

THÈSE

présentée en vue de
l'obtention du titre de

DOCTEUR

de

**L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE
DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE**

ÉCOLE DOCTORALE : Transferts, Dynamique des Fluides, Energétique, Procédés

par

Emmanuel RADENAC

**Développement et validation d'une méthode numérique pour le couplage fluide / structure en
aérothermique instationnaire**

Soutenue le 13 décembre 2006 devant le jury :

MM.	A. LALLEMAND	Président
	A. GIOVANNINI	Directeur de thèse
	J. GRESSIER	
	D. MAILLET	Rapporteur
	P. MILLAN	Directeur de thèse
	F. NICOUD	Rapporteur

Remerciements

Je ne sais dans quel ordre remercier tous ceux qui ont aidé à réaliser ce travail.

Les membres de mon jury : Monsieur André Lallemand, professeur au CETHIL, qui en a accepté la présidence ; Messieurs Franck Nicoud et Denis Maillet, professeurs à l'Université de Montpellier II et au LEMTA, tous deux rapporteurs de mon travail. Merci à eux pour la lecture approfondie de ma thèse, et pour le dialogue constructif qu'ils ont établi.

L'encadrement : Jean Cousteix, qui m'a accueilli au sein du DMAE ; mes chefs d'unité successifs Simone Pauzin (grande conseillère en présentation et en recherche d'emploi) et Frédéric Thivet ; André Giovannini, mon directeur de thèse, pour les côtés à la fois scientifique et humain ; Pierre Millan (le chien ou le chat alors ?), également mon directeur de thèse, pour son soutien dans les moments difficiles, la souplesse qu'il a laissée à mon travail et les orientations qu'il m'a permis d'y donner ; Jérémie Gressier, pour son encadrement dans la joie et la bonne humeur sur trois ans et demi. J'ajoute à cette liste ceux qui m'ont beaucoup aidé pour le travail expérimental notamment et pour le moral aussi : Philou (R.), Philippe (B.), David, Francis et les Dédé. Et bien sûr l'ami Ludo, avec qui j'ai partagé le bureau durant trois ans et qui m'a aussi bien soutenu que rendu de fiers services pour le montage de l'expérience.

Transition facilitée pour remercier également du fond du cœur tous mes chers collègues et amis doctorants et stagiaires : Valérie, Marie, Jérôme, Cédric, Jean-Charles, Bruno, Xavier, Guillaume, Rodolphe, Nicó, Claire, Brice, Gillian, Éric, Hélène, Domingo, Sophie, Olivier, ... La gaffe est faite, ça y est, j'ai oublié des noms ! Vous m'avez apporté beaucoup de soutien avec votre bonne humeur et vos conseils.

Je suis très heureux d'avoir côtoyé pendant ces années tout le personnel du DMAE. Je témoigne donc toute ma gratitude aux différents sourires et autres coups de mains rencontrés aux détours des couloirs. J'ai une pensée particulière pour les efficaces et réactives secrétaires Christine, Corinne, Valérie et Nathalie qui facilitent grandement la vie du thésard. J'associe à ces remerciements l'équipe sympathique et performante du SRI.

Un énorme merci à ceux qui m'ont apporté beaucoup d'aide en dehors du travail : mes colocataires qui m'ont supporté pendant plus de trois ans, Cédric (futur collègue !), Bertrand et Caroline. J'y ajoute Clément (ne trouve pas un sens à ta vie trop vite), Bruno encore (veinard), Éleonore et Sophie (merci pour les repas de filles. Ah merde ! j'étais pas invité), Line et Jérôme (foot dimanche ?), Dan (c'est chouette de visiter la Bretagne), Guitou (qui a soutenu le même jour que moi), les Parisiens et autres expatriés Alex, Léon, Seb, PY, Blaise. Là encore, j'ai pris le risque d'en oublier. Merci à tous les cyclistes qui m'ont aidé à évacuer sur le vélo les inévitables problèmes rencontrés pendant la thèse : du CCC d'abord, du TVC aussi, et également Denis, et toutes les personnes que j'ai eu plaisir à rencontrer dans ce sport.

