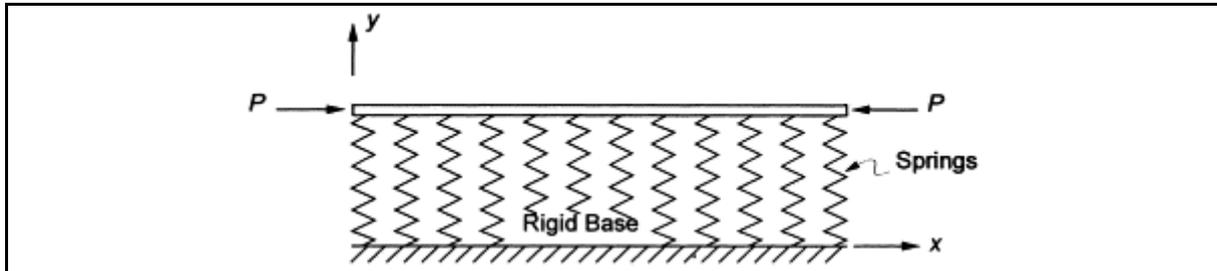


figure II-18 : Modèle de type Winkler

L'utilisation de ressorts pour modéliser l'âme ne permet de représenter qu'une évolution linéaire des déplacements dans l'âme, et le cisaillement transverse n'est pas pris en compte. Ce modèle est suffisant pour des longueurs d'ondes moyennes ( $\lambda > 3h$ ), mais atteint ses limites lorsque les longueurs d'onde diminuent. Il est possible d'améliorer la modélisation en ajoutant des ressorts  $K_{xy}$  pour prendre en compte le cisaillement au sein de l'âme, mais l'identification des raideurs devient alors difficile [AIELLO 1997].

Hoff et Mautner [HOFF 1945], puis Allen [ALLEN 1969], ont travaillé sur des modélisations avec représentation continue de la mousse. Les contraintes au sein de la mousse sont représentées au moyen de fonctions d'Airy, et les auteurs aboutissent à l'expression classique, encore largement utilisée aujourd'hui :

$$\sigma_{critique} = Q \cdot \sqrt{E_p \cdot E_m \cdot G_m} + Q_1 \cdot G_m \quad (\text{eq. II-52})$$

Dans les utilisations usuelles des sandwichs, le second terme de l'expression peut être négligé par rapport au premier.

La détermination du coefficient Q dépend directement de l'expression des fonctions d'Airy dans l'âme. Allen détermine Q et  $Q_1$  en fonction du coefficient de Poisson de l'âme : Q varie peu autour de la valeur de 0.78, alors que  $Q_1$  varie entre 0.2 et 0.33.

Récemment, [LEOTOING 2001] a proposé une méthode originale, formulée en déplacements, dans le cadre d'une étude sur le couplage entre différentes formes d'instabilité (flambage global, local symétrique, local antisymétrique). Il détermine les équations d'équilibre du problème à partir de l'écriture de l'énergie potentielle du système et du principe des travaux virtuels. Par linéarisation des équations d'équilibre, il aboutit à un problème aux valeurs propres. La force critique de flambage d'une peau reposant sur une fondation élastique d'épaisseur h s'écrit alors :

$$F = 2 \sqrt{\frac{E_m \cdot b \cdot E_p \cdot I_z}{h} + \frac{G_m \cdot b \cdot h}{3}} \quad (\text{eq. II-53})$$

Il existe également des modèles plus spécifiques prenant en compte l'orthotropie de l'âme [STARLINGER 1990]; et les travaux de Niu et Talreja [NIU 1999], qui utilisent des fonctions d'Airy dans l'âme, sous forme de séries de Fourier.

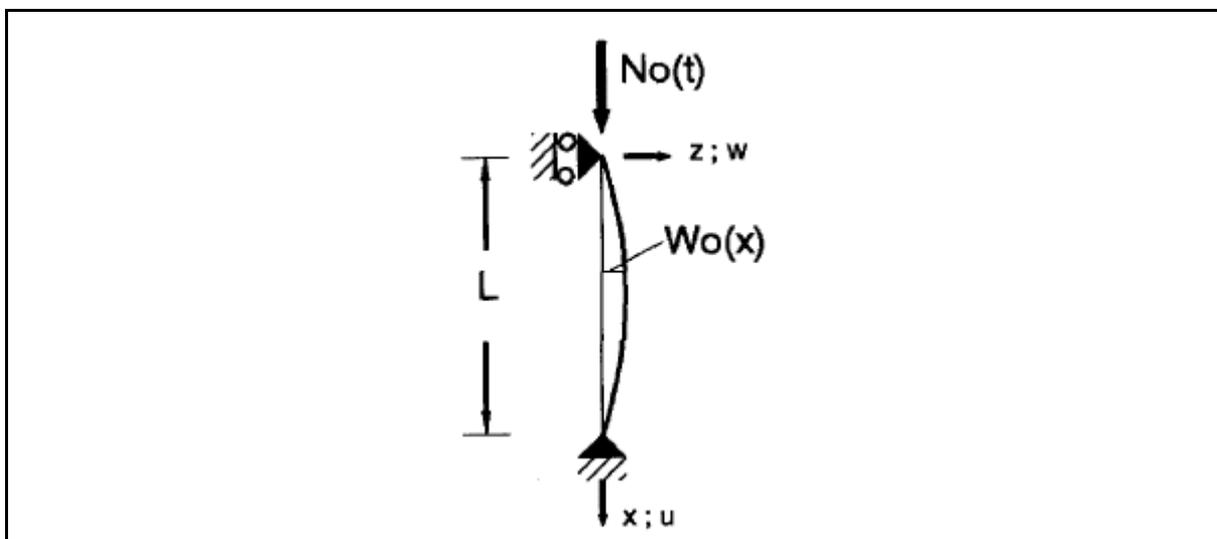
L'ensemble de ces modèles trouve une limitation dans la représentativité des déplacements au sein de l'âme. De plus, ces modèles ne permettent pas de visualiser simplement l'influence des différents constituants de la structure dans le phénomène du flambage. En effet, les méthodes de résolution utilisées, et notamment les résolutions de systèmes aux valeurs propres, masquent souvent les réalités physiques du phénomène.

## II.5.2 Flambage dynamique

Lorsque la vitesse de chargement des structures est importante, on observe une augmentation des efforts critiques de flambage. Dans le cas d'impact sur pale, il est nécessaire de prendre en compte ce phénomène à cause des vitesses de chargement importantes.

Il n'a pas été possible de trouver des travaux sur le flambage dynamique local de peaux de sandwich, ou de poutres reposant sur un milieu élastique. Mais les travaux de nombreux auteurs sur le flambage dynamique de poutres ou colonnes soumises à un chargement axial permettent de mettre en avant certains phénomènes physiques essentiels à la compréhension du flambage dynamique, et l'influence des paramètres géométriques et mécaniques de la structure.

[ARI-GUR 1997] rappelle les conséquences principales d'un impact dans l'axe d'une colonne : pour des impulsions de courte durée, l'effort de flambage est plus élevé que dans le cas statique, la colonne se déforme le plus souvent dans des modes locaux, à faible longueur d'onde, et le flambage est dépendant des imperfections initiales de la géométrie de la poutre. Le problème est étudié par la méthode des différences finies, appliquée à la colonne avec imperfection initiale de la géométrie (figure II-19), discrétisée en éléments poutres.



*figure II-19 : Colonne avec une imperfection géométrique soumise à une impulsion*

Dans une étude numérique similaire, sur des poutres avec une imperfection géométrique sinusoïdale, soumise à une impulsion axiale, [ZHANG Z. 2002] montrent la grande dépendance de la limite de flambage avec l'imperfection initiale de la structure, et propose un critère de flambage fondé sur le produit de la masse de l'impacteur et de la vitesse initiale. Différents calculs montrent la pertinence du critère pour une imperfection donnée, et plus

particulièrement pour une courbure donnée. L'auteur en conclut la possibilité de prédire le flambage à partir d'un réseau de courbe décrivant le critère en fonction de la courbure de la poutre.

Ces études montrent les limitations auxquels le chercheur est confronté. Il n'est pas possible a priori de déterminer simplement l'évolution des efforts critiques de flambage sous sollicitation dynamique sur des structures, même simples. La plupart des études montrent tout de même que les valeurs limites telles que l'effort augmentent grâce à l'inertie de la mise en mouvement transverse de la structure, qui est reconnue comme facteur influent du flambage.

### II.5.3 Conclusion sur le flambage

De nombreux modèles existent pour la modélisation du flambage et la prédiction des efforts critiques pour des sollicitations statiques. Pour ce qui est de la dynamique, peu de choses existent. Les études réalisées sur des barres soumises à une impulsion montrent la difficulté des prévisions du flambage due à la forte dépendance aux imperfections initiales de la géométrie. A notre connaissance, il n'existe pas de travaux sur le flambage dynamique local des peaux, ni d'outil analytique adapté. Le meilleur outil reste donc aujourd'hui l'utilisation de codes éléments finis de type explicite.

## II.6 CONCLUSION ET MODÉLISATIONS PROPOSÉES

Ce chapitre a permis de mettre en avant les outils disponibles et les manques pour pouvoir réaliser une modélisation réaliste de l'impact d'un corps étranger dur sur une structure complexe comme une pale d'hélicoptère.

L'outil approprié à la gestion de l'impact, du parcours des ondes et de la propagation des endommagements dans la structure s'avère être les codes éléments finis explicites, même si des limitations existent encore quand à la possibilité de modéliser convenablement l'endommagement des composites, et que de nombreux chercheurs y travaillent encore. Il a été observé notamment que les temps de calculs en explicite, même inférieurs aux codes implicites, sont un facteur limitant de l'étude, ce qui oblige à mailler la structure de façon grossière, par rapport aux modélisations fines nécessaires dans les modélisations usuelles du décollement ou du délaminage.

D'autre part, les travaux évoqués sur le comportement des matériaux en dynamique montre la nécessité d'effectuer des tests de caractérisation des différents composites constituant la pale dans des sollicitations proches de celles des impacts afin de pouvoir y appliquer des critères d'endommagement suffisamment réalistes.

Enfin, si le flambage est bien connu et modélisé pour ce qui est des sollicitations statiques, il l'est beaucoup moins pour les problèmes de dynamique rapide. Ainsi, il paraît difficile de s'affranchir d'études numériques pour l'estimation des charges critiques de flambage en dynamique.

Devant la complexité et le nombre de problèmes à traiter dans le cas d'une modélisation d'impact sur pale, il n'a pas été possible d'étudier tous ces problèmes lors de cette recherche. L'attention s'est donc plus particulièrement portée sur la modélisation globale de l'impact, et du décollement. L'étude est réduite à des structures 2D, représentant globalement les phénomènes dans la section d'une pale.

L'étude bibliographique permet d'ores et déjà de proposer une méthode pour la modélisation du décollement des peaux. Il s'agit d'une approche globale-locale de la modélisation, motivée par les problèmes de maillage dont il a déjà été question. Elle consiste à modéliser la structure avec une faible densité de maillage, imposée par les questions de temps de calcul, et de rendre compte des phénomènes locaux à partir d'analyses fines menées en parallèle, ou de critères appropriés. En particulier, les modèles d'initiation de l'endommagement seront basés sur les résultats d'études de flambage local, et de l'observation des contraintes dans l'âme. La propagation du décollement se fera par une méthode inspirée des modèles d'endommagement de Ladevèze.

Le choix du code de calcul est fixé, c'est le logiciel Radioss qui est utilisé dans l'étude. Les éléments disponibles au sein du code ne permettent pas forcément d'utiliser les modélisations présentées dans l'étude bibliographique. Notamment, il n'existe pas d'élément d'interface dans le code Radioss.

La modélisation du décollement se fera donc par l'endommagement d'une couche d'éléments situés sous la peau. Un critère inspiré des modèles de Ladevèze permettra de propager le décollement, l'initiation étant basée sur l'observation des contraintes et déformations dans les

éléments de la couche endommageable.

En effet, pour l'initiation par flambage, les critères recherchés sont du type contrainte ou effort normal dans la peau. Or, la déformation normale dans la peau est proche de la déformation dans l'élément de la couche endommageable, dans la même direction. Ainsi, le critère d'initiation se transforme en critère de déformation.

Bien-sûr, étant donnée la courbure des peaux, il n'est pas évident que le flambage local soit le déclencheur du décollement dans tous les types de chargement et de configuration géométrique des pales. Un second critère sera donc associé au décollement. C'est un critère sur la limite à rupture de la mousse en traction. En effet, pour un accroissement global des contraintes dans la mousse dû à la flexion des peaux, en particulier pour les peaux présentant une courbure, un maillage, même de faible densité, suffit pour représenter les contraintes transverses dans l'âme, et ainsi déclencher le décollement.

La figure II-20 illustre l'utilisation des deux critères pour l'initiation, et la figure II-21 montre le décollement des peaux par endommagement de la couche tel qu'il est envisagé.

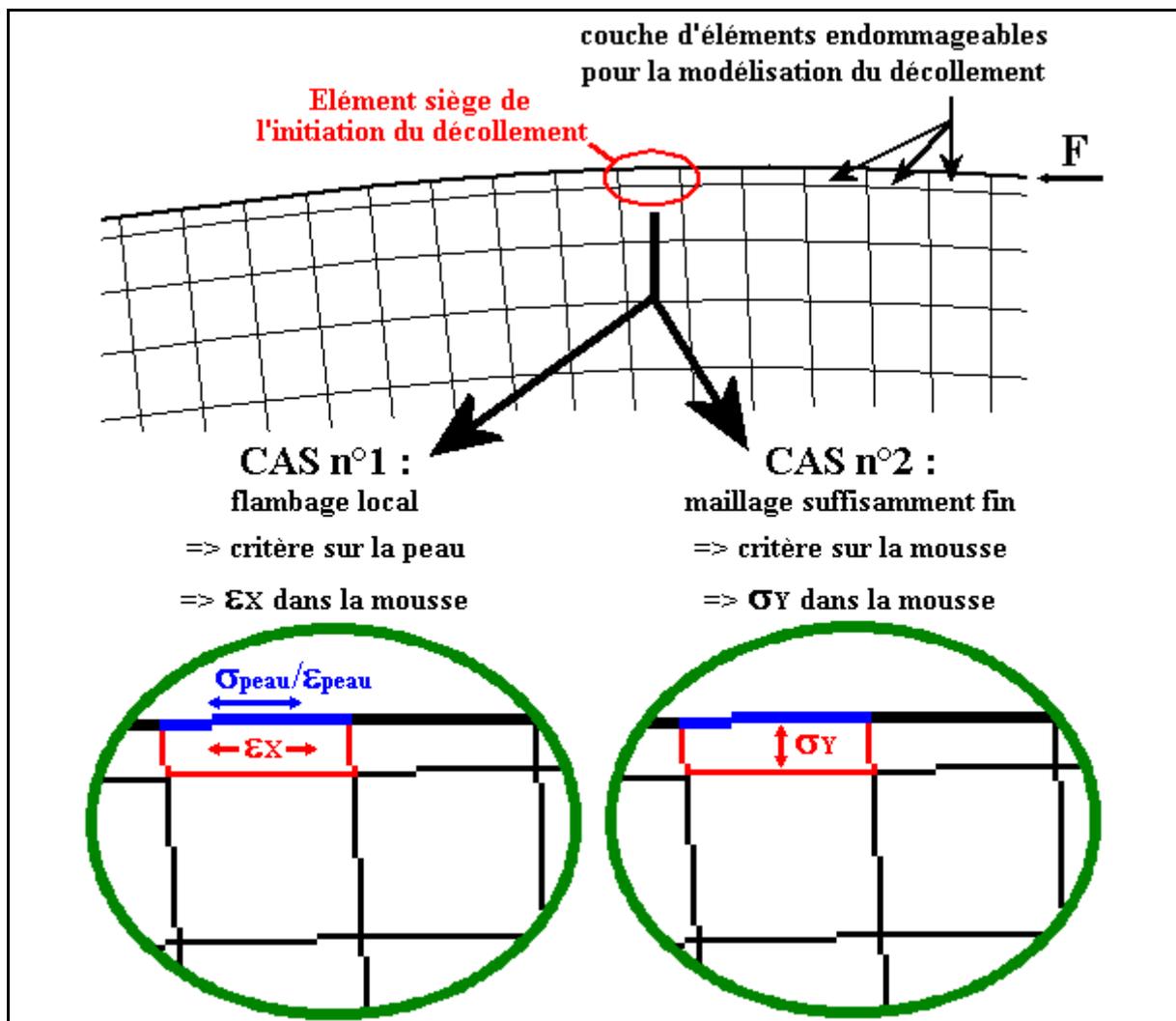
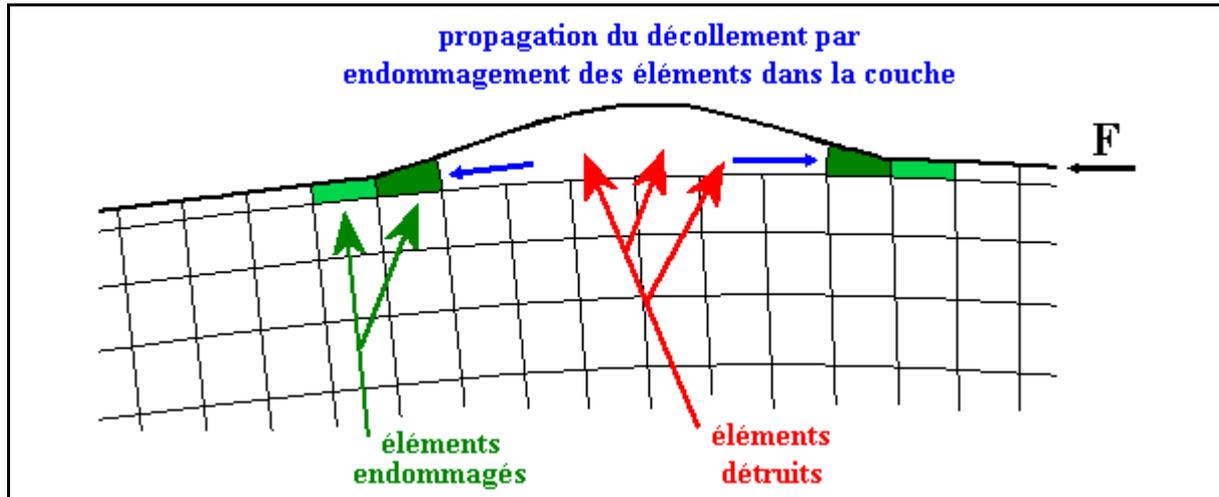


figure II-20 : Initiation du décollement par critères dans les éléments de la couche endommageable



*figure II-21 : Propagation du décollement par endommagement des éléments de la couche*

L'étude qui sera menée par la suite consiste donc à comprendre les phénomènes mis en jeu, à déterminer des critères, et à valider la modélisation proposée par l'étude de cas d'impacts sur éprouvettes spécifiques.



# CHAPITRE III - Etudes expérimentales

## III.1 INTRODUCTION

Afin de mettre en évidence l'ensemble des phénomènes mis en jeu lors de l'impact, deux moyens d'essais ont été conçus et réalisés au laboratoire dans le cadre de cette étude :

- un dispositif d'essais de caractérisation de matériaux en dynamique rapide. Il permet d'obtenir des informations sur le comportement des matériaux composites constituant la pale, pour des sollicitations à forte vitesse de déformation ( $>100 \text{ s}^{-1}$ ),
- un poids tombant, qui permet d'effectuer des impacts sur éprouvettes spécifiques à des vitesses inférieures à  $10 \text{ m.s}^{-1}$ .

Ce chapitre débute donc sur une étude bibliographique des dispositifs d'essais au poids tombant et des barres de Hopkinson. Il se poursuit par la description de la conception et de la réalisation au sein du laboratoire des moyens d'essais précédemment cités. La validation de ces moyens d'essais et leur mode d'utilisation sont alors évoqués.

Une campagne d'essais de caractérisation de carbone-époxyde et verre-époxyde en dynamique rapide est réalisée en compression aux barres de Hopkinson, afin d'évaluer l'influence de la vitesse de déformation sur la loi de comportement.

Une campagne de caractérisation des mousses est également menée. Elle permet d'en déterminer les caractéristiques mécaniques en traction, torsion et compression, ainsi qu'un critère de rupture de la mousse applicable au cas de l'initiation du décollement des peaux de sandwichs.

Des essais spécifiques sont également réalisés, pour déterminer les modes de rupture des structures de type pale simplifiées. Des tests sont effectués sur des structures à peaux planes et avec faible courbure des peaux, pour en évaluer l'influence sur le mode de rupture. Des essais ont été menés conjointement en statique et à l'impact. Ces essais permettent de proposer des critères pour l'initiation du décollement des peaux.

Enfin, des essais de caractérisation du décollement de peaux sur mousse ont été effectués, afin de déterminer les paramètres nécessaires à la création d'un modèle de propagation du décollement.

## III.2 BIBLIOGRAPHIE SUR LES MOYENS D'ESSAIS EN DYNAMIQUE

Comme il a été montré au chapitre précédent, le comportement des matériaux est influencé par la vitesse de sollicitation à laquelle ils sont soumis. Pour traiter des problèmes d'impact, crash ou propagation d'ondes, il est donc nécessaire de connaître les caractéristiques dynamiques des matériaux.

Généralement, une machine d'essais statiques permet d'atteindre des vitesses de déformation de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Il est possible d'améliorer ces performances au-delà de  $10 \text{ s}^{-1}$  avec des machines hydrauliques ou pneumatiques, mais pour atteindre des vitesses de déformation réalistes dans le cas d'impact haute vitesse, il faut utiliser des systèmes tels que le poids tombant (jusqu'à  $100 \text{ s}^{-1}$ ) ou les barres de Hopkinson ( $1000 \text{ s}^{-1}$ ).

Afin de pouvoir réaliser les essais de caractérisation au sein du laboratoire, un dispositif de poids tombant et un dispositif de barres de Hopkinson ont été conçus et réalisés. Une étude bibliographique préalable sur ces deux moyens d'essais a permis de choisir des solutions techniques adaptées aux besoins.

### III.2.1 Le poids tombant

Le poids tombant est un outil intéressant, puisqu'il permet de générer des chargements de type impact, à des vitesses de l'ordre de quelques mètres par seconde. Il est largement utilisé dans les problèmes d'impact sur plaques composites [ABRATE 1998], et également sur éprouvettes en mousse, pour tester l'endommagement des mousses à l'impact [AVALLE 2001], ou les caractériser pour des vitesses de déformation moyennes ( $10$  à  $100 \text{ s}^{-1}$ ). Il est également largement utilisé pour l'étude de réponses de structures plus complexes à des sollicitations à basse vitesse, comme dans le cas d'impacts transverses sur poutres sandwich [AKIL HAZIZAN 2002], ou celui de systèmes d'absorption d'énergie pour les crashes. La palette d'utilisation est donc très large, et les types de poids utilisés aussi divers que les applications.

#### *III.2.1.1 Principe*

Le principe du poids tombant est simple : une masse guidée, ayant acquis une certaine énergie au cours d'une chute libre de quelques mètres au maximum, vient impacter la structure à étudier. Le choix de la masse et des vitesses dépend de la quantité d'énergie nécessaire à l'étude. Pour obtenir des vitesses d'impact plus élevées, il est possible d'associer un système de propulsion de la masse comme l'a fait [CAHUC 1995] dans une étude sur les amortisseurs de chocs à frottement sec : l'utilisation de sandows permettait à une masse de 30 kg d'atteindre la vitesse de 50 m/s.

Selon les données d'essais nécessaires, il peut être utile d'instrumenter le poids tombant. Les mesures les plus souvent réalisées sont les vitesses avant et après impact, le suivi du mouvement du poids par un accéléromètre ou un capteur de déplacement, l'effort à l'impact,...

#### *III.2.1.2 Limites de la méthode*

L'interprétation des mesures sur poids tombant, notamment de l'accélération mesurée directement par un accéléromètre situé sur le poids doit être faite avec de grandes précautions ([GARY 1999 (2)]). Le signal donné par l'accéléromètre ne permet pas toujours de remonter à l'effort d'impact, à cause de la propagation des ondes dans le poids, et de la réponse vibratoire

de la structure. Les informations sur le mode transitoire peuvent alors être faussées, et l'interprétation physique des phénomènes, ou le traitement des signaux peut être erroné. Il est donc judicieux de bien concevoir le poids pour le problème traité et de multiplier les mesures : accélération et effort sur le poids, mesures de déformations sur la structure testée,... Un poids massif, de dimensions réduites permet de limiter le temps d'aller-retour des ondes en son sein et, par la même occasion, le problème des vibrations parasites de la masse lors de l'impact est considérablement atténué ([ABRATE 1998]).

D'autre part, le dispositif du poids tombant ne permet pas d'imposer une sollicitation donnée à la structure étudiée. La sollicitation observée lors de l'essai est la résultante de l'impact, du contact et de la réponse de la structure.

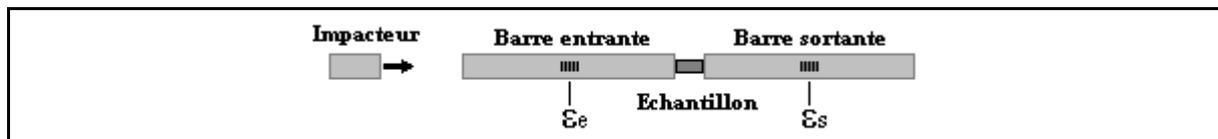
### III.2.2 Les barres de Hopkinson

Le principe du système des barres de Hopkinson a été inventé par Hopkinson, puis repris et amélioré par [KOLSKI 1949] qui lui a donné sa configuration actuelle, et Davies [DAVIES 1963]. C'est une machine d'essai à part entière. Ce dispositif permet à la fois d'imposer un chargement avec des vitesses de déformation élevées, et d'effectuer les mesures nécessaires à l'établissement d'une loi matériau, par la lecture des déformations dans les barres.

Cette technique permet de mettre en œuvre différents types de chargements : traction, compression et torsion. Nous nous intéressons ici au dispositif de test en compression, sachant que les efforts prédominants dans l'étude qui nous intéresse sont des efforts de compression.

#### III.2.2.1 Principe des barres de Hopkinson en compression

Le principe des barres en compression est représenté sur la figure III-1 : une onde de contrainte est créée dans la barre d'entrée (ou incidente) par l'impact d'un projectile, généralement une barre de même section que la barre d'entrée, mais de longueur inférieure. Le mode de propulsion du projectile dépend des vitesses de déformations à atteindre. Il est fréquent d'avoir recours à un dispositif à gaz comprimé. Les caractéristiques de l'impacteur sont connues et sa vitesse calculée de manière à produire les vitesses de déformation désirées dans l'éprouvette.



*figure III-1 : Schéma de principe des barres de Hopkinson en compression*

L'impact génère dans la barre d'entrée une onde de compression longitudinale. Lorsque cette onde rencontre l'interface barre-éprouvette, une partie de l'onde est réfléchié alors que la majeure partie est transmise à l'éprouvette puis à la barre de sortie. Le jeu des transmissions/réflexions aux interfaces de l'échantillon génère donc une onde transmise, dans la barre sortante, et une onde réfléchié, dans la barre entrante.

Ces ondes sont mesurées par des jauges de déformation situées sur chacune des deux barres. Dans le cas de barres élastiques, une seule mesure par barre est nécessaire, en veillant à ce que les ondes réfléchié et incidente ne se superposent pas au niveau du point de mesure. Le traitement de ces signaux permet d'accéder aux informations nécessaires à l'établissement

d'une loi de comportement.

Les caractéristiques (dimensions et matériau) des barres et de l'éprouvette sont définies de manière à vérifier les hypothèses posées lors de l'étude théorique permettant l'exploitation des signaux enregistrés. Parmi les principes de base rappelés par [GRAY 2000], notons tout d'abord que le rapport entre la longueur des barres et leur diamètre doit être suffisamment grand pour assurer une onde de propagation unidirectionnelle dans les barres. De plus, la longueur des barres doit être au moins le double de la longueur de l'onde incidente si l'on veut pouvoir enregistrer l'onde incidente et l'onde réfléchie sans qu'il n'y ait superposition des signaux. Pour finir, les barres doivent être droites et correctement alignées, mais cet alignement ne doit pas nécessiter l'usage de liaisons serrées pour ne pas violer les conditions aux limites et entraîner une perturbation de l'onde unidirectionnelle.

La technique des barres de Hopkinson est également utilisée avec quelques variantes, mettant en oeuvre des sollicitations dynamiques plus complexes, notamment pour des études en traction ([KAMMERER 1996]), en torsion, ou même en flexion dynamique ([BRAS 1996]). [CHIEM 1995] propose également une adaptation des barres de Hopkinson classiques au problème des composites.

Le problème majeur pour créer ces sollicitations est de créer une onde de traction ou torsion propre dans les barres. Certains auteurs s'affranchissent du problème en générant une onde de compression et en concevant un système d'attache de l'échantillon qui permet de transformer l'onde de compression en la sollicitation voulue ([GARY 1999 (2)]). Cette méthode a des limites puisque, contrairement au cas de la compression, le transfert des efforts ne se fait pas directement et doit être pris en compte dans l'analyse des mesures.

### III.2.2.2 Exploitation de l'essai de compression

Les notations utilisées dans ce paragraphe sont les suivantes : les indices i, r et t sont respectivement liés aux ondes incidente, réfléchie et transmise. Les déplacements et vitesses sont exprimés par les variables u et v, les déformations par  $\epsilon$ . Les indices 1 et 2 représentent les faces incidente et transmise de l'éprouvette.

La théorie unidimensionnelle des ondes permet d'écrire que les ondes se propageant dans les barres doivent vérifier l'équation :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c_b^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ où } c_b \text{ est la vitesse de l'onde dans la barre} \quad (\text{eq. III-1})$$

Une solution à cette équation peut s'écrire sous la forme d'ondes se propageant dans les deux directions :

$$u_1(t) = f(x - c_b \cdot t) + g(x + c_b \cdot t) = u_i(t) + u_r(t) \quad (\text{eq. III-2})$$

$$u_2(t) = h(x - c_b \cdot t) = u_t(t) \quad (\text{eq. III-3})$$

La relation  $\epsilon = \frac{\partial u}{\partial x}$  permet alors d'exprimer la vitesse des faces en fonction des déformations :

$$v_1(t) = c_b \cdot (\epsilon_r(t) - \epsilon_i(t)) \quad (\text{eq. III-4})$$

$$v_2(t) = -c_b \cdot \epsilon_t(t) \quad (\text{eq. III-5})$$

ainsi que les déplacements des faces, par intégration.

Il est alors possible de définir une vitesse moyenne de déformation :

$$\varepsilon_m(t) = \frac{v_2(t) - v_1(t)}{L_{ep}} \text{ où } L_{ep} \text{ représente la longueur de l'éprouvette} \quad (\text{eq. III-6})$$

et une déformation moyenne dans l'échantillon :

$$\varepsilon_m(t) = \frac{u_2(t) - u_1(t)}{L_{ep}} \quad (\text{eq. III-7})$$

Par définition, les forces dans les deux barres sont alors :

$$F_1(t) = S_b \cdot E_b \cdot (\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t)) \quad (\text{eq. III-8})$$

$$F_2(t) = S_b \cdot E_b \cdot \varepsilon_t(t) \quad (\text{eq. III-9})$$

Et il est possible de définir une contrainte moyenne dans l'éprouvette, par :

$$\sigma_{moy} = \frac{S_b E_b (\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) + \varepsilon_t(t))}{2S_{ep}} \quad (\text{eq. III-10})$$

où  $S_b$  est l'aire de la section droite des barres et  $E_b$  leur module de Young.

Ces équations fournissent les données nécessaires à la détermination d'une loi de comportement qui tient compte de la vitesse de déformation à laquelle elle est établie. Il existe un traitement simplifié du problème, en considérant que l'échantillon est en équilibre durant le chargement ([GARY David]). Cette opération permet de n'utiliser que les données mesurées à partir des ondes incidente et transmise. Il ne faut pas perdre de vue que le calcul de l'allongement de l'échantillon est un calcul moyen et que, pendant le chargement, la contrainte au sein du matériau n'est pas uniforme durant les premiers aller-retours de l'onde. Pour les matériaux métalliques, cinq aller-retours suffisent généralement à obtenir l'uniformité, mais pour certains matériaux, l'équilibre n'est jamais atteint entre les deux faces.

### III.2.2.3 Différentes améliorations au modèle uni-directionnel

L'exploitation des résultats telle qu'elle est présentée précédemment implique un comportement purement uni-dimensionnel de la structure barres + échantillon. Dans la réalité, des effets tri-dimensionnels apparaissent, qui peuvent nécessiter une correction de la méthode décrite ci-dessus.

Une barre n'étant pas une structure uni-dimensionnelle, la propagation des ondes au sein du guide formé par la barre s'en trouve altérée. Les études de [POCHHAMMER 1876], [CHREE 1886] et [BANCROFT 1941] ont montré que dans un tel guide, la vitesse de propagation des ondes dépend de leur fréquence selon la loi suivante :

$$\frac{2\alpha}{a}(\alpha^2 + \zeta^2)J_1(\alpha a)J_1(\beta a) - (\beta^2 - \zeta^2)J_0(\alpha a)J_0(\beta a) - 4\zeta^2\alpha\beta J_1(\alpha a)J_1(\beta a) = 0$$

Un signal mesuré au milieu de la barre est donc distordu lorsqu'il arrive à l'extrémité de la barre. L'importance du phénomène est bien-sûr accentuée lorsque l'onde de compression initiale comporte un large spectre de fréquences. Lors du traitement des données, il est donc nécessaire de prendre en compte la dispersion des ondes entre le point de mesure et la face où le calcul des déplacements est réalisé.

L'échantillon est également le siège de sollicitation tri-axiales. Les efforts appliqués à l'échantillon induisent non seulement une contrainte axiale mais aussi une accélération radiale (effets d'inertie). La contrainte mesurée est alors supérieure à la contrainte axiale réelle dans l'échantillon. [KOLSKI 1949], puis [DAVIES 1963] ont proposé d'ajouter à  $\sigma_m$  un terme

correctif pour résoudre ce problème :

$$\sigma_c = \sigma_m - \rho \frac{v^2 d^2}{8} \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \quad (\text{Kolski}) \quad (\text{eq. III-11})$$

$$\sigma_c = \sigma_m + \rho \left[ \frac{l_{\text{epr}}^2}{6} \cdot \frac{v^2 d^2}{8} \right] \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} \quad (\text{Davies et Hunter}) \quad (\text{eq. III-12})$$

Le frottement entre l'échantillon et les barres pose également un problème, puisqu'il provoque, par différence des coefficients de Poisson entre les matériaux, un effet tonneau de la pièce par compression radiale des extrémités de la pièce. Davies et Hunter proposent de négliger ce phénomène si la condition suivante est vérifiée :

$$\frac{\mu d}{3 \cdot l_{\text{epr}}} < 1 \quad \text{où } \mu \text{ est le coefficient de frottement entre la barre et l'éprouvette} \quad (\text{eq. III-13})$$

Si ce n'est pas le cas, il est possible de corriger l'erreur introduite à l'aide de la relation proposée par Rand et rappelée par [ZHAO 1992] :

$$\sigma_c = \frac{\sigma_m}{2\alpha^{-2}(e^\alpha - \alpha - 1)} \quad \text{avec } \alpha = \frac{\mu d_{\text{epr}}(1 + \varepsilon)^{-3}}{2l_{\text{epr}}} \quad (\text{eq. III-14})$$

ou d'appliquer un lubrifiant sur les faces de l'éprouvette afin de réduire les frottements.

Enfin, les imperfections des faces des barres et des échantillons, ainsi que l'épaisseur du lubrifiant utilisé, sont à l'origine d'un phénomène de mise en place de l'échantillon au début du chargement. Ces temps de latence ne sont pas pris en compte a priori dans le calage des ondes pour le traitement des signaux. Ils peuvent provoquer des erreurs dans la loi de comportement. La méthode utilisée pour le traitement des ondes permet de tenir compte de ces éventuels décalages (paragraphe III.3.2.3).

### III.3 RÉALISATION DES MOYENS D'ESSAIS AU LABORATOIRE

#### III.3.1 Dispositif de Poids tombant

Un dispositif de poids tombant a été conçu pour effectuer des essais d'impact sur structures. Les besoins exprimés étaient les suivants :

- jusqu'à 6 m/s de vitesse
- masses de 1 et 2 kg environ
- différents profils de tête d'impacteur
- mesure de la vitesse avant et après impact,
- mesure de l'accélération,
- mesure de la force d'impact.

Les solutions techniques adoptées sont données dans le paragraphe suivant.

##### III.3.1.1 Principe

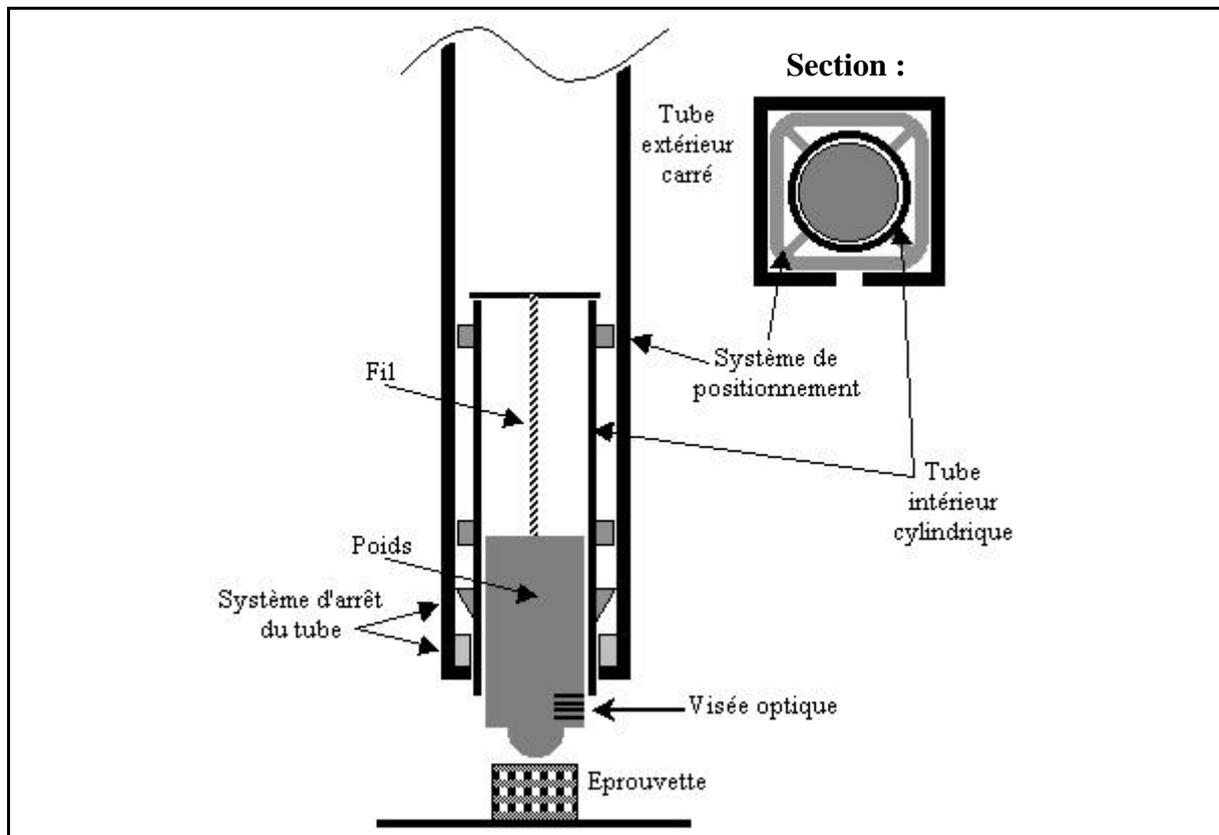
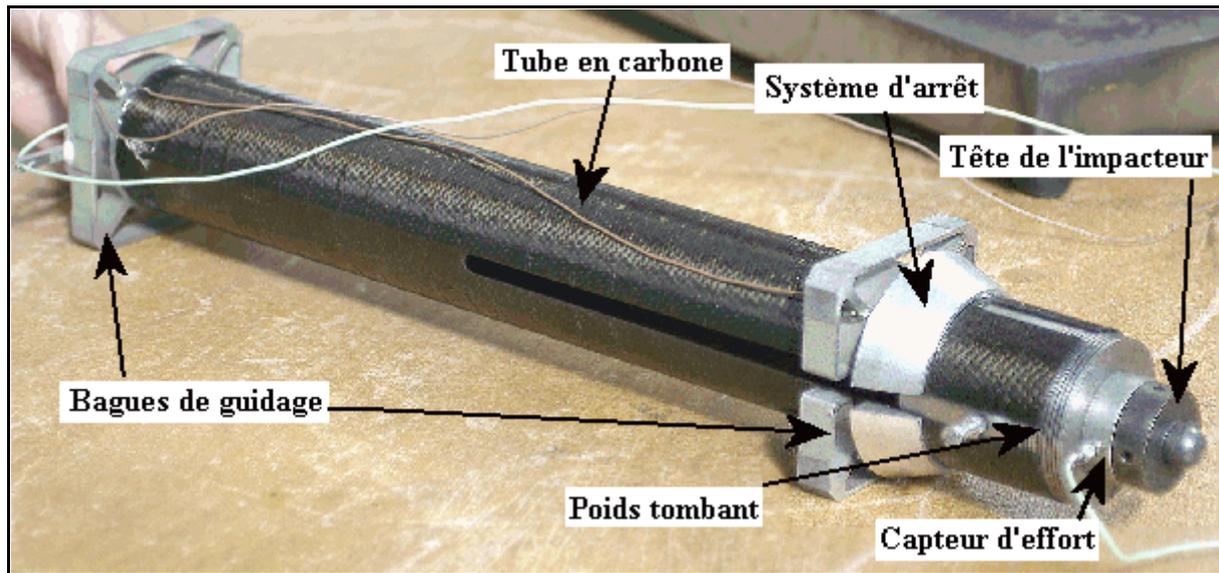
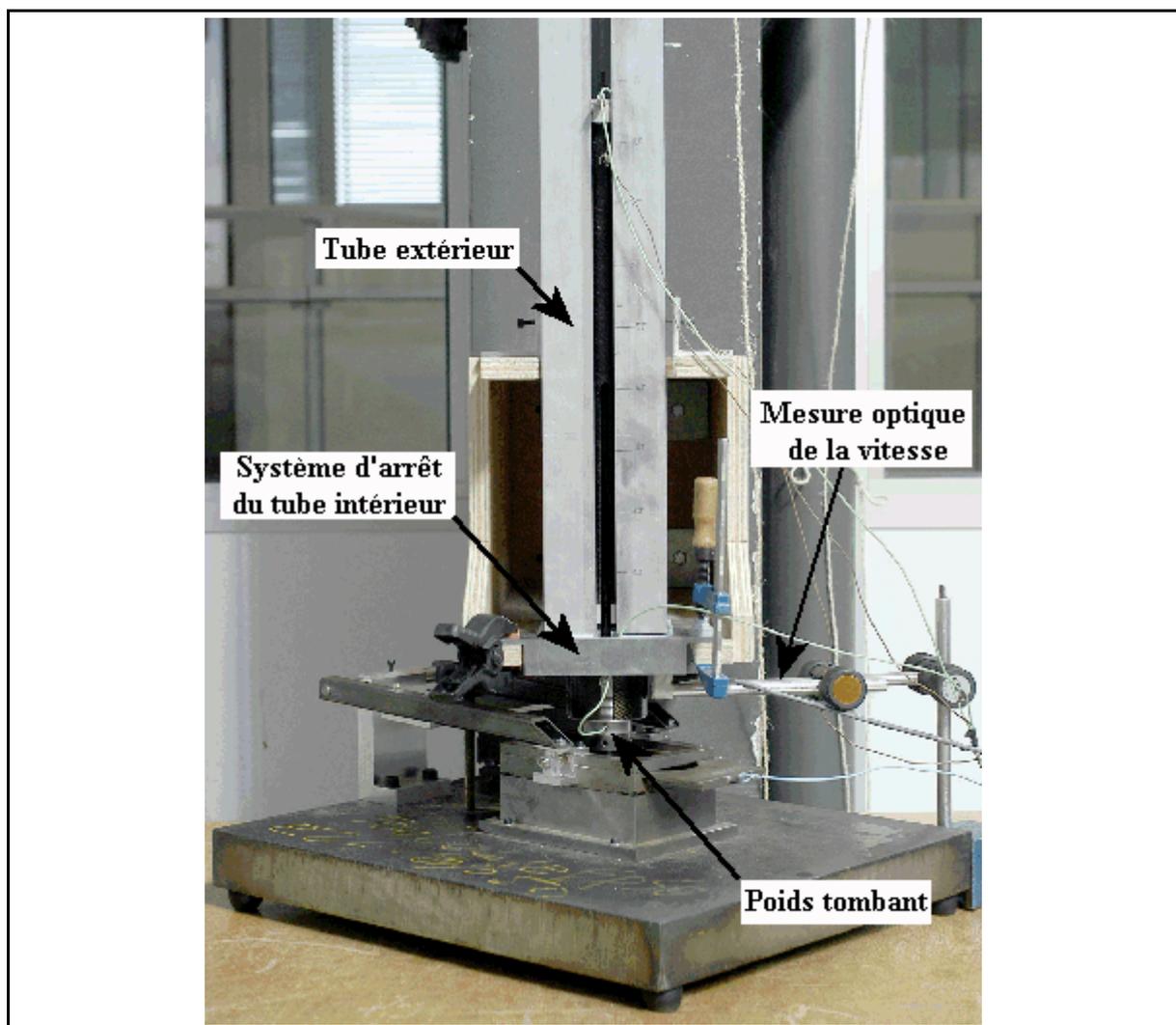


figure III-2 : schéma de principe du poids tombant



*figure III-3 : Photo du tube intérieur du poids tombant*



*figure III-4 : Photo du poids tombant*

Le poids tombant réalisé au laboratoire est une masse instrumentée et guidée dans un tube. Le tube a une section carrée. Le guidage de la masse dans le tube n'est pas direct, il se fait par l'intermédiaire d'un autre tube, cylindrique, en carbone, qui se déplace en même temps que la masse pendant la phase de mise en mouvement de l'impacteur. La masse, cylindrique et massive, est reliée au haut du tube cylindrique par un fil. Lors du choc, la masse vient impacter l'objet, puis est libre de remonter dans le tube intermédiaire. Ce tube est ensuite arrêté, afin de ne pas endommager la pièce. Il faut donc prévoir la longueur de fil en conséquence. Le schéma de principe est donné sur la figure III-2.

La figure III-3 représente le tube intérieur avec le poids tombant, et la figure III-4 est une photo de l'ensemble du système.

Le principe de ce poids tombant a divers avantages, en particulier celui d'être simple à réaliser par le laboratoire, d'être peu onéreux, et enfin d'obtenir une accélération peu filtrée mécaniquement (accélérateur directement sur la masse).

### III.3.1.2 Instrumentation et mesures

Un capteur de charge est utilisé pour récupérer l'effort à l'impact. Il s'agit d'une rondelle de charge piézo-électrique Kistler, de capacité 120 KN, et de forte sensibilité. Cette rondelle est placée entre la masse de l'impacteur et la tête, interchangeable, de masse plus faible. L'utilisation d'une tête d'impacteur interchangeable permet d'utiliser le même poids pour différents essais, tels que : impact sur plaque (tête hémisphérique), caractérisation dynamique de mousses (tête plate), impacts sur éprouvettes spécifiques (tête cylindrique).

L'effort mesuré n'est pas l'effort d'impact, puisqu'une masse est intercalée entre la surface de contact et l'instrument de mesure. D'autre part, le fait de venir comprimer la rondelle pour la fixer au moyen d'un filetage, oblige à étalonner le système. Pour une mesure donnée de la charge, lue à partir de la rondelle, l'effort global qui passe en statique est supérieur. Une partie de cet effort passe dans la vis.

Le tout est donc étalonné, en statique, pour connaître le ratio des efforts passant dans la vis et dans la rondelle de charge :  $F_{vis} = k_{\text{etalonnage}} \cdot F_{\text{capteur}}$ .

Une grande précaution est à prendre quant à la disposition des fils électriques permettant l'échange des données des deux capteurs, puisqu'ils suivent la masse tombante lors de la chute.

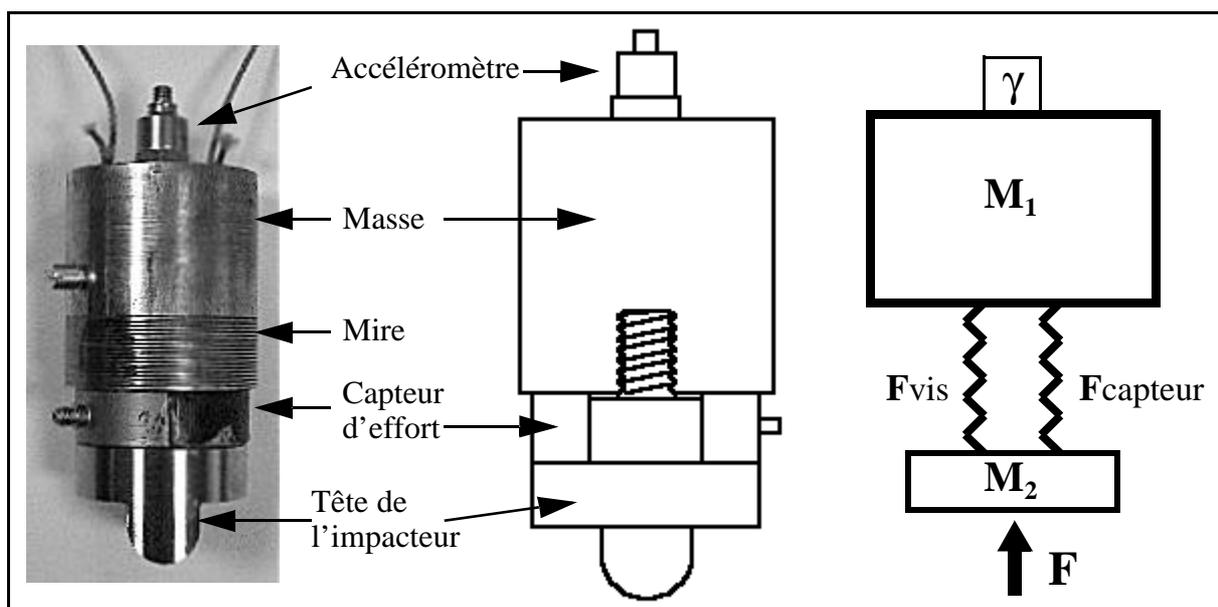


figure III-5 : Poids tombant instrumenté : photo, dessin et modèle

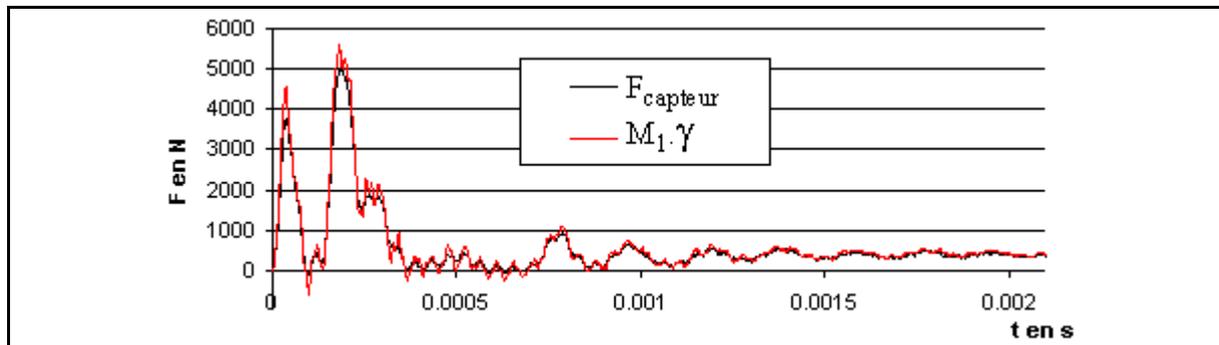
Pour récupérer l'effort d'impact, on utilise le modèle décrit sur la figure III-5. La tête de l'impacteur et le corps sont représentés par les masses  $M_2$  et  $M_1$ , la vis et le capteur piézoélectrique par des ressorts. En considérant l'équilibre atteint à tout instant dans l'impacteur (stabilisation rapide des ondes), il est possible de déterminer l'effort d'impact à partir de la valeur mesurée par le capteur piézoélectrique au moyen de l'équation III-15.

$$F_{\text{impact}} = (M_1 + M_2) \cdot \gamma$$

$$F_{\text{impact}} = \frac{(M_1 + M_2)}{M_1} \cdot (1 + k_{\text{etalonnage}}) \cdot F_{\text{capteur}} \quad (\text{eq. III-15})$$

De nombreux essais ont été effectués pour valider les moyens d'essais. Ils ont montré une très bonne corrélation entre l'accélération mesurée et l'effort mesuré par les capteurs (figure III-6), une fois le signal d'accélération filtré (passe-bas). Une étude spectrale de l'accélération avant filtrage montre un pic de fréquence autour de 50 KHz, qui correspond au 20  $\mu$ s d'aller-retour d'une onde dans la masse cylindrique supérieure.

Ces essais ont permis de valider le dispositif du poids tombant et l'ensemble de ces moyens de mesures. Les essais effectués dans le cadre de l'étude sont décrit plus loin dans ce chapitre.



*figure III-6 : Corrélation entre l'effort lu et l'accélération*

Le gain est réglé de telle sorte que l'effort lu soit l'effort global transisant dans la rondelle et la vis. L'effort  $F_{\text{capteur}}$  prend donc en compte, à partir de ce point, l'effort dans la vis. L'effort qui passe dans la vis représente environ 20% de l'effort global ( $k_{\text{etalonnage}}=0.257$ ), et l'étalonnage est fait par une courbe linéaire dans le domaine étudié, avec une erreur maximale inférieure à 1%.

### III.3.2 Dispositif des Barres de Hopkinson

#### *III.3.2.1 Dimensionnement et conception du dispositif*

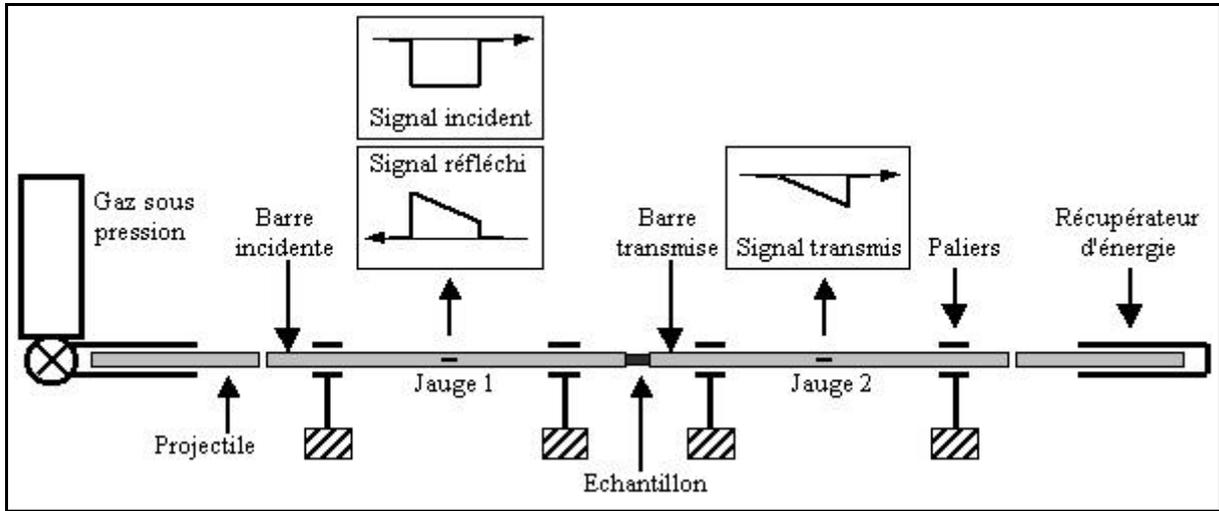
Le dispositif des barres de Hopkinson a été conçu dans le but de caractériser des matériaux composites tels que verre-époxyde ou carbone-époxyde. Etant données les valeurs à rupture de ces matériaux, des barres en acier ont été choisies. Elles sont de diamètre 20 mm, suffisant pour éviter le flambage des barres sous fortes sollicitations.

Afin d'éviter la superposition des signaux incident et réfléchi, une longueur de 2 m a été choisie pour les barres, et la lecture des signaux se fait au moyen de ponts de jauges placés au milieu de chacune des barres. Les barres sont montées dans des paliers rotulés, en laiton, et sont ensuite alignées.

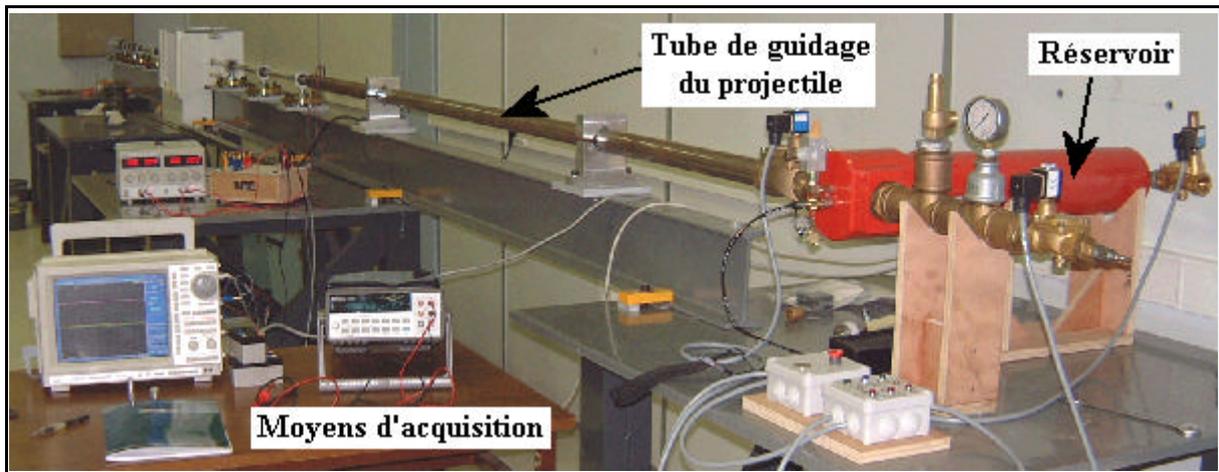
La création de l'onde de contrainte dans la barre incidente est réalisée à partir d'un choc avec une barre de longueur 600 mm et de même matériau et diamètre, propulsée par air comprimé.

Ce projectile se déplace dans le tube d'un canon à air comprimé, au moyen de 2 bagues en téflon. Une barre de même dimensions, à l'opposé du dispositif, permet de récupérer l'énergie en s'enfonçant dans un bloc de pâte à modeler.

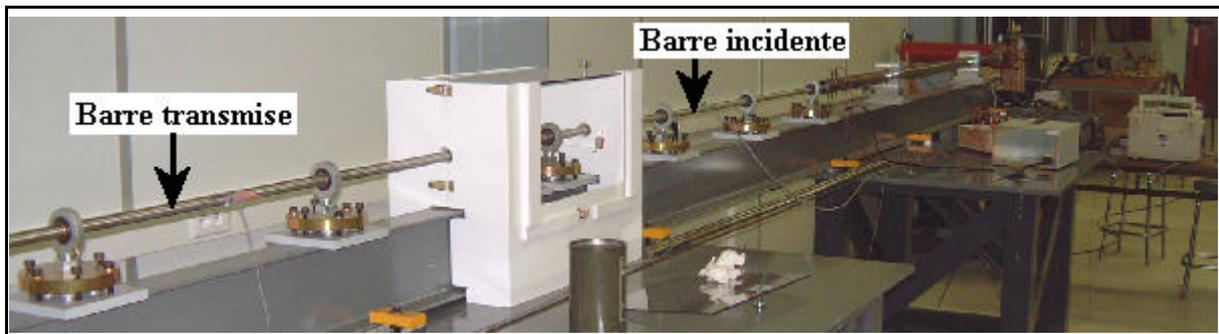
Le schéma du dispositif utilisé au laboratoire est représenté sur la figure III-7.



*figure III-7 : Principe du dispositif des barres de Hopkinson au laboratoire de Sup'aéro*

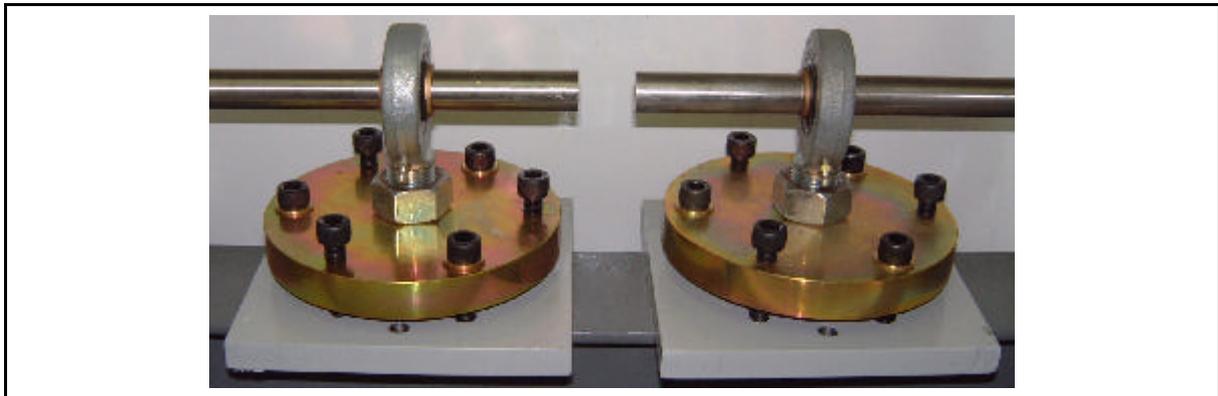


*figure III-8 : Photo n°1 des barres de Hopkinson au laboratoire*



*figure III-9 : Photo n°2 des barres de Hopkinson au laboratoire*

Des photos (figure III-8, figure III-9 et figure III-10) montrent le dispositif, avec notamment le système de propulsion de l'impacteur, le système d'acquisition, la disposition des barres et des paliers, et le compartiment à éprouvettes.



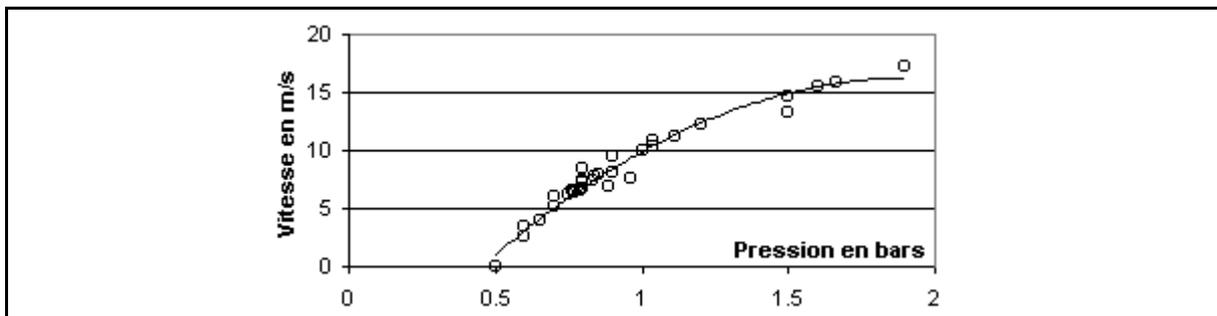
*figure III-10 : Photo du dispositif des barres de Hopkinson au laboratoire : détail des paliers*

### III.3.2.2 Mesures

Deux types de mesures sont effectués sur le dispositif : la vitesse du projectile en sortie de canon, et la déformation dans les barres.

La vitesse du projectile en sortie de canon est mesurée au moyen d'un dispositif optique constitué de diodes et phototransistors.

La consigne de tir étant la pression du gaz dans le réservoir, une courbe d'étalonnage de la vitesse en fonction de la pression est réalisée. Elle permet d'obtenir une bonne répétabilité des essais. La courbe est représentée sur la figure III-11.



*figure III-11 : Courbe d'étalonnage de la vitesse en sortie de canon en fonction de la pression dans le réservoir*

Chaque barre est instrumentée d'un pont de jauges en son milieu. Pour obtenir un signal d'intensité la plus grande possible, et éliminer les éventuelles flexion et torsion parasites des barres, deux jauges sont disposées dans le sens longitudinal, diamétralement opposées, et deux autres dans le sens travers. Les jauges utilisées sont des jauges de 350  $\Omega$ , qui autorisent une tension d'alimentation plus élevées que les jauges standards à 120  $\Omega$ . Connaissant la valeur d'alimentation ( $U_{alim}$ ), et le facteur  $k$  des jauges, la relation entre la déformation longitudinale et la tension mesurée ( $e$ ) s'exprime par :

$$\epsilon_x = \frac{2 \cdot e}{k \cdot (1 + \nu) \cdot U_{alim}} \quad (\text{eq. III-16})$$

### *III.3.2.3 Logiciel*

Le dépouillement des signaux présenté au paragraphe III.2.2.2 est effectué au moyen d'un logiciel développé par [GARY David] au laboratoire LMS de Polytechnique.

Le logiciel prend en compte la dispersion des ondes dans les barres, et la corrige selon les équation de [POCHHAMMER 1876] et [CHREE 1886].

Une aide au calage temporel des ondes est également proposée : par une simulation élastique, il est possible de comparer les ondes mesurées aux ondes obtenues si le comportement était purement élastique, et sans mise en place de l'échantillon. Il est alors possible de recalculer les ondes mesurées pour obtenir un traitement correct des données.

### *III.3.2.4 Mise au point du dispositif*

De nombreux problèmes se sont présentés lors de la mise au point du moyen d'essais. Lors de l'impact du projectile avec la barre d'entrée, un choc trop dur crée une onde avec des oscillations. Cette onde peut perturber ou atténuer la qualité du traitement des signaux. Une solution à ce problème consiste à positionner à l'entrée de la barre une pastille en métal de diamètre et matière différents ([JADHAV 2002]), afin d'atténuer la pente de montée du signal. Il est également possible d'utiliser un simple morceau de papier, posé avec de la graisse par exemple, pour amortir ce choc. C'est la solution adoptée pour les essais.

Afin de pouvoir négliger les effets du frottement sur les échantillons, un fin film de graisse est également déposé aux deux extrémités de l'échantillon.

Des problèmes de signaux non conformes à ce que donne la littérature ont également montré que les bagues de guidage en téflon de la barre impactrice peuvent provoquer des pics de contrainte dans le signal incident, dégradant alors l'analyse. La solution est de monter les bagues serrées, puisque c'est le jeu qui provoque des déplacements donc les chocs qui génèrent le défaut.

Le jeu dans les paliers (figure III-10) peut également nuire à l'analyse. On notera la difficulté de créer des paliers ne gênant pas la propagation de l'onde dans la barre, tout en ne présentant pas trop de jeu.

Enfin, les essais sur matériau à forte contrainte à rupture provoquent l'indentation des barres, endommageant le dispositif et dégradant la mesure des déformations. Il est alors nécessaire d'utiliser des pastilles de grande dureté, intercalées entre les faces des barres et l'éprouvette.

## **III.3.3 Conclusion**

Le laboratoire dispose aujourd'hui de deux dispositifs d'essais adaptés à l'étude des phénomènes dynamiques.

Le poids tombant permettra de tester le comportement de structures sollicitées par impact à des vitesses pouvant atteindre 6 m/s, pour une masse impactante de 1 ou 2 Kg.

Les barres de Hopkinson permettront de déterminer des lois de comportement de matériaux pour des vitesses de sollicitation élevées ( $1000 \text{ s}^{-1}$ ).

Les essais effectués sur ces dispositifs dans le cadre de l'étude sont présentés plus loin dans le chapitre.

### III.4 CARACTÉRISATION DES MATÉRIAUX

#### III.4.1 Caractérisation du carbone-époxyde

L'impact sur les pales ayant lieu pour des grandes vitesses, l'effet de la dynamique sur les matériaux ne peut être négligé. Il est donc indispensable de connaître l'influence de la vitesse de sollicitation sur le matériau avant d'effectuer des simulations. Ces essais sont effectués sur du carbone-époxyde et du verre-époxyde. Les différents drapages existant dans une pale impliquent la nécessité de caractériser le matériau unidirectionnel dans le sens des fibres et dans le sens travers, ainsi que des stratifiés différents, et cela principalement en compression.

Les essais en dynamique sont effectués sur les barres de Hopkinson. Des essais statiques sont également réalisés, pour visualiser l'effet de la vitesse de déformation sur les lois de comportement.

##### III.4.1.1 Préparation des éprouvettes

Le carbone a été testé en dynamique, aux barres de Hopkinson. Il s'agit de deux nuances de carbone : le T300 et le EH25, double grammage. Les essais ont été réalisés sur les barres décrites précédemment.

Afin de comparer les résultats de la statique et de la dynamique, il a été choisi d'effectuer les essais avec des éprouvettes semblables. Les éprouvettes sont réalisées au sein de plaques stratifiées, et découpées en échantillons de petite taille (10 à 20 mm). Les tableaux III-1 et tableau III-2 présentent les différents drapages réalisés, et les tailles d'éprouvettes utilisées. Le calcul des contraintes est effectué à partir de l'épaisseur théorique de l'éprouvette (épaisseur d'un pli \* nombre de plis), et non à partir de l'épaisseur mesurée. L'épaisseur théorique d'un pli EH25 est 0.26 mm, alors que celle du T300-914 vaut 0.13 mm. Dans les tableaux, les dimensions des éprouvettes sont indiquées de la sorte : longueur\*largeur\*épaisseur. Tous les stratifiés respectent les règles de symétrie pour éviter les couplages hors plan et dans le plan.

Type	Drapage	nb plis	Taille
UD sens fibre	0°	34	15*8.3*8.3 et 10*8.3*8.3 mm
UD sens travers	90°	46	15*11.2*11.2 et 10*11.2*11.2 mm
équilibré	-45°/0°/+45°/90°	24	15*10.5*6.2 et 10*10.5*6.2 mm
0°/90°	0°/90°	20	15*10.5*5.3 et 10*10.5*5.3 mm

**tableau III-1 : Eprouvettes testées campagne n°1 : carbone EH25, plis de 0.26 mm**

Type	Drapage	nb plis	Taille
UD sens fibre	0°	30	10*15*3.9 et 15*15*3.9 et 20*15*3.9 mm
UD sens travers	90°	45	15*15*5.8 et 20*15*5.8 mm
équilibré	-45°/0°/+45°/90°	40	15*15*5.2 et 20*15*5.2 mm
-45°/+45°	-45°/+45°	40	15*15*5.2 et 20*15*5.2 mm
-45°/+45°/90°	-45°/90°/+45°	30	15*15*3.9 et 20*15*3.9 mm

**tableau III-2 : Eprouvettes testées campagne n°2 : carbone T300, plis de 0.13 mm**

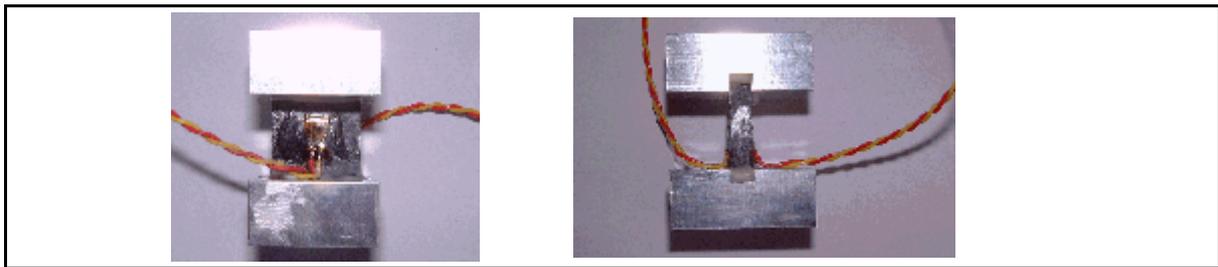
### III.4.1.2 Essais statiques

Les données constructeur sur le T300-914 sont rappelées dans le tableau III-3.

Matériau	T300-914
Module d'Young longitudinal	130000 MPa
Module d'Young transverse	4650 MPa
Module de cisaillement	4650 MPa
Coefficient de Poisson	0.35
$\sigma_1$ en traction	1200 MPa
$\sigma_1$ en compression	1000 MPa
$\sigma_t$ en traction	50 MPa
$\sigma_t$ en compression	120 MPa
Epaisseur d'un pli	0.13 mm

**tableau III-3 : Données constructeur T300-914**

Les éprouvettes sont enserrées dans des socles en aluminium, comme représenté sur la figure III-12, et instrumentées de deux jauges. L'ensemble est positionné sous une presse. La mesure de l'effort est effectuée via le capteur d'effort de la presse, et les déformations sont mesurées à partir des jauges.

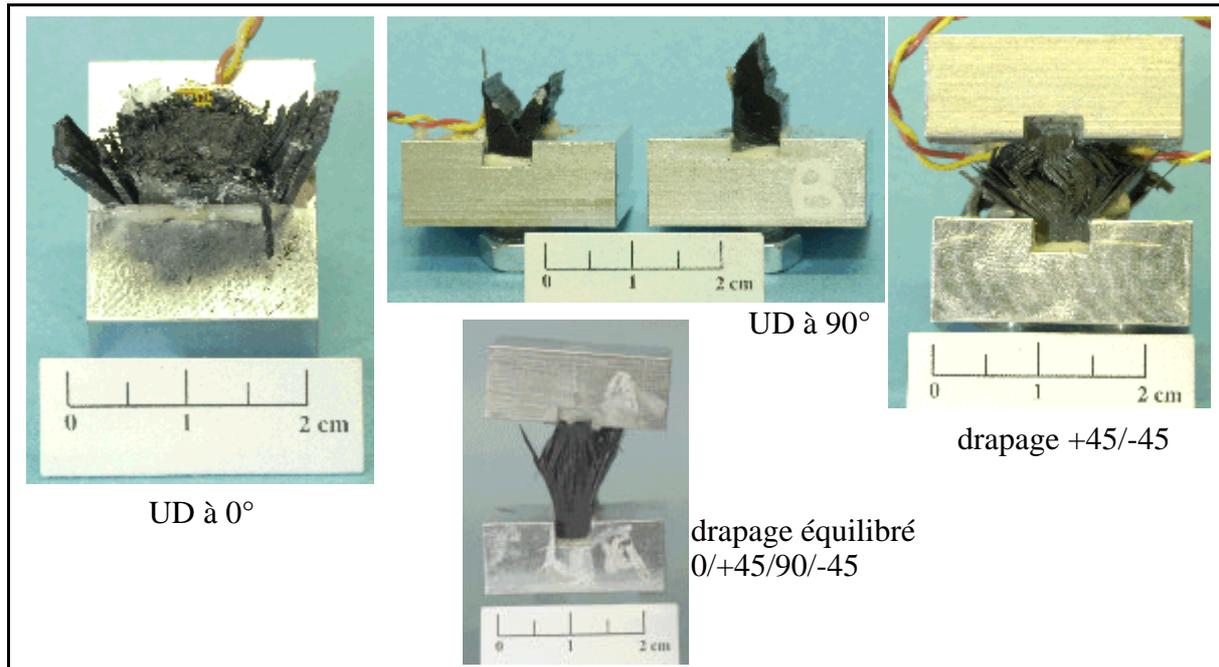


**figure III-12 : Eprouvettes en statique avant essai**

La figure III-13 montre les éprouvettes après rupture. La rupture dans les éprouvettes d'UD sens fibres est explosive. Le mode d'endommagement principal est la rupture des fibres due au microflambage de celles-ci.

Pour l'UD sens travers, la rupture se propage dans l'éprouvette sans provoquer de rupture de fibres. On ne peut pas parler de délaminage, puisque les lignes de rupture ne suivent pas des interfaces entre plis. La cause principale de la rupture est donc la fissuration de la matrice, et sa rupture par compression et cisaillement comme le laisse supposer les lignes de rupture orientées entre 20 et 50° (figure III-13, UD à 90°).

Le mode principal de ruine pour les éprouvettes à plus ou moins 45° et les éprouvettes stabilisées est le délaminage, provoqué par le cisaillement interlaminaire de la matrice. Sur la figure III-13, on distingue nettement les plis délaminés.



**figure III-13 : Eprouvettes en statique après rupture**

#### III.4.1.3 Essais dynamiques

Le traitement des données par le logiciel David nécessite d'observer certaines conditions sur les signaux enregistrés. En particulier, une trop grande disproportion entre les valeurs maximales des signaux réfléchis et transmis peut entraîner un calcul erroné de la loi de comportement. Une proportion de 80% contre 20% est considérée comme la limite à ne pas franchir. Il est donc nécessaire de prédimensionner l'essai en fonction des caractéristiques de l'éprouvette, de la contrainte maximale désirée dans l'éprouvette, et de la vitesse de la barre impactrice en sortie de canon. L'équation III-17 donne les expressions nécessaires à ce dimensionnement.

$$\varepsilon_i = \frac{V}{2c_b}, \varepsilon_t = \frac{S_{ep} \cdot \sigma_R}{S_b \cdot E_b}, \varepsilon_r = \varepsilon_t - \varepsilon_i \quad (\text{eq. III-17})$$

avec  $\sigma_R$  = contrainte à rupture estimée

La condition  $|\varepsilon_r| = |\varepsilon_t|$  permet de dimensionner l'essai avec des signaux réfléchis et transmis de même amplitude, égale à la moitié de celle de l'incident.

L'équation III-18 donne alors une information sur la vitesse de déformation moyenne dans l'échantillon atteinte pendant l'essai.

$$\dot{\varepsilon}_m = \frac{2 \cdot c_b \cdot \varepsilon_r}{l_{ep}} \quad (\text{eq. III-18})$$

Une fois dimensionnés, les essais sont réalisés et dépouillés. Le dépouillement d'un essai de caractérisation d'UD sens travers est présenté ci-après. La figure III-14 représente les signaux de tension obtenus lors de l'essai. L'origine du signal est choisie arbitrairement avant le début du train de compression. Les signaux sont recalés en tension pour obtenir un signal nul à l'origine. Le dépouillement sous le logiciel David permet d'obtenir la contrainte, la déformation et la vitesse de déformation en fonction du temps, puis la loi de comportement (figure III-15).

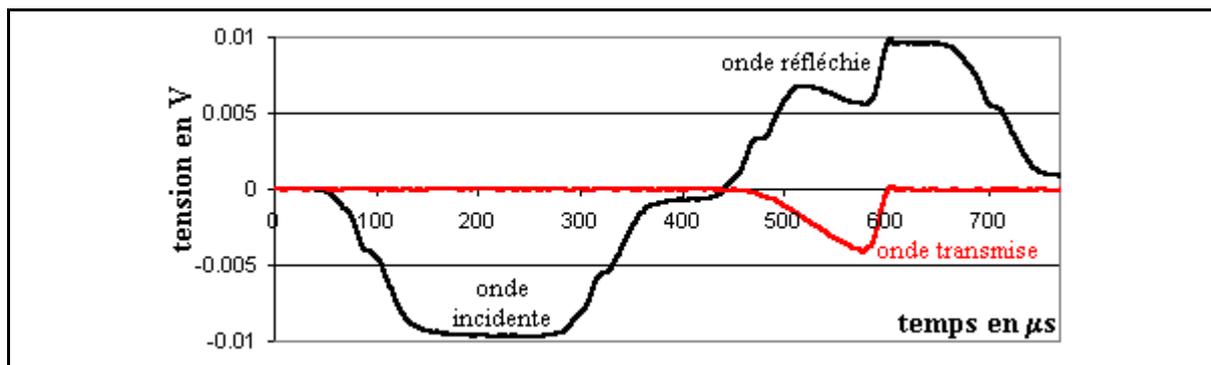


figure III-14 : Ondes enregistrées lors d'un essai UD sens travers

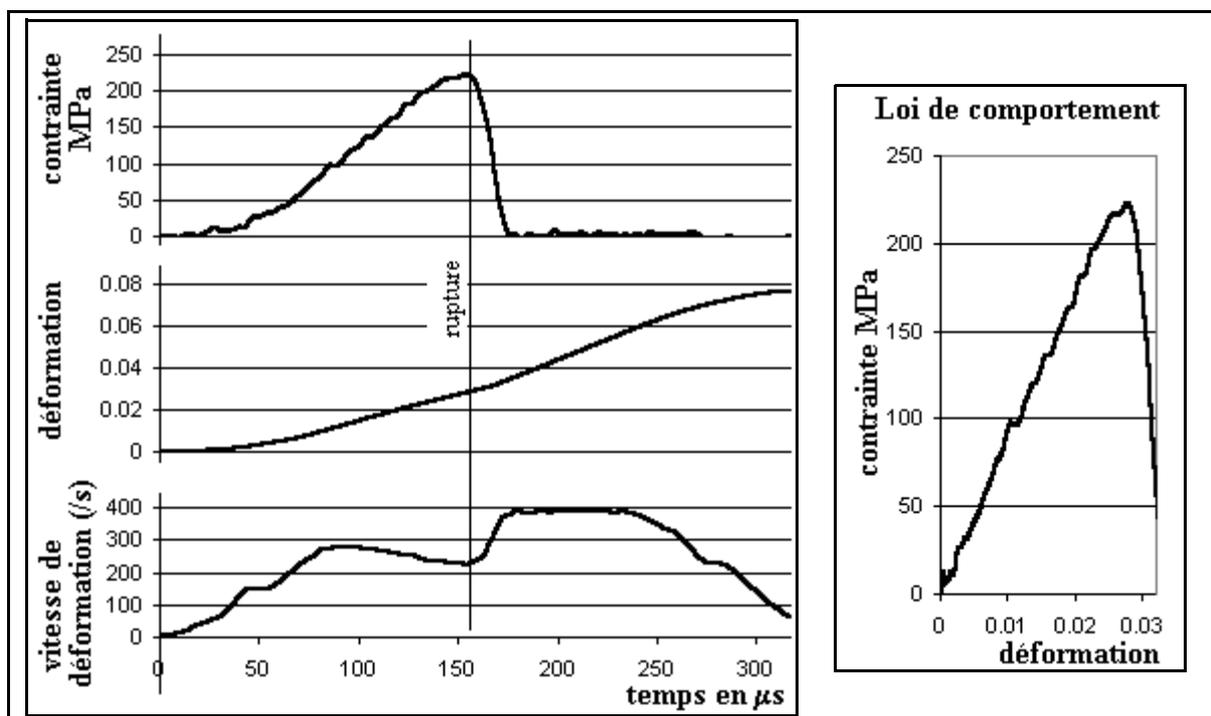
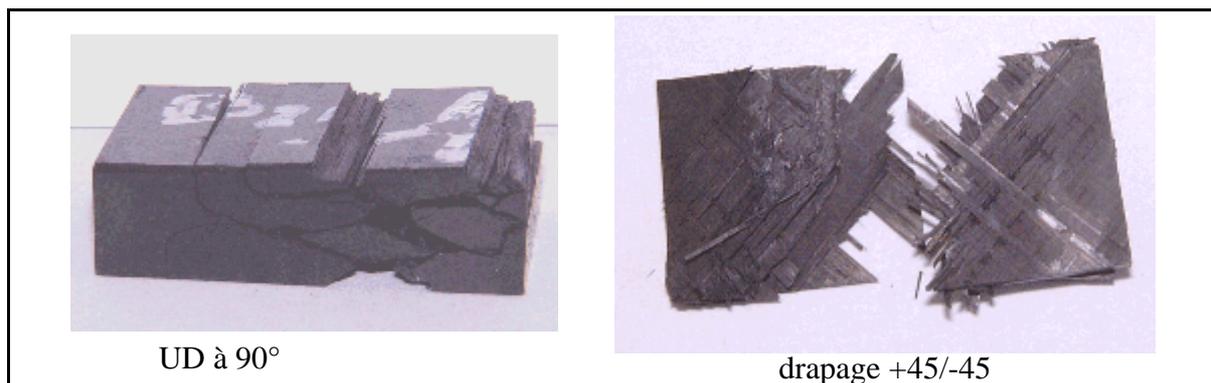


figure III-15 : Analyse des signaux d'un essai UD sens travers

La figure III-16 présente les éprouvettes d'UD sens travers et +/-45° après rupture. L'observation des ces éprouvettes mène à des conclusions similaires au cas statique. Pendant l'essai, les éprouvettes sens fibres explosent, et seuls quelques amas de fibres peuvent être récupérés intacts. Les éprouvettes d'UD sens travers ont des aspects semblables au cas de la statique. Les éprouvettes équilibrées et +/-45° subissent d'importants délaminages. Elles sont récupérées par morceaux de quelques plis d'épaisseur (figure III-16).



**figure III-16 : Eprouvettes après essais au Barres de Hopkinson**

#### III.4.1.4 Résultats

L'ensemble des résultats des essais est regroupé dans le tableau III-4. Les données statiques, lorsqu'elles existent, figurent à côté des résultats d'essais en dynamique. Les valeurs données sont les modules d'Young ( $E$ ), les contraintes maximales ( $\sigma_{\max}$ ), les vitesses de déformation atteintes en dynamique, et le nombre d'essais réalisés pour chaque type d'éprouvette.

Type	E statique	E dynamique	$\sigma_{\max}$ statique	$\sigma_{\max}$ dynamique	vitesse de déformation	nombre d'essais
sens fibres	120 GPa	110 GPa	900 MPa	1050 à 1220 MPa	250 à 950 s <sup>-1</sup>	4
sens travers	9 GPa	9 GPa	180 MPa	220 à 260 MPa	200 à 650 s <sup>-1</sup>	12
équilibré	45 GPa	37.5 GPa	625 MPa	480 à 585 MPa	250 à 550 s <sup>-1</sup>	8
0°/90°	-	46 GPa	-	710 MPa	200 à 450 s <sup>-1</sup>	2
+/- 45°	15 GPa	14 GPa	215 MPa	240 à 260 MPa	400 à 900 s <sup>-1</sup>	10
+/-45° et 90°	-	22 GPa	-	300 à 350 MPa	300 à 600 s <sup>-1</sup>	4

**tableau III-4 : Résultats des essais : contraintes maximales**

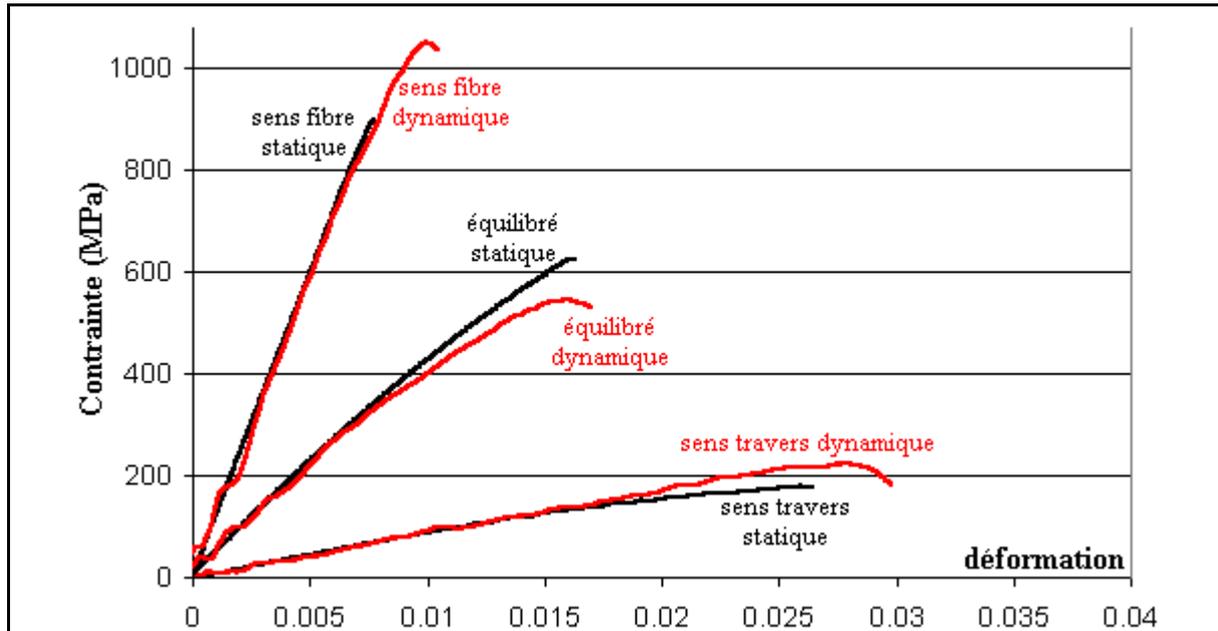
Les résultats en statique et dynamique des essais sens fibre, sens travers, et sur stratifié équilibré sont également représentés sur la figure III-17.

Le comportement de ces trois drapages est linéaire fragile.

Pour les essais sens fibre, une nette augmentation de la contrainte maximale est observée en dynamique. Pour des essais de traction dynamique, [HARDING 1983] montre qu'il n'y a pas d'effet de la vitesse de déformation. Dans le cas de la compression, la rupture est pilotée par le micro-flambage des fibres. Or, il est observé que sous sollicitation dynamique, le flambage est retardé (inertie dans la mise en mouvement transverse), ce qui explique le phénomène.

Dans le sens travers, ce sont les propriétés de la matrice qui prédominent. On observe également une nette augmentation des contraintes maximales.

De façon surprenante, c'est l'inverse pour le stratifié équilibré. Peut-être est ce dû au dispositif d'essai en statique, qui rigidifie l'éprouvette en l'emprisonnant au deux extrémités.



*figure III-17 : Loi de comportement du carbone : comparaison entre statique et dynamique pour les sens long, travers et équilibré*

Il faut noter que la vitesse de déformation n'est pas constant lors d'un essai dynamique, et qu'il est d'usage de prendre comme référence la vitesse maximale lors de l'essai. Durant l'ensemble des essais, pour un type de stratifié donné, les essais sont réalisés de telle sorte qu'une plage de valeurs de la vitesse de déformation soit explorée. Les essais effectués ne permettent pas de mettre en évidence une quelconque dépendance de la contrainte maximale avec la vitesse de déformation à l'intérieur de ces plages (données dans le tableau III-4).

#### *III.4.1.5 Stabilisation des plis à +/-45°*

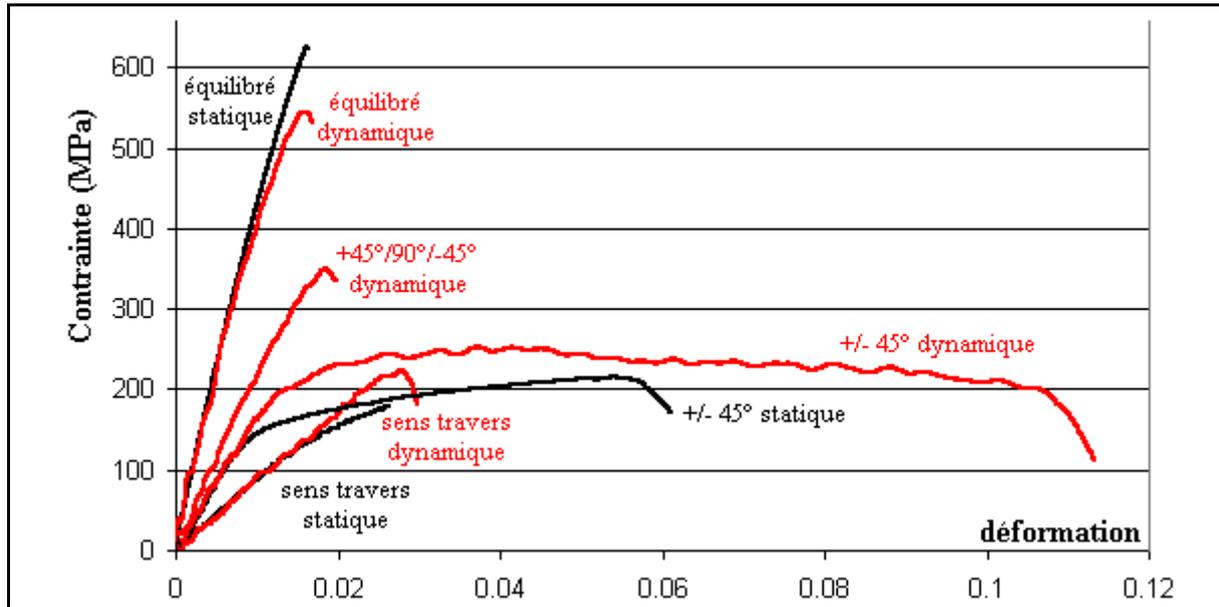
Des essais ont été réalisés sur des stratifiés [+45°/90°/-45°], [+45°/90°/-45°/0°] et [+45°/-45°] afin d'étudier la stabilisation des plis à 45° au sein des stratifiés. Les résultats sont représentés par les courbes de la figure III-18.

Les stratifiés [+45°/-45°] ont un comportement fortement non linéaire, avec un allongement à rupture supérieur à 10%. Le mode d'endommagement principal dans ces éprouvettes est le cisaillement interlaminaire, qui provoque le glissement des fibres de chaque pli les unes par rapport aux autres.

Il est intéressant de noter que comme le montre la théorie des stratifiés pour des sollicitations statiques, les plis à +/-45° en dynamique se trouvent stabilisés une fois emprisonnés au sein d'un drapage contenant des plis à 0° ou 90°.

La figure III-18 représente les lois de comportement obtenues à partir des éprouvettes à +/-45°, des éprouvettes à +/-45° stabilisées avec des plis à 90°, des stratifiés équilibrés, et des essais sens travers pour comparaison.

Le simple fait d'introduire des plis à 90° dans un stratifié à +/-45° suffit à stabiliser son comportement. La loi de comportement du stratifié ainsi formé est alors une loi linéaire fragile.



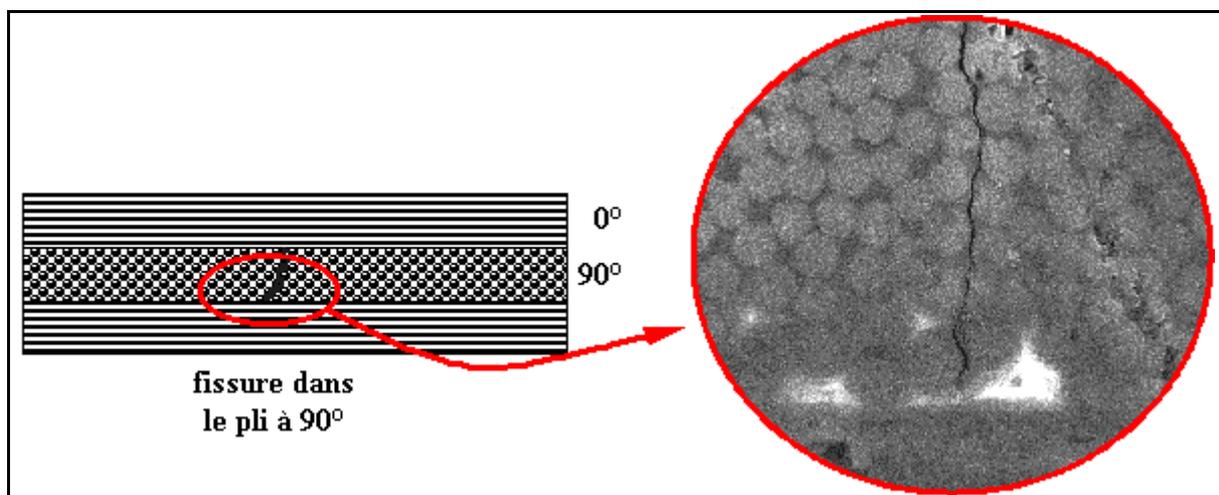
**figure III-18 : Loi de comportement du carbone : stabilisation des plis à 45° dans les stratifiés**

**III.4.1.6 Influence de la microfissuration de la matrice dans les plis à 90°**

Pendant un vol, une pale d'hélicoptère est soumise à de fortes charges dues aux forces centrifuges. Or, soumis à de fortes charges, les stratifiés peuvent développer en leur sein des micro-fissurations. Il est intéressant de pouvoir évaluer l'influence de cette fissuration sur les caractéristiques en dynamique du matériau.

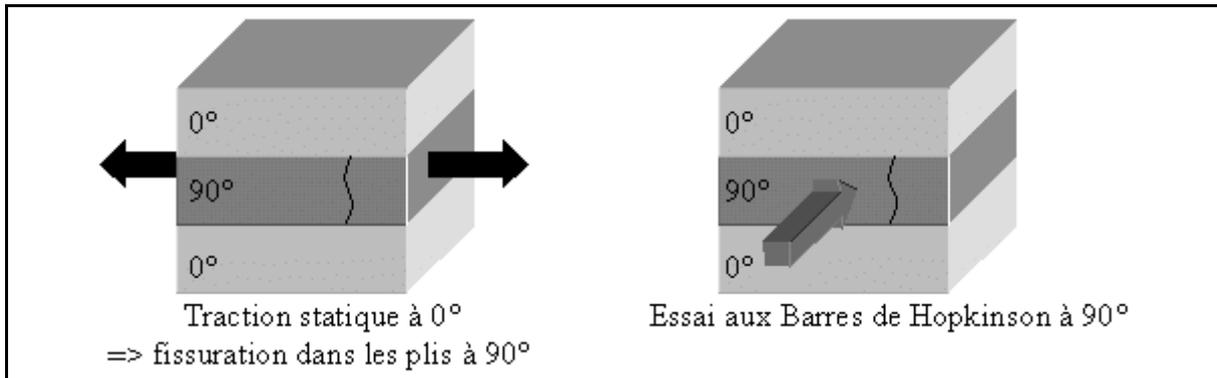
La micro-fissuration est obtenue dans les éprouvettes en effectuant des essais de traction sur les éprouvettes avant de leur faire subir un test en dynamique. Les éprouvettes testées sont les stratifiés équilibrés et les stratifiés 0°/90°.

L'éprouvette est soumise à une traction dans le sens des plis à 0°, à 80% de la charge à rupture estimée. Des micro-fissures apparaissent alors dans les plis à 90° et peuvent être visualisées au Microscope à Balayage Electronique (figure III-19).



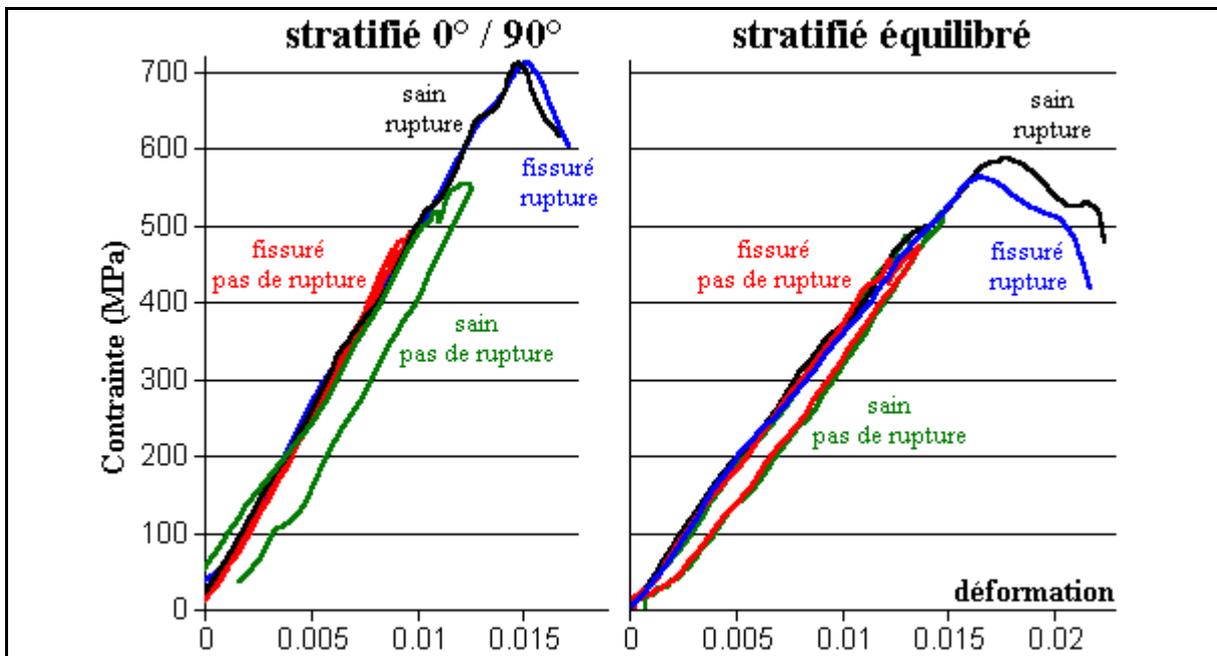
**figure III-19 : Fissuration de la matrice dans les plis à 90°**

Pour se rapprocher le plus possible du cas de l'impact sur pale, la traction est réalisée dans un sens, et l'impact aux barres de Hopkinson dans le sens perpendiculaire (figure III-20).



*figure III-20 : Direction des efforts dans les éprouvettes fissurées*

Les résultats sont donnés sur la figure III-21. La moitié des éprouvettes est menée à rupture, l'autre moitié subit un cycle charge-décharge. Dans tous les cas, il n'y a pas de différence significative entre les éprouvettes saines et les éprouvettes pré-fissurées. Cependant, cela ne signifie pas que la fissuration n'a pas d'effet. En effet, en vol, lors de l'impact, la pale subit toujours les contraintes dues à la force centrifuge, qui a tendance à ouvrir les fissures de la matrice. Ainsi, les essais effectués ne sont pas représentatifs du phénomène physique. Pour améliorer la représentativité de l'essai, il est envisagé d'effectuer des essais dynamiques en maintenant un état de traction sur l'éprouvette dans le sens travers. Ces essais nécessiteront un appareillage spécial.



*figure III-21 : Essais sur éprouvettes pré-fissurées*

### III.4.2 Caractérisation du verre

#### III.4.2.1 Tissu pour fabrication des peaux des éprouvettes spécifiques

Le matériau utilisé pour fabriquer les peaux des éprouvettes spécifiques testées en statique et au poids tombant, présentées plus loin, est un tissu de verre imprégné à la main.

Ce tissu est couramment employé au laboratoire, et a ainsi fait l'objet d'une caractérisation systématique. Il s'agit de tissu de verre (référence 20823, 200g/m<sup>2</sup>, sergé 2) d'épaisseur 0.16 mm à sec, imprégné manuellement de résine époxyde (5052). Il en ressort les données du tableau III-5.

Ces tissus seront utilisés pour le drapage des peaux des structures spécifiques .

Modules	Valeur
$E_x$	19000 MPa
$E_y$	19000 MPa
$\nu_{xy}$	0.11
$G_{xy}$	2500 MPa

**tableau III-5 : Caractéristiques statiques du tissu verre-époxy**

#### III.4.2.2 UD verre

Le longeron principal d'une pale, situé au bord d'attaque, est constitué de verre-époxyde unidirectionnel. Un UD verre de 0.35 mm d'épaisseur, imprégné main, est également testé en dynamique rapide, sens long et sens travers, pour estimer l'influence de la vitesse de déformation.

Le comportement est linéaire et fragile. On constate à nouveau une forte augmentation des contraintes à rupture dans le matériau. Les résultats sont donnés dans le tableau III-6

	statique	dynamique
sens fibre	400 MPa	600MPa
sens travers	95 MPa	120 MPa

**tableau III-6 : Contraintes à rupture de l'UD verre-époxyde**

### III.4.3 Caractérisation de la mousse

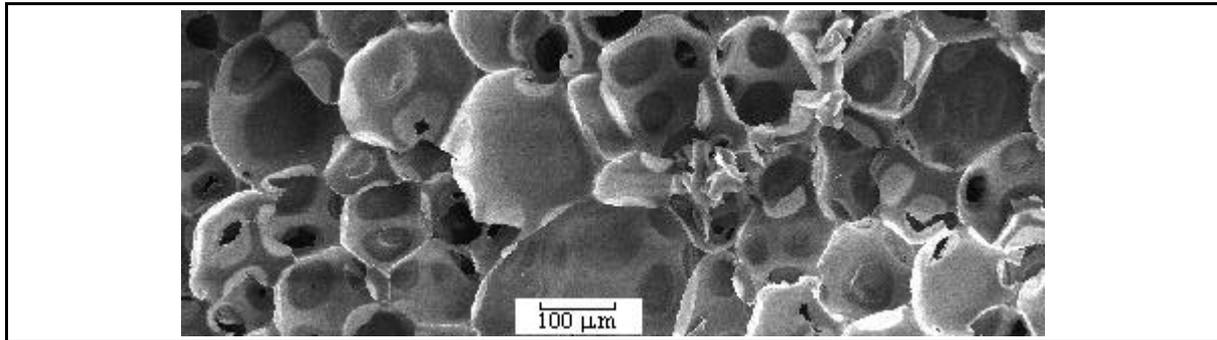
L'expertise des pales impactées montre le rôle essentiel de la mousse dans l'endommagement global de la structure, par décollement des peaux. Ce point est essentiel, car la mousse est utilisée pour stabiliser les peaux, et le décollement réduit alors la rigidité de la section de façon considérable.

De plus, les mousses ont un caractère fortement non-linéaire, différent en compression et traction, et fort dépendant de la vitesse de chargement. Il est donc nécessaire de les caractériser à la fois en statique et en dynamique.

Les éprouvettes de caractérisation sont réalisées à partir de mousse voisine du matériau de remplissage utilisé pour les pales d'hélicoptère. Ce sont des mousses en polyuréthane, à cellules ouvertes (figure III-22). Pour identifier l'anisotropie du matériau, les éprouvettes sont découpées dans le bloc de mousse selon deux directions, l'une dans la longueur du bloc, l'autre

dans la largeur.

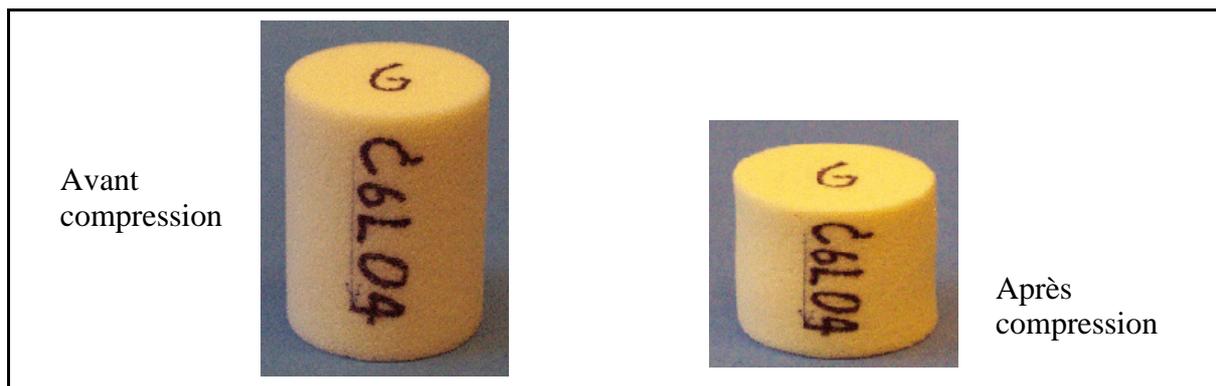
Les essais sont alors réalisés dans les différents sens, en traction, compression et torsion.



*figure III-22 : Visualisation des cellules de la mousse au MEB*

#### *III.4.3.1 Caractérisation statique en compression*

Les essais statiques de traction et compression sont réalisés sur une machine de traction-compression Instron. Lors de l'essai, sont mesurés l'effort appliqué, les déplacements et les déformations. L'essai se déroule à déplacement imposé.



*figure III-23 : Eprouvettes de caractérisation des mousses en compression*

Les éprouvettes de compression sont des cylindres ([GDOUTOS 2002]) de diamètre nominal 30 mm, et de longueur 40 mm (figure III-23). Deux vitesses de chargement de 0,5 et 5 mm/min ont été imposées, ce qui donne des vitesses de déformation de  $2 \cdot 10^{-4}$  et  $2 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Durant les essais, une très grande déformation des éprouvettes est observée, sans atteindre la rupture de la mousse. L'essai est alors stoppé lorsque la déformation atteint plus de 50%.

La mousse a un comportement fortement non linéaire en compression (figure III-24). Ce comportement s'explique par la structure alvéolaire de la mousse [ZHANG J. 1998] :

- à faibles charges, on observe un comportement linéaire,
- puis on atteint un plateau d'effort, correspondant au flambage des parois des cellules,
- enfin, une fois les cellules écrasées, l'effort augmente à nouveau, avec une pente plus forte que dans la partie linéaire (densification).

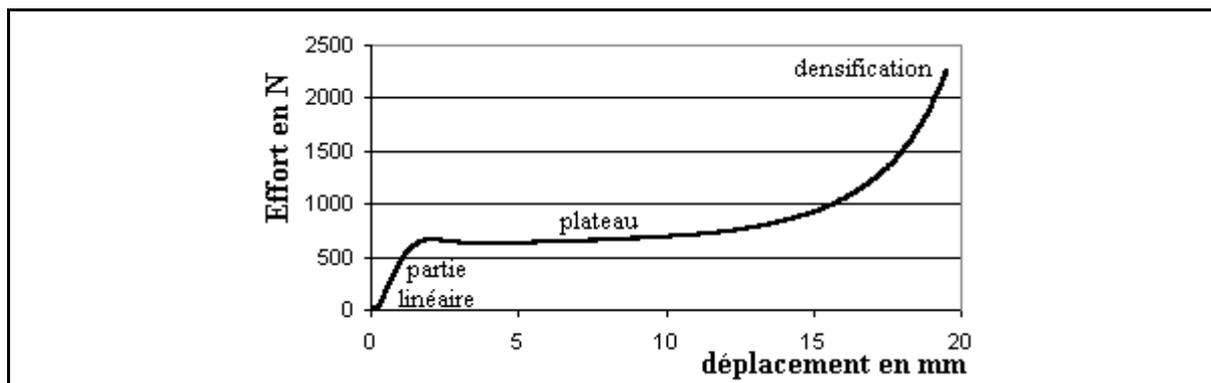


figure III-24 : Comportement de la mousse en compression uniaxiale

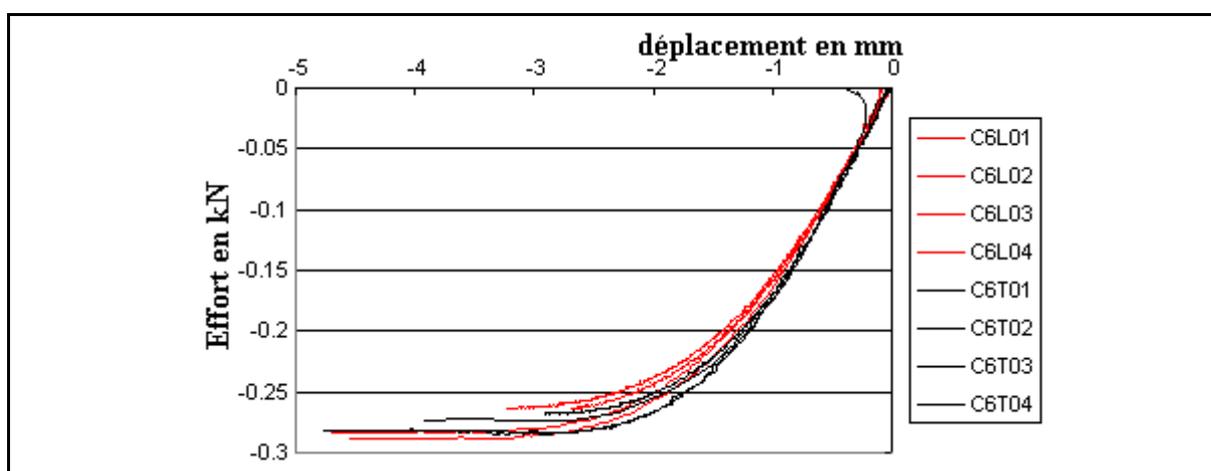


figure III-25 : Compression uniaxiale : détail

Un diagramme effort-déplacement pour une vitesse de déplacement de 5 mm/min est représenté sur la figure III-25, pour huit essais (4 sens 1, 4 sens 2). Les essais C6L01 à C6L04 sont effectués dans le sens longitudinal, les autres dans le sens transverse. Sur le graphe, tous les essais dans une même direction sont représentés de la même couleur. Le comportement est linéaire jusqu'à 4% de déformation, puis la courbe s'infléchit pour atteindre un plateau d'effort.

Le calcul des caractéristiques mécaniques de la mousse dans la partie linéaire est issu des résultats connus de la RDM [LAROZE 1992]. Les lois de comportement sont ainsi déduites de la mesure des effort, couple et déplacement :

$$\sigma = \frac{F}{S_0} \text{ et } \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (\text{eq. III-19})$$

La variation des modules d'Young entre les deux vitesses de chargement est peu sensible. Par contre, on retrouve l'anisotropie de la mousse :

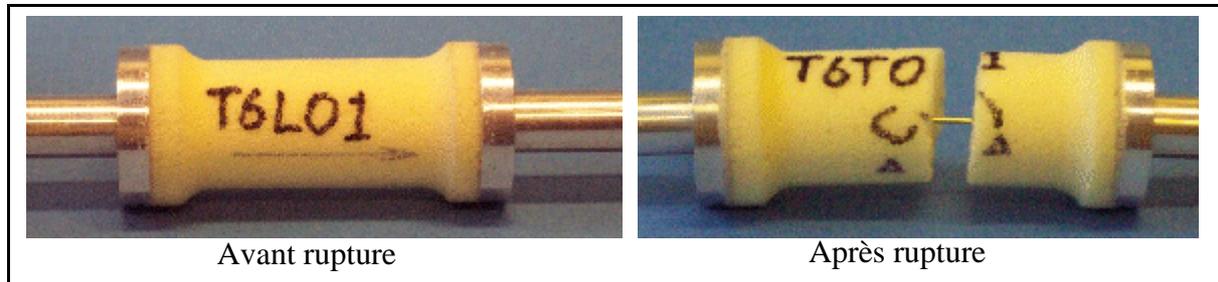
- module d'Young moyen dans la direction longitudinale : 9.25 MPa
- module d'Young moyen dans la direction transverse : 10 MPa

#### III.4.3.2 Caractérisation statique en traction

Les éprouvettes de traction (figure III-26) présentent une réduction de section afin d'obtenir une rupture au coeur de la mousse, et non à l'interface de collage. La longueur de la

mousse est de 50 mm, avec une section réduite de 20 mm de diamètre, pour un diamètre de 25mm ailleurs

Contrairement aux essais de compression, la rupture est atteinte rapidement, pour des allongement faibles. La rupture est localisée au niveau de la section mince des éprouvettes, dans un plan perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'éprouvette.



*figure III-26 : Eprouvettes de caractérisation des mousses en traction*

Le calcul des caractéristiques mécaniques de la mousse en traction suit le même traitement qu'en compression.

La figure III-27 présente le graphe effort-déplacement obtenu pour 4 éprouvettes de mousse. Deux éprouvettes sont orientées dans le sens 1, les deux autres dans le sens 2. La longueur des éprouvettes est de 50 mm, leur diamètre 20 mm.

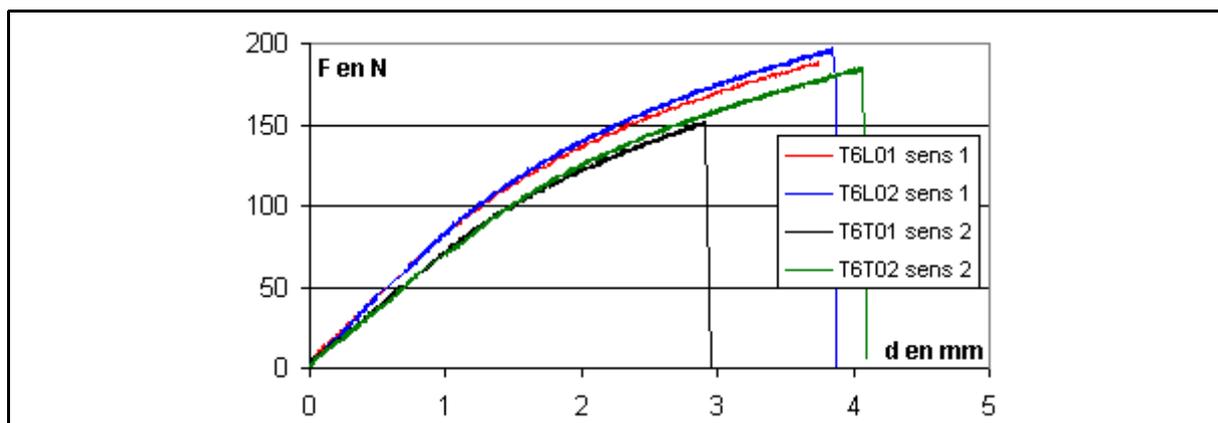
On observe un comportement linéaire du matériau aux faibles charges, puis une zone pseudo-plastique avant rupture.

Les essais sont bien reproductibles, mais montrent une légère anisotropie de la mousse :

- module d'Young moyen dans la direction longitudinale : 13 MPa
- module d'Young moyen dans la direction transversale : 11 MPa

L'écart est tout juste inférieur à 20%, il est donc nécessaire de prendre en compte l'anisotropie de la mousse dans les modélisations.

On observe que le module d'Young en compression est inférieur à celui en traction.



*figure III-27 : courbes de traction Effort - déplacement*

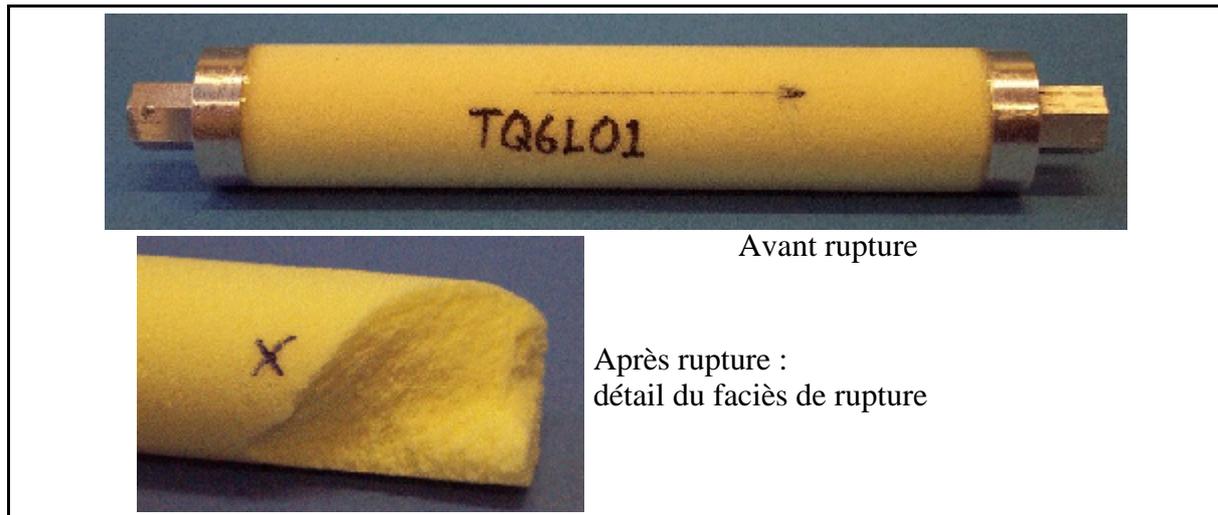
Les efforts à rupture semblent peu dépendants de la direction de découpe de la mousse. Cependant, ils sont relativement sensibles aux défauts du matériau. C'est pourquoi, sur l'ensemble des essais effectués, certains donnent des efforts à rupture beaucoup plus faibles que les autres. Cette remarque est importante, car elle montre la nécessité de suivre une approche statistique de la rupture. Ainsi, les essais de structure dans lesquels la mousse joue un rôle prépondérant, comme le flambage des peaux, seront assujettis aux mêmes erreurs dues à la

dispersion des caractéristiques mécaniques.

### III.4.3.3 Caractérisation statique en torsion

Les essais de torsion sont réalisés sur un banc de torsion. L'éprouvette, emprisonnée aux deux extrémités, subit un couple de torsion. Le couple appliqué et l'angle de rotation induit sont mesurés.

Les éprouvettes de torsion (figure III-28) sont des cylindres de diamètre 30, pour une longueur de 150 mm. La rupture a lieu dans les directions à 45° de l'axe longitudinal.



*figure III-28 : Eprouvettes de caractérisation des mousses en torsion*

Le calcul des caractéristiques mécaniques est inspiré de la RDM, selon les expressions suivantes :

$$\tau = \frac{M_t R}{I_x} \text{ et } \theta = \frac{M_t L}{G I_x} \text{ et } \varepsilon = \frac{\theta R}{2L} \quad (\text{eq. III-20})$$

La rupture des éprouvettes lors des essais de torsion se produit à 45 degrés comme montré dans la figure III-28. C'est une rupture typique d'un matériau fragile sous un moment de torsion pur, dans ses directions principales.

Les courbes couple-angle sont représentées sur la figure III-29. La reproductibilité de l'essai est bonne. On observe toujours une courte partie linéaire, puis un domaine pseudo-plastique. On obtient un module initial moyen de 5.15 MPa, peu sensible à l'orientation de la mousse.

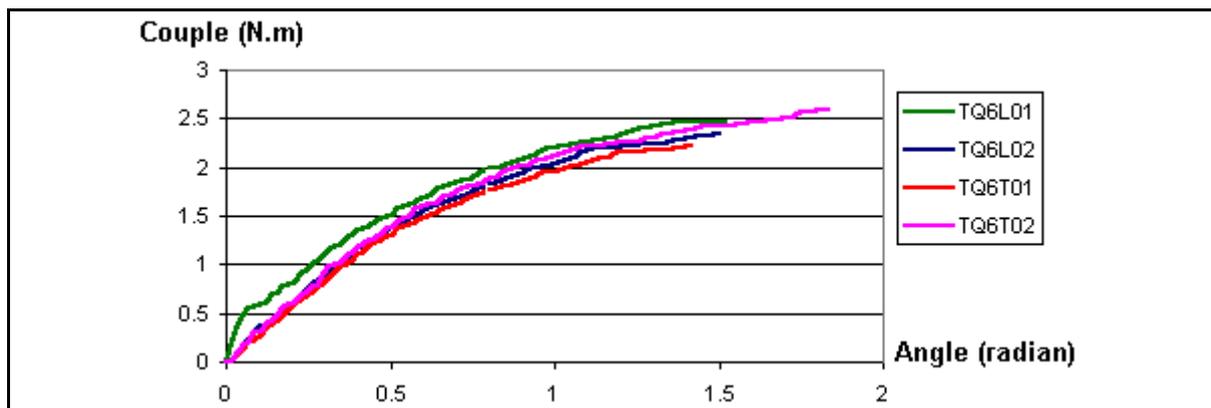


figure III-29 : Courbes des essais de torsion jusqu'à rupture

#### III.4.3.4 Essais de caractérisation dynamique

La caractérisation dynamique de la mousse est plus complexe. Elle est effectuée uniquement en compression, au moyen d'un poids tombant.

Un bloc de mousse cylindrique analogue à ceux des essais statiques est impacté par une masse équipée d'un capteur de force et d'un accéléromètre. La déformation est obtenue à partir des déplacements, eux-mêmes obtenus par double intégration de l'accélération. La contrainte est obtenue par la mesure de la force. La loi de comportement peut alors être établie.

On observe une forte dépendance du comportement de la mousse avec la vitesse de déformation, même pour des valeurs relativement faibles de la vitesse de déformation. Ce phénomène s'explique par la structure alvéolaire de la mousse. La vitesse à laquelle s'échappe l'air contenu dans les cellules de la mousse gère la loi de comportement de la mousse.

La figure III-30 montre la loi contrainte-déformation calculée lors d'un essai au poids tombant ainsi que l'évolution de la vitesse de déformation lors de l'écrasement. L'essai ne se fait pas à vitesse de déformation constante. Sur ce graphe, il passe de 80 à 70 s<sup>-1</sup> pendant la partie linéaire du chargement, puis chute jusqu'à 0, à la fin du chargement. On ne s'intéresse pas à la loi de décharge.

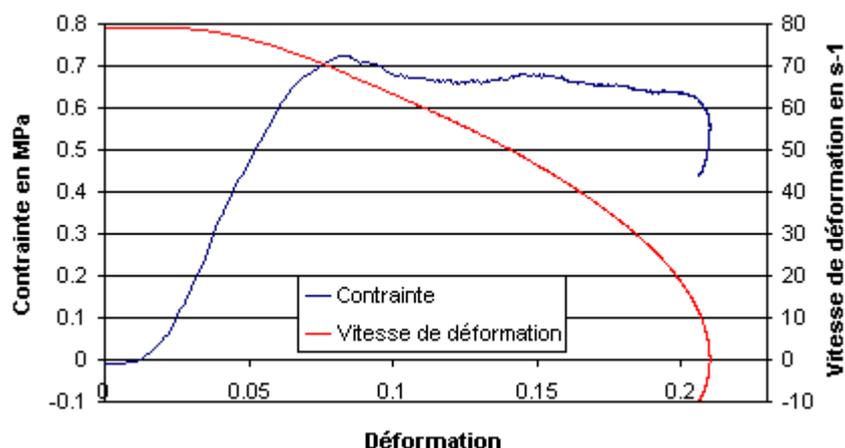
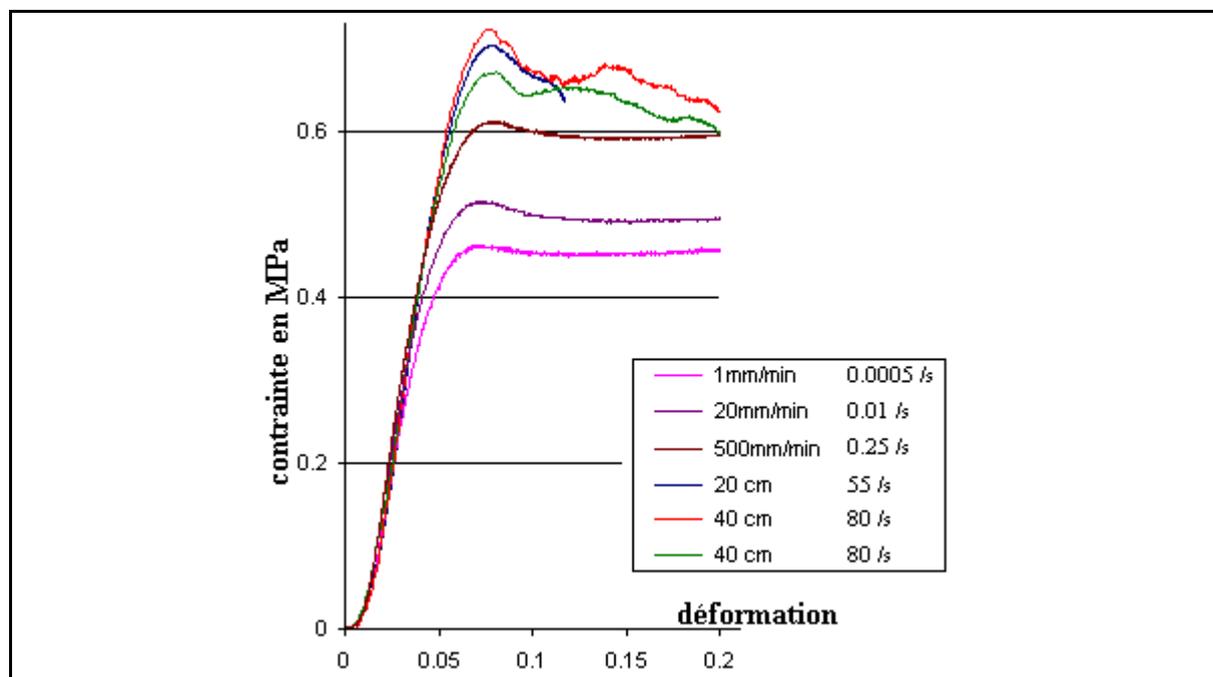


figure III-30 : loi de comportement de la mousse pour un essai d'impact

On n'observe pas de différence significative sur le module d'Young en fonction de la vitesse de déformation. Par contre, plus la vitesse de déformation est grande, plus la limite linéaire et le plateau de compression, observés en statique, apparaissent pour des valeurs de contraintes élevées. Cette forte dépendance est illustrée par la courbe des résultats d'impacts (figure III-31) effectués sur des éprouvettes similaires, dans un même sens, avec des vitesses de déformations différentes.



*figure III-31 : Influence de la vitesse de déformation sur le comportement des mousses en compression*

#### III.4.3.5 Conclusion

Les propriétés de la mousse sont déterminées par les essais comme suit :

Module d'élasticité en traction, statique

- La valeur moyenne du module d'Young en direction longitudinale est de 13 MPa. Elle est supérieure à celle calculée suivant la direction transversale (11 MPa). La mousse a donc un comportement légèrement anisotrope.

Module d'élasticité en compression, statique

- Les modules d'Young calculés à partir des essais à la vitesse de déplacement de 0,5 mm/min sont presque identiques à ceux obtenus à partir des essais à 5 mm/min. Il est raisonnable de dire que la vitesse de déplacement de 5 mm/min est assez lente pour être considérée comme un chargement statique pour la mousse.
- La valeur moyenne du module d'Young en direction longitudinale (9,25 MPa) est très légèrement inférieure à celle en direction transversale (10 MPa), contrairement à ce qu'on observe en traction.

Les essais de traction et de compression montrent que les modules d'Young en direction longitudinale sont différents de ceux en direction transversale. Cette dépendance de direction peut être suffisamment forte pour qu'elle soit prise en considération dans les modélisations où la mousse est utilisée.

Le module de cisaillement semble peu sensible à l'orientation de la mousse. Il vaut 5.15 MPa en moyenne.

La loi de comportement des mousses en compression présente une forte dépendance avec la vitesse de déformation. On observe dans tous les cas une nette augmentation du plateau de compression (jusqu'à 50 %, dans le cas représenté sur la figure III-31), mais le module de Young reste le même.

Il est nécessaire d'ajouter que ces essais ont été effectués pour un même bloc de mousse. D'autres essais de caractérisation ont été réalisés, sur d'autres blocs de mousse provenant de la même unité de fabrication. Ils montrent tous la légère anisotropie du matériau, mais ils peuvent donner des résultats différents pour chaque bloc, avec des écarts pouvant atteindre plus de 20%. Il est donc nécessaire d'effectuer la caractérisation de chaque bloc de mousse utilisé lors des essais.

### III.4.4 Conclusion

Les essais de caractérisation ont permis d'obtenir les lois de comportement des matériaux utilisés dans la fabrication de pales d'hélicoptère.

En particulier, les essais ont montré l'augmentation des contraintes à rupture avec les vitesses de sollicitation dans les matériaux composites carbone-époxyde et verre-époxyde. Par contre, les valeurs des modules des différents drapages caractérisés ne semblent pas sensibles à la vitesse de déformation.

L'influence de la pré-fissuration des plis à 90° dans les stratifiés a été étudiée, mais n'a pu être observée lors des essais. Cependant, il n'est pas possible de conclure sur la non influence de la pré-fissuration car les essais de caractérisation sont réalisés alors que les contraintes qui ont créé les fissures sont relâchées. Il serait intéressant d'effectuer des tests sur éprouvettes contraintes (état de traction à 0°), pour que les fissures soient ouvertes lors de la sollicitation dynamique à 90°.

La caractérisation de la mousse a permis de montrer son comportement pseudo-plastique en compression, et élastique fragile en traction. La connaissance des valeurs des contraintes à rupture permettra notamment d'étudier les phénomènes de rupture et de décollement des peaux lors des essais en statique et à l'impact des structures de type pale simplifiée.

### III.5 ESSAIS DE FLAMBAGE

L'un des problèmes rencontrés dans le cas de l'impact sur pales est la tenue des peaux au flambage. Des essais sur éprouvettes spécifiques sont réalisés pour déterminer les modes de ruptures de structures de type pale d'hélicoptère. L'évolution des modes de rupture avec une évolution des formes de la structure est étudiée en utilisant des sandwichs à peaux présentant une légère courbure.

#### III.5.1 Essais de flambage en statique

##### III.5.1.1 Epreuves droites : étude de la rupture sous flambage

La structure choisie pour les essais est représentée sur la figure III-32. Il s'agit d'une poutre sandwich épaisse et courte, formée d'une âme en mousse polyuréthane, recouverte de peaux en fibres de verre et résine époxy. L'introduction des efforts de compression se fait par des renforts en acier.

Les caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés sont les suivantes : la mousse utilisée est celle qui a été caractérisée précédemment. Elle est légèrement anisotrope :  $E_{mx}=10$  MPa,  $E_{my}=12$  MPa,  $G_m=6$  MPa. Les caractéristiques du tissu de verre-époxy sont :  $E_p=20000$  MPa,  $G_p=3000$  MPa, pour une épaisseur théorique de 0.16 mm. Le tissu de verre est imprégné manuellement de résine époxyde.

Les essais ont été réalisés sur une machine de traction-compression, à partir d'un dispositif adapté : un ensemble de cylindres coulissant dans un tube permet d'assurer la direction de l'effort appliqué. La figure III-32 montrent la géométrie des éprouvettes testées, ainsi que le schéma du montage d'essais. Une photo du montage est présentée sur la figure III-33.

De nombreux essais ont été nécessaires pour valider la méthode. Le guidage par cylindre s'est imposé suite à des problèmes de dissymétrie dans le chargement. Des problèmes de collage de la peau composite sur l'acier ont conduit au début des essais à des décollements intempestifs au niveau de l'acier. La méthode de collage a été changée pour obtenir les résultats escomptés.

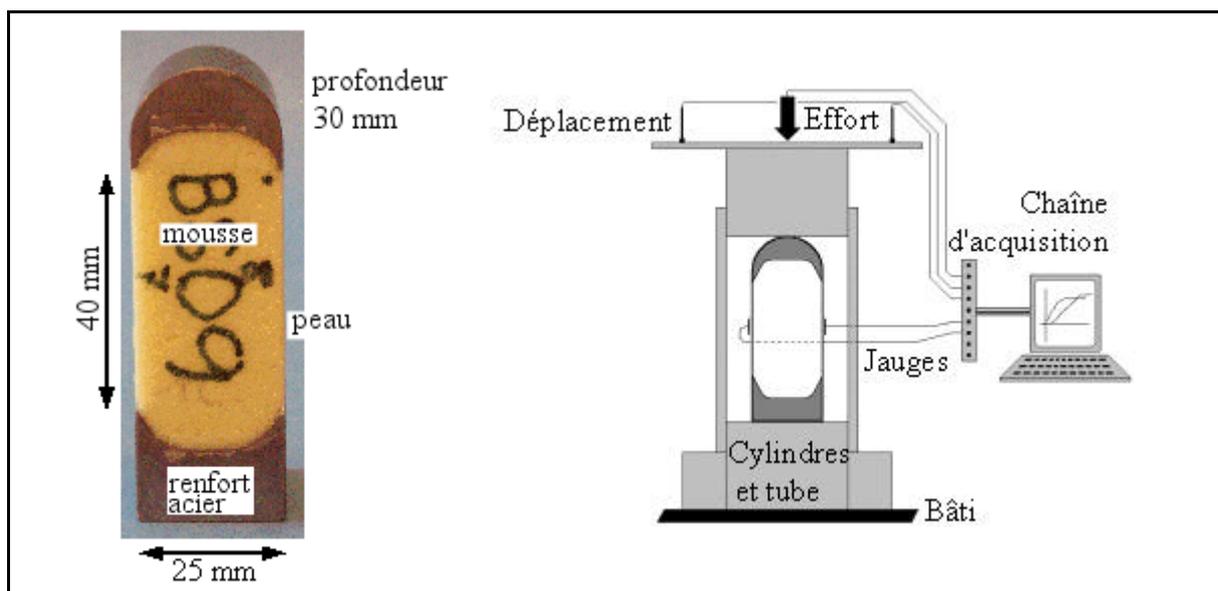
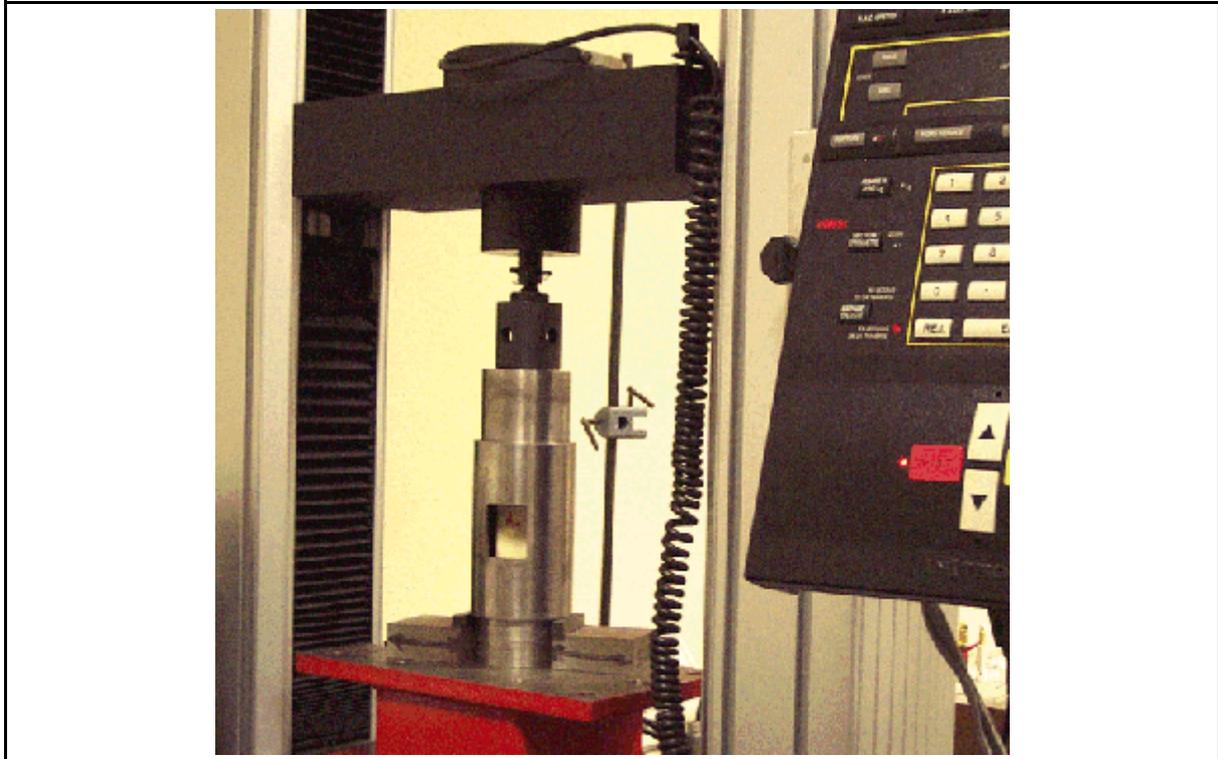


figure III-32 : Description des éprouvettes testées et du montage d'essais

Les essais se font à déplacement imposé (0.5 mm/min). Les acquisitions permettent d'obtenir l'effort appliqué, le déplacement au niveau du point d'application de l'effort, et les déformations au centre de chacune des peaux. Des éprouvettes dont la peau est formée d'un ou deux plis de verre ont été testées.



*figure III-33 : Photo du montage d'essais*

Les principales observations sur la rupture de ces éprouvettes sont regroupées dans la figure III-34. Tout d'abord, le mode de ruine de la structure est le décollement ou l'enfoncement d'une peau. L'analyse de la peau décollée permet de dire que le décollement est en fait une rupture au sein de la mousse, localisée sous la peau, due aux faibles caractéristiques mécaniques de la mousse devant celles de la résine.

Pour les peaux constituées de 2 plis, le décollement se propage d'un bout à l'autre de l'éprouvette. C'est la bonne tenue du collage peau-acier qui arrête cette progression.

Pour les peaux d'un seul pli, le décollement est localisé, et ne dépasse pas 10 à 15 mm. De plus, il n'est pas localisé à un endroit privilégié dans la hauteur de l'éprouvette. Ceci semble indiquer que le décollement apparaît bien par flambage local, comme attendu. La visualisation d'un essai par caméra rapide (2000 images par secondes) ne permet pas d'observer le décollement de la peau, trop rapide, mais les trois images représentées sur la figure III-34 montrent tout de même l'apparition d'un défaut local (image du milieu) avant rupture, qui confirme l'hypothèse de l'initiation du décollement par flambage local de la peau. Enfin, la rupture peut arriver par enfoncement de la peau dans la mousse, mais n'est observée que pour des peaux formées d'un seul pli. Les efforts mesurés dans cette configuration de rupture ne diffèrent pas sensiblement des cas de décollement.

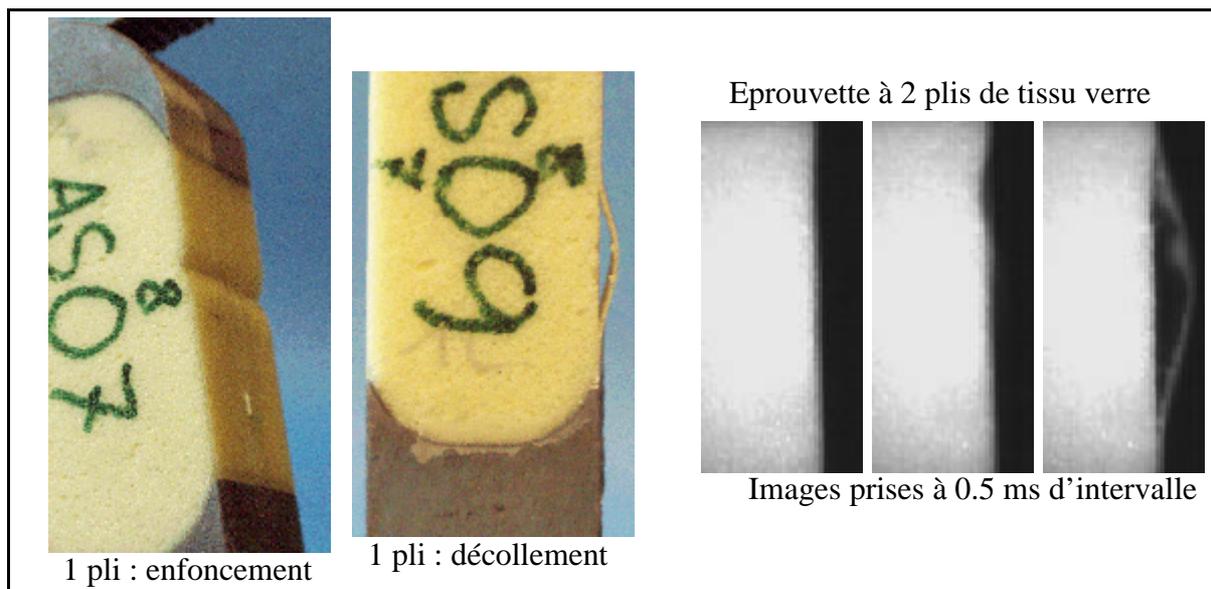


figure III-34 : Observation des décollements peau - mousse

Type	Fmax	Fmax moyen	nb d'essais
1 pli de verre	1185 à 1530 N	1350 N	7
2 plis de verre	2500 à 3267 N	2870 N	8

tableau III-7 : Efforts à rupture des éprouvettes droites

Le tableau III-7 donne les valeurs des efforts à rupture. La dispersion des valeurs d'effort à rupture est d'environ 20%, ce qui est raisonnable, étant donnée la méthode de fabrication des éprouvettes.

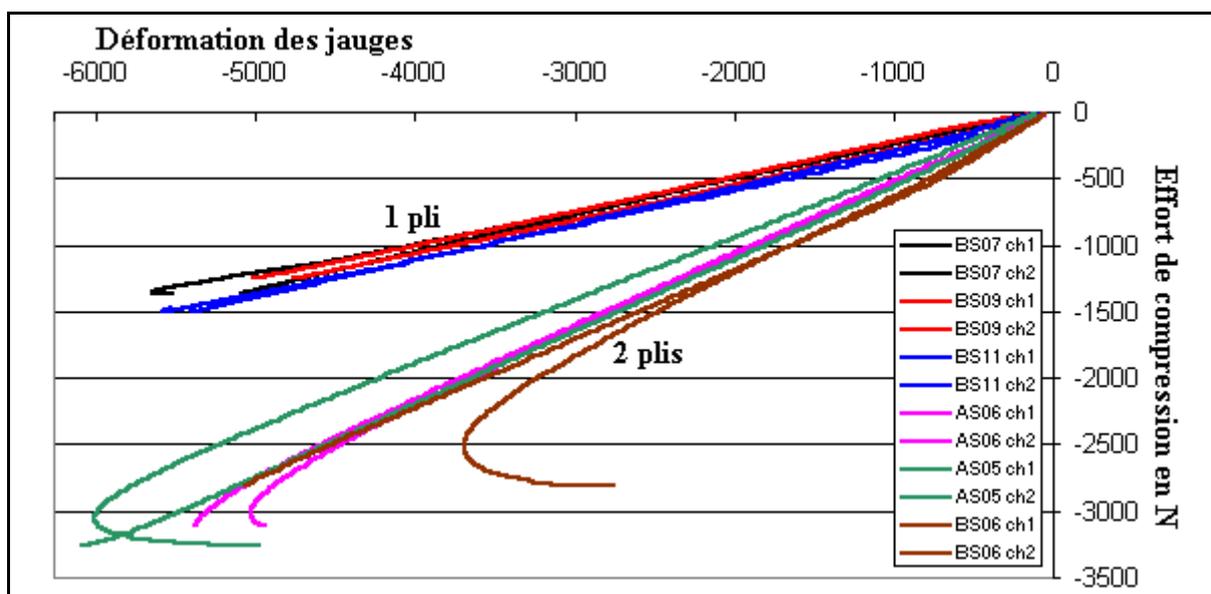


figure III-35 : Essais de flambage sur éprouvettes droites : graphe déformation mesurée par les jauges / Effort de compression

La figure III-35 représente le graphe des déformations mesurées par les jauges en

fonction de l'effort de compression. Seuls quelques essais sont présentés, mais ils sont représentatifs de l'ensemble des essais effectués. Les essais à 1 pli montrent une bonne linéarité du comportement de la structure, et une faible dispersion des pentes. Certains essais à 2 plis présentent une non-linéarité marquée en fin d'essai. Elle s'explique par un couplage compression/flexion, dû à un défaut géométrique de l'éprouvette, ou à un défaut de chargement (dissymétrie).

Ces essais montrent bien que le mode de rupture de la structure, dans une sollicitation de compression parallèle aux peaux, est un mode de rupture par flambage local de la structure. Des mesures ont été effectuées, et seront comparées à des modèles analytiques et numériques.

### III.5.1.2 Eprouvette présentant une courbure : évolution du mode de rupture

Sur une pale d'hélicoptère, la structure du sandwich est plus complexe que sur une plaque sandwich, puisque la peau présente une légère courbure par endroits. Pour évaluer l'influence de la forme sur le mode de rupture, des essais semblables ont été réalisés sur des éprouvettes bombées. Seule la courbure des peaux évolue, et trois courbures sont testées. Les offsets sont de 0.75 (éprouvette de type C), 1.5 (type D) et 2 mm (type E), pour une hauteur de 40 mm. La figure III-36 présente les éprouvettes à côté d'une éprouvette droite, et définit l'offset de courbure.

Pour l'ensemble des essais statiques, éprouvettes droites et bombées confondues, plus d'une cinquantaine d'essais ont été réalisés. Un grand nombre d'entre eux (un tiers) n'ont pu être validés à cause de problèmes divers tels que décollement des peaux sur l'acier, défaut de fabrication,... Il est effectivement très difficile d'obtenir des essais propres en flambage, d'autant que la forme des éprouvettes a été choisie pour pouvoir faire une étude sur éprouvettes similaires à l'impact.

Pour les essais valides, l'analyse des dommages sur les éprouvettes avec courbure aboutit aux mêmes observations que sur les éprouvettes droites : décollement localisé pour les peaux à 1 pli, décollement global pour les autres. Seul le mode de rupture par enfoncement des peaux n'est jamais observé. La figure III-37 montre les peaux décollées des éprouvettes de type E (courbure maximale), pour des épaisseurs de 1 et 2 plis.

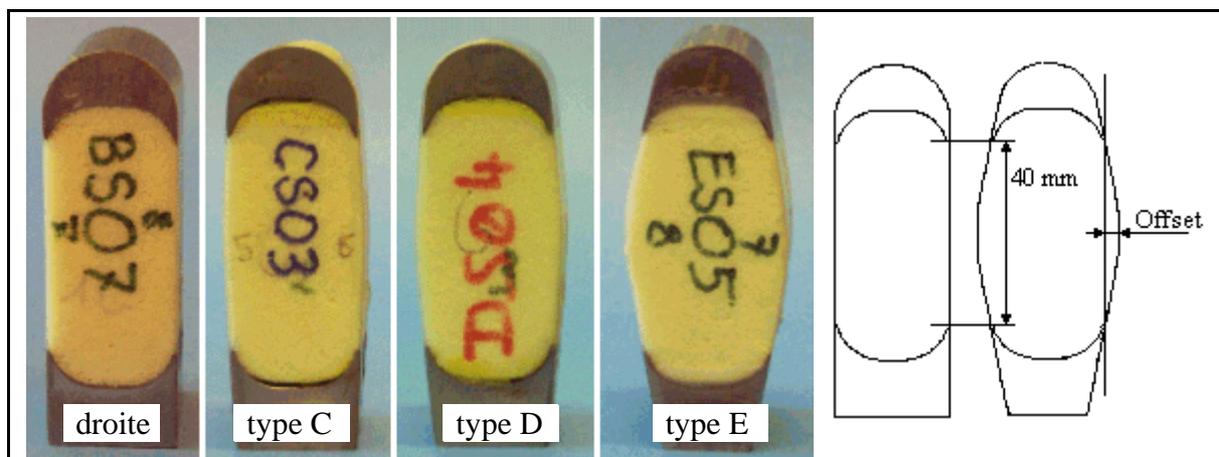
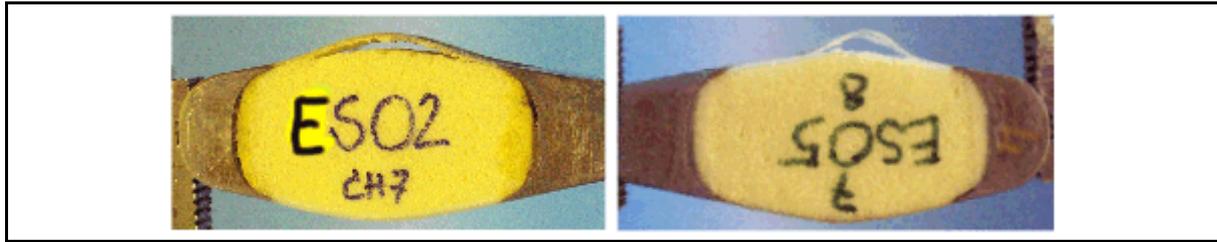


figure III-36 : Eprouvettes droite et bombées



*figure III-37 : Eprouvettes avec courbure (type E) après rupture*

Les courbes de mesures issues des essais sont données sur la figure III-38. Seules les courbes les plus représentatives sont affichées. Elles permettent de voir l'évolution du comportement de la structure lorsque l'épaisseur des peaux passe de 1 à 2 plis, et de visualiser l'effet de la courbure. Le paragraphe III-8 donne les valeurs à rupture observées lors de l'ensemble des essais.

Quelle que soit la géométrie de l'éprouvette, le passage de 1 pli à 2 plis augmente la valeur à rupture. C'est pour les peaux droites que le phénomène est le plus important, avec un effort à rupture double. Cet effet se réduit lorsque la courbure des peaux augmente.

L'analyse des essais sur peau à 1 pli montre une très faible influence de la courbure sur le comportement de la structure. Certes, la pente des courbes C, D et E diffère légèrement de celle à peau droite, mais le comportement global reste linéaire, et les efforts à rupture évoluent peu. En fait, la différence de pente observée est due au mode de fabrication des éprouvettes. Les peaux droites sont fabriquées en exerçant une pression sur la peau pendant la phase de polymérisation. Pour les peaux avec courbure, la pression est plus difficile à exercer, et l'épaisseur de résine finale est alors plus importante, ce qui est effectivement mesuré sur les peaux des éprouvettes après essai. La peau s'en trouve alors plus rigide en effort normal, donc le pente augmente.

Les essais à 2 plis donnent des résultats différents. Les valeurs à rupture sont très diminuées, et d'autant plus que la courbure augmente.

Des calculs éléments finis (paragraphe IV.3.3) ont permis de montrer que la courbure des peaux augmente très légèrement la tenue au flambage. La diminution des efforts à rupture tend donc à montrer que, pour les peaux présentant une courbure, le phénomène conduisant à la rupture n'est pas le flambage local. De plus, l'aspect non linéaire des courbes de l'effort en fonction des déformations montre que la peau subit une flexion non négligeable, et qui se fait sentir très tôt dans la mise en compression de l'éprouvette, et d'autant plus tôt que la courbure augmente. Comme dans le cas des peaux à 1 pli, les pentes initiales sont plus fortes que pour les essais à peaux droites, à cause de la méthode de fabrication, mais elles varient peu entre les types C, D et E. L'hypothèse avancée sur le mode de rupture est que le flambage n'est pas atteint, et que la rupture apparaît lorsque la mousse atteint sa limite à rupture sous sollicitations de traction et de cisaillement dues à la flexion globale de la peau.

Il est donc possible de résumer ces observations comme suit : la rupture des structures sandwichs étudiées apparaît par flambage local de la peau lorsque les peaux sont planes. Une légère augmentation de la courbure affecte peu le comportement lorsque les peaux sont très fines, l'effet de flexion de la peau restant négligeable face à la compression (rôle stabilisateur de l'âme). Lorsque l'épaisseur des peaux augmente, la flexion globale de la peau ne peut plus être négligée, et la rupture apparaît suite à l'évolution régulière de la contrainte dans la mousse, sous la peau, jusqu'à son seuil de rupture.

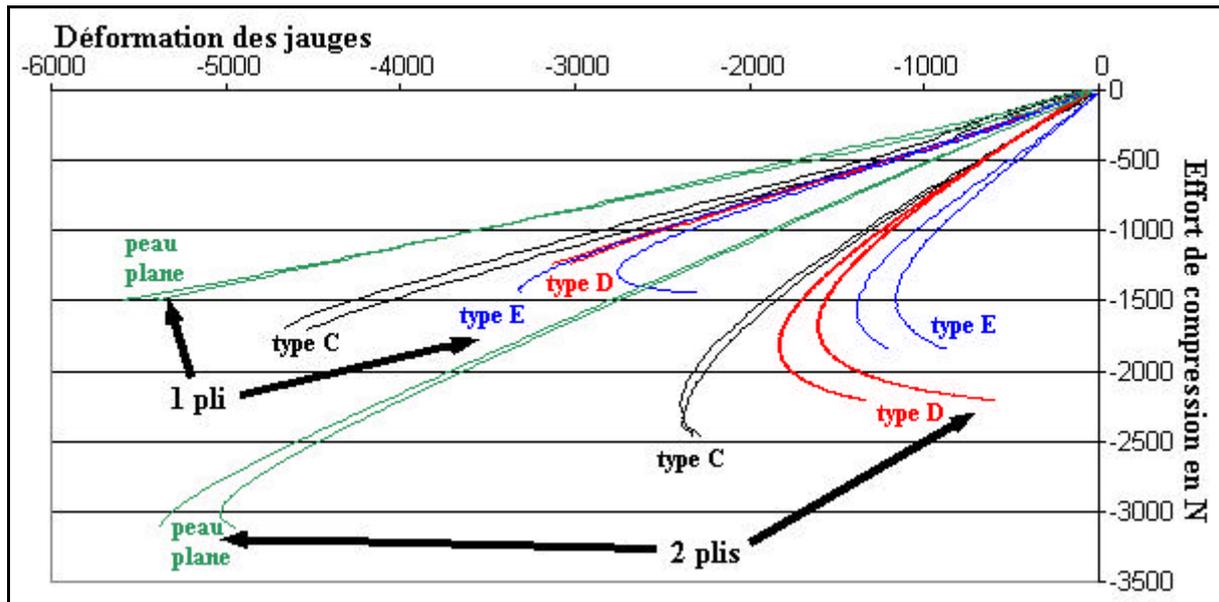


figure III-38 : Courbes Effort/déformation

	droite	type C	type D	type E
1 pli	1350	1710	1350	1450
2 plis	2870	2500	2125	1500

tableau III-8 : Efforts moyens à rupture des éprouvettes droites et bombées en tissu de verre

### III.5.1.3 Conclusion

On note une grande différence de comportement entre les structures à peaux droites et celles à peaux bombées.