Pour finir, une grosse pensée pour toute ma famille. Maman, qui aurait été fière d'assister à une soutenance même sans intérêt, mon papa aussi, que j'ai soutenu le jour qu'il est né. Mon frère Erwann, qui prend aussi la voie du doctorat (bon courage !). Patrick (merci pour beaucoup, beaucoup de choses). Bien sûr à mon "Parrain"

JLR, et là encore, c'est difficile de citer tout le monde.

Table des matières

1	Problème général et équations	3
1.1	Thermique du solide	3
1.1.1	L'équation de la chaleur	3
1.1.2	Conditions aux limites thermiques	4
1.2	Thermique dans le fluide	5
1.2.1	Équations de Navier-Stokes	5
1.2.2	L'équation de l'énergie	6
1.2.3	Paramètres sans dimension	6
1.2.4	Conditions aux limites de paroi	7
1.3	Couplage thermique : théorie et généralités	7
1.3.1	Couplage entre solides	7
1.3.2	Couplage solide / fluide : problème du transfert conjugué de chaleur	9
1.3.3	Conclusions	11
1.4	La méthode des Volumes Finis	11
1.4.1	Théorie	11
1.4.2	Discrétisation des équations	12
1.5	Analyse de stabilité numérique	14
1.5.1	Analyse de stabilité de Von Neumann	14
1.5.2	Analyse de stabilité par la méthode matricielle	15
1.6	Interpolations à l'interface de deux domaines couplés	18
1.6.1	Température d'interface	19
1.6.2	Flux d'interface	19
1.7	Présentation des cas test	20
1.7.1	Mise en contact de deux murs de températures initiales différentes	20
1.7.2	Cas adiabatique 1D	20
1.7.3	Cas adiabatique 2D	20
1.7.4	Contact partiel 2D	21
1.7.5	Maillage non uniforme	21
1.7.6	Cellules en contact avec plusieurs domaines	21

I	Étude numérique	25
2	Étude bibliographique	29
2.1	Problème de transfert de chaleur conjugué et outil numérique	29
2.2	Applications du couplage numérique	30
2.2.1	Couplage thermique et calcul de turbines	30
2.2.2	Autres applications spécifiques	30
2.2.3	Couplage thermique “généralisé”	32
2.3	Principales méthodes de couplage	32
2.3.1	Couplage par conditions flux / température	32
2.3.2	Couplage par coefficients de convection	33
2.3.3	Couplage par équilibre instantané du flux et de la température	33
2.3.4	Processus de couplage	34
3	Le couplage	37
3.1	Présentation	37
3.1.1	Couplage stationnaire	37
3.1.2	Couplage instationnaire	38
3.2	Conditions aux limites de couplage	39
3.2.1	Raccord Dirichlet / Dirichlet	40
3.2.2	Raccord Neumann / Neumann	40
3.2.3	Raccord Neumann / Dirichlet	41
3.2.4	Raccords par conditions de Fourier	43
3.3	Couplage instationnaire et corrections conservatives	44
3.3.1	Tests de conservativité	44
3.3.2	Influence des itérations sans échange sur la précision	46
3.3.3	Correction du déficit de flux entre les échanges	47
3.3.4	Conservativité des corrections	53
3.3.5	Corrections et précision	53
3.4	Bilan	55
4	Robustesse du couplage	57
4.1	Méthodes d’étude en couplage stationnaire	57
4.1.1	Méthode instationnaire globale	57
4.1.2	Autres méthodes	58
4.2	Stabilité du couplage non conservatif	59
4.2.1	Présentation de la méthode d’étude de stabilité	59
4.2.2	Raccord Dirichlet / Dirichlet	61
4.2.3	Raccord Neumann / Neumann	62
4.2.4	Raccord Neumann / Dirichlet	62
4.2.5	Raccord Fourier / Dirichlet	65
4.2.6	Raccord Fourier / Fourier	65

4.2.7	Bilan sur la stabilité des raccords sans correction	67
4.3	Stabilité du couplage conservatif	67
4.3.1	Analyse de stabilité du couplage conservatif	68
4.3.2	Stabilité de la modification de conditions aux limites	83
4.3.3	Sensibilité des critères	83
4.3.4	Stabilité des corrections réparties	86
4.4	Synthèse des critères de stabilité	89
4.4.1	Récapitulatif des informations sur les corrections	89
4.4.2	Choix de correction selon les cas de calcul	90
5	Réalisation du couplage	93
5.1	Communications dans CEDRE	93
5.1.1	Données d'entrée du coupleur	93
5.1.2	Données de sortie du coupleur	95
5.2	Traitement des corrections conservatives	96
5.2.1	Correction sous forme de condition aux limites	96
5.2.2	Cumul des flux d'interface	97
5.3	Spécificités de CEDRE	97
5.3.1	Codage des conditions aux limites	98
5.3.2	Schéma temporel	98
5.3.3	Schémas de discrétisation spatiale	98
5.3.4	Lois de paroi	99
5.3.5	Conclusion	99
II	Validation	101
6	Vérification et validation	105
6.1	Validation du couplage : état de l'art	105
6.2	Définitions	105
6.3	Vérification	107
6.4	Validation	108
6.4.1	Spécificité des expériences de validation	108
6.4.2	Définition des expériences de validation	110
6.5	Validation et précision	110
6.5.1	Erreur et incertitude	110
6.5.2	Incertitudes expérimentales	113
6.5.3	Métrie de validation	114
6.6	Conclusion	115
7	Cas de vérification	117
7.1	Cas de calcul analytique	117
7.2	Description des simulations numériques	117

7.2.1	Obtention des données	118
7.2.2	Conditions initiales	118
7.2.3	Conditions aux limites	118
7.2.4	Considérations temporelles	119
7.2.5	Maillage	119
7.2.6	Modèles numériques	119
7.3	Comparaison des données analytiques et numériques	120
7.3.1	Intérêt de la méthode instationnaire	120
7.3.2	Influence de la durée de cycle	121
7.3.3	Influence du maillage	122
7.3.4	Intérêt de la méthode conservative	122
7.4	Conclusion	126
8	Montage expérimental	129
8.1	Définition de l'expérience de validation	129
8.1.1	Présentation de l'expérience	129
8.1.2	Choix de la géométrie de veine et des vitesses	130
8.1.3	Choix des conditions thermiques	130
8.1.4	Choix du matériau	131
8.1.5	Choix du transitoire	132
8.1.6	Géométrie et conditions aux limites	135
8.1.7	Mesures effectuées	135
8.2	Moyens de mesure	136
8.2.1	LDV	137
8.2.2	PIV	139
8.2.3	Thermographie Infrarouge	140
8.2.4	Autres moyens de mesure	141
8.3	La soufflerie	142
8.3.1	Description de la soufflerie	143
8.3.2	Caractérisation de la soufflerie en écoulement libre	143
8.3.3	Installation du profil en soufflerie	147
8.3.4	Fréquences caractéristiques de l'installation	148
8.4	Les jets	149
8.4.1	Forme de la buse et profil de sortie de jet	149
8.4.2	Contrôle du débit des jets	149
8.4.3	Débitmétrie	151
8.4.4	Variations journalières	151
8.5	Répétabilité	151
8.5.1	Dynamique	153
8.5.2	Aérothermique	157
8.6	Conclusion	159