Le comportement des structures à peaux droites est linéaire, et la rupture semble être due à un phénomène d'instabilité locale.

Dans le cas des éprouvettes présentant une courbure, les déformations dans les peaux ne sont pas linéaires, et les efforts à rupture sont nettement inférieurs à ceux des peaux droites. Il semble que la rupture est atteinte dans la mousse par un accroissement progressif des contraintes jusqu'à la valeur critique de la mousse.

### III.5.2 Essais de flambage dynamique au poids tombant

Des études statiques pour des éprouvettes spécifiques ont été menées, et ont permis de comprendre le comportement de la structure, notamment les modes de rupture, selon certains paramètres géométriques et mécaniques. Il est connu que le comportement des structures sous sollicitation dynamique de type impact diffère du comportement statique. Des essais sont donc réalisés sur les mêmes éprouvettes, afin de tester l'influence de l'impact sur l'endommagement des structures.

### III.5.2.1 Description

Les éprouvettes sont identiques à celles utilisées dans l'étude statique (figure III-36). Seules des éprouvettes droites et de type E sont testées. Les peaux sont formées de 2 plis de verre. Le poids tombant est une masse de 900 g (instrumentation comprise : accéléromètre et capteur d'effort). Les vitesses sont prises entre 1 et 5 m.s<sup>-1</sup>, ce qui donne des énergies de 0.5 J à 11 J.

### III.5.2.2 Mesures

Pendant l'impact, différentes mesures sont effectuées, grâce au poids instrumenté (paragraphe III.3.1.2). L'effort d'impact est déduit de la mesure du capteur d'effort, et l'accélération du poids tombant est mesurée au moyen d'un accéléromètre Kistler ([KISTLER]).

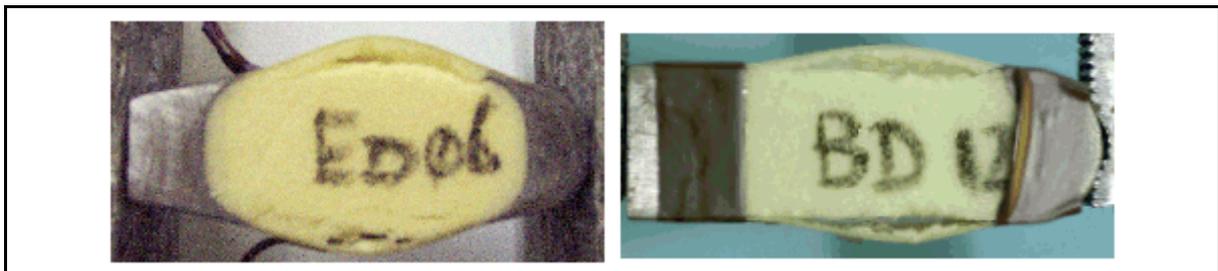
Un système optique permet de mesurer la vitesse du poids tombant juste avant et après l'impact.

Enfin, des jauges disposées sur l'éprouvette permettent de suivre l'évolution des déformations de la peau au cours de l'expérience. Comme pour les essais statiques, les jauges sont disposées au centre de chaque peau et mesurent la déformation dans le sens longitudinal de l'éprouvette. L'acquisition est réalisée au moyen d'un oscilloscope numérique Yokogawa. La fréquence d'acquisition est limitée par les conditionneurs de jauges à 100 kHz, fréquence suffisante pour suivre l'évolution des déformations.

Des essais sont effectués à faible vitesse pour visualiser le comportement lorsqu'il n'y a pas rupture de l'éprouvette. Ces essais permettent également de valider les caractéristiques de certains paramètres pour la modélisation numérique du problème.

### III.5.2.3 Observations

L'observation des éprouvettes endommagées montre que la rupture se fait uniquement par décollement de la peau sur la mousse. Les éprouvettes sont toutes décollées sur la longueur totale de la peau (figure III-39), des deux côtés pour tous les essais, sauf un essai (v=0.83 m/s, peaux bombées) pour lequel une seule peau est décollée.



*figure III-39 : Eprouvettes après impact*

La figure III-40 représente un essai à faible vitesse (v=1.14 m/s), sur une éprouvette droite. Il n'y a pas rupture de la structure. Le graphe de gauche donne l'ensemble des grandeurs mesurées pendant l'essai : l'effort du capteur piézo-électrique, l'accélération et les déformations lues sur les deux jauges. Le graphe de droite représente la vitesse et le déplacement du poids, calculés à partir de l'accélération et de la vitesse initiale mesurée par le système optique. Le capteur montre que le chargement se fait par pics de charge. La déformation dans les peaux augmente régulièrement, puis redescend pour osciller autour de

zéro une fois le contact impacteur-structure terminé. Le contact dure pendant 1 ms, et le déplacement maximal atteint est de 0.8 mm.

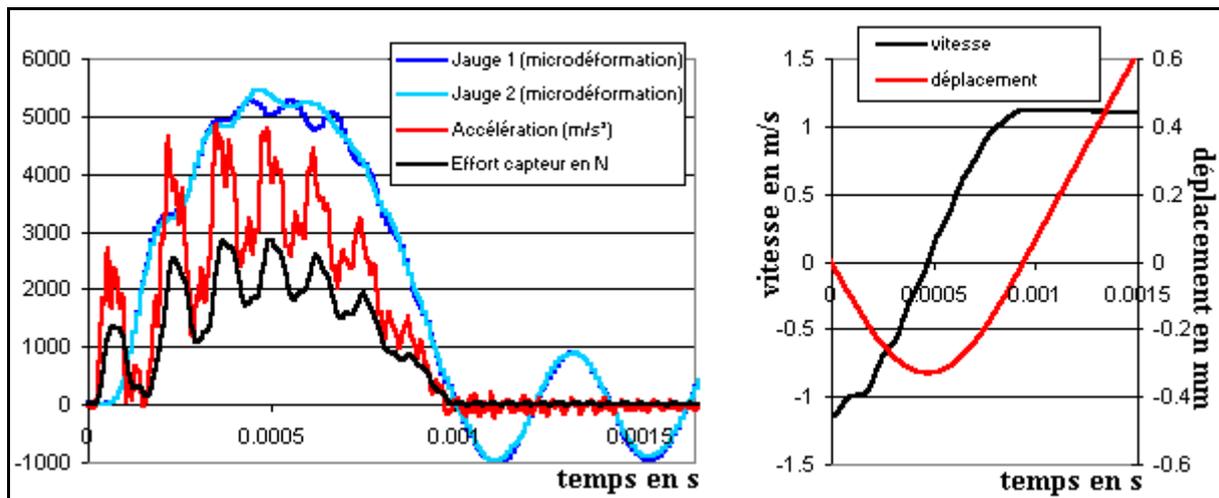


figure III-40 : Essai éprouvette droite,  $v=1.14$  m/s

La figure III-41 représente un essai à 3.12 m/s, sur une éprouvette droite. Il y a rupture de la structure par décollement des 2 peaux. La figure III-42 donne le détail des mesures pendant la phase de chargement de la structure, jusqu'à rupture. Le chargement se fait par 2 pics de charge. La déformation augmente régulièrement pendant l'impact, jusqu'à rupture. Les jauges mesurent alors de la traction due à la forte flexion des peaux décollées. L'effort mesuré par le capteur faiblit alors, piloté par la résistance de la mousse et des peaux en flexion. Le contact dure 9 ms. La courbe de vitesse présente deux parties. La première dure 0.3 ms, et représente la forte décélération avant rupture des peaux. Le déplacement maximal enregistré est alors de 5.15 mm.

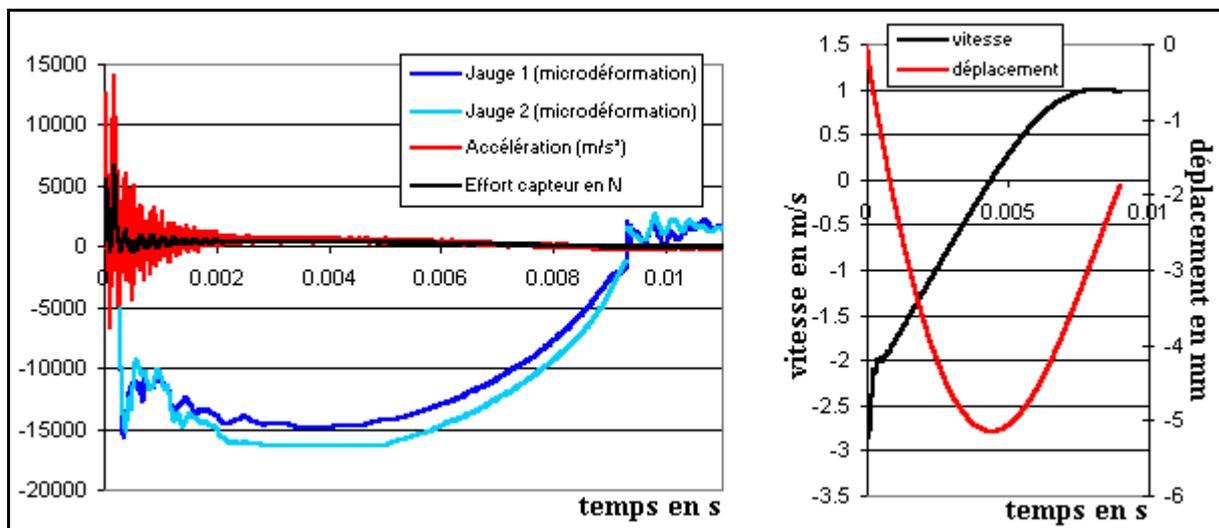
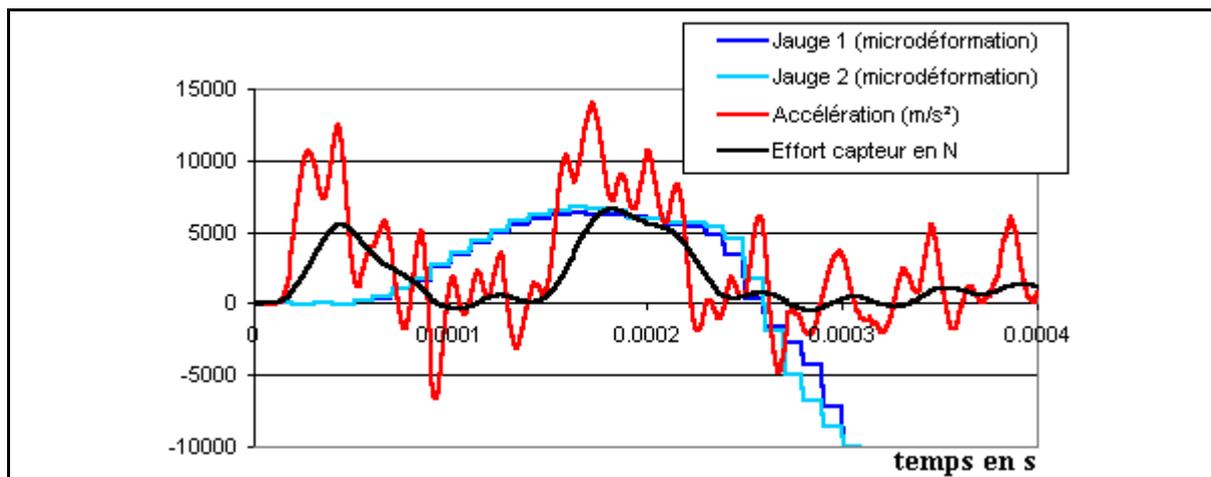


figure III-41 : Essai éprouvette droite,  $v=3.12$  m/s



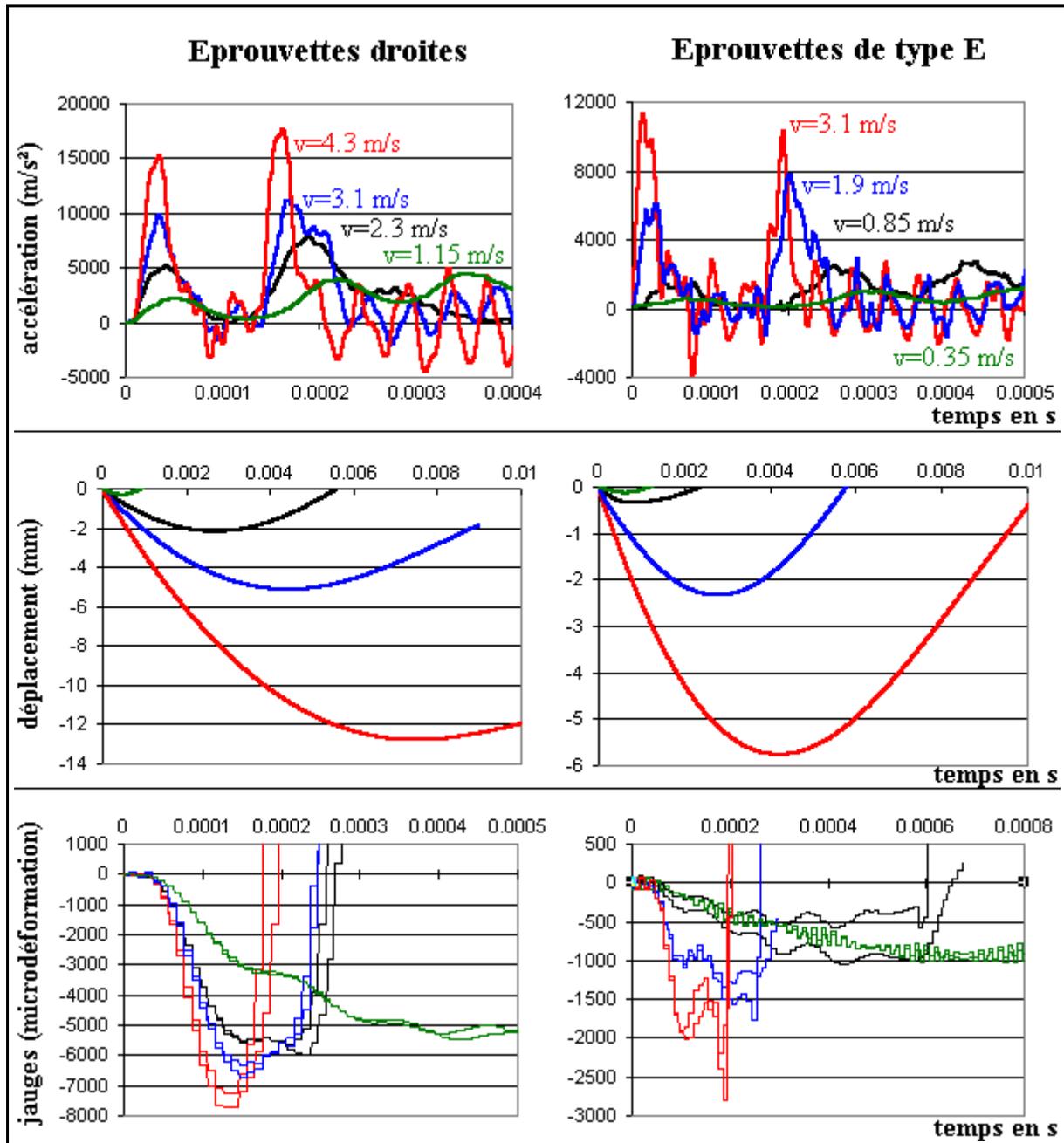
*figure III-42 : Essai éprouvette droite,  $v=3.12$  m/s : détail*

Des essais sont réalisés à différentes vitesses pour voir l'influence sur la déformation à rupture. Des essais avec des éprouvettes de type E sont également réalisés pour voir l'influence de la courbure. Les courbes de résultats de ces essais sont regroupées dans la figure III-43. Les 3 graphes de gauche sont liés aux essais sur les éprouvettes droites, ceux de droite aux essais de type E. L'accélération représentée est l'accélération mesurée par l'accéléromètre, puis filtrée. Sur le graphe des jauges, les déformations des deux peaux d'un même essai sont représentées de la même couleur.

On observe que lorsque la vitesse augmente, les pics de charge augmentent en amplitude, et se déplacent très légèrement dans le temps. La déformation des peaux est elle aussi plus rapide, et la déformation maximale atteinte à la rupture augmente également de manière significative. Les déformations maximales sont supérieures à celles enregistrées pour le cas statique.

Les éprouvettes de type E suivent le même schéma, mais les déformations maximales atteintes, pour une vitesse d'impact donnée, sont nettement inférieures à celles atteintes avec une éprouvette droite.

Il est donc observé que la valeur de la déformation à rupture augmente avec la vitesse d'impact. Cela semble confirmer nos hypothèses selon lesquelles la mise en mouvement dans le sens transverse des peaux est retardée par rapport à la mise en compression, ce qui entraîne une rupture pour des valeurs de compression plus grandes. Il n'est pas possible de préciser dès à présent si pour les peaux droites, le phénomène est dû au flambage ou à une autre cause.



*figure III-43 : Graphe des essais sur éprouvettes droites et de type E :  
influence de la courbure et de la vitesse d'impact*

#### *III.5.2.4 Conclusion*

Comme pour les essais statiques, le phénomène qui pilote la rupture des éprouvettes semble différent pour les peaux droites et les peaux bombées. On peut aisément supposer que le processus de décollement est le même qu'en statique.

D'autre part, ces essais montrent une dépendance significative du comportement des structures avec la vitesse d'impact. Ainsi, les valeurs des déformations dans la peau au moment de la rupture augmentent avec la vitesse d'impact.

Il faudra donc tenir compte de cette dépendance dans la modélisation de l'impact sur pale.

### III.6 ESSAIS DE DÉCOLLEMENT

La modélisation éléments finis du décollement de la peau par la seule étude des champs de contraintes dans le matériau n'est pas possible, puisqu'en fond de fissure, la contrainte devient infinie. De plus, cela implique une forte dépendance au maillage. Une méthode inspirée de la mécanique de l'endommagement sera donc appliquée pour modéliser la propagation du décollement. Pour cela, il est nécessaire de connaître les caractéristiques du décollement.

#### III.6.1 Caractérisation de l'interface peau/mousse

Comme il a été observé précédemment, physiquement, le décollement n'est pas dû à la rupture d'une interface entre deux matériaux, mais à la rupture de la mousse. Par abus de langage, et comme la rupture est localisée juste sous la peau, on parle tout de même d'interface de rupture.

Ces essais de caractérisation vont permettre de calculer un taux de restitution d'énergie nécessaire au calcul de la propagation du décollement.

##### III.6.1.1 Essais

Une peau en verre est collée sur un bloc de mousse parallélépipédique. Cette peau est partiellement décollée, pour initier le décollement. Un effort est introduit comme indiqué sur la figure III-44 au moyen d'un fil, relié à un anneau dynamométrique capable de mesurer les faibles charges durant le décollement. Au cours de l'essai, un opérateur mesure l'effort ( $F$ ), la flèche ( $v$ ) au niveau du point d'introduction de l'effort, et la longueur de décollement ( $a$ ) prise par rapport à la position initiale du fil.

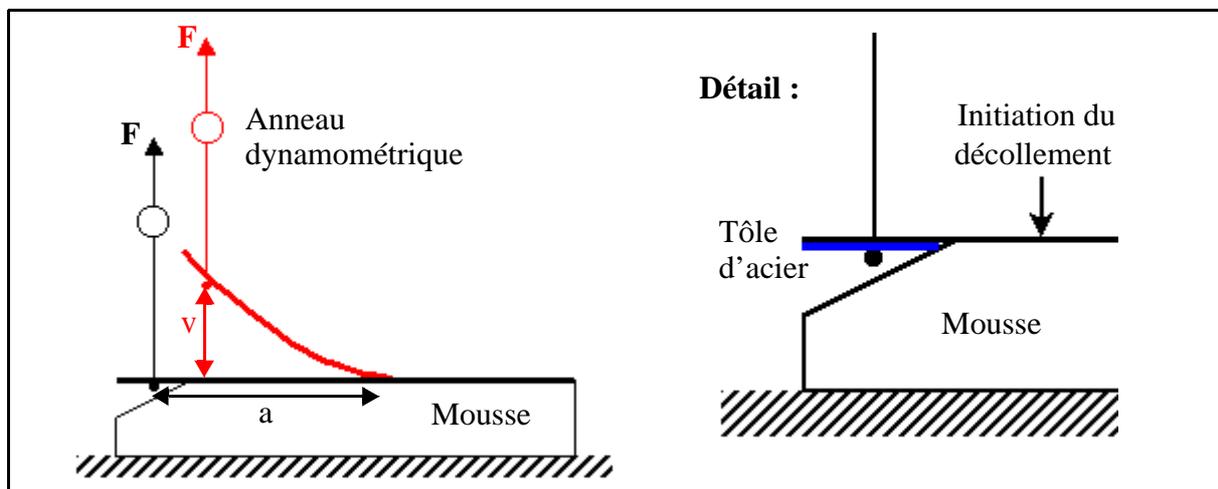
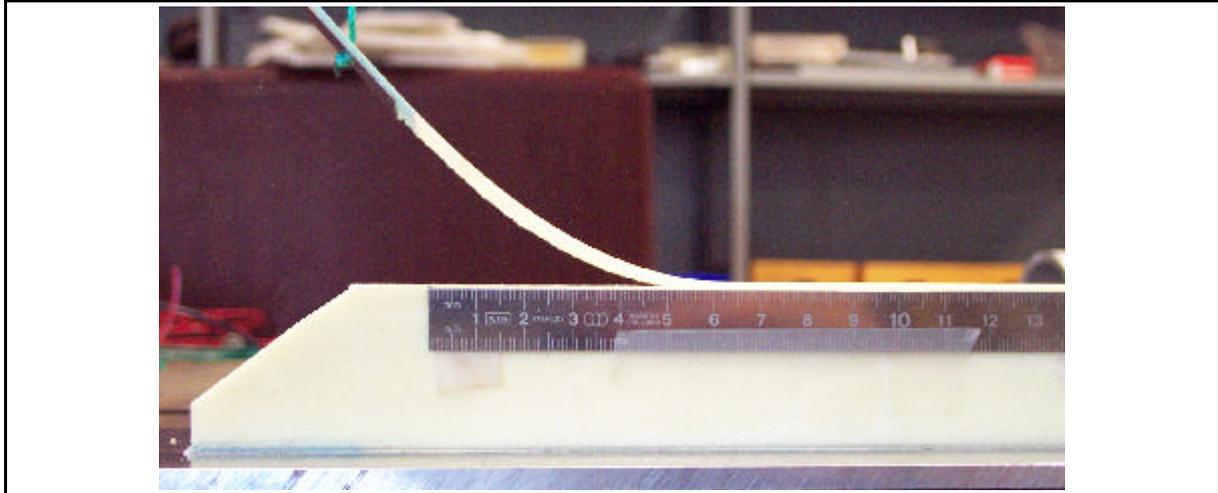


figure III-44 : Essai de décollement

Différentes épaisseurs de peau sont utilisées pour caractériser le décollement. De un pli de tissu verre à trois plis. Une grande déformation de la peau, mince, est observée lors des essais. Le comportement extrême est obtenu pour les peaux les plus fines, pour lesquelles l'angle de la peau avec la mousse atteint 90 degrés dès les premiers efforts exercés.

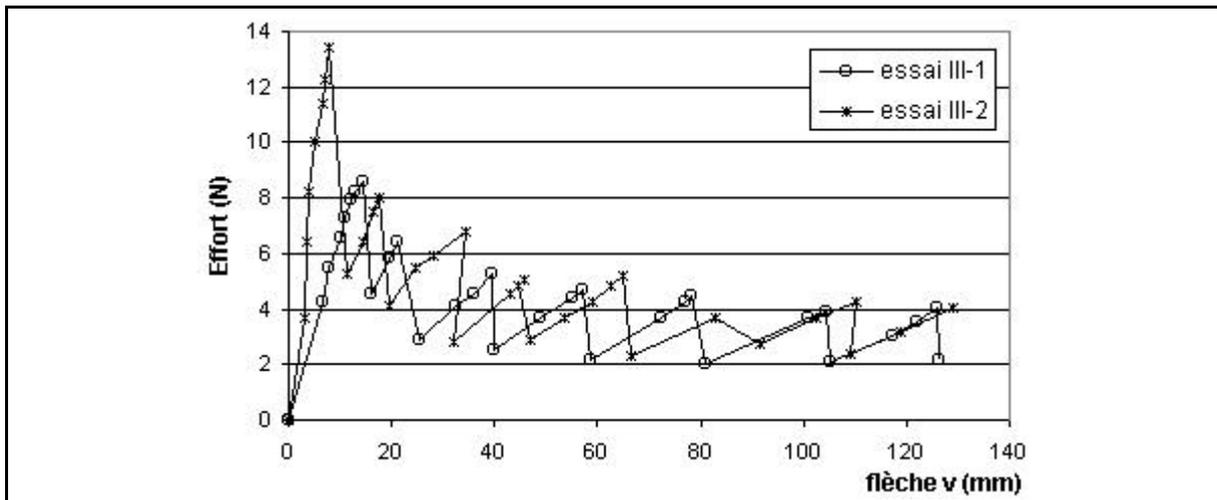


*figure III-45 : photo d'un essai de décollement*

### III.6.1.2 Résultats et observations

Le graphe de la force en fonction de la flèche de la peau est représenté, pour les essais de type III (3 tissus), sur la figure III-46.

Chacune des courbes présente deux parties distinctes. Une première phase de chargement qui correspond à la mise en flexion de la peau pré-décollée et qui se termine lorsque la propagation du décollement intervient. La seconde phase correspond à la propagation du décollement, qui se fait de manière irrégulière, par succession de décollements, puis de phase de chargement en flexion jusqu'au décollement suivant. Le graphe de la figure III-47 montre bien l'évolution de la longueur de décollement au cours de l'essai, en fonction de la flèche. Il faut notamment remarquer que les sauts de décollement se font sur des longueurs de 10 à 20 mm. Pour les essais avec peaux plus fines, ces sauts diminuent.



*figure III-46 : Essais de type III, effort en fonction de la flèche*

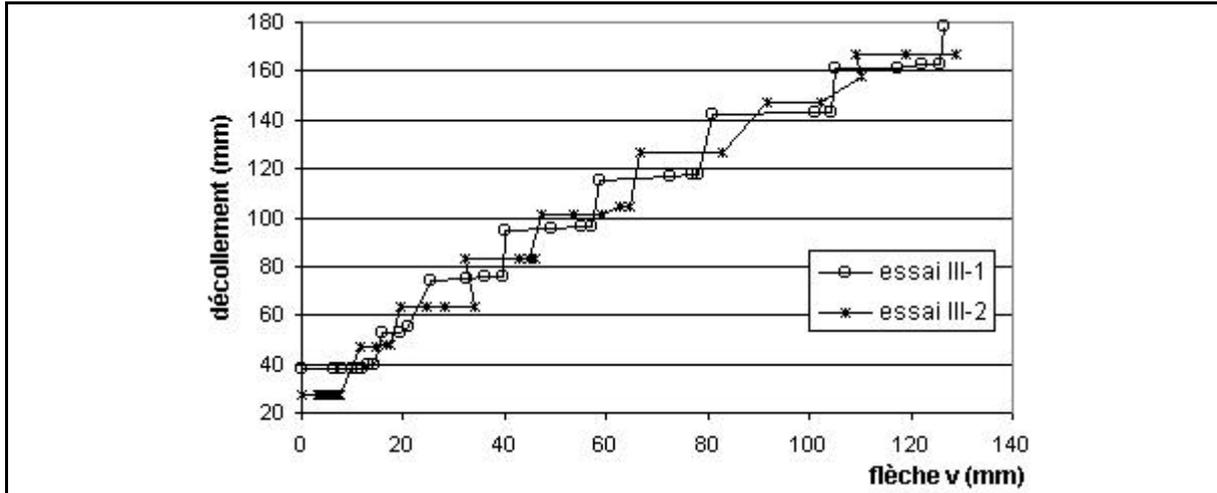


figure III-47 : Essais de type III, longueur de décollement en fonction de la flèche

### III.6.2 Calcul du taux de restitution d'énergie critique

Le but des essais précédents étant de caractériser la propagation du décollement au sein de la mousse, il est utile de calculer le taux de restitution critique  $G_c$  (figure III-48). Pour cela, un lissage de la courbe est effectué en ne retenant que les mesures d'essais correspondant à l'instant précédant la propagation du décollement. Ensuite, le calcul de l'énergie est effectué par intégration de la courbe lissée  $F=f(v)$ , par la méthode des trapèzes, pour minimiser l'erreur due au trop faible nombre de points de calculs. Cette énergie est alors exprimée en fonction de l'avancement du décollement. Les courbes sont linéaires, et la pente donne le taux de restitution d'énergie :

$$G_c = \frac{1}{b} \cdot \frac{dW}{da} \quad \text{où } b \text{ est la profondeur de la poutre} \quad (\text{eq. III-21})$$

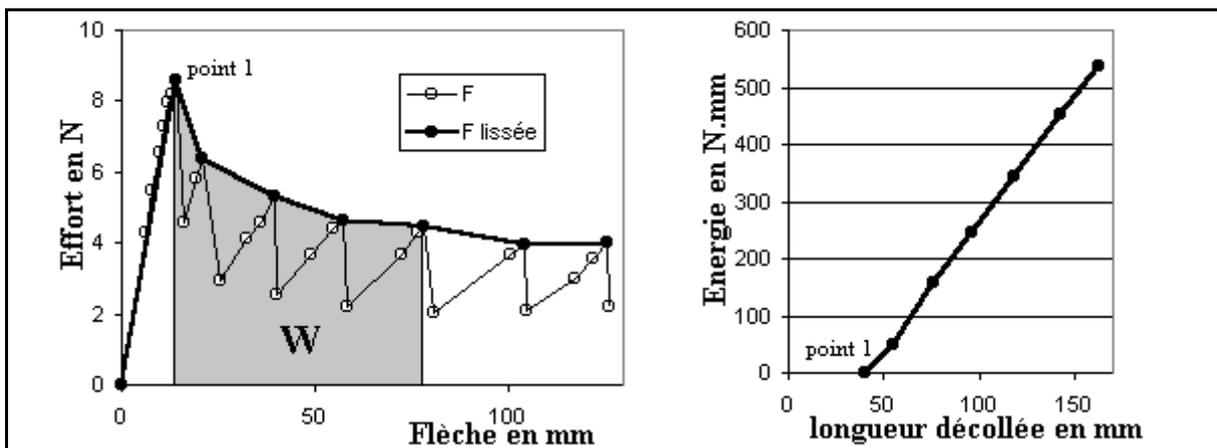


figure III-48 : Calcul du taux de restitution d'énergie critique

L'ensemble des essais, réalisés pour des peaux d'épaisseur variable, donne une valeur moyenne de  $G_c$  égale à  $0.135 \text{ N.mm}^{-1}$ , pour un dispersion inférieure à 20 %.

### III.6.3 Conclusion

Les essais de caractérisation de décollement de peaux sur mousse ont permis de montrer le comportement de la peau lors du décollement.

Le décollement se fait par sauts d'effort et de flèche successifs, et donne une courbe effort/flèche en dents de scie. La courbe, lissée, permet de définir un taux de restitution d'énergie critique, constant au cours de l'essai.

Cette valeur sera utile pour établir les lois d'endommagement pour la modélisation du décollement.



# CHAPITRE IV - Flambage statique et dynamique

## IV.1 INTRODUCTION : PROBLÉMATIQUE DU FLAMBAGE

Les essais réalisés sur structure 2D simples, et présentés au chapitre précédent ont montré que le mode de rupture prépondérant est le décollement des peaux. Ce décollement semble être la conséquence d'un ou plusieurs phénomènes physiques, dont le flambage local de peaux stabilisées, problème récurrent des structures sandwichs.

Lorsqu'on est confronté à un problème de dimensionnement par le flambage, plusieurs méthodes de résolution sont possibles. La plus simple est souvent d'utiliser un modèle analytique. C'est une solution rapide, qui nécessite uniquement l'application d'une formule, mais qui a ses limites. En effet, l'expression la plus utilisée aujourd'hui encore (eq. II-52) ne permet pas de prendre en compte l'influence de l'épaisseur de l'âme d'un sandwich. Des modèles ont été développés pour prendre en compte cette influence ([LEOTOING 2001]), mais la représentation des déplacements au sein de l'âme reste insuffisante pour des modes de flambage à courtes longueurs d'onde.

Une autre solution est bien-sûr l'utilisation de codes EF pour évaluer les efforts de flambage. Elle donne souvent de très bonnes prévisions, mais nécessite d'établir un modèle EF. Dans le cas de phénomènes locaux, la modélisation fine d'une partie de la structure, pour pouvoir représenter le flambage, peut entraîner une augmentation déraisonnable du nombre d'éléments et donc des temps de calculs. Cela peut être le cas sur une structure telle qu'une pale.

Ces deux remarques motivent le développement d'un modèle de flambage 2D, de peau sur âme élastique. Il devra permettre de prendre en compte l'épaisseur de l'âme des sandwichs, avec une bonne approximation des déplacements au sein de l'âme, de fournir un critère de flambage à utiliser pour initier le décollement des peaux dans des modélisations EF plus globales.

Par ailleurs, il pourra fournir à l'ingénieur un moyen simple de détermination d'efforts critiques, sur un domaine plus étendu que les modèles usuels.

D'autre part, les structures de type pale ne sont pas parfaitement planes, et il est donc utile d'étudier l'évolution du mode de rupture avec la courbure des peaux. Des calculs EF montreront que le mode de rupture évolue d'un mode local de flambage vers un mode de rupture local, piloté par un comportement global de la structure.

Enfin, l'impact sur pales produit des sollicitations dynamiques, c'est à dire des chargement qui s'effectuent à de grandes vitesses. Ces sollicitations augmentent la résistance de la structure au flambage, mais sont difficiles à modéliser simplement. Toujours dans l'optique de la modélisation de pales, avec des maillages par éléments de grande taille, ou du moins de taille trop importante pour prendre en compte les courtes ondes de flambage, un critère de flambage est recherché, afin de fournir un critère sur l'initiation du décollement des peaux.

## IV.2 MODÉLISATION DU FLAMBAGE 2D DE PEAUX DE SANDWICH

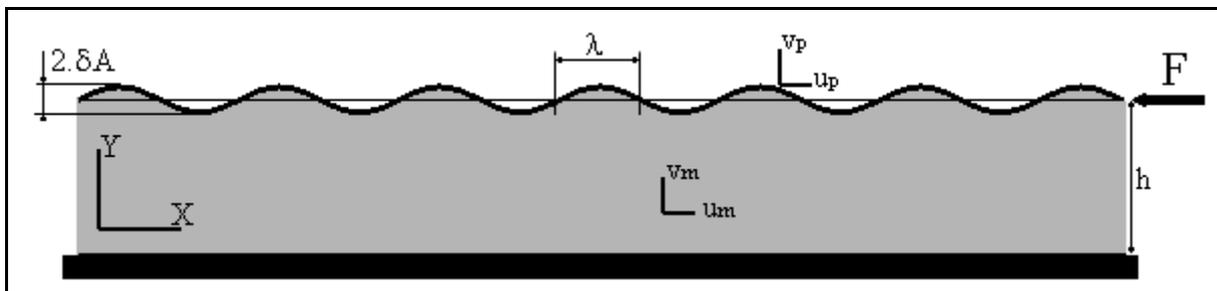
### IV.2.1 Présentation du modèle de flambage local statique

#### IV.2.1.1 Description

Seul le cas du flambage local symétrique est étudié ici. Par symétrie, il revient donc au même d'étudier une peau sur fondation élastique d'épaisseur donnée (figure IV-1). Le problème est de déterminer le mode de flambage et la force critique associée. La structure est modélisée en 2D par une poutre sur un milieu élastique. Un effort de compression ( $F$ ) est appliqué sur la poutre représentant la peau. La structure travaille en compression pure, jusqu'au flambage. Soit  $q$  un paramètre du système :  $q = \bar{q} + \delta q$ , où  $\bar{q}$  est le paramètre à l'équilibre, et  $\delta q$  la perturbation autour de l'équilibre.

Les notations utilisées sont les suivantes :

- $F$  effort de compression appliqué en extrémité de peau,
- $\lambda$  demi-longueur d'onde du mode de déformation en flambage. Par abus,  $\lambda$  est appelé longueur d'onde,
- $u_m$  et  $v_m$  sont les déplacements au sein de l'âme,  $u_p$  et  $v_p$  sont les déplacements dans la peau,
- $h$  est l'épaisseur de l'âme,
- $b$  est la largeur de la poutre,
- $\delta A$  est l'amplitude de la déformée.



*figure IV-1 : Modèle de flambage*

#### IV.2.1.2 Observations

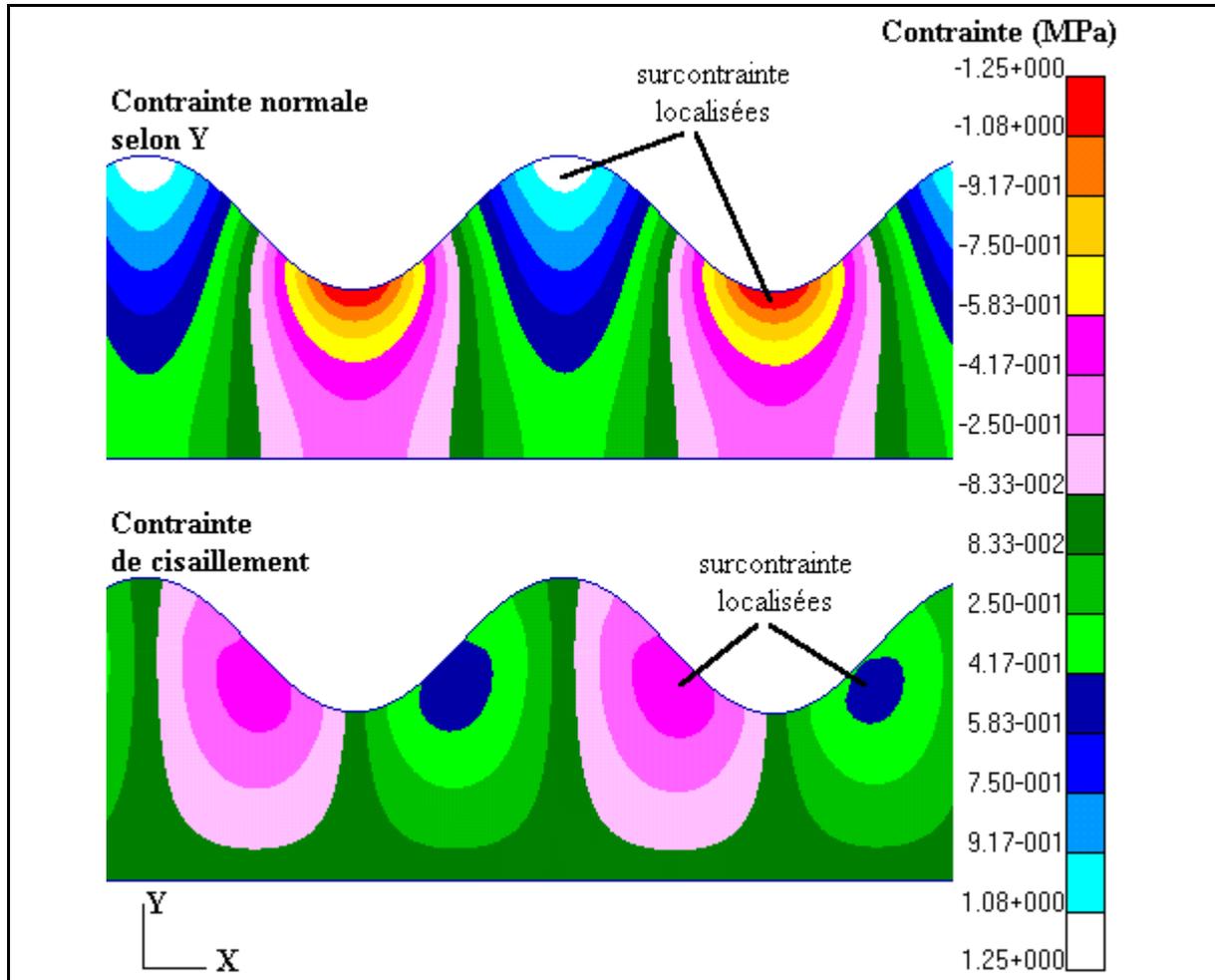
Les déformations de la structure étudiée sous flambage sont complexes. Pour mettre en évidence la déformée de la peau et les champs de déplacement dans la mousse, un calcul éléments finis est réalisé.

Il est courant de proposer une fonction sinusoïdale pour représenter la déformée de la peau. La déformée observée (figure IV-3) montre la justesse de cette hypothèse, qui sera donc adoptée.

Les déformations au sein de l'âme sont plus complexes. La figure IV-2 permet de visualiser les contraintes dans l'âme pour un flambage à courte longueur d'onde (rapport  $\lambda/h$  faible). La variation des contraintes transverses (selon  $Y$ ) souligne l'insuffisance des modèles à déplacement linéaire dans l'âme. En effet, un modèle linéaire génère une contrainte constante.

D'autre part, le modèle révèle des zones de cisaillement dans l'âme.

Pour résumer, ces observations montrent que lorsque la longueur d'onde est faible, les déformations dans l'âme sont localisées sous la peau, et sont de nature complexes. Ainsi, un bon modèle doit permettre de prendre en compte à la fois la forte décroissance des contraintes dans le sens transverse, et le cisaillement.



*figure IV-2 : Visualisation de la contrainte normale selon y et de la contrainte de cisaillement dans l'âme après flambage*

La figure IV-3 montre également que des déplacements longitudinaux existent, même s'ils sont nettement inférieurs aux déplacements transverses. Imposer des déplacements longitudinaux nuls dans la mousse revient donc à rigidifier l'âme en cisaillement. Les prendre en compte peut donc permettre d'améliorer la prédiction des efforts de flambage, en appréhendant mieux les déformations au sein de l'âme.

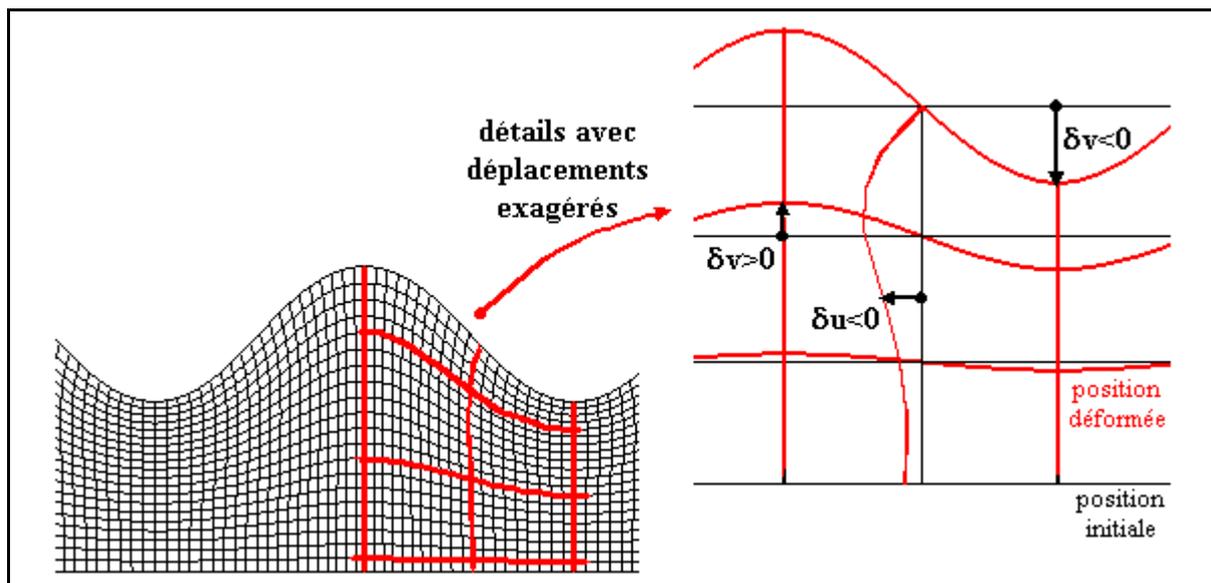


figure IV-3 : Déplacements dans l'âme

#### IV.2.1.3 Hypothèses de calcul

Après flambage, la déformée de la peau est donc supposée sinusoïdale (figure IV-1), de longueur d'onde  $\lambda$ . Le déplacement transverse de la peau dans la perturbation autour de l'équilibre s'écrit alors :

$$\delta v_p = \delta A \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) \quad (\text{eq. IV-1})$$

Il a été vu que proposer des déplacements transverses linéaires dans l'âme ne permet pas de modéliser correctement la réalité. Il est donc nécessaire de représenter ces déplacements par des fonctions permettant une décroissance rapide en  $y$ . Dans cette étude, les fonctions choisies sont des polynômes de degré suffisamment élevé, ou des polynômes par morceaux.

D'autre part, les déplacements transverses seront pris en compte, pour en étudier l'influence. Peu de modèles le font aujourd'hui, alors que cela peut s'avérer significatif.

Des considérations de symétrie sur la structure, supposée de longueur infinie, permettent de démontrer la périodicité des déplacements  $\delta v_m$  et  $\delta u_m$  suivant  $x$ . L'expérience montre que  $\delta v_m$  et  $\delta u_m$  augmentent avec  $\delta A$ , ce qui permet finalement d'écrire l'hypothèse suivante sur les déplacements au sein de l'âme :

$$\delta v_m = \delta A \cdot P(y) \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right), \text{ avec } P(y) = \sum_i a_i \cdot y^i \quad (\text{eq. IV-2})$$

$$\delta u_m = \delta A \cdot Q(y) \cdot \cos\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right), \text{ avec } Q(y) = \sum_i b_i \cdot y^i \quad (\text{eq. IV-3})$$

Les conditions cinématiques à respecter donnent les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} P(0) &= 0 && : \text{déplacement transverse nul sur l'axe de symétrie} \\ P(h) &= 1 \text{ et } Q(h) = 0 && : \text{compatibilité des déplacements de la peau et de l'âme.} \end{aligned}$$

La loi matériau utilisée pour décrire le comportement de l'âme est une loi simplifiée :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= E_{mx} \cdot \varepsilon_x \\ \sigma_y &= E_{my} \cdot \varepsilon_y \\ \sigma_{xy} &= 2 \cdot G_m \cdot \varepsilon_{xy}\end{aligned}\tag{eq. IV-4}$$

Cette approximation est usuelle, et se justifie d'autant plus que la mousse a en général un faible coefficient de Poisson dans son domaine linéaire.

## IV.2.2 Résolution

### IV.2.2.1 Approche énergétique

Pour le calcul des modes d'instabilité, une approche énergétique est utilisée. L'énergie potentielle totale de la structure est la somme de l'énergie potentielle de déformation et de l'énergie potentielle des efforts extérieurs.

$$E_T = U_{def} + V\tag{eq. IV-5}$$

Une configuration d'équilibre stable correspond à un minimum de l'énergie potentielle totale :

$$\delta E_T = 0 \text{ et } \delta^2 E_T > 0\tag{eq. IV-6}$$

Et le flambage apparaît lorsque l'équilibre devient instable :

$$\delta^2 E_T = 0\tag{eq. IV-7}$$

L'énergie totale est donc développée en série de Taylor. Le détail du calcul du flambage d'une peau sur une fondation élastique est décrit dans l'annexe B. Pour revenir au cas 2D étudié, il suffit de simplifier les expressions en éliminant les termes qui n'interviennent pas dans un problème 2D. F est l'effort introduit à l'extrémité de la structure. L'expression suivante est alors obtenue :

$$\begin{aligned}0 &= \int_0^\lambda \frac{ES}{2} \left( \frac{\partial \delta u_p}{\partial x} \right)^2 dx + \int_0^\lambda \frac{EI_z}{2} \left( \frac{\partial^2 \delta v_p}{\partial x^2} \right)^2 dx - \int_0^\lambda \frac{1}{2} F \left( \frac{\partial \delta v_p}{\partial x} \right)^2 dx \\ &+ b \int \int_m \left\{ \frac{E_{mx}}{2} \left( \frac{\partial \delta u_m}{\partial x} \right)^2 + \frac{E_{my}}{2} \left( \frac{\partial \delta v_m}{\partial y} \right)^2 + G_m \left( \frac{\partial \delta u_m}{\partial y} + \frac{\partial \delta v_m}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy\end{aligned}\tag{eq. IV-8}$$

Le calcul est effectué pour une longueur d'onde donnée  $\lambda$ . Avec les hypothèses présentées, l'égalité précédente devient alors :

$$\begin{aligned}0 &= -F \cdot \frac{\delta A^2 \pi^2}{4\lambda} + \frac{\delta A^2 \pi^4 EI_z}{\lambda^3} + \delta A^2 b \int \int_m \left\{ \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)^2 \left[ \frac{E_{mx}}{2} \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 Q(y)^2 + \frac{E_{my}}{2} \left(\frac{dP(y)}{dy}\right)^2 \right] \right. \\ &+ \left. G_m \cos\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)^2 \left[ \left(\frac{dQ(y)}{dy}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 P(y)^2 \right] \right\} dx dy\end{aligned}\tag{eq. IV-9}$$

L'égalité est exprimée à un coefficient multiplicatif près : le carré de l'amplitude  $\delta A$  de la déformée. Cette valeur ne peut être déterminée par cette méthode de calcul. Par simplification,

l'effort critique de flambage en fonction de la longueur d'onde est obtenu, et vaut :

$$F = \frac{\pi^2 EI_z}{\lambda^2} + \frac{4\lambda b}{\pi^2} \int \int_m \left\{ \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)^2 \left[ \frac{E_{mx}}{2} \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 Q(y)^2 + \frac{E_{my}}{2} \left(\frac{dP(y)}{dy}\right)^2 \right] + \right. \quad (\text{eq. IV-10})$$

$$\left. G_m \cos\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right)^2 \left[ \left(\frac{dQ(y)}{dy}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{\lambda}\right)^2 P(y)^2 \right] \right\} dx dy$$

Globalement, ce calcul revient à dire que l'effort de flambage est obtenu en considérant le minimum de l'énergie dans la peau et dans la mousse calculée dans les déplacements entre l'équilibre et la position déformée.

Lorsque les fonctions de forme sont connues, la force critique et le mode de flambage sont obtenus par minimisation de la force en fonction de  $\lambda$ .

#### IV.2.2.2 Calcul des fonctions de forme

Le calcul précédent est effectué pour une longueur d'onde et des fonctions de forme données. L'effort critique obtenu doit être minimal, donc il est possible de déterminer les coefficients des polynômes des fonctions de forme par minimisation de la force (eq. IV-10), à longueur d'onde  $\lambda$  donnée. Cela revient à minimiser l'énergie de déformation dans l'âme. La détermination des fonctions de forme ne dépend donc, comme il vient d'être démontré, que des caractéristiques mécaniques de l'âme, et de la déformée envisagée ( $\lambda$ ).

La recherche d'un minimum pour un tel problème n'est a priori pas évidente, et ne conduit pas forcément à un résultat analytique. Afin de pouvoir résoudre le problème de manière analytique, les hypothèses suivantes sont choisies :

- les déplacements dans l'âme sont linéaires en  $\delta A$ , ce qui donne des énergies proportionnelles à  $\delta A^2$ . Cette hypothèse est courante pour les déplacements transverses ( $v$ ), mais semble moins adaptée aux déplacements dans le sens longitudinal ( $u$ ),
- les fonctions de forme dans l'âme sont des polynômes (eq. IV-2) ou des polynômes par morceaux.

Ces deux hypothèses, et l'écriture matricielle du problème, permettent d'effectuer le calcul de façon analytique.

L'énergie dans l'âme est donc décrite par une relation matricielle, avec pour vecteur inconnu le vecteur des coefficients des fonctions de forme à déterminer. L'énergie est alors quadratique en fonction de ce vecteur.

L'expression de l'énergie obtenue, et le vecteur qui atteint le minimum [KELLEY 1999] sont donnés ci-dessous :

$$W_{mousse} = {}^t [Coef] \cdot [Quad] \cdot [Coef] + [Lin] \cdot [Coef] + Cste \quad (\text{eq. IV-11})$$

$$[Coef]_{mini} = -\frac{1}{2} \cdot [Quad]^{-1} \cdot [Lin]$$

Dans tous les cas, il est possible d'exprimer de manière analytique les fonctions de forme choisies. La plus grande difficulté du calcul est l'inversion des matrices avec les expressions analytiques. Cette difficulté augmente avec la complexité des fonctions utilisées pour représenter les déplacements au sein de l'âme. C'est la raison pour laquelle les calculs ont été effectués au moyen du logiciel de calcul formel Maple.

Il est à noter que les restrictions du modèle sont peu nombreuses :

- le modèle a été développé pour étudier des âmes en mousse, mais peut s'appliquer à tout type de matériau, isotrope ou anisotrope, et même au Nida tant que le phénomène de *face dimpling* n'intervient pas.
- par hypothèse, le modèle prend en compte les peaux composites de type stratifié avec symétrie miroir, et l'expression de l'énergie de flexion est finalement exprimée en fonction de la rigidité de flexion  $EI_z$ .

#### IV.2.2.3 Détail du calcul avec expression matricielle

Ce paragraphe donne la trame du calcul avec l'expression matricielle, pour illustrer les explications précédentes et clarifier la méthode.

L'exemple est basé sur une approximation des déplacements dans l'âme par un polynôme de degré 3 dans le sens transverse, et pas de déplacement dans le sens longitudinal.

Les déplacements sont exprimés en premier :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ P(y) \cdot \delta A \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{eq. IV-12})$$

Le polynôme s'écrit :  $P(y) = a_0 + a_1 \cdot y + a_2 \cdot y^2 + a_3 \cdot y^3$ .

En ajoutant les conditions  $P(0)=0$  et  $P(h)=1$ , il s'écrit alors sous forme matricielle :

$$P(y) = \begin{bmatrix} y - \frac{y^3}{h^2} & y^2 - \frac{y^3}{h} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{y^3}{h^3} \end{bmatrix}, \quad (\text{eq. IV-13})$$

où  $\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$  est le vecteur inconnu des coefficients de la fonction de forme.

Les déplacements s'écrivent alors :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}_t = \begin{bmatrix} U \end{bmatrix}_{2 \times 2} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_{cste} \end{bmatrix}_{1 \times 2} \quad (\text{eq. IV-14})$$

Les déformations se déduisent par dérivation :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ 2 \cdot \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \end{bmatrix}_{2 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{cste} \end{bmatrix}_{1 \times 3} \quad (\text{eq. IV-15})$$

La matrice de Hooke est la suivante :

$$\begin{bmatrix} H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_m & 0 & 0 \\ 0 & E_m & 0 \\ 0 & 0 & G_m \end{bmatrix} \quad (\text{eq. IV-16})$$

d'où l'expression de la contrainte :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\Sigma]_{2 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + [\Sigma_{cste}]_{1 \times 3} \quad (\text{eq. IV-17})$$

et de l'énergie dans l'âme :

$$W = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ 2 \cdot \epsilon_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \end{bmatrix} [Quad]_{2 \times 2} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + [Lin]_{2 \times 1} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + Cste \quad (\text{eq. IV-18})$$

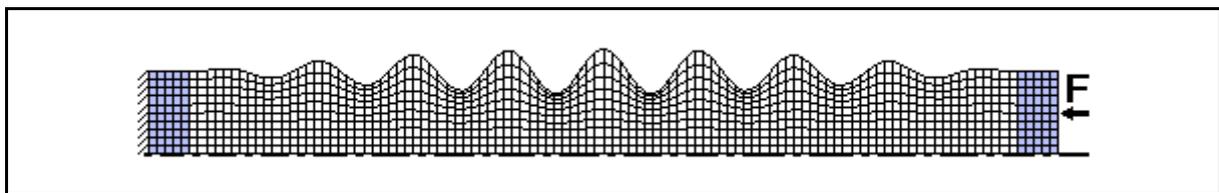
Cet exemple démontre qu'il est possible d'exprimer l'énergie dans l'âme de manière quadratique en fonction des coefficients inconnus des fonctions de forme, et donc d'obtenir une expression analytique de ces coefficients. La suite du déroulement du calcul est donnée dans le paragraphe précédent.

## IV.2.3 Comparaison avec un calcul éléments finis

### IV.2.3.1 Modèle EF de validation

Pour valider le modèle et les différentes hypothèses retenues, un calcul EF a été réalisé avec le logiciel Nastran, en flambage linéaire. Des modèles 2D et 3D ont été testés : ils donnent des résultats très proches. Pour des questions de gain de temps, la validation EF a donc été réalisée avec le modèle 2D présenté sur la figure IV-4.

Les peaux sont modélisées par des poutres, l'âme par des éléments de membrane. Les conditions limites étant peu influentes sur l'aspect local du wrinkling, l'effort est introduit par un corps rigide à une extrémité du modèle, l'autre extrémité étant encastree. Des conditions aux limites spécifiques sont imposées pour représenter le plan de symétrie du problème. Le maillage doit être suffisamment fin pour qu'une longueur d'onde contienne une dizaine de mailles, et la longueur du modèle suffisamment grande pour s'affranchir des conditions aux limites (5 longueurs d'onde).



**figure IV-4 : Modèle EF 2D pour validation**

### IV.2.3.2 Comparaison des efforts de flambage

Pour valider le modèle, l'effort critique est calculé pour différentes configurations des caractéristiques géométriques et mécaniques. La configuration de référence est la suivante :  $E_m=50$  MPa,  $E_p=50000$  MPa,  $h=20$  mm,  $e_p=1$  mm,  $\nu_m=0.3$ ,  $b=30$  mm. D'autres points de calculs sont obtenus en faisant varier les paramètres les plus influents du modèle.

Le tableau IV-1 donne les écarts entre les calculs EF et les résultats obtenus par le modèle pour différentes fonctions de forme dans l'âme. Les écarts positifs signifient que le modèle donne un effort plus important que le calcul EF. A titre de comparaison, les résultats du modèle

classique de wrinkling et du modèle symétrique de Léotoing sont également donnés.

Les fonctions de forme utilisées dans le modèle sont les suivantes :

- modèle linéaire (Linéaire) :

$$v \text{ linéaire dans l'âme : } P(y) = y/h$$

$$u \text{ nul : } Q(y) = 0$$

- modèle cubique (Cubique) :

$$v \text{ cubique dans l'âme : } P(y) = a_1 \cdot y + a_2 \cdot y^2 + a_3 \cdot y^3$$

$$u \text{ nul : } Q(y) = 0$$

- modèle cubique par morceaux (Cubique \*2)

v cubique par morceaux :

$$P(y) = a_1 \cdot y + a_2 \cdot y^2 + a_3 \cdot y^3 \quad \text{pour } 0 < y < Y_{\text{limite}}$$

$$P(y) = b_1 \cdot y + b_2 \cdot y^2 + b_3 \cdot y^3 \quad \text{pour } Y_{\text{limite}} < y < h$$

$$u \text{ nul : } Q(y) = 0$$

- modèle cubique par morceaux avec prise en compte des déplacements longitudinaux (Cubique \*2 +  $\delta u$ ) :

v cubique par morceaux :

$$P(y) = a_1 \cdot y + a_2 \cdot y^2 + a_3 \cdot y^3 \quad \text{pour } 0 < y < Y_{\text{limite}}$$

$$P(y) = b_1 \cdot y + b_2 \cdot y^2 + b_3 \cdot y^3 \quad \text{pour } Y_{\text{limite}} < y < h$$

$$u \text{ cubique : } Q(y) = c_1 \cdot y + c_2 \cdot y^2 + c_3 \cdot y^3$$

Modèles	Référence	$E_m=10$	$E_m=200$	$E_p=10000$	$E_p=100000$	$e_p=0.25$	$e_p=5$	$h=50$
Linéaire	13%	7%	21%	23%	10%	103%	3%	50%
Cubique	5%	5%	0%	-2%	5%	3%	3%	1%
Cubique *2	5%	5%	0%	-2%	5%	-1%	3%	0%
Cubique *2 + $\delta u$	1%	1%	-3%	-4%	2%	-1%	0%	-1%
Classique	-2%	-10%	-3%	-5%	-4%	-5%	-38%	-3%
Léotoing	13%	7%	21%	23%	10%	103%	3%	50%

**tableau IV-1 : Effort critique de flambage :  
écarts entre le modèle analytique et le modèle EF**

La lecture du tableau IV-1 montre l'insuffisance du modèle linéaire. Il donne en effet des efforts trop élevés en général, et pouvant atteindre 100% d'erreur dans certaines configurations. C'est bien-sûr l'hypothèse de linéarité des déplacements qui est la source principale des écarts. Seules les configurations pour lesquelles les longueurs d'ondes sont grandes devant l'épaisseur de l'âme ( $\lambda > 2h$ ) donnent des résultats acceptables. Il s'agit des configurations à  $E_m$  faible, ou à  $E_p$  ou  $e_p$  élevé.

Le modèle cubique permet d'obtenir une bonne précision (5% dans le domaine étudié) en améliorant la représentation des déplacements dans l'âme. Cette précision est très suffisante pour le dimensionnement de structures, sachant les nombreux écarts généralement observés entre les essais et les modèles, dus essentiellement aux inévitables défauts de fabrication ou

d'introduction des efforts.

Le modèle cubique par morceaux n'apporte pas une grande amélioration au niveau de l'effort de flambage. Les seules différences sont observées pour les modes de flambage à faibles longueurs d'ondes.

Le modèle cubique par morceaux prenant en compte les déplacements longitudinaux donne des résultats globalement légèrement meilleurs, et toujours inférieurs à ceux du modèle sans déplacements longitudinaux.

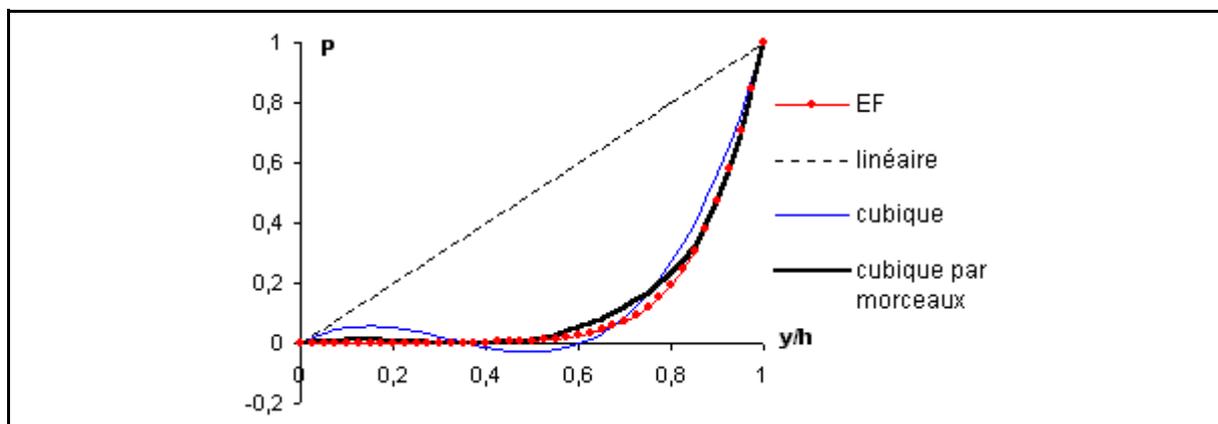
Il est intéressant de noter ce résultat, qui montre que ne pas considérer les déplacements  $\delta_{u_m}$  augmente l'énergie dans l'âme. En effet, imposer des déplacements nuls selon  $x$  rigidifie la structure en cisaillement et augmente ainsi l'énergie en cisaillement.

Cependant, comme pour le modèle cubique par morceaux décrit précédemment, l'amélioration apportée ne justifie pas l'utilisation de ce modèle, plus complexe, pour des opérations de dimensionnement.

#### IV.2.3.3 Représentativité des fonctions de forme dans l'âme

Le paragraphe précédent donne des résultats généraux, dans le sens où seul l'effort global est appréhendé. Dans ce paragraphe, les déplacements dans l'âme sont observés à partir de l'expression des polynômes déterminée au paragraphe IV.2.2.2.

La figure IV-5 représente l'évolution des déplacements transverses  $\delta_{v_m}$  dans l'âme suivant les fonctions de forme choisies. Le résultat du calcul EF est également représenté pour comparaison. La configuration étudiée est la configuration de référence, avec une longueur d'onde de 5 mm.



*figure IV-5 : Fonction de forme du déplacement  $\delta_{v_m}$  dans la mousse  
( $l=5\text{mm}$ ,  $h=20\text{mm}$ )*

La fonction linéaire donne des déplacements très éloignés de la réalité dans le cas envisagé. Pour une longueur d'onde de 5 mm, les EF montrent effectivement que les déformations sont localisées sous la peau, alors qu'un modèle linéaire en déplacement donne des déformations constantes selon  $y$ .

Le modèle cubique permet d'améliorer nettement la représentativité des déplacements. Cependant, pour les valeurs faibles de  $y/h$ , on note des oscillations du déplacement autour de zéro, alors qu'il n'y a pas de déplacements négatifs dans la réalité. Cela influe très peu sur

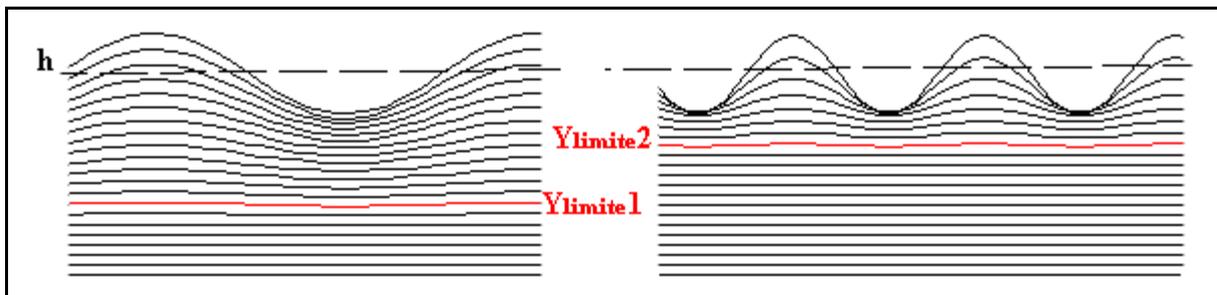
l'effort global car les déplacements sont très faibles dans cette zone, donc la part d'énergie soumise à ces erreurs est faible.

Pour améliorer la précision des déplacements, il faut donc augmenter le nombre de degrés de liberté des fonctions de formes. Ainsi, pour des valeurs faibles de  $\lambda/h$ , il est nécessaire d'envisager une fonction de forme plus complexe, comme une fonction par morceaux formée de deux polynômes. Deux polynômes de degré 3 sont utilisés. Ils sont continus et continûment dérivables en  $y = Y_{\text{limite}}$ , point de jonction des 2 polynômes. La valeur  $Y_{\text{limite}}$  est choisie égale à  $h/(1 + \lambda/h)$ . La valeur  $Y_{\text{limite}}$  permet de prendre en compte la localisation des déformations en séparant l'épaisseur de l'âme en deux zones (figure IV-6) :

- pour  $y < Y_{\text{limite}}$ , les déformations sont faibles,
- pour  $y > Y_{\text{limite}}$ , c'est la zone de localisation des déformations.

La figure IV-6 montre la signification de la valeur  $Y_{\text{limite}}$  : lorsque la longueur d'onde diminue, les déformations se localisent sous la peau, et  $Y_{\text{limite}}$  est la valeur au-dessous de laquelle les déformations peuvent être négligées.

Le calcul des polynômes et de l'effort critique se trouve complexifié par l'utilisation de polynômes par morceaux, mais les déplacements transverses sont mieux estimés.



*figure IV-6 :  $Y_{\text{limite}}$*

Le tableau IV-1 montre que la prise en compte du déplacement longitudinal dans l'âme ( $\delta u_m$ ) donne globalement une meilleure prévision de la force critique. Elle permet également de retrouver l'allure globale des déplacements  $\delta u_m$  donnés par les éléments finis, mais les hypothèses émises semblent trop fortes pour donner une bonne approximation. L'hypothèse de linéarité en  $\delta A$  (eq. IV-3) semble être la plus probable source d'erreurs, mais est nécessaire pour pouvoir réaliser le calcul selon la méthode exposée précédemment.

La figure IV-7 donne les polynômes  $Q(y)$  définissant les déplacements longitudinaux pour 3 configurations de flambage :

- configuration de référence : le calcul donne  $\lambda = 20$  mm,
- en changeant l'épaisseur de la peau :  $e_p = 0.25$  mm, qui donne  $\lambda = 5$  mm,
- en changeant l'épaisseur de la peau :  $e_p = 5$  mm, qui donne  $\lambda = 68$  mm.

Les polynômes provenant des EF sont représentés en rouge, ceux du modèle en noir. L'allure des polynômes est semblable, mais les valeurs sont relativement éloignées. A côté de chaque graphe est représenté le déplacement dans la mousse par un schéma, qui permet de visualiser l'évolution quand la longueur d'onde varie, et notamment de remarquer la forte localisation des déformations dans le cas  $\lambda = 5$  mm.

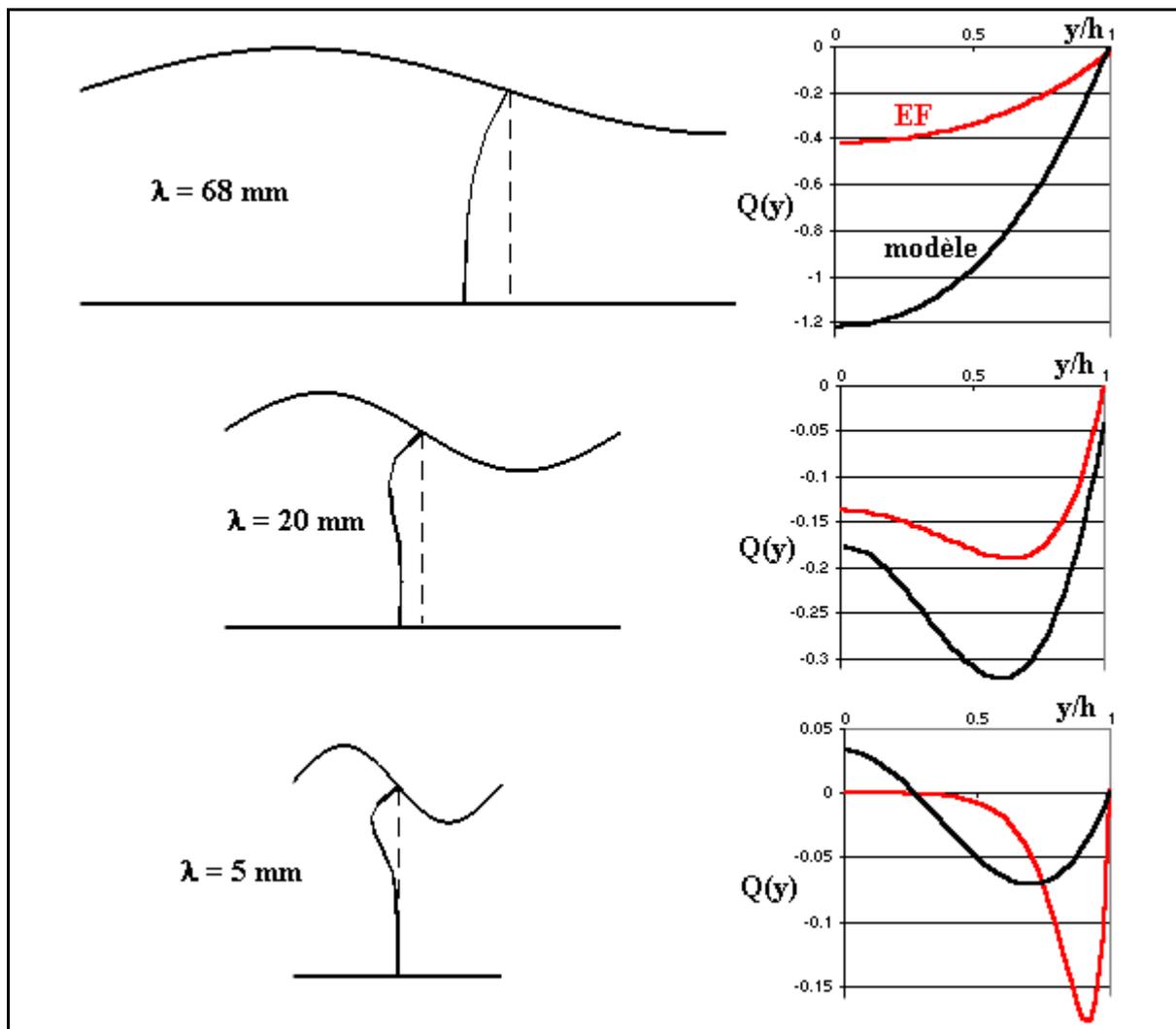


figure IV-7 : Déplacement du<sub>m</sub> dans l'âme

#### IV.2.3.4 Expression analytique de l'effort

Le modèle linéaire a l'avantage de permettre d'exprimer l'effort et la longueur d'onde directement par une expression analytique.

$$\lambda = \pi \cdot 4 \sqrt{\frac{E_p \cdot I_z \cdot h}{b \cdot E_m}} = \pi \cdot 4 \sqrt{\frac{E_p \cdot h \cdot e_p^3}{12 \cdot E_m}} \text{ pour } I_z = \frac{b \cdot e_p^3}{12} \quad (\text{eq. IV-19})$$

$$F_c = 2 \cdot \sqrt{\frac{b \cdot E_m \cdot E \cdot I_z}{h} + \frac{b \cdot h \cdot G_m}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot b \cdot \sqrt{\frac{E_m \cdot E \cdot e_p^3}{h} + \frac{b \cdot h \cdot G_m}{3}} \quad (\text{eq. IV-20})$$

En remplaçant dans ces expressions les notations par celles de Léotoing, on retrouve les formulations du modèle symétrique de Léotoing, ce qui explique que les écarts dans le tableau IV-1 sont identiques.

Le modèle cubique ne permet pas de donner une expression directe de l'effort critique. Il nécessite la résolution d'un problème de minimisation. Cependant, l'effort en fonction de  $\lambda$  est connu analytiquement, donc la minimisation se fait en fonction d'une unique variable. Une résolution graphique ou numérique est donc très simple, et l'estimation de l'effort critique s'en

trouve nettement améliorée par rapport au modèle linéaire. Il est par exemple possible d'implanter le modèle dans un logiciel de type Excel, et de disposer ainsi d'un outil de dimensionnement au flambage simple d'utilisation.

L'expression de l'effort en fonction de  $\lambda$  pour le modèle cubique est donné ci-dessous :

$$F = \frac{\pi^2 E_p I_z}{\lambda^2} + \frac{b}{15} \cdot \frac{\pi^6 G_m^3 h^6 + 135\pi^4 G_m^2 h^4 \lambda^2 E_m + 2880\pi^2 G_m h^2 \lambda^4 E_m^2 + 6300\lambda^6 E_m^3}{h\pi(420\lambda^4 E_m^2 + 52\lambda^2 E_m \pi^2 G_m h^2 + \pi^4 G_m^2 h^4)}$$

L'augmentation de la précision des fonctions de formes dans l'âme rend vite l'expression de l'effort compliquée à écrire, c'est pourquoi les expressions pour des fonctions de degré plus élevé ne sont pas données.

#### IV.2.4 Influence des constituants de la structure

A partir de l'approche énergétique, il est possible de déterminer précisément l'influence des constituants de la structure en analysant, en fonction de la longueur d'onde, l'énergie emmagasinée par les différents constituants de la structure.

##### IV.2.4.1 Répartition des énergies dans la mousse

Comme il a été vu au paragraphe IV.2.2.1, l'effort en fonction de  $\lambda$  est obtenu en sommant l'ensemble des contributions énergétiques des déformations et en les divisant par un terme homogène à une longueur :

$$F = \frac{4\lambda}{\delta A^2 \pi^2} (W_{peau} + W_{ame}) \quad (\text{eq. IV-21})$$

Il est possible de démontrer que ce terme correspond au déplacement  $\Delta u$  de l'extrémité de la structure entre la position d'équilibre juste avant flambage, et la position déformée, ce qui donne alors :

$$F = \frac{1}{\Delta u} (W_{peau} + W_{ame}) \quad (\text{eq. IV-22})$$

Le terme  $\Delta u$  est une grandeur qui ne peut être déterminée par le calcul. Cela signifie que les énergies sont connues à un coefficient près. Pour les représenter sur les graphes, on préférera donc représenter les énergies divisées par  $\Delta u$ , ce qui permet de leur donner une valeur, homogène à un effort. D'autre part, cela permet de lire directement sur les graphes les efforts de flambage.

La figure IV-8 (gauche) montre la répartition des énergies dans l'âme. Les courbes ne sont pas correctes au voisinage de 0 (représentativité du modèle), mais physiquement, une longueur d'onde infiniment petite ne représente rien, donc ce domaine n'est pas à explorer. En faisant abstraction de ces faibles valeurs de  $\lambda$ , l'analyse de la répartition des énergies au sein de l'âme devient relativement simple : lorsque  $\lambda$  augmente, l'énergie due aux contraintes normales augmente plus vite que l'énergie de cisaillement. Pour des grandes longueurs d'ondes, il devient alors possible de négliger cette dernière. Pour des valeurs de  $\lambda$  plus faibles, le modèle doit prendre en compte le cisaillement dans l'âme.

La figure IV-8 (droite) montre la répartition des énergies dans la structure, entre la peau et l'âme : ce résultat est bien connu : l'énergie de flexion de la peau diminue lorsque  $\lambda$

augmente, alors que l'énergie dans l'âme augmente. En effet, lorsque la longueur d'onde est faible, les déformations se localisent, et moins de matière travaille, ce qui réduit l'énergie de déformation au sein de l'âme. L'énergie totale présente donc un minimum, qui correspond au minimum de l'effort, et permet donc de calculer l'effort critique de flambage et la longueur d'onde associée.

Ces graphes sont donnés pour la configuration de référence :  
 $E_m=50$  MPa,  $E_p=50000$  MPa,  $h=20$  mm,  $e_p=1$  mm,  $\nu_m=0.3$ ,  $b=30$  mm.  
 Dans les paragraphes suivants, la même configuration est utilisée.

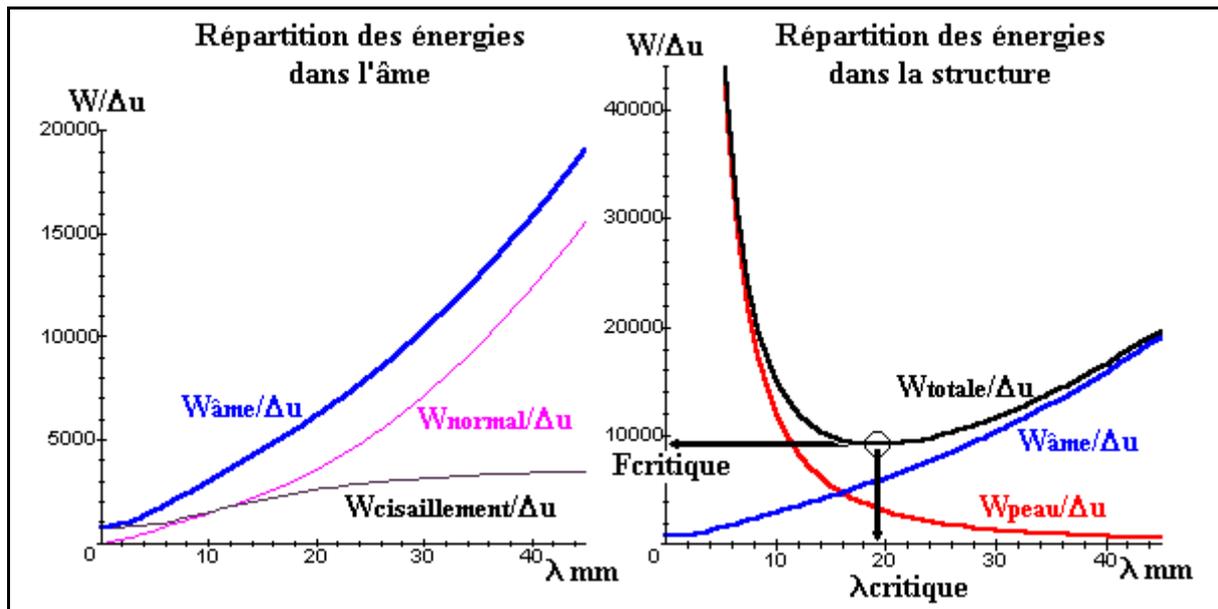


figure IV-8 : Répartition des énergies dans la structure

#### IV.2.4.2 Influence de la rigidité de flexion de la peau

Pour une âme donnée (épaisseur, caractéristiques matériaux), l'évolution des efforts et de la longueur d'onde en fonction des caractéristiques de la peau est facile à analyser. Quelle que soit la fonction de forme dans l'âme, l'énergie de flexion de la peau s'exprime par :

$$F_{peau} = \frac{\pi^2 E_p I_z}{\lambda^2} \quad (\text{eq. IV-23})$$

L'augmentation des caractéristiques de la peau (épaisseur, module,...) conduit alors à une augmentation de cette énergie.

Des calculs sont effectués avec le modèle cubique, à partir de la configuration de référence, et en faisant évoluer  $E_p$ . Le graphe de la figure IV-9 donne les courbes relatives à ces calculs. L'augmentation du module de la peau engendre à la fois une augmentation de l'effort critique de flambage et de la longueur d'onde de la déformée.

Cette observation est valable également pour une augmentation de  $e_p$ , ou plus généralement de la rigidité globale de la peau en flexion  $E_p I_z$ .

Une étude plus spécifique de l'évolution de la contrainte critique en fonction de l'épaisseur de la peau est réalisée, au paragraphe IV.2.4.5.

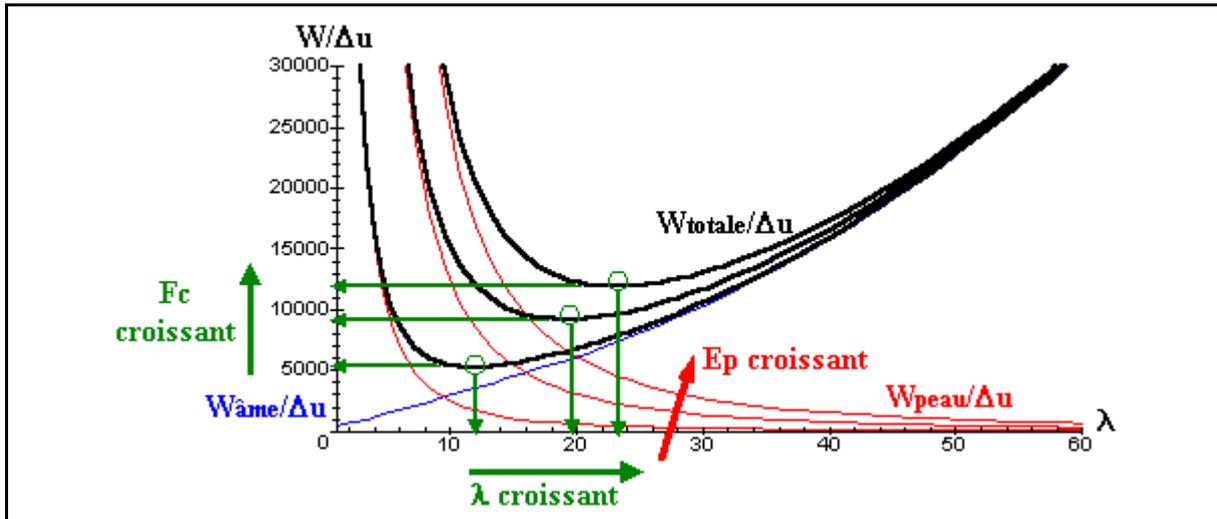


figure IV-9 : Influence de la rigidité des peaux ( $E_p = 10000, 50000, 100000$  MPa)

#### IV.2.4.3 Influence des caractéristiques de la mousse

L'expression de l'énergie dans l'âme diffère selon les fonctions de forme utilisées, mais une étude graphique, dans le domaine usuellement considéré montre que l'augmentation de la rigidité de la mousse conduit toujours à une augmentation de l'énergie dans l'âme, et au niveau de la structure, à une amélioration de la tenue au flambage, avec réduction de la longueur des ondes de la déformée. La figure IV-10 illustre cette évolution.

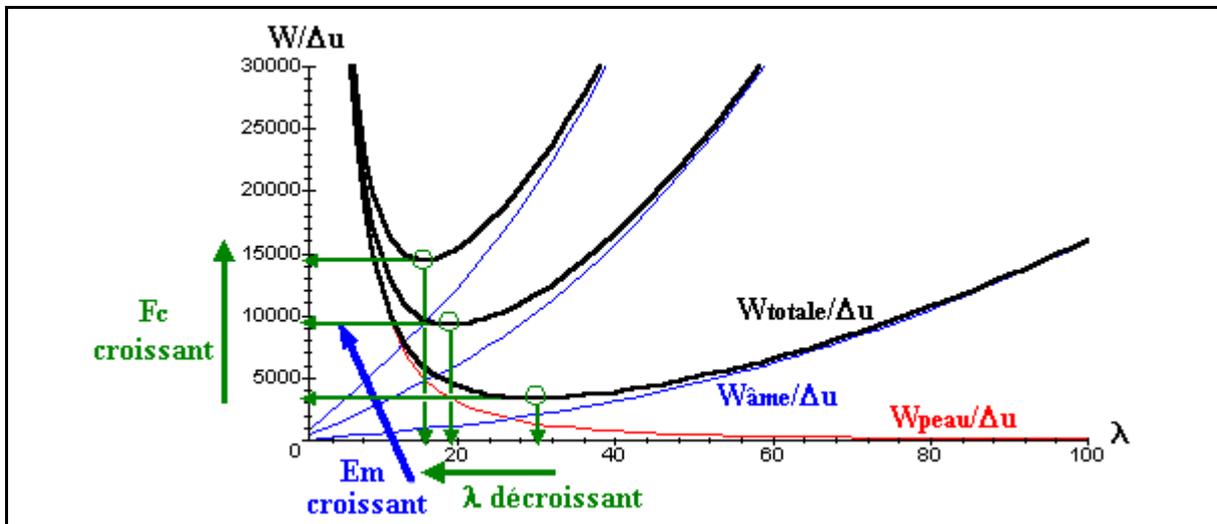


figure IV-10 : Influence du module de Young de la mousse ( $E_m = 10, 50, 100$  MPa)

#### IV.2.4.4 Influence de l'épaisseur de l'âme

Un des principaux intérêts de ce modèle est de pouvoir prendre en compte l'épaisseur de l'âme et de son influence sur le calcul de la force critique. Les calculs montrent en effet que pour des épaisseurs faibles de l'âme, la distribution des déformations est affectée. Lorsque  $h$  augmente, les déformations se localisent sous la peau, et l'énergie de déformation dans l'âme

diminue alors. A partir d'une certaine épaisseur, le phénomène se stabilise, et l'effort critique devient constant : les peaux n'ont plus d'influence l'une sur l'autre.

L'évolution est représentée sur les graphes de la figure IV-11 : la force critique diminue avec  $h$ , puis se stabilise. Pour la longueur d'onde, c'est l'inverse : elle augmente avec  $h$ , puis se stabilise également. Cette stabilisation correspond à une épaisseur après laquelle les 2 peaux d'un sandwich n'ont plus d'influence l'une sur l'autre.

Deux précautions doivent être prises lors de l'utilisation de ce modèle, ayant trait principalement à la question de l'épaisseur de l'âme :

- une épaisseur faible peut provoquer un changement de mode de flambage vers un flambage global ou local antisymétrique, ce que ce modèle ne prend pas en compte. Une étude du type de celle de [LEOTOING 2001] pourrait être menée, en élargissant le modèle au cas du flambage antisymétrique, pour appréhender le problème de l'interaction symétrique/antisymétrique.
- pour  $h$  grand, la définition des fonctions de forme peut être insuffisante et doit être adaptée afin de pouvoir représenter correctement la localisation des déformations.

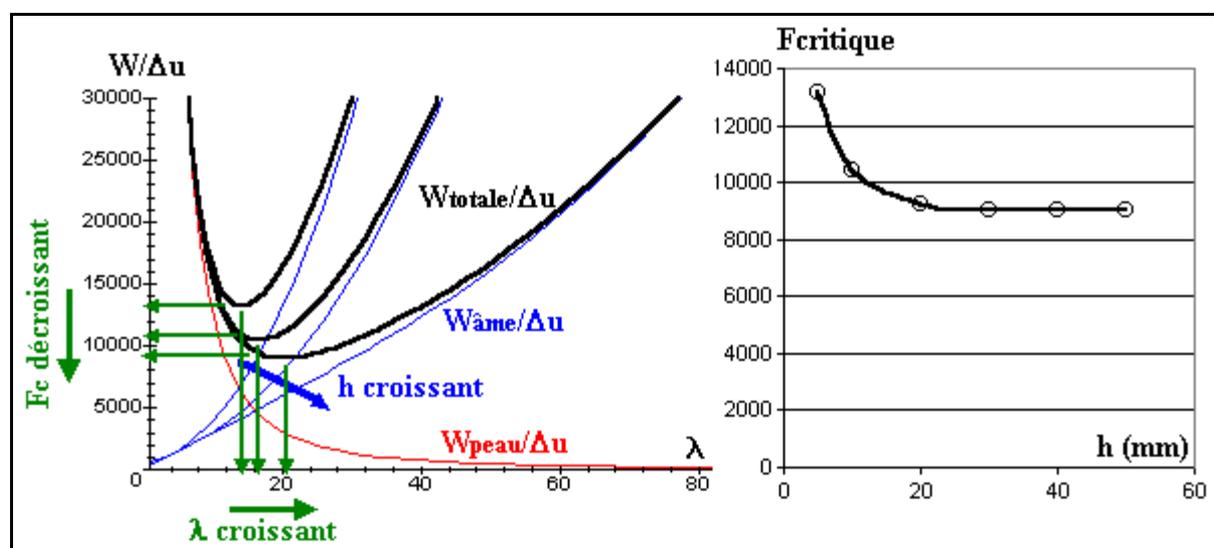


figure IV-11 : Influence de l'épaisseur de l'âme ( $h=5, 10, 40$  mm)

D'une manière générale, lorsque  $h$  est grand, il est difficile de bien représenter les déplacements dans la peau. Or, dans la plupart de ces cas de figure, il est inutile de représenter toute la hauteur  $h$  de l'âme, sachant que les déformations sont concentrées dans des zones précises de l'âme.

Une solution consiste donc à fixer arbitrairement une épaisseur limite au-dessus de laquelle l'épaisseur de l'âme est considérée comme non influente sur la réponse en effort. Lorsque le cas de figure apparaît, pour le calcul de l'énergie au sein de l'âme, on ne considère alors que les déformations qui sont concentrées dans une zone limitée sous la peau.

Usuellement, l'épaisseur limite vaut quelques longueurs d'ondes ( $h > 2\lambda$ ). Il est d'ailleurs inutile et préjudiciable de prendre en compte une épaisseur trop importante, la représentativité des fonctions de forme pouvant alors être insuffisante.

#### IV.2.4.5 Influence de l'épaisseur des peaux sur la contrainte de flambage

Il a été vu que l'augmentation de l'épaisseur des peaux provoque une augmentation de la force critique, mais qu'en est-il de la contrainte dans la peau ?

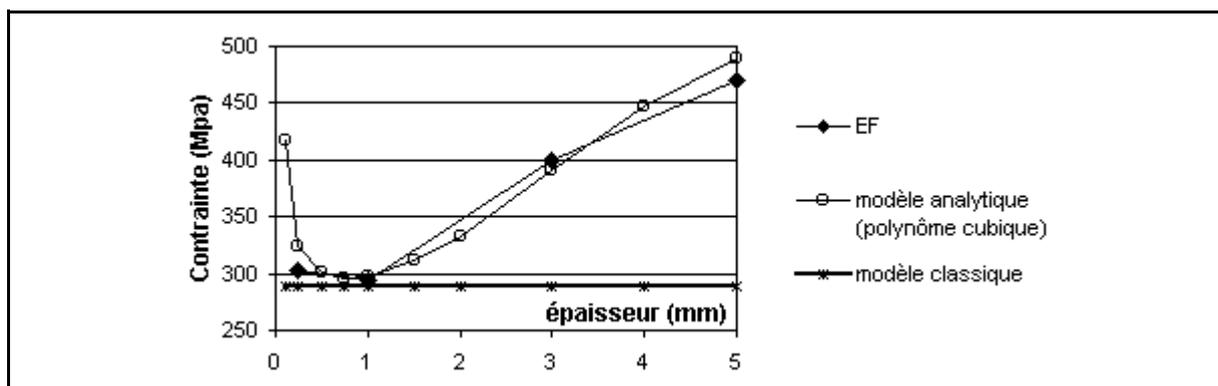
D'après la formule de wrinkling classique, usuellement utilisée dans les calculs de dimensionnement au flambage et rappelée ci-dessous, la contrainte critique dans la peau ne dépend ni de l'épaisseur de l'âme, ni de l'épaisseur de la peau. Il a été vu au paragraphe précédent l'influence de l'épaisseur de l'âme (h) sur la force critique.

$$\sigma_{critique} = Q \cdot \sqrt{E_p \cdot E_m \cdot G_m} + Q_1 \cdot G_m \quad (\text{eq. IV-24})$$

Pour visualiser l'influence de  $e_p$ , le modèle cubique est utilisé, et une corrélation par éléments finis est réalisée. La configuration de l'essai est la configuration de référence, notamment,  $h=20$  mm, et on fait évoluer l'épaisseur des peaux de 0.1 à 5 mm.

La figure IV-12 montre les résultats obtenus. La contrainte classique est représentée, elle est constante. Les résultats EF montrent une bonne corrélation du modèle classique pour les valeurs faibles de  $e_p$ . Pour des valeurs plus grandes, lorsque l'épaisseur des peaux augmente, la contrainte augmente également.

Le modèle analytique corrèle bien pour les valeurs élevées de  $e_p$ , montrant ainsi qu'il permet de prendre en compte ce phénomène. Par contre, pour des épaisseurs très faibles, il donne de mauvais résultats. Ces résultats sont obtenus pour de faibles épaisseurs, donc de faibles longueurs d'ondes. L'écart avec les calculs EF est donc dû à la mauvaise représentativité de la fonction de forme utilisée. Ce point a déjà été discuté dans le paragraphe précédent.



**figure IV-12 : Influence de l'épaisseur des peaux sur la contrainte critique**

Pour comprendre l'évolution de la contrainte avec l'épaisseur, le calcul précédent est repris avec un modèle plus précis, le modèle cubique par morceaux. Un calcul pour  $h=100$  mm est également réalisé, en faisant aussi évoluer l'épaisseur de la peau. Les énergies, efforts et contraintes sont analysés. Les épaisseurs pour lesquelles les calculs sont réalisés sont les suivantes :  $e_p = 0.25, 0.5, 1, 2$  et  $3$  mm.

La figure IV-13 présente les résultats de ces calculs. Les courbes relatives à  $h = 20$  mm sont les courbes de droites, celles relatives à  $h = 100$  mm sont celles de gauche. Les courbes du haut représentent les énergies  $W/(\Delta u)$ , sur lesquelles il est donc possible de lire les efforts critiques. Les courbes du bas sont obtenues en divisant les premières par la surface de la peau ( $b \cdot e_p$ ), afin de pouvoir observer les contraintes critiques dans la peau.

Pour  $h=100$  mm, la contrainte dans la peau est constante, quelle que soit l'épaisseur des peaux. La longueur d'onde, elle, augmente en même temps que l'épaisseur. D'autre part, l'énergie dans la mousse est linéaire en  $\lambda$ , et les minima des courbes de l'énergie totale semblent appartenir à une droite passant par l'origine. Cela signifierait que les efforts critiques sont linéaires en fonction des longueurs d'ondes critiques associées :  $F_c = k \cdot \lambda_c$ . Dans cette

configuration ( $h=100$  mm), la contrainte dans la peau est donc indépendante de son épaisseur. Pour  $h = 20$  mm, l'influence de l'épaisseur est manifeste. Pour les faibles épaisseurs, la contrainte est constante, puis au-dessus de 1 mm ( $\lambda > 20$  mm), la contrainte augmente avec l'épaisseur.

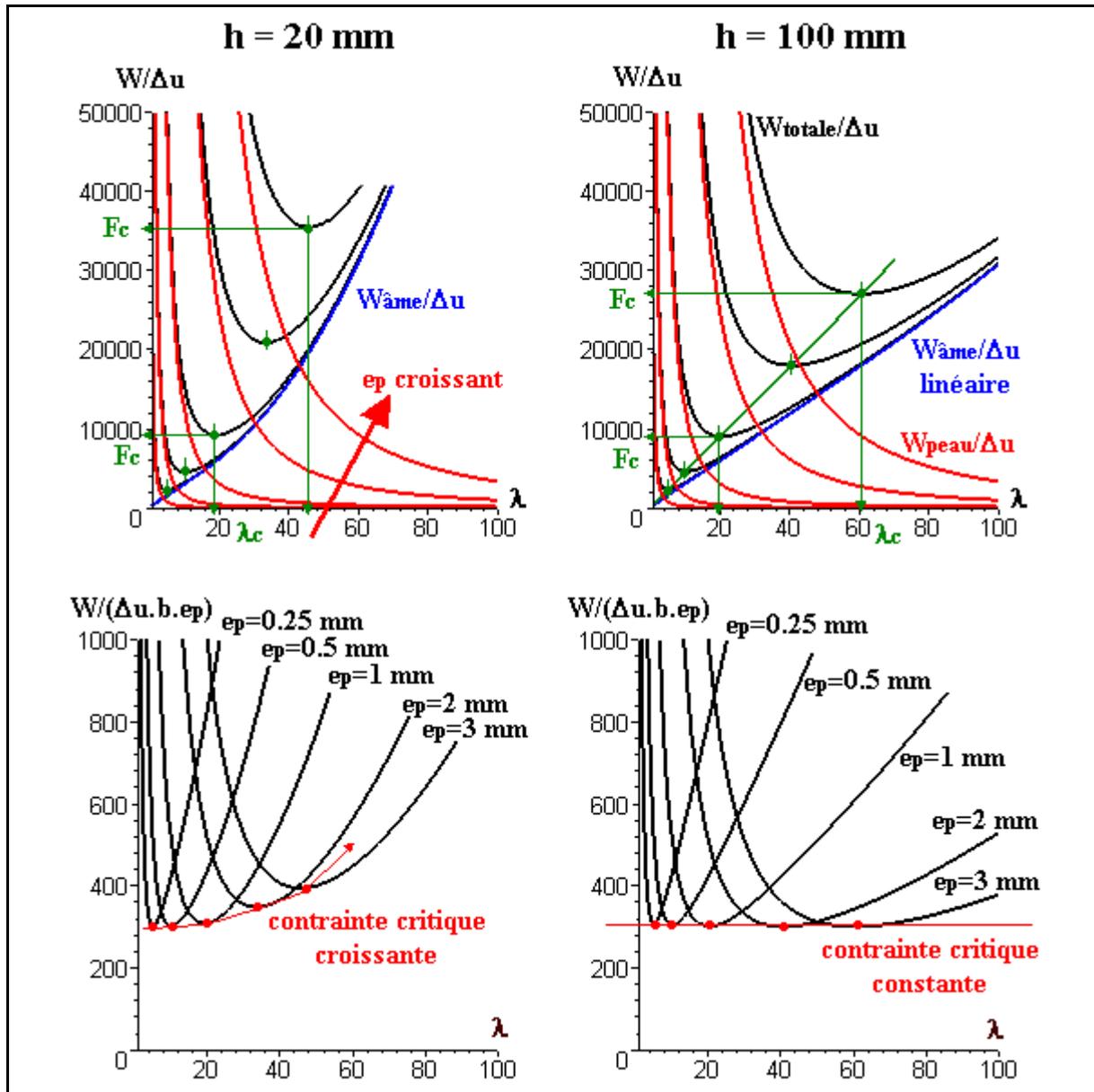


figure IV-13 : Influence de  $e_p$  sur un cas réel :  $h = 20$  et  $100$  mm

Ces résultats montrent donc que l'hypothèse selon laquelle la contrainte est indépendante de  $e_p$  est fautive en général. Ils laissent également penser qu'elle est vraie pour  $h$  grand.

Pour démontrer cette supposition, on utilise le modèle cubique par morceaux, avec la même configuration que précédemment. Pour assurer que  $h$  est grand devant la longueur d'onde, on pose  $h = k \cdot \lambda$ , avec  $k$  supérieur à 2, mais pas trop élevé pour garder la représentativité des fonctions de forme. La valeur  $k=5$  sera finalement choisie. Les valeurs de  $e_p$  balayées sont 0.25, 0.5, 1, 2 et 3 mm.

Le calcul de l'énergie dans l'âme donne alors un résultat linéaire en  $\lambda$ . En poursuivant le

calcul, on en déduit que l'effort critique suit une fonction linéaire en  $\lambda_c$  et en  $e_p$ , d'où une contrainte dans la peau constante.

Le calcul suivant permet de démontrer ces résultats.

Le calcul de l'énergie dans l'âme donne donc une énergie linéaire :

$$\frac{W_{ame}}{\Delta u} = A\lambda$$

L'énergie dans la peau est connue, et peut s'exprimer par :

$$\frac{W_{peau}}{\Delta u} = \frac{Be_p^3}{\lambda^2}$$

L'effort en fonction de  $\lambda$  s'exprime alors de la façon suivante :

$$F = \frac{W_{totale}}{\Delta u} = A\lambda + \frac{Be_p^3}{\lambda^2} \quad (\text{eq. IV-25})$$

Le calcul du minimum de  $F$  en fonction de  $\lambda$  donne immédiatement :

$$\lambda_c = \sqrt[3]{\frac{2B}{A}} e_p \quad \text{d'où} \quad F_c = \frac{3}{2} A \lambda_c = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{2B}{A}} e_p$$

Cette expression montre que la longueur d'onde de la déformée est linéaire en fonction de l'épaisseur de la peau. Selon la manière d'écrire l'effort, on fait également apparaître que l'effort critique est à la fois linéaire en  $\lambda_c$  et en  $e_p$ .

$F_c = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{2B}{A}} e_p$  montre que la contrainte dans la peau est constante, égale à  $\sigma_c = \frac{3}{2b} \sqrt[3]{\frac{2B}{A}}$ .

Pour une âme épaisse devant les longueurs d'onde considérées, la contrainte critique de flambage dans les peaux est donc indépendante de l'épaisseur de ces peaux.

$F_c = \frac{3}{2} A \lambda_c$  montre alors que l'effort critique est linéaire en fonction de la longueur d'onde associée. Sur les graphes, cela se concrétise par une droite qui relie l'ensemble des minima des courbes d'effort en fonction de  $\lambda$  lorsqu'on fait varier l'épaisseur  $e_p$ .

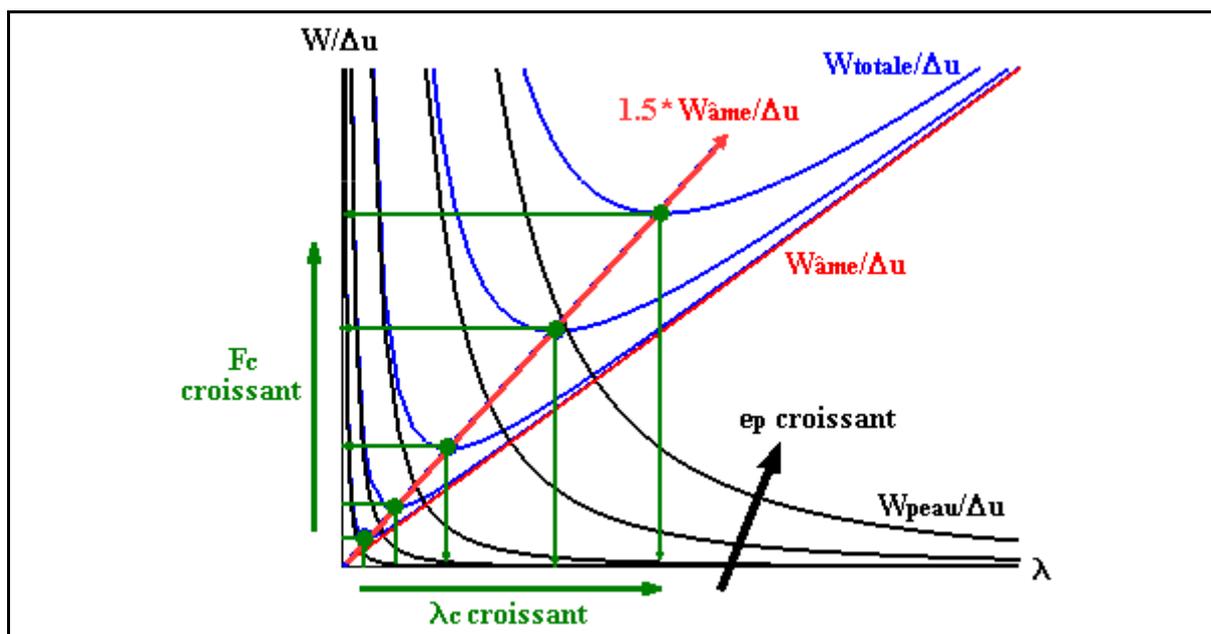


figure IV-14 : Graphe des énergies pour  $e_p$  croissant,  $h$  infini

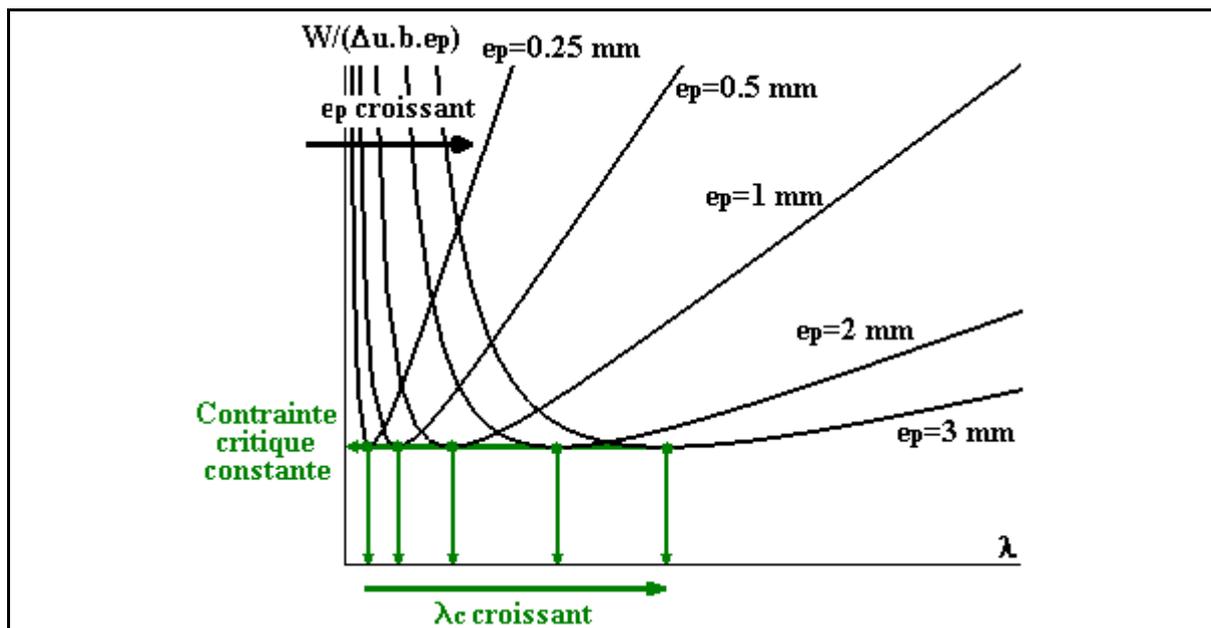


figure IV-15 : Graphe des contraintes pour  $e_p$  croissant,  $h$  infini

La figure IV-14 et la figure IV-15 illustrent une partie des résultats précédents. On y retrouve notamment la droite des points  $(F_c, l_c)$ , et la contrainte constante selon les épaisseurs.

#### IV.2.5 Conclusion

Les résultats des paragraphes précédents, notamment sur l'influence des caractéristiques de la peau, et sur les caractéristiques mécaniques de la mousse sont usuels, mais montrent l'intérêt du modèle dans la recherche de l'évolution des efforts, lorsque l'ingénieur est confronté à un problème de dimensionnement au flambage.

Les résultats sur l'influence de l'épaisseur de l'âme sur l'effort de flambage, et l'influence de l'épaisseur de la peau sur la contrainte de flambage sont par contre moins courants, et montrent l'intérêt de ce modèle.

Un autre intérêt majeur est la possibilité d'effectuer simplement des routines de calcul à partir d'un logiciel simple tel qu'Excel, ou bien d'établir des abaques sur 2 ou 3 paramètres, par exemple,  $E_m$ ,  $E_p.I_z/b$  et  $h$ .

La figure IV-16 montre un exemple d'abaques réalisées à partir du modèle analytique cubique développé. Les abaques représentent les couples de valeurs de l'effort critique et de la longueur d'onde associée pour 3 choix de paramètres :  $E_m$ ,  $E_p.I_z/b$  et  $h$ .

Le paramètre  $E_p.I_z/b$  est choisi car il permet, à partir d'un seul paramètre, de prendre en compte à la fois toutes les combinaisons possibles de la peau, et la largeur de la poutre. La valeur  $F$  lue sur les abaques correspond à un flux d'effort, c'est à dire à l'effort pour une largeur de 1 mm. Pour obtenir l'effort, il suffit de multiplier la valeur lue par  $b$ . Pour la longueur d'onde, la valeur donnée est indépendante de la largeur.

L'influence du coefficient de Poisson dans l'âme ne peut être prise en compte en même temps que les autres paramètres. Pour la construction de ces abaques,  $\nu$  a été choisi égal à 0.3, et la relation liant  $E_m$ ,  $G_m$  et  $\nu$  est la relation d'un matériau isotrope :  $G_m = E_m / (2 \cdot (1 + \nu))$ .

Pour une âme en mousse, il n'est pas toujours possible de définir le module de cisaillement à

partir du module de Young. Il s'agit alors d'un paramètre supplémentaire, ce qui rend la création d'abaques plus complexe.

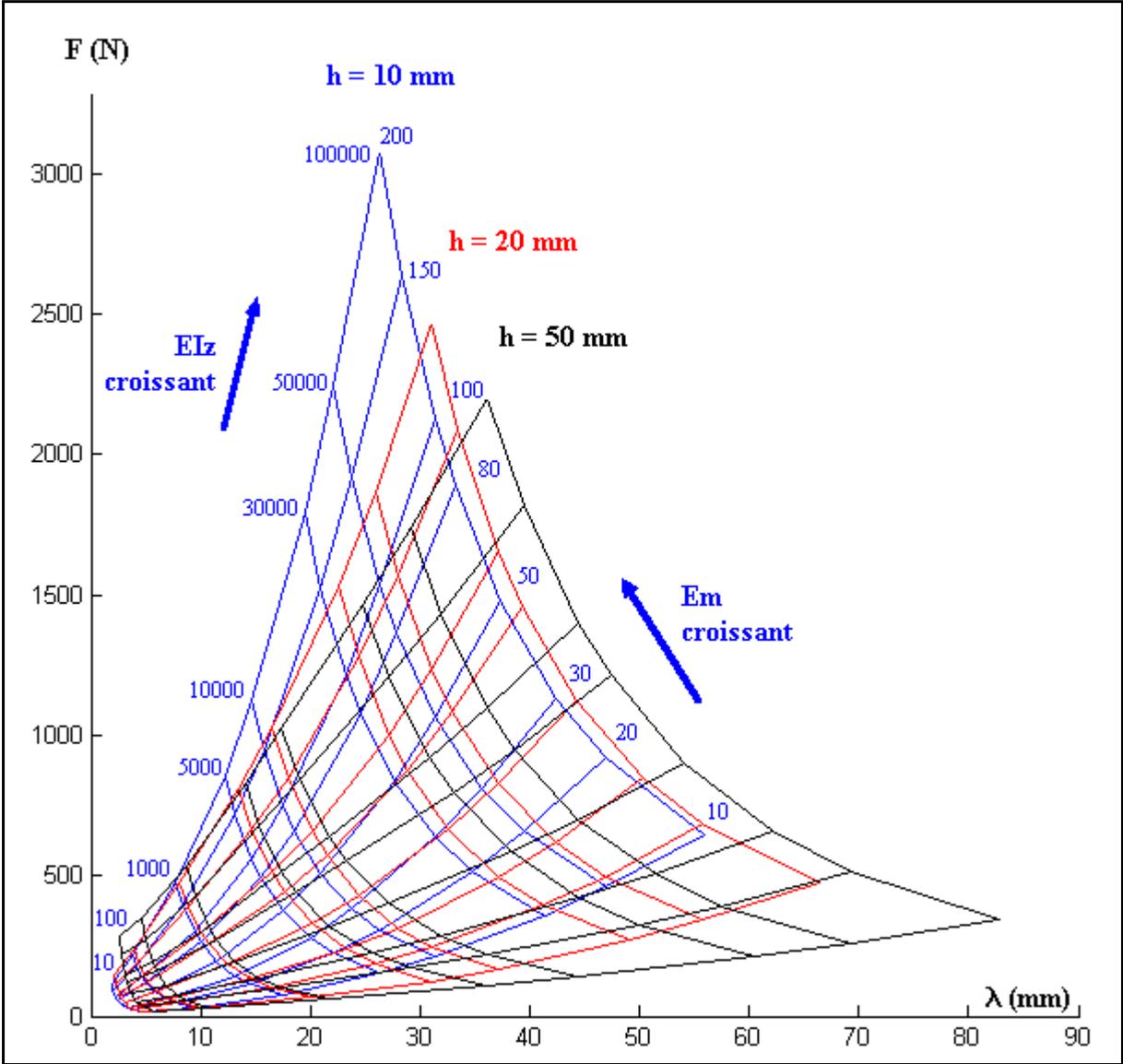


figure IV-16 : Exemple d'abaques pour le calcul de l'effort de flambage, en fonction de 3 paramètres :  $E_m$ ,  $EI_z$  et  $h$

## IV.3 MODÉLISATION DES ESSAIS STATIQUES

Les résultats des essais montrent que le mode de rupture dans les éprouvettes étudiées évolue avec la géométrie des éprouvettes. Des modélisations EF ont été réalisées pour comprendre l'évolution des phénomènes menant à la rupture, et apprendre à les modéliser. Il s'agira donc dans ce chapitre de mettre en avant, par le calcul numérique, les phénomènes mis en jeu lors de l'initiation de la rupture par décollement. Ces calculs seront réalisés à la fois en statique et en dynamique.

### IV.3.1 Description des modèles utilisés

#### *IV.3.1.1 Modélisation analytique*

Le modèle analytique développé précédemment est utilisé pour estimer les valeurs critiques de flambage. La modélisation ne prend pas en compte les conditions aux limites, notamment l'introduction de l'effort par les renforts en acier. Par contre, elle prend en compte l'épaisseur de l'âme.

Elle ne permet pas d'appréhender l'évolution des contraintes dans l'âme au cours du chargement, mais donne l'effort auquel apparaît l'instabilité.

#### *IV.3.1.2 Modélisation EF*

La modélisation EF est réalisée sur le logiciel Nastran (EF implicite). Des calculs sont menés à la fois en flambage linéaire et en statique non-linéaire. Les premiers fournissent les contraintes ou efforts critiques d'apparition du flambage des structures, alors que les derniers permettent de suivre l'évolution des contraintes dans les peaux et l'âme au cours du chargement.

La modélisation des éprouvettes est réalisée en 2D. L'âme en mousse et les parties en acier sont modélisées par des éléments membranes, les peaux par des éléments poutres. Les éprouvettes maillées sont représentées sur la figure IV-17. Le maillage est suffisamment fin pour prendre en compte les phénomènes de flambage.

Le déplacement engendrant l'effort de compression est appliqué sur un unique noeud, au sommet de la structure. La base de l'éprouvette est encastree, et le point d'application du déplacement imposé est limité à un déplacement en translation selon Y, pour éliminer les modes de flambage global qui n'apparaissent pas pendant les essais. Les déformations dans les peaux sont observées au milieu des peaux, et les contraintes sont visualisées dans l'âme.

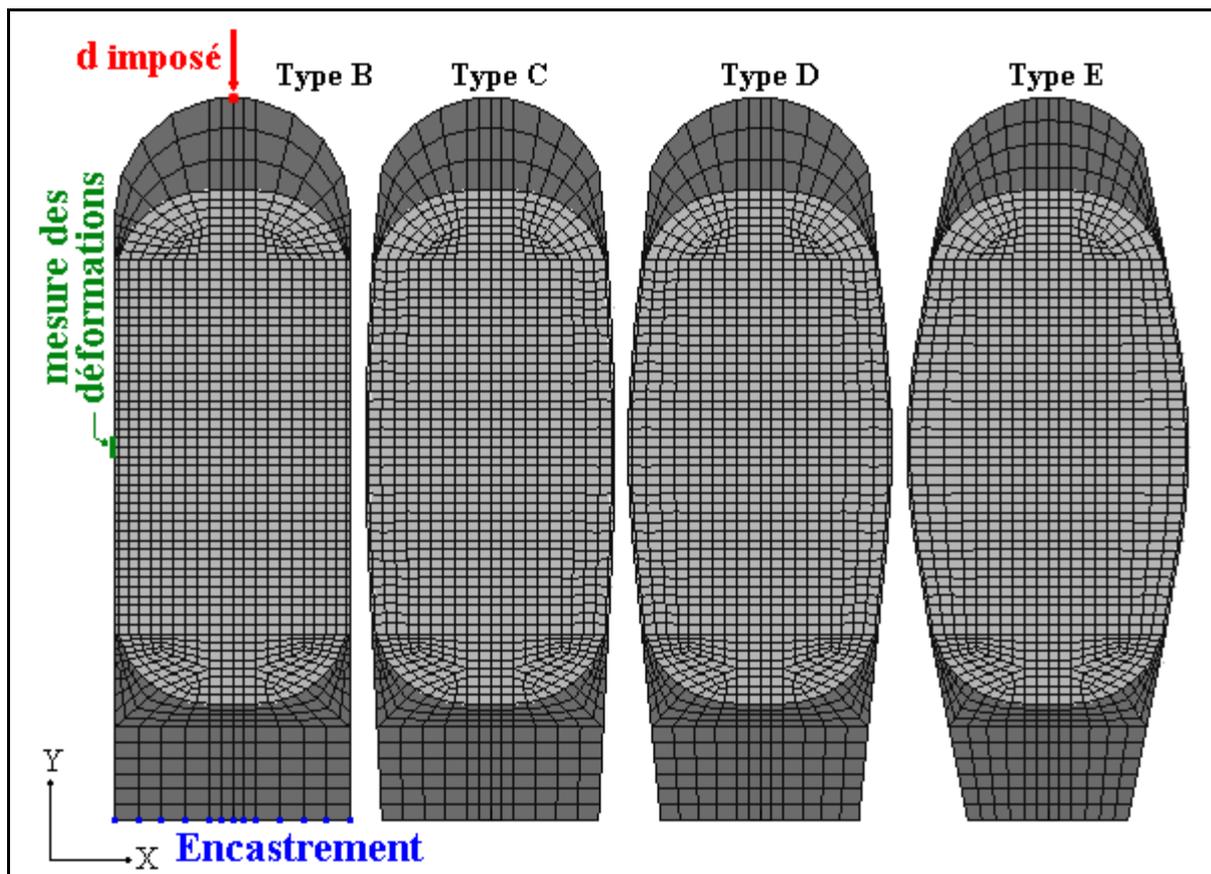
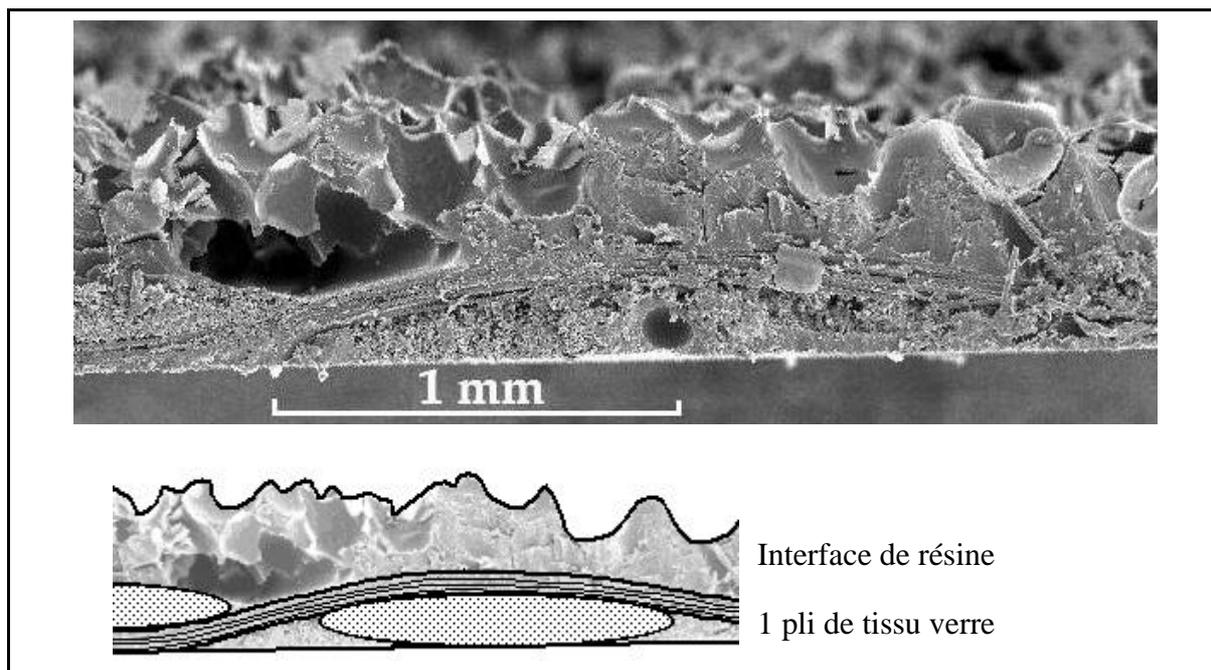


figure IV-17 : maillage des éprouvettes sous Nastran

#### IV.3.1.3 Calcul de la rigidité des peaux

Les premiers calculs sur les éprouvettes à peaux droites, réalisés avec les caractéristiques mécaniques usuelles des peaux, ne corrélaient pas les essais. Les valeurs des efforts de flambage sont nettement inférieures aux mesures des essais, que le calcul soit effectué à partir du modèle EF ou analytique : ce dernier donne des résultats proches des EF.

Le flambage local étant nettement dépendant de la rigidité en flexion des peaux, une analyse des peaux est réalisée afin d'en vérifier les caractéristiques. La rigidité en flexion des peaux s'avère nettement supérieure à celle calculée. Des observations au MEB (microscope à balayage électronique) ont permis d'en révéler la source (figure IV-18). Contrairement à une plaque composite réalisée sous vide ou en moule, le tissu de verre est imprégné manuellement pendant la fabrication des éprouvettes, et seule une légère pression est appliquée sur les peaux. Cela empêche le contrôle de la quantité de résine déposée. De plus, la mousse présente en son volume des cellules ouvertes qui se retrouvent en surface sous forme d'irrégularité de géométrie. La colle ou la résine n'a donc pas une épaisseur uniforme, mais présente une géographie en picots, dont il est difficile de représenter la rigidité. Globalement, l'épaisseur de la peau est donc supérieure à celle estimée de façon usuelle (épaisseur théorique des plis) et la rigidité de flexion également. Par contre, il reste difficile de déterminer la rigidité de la peau à partir de la seule mesure de l'épaisseur.



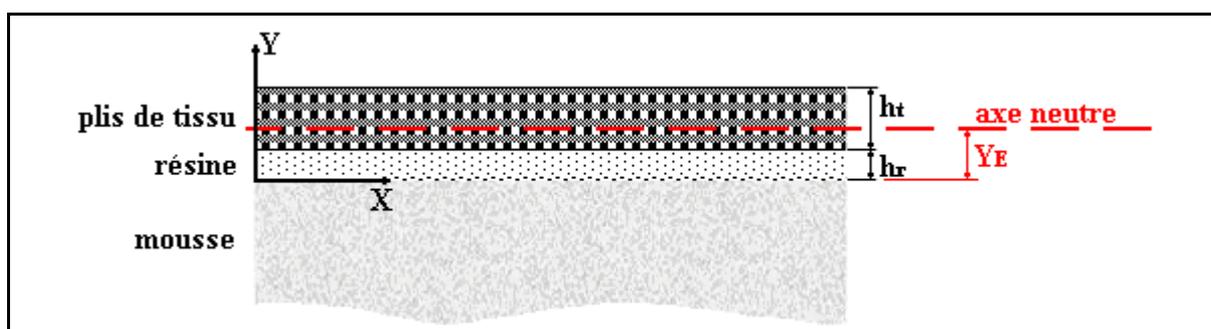
*figure IV-18 : Analyse MEB de la peau : mise en évidence de l'interface de résine*

Les modélisations numérique et analytique sont donc réalisées pour des épaisseurs de peau minimale et maximale, afin d'encadrer la valeur  $EI_z$  de la peau et celle de l'effort de flambage. En fait, la peau peut être modélisée comme une épaisseur équivalente au nombre de plis théoriques, côté extérieur, auquel s'ajoute une épaisseur de résine, côté mousse (figure IV-19). Le calcul de la rigidité est donc effectué en utilisant la théorie des stratifiés ([BARRAU 1987]). A partir des caractéristiques de chaque couche sont déterminées la rigidité normale, la position du centre élastique de la poutre, et la rigidité de flexion :

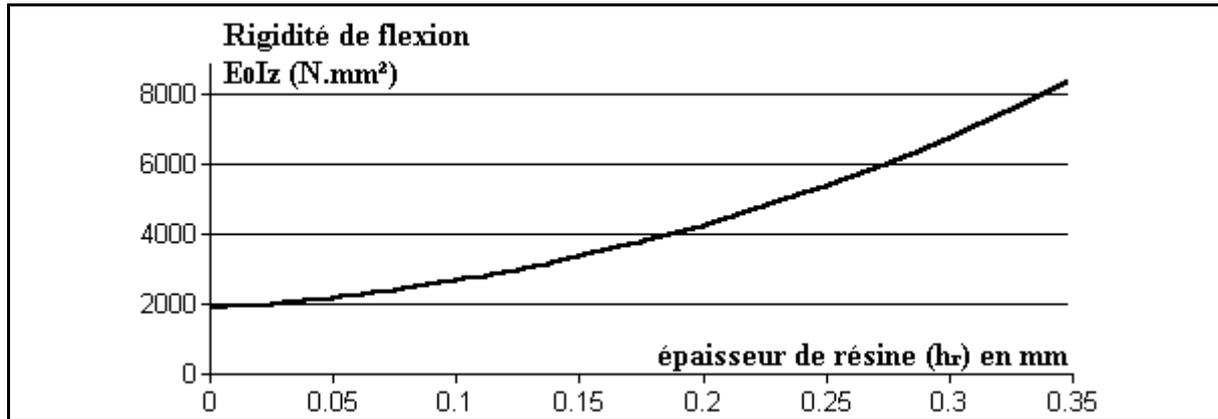
$$E_{eq} = \frac{E_t \cdot S_t + E_r \cdot S_r}{S_t + S_r} \text{ avec } S_{eq} = S_t + S_r \quad (\text{eq. IV-26})$$

$$Y_E = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_r \cdot h_r^2 + E_t \cdot h_t^2 + 2 \cdot E_t \cdot h_t \cdot h_r}{E_t \cdot h_t + E_r \cdot h_r} \quad (\text{eq. IV-27})$$

$$I_z = \frac{b}{12} (h_r + h_t) \frac{E_r h_r^4 + 4E_r h_r^3 E_t h_t + 4E_r h_r E_t h_t^3 + 6E_r h_r^2 E_t h_t^2 + E_t^2 h_t^4}{(E_t h_t + E_r h_r)^2} \quad (\text{eq. IV-28})$$



*figure IV-19 : Modélisation de la peau*



*figure IV-20 : évolution de la rigidité de flexion d'une peau avec une épaisseur de résine supplémentaire*

La figure IV-20 montre l'évolution de la rigidité de flexion ( $E_0I_z$ ) d'une peau verre composée de 2 plis de tissu (0.32 mm), et d'une épaisseur de résine variant entre 0 et 0.35 mm. L'augmentation de la rigidité est très nette, puisqu'elle double pour une épaisseur supplémentaire de 0.2 mm de résine.

Le problème de la détermination de la rigidité des peaux en flexion est propre aux peaux fines. Pour des peaux plus épaisses, l'imprécision diminue très vite avec l'épaisseur.

#### IV.3.2 Résultats pour les éprouvettes droites

La modélisation permet de confirmer que le mode de ruine pour les éprouvettes à peaux droites est bien le flambage (figure IV-21). Le processus menant à la rupture comporte deux étapes.

Au début du chargement, la compression dans la peau entraîne très peu de contraintes transversales dans l'âme. Lorsque l'effort dépasse l'effort critique de flambage, l'instabilité entraîne une déformation transversale de la peau, et l'apparition de contraintes transverses dans l'âme. Comme il a été vu au paragraphe IV.2.1.2, ces contraintes peuvent être localisées dans une zone située sous la peau (courtes longueurs d'onde), ou globales. La figure IV-21 montre la répartition des contraintes normales selon X, dans l'âme, une fois que la structure flambe. Dans ce cas de figure, la localisation des contraintes sous la peau est clairement visible, et le maximum des contraintes est atteint au niveau des courbures maximales de la peau. Les contraintes sont représentées pour un effort global sur la structure de 1400 N, et la déformée est exagérée afin de la rendre visible.

Le graphe de la figure IV-21 représente l'évolution de la contrainte maximale en fonction de l'effort résultant sur la structure. La contrainte maximale est relevée à l'endroit déterminé précédemment : dans l'âme, sous la peau, là où la courbure est maximale après flambage. Cette courbe montre qu'après apparition de l'instabilité, la rupture n'est pas immédiate. Le flambage de la peau engendre des concentrations de contraintes sous la peau. Lorsque le déplacement global imposé augmente, l'effort se stabilise, les déplacements transverses augmentent, ainsi que ces contraintes localisées. La rupture n'intervient qu'une fois que ces contraintes dépassent la limite à rupture dans la mousse.

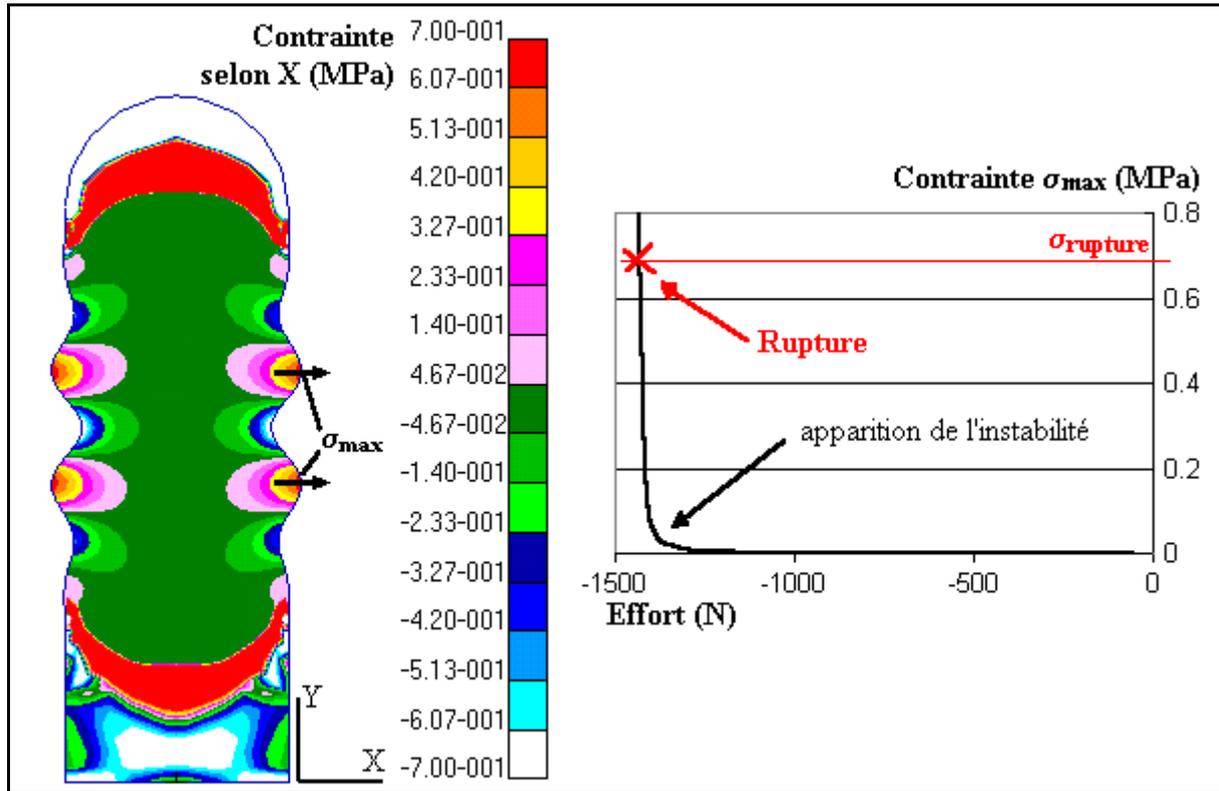


figure IV-21 : contraintes dans la mousse (type B, 1 pli)

Les résultats, avec la prise en compte du problème des épaisseurs de peaux sont résumés dans le tableau IV-2. Dans l'ensemble, les résultats sont proches des résultats d'essais. Les résultats éléments finis sont tout de même légèrement supérieurs à ceux du modèle analytique. Cela s'explique par le fait que le modèle analytique ne prend pas en compte les conditions aux limites de la structure réelle, qui ont tendance, dans ce cas, à rigidifier la structure. Le modèle analytique est donc conservatif dans ce cas.

	EF		Modèle analytique		Essais
	épaisseur de résine (mm)	effort (N)	épaisseur de résine (mm)	effort (N)	efforts (N)
2 plis	-	-	0.20	2260	de 2500 à 3000
	0.28	2670	0.28	2600	
	0.40	3450	0.40	3075	
1 pli	0.16	1400	0.16	1400	de 1250 à 1500
	0.24	1750	0.24	1740	
	0.34	2240	0.34	2180	

tableau IV-2 : Efforts à rupture dans les éprouvettes planes : comparaison essais/EF/analytique

La modélisation EF et le modèle analytique offrent donc une bonne corrélation des essais.

### IV.3.3 Evolution de l'initiation de la rupture avec la courbure des peaux

Les essais montrent une baisse de la charge à rupture lorsque la courbure augmente. Les calculs EF expliquent ce comportement et montrent que le processus menant au décollement n'est plus le même que pour les éprouvettes droites.

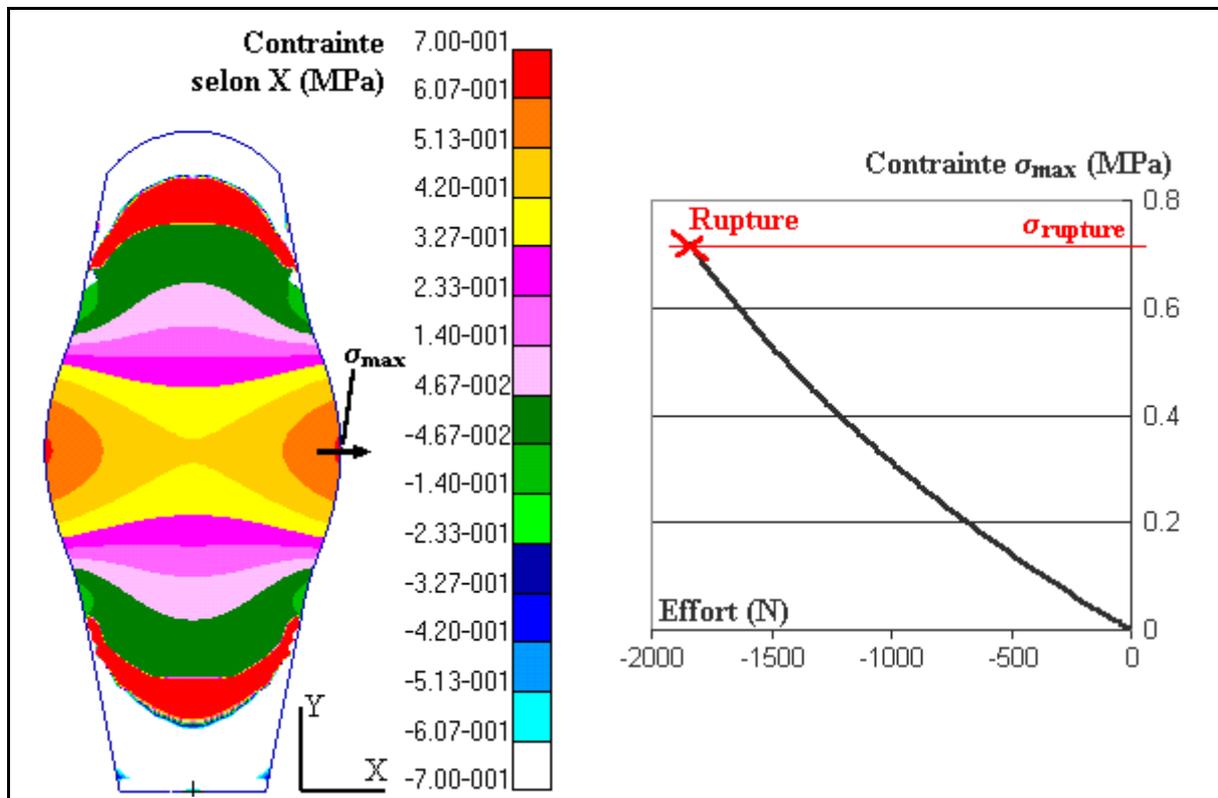


figure IV-22 : Contraintes dans la mousse (type E, 2 plis)

Les calculs EF de flambage linéaire ont permis de montrer que l'effort de flambage obtenu pour les éprouvettes bombées augmente légèrement avec la courbure de la peau. La courbure joue donc un rôle stabilisateur.

Or, durant les essais, la rupture apparaît plus tôt que pour les éprouvettes droites. Il semble donc que le flambage ne soit pas atteint, et que la rupture soit due à un autre phénomène.

Des calculs non-linéaires ont alors été réalisés. La figure IV-22 montre la répartition des contraintes transverses dans l'âme. La déformée de la structure est exagérée.

On observe qu'il n'y a pas de concentration des contraintes comme dans le cas des peaux droites. La contrainte maximale est relevée à l'endroit où la courbure est maximale, et représentée sur le graphe en fonction de l'effort résultant sur la structure. Dès le début du chargement, cette contrainte augmente de manière significative avec l'effort, et aucune instabilité n'apparaît.

En fait, la courbure de la peau engendre une contrainte normale dans le sens transversal dès le début du chargement. Lorsque cette contrainte dépasse la limite à rupture dans la mousse, le décollement apparaît. Cette limite est dépassée bien avant que le flambage de la peau ne se manifeste, d'où la diminution de la charge à rupture quand la courbure de la peau augmente.

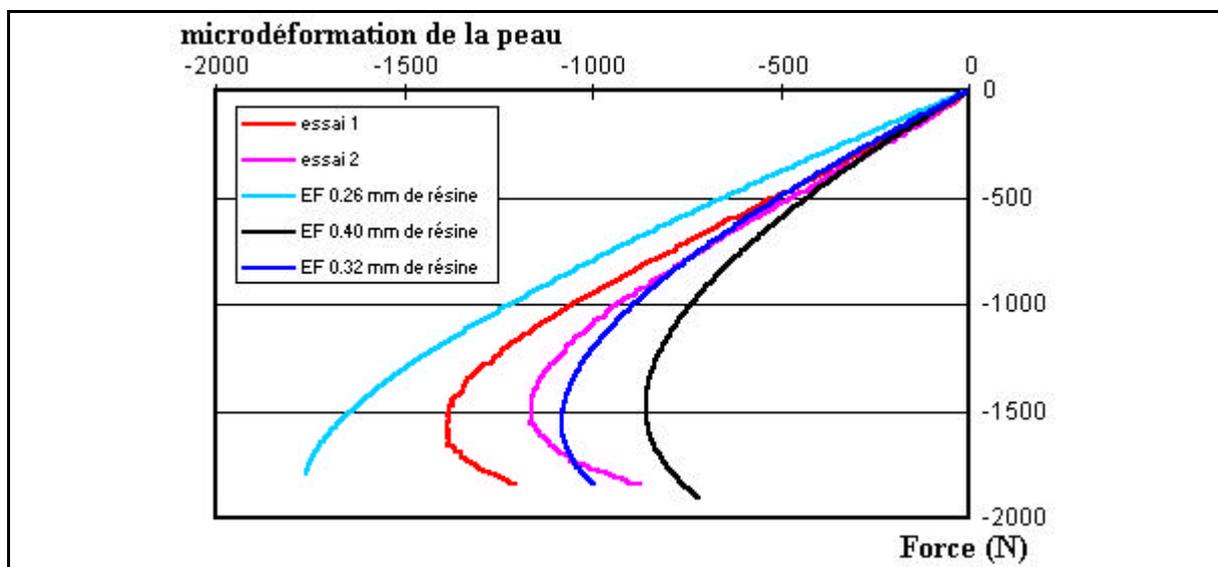
Pour corréler les essais, des calculs EF non-linéaires ont été réalisés. Les éprouvettes de type E, à 2 plis ont été modélisées, et différentes épaisseurs de résine ont été prises en compte pour appréhender le problème de la détermination de la rigidité des peaux. Pour comparer aux

essais, on relève l'effort résultant, et la déformation dans les peaux. La déformation dans les peaux est la déformation moyenne : les expressions de la position de l'axe neutre et de la rigidité globale des peaux (eq. IV-27 et eq. IV-28) permettent de remonter à la déformation de la peau en surface, c'est à dire à la déformation lue par les jauges. La rupture est prise en compte en comparant la contrainte normale transverse dans l'âme à la limite à rupture de la mousse.

La figure IV-23 présente ces résultats : les courbes de l'effort en fonction de la déformation de la peau  $y$  sont représentées à côté de 2 courbes d'essais. On voit que les calculs permettent de retrouver le comportement de la structure lors des essais. Lorsque l'épaisseur de résine augmente, les courbes se déplacent vers la droite.

En passant d'une épaisseur de résine de 0.26 mm à une épaisseur de 0.40 mm, les courbes des calculs encadrent les courbes d'essais.

Ainsi, malgré l'imprécision sur la rigidité des peaux, il est possible d'estimer le comportement de la structure et les efforts à rupture.



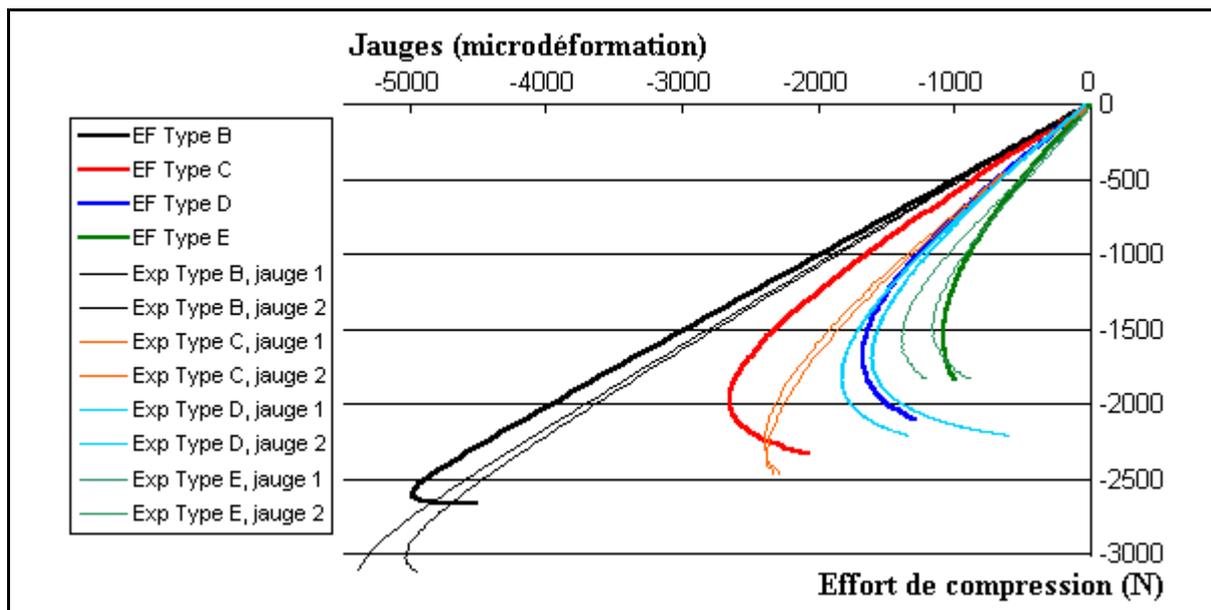
*figure IV-23 : Graphe de corrélation des essais de type E - 2 plis en prenant en compte l'épaisseur de résine*

Pour valider la démarche, les calculs sont réalisés pour les différentes éprouvettes étudiées : type B, C, D et E. Les peaux sont formées de 2 plis, et l'épaisseur de résine est arbitrairement fixée à 0.26 mm.

Les courbes des déformations en fonction des efforts sont représentées sur la figure IV-24. Pour comparaison, des courbes d'essais sont également représentées. Pour chaque calcul EF, les deux courbes (2 jauges par éprouvette) d'un essai représentatif sont données.

Ces courbes montrent que la corrélation est bonne : le comportement général, les efforts, et l'influence de la courbure sont globalement bien estimés.

Les défauts de géométrie des éprouvettes dus à la méthode de fabrication, ainsi que la difficulté du calcul de la rigidité des peaux sont les principales sources d'écart entre les modèles EF et les essais.



*figure IV-24 : Graphe de corrélation des essais de type B, C, D et E -  
2 plis, 0.26 mm de résine pour les EF*

#### IV.3.4 Conclusion sur le décollement en statique

L'analyse EF réalisée pour les tests statiques montre l'évolution du mode de rupture des structures étudiées avec leur géométrie. Le mode de rupture pour les peaux planes découle d'un phénomène d'instabilité locale alors que celui des éprouvettes bombées est le résultat d'une augmentation progressive et globale de la contrainte dans l'âme. Le résultat reste, pour chacun des cas, une initiation du décollement des peaux par rupture locale de la mousse sous la peau.

Le choix de la mousse est donc essentiel dans la conception de telles structures. Le choix d'une mousse de rigidité plus grande permet d'augmenter l'effort critique de flambage, et le choix d'une mousse de plus grande limite en traction augmente la tenue des structures à peaux présentant une courbure. Dans l'optique d'une utilisation industrielle, notamment dans le domaine aéronautique, il y a bien-sûr un compromis à faire entre ces gains en terme de résistance, l'augmentation de masse due au choix d'une mousse plus performante, et les contraintes de fabrication.

Dans tous les cas, la modélisation du comportement des structures étudiées et de l'initiation du décollement est délicate. La finesse des peaux rend difficile l'évaluation de leur rigidité, et les caractéristiques matériau des mousses présentent souvent une certaine dispersion, notamment en terme de tenue à la rupture.

La modélisation permet cependant d'expliquer les phénomènes menant au décollement des peaux de manière relativement précise.

## IV.4 FLAMBAGE DYNAMIQUE

### IV.4.1 Introduction

Comme il a été vu précédemment dans la partie bibliographique, il y a peu de travaux effectués sur le flambage dynamique des structures, et à notre connaissance, rien sur le flambage local dynamique des peaux. Un des résultats importants sur le flambage dynamique en général est l'augmentation des valeurs critiques de flambage avec les vitesses de chargement. Cependant, contrairement au cas statique, il n'est pas possible de définir un effort critique de flambage, puisque la façon dont le chargement est imposé peut avoir une influence. Des critères pour déterminer le flambage sont alors donnés, tels qu'un saut en déplacement, ou un déplacement transverse tel que l'annulation de l'effort ne permet pas un retour du système à l'état initial ([ARI-GUR 1997]).

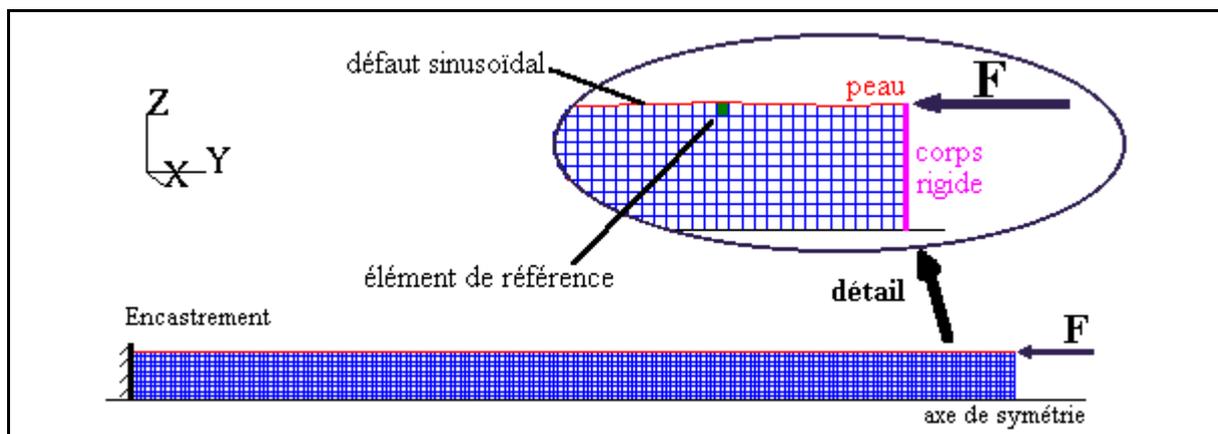
Dans le cas de l'étude, il n'est pas nécessaire de rechercher un critère en flambage, sachant que le résultat recherché est la déformation à rupture. Il s'agit donc de déterminer l'instant de rupture pour un chargement donné.

### IV.4.2 Observation du phénomène

Ce paragraphe a pour but d'appréhender le problème du flambage de peau mince sur âme stabilisatrice par l'intermédiaire d'une modélisation EF avec le logiciel Radioss, afin d'en comprendre le processus, et de proposer des critères ou modélisations simples pour le dimensionnement des structures.

#### IV.4.2.1 Définition du modèle EF

La structure à modéliser est une peau stabilisée par une âme. Comme dans le cas statique, seule la moitié de la peau sera modélisée, en prenant en compte les conditions de symétrie. Le but est de propager une onde de compression dans la peau afin d'observer la réponse de la peau. Pour ne pas polluer le phénomène par un retour prématuré de l'onde en extrémité de modèle, la structure doit être représentée sur une longueur suffisante.



*figure IV-25 : Définition du modèle d'observation du flambage dynamique sous Radioss*

D'autre part, pour initier la déformation transverse de la peau, un défaut initial est appliqué.

Pour l'étude, le défaut est choisi sinusoïdal. La longueur d'onde est celle du mode critique obtenu pour une sollicitation statique, et l'amplitude est arbitrairement de 0.1 mm.

Le modèle EF est représenté sur la figure IV-25. La peau est modélisée par des éléments poutre, et l'âme par des éléments 2D membranes. L'âme est maillée régulièrement par des éléments carrés de 1 mm de côté. L'effort est appliqué à l'une des extrémités du modèle, l'autre étant encastree. L'effort est introduit au moyen d'un corps rigide qui relie l'ensemble des noeuds de la peau et de la mousse à l'extrémité de la structure. Ce corps rigide n'a qu'un seul degré de liberté : la translation selon l'axe Y.

Un élément de référence est défini dans la mousse, juste sous la peau, à l'endroit où la courbure du défaut initial est maximale. C'est l'élément où les sollicitations dans la mousse sont critiques. C'est là qu'elles seront donc relevées.

La structure a une largeur de 30 mm, une épaisseur de 10 mm, et les peaux sont représentatives des peaux à 2 plis rencontrées pendant les essais. Pour la peau, les propriétés homogénéisées sont utilisées :

- $E_p = 20000 \text{ MPa}$ ,
- $e_p = 0.35 \text{ mm}$ ,
- $I_z = 0.37 \text{ mm}^4$ .

La mousse est considérée isotrope :

- $E_m = 10 \text{ MPa}$ ,
- $\nu = 0.01$

La contrainte à rupture dans la mousse en traction est de 0.7 MPa.

#### IV.4.2.2 Observation du phénomène

L'effort appliqué est une rampe de compression. La pente de montée en chargement est de 80 N/μs. L'effort normal dans les peaux et les sollicitations dans la mousse sont recueillis et analysés. La sollicitation maximale dans les peaux est bien obtenue dans l'élément de référence précédemment défini.