9 Mesures	161
9.1 Conditions aux limites dynamiques	161
9.1.1 Conditions d'entrée de la ventilation globale	161
9.1.2 Conditions aux limites de jet	169
9.1.3 Bilan	175
9.2 Champs dynamiques	177
9.2.1 Mesures aux deux débits extrêmes	177
9.2.2 Évolution instationnaire	183
9.2.3 Incertitude de mesure	186
9.2.4 Bilan	186
9.3 Conditions aux limites thermiques	188
9.3.1 Conditions aux limites de face arrière	188
9.3.2 Température de l'environnement	191
9.4 Champ thermique	192
9.4.1 Champs aux débits extrêmes	192
9.4.2 Différence de températures	192
9.4.3 Évolution instationnaire	194
9.4.4 Précision et incertitudes	195
9.4.5 Bilan	195
9.5 Conclusion	196
10 Simulations numériques	197
10.1 Caractéristiques du calcul	197
10.1.1 Cas simulé	197
10.1.2 Maillage	197
10.1.3 Conditions aux limites et initiales	198
10.1.4 Schémas	198
10.1.5 Modélisation de la turbulence	198
10.2 Résultats de la simulation	199
10.3 Erreurs et incertitudes	199
10.3.1 Convergence en maillage	203
10.3.2 Incertitudes sur les paramètres d'entrée	203
10.4 Validation sur le cas stationnaire	203
10.5 Conclusion	205
A Analyse matricielle de stabilité et conditions aux limites	211
A.1 Conditions aux limites isothermes	211
A.2 Conditions aux limites de convection	211
A.3 Conditions aux limites périodiques	212
B Étude de stabilité pseudo-stationnaire	213

C	Correction et critères physiques	217
C.1	Optimisation du coefficient de correction selon des critères physiques	217
C.2	Évaluation numérique de l'énergie à l'interface	218
C.3	Étude de stabilité numérique	220
C.3.1	Modélisation de la correction	220
C.3.2	Résultats	222
D	Cycles non subdivisés : stabilité	231
E	Analyse de stabilité du couplage conservatif	233
E.1	Raccord Dirichlet / Dirichlet	233
E.1.1	Expression de la correction de flux	233
E.1.2	Équations aux perturbations	233
E.1.3	Expression matricielle	234
E.2	Raccord Fourier / Fourier	235
E.2.1	Condition de convection	235
E.2.2	Expression de la correction de flux	235
E.2.3	Équations aux perturbations	236
E.2.4	Expression matricielle en schéma explicite	236
E.3	Raccord Fourier / Dirichlet	237
E.3.1	Équations aux perturbations	237
E.3.2	Expression matricielle	238
E.4	Raccord Dirichlet / Fourier	239
E.4.1	Équations aux perturbations	239
E.4.2	Expression matricielle	240
F	Jets en écoulement transversal	243

Table des figures

1.1	Conditions aux limites thermiques et raccords	4
1.2	Cas d'étude de couplage entre solides	8
1.3	Couplage de deux murs de conductivités différentes	9
1.4	Volume de contrôle	12
1.5	Représentation de la frontière en volumes finis	14
1.6	Stabilité pour un matériau homogène, dimension 1, schéma explicite, maillage régulier sur 20 points pour les conditions isothermes et conditions isotherme à une extrémité, de convection (nombre de Biot Bi) à l'autre, 18 points pour les conditions périodiques	17
1.7	Vecteurs propres associés aux valeurs propres de module unitaire (selon le nombre de Fourier)	17
1.8	Stabilité pour un matériau homogène, dimension 1, maillage régulier sur 20 points, schéma implicite, conditions aux limites isothermes aux deux extrémités	18
1.9	Cellules de part et d'autre d'une interface	18
1.10	Maillage de référence	20
1.11	Cas 2D d'étude de conservativité	21
1.12	Cas de validation 2D. F_C : nombre de Fourier de cycle de chaque domaine (a_C)	22
1.13	Cas de validation avec maillage non uniforme. F_C : nombre de Fourier de cycle de chaque domaine (a_C)	22
1.14	Cas de validation avec des cellules en contact avec plusieurs domaines	23
2.1	Interface entre solide et fluide pour le couplage de codes différences finies réalisé par Sondak et Dorney	34
2.2	Processus de couplage successif	35
2.3	Processus de couplage simultané	35
3.1	Couplage stationnaire MSD ABAQUS	38
3.2	Échange entre zones : rôle des différentes routines	39
3.3	Couplage de deux murs de températures initiales différentes 1000 et 500 K	41
3.4	Évolution du flux à l'interface en fonction du temps pour le couplage de deux murs de températures initiales différentes	42
3.5	Divergence en cas de cycles longs menant à l'état stationnaire dans chaque zone	42
3.6	Raccord Fourier / Dirichlet : notations	43
3.7	Cas de calcul de domaines couplés, avec parois adiabatiques	45