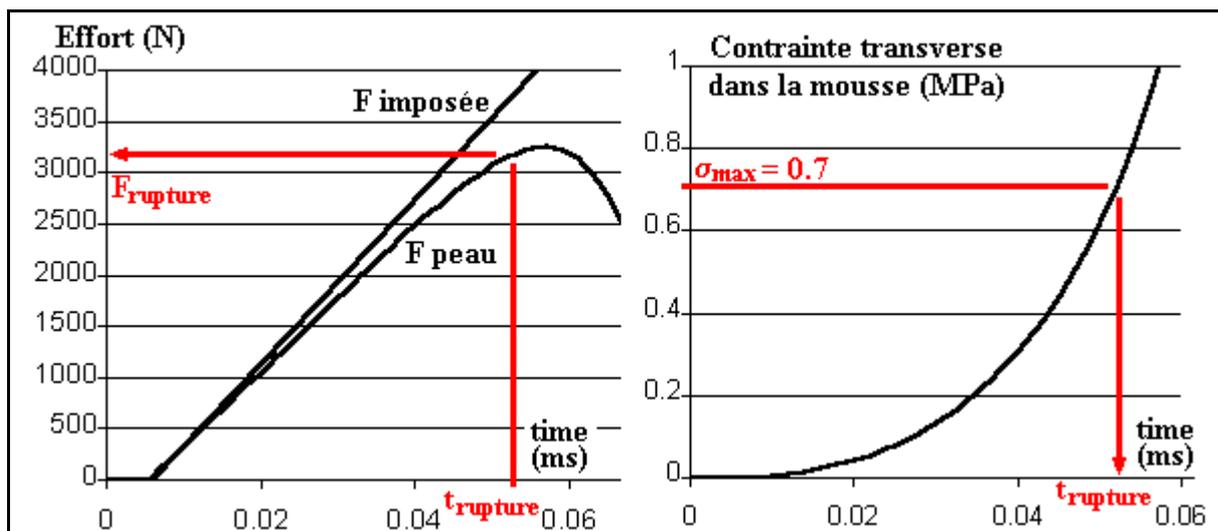


figure IV-26 : Exemple de flambage dynamique : effort dans la peau et contrainte dans l'âme (pente 80 N/ms)

La figure IV-26 montre les courbes de résultats de ce calcul. La courbe de gauche

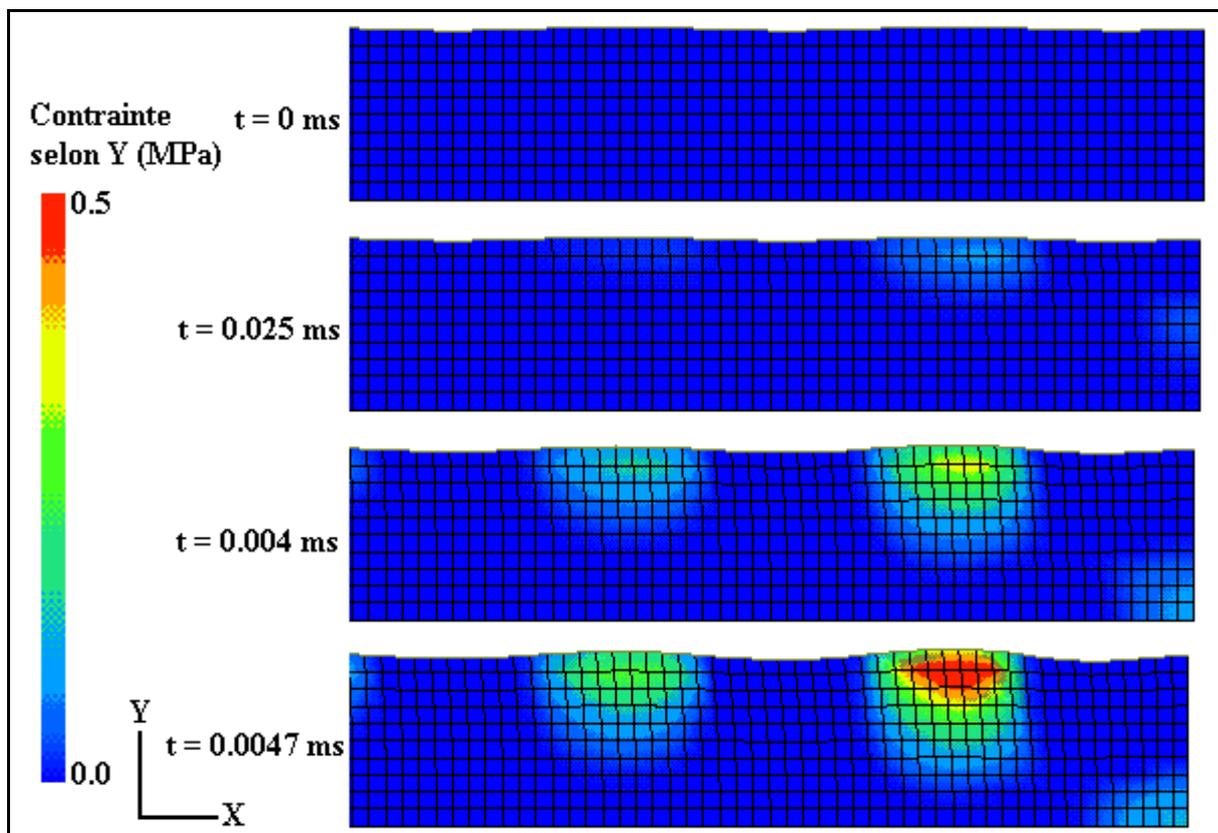
présente les efforts appliqués et lus dans la peau. L'effort dans la peau peut être décrit par deux phases. La phase initiale correspond au chargement de la peau. L'effort y est linéaire, et très légèrement plus faible que l'effort imposé. Cet écart est dû au fait que la peau présente un défaut initial. L'énergie fournie au système sert donc principalement à comprimer la peau, mais une partie se retrouve également en flexion dans la peau. Cette énergie de flexion est à l'origine de la deuxième phase de chargement de la peau : à partir d'un moment, la flexion devient prépondérante et l'effort normal chute. C'est le flambage de la peau.

La courbe de droite représente la contrainte normale transverse dans l'élément de référence, en fonction du temps. Contrairement à l'effort normal dans la peau, la contrainte dans la mousse ne croît pas linéairement. Un peu après 50  $\mu$ s, la contrainte atteint 0.7 MPa, ce qui signifie que la rupture apparaît. Cette analyse permet de retrouver, sur la courbe de l'effort, le point de rupture, donc l'effort normal maximal dans la peau.

Cet effort est supérieur à 3000 N, alors que l'effort critique de flambage sous sollicitation statique est de 1000 N.

Ce calcul montre donc l'influence de la vitesse du chargement dans le phénomène de flambage.

La figure IV-27 illustre ces propos en montrant l'évolution de la structure au cours du temps. on peut nettement y distinguer le déplacement selon X du point d'application de l'effort, l'accroissement du défaut de la peau au cours du temps, et l'augmentation de la contrainte normale transverse dans l'âme. Pour une raison de lisibilité des contraintes, seules les contraintes de traction sont représentées, car ce sont elles qui génèrent la rupture.



*figure IV-27 : Modèle EF de flambage dynamique : évolution de la structure à partir d'un défaut initial (pente 80 N/ms)*

### IV.4.3 Influence du chargement

Pour étudier l'influence de la vitesse du chargement sur la réponse à rupture de la structure, il est nécessaire de faire évoluer les paramètres du chargement auquel la structure est soumise.

#### IV.4.3.1 Chargement par rampe : influence de la vitesse de chargement

Le chargement est toujours appliqué sous forme d'une rampe, et des calculs sont lancés pour différentes vitesses de chargement : 400, 80, 40, 10 et 4 N/ $\mu$ s.

Les courbes de l'effort normal dans la peau sont données dans la figure IV-28. Pour un chargement à 400 N/ $\mu$ s, l'effort à rupture observé est supérieur à 7500 N, soit 7.5 fois supérieur à la limite de flambage en statique. Lorsque la vitesse de chargement diminue, l'effort à rupture diminue également, jusqu'à tendre vers la valeur de la statique, pour des vitesses de chargement faibles.

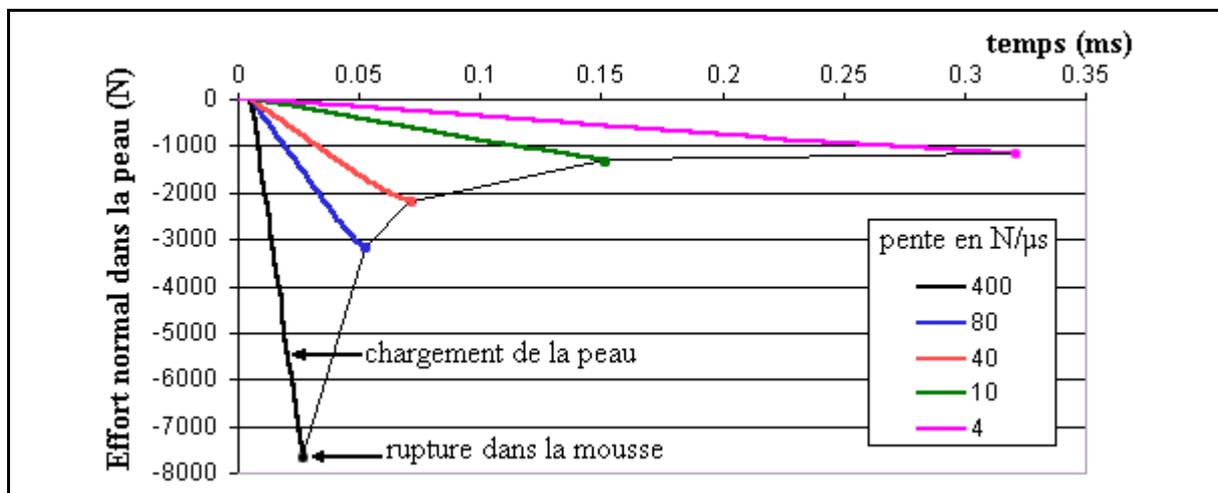
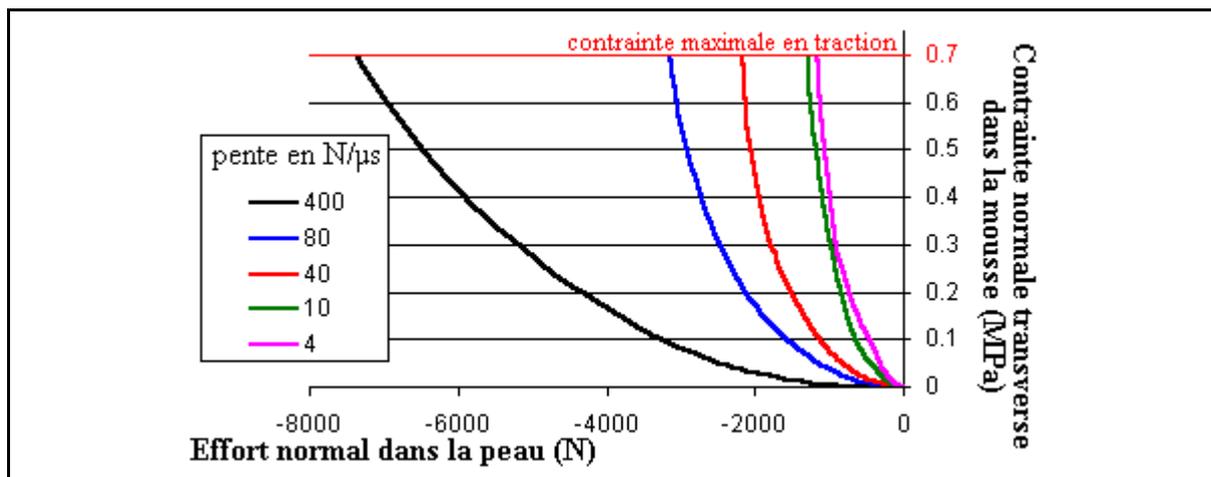


figure IV-28 : Evolution des efforts à rupture avec la vitesse de chargement

La figure IV-29 présente les courbes de la contrainte normale transverse maximale dans l'âme en fonction de l'effort normal dans la peau. Ces courbes montrent également une forte dépendance à la vitesse de chargement : plus le chargement est rapide, plus la contrainte dans la mousse et les déplacements transverse de la peau augmentent lentement par rapport à l'effort dans la peau. Tout ce passe comme si les déplacements transverse n'avaient pas le temps de s'effectuer pendant le chargement de la peau, retardant ainsi la montée des contraintes dans la mousse.

C'est effectivement une façon d'expliquer le phénomène. La peau présente un défaut initial. Pendant le chargement, le défaut a tendance à augmenter en amplitude. La contrainte sous la peau est directement liée à ce défaut (déplacement transverse de la peau), donc elle augmente au même rythme.

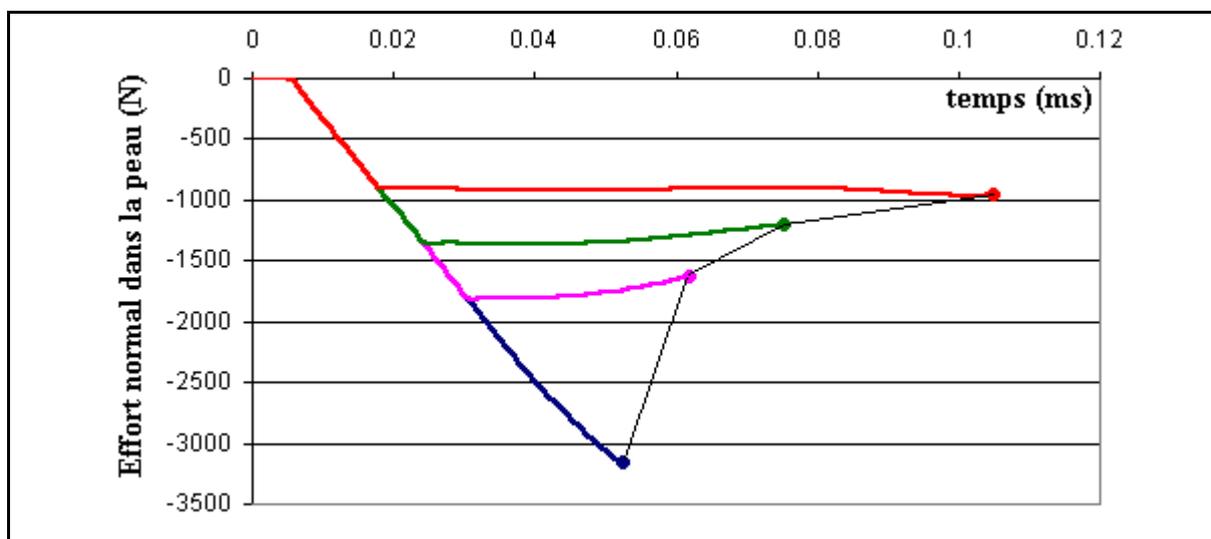
Il est possible de raisonner en terme d'inerties : le déplacement transverse de la peau a une inertie plus grande que le déplacement longitudinal, c'est à dire que la vitesse du déplacement transverse est faible devant celle du déplacement longitudinal : le déplacement transverse est toujours en retard par rapport au chargement de la peau.



**figure IV-29 : Courbes Effort - contrainte dans l'âme pour différentes vitesses de chargement**

#### IV.4.3.2 Chargement par palier d'effort

Pendant un impact, une multitude de types de chargement peut être envisagée. Des chargements sous formes de rampes ont été vus au paragraphe précédent. D'autres chargements fréquents sont les chargements par rampe suivi d'un palier d'effort constant. Des calculs ont été réalisés pour une rampe de 80 n/μs et différents paliers. Les courbes de l'effort en fonction du temps sont données sur la figure IV-30. Dans les quatre calculs, la rampe initiale est la même. Pour la courbe bleue, la rampe est maintenue jusqu'à rupture. Pour les autres, la rampe est stoppée avant rupture, et un effort constant est imposé. Plus le palier d'effort final est faible, plus la rupture est retardée.

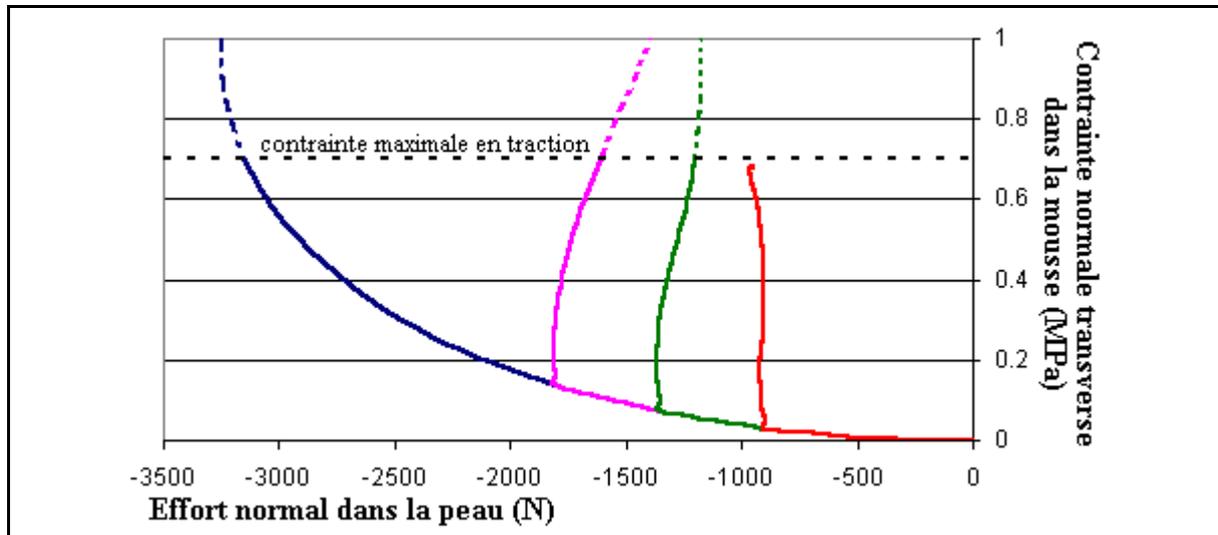


**figure IV-30 : Efforts à rupture pour une vitesse de chargement de (80N/ms) et différents paliers**

Les contraintes dans la mousse sont également relevées, et les courbes de la contrainte transverse en fonction de l'effort sont données dans la figure IV-31. Tant que le chargement est identique (début des rampes de chargement), les courbes sont confondues. Lorsque le chargement est stoppé, et que le palier d'effort est imposé, au lieu de se stabiliser, la contrainte

dans la mousse continue d'augmenter jusqu'à ce que la rupture survienne.

Cela confirme l'interprétation du paragraphe précédent : le chargement dans la mousse est en retard par rapport au chargement de la peau, et lorsque l'effort est stoppé, les déplacements transverses continuent à croître pour récupérer le retard.



*figure IV-31 : Courbe Effort - contrainte dans la mousse pour une vitesse de chargement de (80N/ms) et différents paliers*

#### *IV.4.3.3 Bilan sur les chargements par rampes et paliers*

Les calculs précédents ont été généralisés à plusieurs rampes de chargement, et différents paliers d'effort pour chaque rampe.

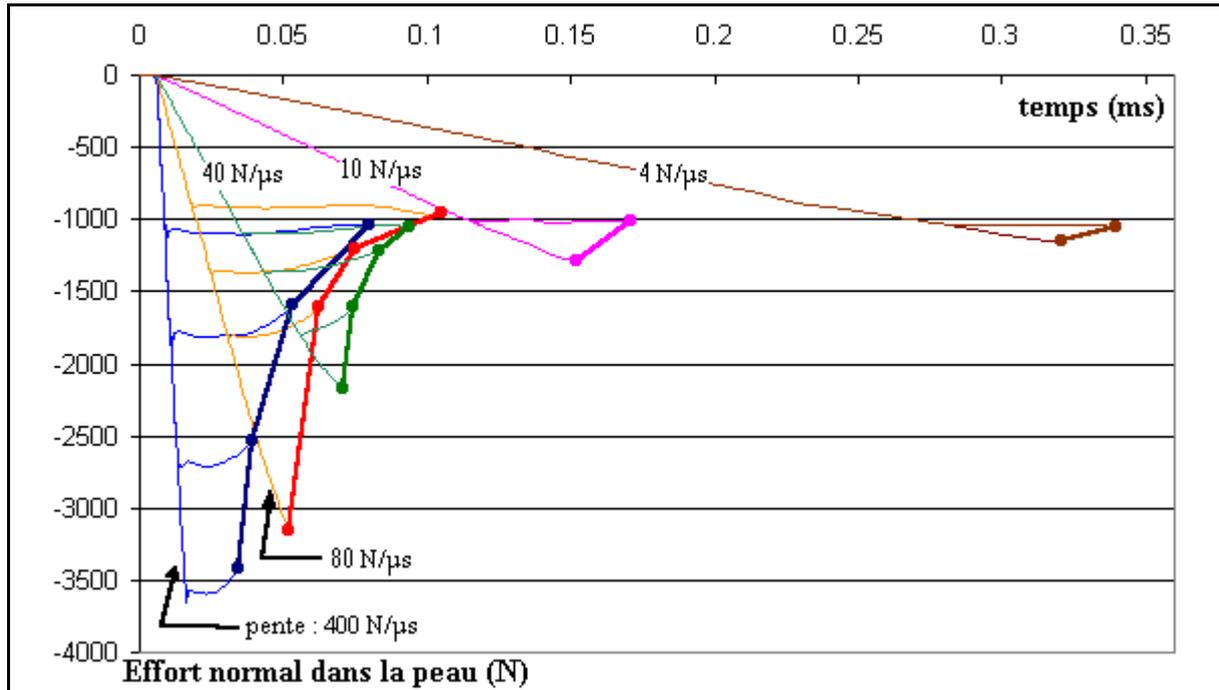
La figure IV-32 représente la réponse de la structure à ces différents chargements. Cinq pentes de chargements sont utilisées, et pour chaque pente de chargement, plusieurs paliers d'effort maximal sont imposés.

L'ensemble des points de rupture (effort, temps) obtenus pour une pente initiale donnée sont reliés par une courbe.

Plusieurs observations intéressantes peuvent être faites :

- pour une pente initiale donnée, lorsqu'on applique les paliers d'effort, l'effort à rupture a bien-sûr la valeur du palier, et le temps d'apparition de la rupture augmente quand la valeur du palier diminue. C'est ce que représente les courbes qui relient les points de rupture.
- pour un palier d'effort donné, le temps auquel apparaît la rupture augmente lorsque la pente initiale de chargement diminue.
- lorsque la pente de chargement est faible, les efforts à rupture tendent vers l'effort de flambage observé en statique (1000 N pour la configuration testée).

Pour les cas de charge envisagés jusqu'à présent, les évolutions sont simples et régulières. Ces observations permettent de penser qu'il est possible de trouver une loi simple pour décrire l'évolution de l'effort et du temps d'apparition de la rupture dans l'âme. Pour s'en assurer, un chargement plus complexe est envisagé dans le paragraphe suivant.



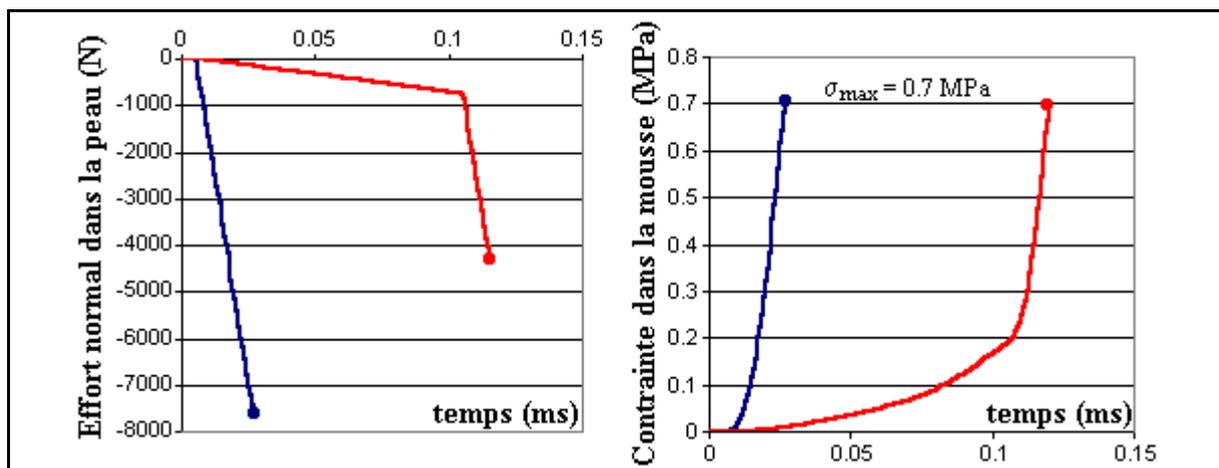
*figure IV-32 : Evolution du flambage dynamique avec différents types de chargement*

#### IV.4.3.4 Influence d'un état initial à contraintes non nulles dans l'âme

Le problème posé est de savoir s'il est possible de trouver un modèle simple de description du comportement à rupture de la structure en fonction de n'importe quel chargement. Pour ce faire, un chargement en deux phases est envisagé :

- première phase : la peau est comprimée lentement.
- deuxième phase : la peau subit un chargement de 400 N/μs.

Le comportement de la structure sous ce chargement est comparé au chargement par une rampe à 400 N/μs.



*figure IV-33 : Influence du passé sur le comportement à flambage dynamique*

La figure IV-33 donne les courbes de l'effort dans la peau en fonction du temps, et de la

contrainte dans la mousse en fonction du temps. Les deux phases de chargement sont nettement visibles. L'effort à rupture est beaucoup plus faible dans le cas du chargement en deux phases, et la rupture arrive plus tard.

La courbe de droite sur la même figure montre l'évolution des contraintes dans la mousse pendant le chargement. Pour le chargement en deux phases, on retrouve les deux phases dans la contrainte transverse de la mousse : tout d'abord, l'installation dans la mousse de contraintes établies à faible vitesse, puis, lorsque le chargement rapide est imposé, une augmentation rapide de la contrainte. Tout se passe donc comme si le chargement rapide était imposé à la structure dans laquelle une contrainte initiale non nulle est établie.

Le résultat est donc que pour un chargement initial établi, la rupture apparaît plus tôt (en ne considérant pas le temps de chargement initial), et l'effort à rupture est nettement plus faible.

L'explication vient toujours de la mise en mouvement transverse. La première pente, lente, du second chargement laisse le temps à la peau et à la mousse de se mettre en mouvement dans le sens transversal. Quand la pente rapide est imposée, le déplacement transversal à effectuer jusqu'à rupture est alors plus faible que dans le cas du chargement n°1 : la contrainte à rupture dans la mousse est atteinte plus rapidement, et l'effort à rupture est donc moins élevé

#### *IV.4.3.5 Conclusion*

Ce dernier exemple montre la complexité du problème. En effet, pour des chargements simples, il est possible d'envisager des critères énergétiques simples, ou basés sur les pentes de chargement, pour décrire le comportement à rupture d'une peau stabilisée soumise au flambage dynamique. Mais le dernier exemple montre qu'il faut également savoir prendre en compte des états initiaux de chargement pour décrire correctement le phénomène.

La complexité du problème pousse donc à rechercher d'autres formes de modèles.

### IV.4.4 Modèle d'initiation : Fladyn

#### *IV.4.4.1 Bilan des observations*

Les calculs précédents montrent qu'un modèle descriptif du flambage dynamique doit permettre de prendre en compte :

- l'augmentation des efforts à rupture quand la vitesse de chargement augmente, avec diminution du temps d'apparition de la rupture
- l'augmentation du temps d'apparition de la rupture lorsqu'une rampe d'effort est stoppée et qu'un palier d'effort est alors imposé,
- la prise en compte d'un état initial de contrainte dans l'âme, dû par exemple à un chargement initial à faible vitesse.

Il ne s'agit pas de décrire par le modèle l'évolution de l'ensemble des grandeurs physiques pendant le chargement, mais juste d'estimer les efforts à rupture, et l'instant auquel elle apparaît.

#### IV.4.4.2 Modèle d'initiation proposé

Il s'agit de proposer un modèle le plus simple possible (nombre de paramètres réduit) permettant de prendre en compte les différents phénomènes évoqués ci-dessus, et donc d'écrire la loi de rupture par flambage dynamique. Les paramètres du modèle retenu pourront être identifiés à partir de calculs EF fins.

La description des phénomènes donnée dans le paragraphe précédent laisse penser qu'il est possible d'utiliser une analogie avec les systèmes mécaniques de type masses-ressorts-amortisseurs.

En particulier, le comportement semble être voisin du modèle mécanique représenté sur la figure IV-34.

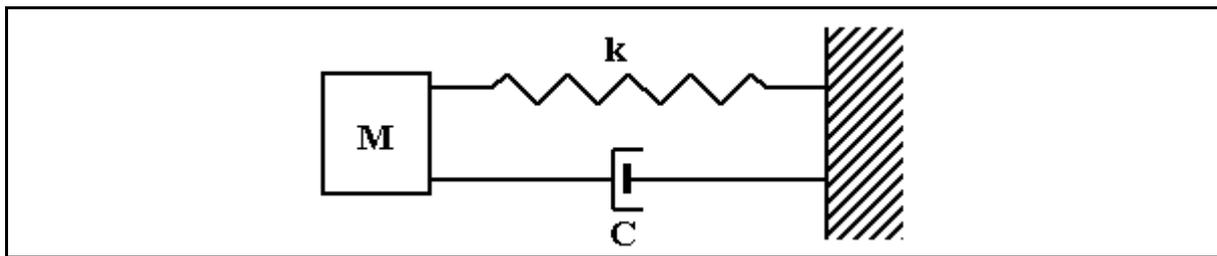


figure IV-34 : Modèle mécanique équivalent

Dans le cas étudié, c'est un modèle à 3 paramètres, M, k et C. Si une force F est appliquée sur la masse, l'équation du système est alors la suivante :

$$M \cdot \ddot{x} = F - C \cdot \dot{x} - k \cdot x \quad (\text{eq. IV-29})$$

La variable de déplacement x est assimilée à la contrainte de traction dans la mousse, et est comparée à  $x_{\max}$ , contrainte à rupture de la mousse en traction.

F est assimilée à l'effort appliqué sur la peau. La force critique  $F_c$  est connue par les essais statiques, et permet de déduire une égalité entre les paramètres précédemment cités :  $F_c = k \cdot x_{\max}$ . Le paramètre k est donc aisément identifiable.

Seuls restent à déterminer les paramètres M et C. Ces deux paramètres peuvent être identifiés à partir de deux résultats EF, mais pour vérifier la représentativité du modèle, des calculs EF complémentaires sont effectués.

Ce modèle est appelé Fladyn. Il est codé sous Matlab, et le système est résolu au moyen d'un schéma d'intégration explicite.

#### IV.4.4.3 Identification des paramètres du modèle d'initiation Fladyn

Différents calculs EF sont réalisés pour obtenir des points de corrélation pour l'identification des paramètres. Les caractéristiques de la structure sont les suivantes :

- peau :  $E_p = 20000$  MPa,  $I_z = 0.37$  mm<sup>4</sup>,
- mousse : isotrope,  $E_m = 10$  MPa,  $\nu = 0.0001$ ,  $\sigma_{\max(\text{traction})} = 0.7$  MPa,
- défaut : longueur d'onde  $\lambda = 10$  mm, amplitude  $\Delta A = 0.1$  mm,
- Force critique de flambage en statique :  $F_c = 1000$  N,

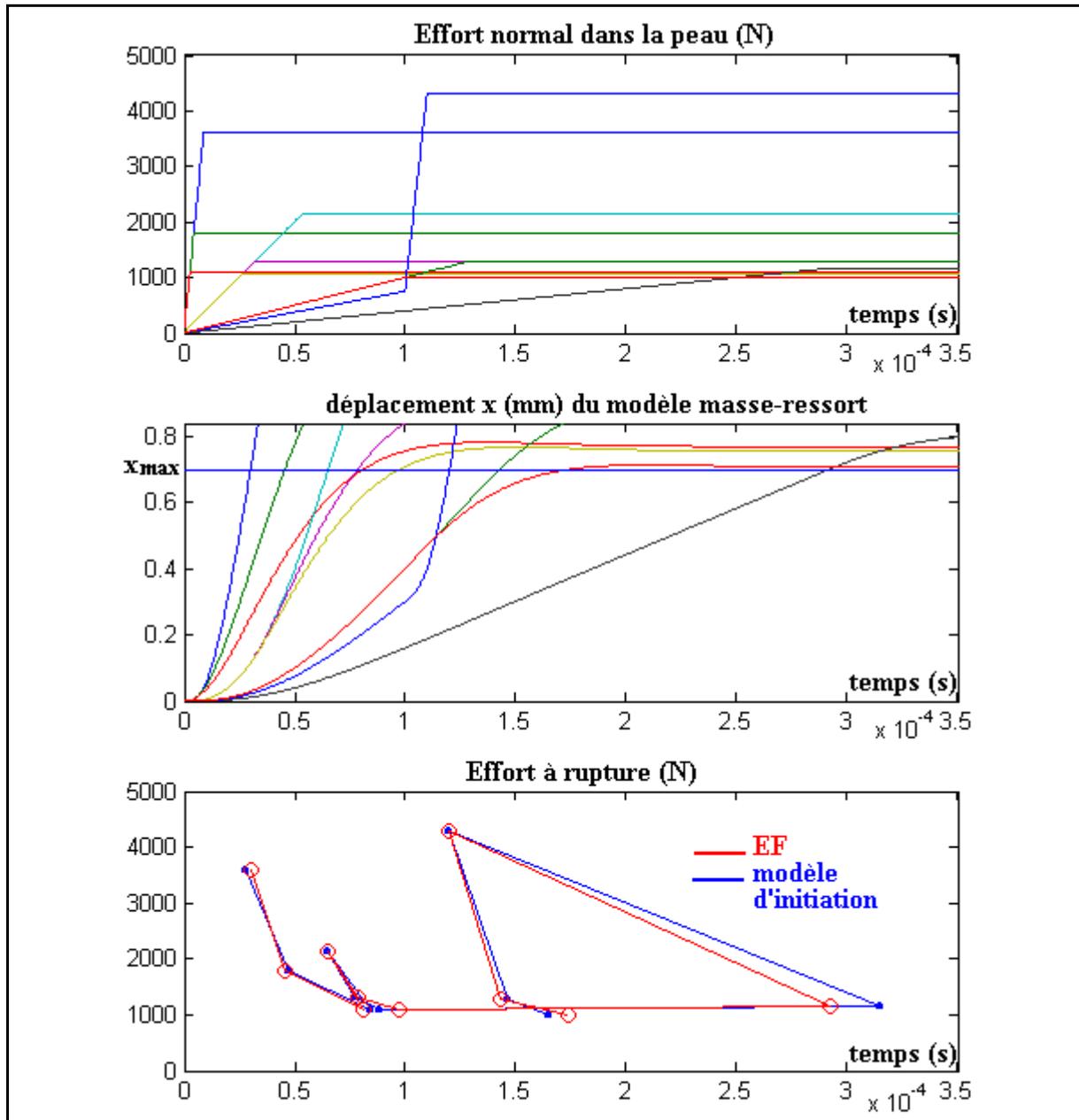
Ces valeurs permettent d'ores et déjà de définir une partie du modèle :

- $x_{\max} = \sigma_{\max(\text{traction})} = 0.7$
- $k = 1428$

La recherche des paramètres inconnus est réalisée, et donne :

- $M = 10^{-6}$
- $C = 0.06$ .

La figure IV-35 présente les résultats de l'identification pour différents types de chargement.



*figure IV-35 : Identification du modèle d'initiation à partir des résultats EF*

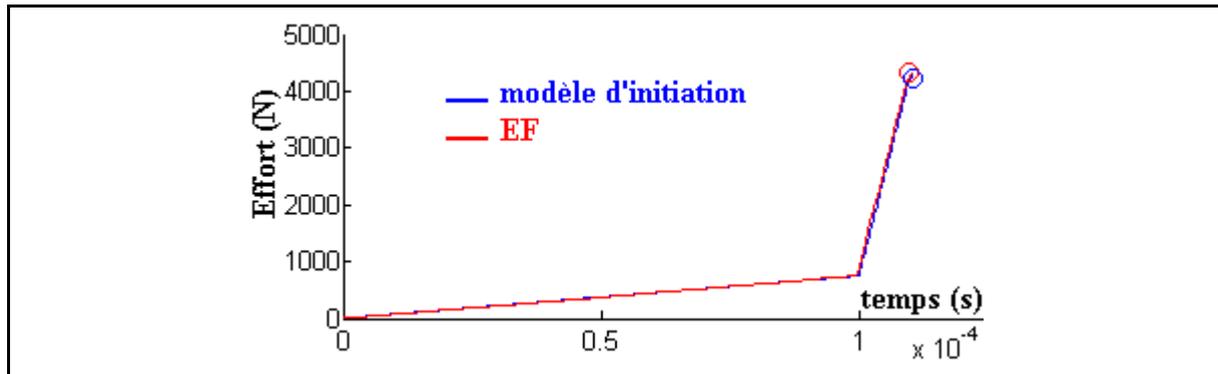
Le graphe supérieur représente les efforts normaux dans la peau imposés dans le modèle d'initiation. Celui du centre représente le déplacement  $x$  donné par le modèle. Le déplacement maximal ( $x_{\max}$ ) est indiqué sur la figure pour visualiser l'instant où intervient la rupture.

Le dernier graphe donne les résultats de l'identification : les points effort/temps à la rupture, pour le modèle et pour les calculs. Sur 15 points de corrélation, l'écart maximal observé sur le

temps à rupture est de 10%, pour un écart moyen de 4%. Pour des question de lisibilité, seuls 10 points sont représentés sur les graphes.

Pour valider la prise en compte d'un chargement initial par le modèle d'initiation, un essai sur les 15 est effectué avec une pente de chargement lente, suivie d'un chargement rapide. La courbe de la figure IV-36 représente l'effort dans la peau pour le calcul EF, l'effort imposé dans le modèle d'initiation, ainsi que le point de rupture. L'écart en temps au point de rupture est inférieur à 2%.

Le modèle d'initiation prend donc bien en compte l'état initial des contraintes dans la mousse.



*figure IV-36 : Influence de l'état de contrainte initial dans l'âme*

#### IV.4.5 Intérêt et limitations

Grâce à ce modèle à 3 paramètres, il est possible d'obtenir un modèle d'initiation fiable quel que soit le chargement appliqué sur la peau.

Il est relativement facile de caractériser les paramètres du modèle Fladyn à partir d'une série de calculs EF appropriés. Ce modèle fonctionne sous un schéma explicite d'intégration dans le temps, et peut donc aisément être implanté dans un code de calcul de dynamique rapide pour estimer l'instant d'initiation de la rupture et du décollement dû à un problème de flambage local des peaux sous chargement dynamique.

Cela permet alors de s'affranchir d'un maillage fin de la structure dans les zones sensibles au flambage local.

Un problème important reste cependant posé par l'influence du défaut initial. En effet, la taille (amplitude et longueur d'onde) du défaut initial a une influence sur la réponse de la structure. Ainsi, même s'il est toujours possible de déterminer un jeu de paramètres (M, k, C) pour décrire le modèle, il reste le choix critique du défaut initial à considérer lors de la modélisation pour représenter de façon réaliste l'initiation du décollement.

## IV.5 CONCLUSION

Un modèle de représentation du flambage local de peau est présenté, qui permet d'obtenir de bonnes estimations des modes et valeurs critiques de flambage pour des sollicitations statiques de compression. Il est simple à utiliser, puisqu'il est toujours possible d'exprimer la force critique de flambage en fonction de la longueur d'onde, et qu'une simple recherche de minimum de fonction d'une seule variable suffit alors pour déterminer force et longueur d'onde critiques. Programmé dans un logiciel de type Excel, il est une bonne alternative à l'expression classique de la contrainte critique de wrinkling, et permet en outre de prendre en compte l'épaisseur de l'âme.

Pour le cas des sollicitations dynamiques, le problème est plus complexe. Il n'existe pas à notre connaissance de modèle analytique de prévision du flambage local de peaux. Un modèle d'initiation à 3 paramètres basé sur l'identification de calculs EF est proposé. La recherche des paramètres est facile, et le modèle donne de très bons résultats, y compris pour des sollicitations complexes.

La principale limitation de la méthode vient du fait que les 3 paramètres du modèle sont définis pour un défaut donné : amplitude et longueur d'onde fixées.



# CHAPITRE V - Modélisation de l'impact

## V.1 INTRODUCTION

### V.1.1 Rappel de la problématique du maillage

Les problèmes liés au maillage ont été évoqués dans les préliminaires à l'étude. L'étude bibliographique a également permis de cibler les modélisations envisageables pour l'initiation et la propagation du décollement.

A partir de ces analyses, il a été décidé de modéliser le décollement par une couche d'éléments endommageables. L'initiation est liée à un ensemble de critères prenant en compte les différents phénomènes physiques de la rupture, et la propagation est régie par un modèle issu de la mécanique de l'endommagement.

Le choix de cette modélisation du décollement entraîne des contraintes sur le maillage à réaliser pour obtenir des résultats corrects. Des règles de maillage seront donc données dans ce chapitre pour la modélisation du décollement des peaux sous impact.

### V.1.2 Contenu du chapitre

Il s'agit au travers de ce chapitre de proposer une modélisation de l'impact sur structures de type pale, et de la valider à partir des essais au poids tombant réalisés au laboratoire.

Pour ce faire, nous étudierons tout d'abord la capacité du code de calcul à modéliser le comportement des éprouvettes pendant les essais, à partir d'une modélisation fine, et sans prendre en compte le décollement. On s'attachera notamment à comprendre les phénomènes qui mènent à la rupture, et à voir la représentativité du modèle sur ce point.

On proposera alors un modèle de propagation du décollement adapté à l'échelle de la modélisation simplifiée envisagée, validé par les essais de décollement réalisés au laboratoire, et présentés dans la partie expérimentale.

Le modèle de propagation du décollement, associé aux critères d'initiation présentés au chapitre IV et à une modélisation simplifiée (maillage par éléments de grande taille) sera appliqué aux essais au poids tombant, et permettra de proposer une méthode globale de calcul de l'impact avec prise en compte du décollement.

Enfin, nous verrons une extension du problème de l'impact au cas des pales. Nous y étudierons notamment les problèmes spécifiques de la force centrifuge, des conditions limites à appliquer sur le modèle, et un outil pour préparer le maillage spécifique qui découle de la modélisation proposée.

## V.2 MODÉLISATION DES ESSAIS DYNAMIQUES AU POIDS TOMBANT : ÉTUDE DE LA RÉPONSE SOUS RADIOSS ET DE L'INITIATION DU DÉCOLLEMENT

Des essais ont été réalisés au laboratoire sur éprouvettes spécifiques au poids tombant pour étudier le phénomène et fournir des résultats d'essais afin de valider des méthodes de résolutions numériques (paragraphe III.5.2). Dans ce paragraphe, ces éprouvettes sont modélisées et des calculs numériques permettent de comprendre les phénomènes menant à la rupture. Des modélisations sont alors proposées pour le calcul de l'impact, et notamment de l'initiation des décollements.

### V.2.1 Modèle simplifié masses-ressorts

Les premiers calculs effectués sur Radioss ont montré la difficulté de corréler calculs et expériences. Notamment, l'imprécision sur les données matérielles (épaisseur des peaux, rigidité de contact à prendre en compte, amortissement dans la structure) fait qu'il est nécessaire de jouer sur certains paramètres pour pouvoir corréler.

Pour comprendre le comportement global de la structure et sa réponse à une sollicitation par impact, un modèle simplifié a été réalisé. Il s'agit d'un modèle masses-ressorts représentant la structure étudiée de manière très simple.

#### V.2.1.1 Principe et modélisation proposée

Les éprouvettes droites testées en statique et à l'impact ont un comportement relativement simple à identifier avant la rupture. Puisque la rupture est due au flambage dynamique des peaux, le comportement avant rupture est bien un comportement de compression pure. Les essais en statique montrent en effet la linéarité du comportement de la structure. Ainsi, les peaux stabilisées se comportent comme des ressorts, tout comme la mousse, dans une moindre mesure.

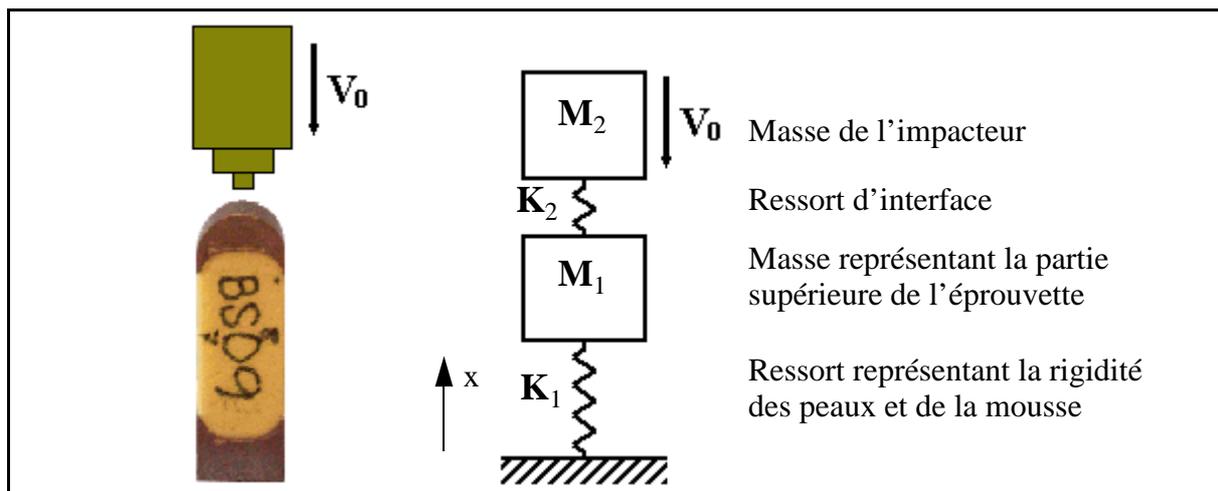


figure V-1 : Modèle masses-ressorts équivalent

La modélisation proposée est représentée sur la figure V-1, au côté de la photo d'une éprouvette et de l'impacteur. La structure est modélisée par une masse  $M_1$ , représentant la masse de la partie supérieure en acier de l'éprouvette. La raideur  $K_1$  est représentative de la rigidité globale des peaux et de la mousse. L'impact est pris en compte par une masse  $M_2$ ,

égale à la masse de l'impacteur du poids tombant, et la rigidité de contact est modélisée par un ressort linéaire, de raideur  $K_2$ . Pour prendre en compte la perte de contact, cette raideur vaut :

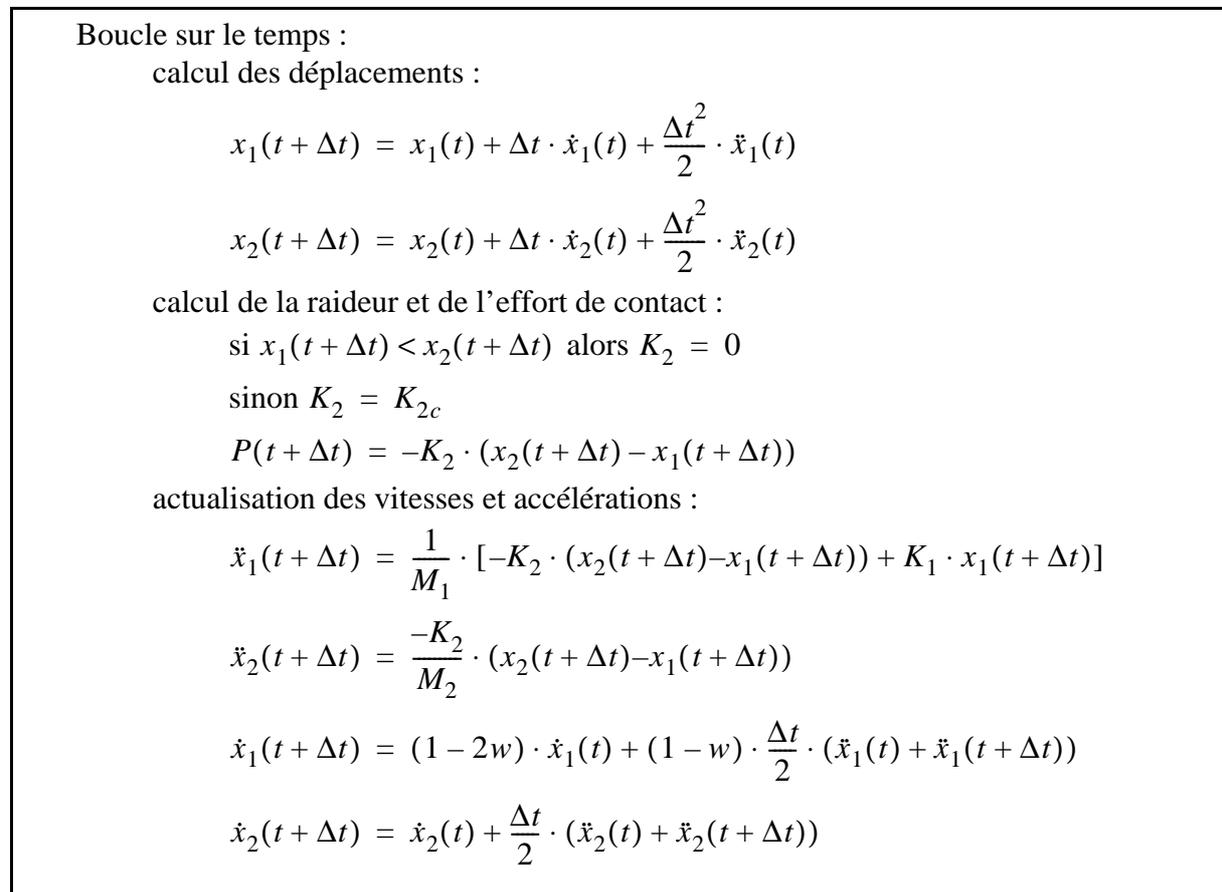
$$\begin{aligned} K_2 &= K_{2c} > 0 && \text{si le ressort est en compression} \\ K_2 &= 0 && \text{sinon (perte de contact)} \end{aligned} \quad (\text{eq. V-1})$$

La vitesse de l'impacteur est imposée à la masse  $M_2$ , et le calcul est effectué à partir d'un schéma d'intégration explicite. Le système à résoudre est le suivant :

$$\begin{aligned} M_1 \cdot \ddot{x}_1 &= -K_1 \cdot x_1 + K_2 \cdot (x_2 - x_1) \\ M_2 \cdot \ddot{x}_2 &= K_2 \cdot (x_1 - x_2) \end{aligned} \quad (\text{eq. V-2})$$

Le schéma d'intégration du système dans le temps est donné par l'algorithme décrit sur la figure V-2. Les variables spatiales sont initialisées à zéro sauf la vitesse de la masse impactante.

Un coefficient d'amortissement  $w$  est introduit dans le calcul pour prendre en compte l'amortissement des pics d'accélération observé pendant les essais. La variable  $P$  représente l'effort de contact, et  $\Delta t$  le pas de temps de calcul.



**figure V-2 : Algorithme de calcul**

### V.2.1.2 Corrélation avec l'essai à $v=1.14$ m/s : pas de rupture

Les résultats du modèle sont comparés aux tests réalisés au poids tombant. La modélisation par un système masses-ressorts ne prenant pas en compte la rupture, une première corrélation sera effectuée avec l'essai à vitesse initiale de 1.14 m/s. Ces premiers calculs permettront de définir et recalculer certains paramètres si nécessaire. Pour les calculs à des vitesses différentes, on vérifiera simplement que la corrélation est toujours correcte, et il sera

alors possible d'étudier l'influence de la vitesse d'impact sur la réponse de la structure. La rigidité globale de la structure ( $K_1$ ) est évaluée à partir de la rigidité en compression des peaux, alors que la rigidité de contact entre la masse et la structure est recherchée par identification. La valeur de  $K_1$  est recalée par rapport aux essais pour améliorer les résultats de la corrélation. On utilise pour cela la période des oscillations libres de la structure après la rupture du contact, qui est comparée aux oscillations de la masse  $M_1$  sur le ressort  $K_1$ .

Un coefficient d'amortissement est également introduit dans le calcul. Il permet d'obtenir une meilleure estimation de l'accélération, mais les oscillations post-impact s'en trouvent affectées, alors qu'elles ne le sont pas durant l'essai. Ce comportement pourrait être expliqué par le comportement de la mousse, mais l'amortissement devrait également se retrouver après la fin de l'impact, ce qui n'est pas le cas.

Le graphe des résultats de la corrélation pour  $v = 1.14$  m/s est donné sur la figure V-3.

Un léger décalage en temps entre la courbe de déformation expérimentale et la courbe de déformation du modèle est observé. Il est dû au transport des ondes dans les peaux en verre, qui n'est pas pris en compte par le modèle.

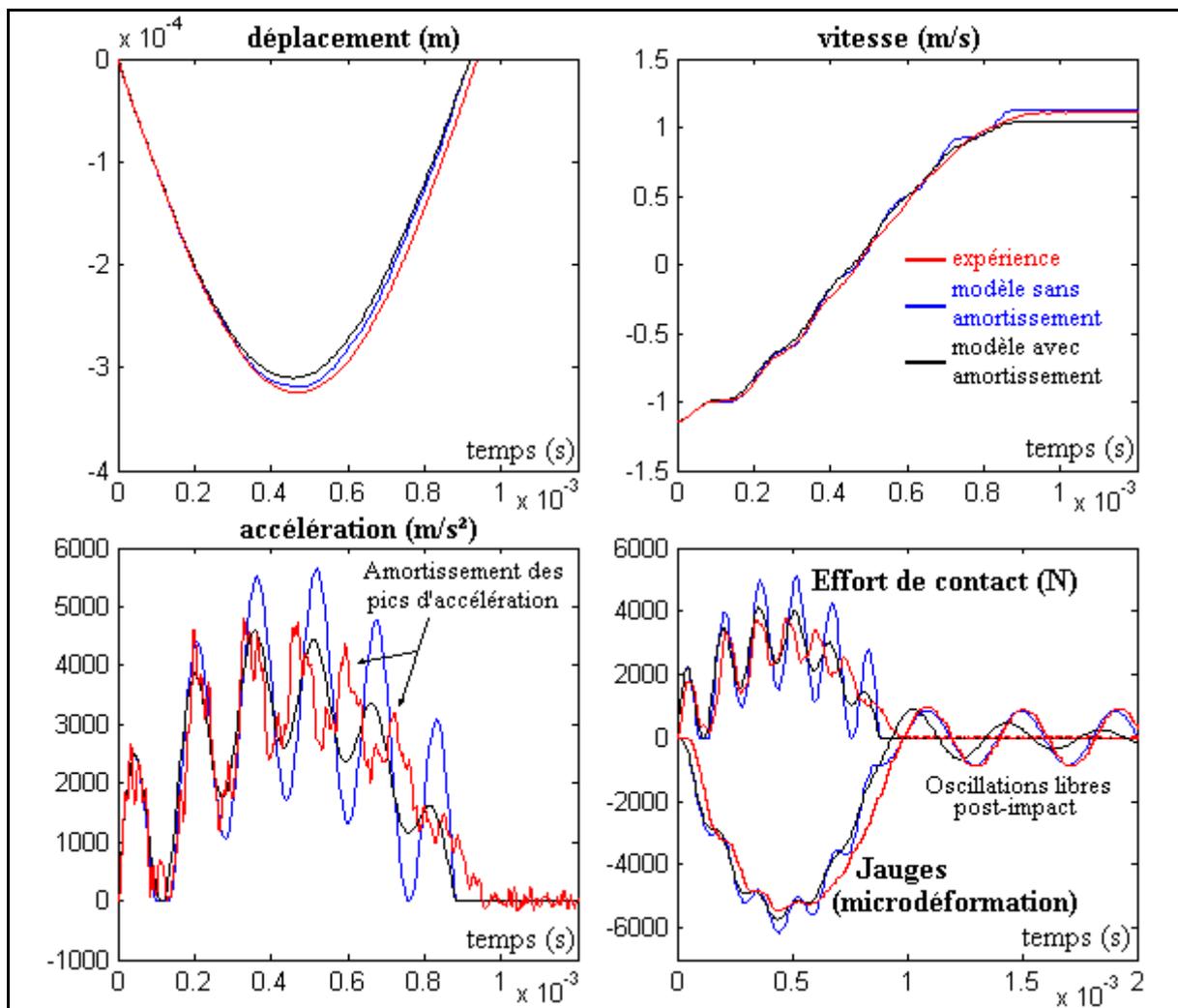


figure V-3 : Résultats du modèle pour  $v=1.14$  m/s

Ce modèle très simple donne de très bons résultats. Le déplacement et la vitesse de l'impacteur sont très bien estimés, ainsi que les premiers pics d'effort. L'accélération du modèle ne prend pas en compte les aller-retours de l'onde dans le poids tombant, c'est

pourquoi les essais semblent bruités, alors que la courbe issue du modèle a un aspect lisse. Ce modèle permet donc de bien prendre en compte la plupart des phénomènes mis en jeu, et de les quantifier.

### V.2.1.3 Explication de la forme de l'effort de contact

Il a déjà été noté, dans la partie expérimentale de l'étude, que l'effort (ou l'accélération) a une forme particulière. Il est constitué de pics de charge et décharge. Pour comprendre ce phénomène, le calcul a été effectué sur le modèle pour différentes rigidités de la structure ( $K_1$ ). En balayant les valeurs de ( $K_1$ ), on remarque tout de suite son effet sur la réponse de l'effort de contact (figure V-4). Ainsi, pour des structures très rigides, il n'y a pas de décollement au niveau de la surface de contact (rebonds), ce qui donne une courbe régulière, formée d'un seul pic compact (comportement fréquent dans le cas d'impact sur plaque rigide), alors que pour l'extrême inverse, une structure très souple subit de multiples décollements des deux surfaces de contact. La réponse de la structure est alors une série de pics bien différenciés, avec retour à zéro de l'effort entre chaque pic.

Globalement, c'est donc le rapport entre la masse à accélérer et la rigidité de la structure qui détermine la forme de l'effort d'impact.

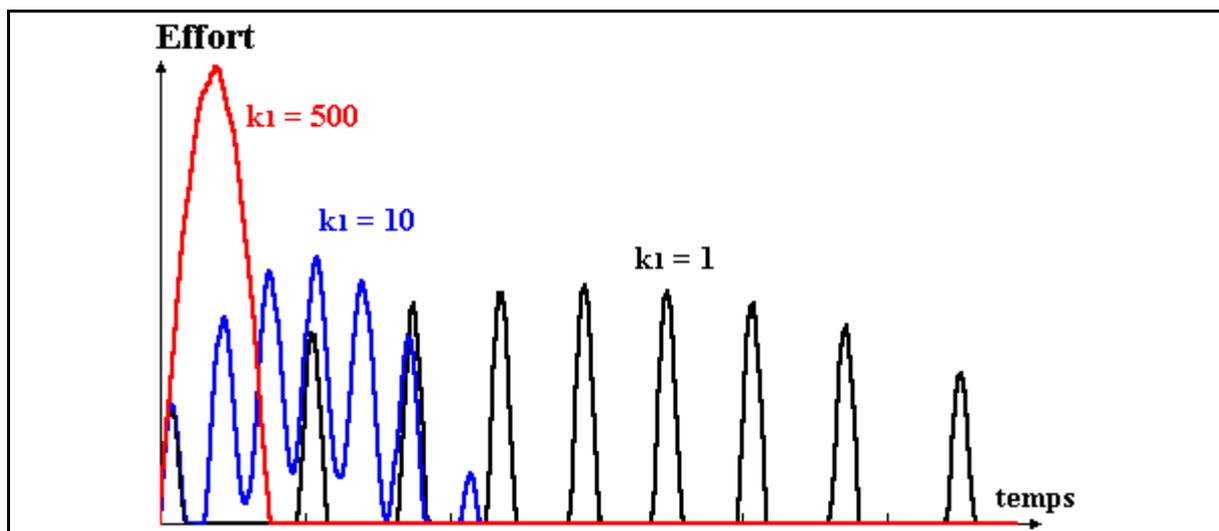


figure V-4 : Effort de contact selon la rigidité globale de la structure

Dans le cas de l'étude, le phénomène se situe entre les deux cas évoqués : il n'y a pas ou peu de décollement des surfaces de contact, mais il y a tout de même de fortes décharges, et des pics marqués.

Ce modèle très simple permet donc déjà de situer cette étude dans le domaine de la dynamique. En effet, contrairement aux impacts sur plaques, qui peuvent souvent être assimilés à des phénomènes quasi-statiques, notre étude voit très fortement intervenir les phénomènes dynamiques.

### V.2.1.4 Corrélation avec l'essai à $v=2.3$ m/s : décollement

Le même calcul est réalisé pour une vitesse initiale de 2.3 m/s, afin de vérifier que les paramètres déterminés pour  $v = 1.14$  m/s sont des grandeurs intrinsèques, et qu'il n'est pas nécessaire de les recalculer pour chaque essai. Les graphes des résultats sont donnés sur la figure V-5. Seul le calcul avec un taux d'amortissement est représenté. L'ensemble des

caractéristiques mécaniques de la structure, ainsi que le taux d'amortissement sont pris identiques aux données de l'essai précédent. Seule la valeur de la vitesse initiale du projectile change. L'accélération n'est pas filtrée, et présente plus de bruit que sur l'essai à 1.14 m/s. Les courbes montrent une très bonne corrélation de l'ensemble des valeurs avec les résultats des essais, jusqu'à l'instant de la rupture. Les effort et accélération s'annulent alors sur la courbe des essais. Les paramètres déterminés pour  $v = 1.14$  m/s sont donc validés.

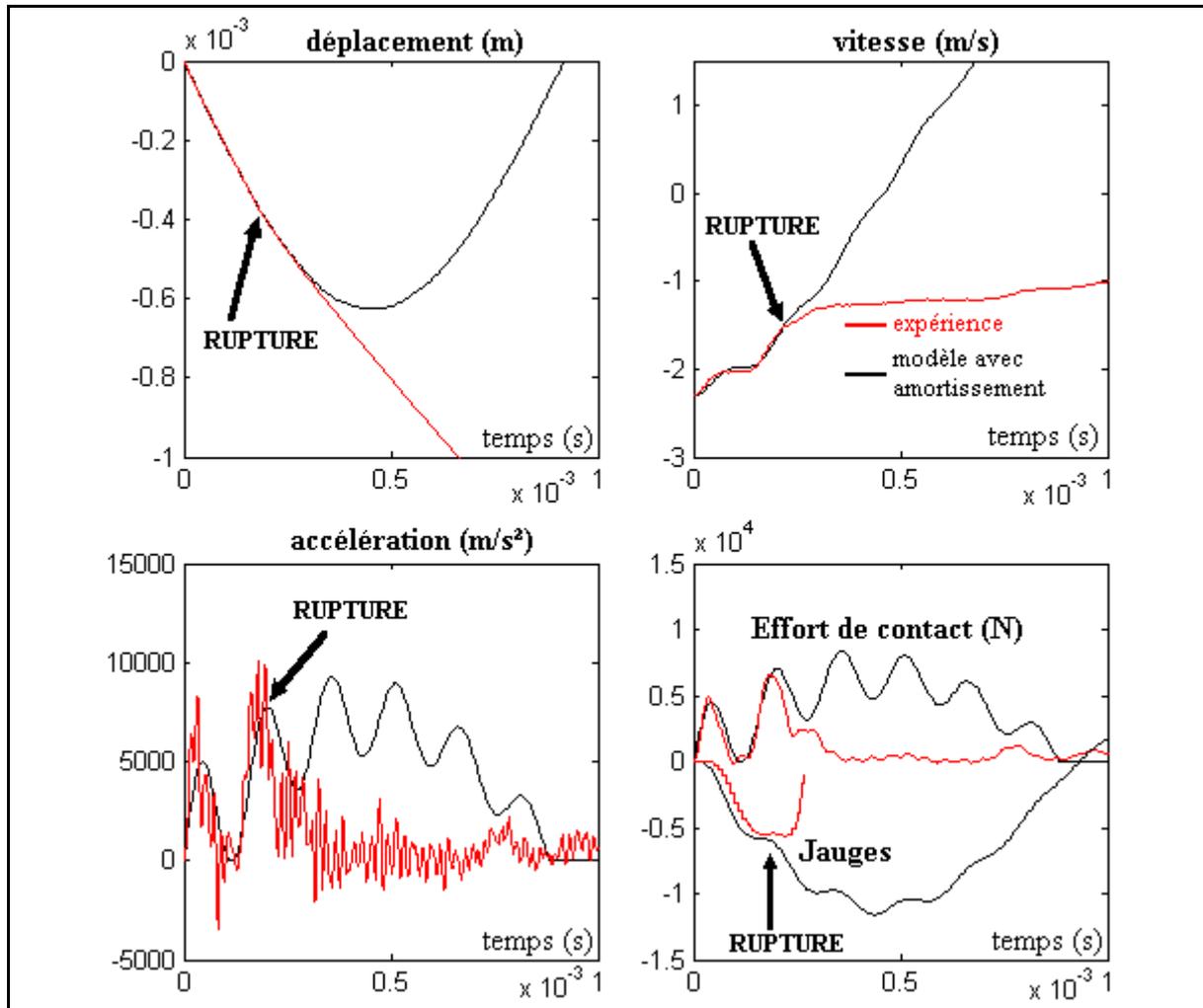


figure V-5 : Résultats du modèle pour  $v=2.3$  m/s

#### V.2.1.5 Intérêts et limitations

Ce modèle donne une très bonne représentation du comportement de la structure avant l'impact. Il est facile à mettre en oeuvre, et donne de bonnes estimations des efforts et accélérations sous impact.

Cependant, il ne donne pas la possibilité de modéliser les éprouvettes bombées car la rigidité de la peau et de la mousse à prendre en compte devient compliquée à cause du couplage compression-flexion des peaux.

D'autre part, le comportement pendant et après la rupture ne peut être pris en compte par un modèle aussi simple. Ce modèle permet donc uniquement d'évaluer le comportement global de la structure jusqu'au décollement de la peau.

La simplicité et la rapidité des calculs permettent tout de même d'effectuer une optimisation des paramètres de façon plus aisée qu'en lançant des calculs sous Radioss, plus

coûteux en temps. Ainsi, les grandeurs telles que les rigidités et les coefficients d'amortissement, estimées à partir des données mécaniques et géométriques de la structure, pourront être recalées sur les essais au moyen de ce modèle.

## V.2.2 Modélisation EF fine

### V.2.2.1 Principe

Le but d'une modélisation fine des essais à l'impact des éprouvettes testées est à la fois de comprendre les phénomènes mis en jeu, et de montrer qu'il est possible de corréliser les essais jusqu'à rupture, c'est à dire de montrer que le code Radioss permet une bonne représentativité des phénomènes. Le maillage réalisé est donc suffisamment fin pour pouvoir appréhender les phénomènes locaux. La modélisation est effectuée en 3D et en 2D.

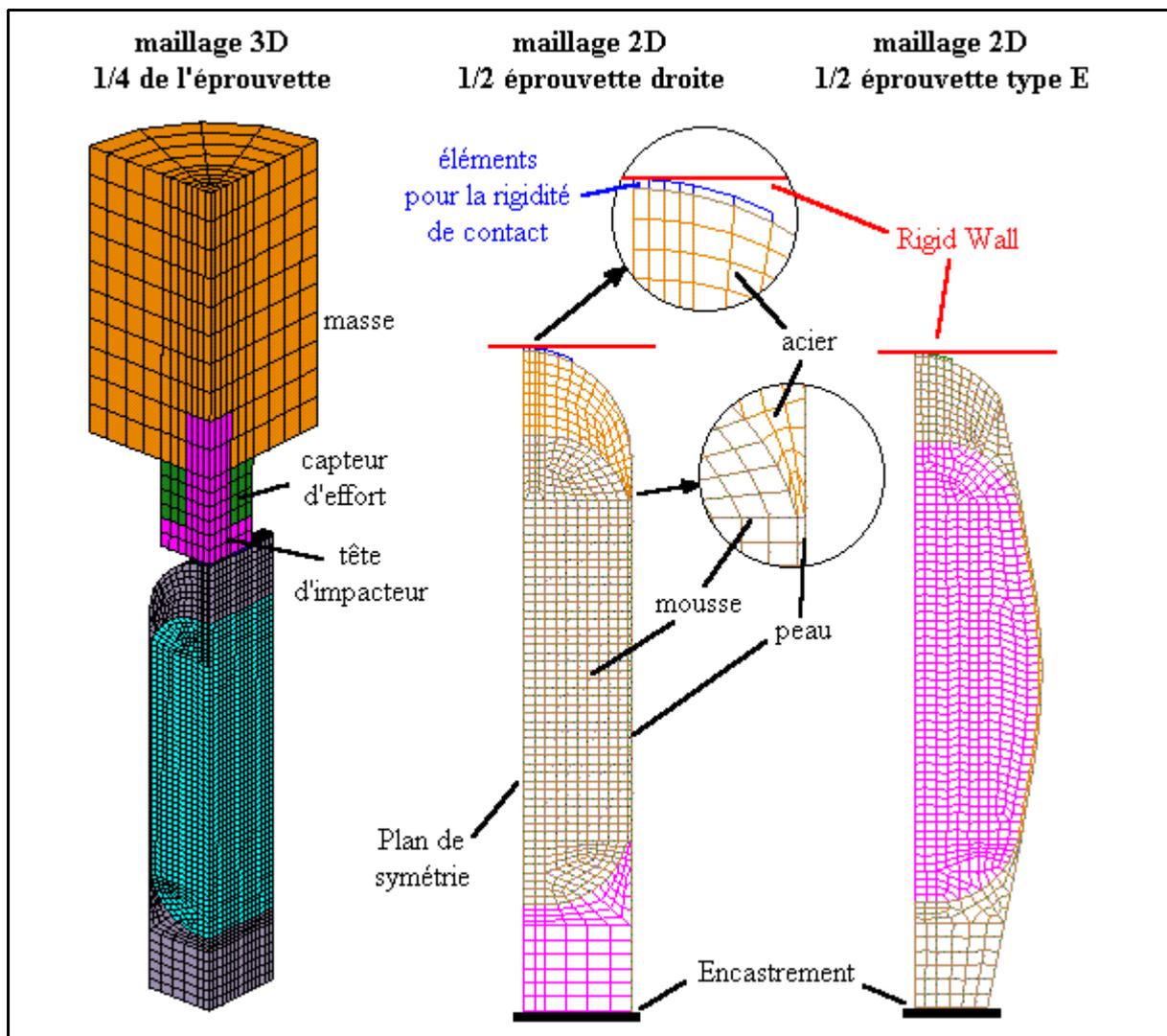


figure V-6 : Maillage des éprouvettes sous Radioss

La figure V-6 représente les différents modèles utilisés :

- modèle 3D : modélisation d'un quart de la structure, avec la masse du poids tombant, le capteur, la tête d'impacteur,
- modèle 2D, demi-éprouvette droite, avec Rigid Wall,

- modèle 2D, demi-éprouvette de type E, avec Rigid Wall.

Deux détails du maillage permettent de mieux visualiser le raccord entre la tête en acier et la peau, et l'interface de contact, modélisée par une épaisseur de pli avec une loi de comportement linéaire.

Les résultats des simulations 2D, comparés aux résultats 3D montrent qu'il n'est pas nécessaire de mailler la structure en 3D : aucun effet tridimensionnel prépondérant n'est observé : les parties en acier répartissent bien les efforts dans toute la largeur de l'éprouvette. Seules les modélisations 2D seront donc utilisées, pour gagner du temps de calcul.

La symétrie de la géométrie et du chargement est prise en compte et permet également d'alléger les modèles.

Enfin, le logiciel Radioss offre la possibilité d'utiliser des Rigid Wall. Ce sont des surfaces non déformables, utilisées par exemple pour représenter la surface d'un objet impactant ne se déformant pas ou peu.

C'est le cas du poids tombant, qui ne se déforme que très peu pendant l'impact. Il est donc remplacé, dans la modélisation, par un Rigid Wall de même masse et de même vitesse initiale. Le fait de ne pas modéliser l'impacteur réduit les coûts CPU, et aucune différence notable n'est observée avec le modèle 3D avec maillage de l'impacteur, au niveau du comportement de la structure impactée.

Le modèle 3D complet permet tout de même de visualiser au sein de l'impacteur les aller-retours des ondes dues au contact impacteur-éprouvette. Il montre que le bruit observé sur le signal de l'accélération pendant les essais (50 KHz) est bien dû aux aller-retours des ondes dans la masse. Ce résultat est intéressant, mais n'entre pas en compte dans la réponse globale de la structure impactée.

Pour la suite, les essais seront donc modélisés en 2D, avec un Rigid Wall pour remplacer le poids tombant.

#### *V.2.2.2 Epreuves droites, corrélation $v=1.14$ et $2.29$ m/s*

Des modélisations des essais sur éprouvettes droites sont alors réalisés pour les vitesses de 1.14 et 2.29 m/s.

La rigidité d'interface utilisée est dérivée de celle du modèle masses-ressorts. Elle est en fait modélisée par une fine couche d'éléments 2D situés au-dessus de la partie en acier de l'éprouvette. La rigidité est donc estimée à partir des résultats des calculs du modèle masses-ressorts, et recalée si nécessaire.

Un amortissement est imposé aux noeuds de la mousse et des peaux. Il permet de recalibrer l'amortissement des ondes pendant la phase d'impact.

Les déplacements et vitesses corrélaient très bien, jusqu'à rupture par décollement des peaux. Comme le modèle simplifié précédent (masses-ressorts), l'effort est bien approché, surtout sur les deux premiers pics, même si un léger décalage en temps du maximum des pics apparaît également.

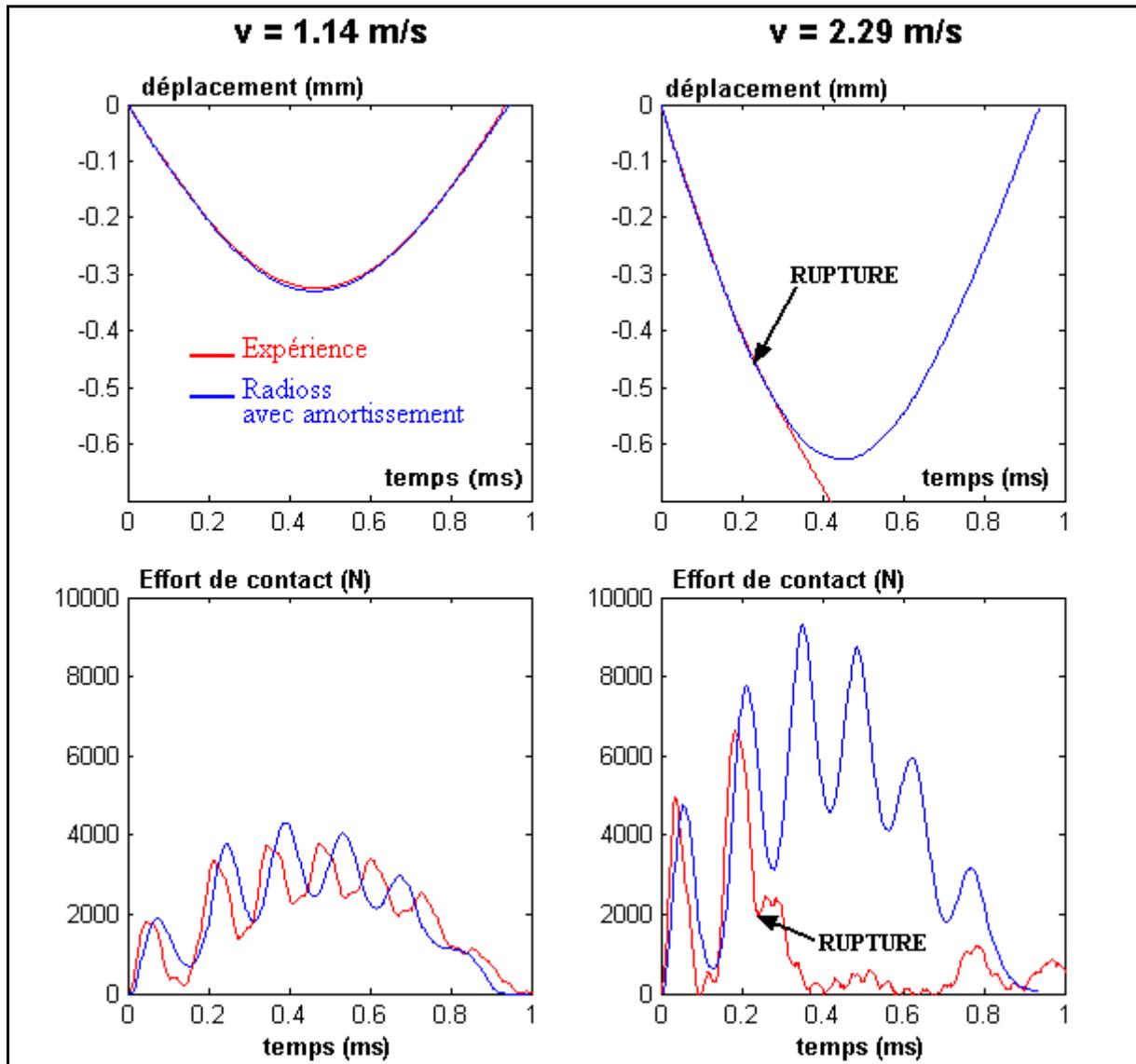


figure V-7 : Corrélation EF Radioss - essais,  $v = 1.14$  et  $2.29 \text{ m/s}$

### V.2.2.3 Eprouvettes droites : évolution des efforts avec la vitesse

Les mêmes calculs sont lancés pour les quatre essais présentés au chapitre III, afin de voir l'évolution du comportement de la structure avec la vitesse d'impact. L'effort est représenté sur la figure V-8. Pour les essais ayant abouti à une rupture, la courbe ne représente que le début du chargement, à peu près jusqu'à rupture, la suite ne nous intéressant pas.

Les mêmes remarques que sur les essais peuvent être faites : l'augmentation des valeurs maximales des pics avec la vitesse d'impact, et le léger décalage en temps du sommet des pics vers la gauche.

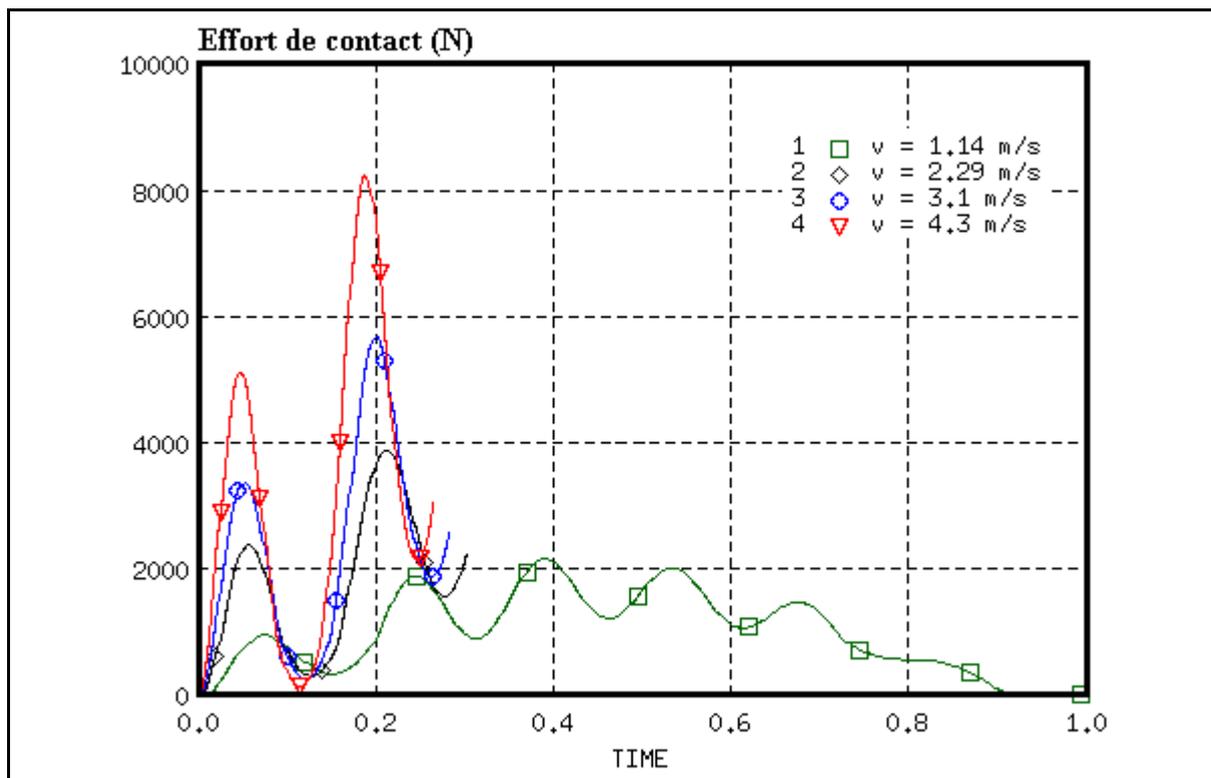


figure V-8 : Effort de contact calculé sous Radioss (demi-éprouvette modélisée) pour quatre vitesses d'impact

#### V.2.2.4 Epreuves droites : initiation de la rupture

Pour étudier l'initiation de la rupture, c'est à dire du décollement, les déformations dans les peaux et les contraintes dans la mousse sont analysées.