3.8 Erreurs sur le flux à l'interface en pas de temps d'échange double (gauche) et sur la température (droite). Échanges tous les 2 ou 4 cycles	46
3.9 Système de correction sur les flux à l'interface cumulés entre deux échanges	48
3.10 Localisations possibles de la correction de flux	49
3.11 Modification de condition limite de température	50
3.12 Deux types de répartition de la correction sur un cycle	51
3.13 Évolution du déficit de flux cumulé au cours des cycles	52
3.14 Comparaison de la précision des différentes méthodes de correction	54
3.15 Correction répartie régulièrement. Erreur relative sur la température d'interface en fonction du nombre d'itérations sur lequel la correction est répartie	54
3.16 Correction répartie selon une loi géométrique. Erreur relative sur la température d'interface en fonction du coefficient de répartition	55
3.17 Mécanisme de déstabilisation du calcul par les corrections de flux : observation des premiers cycles, et profil des températures à $t=405s$. $k_c = 0$	56
4.1 Couplage stationnaire MSD/ABAQUS : méthode de type bilan, conditions aux limites de Dirichlet au raccord. Principe de l'étude de stabilité	58
4.2 Domaines 1D L et R couplés : notations	59
4.3 Notations des données au cours du cycle	60
4.4 Raccord Dirichlet / Dirichlet : fin de cycle	61
4.5 Raccord Neumann / Neumann : fin de cycle	62
4.6 Raccord Neumann / Neumann : étude de stabilité en fonction de ξ . $J = L$ ou R	63
4.7 Raccord Neumann / Dirichlet : fin de cycle	63
4.8 Raccord Neumann / Dirichlet : étude de stabilité en fonction de ξ . $\overline{d_L} = \overline{d_R} = 10^{-k}$ pour $k = 0$ à 9	64
4.9 Raccord Fourier / Dirichlet : fin de cycle	65
4.10 Raccord Fourier / Dirichlet : étude de stabilité en fonction de ξ	66
4.11 Raccord Fourier / Fourier : fin de cycle	66
4.12 Maillage 1D pour l'étude de stabilité de la correction, notations	68
4.13 Notations pour la discrétisation de la condition isotherme	68
4.14 Modèle de cycle pour l'étude de stabilité	69
4.15 Effusivités pour les matériaux et fluides communs à $300K$	71
4.16 Maillage pour la validation du modèle d'étude de stabilité	73
4.17 Résultat de l'étude de stabilité en correction AVANT	74
4.18 Résultat de l'étude de stabilité en correction APRÈS	75
4.19 Critère de nombre de Fourier de cycle pour les raccords T/T, C/C, C/T et T/C (correction AVANT), avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$. Schéma explicite	76
4.20 Nombre de Fourier d'intégration maximal en fonction du nombre d'itérations pour les raccords T/T, C/C, C/T et T/C (correction AVANT), avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$. Schéma explicite	76
4.21 Nombre de Fourier d'intégration maximal en fonction du nombre d'itérations pour le raccord T/T (correction APRÈS) avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$	77
4.22 Critère de nombre de Fourier de cycle pour le raccord T/T (correction AVANT), avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$. Schéma implicite	77