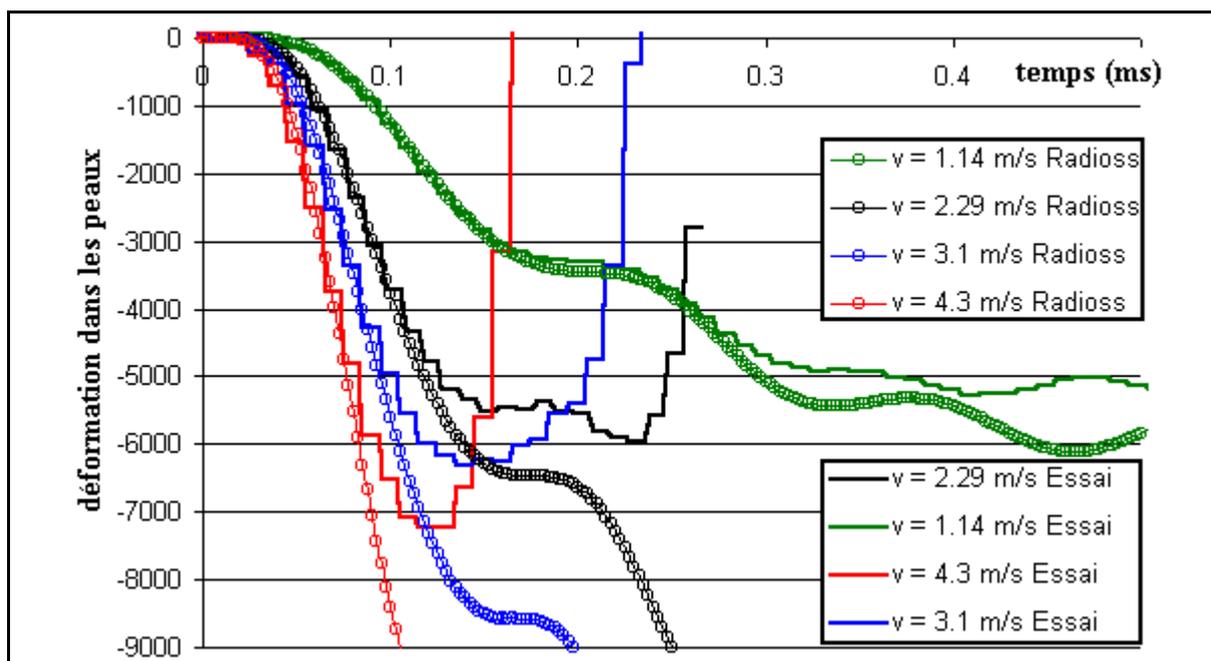
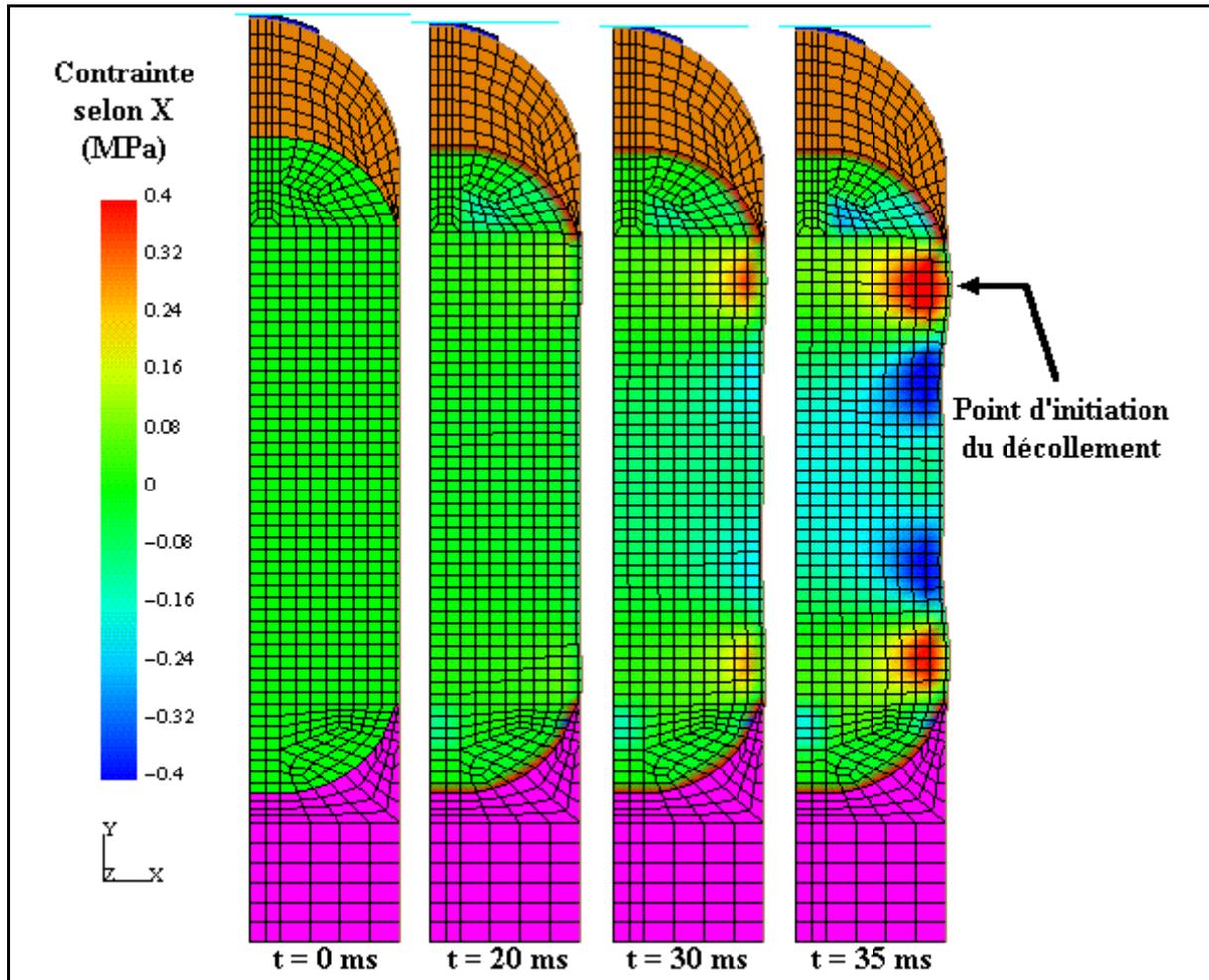


figure V-9 : Déformation dans les peaux : comparaison entre les calculs Radioss et les essais

La figure V-9 montre les déformations dans les peaux des éprouvettes pour les 4 essais et les calculs éléments finis correspondants. La corrélation est bonne sur la montée en charge, pour les quatre configurations.

Par contre, les plateaux observés lors du chargement des peaux sont surestimés dans les 3 calculs avec décollement. Ce plateau est dû à la forme de l'effort d'impact. Comme il a déjà été discuté ci-dessus, l'effort d'impact est formé d'une succession de pics de charge. Le chargement des peaux ne se fait donc pas de manière régulière. Les plateaux sont dus à la baisse des efforts d'impact entre chaque pic de charge, et sont légèrement décalés dans le temps à cause de l'inertie de la structure. Les courbes de la figure V-5 montrent très bien ces résultats à partir du modèle simplifié masses-ressorts.



*figure V-10 : Visualisation des contraintes dans la mousse sous Radioss pour un essai sur éprouvette droite à  $v = 4.3$  m/s*

La figure V-10 permet de visualiser la contrainte dans l'âme des éprouvettes à plusieurs instants du calcul. On voit notamment apparaître une déformée de la peau à 5 longueurs d'onde. Il y a donc 5 zones de surcontraintes localisées sous la peau : 2 en compression, et 3 en traction. Les points critiques se trouvent dans ces 3 dernières zones, puisque la rupture de la mousse ne peut avoir lieu en compression. Plus précisément, la rupture a lieu dans l'une des 2 zones proches des extrémités des éprouvettes, où les contraintes transverses sont plus élevées que dans la zone de traction transverse du milieu de l'éprouvette. Le passage des efforts de la partie en acier vers la peau semble être la source du déclenchement des déplacements transverses de la peau à cet endroit.

En analysant de plus près les contraintes dans la mousse au niveau des éléments où les contraintes transverses sont maximales, c'est à dire aux deux endroits précédemment cités, on observe que le critère utilisé pour les essais en statique (chapitre IV), c'est à dire rupture pour  $\sigma_{\text{traction}} > 0.7 \text{ MPa}$ , donne une initiation du décollement à  $t = 60 \text{ ms}$ , contre 15 à 20 ms pour l'essai correspondant ( $v = 2.29 \text{ m/s}$ ).

Cet écart peut s'expliquer a priori de deux manières : un problème de critère de rupture, ou de représentativité du modèle.

Il est en effet possible que le critère soit trop simpliste pour s'appliquer dans ce cas, notamment parce qu'il ne prend en compte que la sollicitation de traction alors qu'il existe également une composante de cisaillement dans l'âme, même si elle est plus faible. D'autre part, la contrainte à rupture est une contrainte déterminée en statique, alors que la structure est soumise à un chargement dynamique, et les contraintes maximales sous sollicitations dynamiques sont généralement plus élevées.

Dans les prochains paragraphes, on verra que pour le cas des éprouvettes de type E, c'est à dire présentant une courbure de la peau, le critère an traction dans la mousse donne de bons résultats. Il est alors justifié de penser que le problème vient de la représentativité du modèle plutôt que du critère.

Bien qu'il permette de visualiser l'apparition de surcontraintes dans l'âme, et donc de situer a priori les zones d'initiation du décollement dans les éprouvettes sous impact, le modèle avec maillage fin de l'éprouvette, ne donne pas une bonne estimation de l'instant de la rupture. Ce problème n'est pas essentiel, puisque la modélisation globale proposée pour les cas d'impact sur pale doit reposer sur des maillages de faible densité et des critères d'initiation prévus pour s'affranchir de ces problèmes de représentativité.

#### *V.2.2.5 Comparaison avec les critères d'initiation*

Le paragraphe précédent montre bien la nécessité des critères d'initiation pour la détection du flambage local de peaux planes.

Pour simplifier les notations, le programme qui permet d'obtenir la force normale dans la peau et l'instant d'initiation du flambage local dynamique par rapport à l'effort appliqué à la peau est appelé Fladyn.

Des calculs avec le programme Fladyn sont réalisés pour les essais au poids tombant. L'hypothèse principale pour l'utilisation de ce modèle est que le flambage dynamique apparaît dans le mode de déformation calculé en statique. Cette hypothèse permet de donner la valeur de la longueur d'onde du défaut à imposer. Par contre, il n'est pas possible a priori de déterminer quelle amplitude imposer au défaut.

Fladyn est donc utilisé avec deux amplitudes de défaut : 0.1 et 0.05 mm. Le calcul est effectué pour chaque vitesse d'impact, à la fois sur les données des essais et sur les données du calcul Radioss. Pour les essais, Fladyn est appliqué directement à l'effort dans les peaux calculé à partir de la déformation mesurée par les jauges. Pour les calculs EF, Fladyn est utilisé en dehors du code de calcul Radioss : le calcul est effectué sous Matlab directement à partir de l'effort normal dans la peau, récupéré lors des calculs EF. On verra au paragraphe V.4 comment appliquer Fladyn directement sous Radioss.

Les paramètres du modèle d'initiation sont donnés dans le tableau V-1.

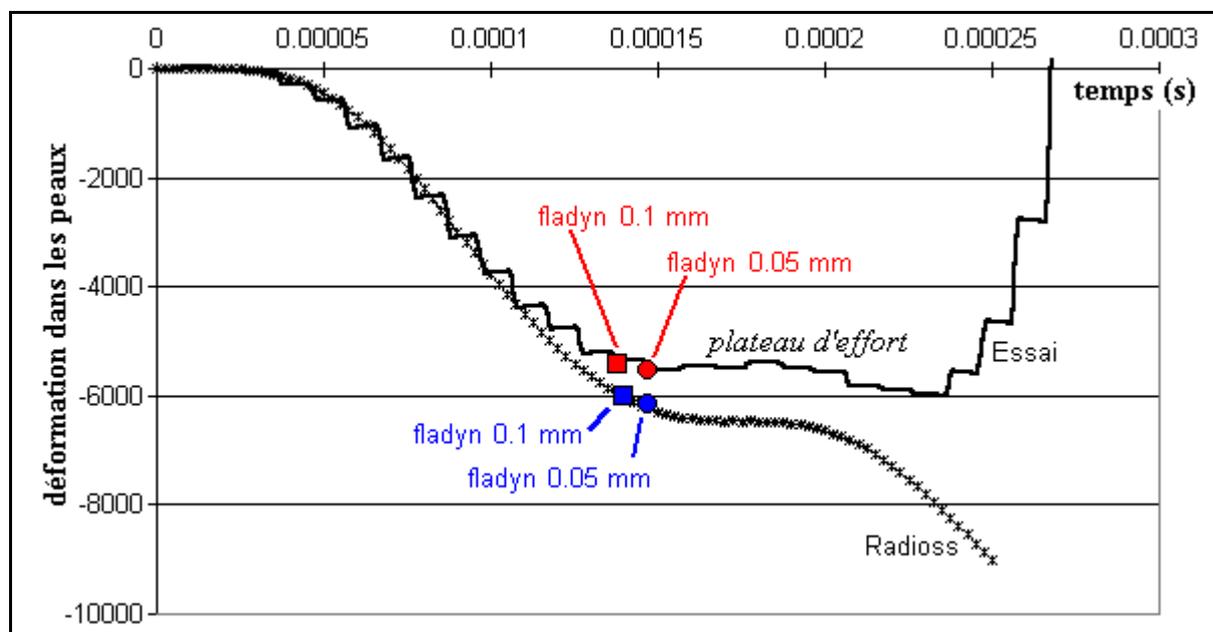
	défaut 0.05 mm	défaut 0.1 mm
M	$0.7 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-6}$
C	0.08	0.06
$x_{\max}$	0.7	0.7
$F_c$	1000	1000
$K = F_c/x_{\max}$	1428	1428

**tableau V-1 : Paramètres du programme Fladyn**

La figure V-11 présente les résultats pour l'essai à  $v = 2.29$  m/s. Sont représentées sur le graphe une courbe de l'effort dans la peau obtenue à partir des déformations mesurées pendant l'essai, et la courbe issue du calcul EF Radioss. Chacune de ces courbes d'effort est introduite dans Fladyn, et les instants et efforts d'initiation sont alors calculés.

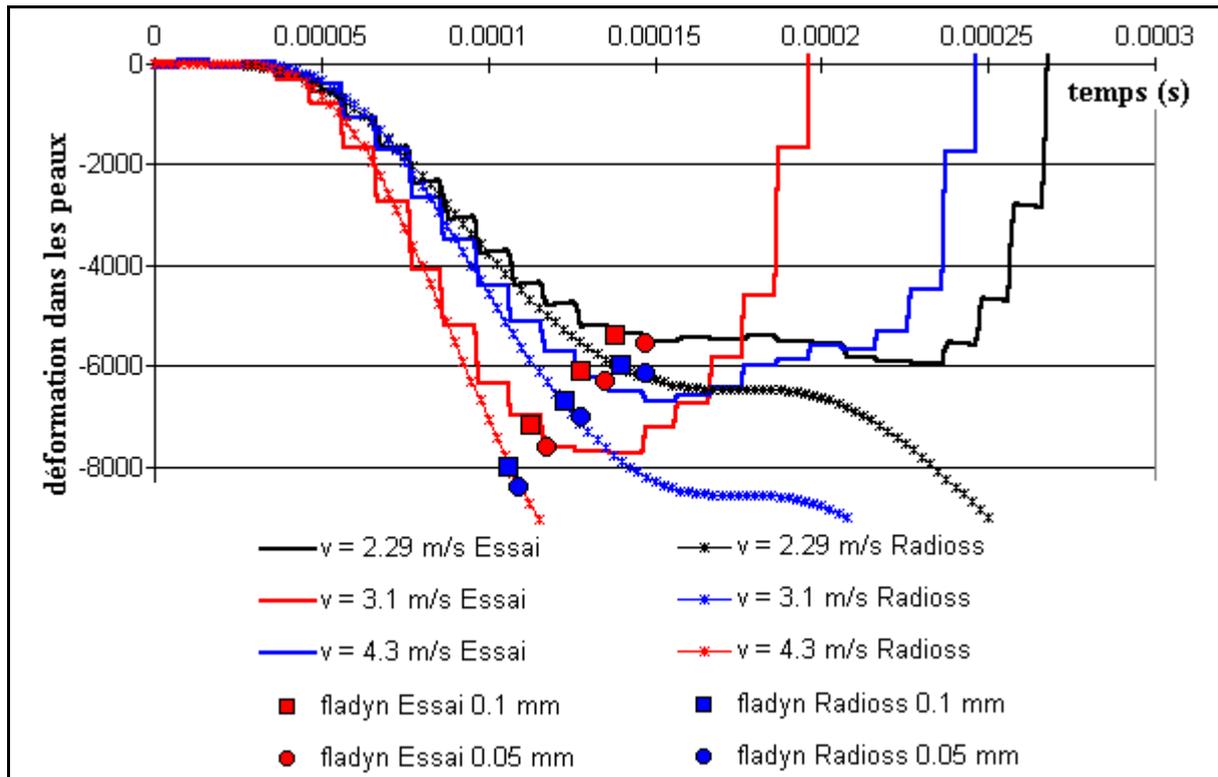
Les points correspondants sont ajoutés sur les courbes. On remarque que lorsqu'on diminue le défaut, l'initiation est bien retardée. En terme de corrélation, l'initiation estimée est obtenue vers le début du plateau d'effort. Il est difficile d'estimer le moment précis de l'initiation du décollement à partir des données des essais, mais on pense qu'il coïncide plutôt avec la fin du plateau. L'initiation estimée par Fladyn aurait alors lieu un peu tôt par rapport aux essais.

Pour confirmer la position de l'instant d'initiation, des mesures supplémentaires auraient été nécessaires. Une visualisation par caméra rapide serait idéale, mais le laboratoire ne dispose pas d'une caméra suffisamment rapide, puisqu'il faudrait une fréquence d'acquisition de 100 KHz pour avoir une précision suffisante.



**figure V-11 : Initiation du décollement, éprouvette droite,  $v=2.29$  m/s**

La figure V-12 présente les résultats pour les trois essais aboutissant à un décollement. Il n'y a pas de décollement pour l'essai à  $v = 1.14$  m/s, et le programme Fladyn ne détecte pas d'initiation pour cet essai.



*figure V-12 : Initiation du décollement, éprouvettes droites*

#### V.2.2.6 Eprouvettes de type E : évolution des efforts avec la vitesse

La modélisation des éprouvettes bombées (type E) sous Radioss est plus délicate. Elle semble beaucoup plus sensible aux défauts de représentation de la géométrie que les éprouvettes droites.

L'essai sans rupture à vitesse initiale de 0.35 m/s est modélisé, et la figure V-13 montre les courbes de l'effort de contact. Cet essai ne conduit pas au décollement des peaux. Il est donc possible de comparer la courbe des EF à la courbe d'essai sur l'ensemble de sa durée. Globalement, les courbes d'efforts sont proches. Le premier pic d'effort est très bien représenté, mais le second pic est plus étalé sous Radioss, et introduit un décalage des pics dans le temps.

Les essais pour les vitesses initiales plus élevées ont également été modélisés. Les courbes des essais et des modélisations sont représentées sur la figure V-14. Ces essais aboutissent tous au décollement d'une ou des deux peaux de l'éprouvette, c'est pourquoi la corrélation n'est effectuée que sur les premiers pics d'effort.

Les conclusions sont similaires au calcul précédent. Le premier pic d'effort est relativement bien modélisé, même si pour la vitesse la plus grande (3.1 m/s), on note un écart non négligeable en amplitude. Le deuxième pic est lui beaucoup moins bien estimé, avec des écarts conséquents à la fois en intensité et en calage dans le temps. Ce problème de modélisation est assez gênant, car il peut également provoquer des décalages dans le temps de l'initiation du décollement.

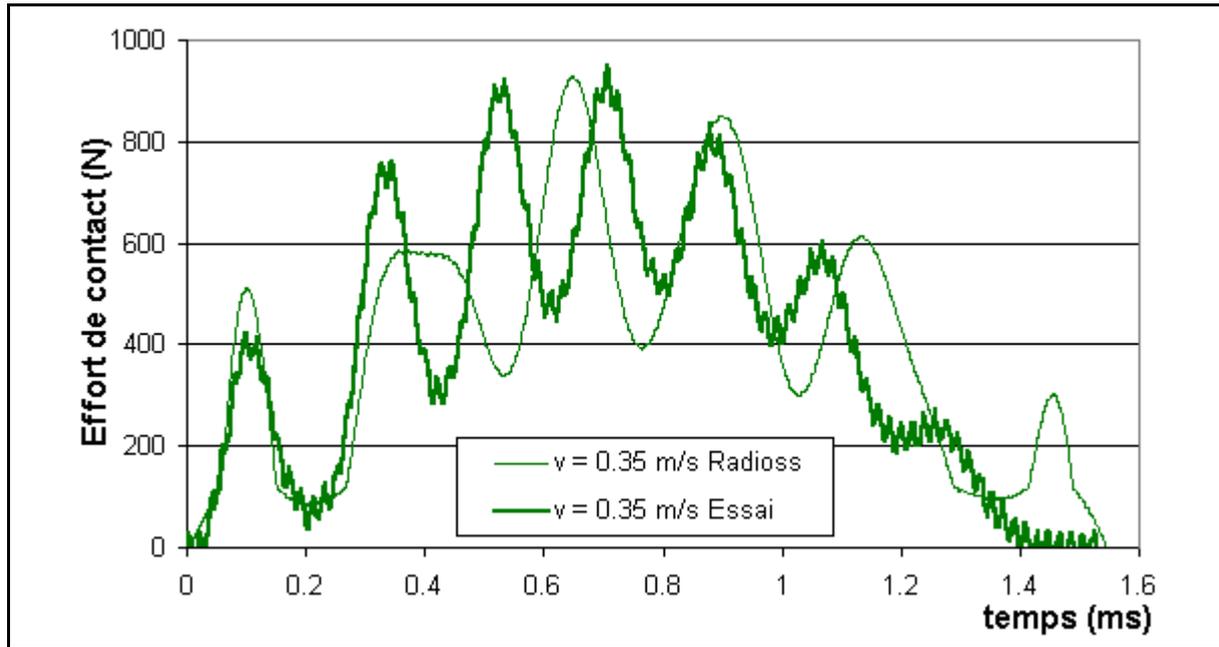


figure V-13 : Epreuve de type E : effort de contact (sans rupture)

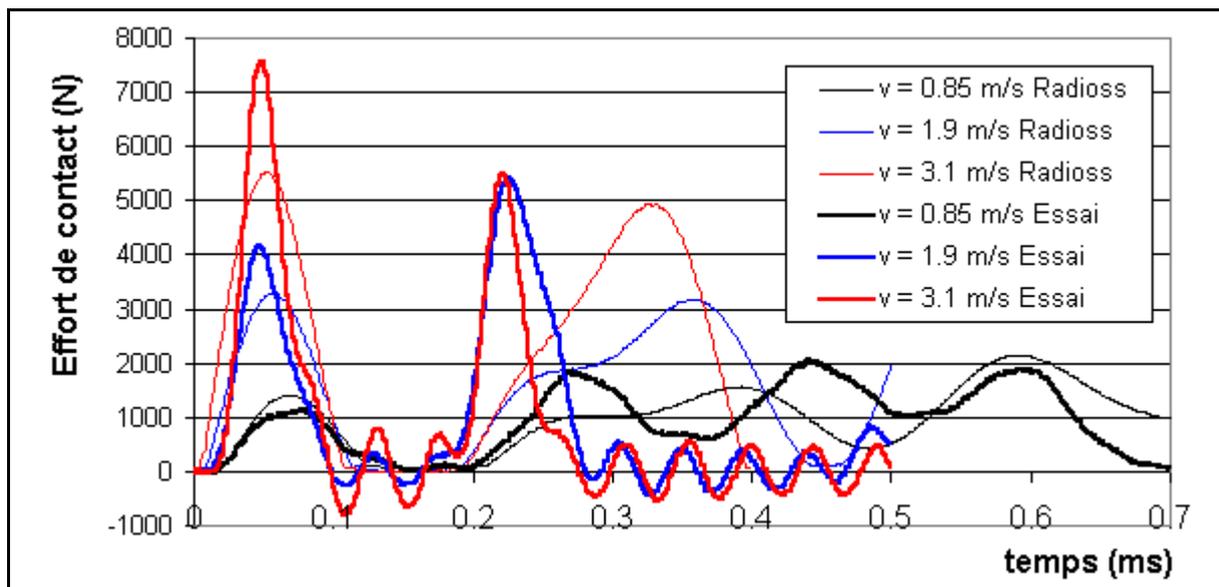


figure V-14 : Epreuve de type E : effort de contact (sans rupture)

#### V.2.2.7 Epreuves de type E : contraintes dans la mousse

Comme pour le cas des éprouvettes droites, la contrainte transverse dans l'âme est analysée, pour situer l'instant d'initiation de la rupture.

La figure V-15 montre l'évolution des contraintes au sein de la mousse au cours d'un chargement sous impact. Ce calcul représente l'essai à  $v = 1.9 \text{ m/s}$ , et les contraintes représentées sont les contraintes transverses dans la mousse. Comme dans le cas des éprouvettes de type E en statique, la contrainte dans l'âme évolue globalement. Il n'y a pas de phénomène d'instabilité locale, et la rupture apparaît lorsque la limite à rupture est atteinte. La

rupture a lieu sous la peau, à l'endroit où la courbure de la peau est maximale (centre de l'éprouvette).

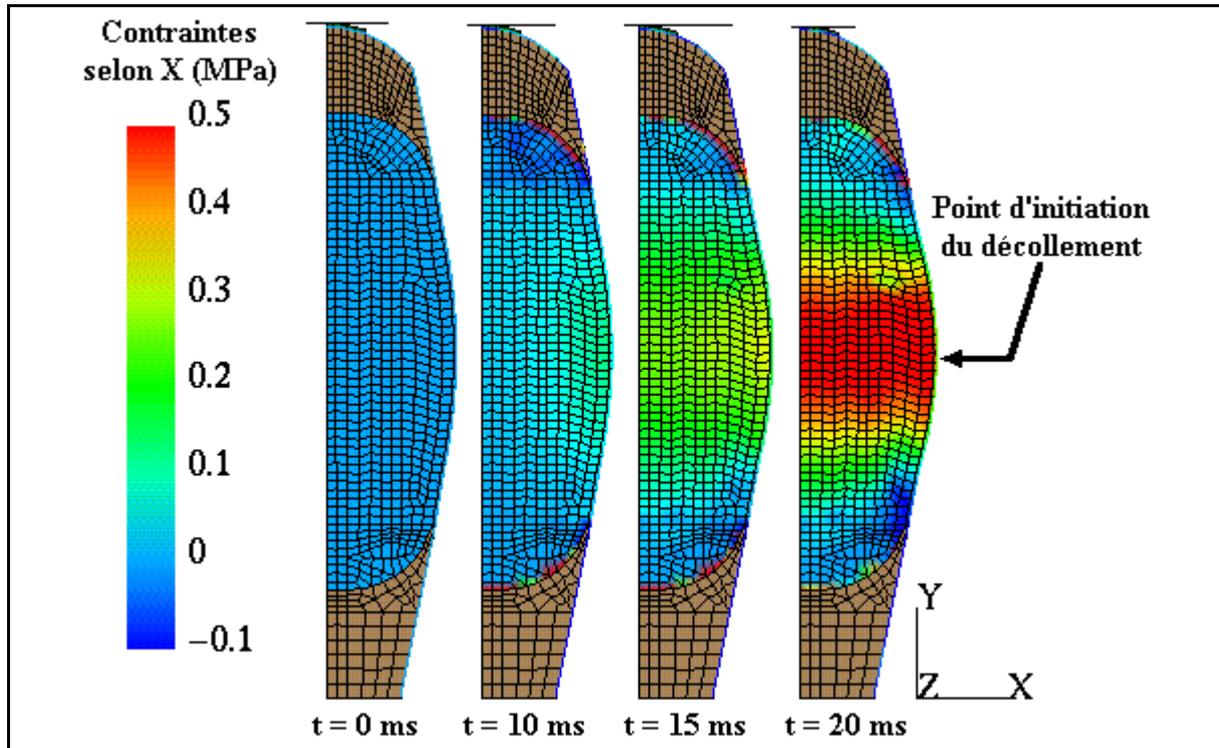


figure V-15 : Evolution des contraintes dans la mousse, essai sur éprouvette de type E,  $v = 1.9 \text{ m/s}$

#### V.2.2.8 Comparaison avec les critères d'initiation

Même si la peau présente une courbure, il est possible d'imaginer qu'une instabilité locale soit la cause du décollement. Le programme Fladyn est donc appliqué aux efforts normaux dans la peau obtenus sous Radioss. Ils montrent que la rupture par phénomène local d'instabilité, lorsqu'elle peut exister, a lieu alors que la contrainte maximale en traction dans la mousse a été atteinte depuis longtemps. En d'autres termes, c'est l'accroissement global de la contrainte dans la mousse qui provoque la rupture.

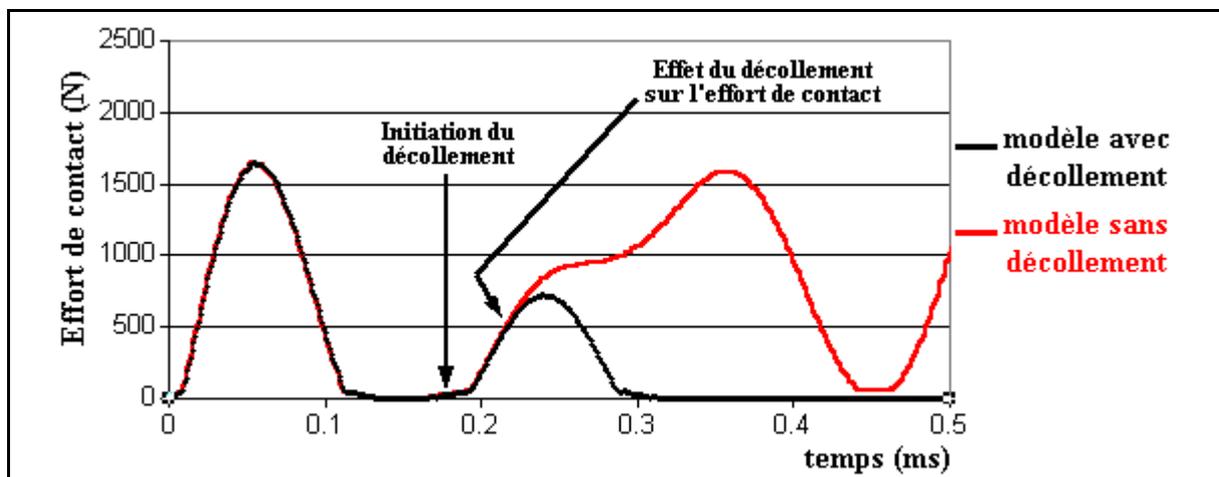


figure V-16 : Initiation du décollement pour l'essai à  $v = 1.9 \text{ m/s}$

Deux calculs sont réalisés en parallèle : un calcul sans endommagement de la mousse, et un calcul avec détection de la rupture, et propagation du décollement (la méthode est expliquée au paragraphe suivant).

La figure V-16 montre les résultats de ces modélisations sur la courbe de l'effort à l'impact. L'initiation du décollement, pour une contrainte maximale en traction de 0.7 MPa dans la mousse a lieu au temps  $t = 0.18$  ms. L'effet réel du décollement n'est ressenti sur l'effort de contact que lorsque les deux courbes se séparent, c'est à dire 4 à 5 ms plus tard.

### V.2.3 Conclusion

Ce chapitre montre la difficulté de représenter correctement, par un code éléments finis, le comportement global de la structure. Pour les éprouvettes droites, la corrélation du comportement global est bonne, mais nécessite de bien estimer la rigidité d'interface de contact avec l'impacteur. Par contre, l'initiation du décollement par visualisation des contraintes dans la mousse est délicate. C'est pourquoi il est nécessaire, même dans le cas d'une modélisation fine comme celle présentée ci-dessus, d'utiliser des critères de décollements, basés, par exemple, sur les efforts normaux dans la peau.

Pour les éprouvettes de type E, c'est l'inverse. Il a été montré qu'il est difficile de bien modéliser les efforts, sans doute à cause de la sensibilité du modèle aux défauts de géométrie. Cependant, l'initiation du décollement est beaucoup plus aisée à modéliser, puisqu'elle est due à une augmentation progressive de la contrainte globale dans la mousse, et pas à un phénomène local.

Globalement, les divergences entre modèles et essais sont en grande partie liées aux défauts de fabrication des éprouvettes, et principalement de la zone d'introduction des efforts dans la peau, dont la modélisation précise est délicate.

Le modèle d'initiation par flambage dynamique (programme Fladyn) donne des résultats satisfaisants, mais il faut rester prudent sur sa représentativité, notamment par le fait qu'on impose un défaut arbitraire au modèle, et que la réponse du modèle est dépendante de ce défaut.

## V.3 PROPAGATION DU DÉCOLLEMENT : MÉCANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT

Le problème de l'initiation ayant été abordé, il est nécessaire de considérer le problème de la propagation du décollement. Au niveau numérique, la propagation du décollement peut être traitée par différents types de résolution. Etant donnée la problématique de l'étude : éléments de grande taille, dynamique rapide, intégration du modèle dans un code de calcul commercial, le choix s'est tourné vers une approche de type mécanique de l'endommagement, avec identification de lois par essais globaux de décollement.

Le problème de la taille des éléments soulève la question de la dépendance au maillage. Au lieu de chercher à s'en affranchir, le critère de propagation de décollement sera lié à la taille des mailles, et obtenu par identification au taux de restitution de l'énergie critique du décollement peau sur mousse, déterminé par essais.

### V.3.1 Choix de modélisation

#### V.3.1.1 Maillage

Une méthode efficace pour le calcul de la propagation des décollements ou délaminage sous sollicitations statiques et dynamiques a été proposée par [ALLIX 1993]. Il définit des interfaces entre les couches de stratifiés, auxquelles des fonctions d'endommagement sont appliquées. Cette méthode est décrite dans la partie bibliographique (paragraphe II.3.2.3). Elle donne de bons résultats, mais nécessite un maillage relativement fin. Pour le cas de l'impact sur pales d'hélicoptère, la taille des modèles envisagés ne permet pas d'obtenir des maillages suffisamment fins. Cette méthode donnerait donc des fonctions d'endommagement dépendantes du maillage.

Le logiciel Radioss ne dispose pas à ce jour d'éléments d'interfaces. Pour des raisons de temps, plutôt que de créer des interfaces, une fine couche d'éléments située sous la peau est prise en compte pour le décollement. L'avantage de cette méthode est que la programmation se trouve réduite à l'utilisation d'une loi utilisateur matériau.

Il est évident qu'une modélisation par interface serait plus précise, même s'il est nécessaire de faire des calculs de lois dépendant de la taille.

Les maillages envisagés obligent à avoir une réflexion globale de la modélisation. Les fonctions d'endommagement seront dépendantes du maillage, mais cette dépendance sera prise en compte.

La figure V-17 montre le type de maillage et les solutions envisagées pour le décollement. Le problème est abordé en modélisation 2D. La peau (éléments poutres) repose sur une couche d'éléments membranes, susceptibles d'être endommagés au cours de la sollicitation. Le reste de l'âme est constitué d'éléments de plus grande taille. Les propriétés de la mousse sont élastiques et linéaires. Seuls les éléments de la couche peuvent être endommagés, leurs propriétés avant endommagement étant identiques au reste de l'âme (module de Young, coefficient de Poisson).

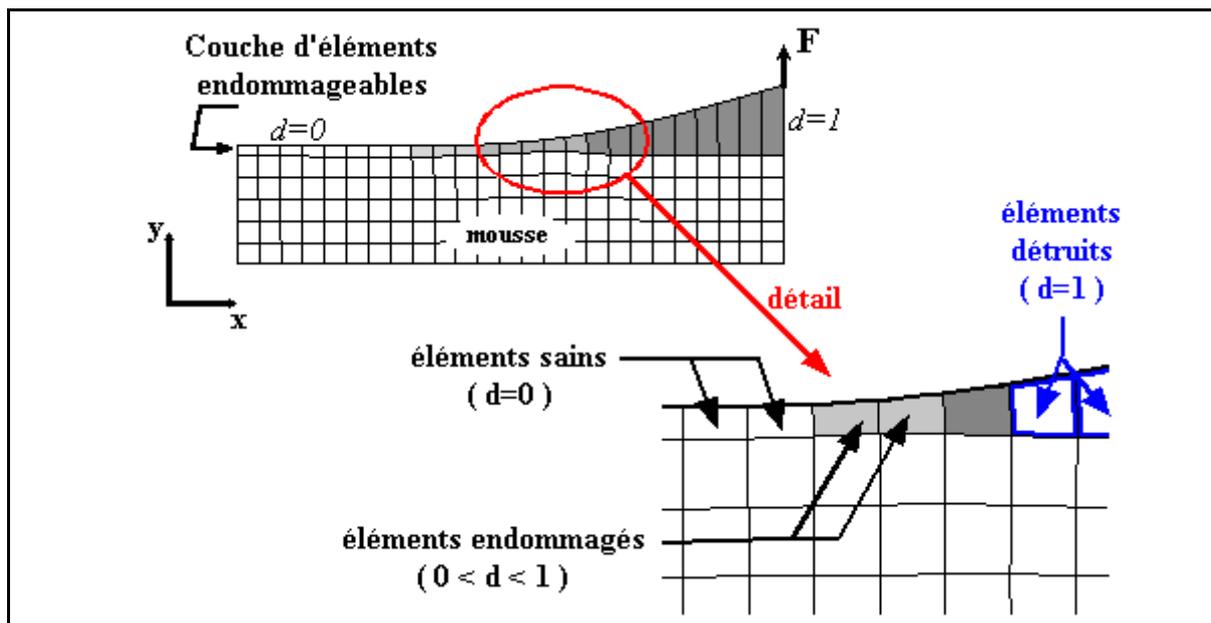


figure V-17 : Choix de maillage pour modélisation du décollement

### V.3.1.2 Modèle d'endommagement

Physiquement, comme il a été vu dans les essais, le décollement de la peau n'est pas dû à une rupture d'interface de colle ou de résine. En effet, l'observation de la peau décollée permet de mettre en évidence le fait que la rupture a lieu au sein même de la mousse : les caractéristiques mécaniques de la mousse sont faibles devant celle de la résine (qui forme l'interface entre la peau et l'âme) si bien que c'est la mousse qui cède en premier. La couche d'éléments endommageables utilisée pour la modélisation n'a donc pas de sens physique réel. Cependant, elle permet d'approcher, de façon globale, les sollicitations au sein de la mousse, qui sont la source de la rupture.

Pendant le décollement, les principales sollicitations dans la mousse située juste sous la peau sont la contrainte normale transverse (selon Y), et le cisaillement. La contrainte selon Y correspond à une ouverture en mode I, alors que le cisaillement est typique de l'ouverture en mode II. Les contraintes normales dans le sens X seront négligées dans le calcul de l'endommagement.

La figure V-18 montrent les sollicitations à prendre en compte dans l'endommagement.

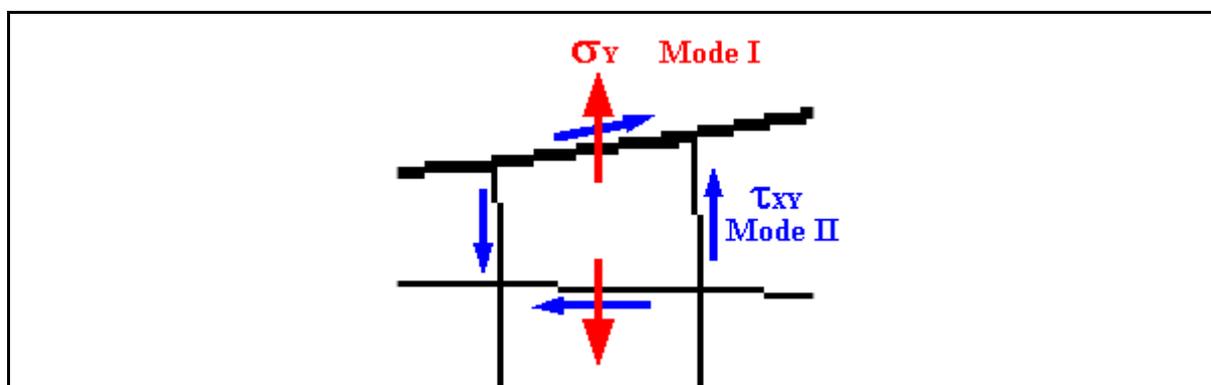


figure V-18 : Sollicitations prises en compte dans l'endommagement par décollement

Malgré le couplage entre les 2 modes d'ouverture, l'endommagement est géré par un unique paramètre  $d$ , évoluant entre 0 (élément sain) et 1 (élément supprimé pour permettre le décollement). L'endommagement est alors lié aux caractéristiques mécaniques de la mousse  $E_y$  et  $G_{xy}$  par les relations suivantes :

$$E_y = (1 - d) \cdot E_y^0 \quad (\text{eq. V-3})$$

$$G_{xy} = (1 - d) \cdot G_{xy}^0$$

Par hypothèse, le module  $E_x$  n'est pas affecté par l'endommagement.

En s'inspirant des travaux de Ladevèze et Allix, les énergies dans les éléments de la couche endommageable sont exprimées pour chacune des sollicitations élémentaires :

$$W_y = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_y^2}{E_y^0 \cdot (1 - d)} \quad (\text{eq. V-4})$$

$$W_{xy} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_{xy}^2}{G_{xy}^0 \cdot (1 - d)}$$

ainsi que les variables associées (taux d'énergie dans l'endommagement) à chacune des énergies sont :

$$Y_{d_1} = \frac{\partial W_y}{\partial d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_y^2}{E_y^0 \cdot (1 - d)^2} \quad (\text{eq. V-5})$$

$$Y_{d_2} = \frac{\partial W_{xy}}{\partial d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\tau_{xy}^2}{G_{xy}^0 \cdot (1 - d)^2}$$

et la variable globale  $Y_d = Y_{d_1} + Y_{d_2}$

L'évolution de la variable  $Y_d$  est supposée régie par le seul paramètre  $d$ , selon une loi d'endommagement à déterminer. Tant que l'élément ne subit pas d'endommagement,  $d=0$ . Lorsque les déformations atteignent un seuil (taux d'énergie  $Y_0$ ), le paramètre  $d$  devient non nul, et croît jusqu'à la ruine totale de l'élément ( $d=1$ ).

### V.3.1.3 Correspondance entre mécanique de l'endommagement et mécanique de la rupture

La loi d'endommagement est recherchée en utilisant les bilans d'énergie au cours de l'endommagement. L'énergie dissipée par l'endommagement est comparée à l'énergie nécessaire pour décoller la peau sur une longueur  $da$ . Ces énergies doivent être égales, ce qui donne l'expression suivante :

$$\partial W = G_c \cdot \partial a \cdot b = \iiint_{\text{couche}} Y \cdot \partial d \cdot \partial V \quad (\text{eq. V-6})$$

Cette expression ne donne qu'une égalité, donc une équation entre les différents paramètres de la loi d'endommagement. En effet, en général, on utilise des lois à plusieurs paramètres pour une bonne représentativité du phénomène. La solution la plus souvent utilisée est de proposer un type de loi, et d'effectuer un recalage des paramètres par optimisation, compte tenu de l'égalité précédente.

De nombreux auteurs utilisent donc cette correspondance pour définir les paramètres de la loi d'endommagement de l'interface ([WALRICK 1999], [ALLIX 1995], [ROUDOLFF 2002]) en fonction du taux de restitution d'énergie  $G_c$ , déterminé par essai.

Cette correspondance a été réalisée pour le modèle étudié. Elle ne permet pas de donner des résultats corrects. En effet, le problème dans le cas de notre étude est la forte dépendance au maillage. Cette correspondance ne peut se faire que pour un maillage fin de la zone de décollement, pour avoir une bonne représentativité des contraintes au sein des éléments entourant le fond de fissure. Certains auteurs, pour ce type de calculs, proposent même des maillages évolutifs : fins en fond de fissure, avec remaillage lorsque la fissure se propage, de telle sorte que le maillage fin se trouve toujours en fond de fissure.

En ce qui concerne le cas des pales d'hélicoptère, une telle finesse de maillage est proscrite, et une modélisation par remaillage du modèle est beaucoup trop complexe, ce qui nous empêche d'utiliser la relation de correspondance.

### V.3.2 Identification de la loi

L'identification par correspondance mécanique de l'endommagement - mécanique de la rupture n'étant pas possible, il est proposé une identification générale, à partir des courbes d'essais.

Des essais de caractérisation du décollement ont été présentés au chapitre III, et ont montré qu'il est possible de définir un taux de restitution d'énergie  $G_c$ , constant durant l'essai, pour définir le décollement des peaux sur les âmes en mousse. A partir de cette valeur de  $G_c$ , il est possible de déterminer des courbes de référence de l'effort en fonction de la flèche.

Un code EF implicite linéaire 2D, nommé Sup2D, a été développé au laboratoire. Il est ouvert à la programmation, et permet donc d'étudier différents cas de figure pour notre étude du décollement. Il permet notamment d'établir des courbes de référence pour l'identification des lois, à partir du  $G_c$  obtenu par essais. Le calcul se fait donc en 2 étapes :

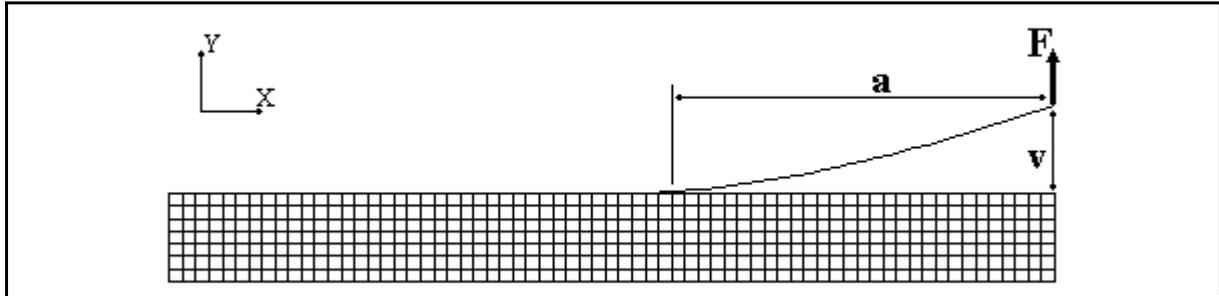
- détermination de la courbe de référence à partir du  $G_c$ ,
- identification de la loi par comparaison avec le modèle utilisé.

#### V.3.2.1 Courbe de référence : $F$ en fonction de $v$

Le taux de restitution d'énergie de l'interface ( $G_c$ ) est déterminé expérimentalement. Il est considéré constant lors du décollement, c'est à dire indépendant de la longueur de la fissure.

Soit une position de la structure, avec peau décollée sur une longueur  $a$ . Un effort  $F$  est imposé, et la flèche  $v$  est calculée (figure V-19). La longueur de décollement est alors augmentée de la valeur  $da$ . L'effort  $F$  est à nouveau imposé, et la flèche  $v$  calculée. A partir de ces valeurs, l'expression  $\partial W = G_c \cdot da \cdot b$  permet de remonter aux valeurs de  $F$  et  $v$  juste avant le décollement.

En effectuant cette opération pour différents avancements  $a$  de la fissure, il est alors possible de déterminer la courbe de réponse  $F$  en fonction de  $v$  du décollement. Cette courbe sera appelée courbe de référence, puisqu'elle servira de référence à l'identification des lois d'endommagement.



*figure V-19 : Maillage pour l'établissement de la courbe de référence à partir du  $G_c$*

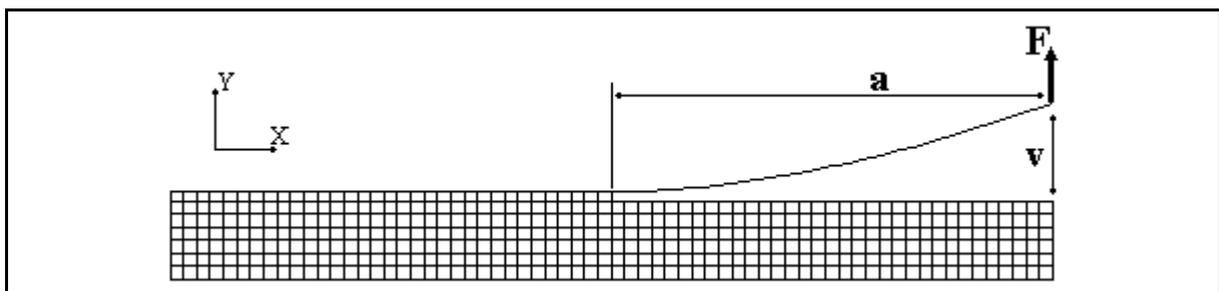
### V.3.2.2 Identification

Pour pouvoir faire une identification des lois à partir du programme Sup2D et utilisable sous Radioss, il est nécessaire que la définition des éléments dans les 2 codes soit la même. Le logiciel Radioss dispose d'éléments coques à un point d'intégration dans le plan. Utilisés dans le plan, cela revient à utiliser des éléments membranes à un point d'intégration au centre de l'élément. Dans le code Sup2D, les éléments sont donc définis de la même façon. On choisit des éléments quadrangles classiques, à fonctions de forme linéaires, et une intégration numérique sur un seul point d'intégration dans le plan, au centre de l'élément.

Pour l'identification des lois, l'endommagement est imposé dans la couche d'éléments au fur et à mesure de l'avancement du décollement : l'élément en fond de fissure est endommagé avec un paramètre  $d$  croissant de 0.1 en 0.1. Le maillage utilisé n'est plus le même que pour l'établissement des courbes de référence, mais celui proposé pour la modélisation globale d'une pale, c'est à dire que le décollement est représenté par la destruction d'un élément de la couche endommageable, et non par la séparation de la peau et des éléments de la mousse (figure V-20). Au cours de l'endommagement (c'est à dire du décollement), la variable d'endommagement au sein de l'élément du fond de fissure est calculée afin d'obtenir l'effort donné par la loi de référence.

Pour chaque élément de la couche, une courbe d'endommagement est ainsi obtenue. L'ensemble de ces courbes fournit un réseau de points  $(Y_d, d)$  qui sont extrapolés pour fabriquer une loi d'endommagement.

Il faut noter que la taille des éléments de la couche est imposée, et également que l'endommagement imposé dans le calcul d'identification est arbitraire. Notamment, on a choisi d'imposer l'avancement du décollement d'un élément à l'autre, sans que 2 éléments puissent être endommagés en même temps.



*figure V-20 : Décollement par destruction d'éléments dans la couche*

La figure V-21 présente les résultats de la recherche de loi pour une taille de maille de 1\*1 mm dans la couche endommageable, et  $G_c = 0.125$ .

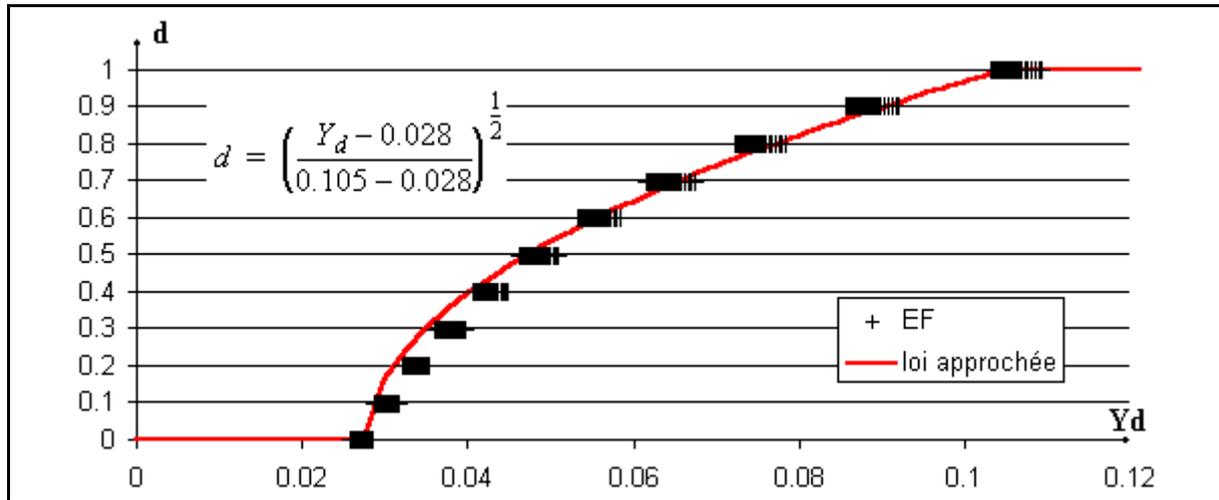


figure V-21 : loi d'endommagement :  $G_c=0.125$ , mailles de 1\*1 mm

L'allure de la loi obtenue montre qu'il est possible d'en faire une approximation à l'aide d'une loi de type puissance :

$$d = \left( \frac{Y_d - Y_0}{Y_f - Y_0} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{eq. V-7})$$

Pour une taille de maille donnée, la loi dépend donc de 3 paramètres, obtenus par comparaison avec les calculs d'identification EF.

### V.3.3 Influence de la taille des mailles

#### V.3.3.1 Dépendance au maillage

Plusieurs maillages ont été réalisés pour tester l'influence du maillage sur les lois d'endommagement. Les différents calculs montrent une forte dépendance au maillage. Il en découle que les paramètres de la loi doivent être fonction de la taille de l'élément.

Pour obtenir des lois simples à utiliser, on réduit donc le nombre de paramètres de la loi en fixant arbitrairement l'épaisseur de l'élément.

Ce choix, ainsi que la dépendance au maillage, imposent donc des contraintes sur le maillage de la couche lors de la préparation du modèle.

On considère quatre maillages différents, pour lequel la couche endommageable a une épaisseur constante de 1 mm. L'autre dimension des éléments de la couche (la longueur) est fixée à 1, 2, 5 et 10 mm respectivement pour les quatre maillages. La peau a un module de 20000 MPa, une épaisseur de 1 mm et une largeur de 30 mm. Le module de la mousse est de 10 MPa, et  $G_c$  vaut 0.125.

La figure V-22 présente les lois d'endommagement obtenues par identification pour ces quatre configurations. Les résultats illustrent nettement la forte dépendance des fonctions d'endommagement avec le maillage utilisé.

Lorsque la longueur des mailles augmente, le paramètre d'initiation ( $Y_0$ ) diminue, alors que

c'est l'inverse pour le paramètre de fin d'endommagement ( $Y_f$ ).

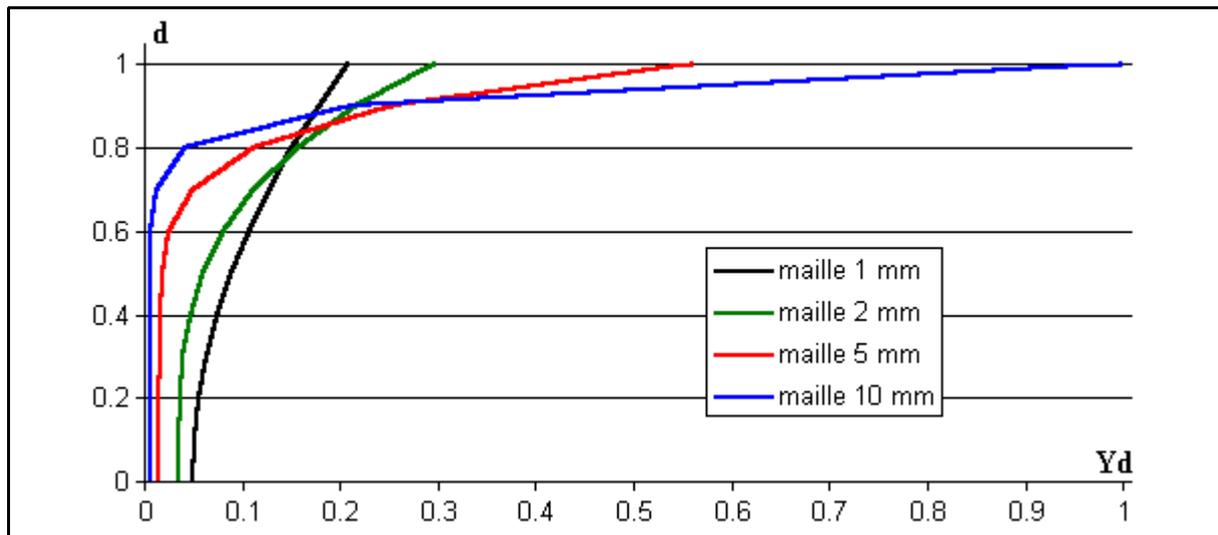


figure V-22 : Lois pour différentes tailles de maille

Il sera donc tenu compte de cette dépendance au maillage lors des calculs d'endommagement : l'opération d'identification de loi nécessite donc d'effectuer des calculs pour différentes longueurs de maille, et une interpolation des paramètres est réalisée pour obtenir des fonctions sur chacun des 3 paramètres. Les fonctions d'interpolation des paramètres de la loi pour la configuration présentée dans ce paragraphe sont données sur la figure V-23. Elles permettent d'unifier la loi d'endommagement quelle que soit la longueur des mailles utilisées.

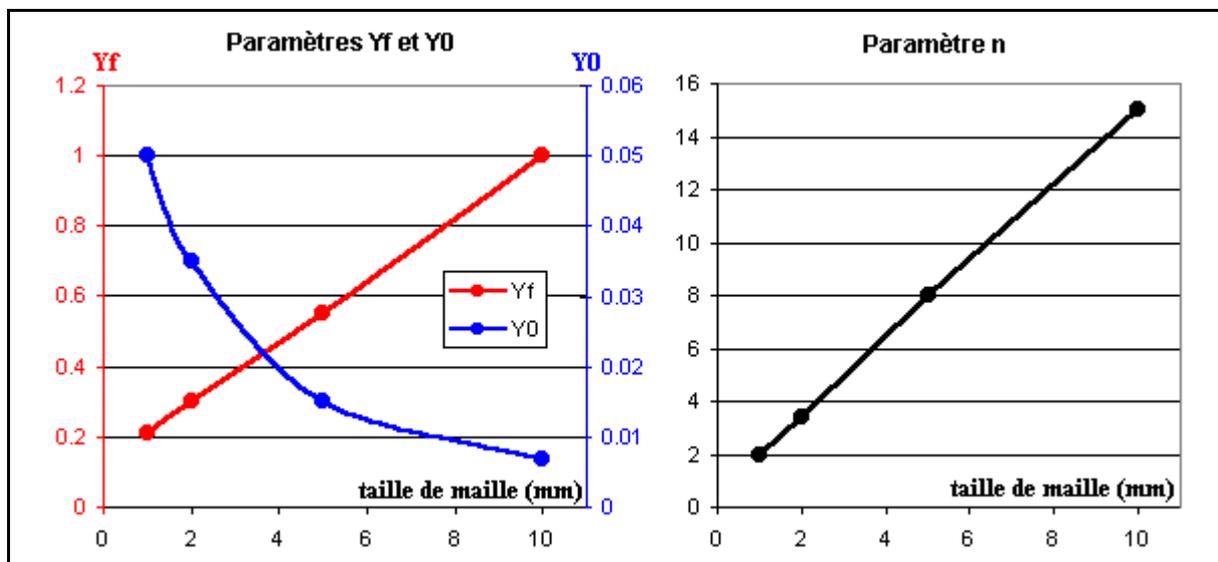
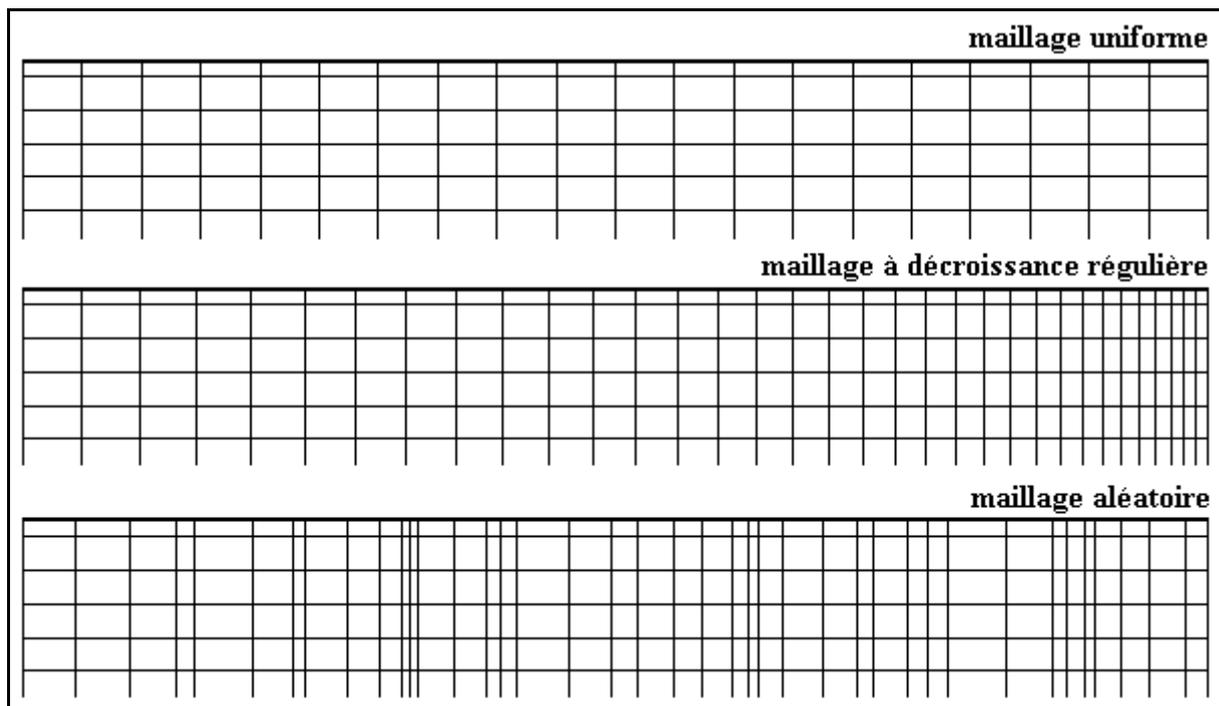


figure V-23 : Loi d'interpolation des paramètres

### V.3.3.2 Influence d'un maillage non uniforme

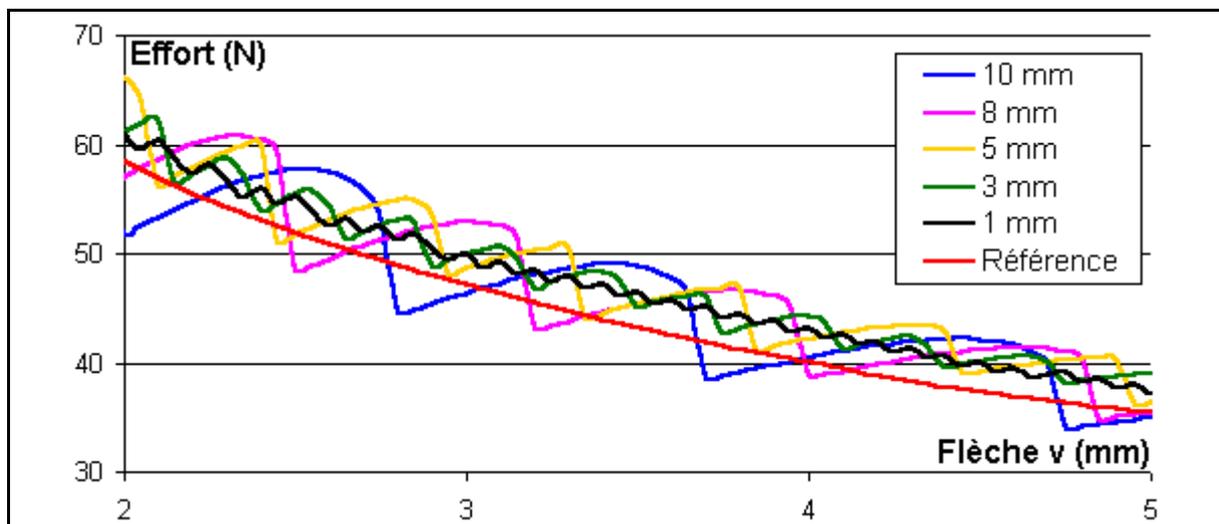
La dépendance au maillage est prise en compte par les lois d'identification calculées pour différentes tailles de maille. Cependant, une interpolation est réalisée entre ces points de calcul, qui peut générer des erreurs. D'autre part, l'agencement de mailles de tailles différentes peut également être source d'erreurs. Des tests ont donc été effectués pour fixer des règles de

maillage minimisant ces erreurs. Ces types de maillage sont représentés sur la figure V-24.



*figure V-24 : Types de maillage étudiés*

En premier lieu, des maillages uniformes ont été réalisés (figure V-24 haut). Les mailles de la couche endommageable ont une épaisseur de 1 mm. Les calculs sont effectués pour des mailles de 1, 3, 5, 8 et 10 mm de longueur. Les caractéristiques physiques de la structure sont les mêmes qu'au paragraphe précédent.



*figure V-25 : Mailles uniformes de différentes tailles*

Les résultats sont donnés sur la figure V-25. Le graphe représente la courbe de l'effort en fonction de la flèche  $v$  en bout de structure. Les nombreuses approximations effectuées dans le calcul de l'endommagement et de l'interpolation provoquent des oscillations de chaque courbe. On remarque aisément que pour des tailles de mailles petites, les oscillations sont faibles, et les écarts avec la courbe de référence s'en trouvent réduits. Lorsque la taille des

mailles augmente, les écarts deviennent importants. Ainsi, pour des mailles de 8 ou 10 mm, on compte 15% d'écart maximum, et seulement 7% pour 1 mm.

Lors du maillage d'une structure, il n'est pas évident de pouvoir gérer les tailles de maille, et notamment, d'imposer une uniformité des mailles. Il est alors nécessaire de connaître l'influence d'une variation de la taille des mailles le long de la peau. Des calculs sont réalisés pour des évolutions régulières (figure V-24 milieu) ou aléatoires des tailles d'éléments (figure V-24 bas).

La figure V-26 montre les résultats pour un maillage évoluant de 1 à 5 mm, de façon régulière :  $taille(mailles(n+1)) = taille(mailles(n)) + \delta L$ , avec  $\delta L$  constant. L'évolution régulière et faible des tailles de mailles ne provoque pas de détérioration des résultats par rapport à un modèle avec la taille maximale (ici, 5 mm).

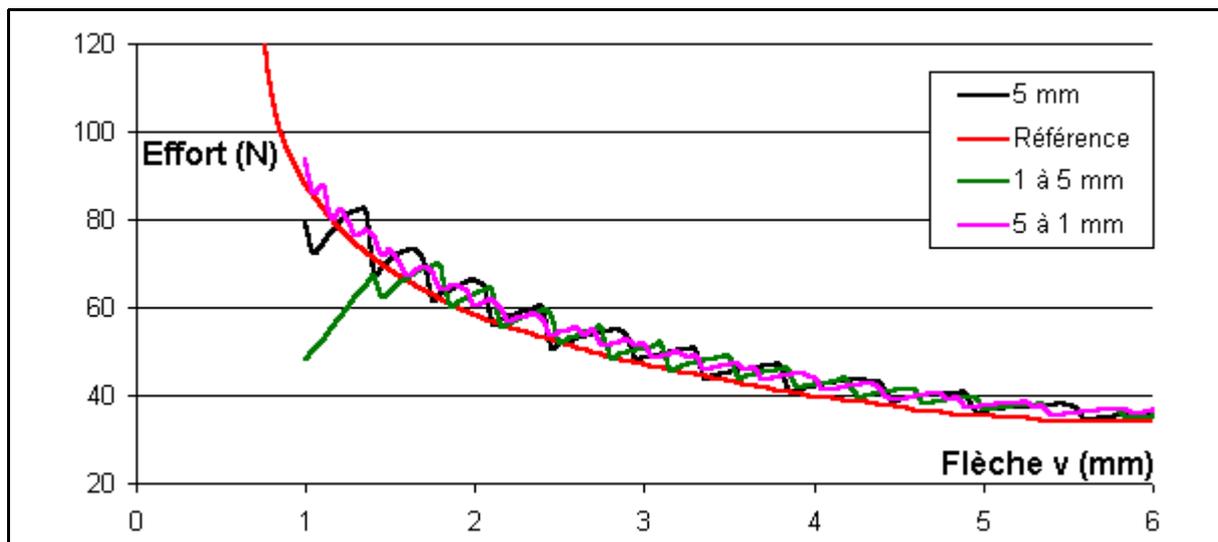


figure V-26 : Variation régulière de la longueur des éléments de la couche endommageable

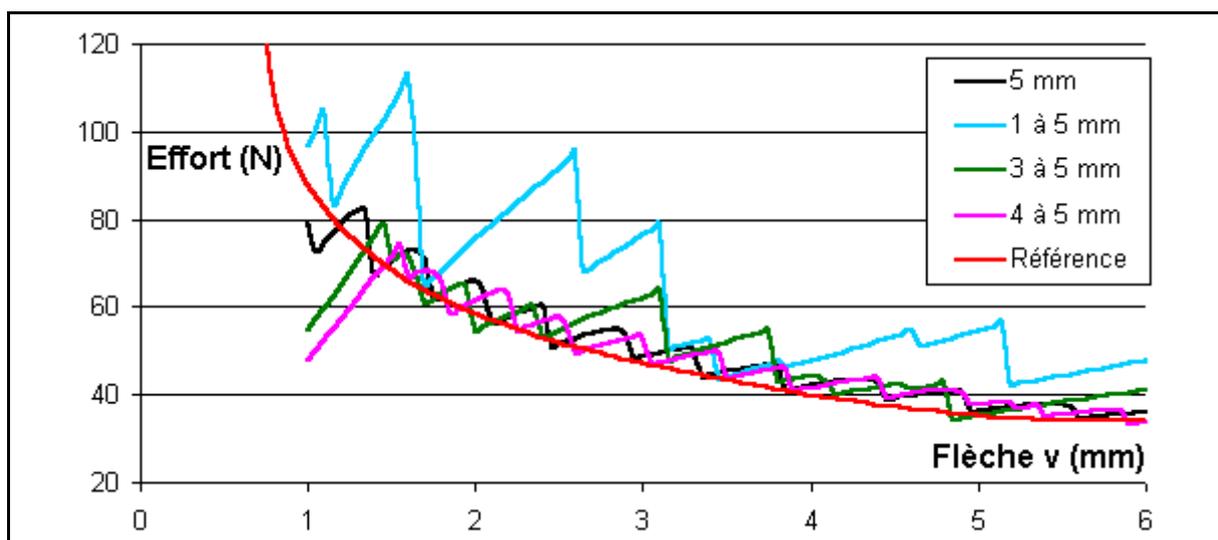


figure V-27 : Variation aléatoire de la longueur des éléments de la couche endommageable

Des maillages aléatoires sont également testés. La longueur des éléments endommageables est déterminée aléatoirement entre deux valeurs extrêmes. Ainsi, 3 maillages sont testés, pour des mailles de longueur variant entre 1 et 5 mm, entre 3 et 5 mm, et entre 4 et 5 mm.

La figure V-27 montre les résultats de ces calculs, comparés à la courbe de référence et au calcul avec des mailles uniformes de 5 mm. Ces résultats montrent que pour des mailles variant aléatoirement entre deux tailles limites, les écarts peuvent être très importants : pour des mailles de 1 à 5 mm, disposées aléatoirement, ces écarts peuvent atteindre 85%. Seules des différences de mailles faibles sont tolérées : pour des longueurs aléatoires entre 4 à 5 mm, les écarts n'augmentent pas de plus de 1% par rapport au modèle à 5 mm seul.

Ces calculs ont permis d'établir les règles suivantes, pour le maillage des structures en vue d'utiliser le modèle de décollement présenté :

- la précision des résultats augmente avec la finesse du maillage,
- les maillages irréguliers ou aléatoires sont à proscrire autant que possible, mais peuvent quand même être utilisés si la plage de variation des tailles de maille est faible,
- s'il n'est pas possible de mailler de manière uniforme, l'utilisation de mailles de taille variant de façon progressive donne des résultats corrects.

### V.3.4 Implantation dans Radioss

#### V.3.4.1 Loi utilisateur matériau

L'avantage principal de ce modèle est son implantation aisée dans le logiciel de calcul Radioss, au moyen d'une loi utilisateur matériau. Les variables disponibles sont les déformations au sein de l'élément. On en déduit la variable  $Y_d$  et l'évolution du dommage. La figure V-28 rappelle la position du repère local de l'élément endommageable, et la loi matériau utilisée est décrite par l'algorithme de la figure V-29.

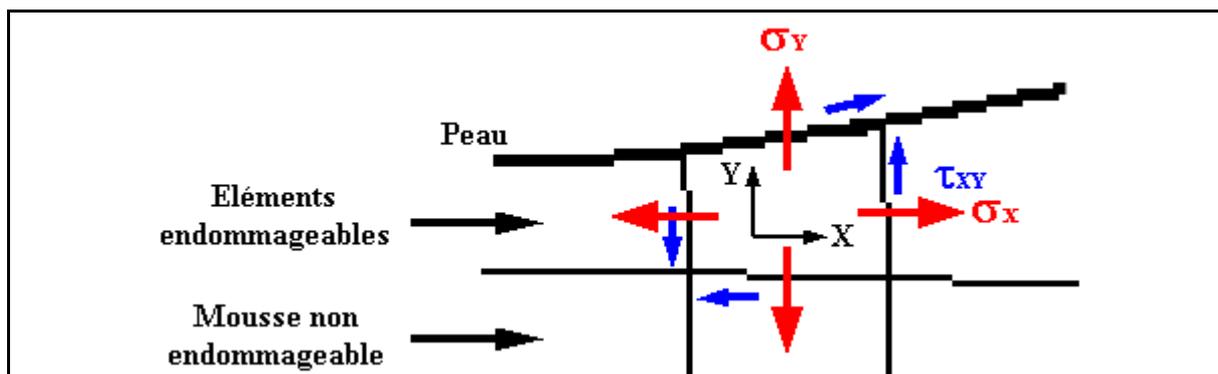
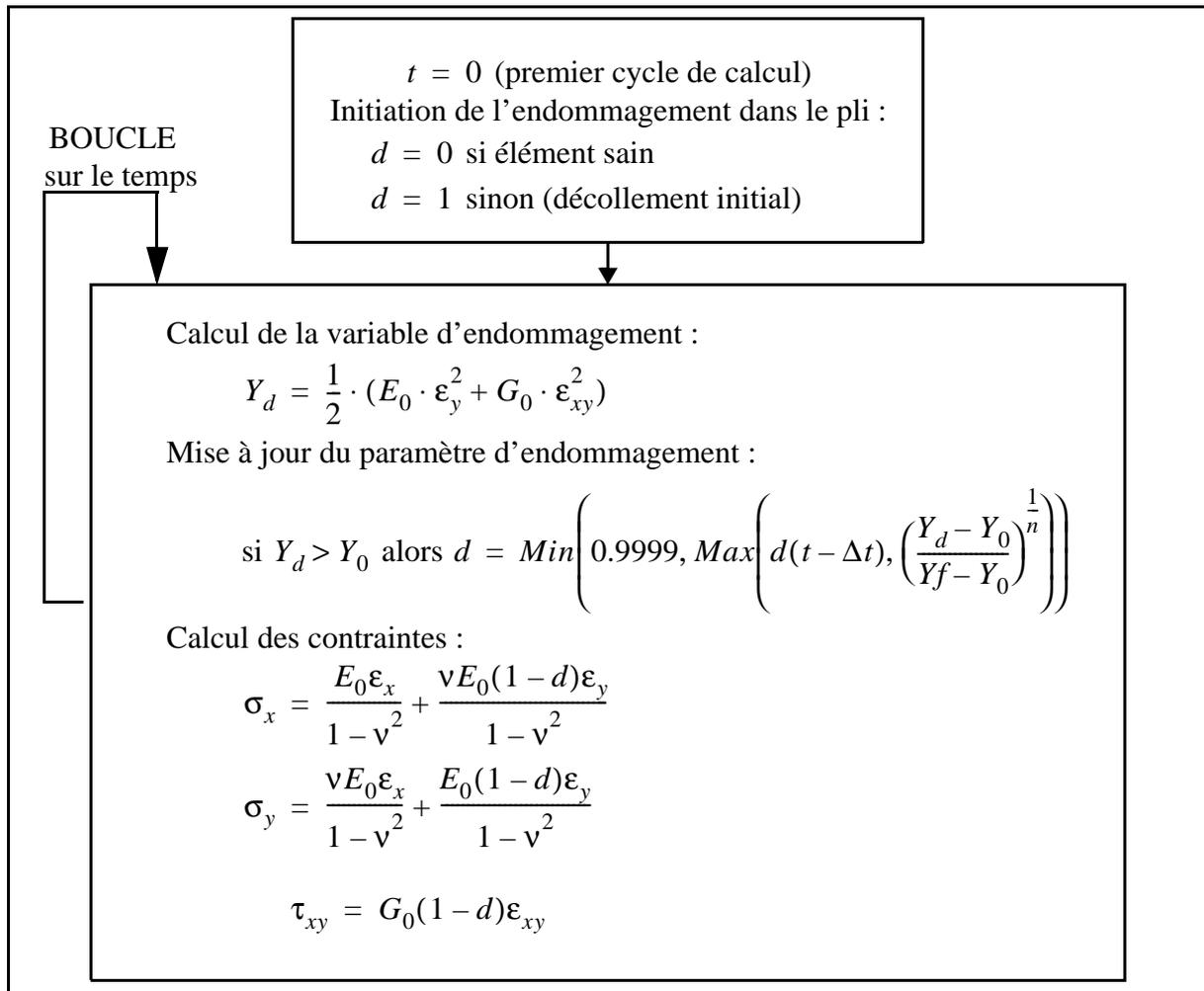


figure V-28 : Repère local dans les éléments endommageables

Au premier cycle de calcul, le paramètre d'endommagement est initialisé dans chaque élément de la couche afin de simuler le décollement initial de la peau.