4.23	Nombre de Fourier d'intégration maximal en fonction du nombre d'itérations pour le raccord T/T (correction APRÈS) avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$. Schéma implicite	78
4.24	Définition du nombre de Fourier de cycle maximum de stabilité	79
4.25	Choix du raccord en fonction de χ , τ et k_c . Schéma explicite. Correction AVANT	80
4.26	Nombre de Fourier de cycle maximum obtenu en fonction de χ , τ et k_c . Schéma explicite. Correction AVANT	80
4.27	Nombre de Fourier de cycle maximum obtenu en fonction de χ , τ , σ et k_c . Schéma explicite. Correction AVANT	81
4.28	Nombre de Fourier d'intégration limite de stabilité en fonction du nombre d'itérations par cycle, de k_c , χ et $\xi \in \{0,01; 0,1; 1; 10; 100\}$ pour un raccord T/T avec correction APRÈS. Schéma explicite	82
4.29	Nombre de Fourier d'intégration limite de stabilité en fonction du nombre d'itérations par cycle, de k_c , χ et $\xi \in \{0,01; 0,1; 1; 10; 100\}$ pour un raccord T/T avec correction APRÈS. Schéma implicite	82
4.30	Correction APRÈS : sensibilité de la stabilité. Évolution instationnaire de la valeur de la correction sur toutes les faces d'interface	85
4.31	Correction CL : sensibilité de la stabilité. Évolution instationnaire de la valeur de la correction sur toutes les faces d'interface	86
4.32	Correction selon une répartition régulière. Évolution instationnaire de la valeur de la correction sur toutes les faces d'interface	87
4.33	Correction selon une répartition géométrique. Évolution instationnaire de la valeur de la correction sur toutes les faces d'interface	88
4.34	Schéma type de couplage fluide / solide : raccord et répartition de correction	91
5.1	Couplage dans CEDRE	94
5.2	Exemple de maillages fluide et solide non coïncidents	100
5.3	Exemple de maillages fluide et solide non coplanaires	100
6.1	Définitions de la vérification et de la validation	106
6.2	Approche par blocs	111
7.1	Maillage fin pour la simulation de la plaque plane épaisse accélérée brutalement dans un écoulement laminaire	119
7.2	Influence de la méthode instationnaire sur la précision des simulations numériques : température à l'interface	121
7.3	Influence de la durée de cycle sur la précision des simulations numériques : température à l'interface	123
7.4	Influence de la durée de cycle sur la précision des simulations numériques : erreur relative	124
7.5	Influence du raffinement du maillage sur la précision des simulations numériques	125
7.6	Influence du raffinement du maillage sur la précision des simulations numériques	125
7.7	Influence du raffinement du maillage sur la précision des simulations numériques	126
7.8	Influence de la correction conservative sur la précision des simulations numériques : erreur relative intégrée	127
8.1	Configuration de l'expérience "Refroidissement moteur"	129
8.2	Mur d'épaisseur e soumis à des conditions aux limites isotherme (T_e) et de convection (h, T_∞)	131