A chaque cycle de calcul, la variable d'endommagement est calculée en fonction des déformations données par le code de calcul, et le paramètre d'endommagement est alors mis à jour. L'élément est détruit lorsque  $d$  atteint la valeur 0.99999. Pour des raisons numériques, le paramètre d'endommagement ne doit pas atteindre 1. Il est bloqué à 0.9999.



**figure V-29 : algorithme de la loi matériau (sur chaque élément de la couche endommageable)**

#### V.3.4.2 Corrélation avec la courbe de référence

Le modèle est implanté dans Radioss. La modélisation est réalisée en 2D et 3D. La loi d'endommagement est étendue aux modèles 3D en ajoutant la contribution du cisaillement hors plan dans la troisième direction :  $Y_d = \frac{1}{2} \cdot (E_0 \cdot \epsilon_y^2 + G_0 \cdot (\epsilon_{xy}^2 + \epsilon_{yz}^2))$

La figure V-30 représente la modélisation 3D utilisée, pour des mailles de 2 mm de long, et 1 mm d'épaisseur dans la couche endommageable.

Pour les modèles 2D comme pour les modèles 3D, le maillage est uniforme.

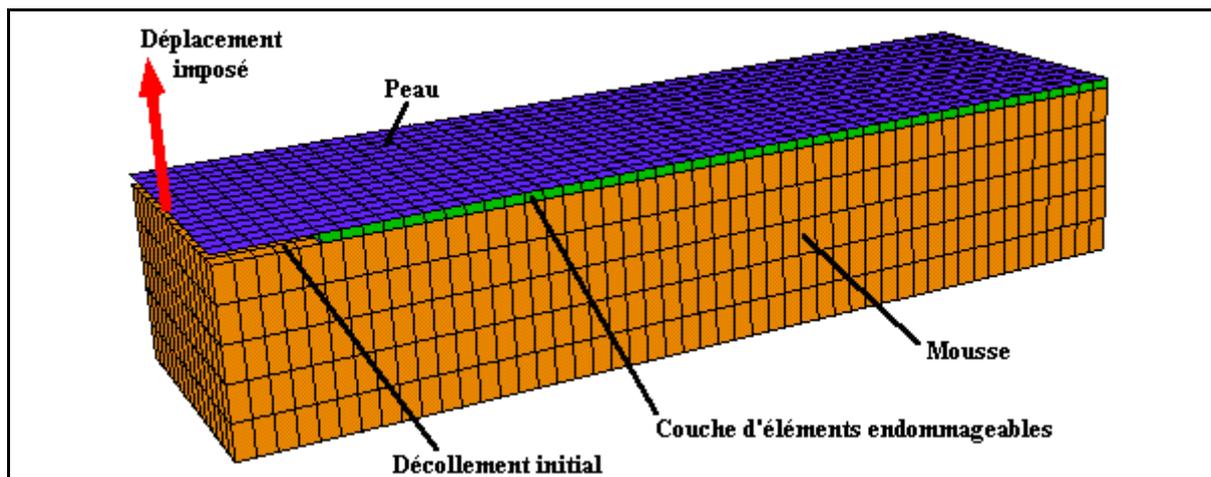


figure V-30 : Modélisation 3D du décollement sous Radioss

Les essais sont réalisés pour des longueurs de maille de 1, 2, 5 et 10 mm, avec deux longueurs initiales de décollement différentes :  $a_0 = 10$  mm et  $a_0 = 30$  mm.

La figure V-31 donne les courbes de l'effort en fonction de la flèche, pour les modèles 2D. Comme il a déjà été vu plus tôt, les courbes montrent qu'une augmentation de la finesse du maillage permet d'obtenir de meilleurs résultats.

Les courbes de résultats pour la modélisation 3D sont données sur la figure V-32.

Dans les deux cas (2D et 3D), le décollement est bien modélisé, et les courbes d'effort corrélat bien avec les courbes de référence. L'utilisation de mailles de 10 mm de longueur donne tout de même des oscillations importantes autour de la courbe de référence.

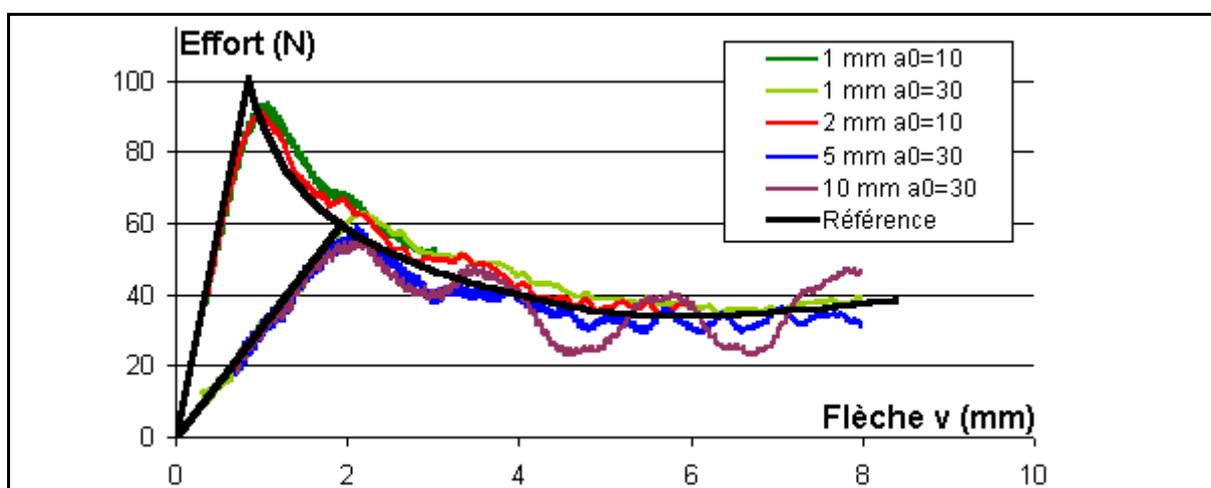


figure V-31 : Corrélation Radioss 2D - Courbe de référence

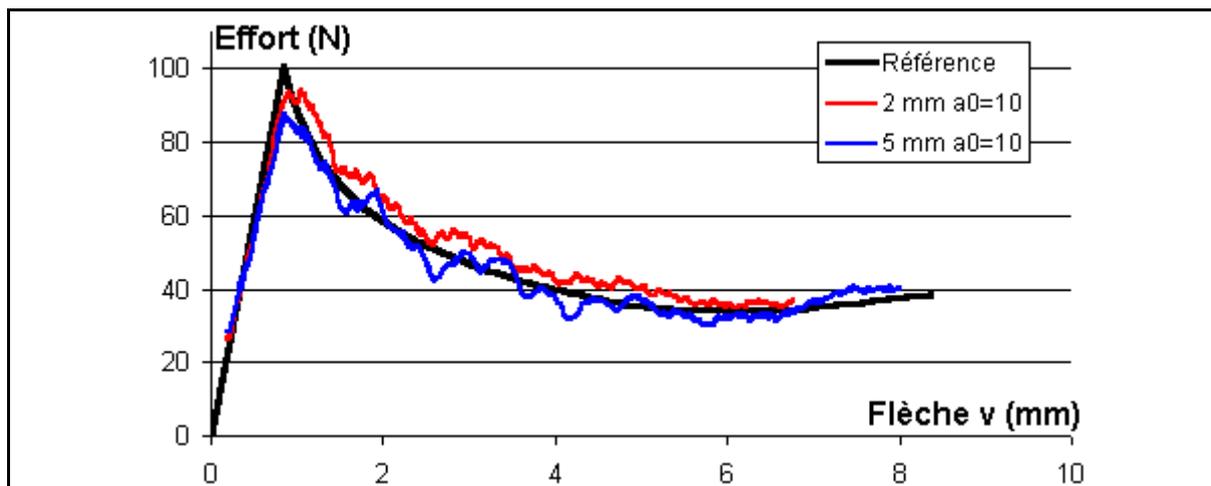


figure V-32 : Corrélation Radioss 3D - Courbe de référence

#### V.3.4.3 Corrélation des essais de caractérisation du décollement

Les essais de caractérisation du décollement effectués au laboratoire ont été présentés au chapitre III. Ils sont réalisés pour des peaux en tissus de verre-époxyde et sont d'épaisseur relativement faible : de 1 à 3 plis. Le  $G_c$  des essais est connu par les essais, donc il est possible de déterminer la loi d'endommagement pour une modélisation de la couche endommageable donnée.

Le problème des peaux fines, comme il a déjà été vu plusieurs fois au cours de l'étude, est la détermination de la rigidité des peaux. Pour ces essais, la longueur de peau est suffisamment grande pour pouvoir, après le test, récupérer la peau décollée et effectuer un test de flexion 3 points pour évaluer la rigidité de flexion. La corrélation est effectuée pour l'essai III-1, dont la peau est formée de 2 plis de verre.

L'effort en fonction de la flèche est représenté sur la figure V-33. L'évolution de la longueur du décollement en fonction de la flèche est, elle, donnée sur la figure V-34.

On peut noter la linéarité de cette dernière courbe.

La corrélation entre les essais et les calculs est globalement bonne.

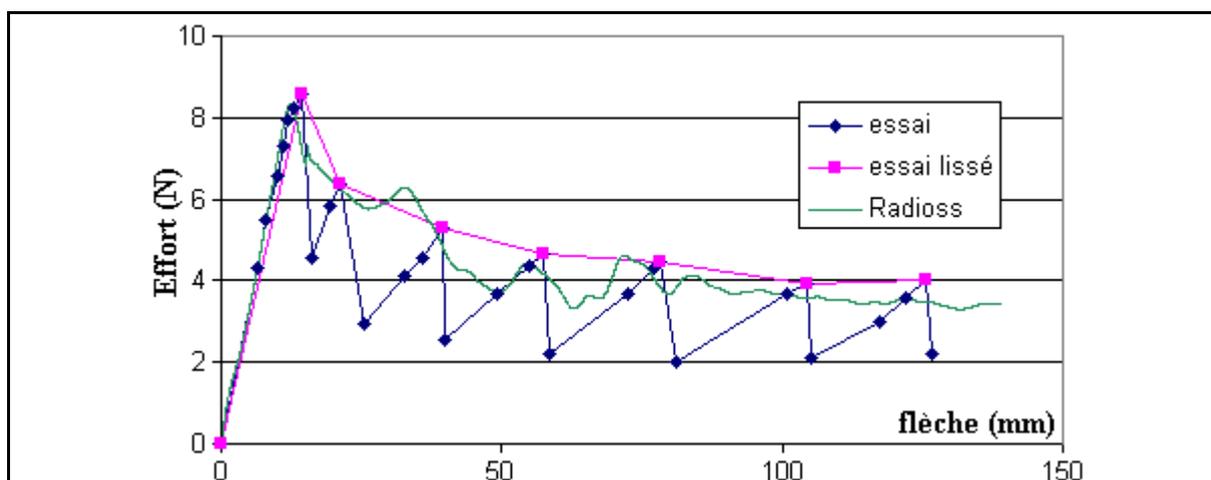


figure V-33 : Effort (F) en fonction de la flèche (v)

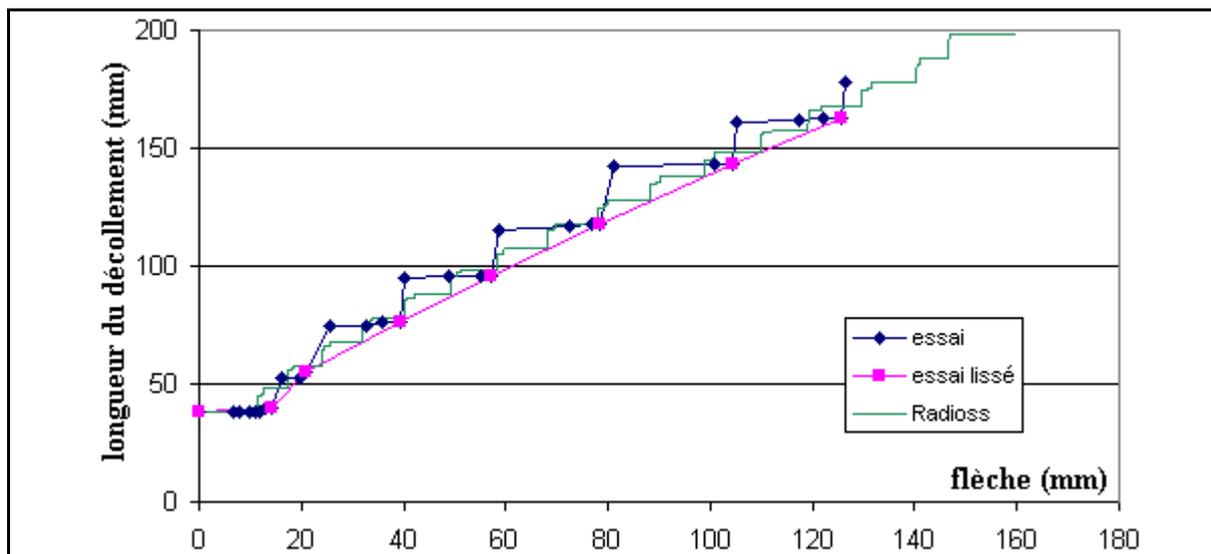


figure V-34 : Longueur décollée (a) en fonction de la flèche (v)

La figure V-35 présente de manière synthétique, sur le même dessin, l'évolution du décollement de la peau au cours de l'essai. La figure V-36 montre le modèle Radioss et une photographie prise au cours de l'essai.

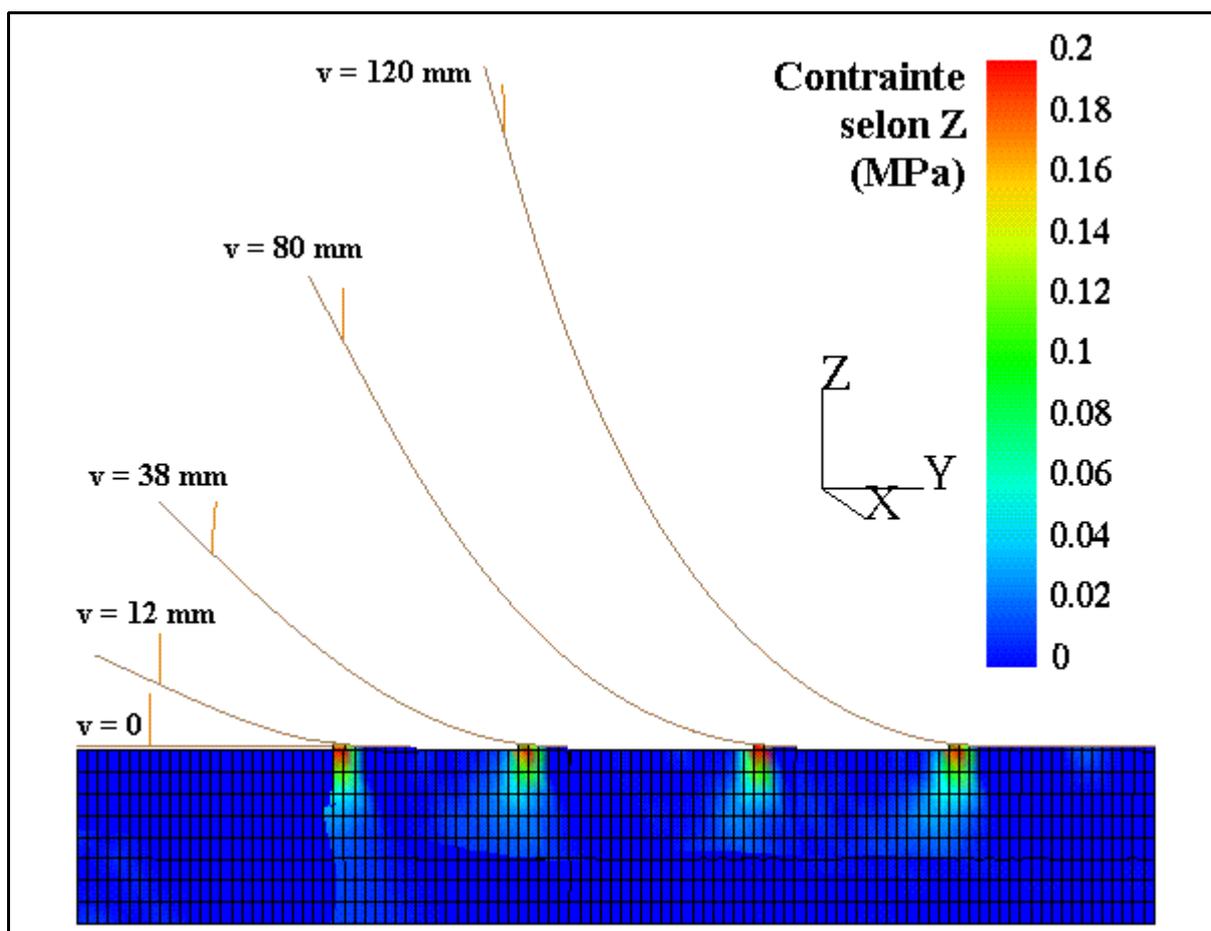
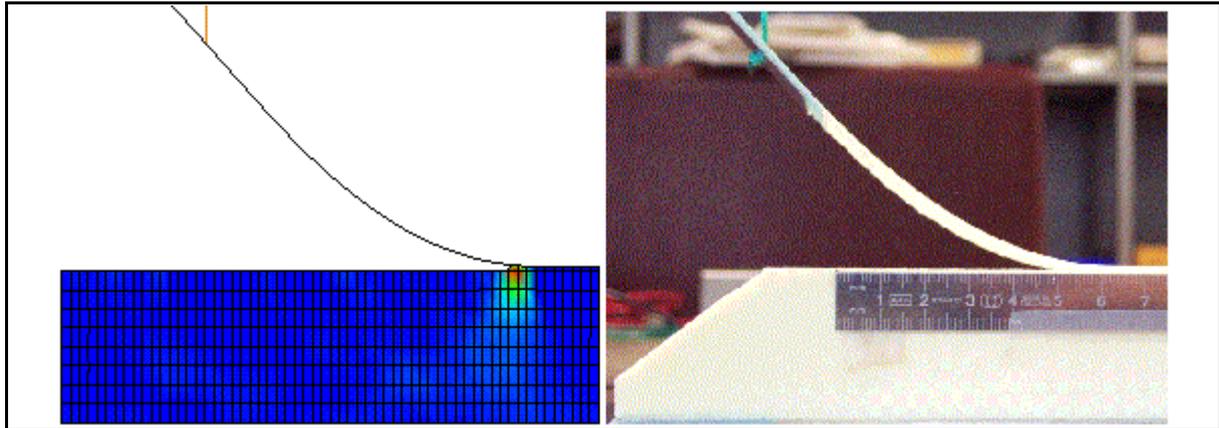


figure V-35 : Propagation dans le modèle Radioss



*figure V-36 : Corrélation des essais de décollement :  
photo à  $v = 49 \text{ mm}$*

### V.3.5 Conclusion

Le modèle de décollement a été testé sur des essais statiques et montre une bonne représentativité du phénomène, notamment de l'avancement de la fissure avec la flèche. Ce modèle sera donc utilisé pour permettre la propagation du décollement dans les modélisations des essais d'impacts réalisés au laboratoire.

Il doit être possible d'améliorer ce modèle en :

- prenant en compte par deux paramètres différents les ouvertures en modes I et II. Cela devrait permettre de rendre les résultats des lois indépendants des caractéristiques mécaniques de la peau, mais le calcul des lois devient alors plus compliqué.
- évaluant la dépendance du phénomène avec la vitesse des sollicitations. Pour cela, des essais de décollement en dynamique seraient nécessaires pour comparer avec les essais déjà réalisés.

## V.4 MODÉLISATION : MÉTHODE GLOBALE POUR L'INITIATION ET LA PROPAGATION DU DÉCOLLEMENT APPLIQUÉE AUX ESSAIS AU POIDS TOMBANT

Ce paragraphe a pour but d'expliquer la méthode proposée pour la modélisation globale du décollement avec initiation et décollement, en 2D, et d'en valider le principe. Pour cela, on s'appuie sur les résultats des essais d'impact réalisés au laboratoire, et présentés au chapitre III.

Il s'agit donc d'utiliser des maillages de faible densité. Les tailles de mailles sont définies arbitrairement, y compris sur la couche endommageable. La loi d'endommagement correspondante est calculée par les routines du code Sup2D explicitées au paragraphe V.3.

L'initiation du décollement se fait par une combinaison du modèle d'initiation en flambage dynamique, pour une valeur arbitraire de défaut, et du critère sur la contrainte à rupture dans la mousse.

La propagation est alors gérée par la loi définie ci-dessus.

### V.4.1 Maillage des éprouvettes

#### V.4.1.1 Description du maillage

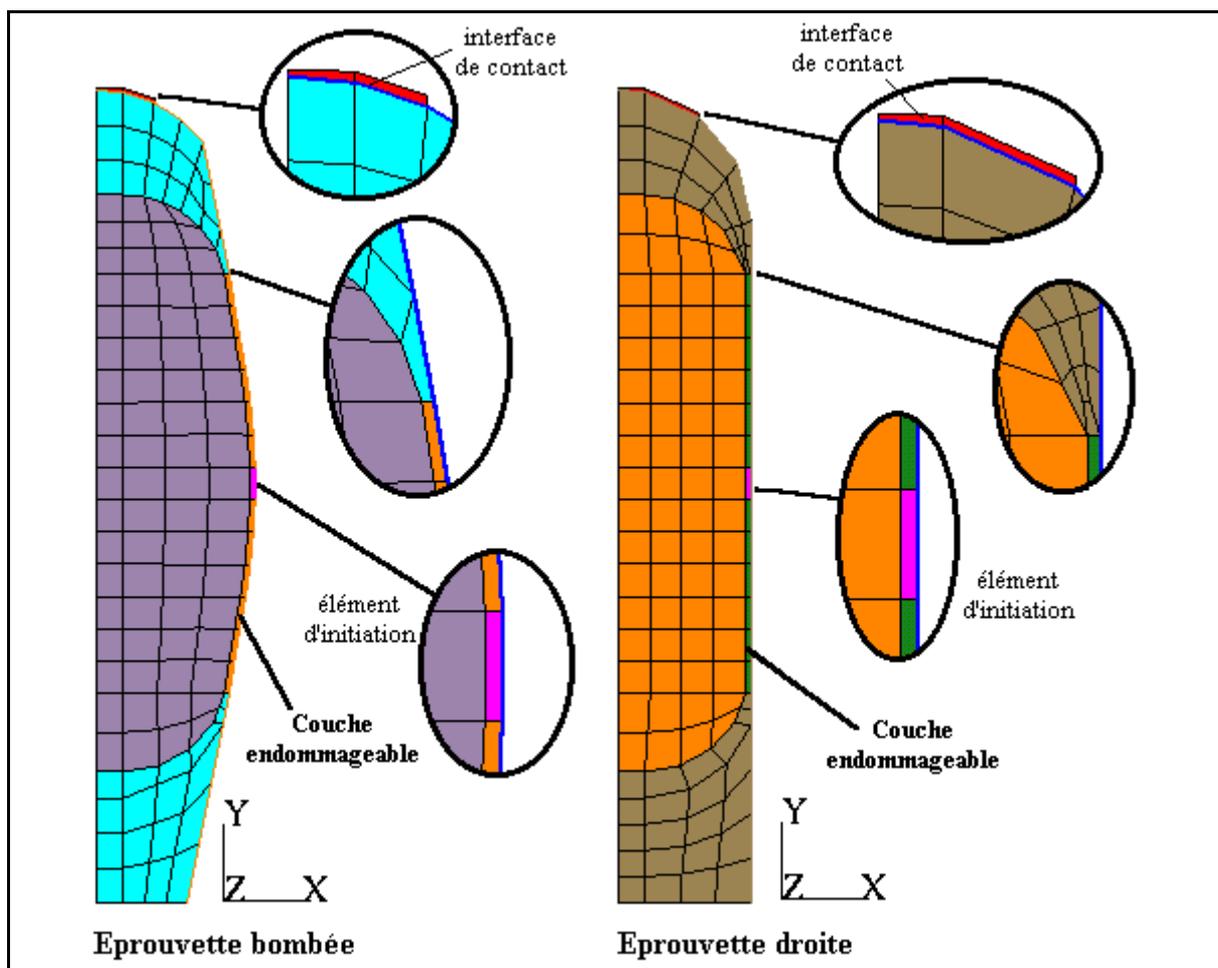


figure V-37 : Maillage des éprouvettes

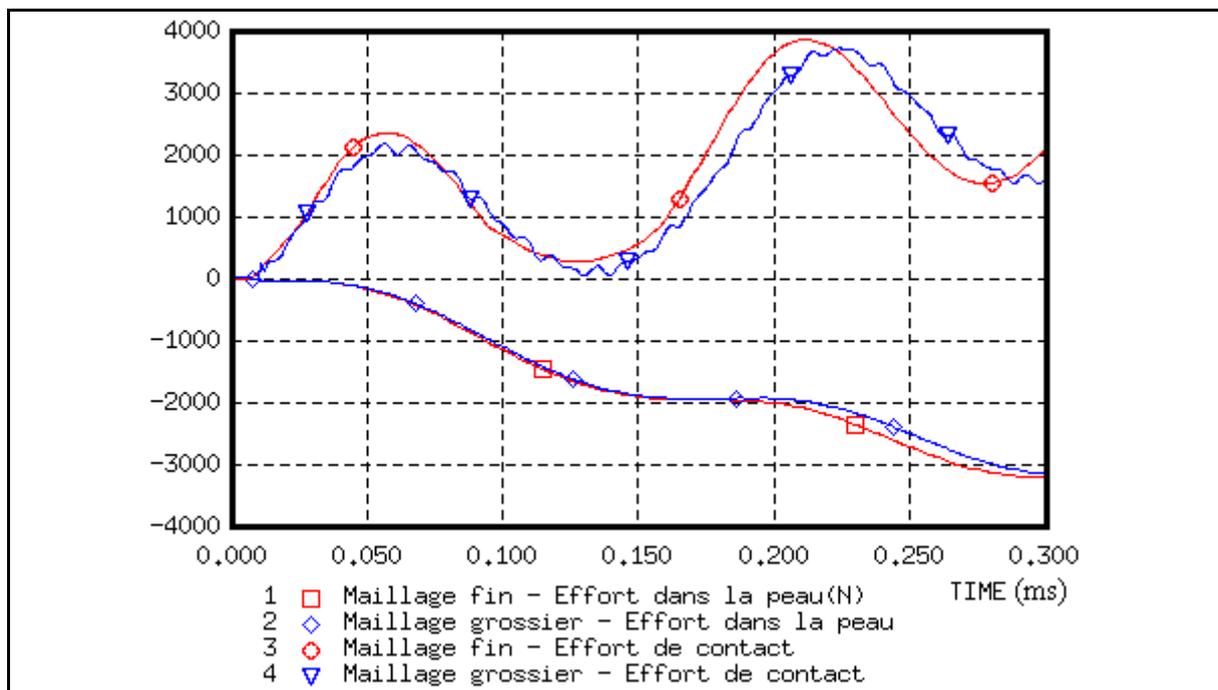
La modélisation des essais sur éprouvettes droites est reprise avec un maillage de faible densité, du type de celui proposé pour la modélisation de pale. La figure V-37 présente ces maillages pour les deux types d'éprouvettes testées. Les éléments de la mousse ont pour dimension 3\*3 mm, sauf dans la couche endommageable, où ils ont une épaisseur de 0.5 mm, pour une longueur de 3 mm. Le maillage des parties en acier est lui aussi réalisé avec des éléments de plus grande taille, et des détails sont représentés sur les dessins.

#### V.4.1.2 Comparaison des résultats avec un maillage fin

Une comparaison est effectuée entre les modèles fins et les modèles étudiés, afin de vérifier que l'utilisation d'un maillage de faible densité n'apporte pas de grandes différences sur la modélisation globale de la réponse de la structure. L'essai sur éprouvette droite à  $v = 2.29$  m/s est présenté sur la figure V-38 pour exemple. On remarque que les différences sont faibles.

Les résultats sont similaires pour les calculs sur éprouvettes bombées.

Il est donc possible d'utiliser des modèles avec de grande mailles, et d'y appliquer les critères d'initiation adéquates pour le décollement des peaux.



**figure V-38 : Modélisation Radioss : éprouvette droite,  $v = 2.29$  ms : comparaison avec un maillage fin**

### V.4.2 Critères d'initiation du décollement

On dispose de deux critères pour gérer l'initiation du décollement. L'application de ces critères dans les modèles à maillage de faible densité est décrite dans ce paragraphe.

#### V.4.2.1 Initiation par surcontrainte dans la mousse

Il s'agit de l'initiation du décollement lorsque la mousse, dans un élément de la couche

endommageable, atteint ses limites mécaniques. Le critère utilisé dans cette étude ne prend en compte que la contrainte normale transverse de traction. Il s'écrit donc :  $\sigma_Y > \sigma_{ult}$ , où  $\sigma_{ult}$  est la contrainte à rupture en traction dans la mousse.

Ce critère est simple à gérer en terme de modélisation, puisque les contraintes au sein des éléments de la couche sont connues. Lorsque le critère est vérifié, l'élément est détruit, initiant ainsi le décollement

#### V.4.2.2 Initiation par flambage local

Dans ce cas, l'initiation est due à une instabilité locale. Selon la finesse du maillage, l'instabilité peut ne pas être prise en compte par le modèle, c'est notamment le cas lorsque la taille des mailles n'est pas suffisamment faible devant la longueur d'onde de flambage (figure V-39). Le critère permet donc de s'affranchir du problème de la représentativité du maillage.

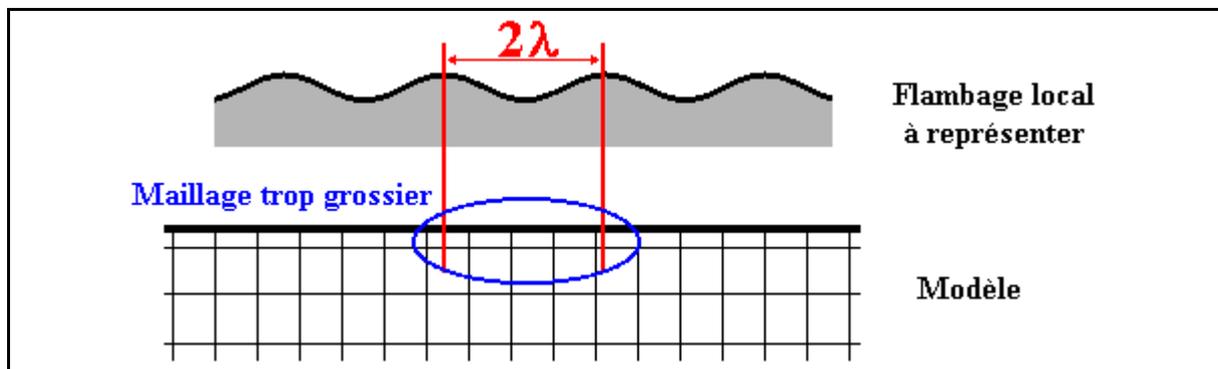


figure V-39 : Représentativité du maillage dans la modélisation du flambage

Le critère proposé dans le chapitre IV (programme Fladyn) est formulé en effort normal dans la peau. Dans le code Radioss, il n'est pas possible de faire passer des informations d'un élément à un autre. Connaître l'effort dans la peau ne permet donc pas de déclencher le décollement par destruction d'un élément de la couche.

Pour effectuer le lien entre l'élément poutre représentant la peau et l'élément endommageable, on effectue une approximation en considérant que la déformation selon X dans l'élément est égale à la déformation moyenne dans la peau.

Cette hypothèse n'est pas rigoureuse dans le sens où la déformation dans l'élément n'est pas calculée à partir des seuls noeuds communs à l'élément et à la poutre, mais est en fait la déformation de l'élément quadrangle selon l'axe X.

Pour vérifier que l'approximation est suffisamment bonne pour pouvoir être utilisée, des calculs sur peaux droites et bombées dans la configuration de maillage par grands éléments ont été réalisés. La figure V-40 représente les courbes des déformations dans la peau et dans l'élément. Elles correspondent aux cas de chargement étudiés, et montre donc que l'approximation est raisonnable, à moins de 10% près.

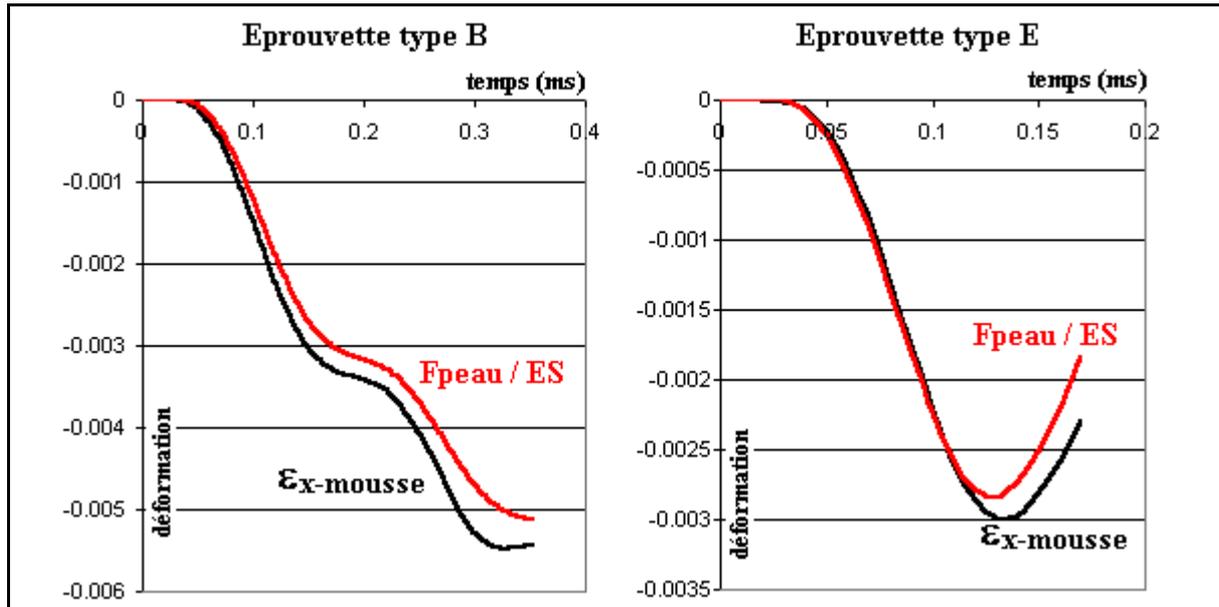


figure V-40 : Egalité des déformations dans la peau et l'élément

Finalement, on obtient une égalité entre la force normale dans la peau et la déformation dans l'âme. Le modèle d'initiation sous flambage dynamique est donc appliqué à l'effort calculé par :

$$F = E_p \cdot S_p \cdot \epsilon_{x, mousse} \quad (\text{eq. V-8})$$

Lorsque le programme Fladyn repère l'initiation du décollement, l'élément dans lequel l'initiation a lieu est détruit.

#### V.4.2.3 Bilan

Globalement, on obtient un critère double portant sur la contrainte transverse et la déformation longitudinale dans les éléments de la couche endommageable (figure V-41).

La programmation du critère se fait au sein de chaque élément au moyen d'une loi utilisateur matériau. Les deux critères y sont couplés, pour vérifier les deux critères dans chaque élément susceptible d'être endommagé pour initier le décollement.

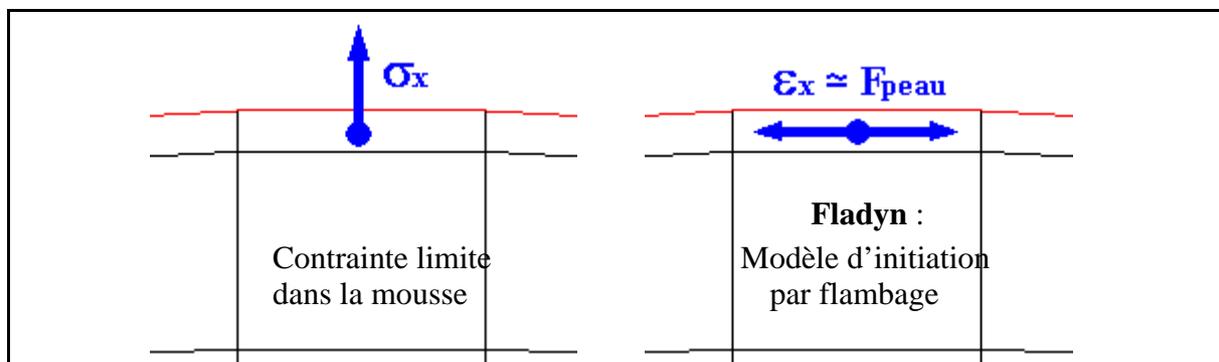


figure V-41 : Double critère d'initiation du décollement

## V.4.3 Application au calcul des essais sur éprouvettes droites

### V.4.3.1 Initiation du décollement

L'initiation est supposée se produire dans un élément prédéterminé pour simplifier le problème (figure V-42). Cet élément est situé à l'endroit critique déterminé par les maillages fins, c'est à dire en haut de la couche endommageable. Le calcul est effectué pour une vitesse de 2.29 m/s. Deux lois matériaux sont utilisées : la première pour l'initiation dans l'élément cité ci-dessus, et la seconde pour la propagation du décollement, dans les autres éléments de la couche endommageable.

Les paramètres du modèle d'initiation sont les mêmes que ceux définis pour les modèles fins (tableau V-1).

Les paramètres du modèle de propagation sont :

- $Y_0 = 0.007$
- $Y_f = 1.35$
- $n = 10$

Les calculs montrent que l'initiation du décollement apparaît encore plus tôt que lors de la modélisation fine (0.12 ms, pour 0.14 ms avec le maillage fin, et 0.17 ms pour les résultats d'essais). Cet écart par rapport à la modélisation fine est dû à l'approximation de l'effort normal à partir des déformations dans la mousse.

Pour palier ce problème, on diminue l'effort calculé à partir des déformations de 10%. Cette correction permet d'obtenir un résultat très proche du modèle fin.

Sous Radioss, il est également possible de régler le problème en utilisant une fenêtre utilisateur. Cela permet d'avoir accès directement aux valeurs des déplacements des noeuds communs à la peau et à l'élément endommageable pour calculer directement la déformation de la peau.

### V.4.3.2 Propagation du décollement

D'autre part, un problème de modélisation apparaît également après initiation du décollement. En effet, sur le calcul effectué, les résultats montrent qu'après initiation du décollement, la propagation ne s'enclenche pas.

Pour expliquer cela, il suffit de revenir à l'origine même du phénomène de décollement et à sa modélisation. Il a été vu que le décollement est dû à une instabilité locale. Dans un maillage fin, lorsque l'instabilité apparaît, les contraintes augmentent localement, la peau subit un déplacement transverse, et lorsque l'effort augmente, la contrainte et le déplacement transverses augmentent jusqu'à la rupture de la mousse. A ce moment, les déplacements transverses ne sont pas négligeables, et le fait de détruire l'élément permet l'accroissement des déplacements transverses encore plus rapidement.

Dans le cas de la modélisation avec des éléments de grande dimension, le décollement est initié à partir d'un critère (ici, le programme Fladyn). Lorsque l'élément est détruit sous la peau, il n'y a ni instabilité, ni déplacement transverse. Ainsi, la propagation ne peut se déclencher immédiatement. Il faut attendre que la destruction de l'élément provoque une distribution particulière des contraintes qui engendre à son tour un déplacement transverse.

Il est donc nécessaire d'engendrer un déplacement transverse de la peau au niveau des éléments détruits pour initier la propagation du décollement. En pratique, sous Radioss, on n'impose pas un déplacement mais un effort transverse qui permet de déclencher la propagation. La problématique est donc de savoir quel effort ou déplacement imposer pour déclencher la propagation du décollement de manière réaliste.

Le calcul précédent est donc repris. Pour corriger l'initiation prématurée, on utilise la correction de 10% de la déformation. L'initiation ne peut avoir lieu que dans les deux éléments prédéfinis, et l'effort de déclenchement est appliqué au noeud commun de ces deux éléments (figure V-42). Un premier calcul est effectué pour déterminer l'instant  $t_0$  de l'initiation du décollement. Un second calcul est alors lancé en imposant l'effort transverse à l'instant  $t_0$  pour déclencher la propagation du décollement.

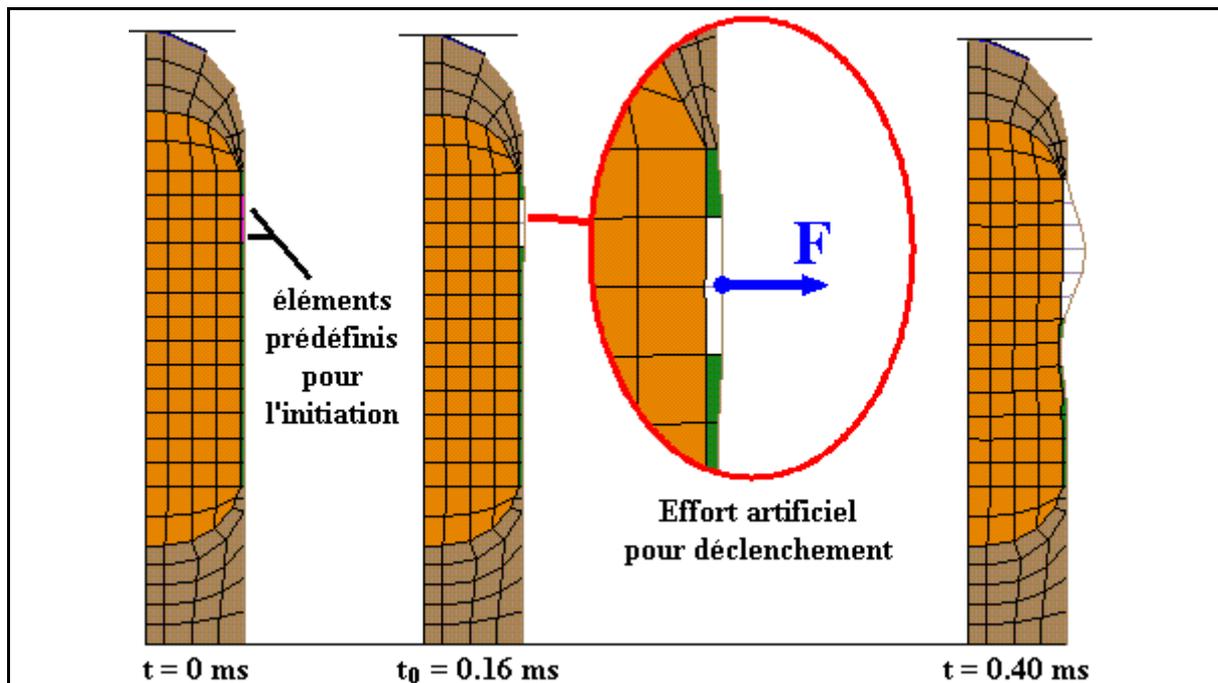


figure V-42 : Décollement de la peau, éprouvette droite,  $v = 2.29$  m/s

Différents efforts de déclenchement sont introduits pour tester la réponse du modèle. Cinq calculs sont réalisés, avec les efforts définis ci-dessous :

- un calcul sans initiation, pour établir les courbes de référence,
- un calcul avec initiation mais sans force de déclenchement,
- un calcul avec force de déclenchement de 1000 N, sur une durée de 1  $\mu$ s,
- un calcul avec force de déclenchement de 5000 N, sur une durée de 1  $\mu$ s,
- un calcul avec force de déclenchement de 1000 N, sur une durée de 8  $\mu$ s.

Imposer ces efforts revient à appliquer un déplacement transverse à la peau. La figure V-43 présente les courbes des efforts imposés et les déplacements transverses du point associé.

La figure V-44 montre l'effort normal dans les peaux obtenus par calcul. On observe qu'entre le modèle sans initiation de décollement, et le modèle avec initiation, mais sans effort artificiel pour déclencher, aucune différence n'apparaît durant les 150  $\mu$ s représentées après l'initiation du décollement. Ceci montre bien la stabilité artificielle de la peau après destruction de l'élément d'initiation.

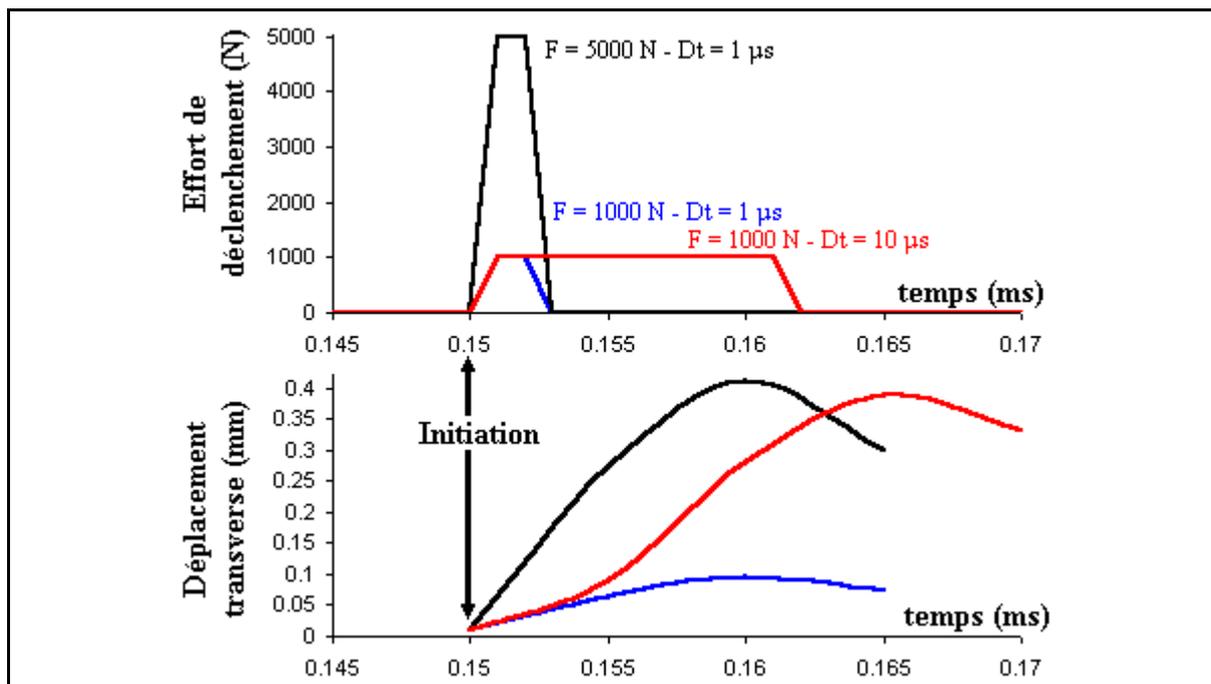


figure V-43 : Effort de déclenchement et déplacement transverse du noeud associé

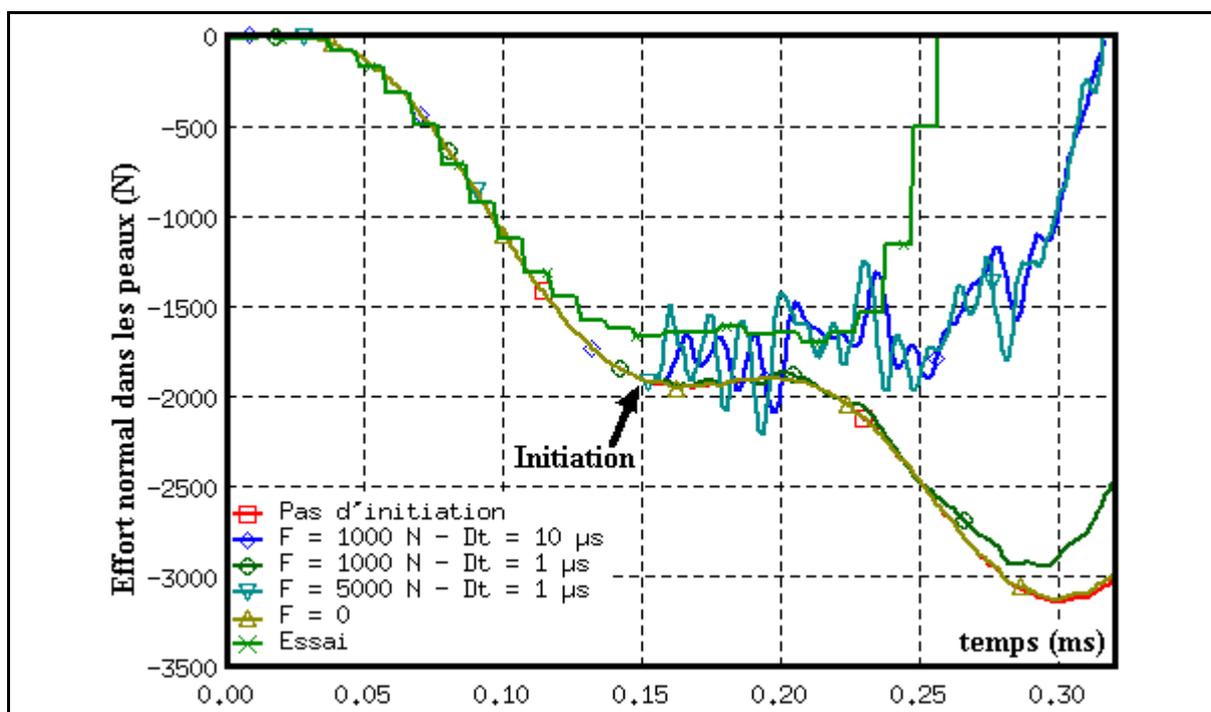


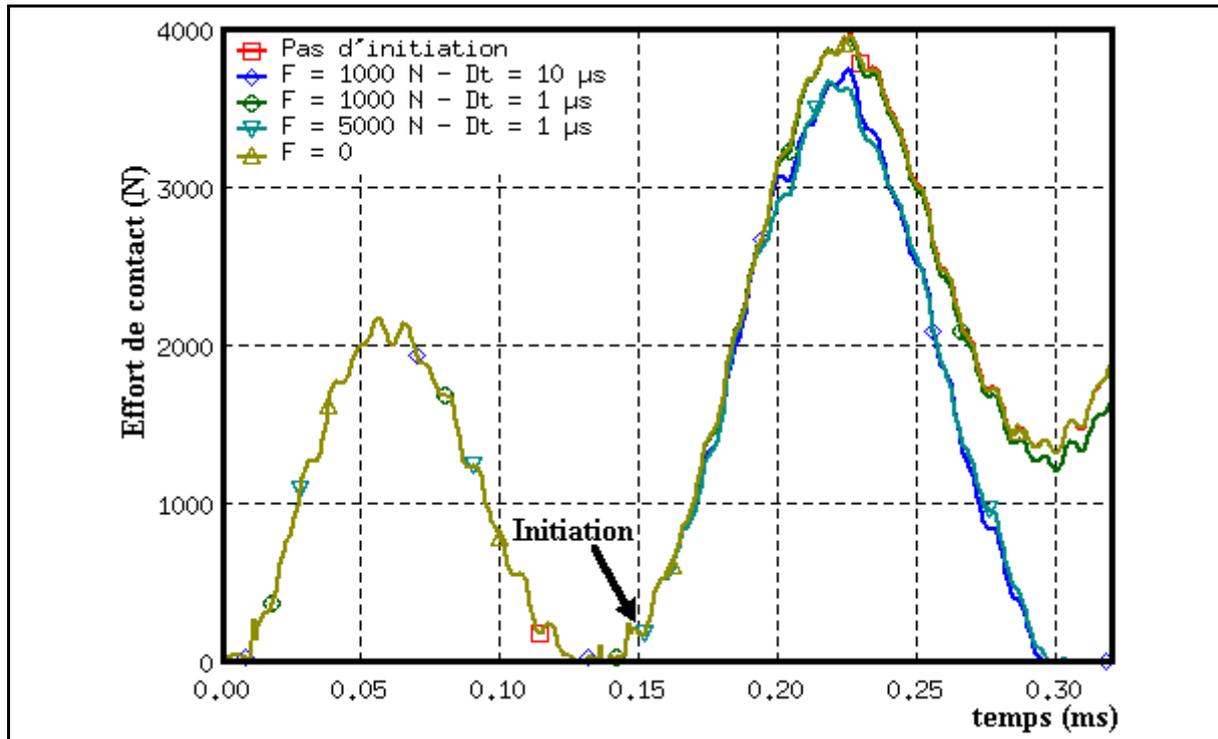
figure V-44 : Déclenchement de la propagation : effort normal dans la peau, essai à  $v = 2.29 \text{ m/s}$

En introduisant un pic d'effort de 1000 N pendant  $1 \mu\text{s}$  après l'initiation, on remarque une diminution de l'effort normal dans la peau : le déplacement transverse associé à cet effort est de 0.1 mm. C'est insuffisant : le déclenchement artificiel a un effet, mais il faut attendre  $150 \mu\text{s}$  pour que l'effet soit notable. En augmentant encore l'effort (5000 N), ou en prolongeant

l'effort ( $\Delta t = 10 \mu s$ ), le déplacement transverse atteint 0.4 mm. Le déclenchement devient plus efficace, et on peut considérer que son effet est immédiat.

La forme de la déformation dans la peau est alors proche de celle des essais, avec un léger retard.

Les résultats sur l'effort de contact, représentés sur la figure V-45, sont similaires. Plus l'effort de déclenchement appliqué est fort ou long, plus l'effort de contact revient rapidement à zéro, ce qui correspond à dire que la rigidité de la structure diminue. Or, c'est bien le décollement des peaux qui provoque cette diminution.



*figure V-45 : Déclenchement de la propagation : effort de contact, essai à  $v = 2.29 \text{ m/s}$*

En utilisant une force de déclenchement adéquate, il est donc possible de pallier le problème de déclenchement de la propagation. Dans le cas étudié, un déplacement transverse de 0.4 mm suffit.

Reste tout de même le fait que cette modélisation nécessite d'être effectuée en deux temps : un premier calcul pour déterminer l'initiation de la rupture, et un deuxième pour appliquer l'effort de déclenchement et calculer la propagation du décollement.

#### V.4.4 Application au calcul des essais sur éprouvettes bombées

##### V.4.4.1 Calculs

Les essais réalisés sur éprouvettes de type E sont également modélisés. Le maillage des éprouvettes bombées, avec la position de l'élément d'initiation est représenté sur la figure V-37.

La figure V-46 présente l'évolution de l'éprouvette lors de la modélisation de l'impact à la vitesse de 1.9 m/s. En particulier, il est possible de suivre l'évolution du décollement et des

contraintes transverses au sein de l'âme de la structure. La valeur de la contrainte maximale de traction dans la mousse, utilisée comme critère d'initiation, est de 0.7 MPa.

L'image à  $t = 0.15$  ms montre bien l'évolution globale de la contrainte transverse dans l'âme avant décollement.

Durant les premiers instants suivant le décollement, une onde de contrainte transverse apparaît. Elle est provoquée par le relâchement brutal des contraintes de traction lors du décollement. C'est la raison pour laquelle au temps  $t = 0.20$  ms, il existe un maximum des contraintes transverses au coeur de l'âme, visible sur la figure V-46 : c'est la photo instantanée de cette onde. Après quelques microsecondes, la contrainte transverse s'annule, et seules restent quelques surcontraintes au niveau du fond de fissure de décollement.

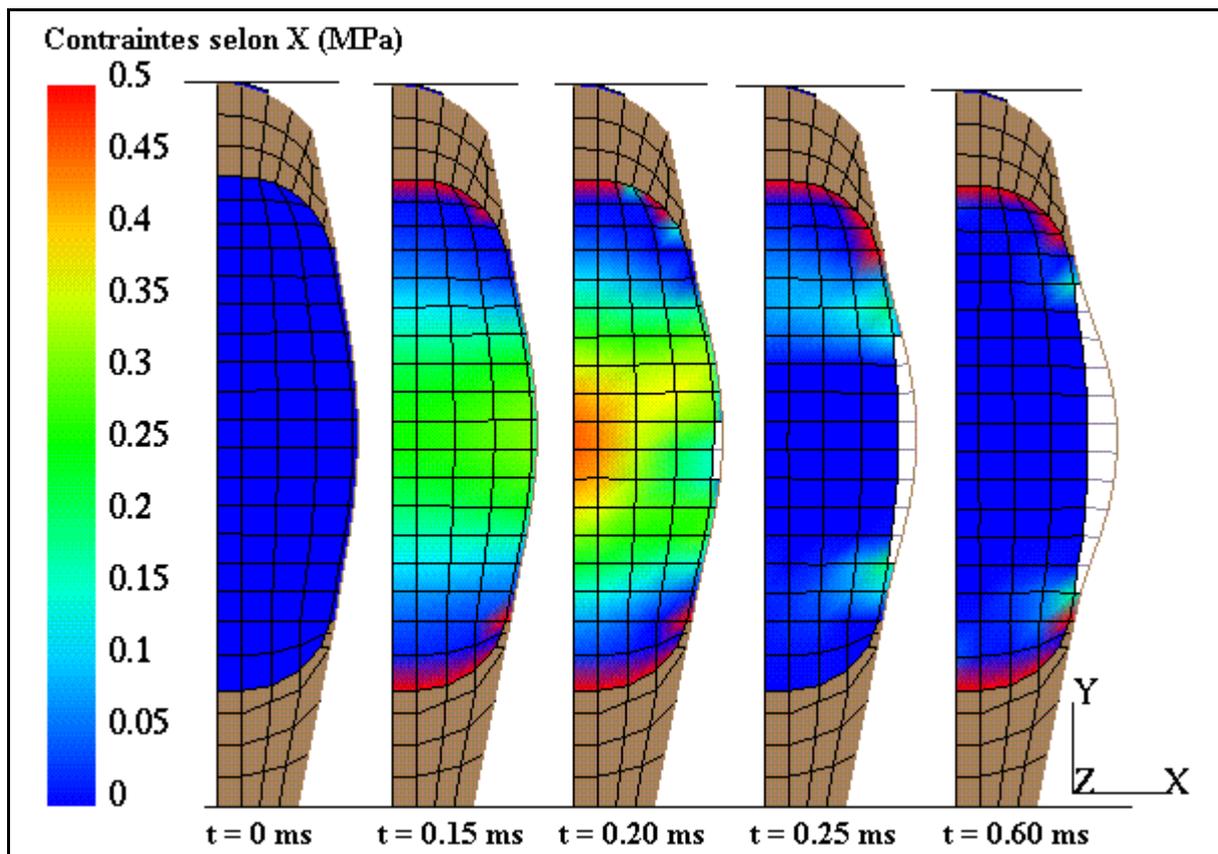


figure V-46 : Décollement de la peau, essai de type E,  $v = 1.9$  m/s

Contrairement au cas des éprouvettes droites, il n'y a pas de problème de déclenchement. Sur les éprouvettes bombées, la courbure permet au décollement de se propager dès la destruction de l'élément d'initiation.

Des courbes de résultats sont présentées dans le paragraphe suivant.

#### V.4.4.2 Influence de la contrainte maximale de traction dans la mousse

Pour estimer la sensibilité du comportement de la structure avec l'instant d'initiation, des calculs ont été réalisés en faisant varier la contrainte à rupture dans la mousse. Pour cela, le calcul avec décollement décrit ci-dessus est réalisé à nouveau, pour différentes valeurs de la contrainte maximale.

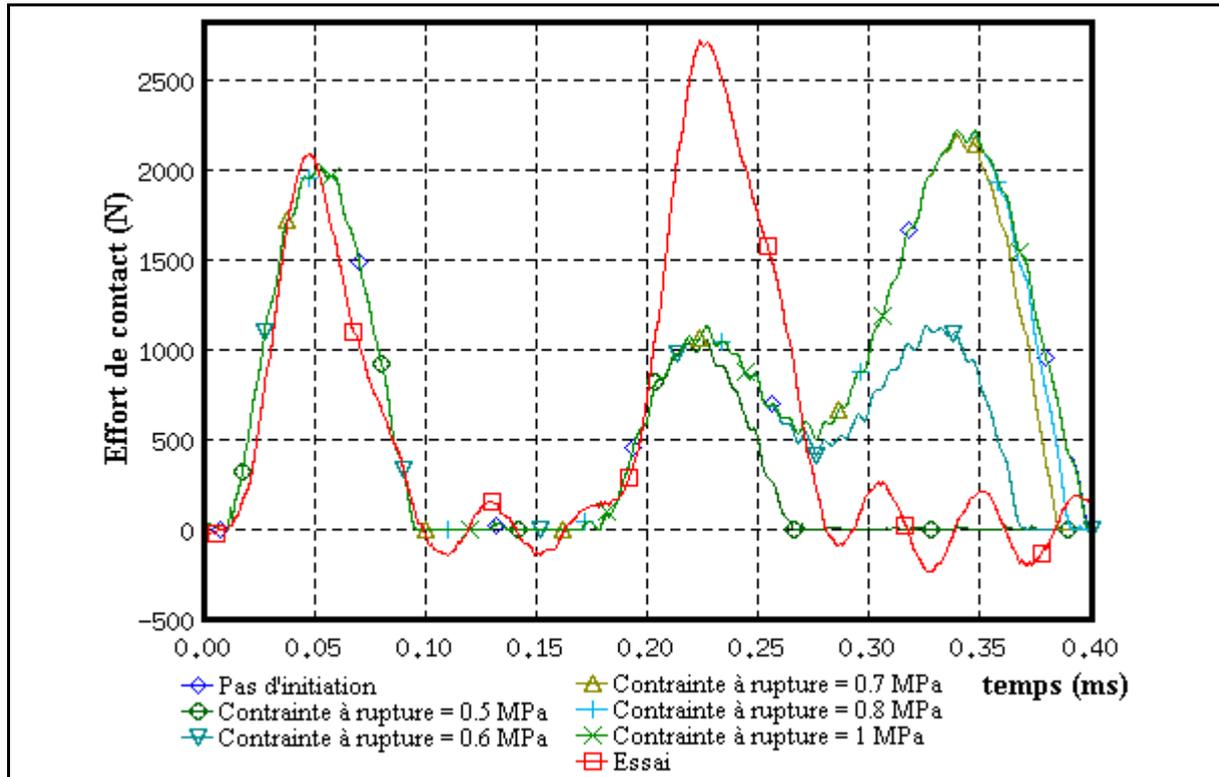


figure V-47 : Effort de contact, essai à  $v = 1.9$  m/s, pour différentes contraintes à rupture

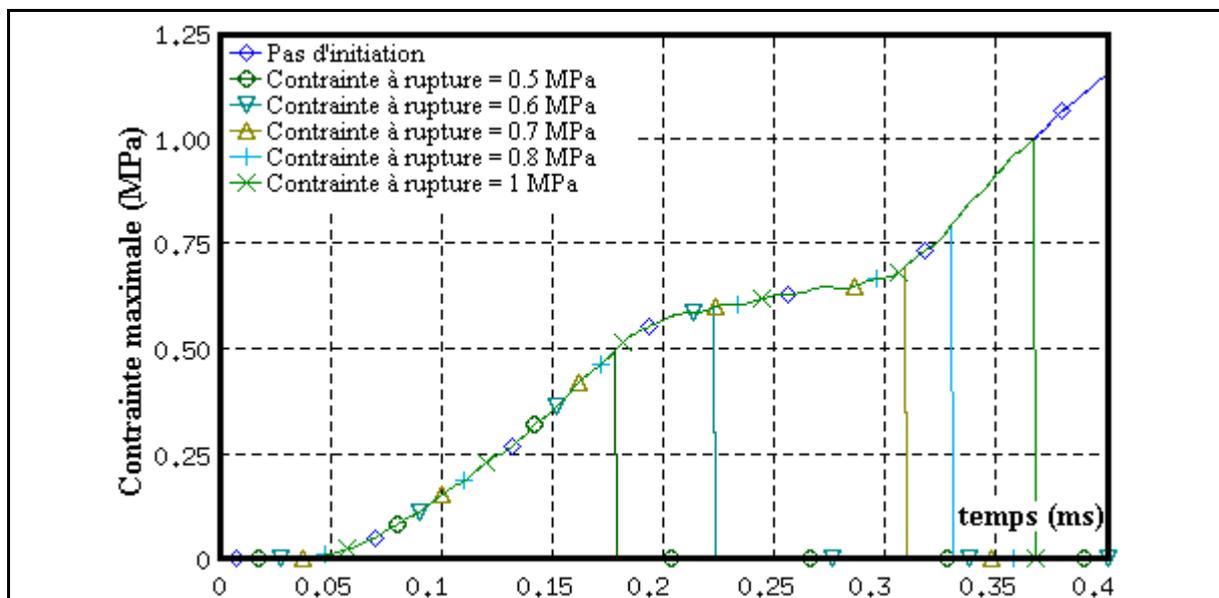


figure V-48 : Contrainte transverse dans l'élément d'initiation, essai à  $v = 1.9$  m/s, pour différentes contraintes à rupture

La figure V-47 représente les courbes de l'effort de contact sur la demi-épreuve modélisée. La courbe d'essai est également présentée, pour comparaison. Il apparaît immédiatement, en comparant la courbe d'essais avec la courbe de calcul sans modélisation du décollement, qu'il y a un problème de modélisation. En effet, le premier pic

de chargement est très bien représenté par les calculs (recalage de la rigidité de contact), alors que le deuxième a une amplitude moindre et une forme particulière. Une étude de sensibilité des principaux paramètres de la structure n'a pas permis de définir une meilleure modélisation du comportement de la structure.

Les calculs sont donc malgré tout réalisés, pour estimer l'influence de l'instant d'initiation du décollement sur le comportement global de l'éprouvette.

Les valeurs de la contrainte à rupture dans la mousse utilisées pour ces calculs sont égales à 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, et 1 MPa.

La figure V-48 représente la contrainte transverse dans l'élément d'initiation. C'est dans cet élément qu'elle est la plus grande. Cette contrainte est comparée à la valeur à rupture précédemment définie pour initier le décollement.

L'augmentation de la contrainte maximale à rupture retarde nettement l'initiation du décollement.

Sur les courbes de l'effort de contact, l'influence n'est pas aussi marquée. En effet, pour les calculs avec les trois valeurs de contrainte supérieures à 0.7 MPa, le second pic de charge reste identique. Par contre, lorsque la contrainte est égale à 0.6 ou 0.5 MPa, on voit une nette diminution du second pic en amplitude et en durée.

En fait, pour ces deux valeurs, l'initiation du décollement a lieu avant ou au début du second pic de charge. Le décollement réduit alors la rigidité globale de la structure, et le second pic s'en trouve aussitôt affecté.

Dans les trois autres cas, l'initiation a lieu pendant le pic de charge. La baisse de rigidité intervient alors trop tard pour que l'effort en soit affecté, et le comportement de la structure est identique à celui du calcul sans endommagement. Il faut alors attendre le troisième pic d'effort pour voir apparaître l'effet du décollement (non représenté ici).

Ainsi, une légère hausse de la contrainte à rupture dans la mousse peut provoquer un décalage conséquent de l'instant d'initiation, et suivant le moment auquel l'initiation a lieu, la réponse globale de la structure peut être considérablement modifiée.

Notamment, il a été vu que le chargement des structures étudiées se fait par pics d'efforts. La réponse de la structure est donc sensible au positionnement de l'initiation du décollement par rapport à ces pics de chargement.

#### V.4.5 Conclusion

Ce paragraphe a permis de montrer que la modélisation par des modèles à maillage de faible densité permet de retrouver le comportement global de la structure lorsque les décollements ne sont pas pris en compte. Les résultats de la modélisation sont d'ailleurs meilleurs sur les essais avec éprouvettes droites que sur les essais avec éprouvettes de type E.

Pour ce qui est de la modélisation du décollement, une méthode est proposée. Elle consiste à appliquer deux critères d'initiation à chacun des éléments de la couche endommageable. Ces critères sont un critère de rupture dans la mousse, et le modèle Fladyn d'initiation sous flambage dynamique.

Les calculs montrent que dans le cas des peaux droites, c'est le modèle Fladyn qui détecte la rupture, alors que pour les éprouvettes bombées, c'est le critère en traction dans la mousse.

Ces deux critères donnent des résultats satisfaisants, et les calculs effectués valident la méthode de calcul 2D du décollement sous impact.

## V.5 MODÉLISATION : APPLICATION AU CAS DE L'IMPACT SUR PALE

L'ensemble des travaux réalisés dans la première partie de ce chapitre a été consacré à proposer une modélisation pour étudier l'impact sur pales, et notamment le décollement des peaux.

Cette partie est consacrée à l'aspect global du calcul. En effet, outre le problème de l'impact et du décollement, le problème de choc sur pale est complexe à modéliser. En effet, l'existence de contraintes dans la pale avant l'impact nécessite la prise en compte et la simulation de la force centrifuge.

Pour des raisons évidentes de coûts en terme de calculs, la réduction du modèle de la pale à une longueur faible mais suffisamment représentative devra également être étudiée.

Enfin, dans une optique industrielle, il est nécessaire de pouvoir fournir à l'utilisateur un outil capable de gérer l'ensemble des opérations, du maillage à la modélisation. Un outil de calcul statique et dynamique vibratoire des pales, appelé CPAO, a été développé au laboratoire, et est actuellement utilisé chez Eurocopter. Cet outil a été amélioré, et doté de nouvelles applications afin de permettre de nouveaux types de maillages adaptés au calcul en dynamique rapide, et surtout de fournir, à partir d'une définition simple de la géométrie de la structure, un fichier pouvant être interprété par le code de calcul Radioss.

Cet aspect sera donc développé dans ce paragraphe.

### V.5.1 Déroulement du calcul

Afin de prendre en compte l'effet de la force centrifuge dans le calcul de l'impact, il est nécessaire d'effectuer le calcul en deux étapes.

La première étape consiste à simuler la mise en rotation de la pale, afin d'obtenir dans la pale un chargement initial, avant l'impact, équivalent à celui d'une pale en vol.

La deuxième étape consiste alors à venir impacter la pale par l'objet choisi, ici, un cylindre métallique en aluminium, à une vitesse proche de celle rencontrée en essais

### V.5.2 Prise en compte de la force centrifuge

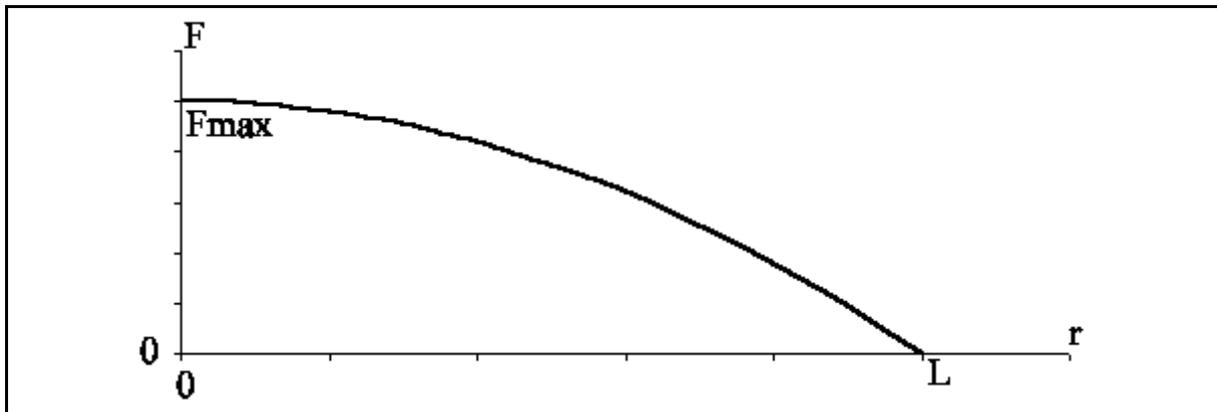
#### V.5.2.1 Quantification de l'effet de la force centrifuge dans une pale

En vol, une pale tourne à une vitesse angulaire  $w$ , et subit donc les effets de la force centrifuge. Tout élément de volume de la pale, de masse  $\delta m$ , situé à la distance  $R$  du centre de rotation de la pale se trouve donc soumis à une force  $\delta F = \delta m.R.w^2$  (figure V-49).



*figure V-49 : Mise en évidence de l'effet de la force centrifuge pour une pale en rotation*

L'allure globale des efforts normaux sur chaque section de la pale s'exprime donc, en fonction de la distance au centre de rotation, par une fonction polynomiale du second degré, comme représenté sur la figure V-50.



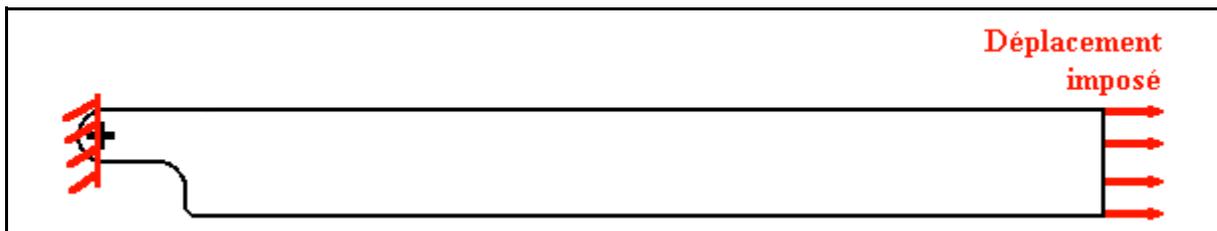
*figure V-50 : Allure des efforts normaux dans une pale en rotation*

Lors d'un impact, selon la position de l'impact sur la longueur de la pale, les contraintes normales dues à la force centrifuge peuvent donc atteindre de fortes valeurs, notamment près de l'axe de rotation. Il est donc nécessaire de prendre en compte les contraintes initiales dues à la force centrifuge.

#### V.5.2.2 Simulation de la force centrifuge

Quatre modélisations sont proposées pour simuler l'effet de la force centrifuge.

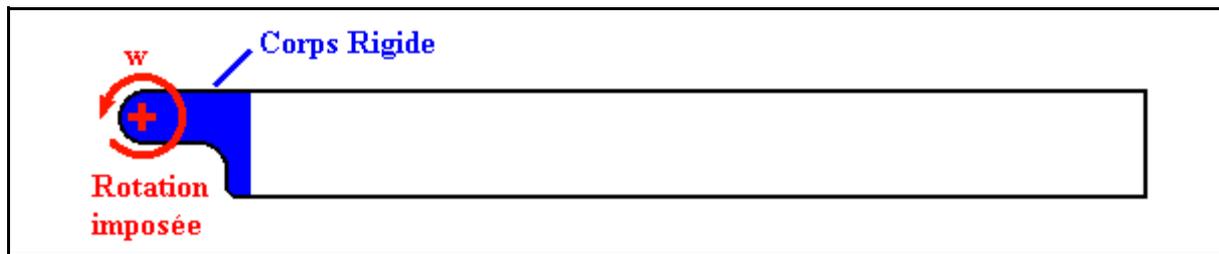
La première méthode est très simple. Elle consiste à imposer en bout de pale un déplacement dans le sens longitudinal (figure V-51). Le déplacement est calculé de telle sorte que les contraintes induites à l'endroit de l'impact soient égales aux contraintes dues à la force centrifuge. Les contraintes induites sont constantes le long de pale.



*figure V-51 : Simulation de la force centrifuge par déplacement imposé*

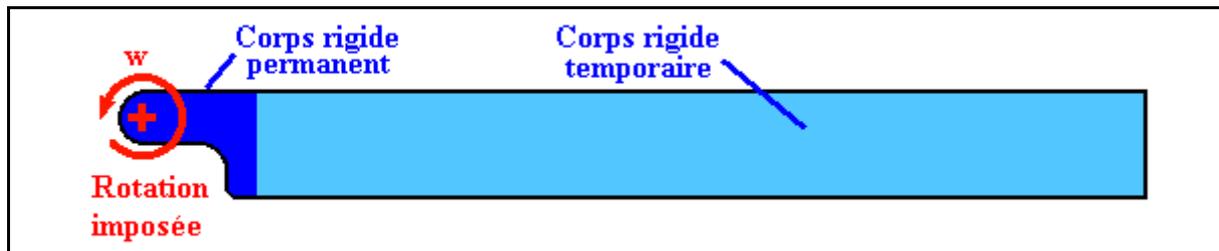
La deuxième méthode consiste à mettre la pale en rotation autour d'un point. Un corps rigide est défini dans la pale, autour de l'axe de rotation, et une vitesse de rotation  $y$  est appliquée (figure V-52). La mise en mouvement de l'ensemble de la pale se fait par transmission des efforts du corps rigide vers le reste de la pale. La mise en rotation doit donc être très progressive, pour ne pas créer de surcontraintes dans les éléments proches du corps rigide. Lorsque la vitesse de rotation atteint la valeur désirée, il faut alors stabiliser cette vitesse. Cette étape peut entraîner des oscillations de la structure autour de la position d'équilibre recherchée. Le problème de l'amortissement de ces oscillations est traité dans le paragraphe suivant. Cette méthode est très réaliste, puisqu'elle simule vraiment une mise en

rotation de la pale. Cependant, les temps de calculs peuvent être prohibitifs à cause de la nature progressive de la mise en mouvement.



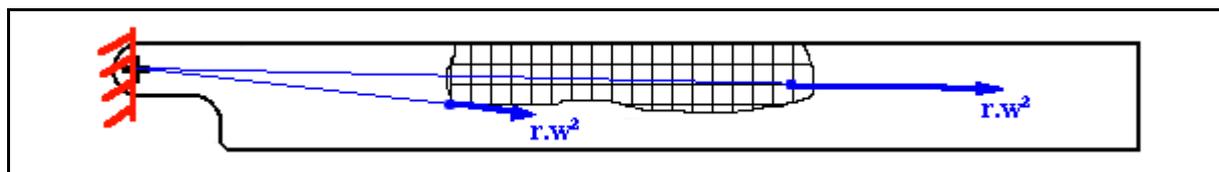
*figure V-52 : Simulation de la force centrifuge par rotation imposée*

La troisième méthode est dérivée de la seconde. Elle consiste également à mettre en rotation la pale autour de son axe. Pour pallier le problème de la mise en mouvement lente, l'ensemble de la structure est défini comme un corps rigide, auquel la vitesse de rotation désirée est immédiatement imposée (figure V-53). Ensuite, le corps rigide est désactivé, et réduit au corps rigide défini dans la méthode précédente, et la vitesse de rotation finale y est toujours appliquée. La structure, libérée du corps rigide temporaire, se charge alors sous les effets de la force centrifuge. La gestion de la désactivation du corps rigide est délicate, car elle peut engendrer des fortes contraintes dans un laps de temps court, et entraîner l'endommagement où la rupture d'éléments. Comme dans le cas précédent, des oscillations apparaissent également, qu'il est nécessaire d'amortir.



*figure V-53 : Simulation de la force centrifuge par rotation imposée à un corps rigide*

La dernière méthode proposée et testée consiste à imposer à la structure un champ d'accélération correspondant à celui de la force centrifuge. C'est le même principe que lorsqu'on fait baigner une structure dans le champ de gravitation terrestre, sauf que la valeur et la direction de la gravité varie avec la position du point considéré. La structure est encadrée au niveau de l'axe de rotation, et à chaque noeud de la structure, on impose une accélération centrifuge de valeur  $r.w^2$ , où  $r$  est la distance au centre de rotation, et  $w$  la vitesse de rotation de la pale (figure V-54). La pale ne tourne pas sous l'effet du champ d'accélération, mais se charge comme s'il y avait une rotation à vitesse  $w$ . Des oscillations apparaissent également avec cette méthode.



*figure V-54 : Simulation de la force centrifuge par la création d'un champ d'accélération*

### *V.5.2.3 Amortissement des vibrations*

Dans chacune des méthodes proposées, la mise en charge de la pale conduit à des oscillations de la structure autour de sa position d'équilibre ou de son mouvement établi. La nature des oscillations dépend essentiellement de la vitesse et de la nature du chargement.

Ces oscillations doivent être atténuées avant de réaliser l'impact sur la pale. Le logiciel Radioss propose deux méthodes pour amortir les oscillations.

La première consiste à appliquer un coefficient d'amortissement à un groupe ou l'ensemble des éléments de la structure. Elle est gérée par le mot clé DYREL (pour relaxation dynamique), et nécessite de définir deux coefficients : la période du signal à atténuer, et le coefficient d'amortissement. Cette méthode nécessite donc de connaître la nature des oscillations pour appliquer l'amortissement convenable.

La seconde méthode est une méthode empirique, qui consiste à réduire à zéro les vitesses aux noeuds à chaque fois que l'énergie cinétique globale du modèle atteint un maximum. Le résultat est un amortissement global de la structure. La commande Radioss est KEREL (pour relaxation cinétique).

Lorsque la structure est amortie, il faut annuler les commandes d'amortissement avant de soumettre la pale à l'impact. Dans le cas contraire, les endommagements dus à l'impact seraient sous-estimés.

### *V.5.2.4 Choix de modélisation*

Malgré sa simplicité, la méthode des déplacements imposés ne peut être retenue, car elle ne permet pas de prendre en compte la décroissance des contraintes normales dues à la force centrifuge. Elle ne donne donc pas une représentativité suffisante de l'état de contrainte avant l'impact.

La méthode de rotation imposée de la structure autour de son axe a l'avantage d'être la plus réaliste, puisqu'elle simule effectivement la mise en rotation d'une pale, mais nécessite des temps de calculs plus importants que les autres méthodes.

La méthode de rotation imposée à l'ensemble de la structure en tant que corps rigide est difficile à gérer à cause des fortes sollicitations à la désactivation du corps rigide. Elle est donc également écartée.

La méthode retenue est donc la dernière. Avec cette méthode, la pale ne tourne pas, mais les contraintes internes dues à la force centrifuge sont bien estimées. En outre, les coûts CPU sont inférieurs par rapport à la méthode numéro 2.

Pour l'amortissement des oscillations, le mode de résolution choisi est la relaxation cinétique, pour sa simplicité d'utilisation.

Le paragraphe suivant montrera comment le champ d'accélération est appliqué dans Radioss.

## **V.5.3 Réduction du modèle : effet des conditions aux limites**

### *V.5.3.1 Problème de la réduction du modèle*

Dans un souci de gain de temps de calcul, il n'est pas envisageable de modéliser l'ensemble de la pale. Il faut donc s'attacher à réduire au maximum la région à modéliser, tout en restant représentatif du phénomène étudié.

L'impact à grande vitesse est un phénomène local. Il est donc possible de ne modéliser qu'un tronçon de pale pour étudier l'endommagement par impact. Cependant, il n'est pas possible de définir a priori la largeur de la zone représentative à prendre en compte.

D'autre part, réduire la taille du modèle revient à ne pas représenter une partie de la pale. Cela pose un problème lorsqu'on désire prendre en compte les forces centrifuges, puisqu'une partie de la masse se trouve manquante. Il est donc nécessaire de trouver une modélisation permettant la réduction de la taille du modèle, sans perdre les informations sur les précontraintes dans la structure dues à la rotation.

### V.5.3.2 Modélisation proposée

La modélisation proposée est la suivante : pour prendre en compte les effets de la force centrifuge, il faut représenter les masses de la pale situées vers l'extrémité libre de la pale. Pour ne pas alourdir le modèle, cette partie de la pale sera représentée par des éléments barres. Quelques éléments barres suffiront donc à représenter les masses réparties dans de la pale. La partie amont de la pale, c'est à dire vers l'axe de rotation, n'a pas besoin d'être modélisée, puisqu'elle n'apporte rien dans l'établissement des précontraintes dans la zone étudiée. Finalement, seul un tronçon de pale est modélisé en éléments coques et 3D. La partie amont de la pale n'est pas représentée, elle est remplacée par un encastrement. La partie avale est modélisée par des barres, reliées au reste de la structure par un corps rigide (figure V-55).

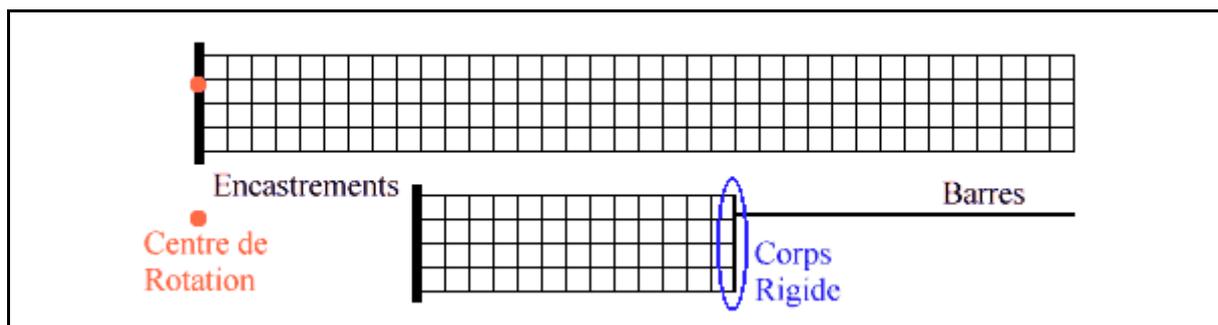


figure V-55 : Réduction du modèle

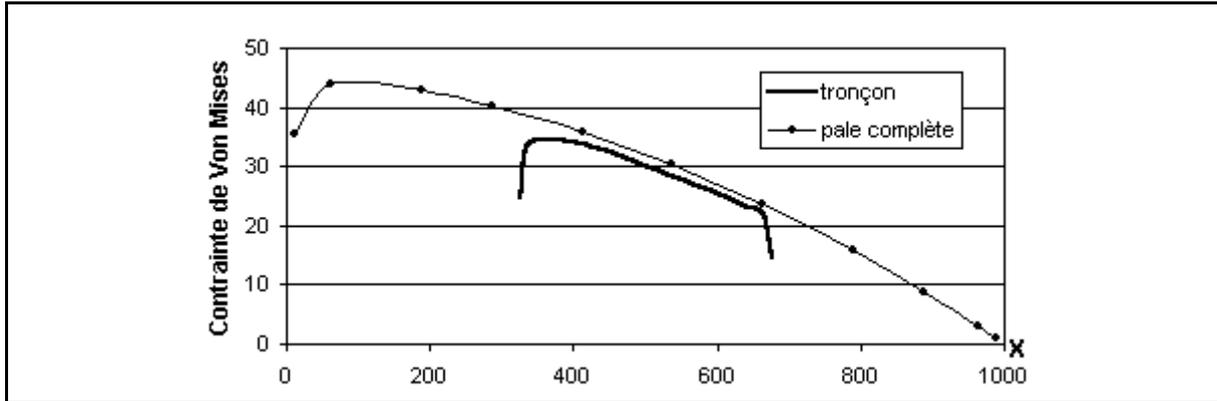
### V.5.3.3 Validation

Un modèle 3D simplifié est utilisé pour valider la modélisation proposée pour la réduction du modèle. Les dimensions du modèle, les matériaux utilisés et leur répartition dans la structure sont représentatif de la pale étudiée (longeron + peau + matériau de remplissage à faibles caractéristiques mécaniques)

Pour établir des courbes de références, un premier calcul est effectué sur la structure entière. Elle est soumise à un champ d'accélération pour prendre en compte les effets de la force centrifuge.

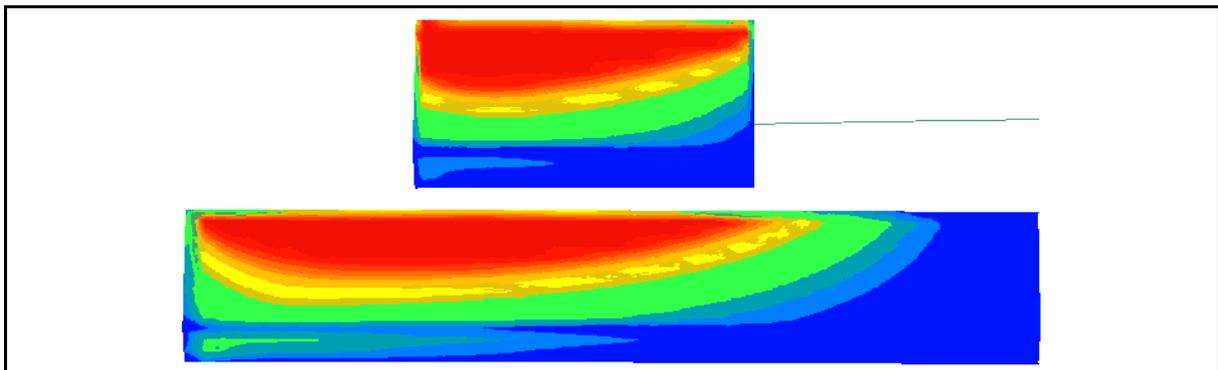
Un deuxième calcul est réalisé avec le modèle réduit défini ci-dessus. La structure ainsi définie est également soumise à un champ d'accélération.

La figure V-56 présente les courbes des contraintes de Von Mises dans le longeron pour le modèle complet et le modèle réduit. Les contraintes observées dans le tronçon de pale sont proches de ceux du calcul de la pale complète, sauf aux abords du corps rigide et de l'encastrement.

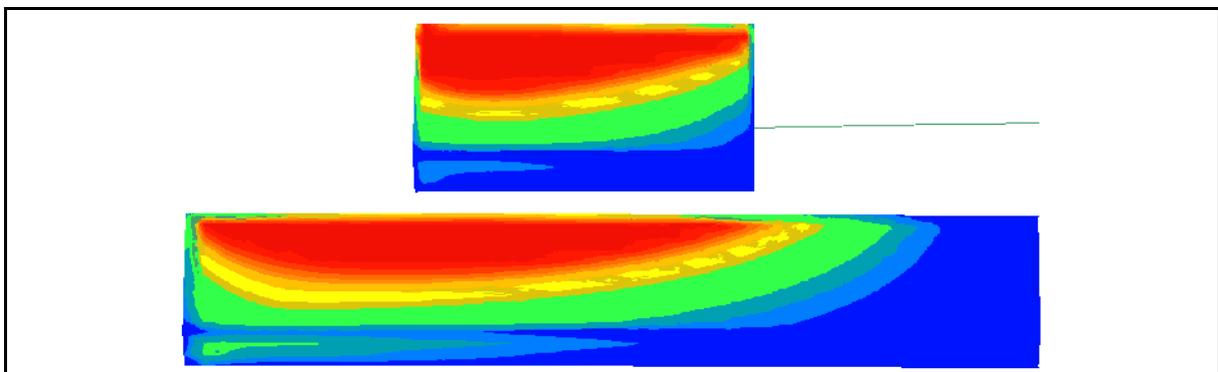


*figure V-56 : Evolution des contraintes de Von Mises dans le longeron, en fonction de x*

Les figure V-57 et figure V-58 permettent de visualiser les contraintes de Von Mises dans le longeron et dans les peaux pour les modèles complet et réduit. On observe également une bonne approximation des contraintes et déformations, sauf aux extrémités du tronçon. Les différences relevées sur les courbes et les visualisations sont principalement dues au fait que le corps rigide et l'encastrement rigidifient le modèle réduit à ces extrémités, et empêchent la dilatation transverse de la structure, modifiant ainsi localement l'état de contrainte.



*figure V-57 : Visualisation des contraintes dans le longeron*



*figure V-58 : Visualisation des contraintes dans la peau*

#### *V.5.3.4 Conclusion*

Différentes modélisations ont été réalisées pour étudier la prise en compte de la force centrifuge dans le calcul à l'impact. La solution retenue est d'appliquer aux noeuds de la structure une accélération égale à celle qui serait engendrée par la rotation autour de l'axe. Cette modélisation a été étendue à un tronçon de pale, et a permis de vérifier la possibilité de prendre en compte la force centrifuge en ne modélisant qu'un tronçon de pale.

Cependant, les modélisations utilisées pour les conditions aux limites sur le tronçon de pale apportent indéniablement des erreurs dans les calculs. Il faut notamment faire attention au problème de la propagation des ondes dans le modèle réduit. En effet, lorsque les ondes atteignent les extrémités du tronçon, elles reviennent vers le point d'impact plus tôt que dans le modèle complet.

On s'attachera donc à vérifier que la largeur du tronçon est suffisamment grande pour que le retour des ondes ne viennent pas perturber le calcul des endommagements autour du point d'impact.

La prise en compte des effets de la force centrifuge, et le calcul de l'impact pourraient être amélioré en faisant évoluer la modélisation proposée. Notamment, les barres représentant les masses réparties de la pale pourraient être remplacées par des poutres prenant en compte le gauchissement, et le corps rigide pourrait être remplacé par une condition cinématique compatible avec le gauchissement des sections dans la pale. L'estimation des précontraintes s'en trouverait nettement améliorée. Par contre, ces améliorations ne permettraient pas d'éliminer entièrement le problème de la réflexion parasite des ondes aux extrémités du modèle réduit, tout au plus de le réduire.

#### *V.5.4 Mise à jour de l'outil de maillage et création du transfert des données*

Le logiciel CPAO est un logiciel de Conception de Poutres Assisté par Ordinateur. A partir de la définition d'une section de poutre, il permet de connaître les efforts et la résistance des poutres sous sollicitations statiques ou en dynamique vibratoire. Ce logiciel est utilisé chez Eurocopter pour la conception des pales d'hélicoptère.

Pour le calcul de l'impact sur pale d'hélicoptère, ce logiciel n'est bien-sûr pas adapté, et c'est le logiciel Radioss qui a été retenu. Cependant, le logiciel Radioss ne disposant pas de mailleur, et dans un souci d'harmonisation des outils numériques, il a été décidé que la préparation des fichiers de données nécessaires au code Radioss seraient fabriqués à partir de CPAO.

Les spécificités propres à CPAO, à Radioss, et au calcul de l'impact ont rendu nécessaires l'amélioration du mailleur de CPAO, et la création de modules particuliers pour créer les fichiers Radioss.

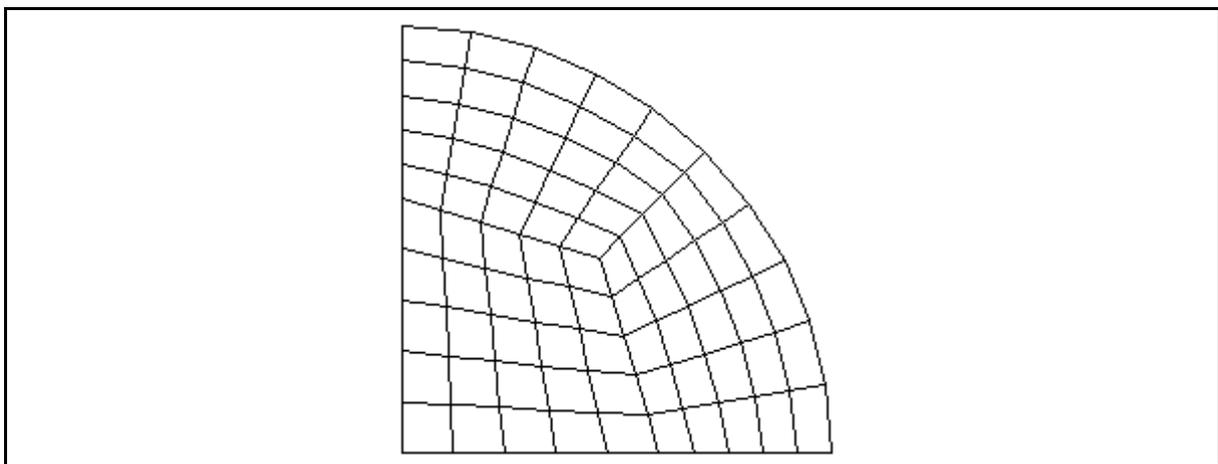
Les paragraphes suivants abordent ces travaux qui ont été réalisés dans le cadre de l'étude.

##### *V.5.4.1 Amélioration de l'outil de maillage*

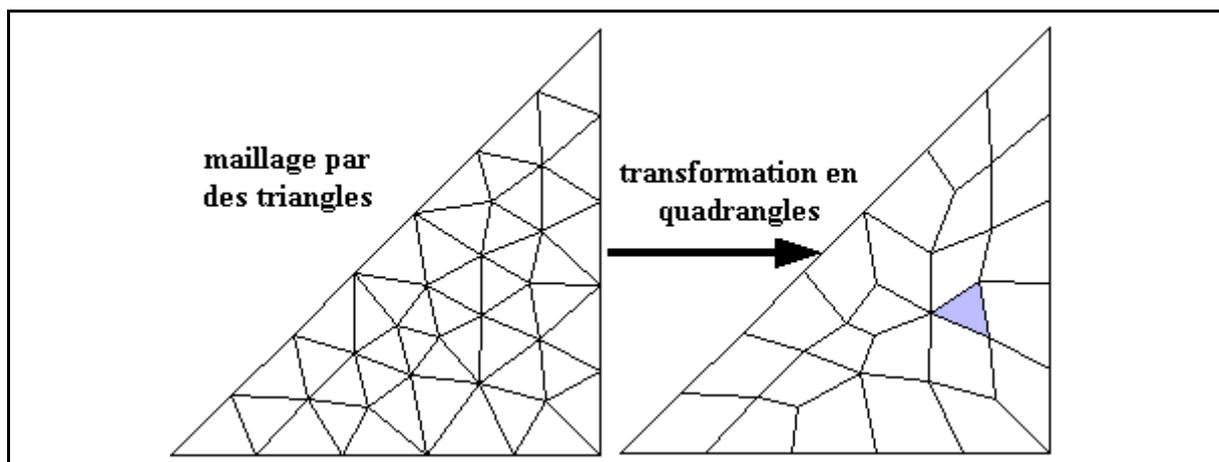
Le mailleur de CPAO est un mailleur 2D. Dans le cas de la modélisation de pales, il est nécessaire de fabriquer un maillage 3D. Un module d'extrusion du maillage a donc été créé pour fabriquer ces maillages 3D. Tout maillage qui peut être obtenu par extrusion d'une section est donc réalisable sous CPAO.

Il est également possible d'appliquer un mouvement de rotation ou de translation à un groupe d'éléments afin de positionner un maillage 3D dans n'importe quel position. Ceci est particulièrement utile pour mailler un impacteur cylindrique dont la génératrice n'est pas parallèle à celle de la pale.

Plus particulièrement, des améliorations ont également été effectuées sur le maillage des sections. Les surfaces autres que les quadrilatères étaient maillées en éléments triangles. Il est d'usage dans les codes de dynamique rapide de mailler le plus souvent possible en éléments quadrangles, pour des raisons de pas de temps et de qualité des calculs. Des modules du mailleur ont donc été créés afin de pouvoir mailler les surfaces à 3 côtés directement en éléments quadrangles (figure V-59), et afin de pouvoir transformer un maillage quelconque en triangles en un maillage par quadrangles, par combinaison des éléments triangles. Il ne permet bien-sûr pas toujours d'éliminer la totalité des triangles (figure V-60).



*figure V-59 : Maillage par quadrangles d'une surface à 3 côtés*



*figure V-60 : Transformation d'un maillage par éléments triangles en maillage par éléments quadrangles*

#### V.5.4.2 Transfert mailleur - code de calcul

Une fois les sections maillées, et les extrusions définies, un module spécifique de CPAO permet de créer le fichier de données nécessaire pour les calculs sous Radioss, c'est à dire les données sur les noeuds, les éléments, les matériaux, propriétés, conditions limites, ...

Ainsi, l'utilisateur dispose d'un seul outil pour mailler ses modèles, aussi bien pour les calculs statiques que pour les cas d'impact.

#### *V.5.4.3 Mise en rotation : champ d'accélération*

Le pré-processeur de Radioss ne permet pas d'appliquer à une structure un champ d'accélération induit par un mouvement de rotation, mais uniquement un champ constant de type gravité, appliqué sur un groupe de nœuds. Le choix de la méthode du champ d'accélération pour simuler la rotation nécessite donc la création de conditions limites spécifiques.

Une routine a été développée sous CPAO qui permet de calculer l'accélération à introduire à chaque nœud, dans le fichier source, pour simuler l'accélération centrifuge.

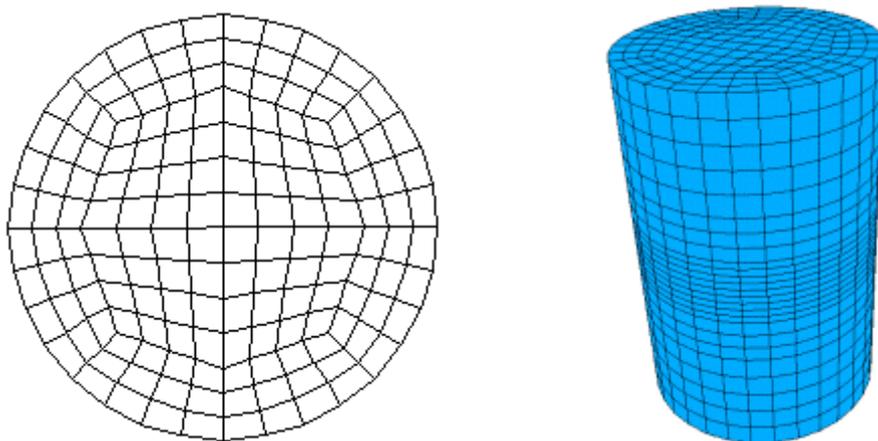
### V.5.5 Maillage de la pale

La définition de l'outil de maillage et de transfert des données ayant été abordée, voyons comment est réalisé le maillage d'une pale sous CPAO, pour utilisation sous Radioss.

La méthode des éléments finis requiert un maillage adapté au problème traité, et suit des règles d'usage. Pour les codes explicites, il en est de même, et certaines contraintes supplémentaires s'y ajoutent, dues au parcours des ondes dans la structure. Ce paragraphe présente le maillage utilisé pour la pale et son impacteur.

#### *V.5.5.1 L'impacteur*

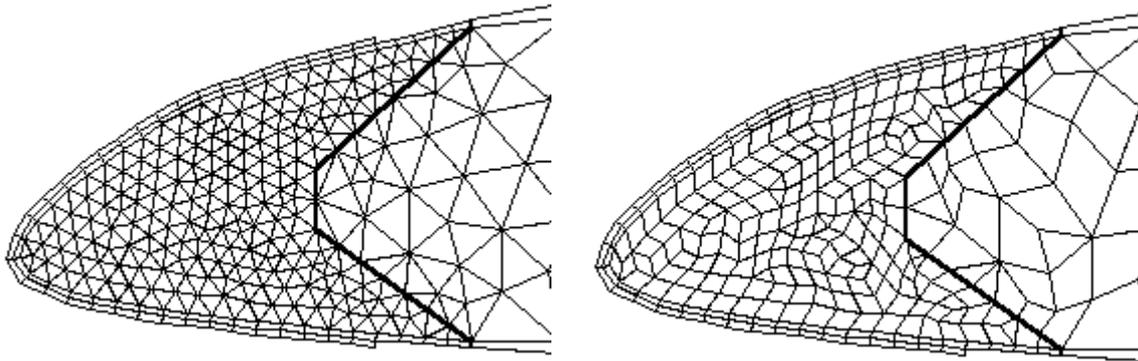
L'impacteur est modélisé par un cylindre métallique. La section de l'impacteur est maillée en 2D, sous CPAO, puis extrudée pour obtenir un cylindre. La section est formée de quatre quarts de disque maillés indépendamment. La section obtenue est représentée sur la figure V-61, et suit les règles d'usage des maillages de cylindres ([WINKELMULLER 2000]). Pour réduire la taille du modèle numérique, sans dégrader les résultats, le cylindre est maillé plus finement dans son plan médian, autour de la zone d'impact.



*figure V-61 : Maillage de l'impacteur : section et perspective*

### V.5.5.2 La pale

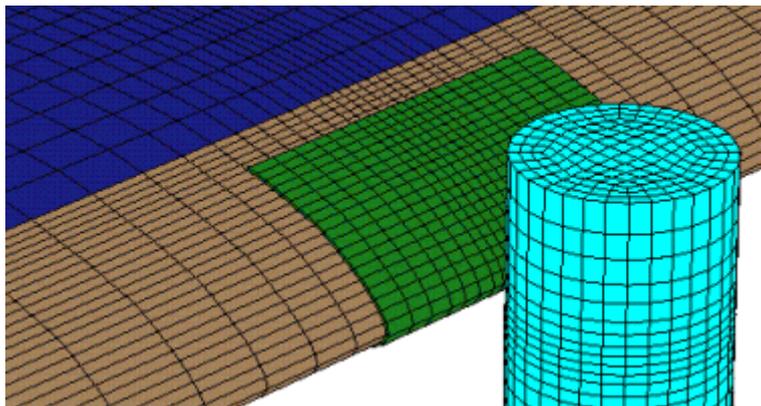
La section du longeron principal est maillée automatiquement en triangles. Une transformation est alors appliquée par le module de transformation, afin de regrouper les triangles en quadrangles (figure V-62). Une paramétrisation de cette transformation permet de ne pas créer de quadrangles trop distordus. Certains triangles ne peuvent être éliminés (moins de 5% dans les configurations testées), mais la qualité du maillage s'en trouve globalement améliorée.



**figure V-62 : Maillage du longeron : transformation d'un maillage par triangles en maillage par quadrangles**

De la même façon, l'ensemble de la mousse est modélisé en éléments triangles, puis transformé en éléments quadrangles. Pour créer la couche endommageable sous la peau, pour la modélisation du décollement, une fonctionnalité est utilisée qui permet de définir une couche d'éléments d'épaisseur donnée le long d'un profil de la section.

Les peaux sont modélisées par des éléments coques, ainsi que les nervures.



**figure V-63 : Maillage du bord d'attaque en éléments 3D : perspective**

Au niveau du bord d'attaque, il est important de pouvoir prendre en compte les épaisseurs du titane et des peaux pour modéliser la rigidité de contact à l'impact. Une modélisation en coques ne le permet pas, et empêche donc de modéliser l'énergie dissipée par la compression dans le sens de l'épaisseur des plaques. Une interface de contact formée d'une couche d'éléments 3D est alors définie (un seul élément dans l'épaisseur de la couche) pour gérer la perte d'énergie au contact (figure V-63).

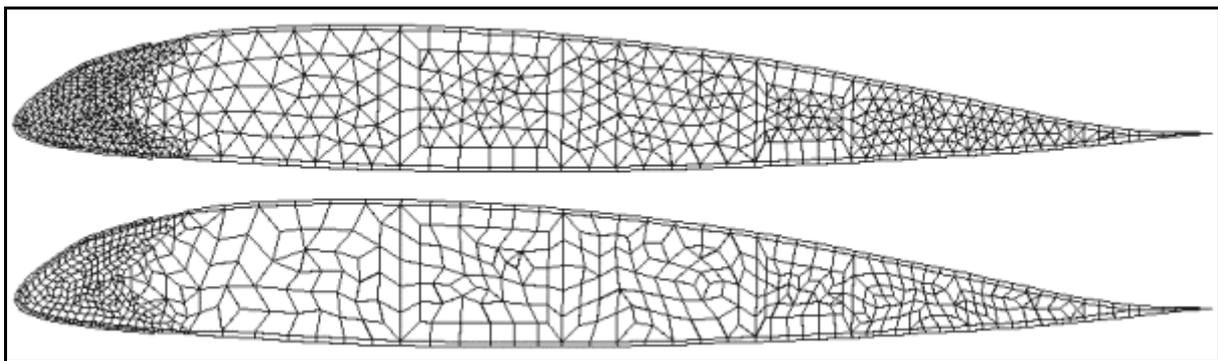
L'idéal serait d'utiliser des coques épaisses, pouvant gérer la contrainte transverse, et pouvant être reliées à des coques, pour effectuer la liaison entre le longeron et les peaux reposant sur la mousse. Un tel élément est en cours de mise au point au laboratoire.

Il n'est pas utile de créer ces éléments 3D pour la modélisation du contact sur l'ensemble de la peau, puisque les effets de membrane et de flexion dans les peaux sont repris par les éléments coques situés en dessous. Ce maillage est donc restreint à la zone d'impact.

Pour des raisons évidentes, le maillage en coques de la peau, et le maillage en éléments 3D de l'interface de contact doivent être concordants (figure V-62).

Enfin, l'arêtier pose des problèmes particuliers pour le maillage, car il se termine par des éléments de petite taille, qui font chuter le pas de temps de calcul sous Radioss, et génère ainsi des temps de calcul importants. Il a donc été choisi de ne pas utiliser le maillage automatique des arêtiers que propose CPAO, mais de venir directement coller entre elles les couches d'intrados et d'extrados.

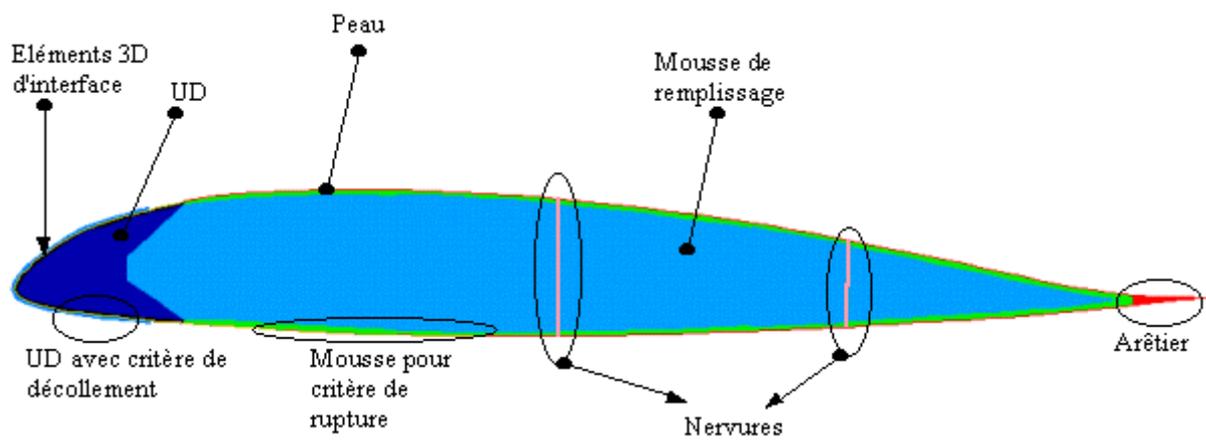
Sur la figure V-64 apparaissent les maillages du profil avant et après transformation en éléments quadrangles. On voit qu'une très grande partie des éléments triangles sont assemblés pour donner des quadrangles, aussi bien dans le longeron principal que dans la mousse de remplissage.



*figure V-64 : Maillage global de la section en triangles (dessus) et en quadrangles (dessous)*

La figure V-65 rappelle la répartition des matériaux dans le profil de la pale :

- le longeron en UD,
- la mousse de remplissage,
- les peaux (une seule couleur de représentation pour l'ensemble des drapages),
- les nervures,
- l'arêtier,
- les éléments 3D d'interface de contact,
- la fine couche d'éléments mousse permettant de gérer le décollement de la peau,
- la fine couche d'éléments du longeron permettant de gérer le décollement de la peau du bord d'attaque.



*figure V-65 : Répartition des matériaux dans la section*

### V.5.6 Conclusion

A ce stade de l'étude, une méthode a été proposée pour prendre en compte l'effet de la force centrifuge dans la pale impactée, tout en ne représentant qu'un tronçon de la pale. Cette méthode donne de bons résultats et sera donc utilisée pour le calcul de l'impact sur pale.

Parallèlement, le logiciel CPAO développé au laboratoire a été amélioré afin de résoudre les problèmes de maillage propres au cas de l'impact sur pale. Des nouvelles fonctionnalités permettent de mailler la section de la pale de façon appropriée, de l'extruder pour obtenir un modèle 3D, de créer un impacteur de type cylindrique, et d'appliquer le champ d'accélération due à la rotation de la pale à l'ensemble des noeuds concernés.

Il est donc possible à partir de CPAO de préparer un modèle Radioss de pale prenant en compte l'ensemble des conditions initiales de chargement avant impact.

# Conclusion générale et perspectives

Les incidents d'impact sur pales d'hélicoptère observés en vol montrent la nécessité pour le constructeur de pouvoir dimensionner les pales à l'impact pour leur assurer une tenue résiduelle suffisante en cas d'incident en vol. Les essais réalisés à ce jour montrent la difficulté de la prévision des dommages, mais ont permis de mettre en avant les principaux points critiques de l'étude de chocs sur pale, notamment la forte déformation du longeron sous l'impact et le décollement des peaux.

Pour l'industriel, l'impact est donc un problème majeur, qui nécessite la création d'outils adaptés pour la prévision de l'endommagement. C'est également avant tout un problème complexe qui met en jeu un grand nombre de phénomènes physiques. C'est pourquoi nous avons eu, dans cette étude, à la fois une approche globale du calcul de l'impact, en proposant une méthodologie et des outils adaptés à l'utilisation dans l'industrie, et une réflexion sur différents phénomènes physiques précis intervenant dans le processus de l'endommagement et leur modélisation.

Une méthode globale de calcul a été proposée. Aujourd'hui, les seuls outils numériques adaptés au calcul de l'impact sont les codes éléments finis explicites. Ils permettent de gérer les contacts, de prendre en compte les phénomènes de dynamique rapide et l'endommagement des matériaux. Pour des raisons industrielles, le code choisi pour l'étude est le logiciel Radioss. Pour des raisons de temps de calcul, les pales ne peuvent être maillées finement. Cette contrainte est à l'origine même des méthodes proposées dans cette étude pour la modélisation de l'impact.

Le calcul de l'impact s'effectue en deux étapes. La première consiste à générer dans la structure un chargement représentatif de l'état de contrainte d'une pale en vol, c'est à dire de prendre en compte les effets de la force centrifuge. La seconde est l'impact en lui-même. La méthode adoptée pour prendre en compte le chargement initial consiste à appliquer aux noeuds du modèle une accélération équivalente à celle qui serait obtenue pour une pale en rotation. Elle donne de bons résultats. Afin de réduire la taille du modèle, seul un tronçon de pale est modélisé. La méthode de prise en compte de la force centrifuge est alors adaptée au nouveau problème en introduisant des éléments poutres au bout du tronçon, qui représentent la masse manquante de la pale.

Parallèlement, l'outil numérique CPAO réalisé au laboratoire et utilisé par le constructeur pour la conception des pales est amélioré afin de lui permettre de gérer les problèmes de maillage et de création des fichiers d'entrée de Radioss propres à l'étude. Un mailleur 3D adapté au calculs en dynamique rapide est réalisé, ainsi qu'un module permettant de prendre en compte les conditions initiales à imposer pour représenter la force centrifuge. Les fichiers de données directement exploitables par Radioss sont fabriqués à partir de CPAO, ainsi, l'industriel dispose d'un outil unique pour la conception des pales en statique, en dynamique vibratoire, et pour préparer les modèles Radioss.

Outre ces problèmes liés à la modélisation globale de l'impact, la complexité du problème de l'impact sur pale provient de la multiplicité des phénomènes mis en jeu :

- matériaux composites,
- vitesses de déformation élevées,
- flambage des peaux,
- décollement des peaux,
- utilisation de matériaux à faibles caractéristiques mécaniques (mousse).

Pour cette étude, nous nous sommes restreint à l'étude de la structure impactée, en considérant des chocs avec des objets métalliques durs.

Au niveau des matériaux, une étude bibliographique a été réalisée sur les critères d'endommagement des composites. Une campagne d'essais de caractérisation a ensuite été effectuée, en statique et en compression dynamique. Pour ce faire, un banc d'essai en dynamique (barres de Hopkinson) a été conçu et réalisé au laboratoire. Les essais ont permis de souligner la forte dépendance des matériaux composites carbone-époxyde et verre-époxyde avec les vitesses de déformations. Globalement, on note une nette augmentation des contraintes à rupture. Les modules sont inchangés, et suivent la théorie des stratifiés habituelle. Cependant, il n'est pas possible d'estimer les contraintes à rupture dans un stratifié à partir de la seule connaissance des caractéristiques d'un pli. Cela signifie, en pratique, qu'il est nécessaire de faire autant d'essais en dynamique qu'il y a de stratifiés différents dans la structure.

D'autre part, des essais sur matériaux carbone-époxyde pré-fissurés ont été réalisés pour simuler l'état des stratifiés dans la pale. Ils n'ont pas permis de déterminer une quelconque influence de la pré-fissuration sur la tenue du matériau en dynamique. Il faut être prudent et ne pas conclure trop vite sur la non influence de la pré-fissuration, sachant que dans la réalité, lors de l'impact, le matériau pré-fissuré est toujours sous tension (force centrifuge), alors que les essais de caractérisation sont réalisés pour des matériaux fissurés, mais au repos.

Il serait donc intéressant de reprendre ces essais en maintenant un état de contrainte de traction dans le matériau lors de la caractérisation dynamique.

La mousse de remplissage de la pale a également été caractérisée, montrant une loi de comportement habituelle, fragile et élastique en traction, pseudo-plastique avec phase de densification en compression. Les données sur la mousse sont utilisées pour déterminer la rupture dans la mousse lors des modélisations fines.

Des essais spécifiques ont été réalisés pour étudier le phénomène de décollement de structures de type pale. Les éprouvettes testées lors des essais sont des structures 2D simplifiées, représentatives d'une section de pale. Plusieurs géométries sont testées, afin d'étudier l'influence de la courbure des peaux sur l'initiation du décollement. Les essais ont été réalisés en statique et en dynamique, grâce à un dispositif de poids tombant conçu et réalisé à cet effet.

Des modélisations fines de ces essais ont permis de comprendre les phénomènes menant à la rupture. Pour des peaux droites, le décollement a lieu sous la peau, et il est dû au flambage local des peaux, aussi bien en statique qu'en dynamique. Pour des peaux présentant une courbure, la rupture a également lieu sous la peau, mais elle est due à l'augmentation progressive des contraintes dans la mousse.

Ces observations ont permis de proposer un modèle original pour la prédiction et la propagation du décollement des peaux de structures sandwichs 2D de type pales, compatible avec la faible densité du maillage imposée par les problèmes de temps de calcul.

Le modèle proposé est un modèle 2D. Il consiste à modéliser le décollement par la dégradation d'une couche d'éléments membranes située juste sous la peau.

L'initiation du décollement de la peau est dû soit à une instabilité locale, soit à une augmentation globale de la contrainte dans la mousse. La taille des mailles ne permet pas d'obtenir une représentativité des contraintes dans l'âme dans le cas de l'initiation par flambage local.

Pour les sollicitations statiques, un modèle analytique de prévision du flambage local symétrique de poutres sandwichs a été développé. Il donne de bons résultats, et permet de prendre en compte à la fois la forte localisation des contraintes dans l'âme pour les déformées à courte longueur d'onde, et l'influence de l'épaisseur de l'âme. Ce modèle donne des expressions simples de la force en fonction de la longueur d'onde, et il est facilement exploitable pour les calculs de dimensionnement. Il permet donc d'exprimer un critère d'initiation en contrainte dans la peau.

Pour les sollicitations dynamiques, un modèle d'initiation du flambage de peaux de sandwichs a également été proposé, basé sur une identification de paramètres à partir de données de calculs éléments finis. Il donne des résultats satisfaisants, et compatibles avec ceux du modèle statique. Le critère sur l'initiation par instabilité est donc étendu au cas de la dynamique.

Lorsque la rupture apparaît par augmentation progressive de la contrainte dans l'âme, la représentativité des contraintes, même avec un maillage de faible densité, est suffisante. La rupture a lieu lorsque la contrainte transverse dans les éléments endommageables dépasse le critère de rupture de la mousse.

Ainsi, en couplant les deux critères, il est possible d'estimer l'initiation du décollement dans l'ensemble des cas de figure considérés. En pratique, le critère d'initiation par flambage est appliqué également dans l'élément endommageable, en approximant la déformation moyenne dans la peau par la déformation de la mousse dans l'élément endommageable.

On obtient alors un critère d'initiation double, original, appliqué directement aux éléments de la couche endommageable.

La propagation du décollement est modélisée par une loi d'endommagement du matériau de la couche endommageable, inspirée des travaux de Ladevèze sur la mécanique de l'endommagement. La problématique de la taille du maillage rend cette loi dépendante du maillage, mais ce problème est pris en compte dans l'écriture des lois. L'identification des lois est réalisée à partir d'essais.

Les essais d'impact réalisés sur les éprouvettes spécifiques permettent de valider la méthode de façon très satisfaisante.

L'originalité de cette modélisation réside principalement dans l'utilisation d'un critère double d'initiation appliqué directement aux éléments à endommager.

A ce stade de l'étude, un modèle de calcul global a donc été proposé pour l'impact sur pale. Il permet de prendre en compte l'effet de la force centrifuge dans les pales avant impact. Un outil de calcul numérique, CPAO, a été adapté à la création de maillages pour l'impact sur pale, à la création des conditions initiales propres au problème de la force centrifuge, et à la création de fichiers de données directement exploitable par le logiciel Radioss.

Une étude du comportement des matériaux de la pale sous sollicitation dynamique a été réalisée.

Et, pour des structures simplifiées de type pales, modélisées en 2D, un modèle de propagation original a été proposé et validé par essais.

L'ensemble de ces travaux constitue donc une contribution intéressante à l'étude de l'impact sur pale.

Ces travaux constituent donc une première étape dans l'étude de la modélisation d'une pale à l'impact, et les perspectives à cette étude sont nombreuses.

Le modèle de décollement a été réalisé pour des structures 2D. Dans le cas d'une pale, il devra être étendu à la modélisation 3D. Pour cela, les différents critères d'initiation et le modèle de propagation devront être revus et adaptés.

Le problème du décollement de la peau au niveau du bord d'attaque n'a pu être abordé lors de l'étude. Un élément coque épaisse est actuellement en cours de réalisation au laboratoire qui devrait résoudre ce problème. Il s'agit d'un élément solide à 8 noeuds et 6 degrés de liberté par noeuds, pouvant se transformer en deux éléments coques suite à un délaminage. Cet élément est adapté aux problèmes de délaminage sous contraintes complexes, et prend notamment en compte les contraintes normales aux plis. En se séparant en deux éléments coques, il permet de prendre en compte aussi bien le délaminage que les problèmes de décollement. Ainsi, cet élément pourrait également être une alternative intéressante au modèle de décollement des peaux proposé dans cette thèse.

A ce stade de l'étude, la modélisation de pales ou tronçons de pales à l'impact sera alors possible.

Un canon est actuellement en cours de réalisation au laboratoire. Il permettra d'effectuer prochainement une campagne d'essais d'impact sur tronçons de pales d'hélicoptère. Ces essais serviront de support pour la corrélation avec les modélisations proposées.

Il est également prévu de prendre en compte les effets de la force centrifuge lors de ces essais en appliquant aux tronçons de pales un effort de traction pendant l'impact.

Enfin, l'étude de l'impact des pales par un bloc de givre, incident le plus couramment rencontré en vol, est envisagé. La problématique sera alors de trouver des lois matériaux adaptées à la modélisation de la glace à l'impact. La méthode SPH, utilisée pour les cas d'ingestion d'oiseaux dans les moteurs d'avion, semble être une solution adaptée à ce problème.



# Références bibliographiques

## **1 - [ABRATE 1998]**

ABRATE S. : Impact on composite structures. Cambridge University Press, 1998.

## **2 - [AIELLO 1997]**

AIELLO M.A., OMBRES L. : Local buckling loads of sandwich panels made with laminated faces.

Composite Structures, 1997, vol. 38, pp.191-201.

## **3 - [AKIL HAZIZAN 2002]**

AKIL HAZIZAN Md. , CANTWELL W.J. : The low velocity impact response of foam-based sandwich structures.

Composites, 2002, Part B 33, pp. 193-204.

## **4 - [ALLEN 1969]**

ALLEN H.G. : Analysis and design of structural sandwich panels. Pergamon Press, 1969.

## **5 - [ALLIX 1995]**

ALLIX O., LADEVEZE P., CORIGLIANO A. : Damage analysis of interlaminar fracture specimens.

Composite Structures, 1995, vol. 31, pp. 61-74.

## **6 - [ALLIX 1993]**

ALLIX O., ENGRAND D., LADEVEZE P., PERRET L. : Une nouvelle approche des composites par la mécanique de l'endommagement.

Cachan, Avril 1993.

## **7 - [ARI-GUR 1997]**

ARI-GUR J., ELISHAKOFF I. : Dynamic instability of a transversely isotropic column subjected to a compression pulse.

Computers and structures, 1997, vol. 62, pp. 811-815.

## **8 - [AVALLE 2001]**

AVALLE M., BELINGARDI G., MONTANINI R. : Characterization of polymeric structural foams under compressive impact loading by means of energy-absorption diagram.

International Journal of Impact Engineering , 2001, vol. 25, pp. 455-472.

## **9 - [BANCROFT 1941]**

BANCROFT D. : The velocity of longitudinal waves in cylindrical bars.

Physical Review, 1941, vol 59, pp. 588-593.

**10 - [BANERJEE 1992]**

BANERJEE R. : Numerical simulation of impact damage in composite laminates. Proceedings of the 7th Technical Conference of the American Society for Composites (1992, University Park, USA), pp. 539-552.

**11 - [BARRAU 1987]**

BARRAU J.J. , LAROZE S. : Mécanique des structures, tome 4 : Calcul des structures en matériaux composites, Polycopié de Cours de l'ENSAE, 1987.

**12 - [BARTHOLME 1990]**

BARTHOLME S., DOMASZEWSKI M. : Analyse par éléments finis des problèmes d'impact des structures plastiques. Rapport contrat DRET n°89/1182, Université de Technologie de Compiègne, 1990.

**13 - [BEAUMONT 1990]**

BEAUMONT N. : Contribution à l'étude de l'impact d'une bille sur une plaque en matériau composite. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1990.

**14 - [BONINI 1995]**

BONINI J. : Contribution à la prédiction numérique de l'endommagement de stratifiés composites sous impact basse vitesse. Thèse de doctorat, ENSAM Bordeaux, 1995.

**15 - [BRAS 1996]**

BRAS F. : Etude et modélisation de l'endommagement de composites stratifiés SiC-SiC : exploitation d'essais statiques et de type Hopkinson. Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1996.

**16 - [BREWER 1988]**

BREWER J.C., LAGACE P. A. : Quadratic stress criterion for initiation of delamination. Journal of Composite Materials, 1988, vol. 22 (12), pp. 1141-1155.

**17 - [CAHUC 1995]**

CAHUC O. : Etude expérimentale et modélisation d'une nouvelle génération d'amortisseurs de chocs à frottement sec. Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1995.

**18 - [CHANG 1987]**

CHANG F. K., CHANG K. Y. : A progressive damage model for laminated composites containing stress concentrations. Journal of Composite Materials, September 1987, pp. 834-855.

**19 - [CHIEM 1995]**

CHIEM C. Y. : Modification of split Hopkinson bar for testing of composites. Proceedings of the fifth international symposium on plasticity and its current applications. Dynamic plasticity and structural behaviors (1995, Osaka) pp. 48-51.

**20 - [CHREE 1886]**

CHREE C. : Longitudinal vibrations of a circular bar.  
Quarterly J. Pure Appl. Math., 1886, vol 21, pp. 287-298.

**21 - [DAVIES 1963]**

DAVIES E. D. H., HUNTER S. C. : The dynamic compression testing of solids by the method of the Split Hopkinson Pressure Bar.  
J. Mech. Phys. Solids, 1963, vol.11, pp.155-179.

**22 - [DEÛ 1997]**

DEÛ J-F. : Rupture des composites stratifiés sous chargement dynamique : apports des méso-modèles avec endommagement retardé.  
Thèse de doctorat, ENS Cachan, 1997.

**23 - [EUROCOPTER essais]**

EUROCOPTER, documents internes : fiches d'essais d'impacts sur pales.

**24 - [EUROCOPTER pale]**

EUROCOPTER, documents internes : les constituants d'une pale.

**25 - [FINN 1993 (1)]**

FINN S. R., SPRINGER G. S. : Delaminations in composite plates under transverse static or impact loads - a model.  
Composite Structures, 1993, vol. 23 (3), pp. 177-190.

**26 - [FINN 1993 (2)]**

FINN S. R., SPRINGER G. S. : Delaminations in composite plates under transverse static or impact loads - experimental results.  
Composite Structures, 1993, vol. 23 (3), pp. 191-204.

**27 - [FLEMING 1999]**

FLEMING D. C. : Delamination modeling of composites for improved crash analysis.  
NASA 209725 , 1999.

**28 - [GARY 1999 (2)]**

GARY G., ZHAO H. : Etude expérimentale du comportement dynamique des matériaux.  
Mécanique et Industries, 2000, vol. 1, pp. 15-26

**29 - [GARY 1999 (2)]**

GARY G., ZHAO H. : Dynamic testing of fibre polymer matrix composite plates under in-plane compression.  
Composites, 2000, Part A 31, pp. 835-840.

**30 - [GARY David]**

GARY G. : notice du logiciel DAVID

**31 - [GASCON 2000]**

GASCON L. : Modélisation et analyse des dommages créés par l'impact de corps étrangers sur les pales d'hélicoptère avec le logiciel de crash Radioss.  
Rapport de stage ingénieur ISMANS à Eurocopter, 2000.

**32 - [GAUTHIER 1996]**

GAUTHIER C. : Contribution à la modélisation du comportement en crash des structures stratifiées métal / composite : développement d'un élément de coque multicouches multi-matériaux.

Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 1996.

**33 - [GAY 1989]**

GAY D. : Matériaux Composites, 2ème Edition revue et augmentée, Paris : Hermès, 1989.

**34 - [GDOUTOS 2002]**

GDOUTOS E.E., DANIEL I.M., WANG K.-A. : Failure of cellular foams under multiaxial loading.

Composites, 2002, Part A 33, pp. 163-176.

**35 - [GRAY 2000]**

GRAY III G.T. : ASM Handbook, Vol. 8 : Mechanical testing and evaluation, 2000. pp. 462-476 : Classic Split-Hopkinson Pressure Bar Testing.

**36 - [HALLQUIST 1998]**

HALLQUIST J.O. : LS-DYNA Theoretical Manual, 1998.

**37 - [HARDING 1983]**

HARDING J. , WELSH L. M. : A tensile testing technique for fibre-reinforced composites at impact rates of strain.

Journal of Materials Science, 1983, Vol. 18, pp. 1810-1826.

**38 - [HASHIN 1980]**

HASHIN Z. : Failure criteria for unidirectional fiber composites.

Journal of applied Mechanics, 1980, Vol. 47, pp. 329-334.

**39 - [HOFF 1945]**

HOFF N.J., MAUTNER S.E. : Buckling of sandwich type panels.

Journal of the Aeronautical Sciences, 1945, vol. 12, n°3, pp. 285-297.

**40 - [HOU 2000]**

HOU J. P., PETRINIC N., RUIZ C., HALLETT S. R. : Prediction of impact damage in composite plates.

Composite Science and Technology, 2000, vol. 60, pp. 273-281.

**41 - [HOU 2001]**

HOU J. P., PETRINIC N., RUIZ C. : A delamination criterion for laminated composites under low-velocity impact.

Composite Science and Technology, 2001, vol. 61, pp. 2069-2074.

**42 - [IMBERT]**

IMBERT J. F. : Analyse des structures par éléments finis. Deuxième édition - Toulouse : Cepadues Editions, 1984.

**43 - [JADHAV 2002]**

JADHAV A. , WOLDESENBET E. , PANG S-S. : High strain rate properties of balanced angle-ply graphite/epoxy composites.  
Composites, 2003, Part B 34, pp. 339-346.

**44 - [KAMMERER 1996]**

KAMMERER C. : Modélisation du comportement plan d'un composite quasi-unidirectionnel en verre E/polyester sous faibles et fortes vitesses de déformation : application au cas de l'impact.  
Thèse de doctorat, Université de Paris XIII - Villetaneuse, 1996.

**45 - [KELLEY 1999]**

KELLEY C.T. : Iterative methods for optimization. Frontiers in Applied Mathematics, 1999.

**46 - [KISTLER]**

Documentation technique Kistler sur capteurs d'effort, accéléromètres et conditionneurs.

**47 - [KOLSKI 1949]**

KOLSKI H. : An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading.  
Proc. Phys. Society, 1949, vol. B 62, pp. 676-700.

**48 - [LAROZE 1992]**

LAROZE S. : Mécanique des structures, tome 2 : Poutres. Polycopié de Cours de l'ENSAE, 1992.

**49 - [LATAILLADE 1993]**

LATAILLADE J. L., DELAET M., COLLOMBET F. : Damage testing of crossply laminates under high strain rates - Effects of intralaminar shear stresses.  
Proceedings of the ninth International Conference on Composite Materials. Vol. V : Composites behavior (12-16/07/1993, Madrid) pp. 358-365.

**50 - [LEOTOING 2001]**

LEOTOING L.: Modélisation du flambage global, local et interactif dans les structures sandwich en compression.  
Thèse de doctorat Ecole Nationale Supérieure des Mines de Saint-Etienne et Université Jean Monnet, 2001.

**51 - [LIU 1988]**

LIU D. : Impact-induced delamination - A view of bending stiffness mismatching.  
Journal of Composite Materials, July 1988, pp. 674-692.

**52 - [MAJEED 1994]**

MAJEED O., WORSWICK M. J., STRAZNICKY P. V., POON C. : Numerical modelling of transverse impact on composite coupons.  
Canadian Aeronautics and Space Journal, 1994, vol. 40, pp. 99-106.

**53 - [Mc CARTHY 2000]**

MCCARTHY M., HARTE C., WIGGENRAAD J., MICHIENSEN A., KOHLGRUEBER D. : Finite element modelling of crash response of composite aerospace sub-floor structures. Computational Mechanics, 2000, vol. 26, pp. 250-258.

**54 - [NEWILL 1993]**

NEWILL J. F., VINSON J. R. : Some high strain rate effects on composite materials. Proceedings of the ninth International Conference on Composite Materials. Vol. V : Composites behavior (12-16/07/1993, Madrid) pp. 269-277.

**55 - [NIU 1999]**

NIU K., TALREJA R. : Modelling of wrinkling in sandwich panels under compression. Journal of Engineering Mechanics, 1999, vol. 125, n°8, pp. 875-883.

**56 - [POCHHAMMER 1876]**

POCHHAMMER L. : Über die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten kleiner Schwingungen in einem unbegrenzten isotropen Kreiscylinder. J. Reine angew. Math., 1876, vol. 81, pp. 324-336.

**57 - [RADIOSS 2001]**

RadioSS theory manual, version 4.2 (2001)

**58 - [RICHARDSON 1996]**

RICHARDSON M. O. W., WISHEART M. J. : Review of low-velocity impact properties of composite materials. Composites, 1996, Part A 27A, pp. 1123-1131.

**59 - [RIVALLANT 2003]**

RIVALLANT S., FERRERO J.F., BARRAU J.J. : Flambage de structures composites stabilisées par une mousse. Compte-rendu des Treizième Journées Nationales sur les Composites (12-14 mars 2003, Strasbourg), volume 1, pp 243-253.

**60 - [ROSS 1983]**

ROSS C. A., COOK W. H., WILSON L. L.: Dynamic tensile tests of composite material using a split Hopkinson pressure bar. Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis Fall Meeting (1983, Salt Lake City) pp. 49-54.

**61 - [ROUDOLFF 2002]**

ROUDOLFF F., OUSSET Y. : Comparison between two approaches for the simulation of delamination growth in a DCB specimen. Aerospace Science and Technology, 2002, vol. 6, pp. 123-130.

**62 - [SIA 2000]**

NEMAT-NASSER S. : ASM Handbook, Vol. 8 : Mechanical testing and evaluation, 2000. pp. 427-446 : High strain rate testing.

**63 - [SPOTTSWOOD 2001]**

SPOTTSWOOD S. M., PALAZOTTO A. N. : Progressive failure analysis of a composite shell.

Composite Structures, 2001, vol. 53, pp. 117-131.

**64 - [STAAB 1993]**

STAAB G. H., GILAT A. : High Strain Rate Characterization of Angle-Ply Glass/Epoxy Laminates.

Proceedings of the ninth International Conference on Composite Materials. Vol. V : Composites behavior (12-16/07/1993, Madrid) pp. 278-285.

**65 - [STARLINGER 1990]**

STARLINGER A. : Development of efficient finite shell elements for the analysis of sandwich structures under large deformations and global as well as local instabilities.

PhD thesis, Vienna University of Technology, 1990.

**66 - [THOMSON 1973]**

THOMSON J.M.T., HUNT G.W. : A general theory of elastic stability, John Wiley & Sons, 1973.

**67 - [TIMOSCHENKO 1966]**

TIMOSHENKO S.P. : Théorie de la stabilité élastique, 2nd ed., Paris : Dunod, 1966, pp. 95-98.

**68 - [ TSAI 1971]**

TSAI S. W., WU E. M. : A general theory of strength for anisotropic materials.

Journal of Composite Materials, January 1971, pp. 58-80.

**69 - [WALRICK 1999]**

WALRICK J. C. : Contribution au développement d'une nouvelle méthodologie pour l'étude du délaminage dans les structures stratifiées composites : application à l'impact basse vitesse.

Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 1999.

**70 - [WANG 1990]**

WANG C.Y., YEW C.H. : Impact damage in composite laminates.

Computers and Structures, 1990, vol. 37 (6), pp. 967-982.

**71 - [WINKELMULLER 2000]**

WINKELMULLER G., KAYVANTASH K. : Radioss Crash Beginners Guidelines, 2000.

**72 - [ZHANG J. 1998]**

ZHANG J. : Constitutive modeling and optimal design of polymeric foams for crashworthiness.

Thèse de doctorat, University of Michigan, 1998.

**73 - [ZHANG X. 1998]**

ZHANG X. : Impact damage in composite aircraft structures : experimental testing and numerical simulation.

Journal of Aerospace Engineering. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G, 1998, vol. 212, pp. 245-260.

**74 - [ZHANG Z. 2002]**

ZHANG Z., TAHERI F. : Numerical studies on dynamic pulse buckling of FRP composite laminated beams subject to an axial impact.

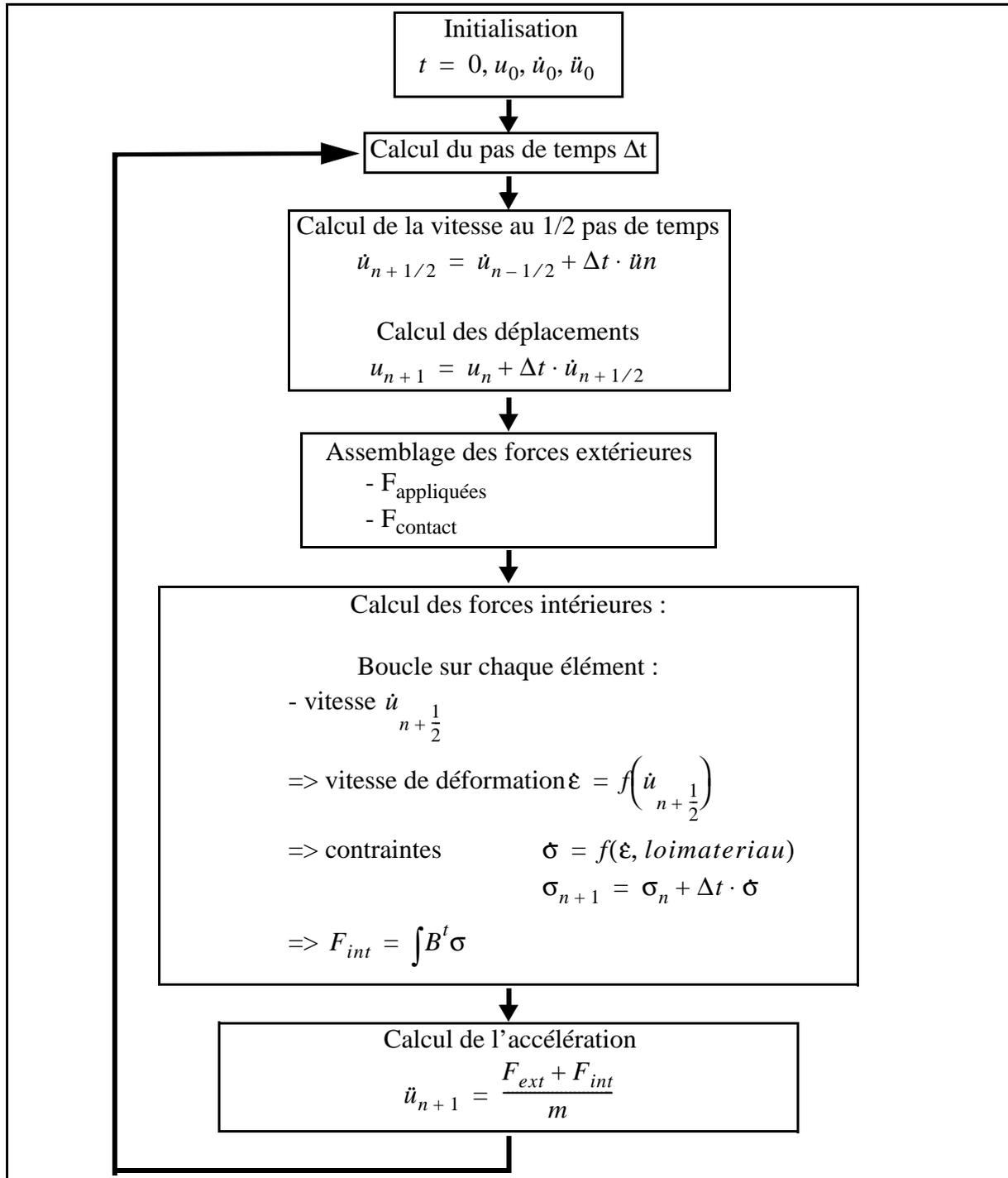
Composite structures, 2002, vol. 56, pp. 269-277.

**75 - [ZHAO 1992]**

ZHAO H. : Analyse de l'essai aux barres d'Hopkinson : Application à la mesure du comportement dynamique des matériaux.

Thèse de doctorat, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1992.

# Annexe A : Algorithme du code Radioss





# Annexe B : Calcul théorique du flambage

Cette annexe détaille le calcul théorique du flambage de peau sur mousse, par le bilan de l'énergie totale. L'énergie est développée en série de Taylor au second ordre pour faire apparaître les termes de perturbation autour de l'équilibre :

$$E_T = \bar{E}_T + \delta E_T + \frac{1}{2} \cdot \delta^2 E_T$$

Pour obtenir ces termes d'ordre supérieur, il est donc nécessaire, dans l'expression de l'énergie, de prendre en compte les non-linéarités des déformations. Les énergies dans la peau, l'âme et l'énergie des efforts extérieurs sont exprimées ci-après [BARRAU 1987].

Tout d'abord, l'énergie dans la peau est exprimée. Soit une plaque composite définie par les matrices usuelles [A] et [C] (la plaque est considérée comme présentant une symétrie miroir), dans les axes  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  (figure A- 1). Le tenseur des déformations de Lagrange permet d'exprimer les déformations au sein de la plaque en tenant compte des non-linéarités. Etant donné que la déformation associée à l'instabilité est une déformation essentiellement normale à la peau, les termes du second degré en  $u_1$  et  $u_2$  sont négligés devant ceux en  $w$ .

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 \\ \varepsilon_{22} &= \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_2} \right)^2 \\ \varepsilon_{12} &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) \end{aligned} \quad (\text{eq. A-1})$$

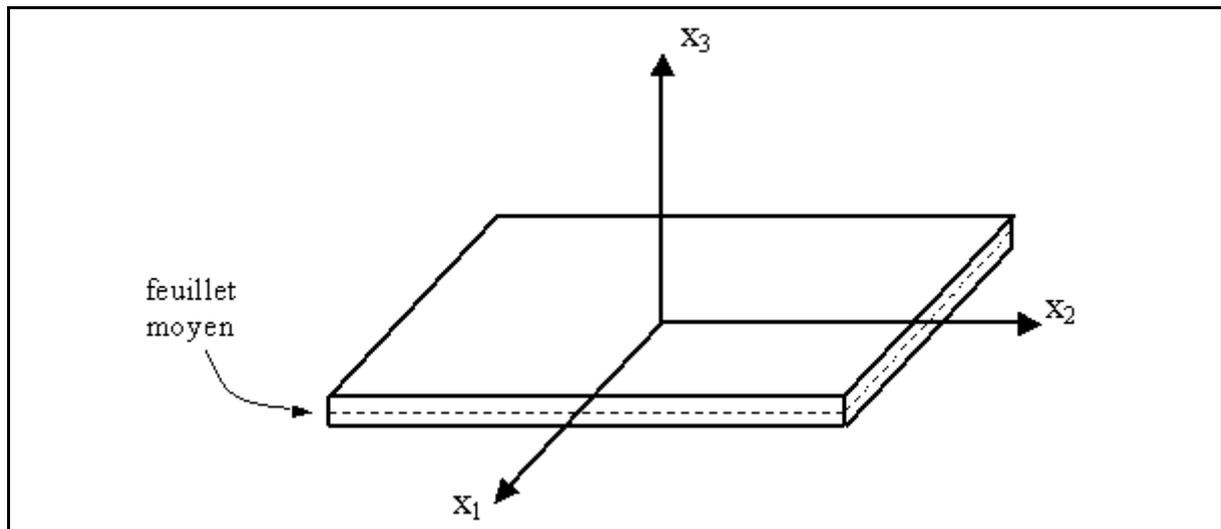


figure B-1 : Définition du repère de la plaque

L'hypothèse de Love (figure A- 2) permet d'écrire les déplacements au sein de la plaque à partir du déplacement dans le plan des points du feuillet moyen ( $u_i^0$ ) :

$$u_i = u_i^0 - x_3 \cdot \frac{\partial w}{\partial x_i}$$

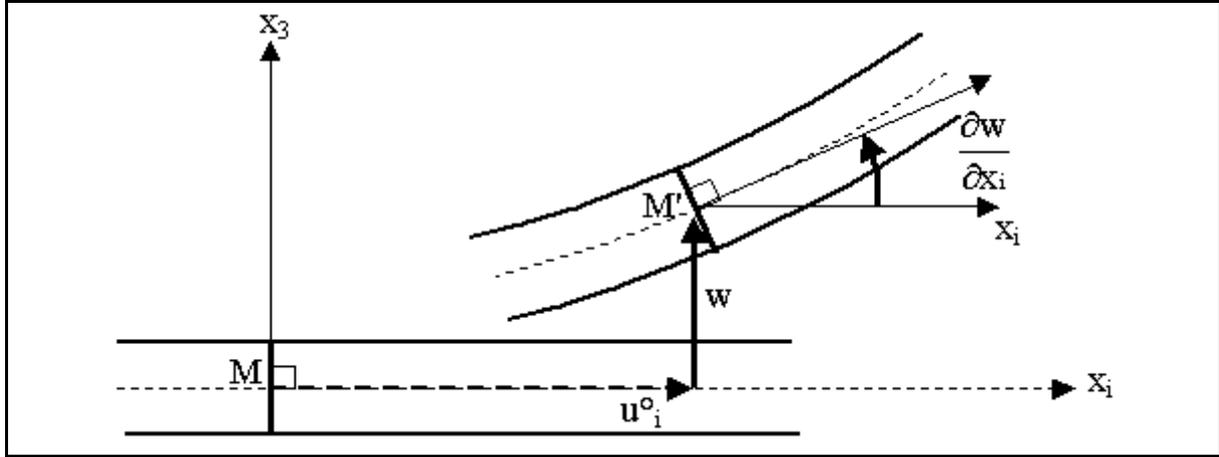


figure B-2 : Hypothèse de Love

Ce qui permet d'écrire les expressions précédentes (eq. A 1) de la façon suivante :

$$\begin{aligned} e_1 = \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 - x_3 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \\ e_2 = \varepsilon_{22} &= \frac{\partial u_2^0}{\partial x_2} + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_2} \right)^2 - x_3 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \\ \frac{1}{2} \cdot e_6 = \varepsilon_{12} &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) - x_3 \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2} \end{aligned} \quad (\text{eq. A-2})$$

On formalise alors la notation par :  $e_i = \hat{e}_i^0 + x_3 \cdot k_i^0$ , où  $\hat{e}_i^0$  est le déplacement dans le plan d'un point du feuillet moyen, et  $k_i^0$  le terme de flexion :

$$k_1^0 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} \quad k_2^0 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \quad k_6^0 = -2 \frac{\partial^2 w}{\partial x_1 \partial x_2}$$

$\hat{e}_i^0$  s'exprime lui même en fonction d'un terme linéaire et d'un terme non linéaire par la relation :  $\hat{e}_i^0 = e_i^0 + h_i$ , où les termes sont identifiables dans l'équation (eq. A 2) :

$$\begin{aligned} e_1^0 &= \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1} & e_2^0 &= \frac{\partial u_2^0}{\partial x_2} & e_6^0 &= \frac{\partial u_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} \\ h_1 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right)^2 & h_2 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_2} \right)^2 & h_6 &= \left( \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) \end{aligned}$$

Pour une plaque composite à symétrie miroir, l'énergie s'écrit alors, en prenant en compte les termes non linéaires :

$$W_{peau} = \int \int_{peau} \frac{1}{2} \cdot (A_{ij} \cdot \hat{e}_i^0 \cdot \hat{e}_j^0 + C_{ij} \cdot k_i^0 \cdot k_j^0) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \quad (\text{eq. A-3})$$

où le premier terme correspond à l'énergie dans le plan, et le second à l'énergie de flexion de la plaque.

Les déplacements peuvent également s'écrire comme la somme d'un déplacement avant flambage ( $\bar{u}$ ), et d'un terme de perturbation :

$$u = \bar{u} + \delta u$$

$$v = \bar{v} + \delta v$$

$$w = \bar{w} + \delta w$$

De la même façon, les déformations s'écrivent en fonction des perturbations :

$$\hat{e}_i^0 = \bar{e}_i^0 + \delta e_i^0 + \bar{h}_i^0 + \delta h_i^0 + \delta^2 h_i^0$$

$$k_i^0 = \bar{k}_i^0 + \delta k_i^0$$

Les différents termes valent alors :

termes linéaires à l'équilibre, et dans la perturbation :

$$\begin{aligned} \bar{e}_1^0 &= \frac{\partial \bar{u}_1^0}{\partial x_1} & \bar{e}_2^0 &= \frac{\partial \bar{u}_2^0}{\partial x_2} & \bar{e}_6^0 &= \frac{\partial \bar{u}_1^0}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{u}_2^0}{\partial x_1} \\ \delta e_1^0 &= \frac{\partial \delta u_1}{\partial x_1} & \delta e_2^0 &= \frac{\partial \delta u_2}{\partial x_2} & \delta e_6^0 &= \frac{\partial \delta u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial \delta u_2}{\partial x_1} \end{aligned}$$

termes non-linéaires à l'équilibre, et dans les perturbations (ordre 1 et 2) :

$$\begin{aligned} \bar{h}_1^0 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_1} \right)^2 & \bar{h}_2^0 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_2} \right)^2 & \bar{h}_6^0 &= \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_1} \right) \cdot \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_2} \right) \\ \delta h_1^0 &= \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_1} \right) \cdot \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x_1} \right) & \delta h_2^0 &= \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_1} \right) \cdot \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x_1} \right) & \delta h_6^0 &= \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_1} \right) \cdot \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x_2} \right) + \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial x_2} \right) \cdot \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x_1} \right) \\ \delta^2 h_1^0 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x_1} \right)^2 & \delta^2 h_2^0 &= \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x_2} \right)^2 & \delta^2 h_6^0 &= \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x_1} \right) \cdot \left( \frac{\partial \delta w}{\partial x_2} \right) \end{aligned}$$

termes de flexion de la plaque :

$$\begin{aligned} \bar{k}_1^0 &= -\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x_1^2} & \bar{k}_2^0 &= -\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x_2^2} & \bar{k}_6^0 &= -2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \delta k_1^0 &= -\frac{\partial^2 \delta w}{\partial x_1^2} & \delta k_2^0 &= -\frac{\partial^2 \delta w}{\partial x_2^2} & \delta k_6^0 &= -2 \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x_1 \partial x_2} \end{aligned}$$

L'énergie des efforts extérieurs vaut :

$$W_{Effort} = \int \int_{peau} F_i \cdot e_i^0 \cdot dx_1 \cdot dx_2, i = 1, 2, 6 \quad (\text{eq. A-4})$$

Les termes  $F_i$  sont des flux d'efforts appliqués sur la plaque. Seules les composantes linéaires des déformations sont prises en compte :  $e_i^0 = \bar{e}_i + \delta e_i$

L'énergie dans la mousse est écrite de façon similaire. La matrice de Hooke [H] est utilisée pour exprimer les contraintes en fonction des déformations. Contrairement au cas des plaques, il n'y a pas de termes de flexion, mais les termes du second degré sont pris en compte de la même façon. Le repère utilisé pour la notation est le même que pour la plaque. Le paramètre  $w$  est toujours le déplacement normal au plan de la plaque.

$$e_i = \bar{e}_i + \delta e_i + \bar{h}_i + \delta h_i + \delta^2 h_i$$

d'où l'expression de l'énergie :

$$W_{ame} = \iiint_{ame} \frac{1}{2} \cdot H_{ij} \cdot e_j \cdot e_i \cdot dx_1 \cdot dx_2 \cdot dx_3 \quad (\text{eq. A-5})$$

On fait l'hypothèse que la position d'équilibre avant flambage ne présente pas de déplacements transverses :

On en déduit la nullité des termes suivants :

$$\bar{k}_i^0 = 0, \bar{h}_i = 0, \delta h_i^0 = 0 \quad (\text{eq. A-6})$$

L'énergie totale dans la structure est exprimée en série de Taylor :

$$E_T = \bar{E}_T + \delta E_T + \frac{1}{2} \cdot \delta^2 E_T$$

et s'écrit alors :

$$\bar{E}_T = \int \int_{peau} \frac{1}{2} A_{ij} \bar{e}_i^0 \bar{e}_j^0 dx_1 dx_2 + \iiint_{ame} \frac{1}{2} H_{ij} \bar{e}_j \bar{e}_i dx_1 dx_2 dx_3 + \int \int_{peau} \frac{1}{2} F_i \bar{e}_i^0 dx_1 dx_2$$

$$\delta E_T = \int \int_{peau} A_{ij} \bar{e}_j^0 \delta e_i^0 dx_1 dx_2 + \iiint_{ame} H_{ij} \bar{e}_j \delta e_i dx_1 dx_2 dx_3 + \int \int_{peau} F_i \delta e_i^0 dx_1 dx_2$$

$$\delta^2 E_T = \int \int_{peau} \left( \frac{1}{2} A_{ij} \delta e_i^0 \delta e_j^0 + A_{ij} \bar{e}_i^0 \delta^2 h_j + \frac{1}{2} C_{ij} \delta k_i^0 \delta k_j^0 \right) dx_1 dx_2 +$$

$$\iiint_{ame} \left( \frac{1}{2} H_{ij} \delta e_j \delta e_i + H_{ij} \bar{e}_i^0 \delta^2 h_j \right) dx_1 dx_2 dx_3$$

A l'équilibre,  $\delta E_T = 0$ . Cette égalité permet de simplifier l'écriture du terme du second ordre, et le flambage apparaissant pour  $\delta^2 E_T = 0$ , on obtient :

$$0 = \int \int_{peau} \left( \frac{1}{2} A_{ij} \delta e_i^0 \delta e_j^0 - F_i \delta^2 h_j + \frac{1}{2} C_{ij} \delta k_i^0 \delta k_j^0 \right) dx_1 dx_2 + \iiint_{ame} \frac{1}{2} H_{ij} \delta e_j \delta e_i dx_1 dx_2$$

Une perturbation  $\delta e_i^0$  sur la plaque ne permet pas d'introduire une instabilité, quel que soit l'effort  $F_i$ .

L'instabilité apparaît donc pour  $\delta e_i^0 = 0$ , et :

$$0 = \int \int_{peau} \left( -F_i \delta^2 h_j + \frac{1}{2} C_{ij} \delta k_i^0 \delta k_j^0 \right) dx_1 dx_2 + \iiint_{ame} \frac{1}{2} H_{ij} \delta e_j \delta e_i dx_1 dx_2$$