8.3	Conductivité du MACOR [®]	133
8.4	Régime transitoire	133
8.5	Établissement de la température à la surface d'une plaque plane infinie mise en mouvement brusquement	134
8.6	Géométrie de l'expérience "Refroidissement moteur" (longueurs en m)	135
8.7	Mesures sur l'expérience "Refroidissement moteur"	136
8.8	Séquence instationnaire étudiée : traitement statistique pour la LDV	138
8.9	Méthode de filtrage des séquences	139
8.10	Installation d'un ventilateur en amont de la soufflerie pour uniformiser l'ensemencement	143
8.11	Installation du fil chaud dans la soufflerie	144
8.12	Profil de vitesse moyenne et taux de turbulence dans la soufflerie	144
8.13	Évolution sur 30mn de la vitesse de soufflerie en milieu de veine	145
8.14	Évolution sur une journée de la vitesse de soufflerie en milieu de veine	145
8.15	Évolution sur une journée de la température de soufflerie en milieu de veine	146
8.16	Évolution sur une journée du taux de turbulence de soufflerie en milieu de veine	146
8.17	Installation du profil en soufflerie	147
8.18	Vue en coupe du profil en soufflerie	148
8.19	Analyse fréquentielle de la vitesse et de la température de soufflerie	148
8.20	Forme de la buse d'injection	149
8.21	Profil de vitesse en sortie de jet selon l'épaisseur de la buse	150
8.22	Contrôle du débit des jets par le principe des cols soniques	150
8.23	Linéarité du débit des jets en fonction de la pression du réservoir pressurisé	151
8.24	Précision du débitmètre	152
8.25	Analyse fréquentielle du débit de jet à $D_1 = 13,6 Nm^3/h$ et $D_2 = 17,0 Nm^3/h$	152
8.26	Erreurs de répétabilité sur les mesures en amont	154
8.27	Erreurs de répétabilité sur les mesures de jet : module de la vitesse	155
8.28	Erreurs de répétabilité sur les mesures de jet : énergie cinétique turbulente	156
8.29	Erreurs de répétabilité sur les mesures au sein de l'écoulement	156
8.30	Influence de la température sur les mesures dynamiques	157
8.31	Erreur de répétabilité sur la mesure de température de paroi	158
9.1	Profils de vitesse longitudinale et transversale selon une ligne verticale en $y = 0m$, et une ligne horizontale en $z = 0,0675m$	162
9.2	Écart relatif entre les vitesses mesurées aux deux débits	162
9.3	Profils de vitesses fluctuantes	163
9.4	Profils d'énergie et dissipation turbulentes	164
9.5	Principe d'extrapolation des données d'entrée de veine	165
9.6	Conditions aux limites d'entrée : champ de vitesses moyennes, énergie cinétique et dissipation turbulentes	166
9.7	Incertitude statistique sur la mesure des vitesses	167
9.8	Incertitude statistique sur la mesure de l'énergie cinétique turbulente	168
9.9	Incertitude statistique sur la mesure de la dissipation	168

9.10	Condition aux limites de jet : vitesse de cisaillement u	169
9.11	Condition aux limites de jet : vitesse longitudinale w	170
9.12	Condition aux limites de jet : vitesses fluctuantes , énergie cinétique et dissipation turbulentes	171
9.13	Mesure instationnaire au centre du jet	172
9.14	Conditions aux limites instationnaires au centre du jet	173
9.15	Erreur sur la déduction des conditions aux limites de jet	174
9.16	Incertitude statistique sur la mesure des vitesses	175
9.17	Incertitude statistique sur la mesure de l'énergie cinétique turbulente	175
9.18	Incertitude statistique sur la mesure de la dissipation turbulente	176
9.19	Comparaison des mesures PIV avec la corrélation de trajectoire de Bradbury	178
9.20	Plans horizontaux : vitesse longitudinale	179
9.21	Plans horizontaux : vitesse transversale	180
9.22	Plans horizontaux : vitesse fluctuante longitudinale	181
9.23	Plans horizontaux : vitesse fluctuante transversale	182
9.24	Définition des lignes d'observation de l'évolution instationnaire	183
9.25	Vitesse longitudinale au cours du temps aux lignes 1 et 2	184
9.26	Vitesse longitudinale au cours du temps aux lignes 3 et 4	185
9.27	Incertitudes sur les acquisitions stationnaires	187
9.28	Incertitudes sur les acquisitions instationnaires	188
9.29	Raccordement des zones de mesure amont et aval dans un plan horizontal	189
9.30	Raccordement des zones de mesure de proche paroi et de champ large dans un plan vertical	190
9.31	Installation des thermocouples (longueurs en m)	191
9.32	Température de paroi aux débits D_1 et D_2	192
9.33	Différence de température entre les cas à débit de jet D_1 et D_2	193
9.34	Évolution de la température aux points 1 et 2 de la figure 9.33	194
9.35	Incertitude statistique sur la mesure de température aux deux débits de jet D_1 et D_2	195
10.1	Champ de température de paroi au débit D_1 obtenu par simulation	200
10.2	Champ de module de vitesse dans le plan de symétrie $y = 0m$, au débit D_1 , obtenu par simulation	201
10.3	Champs de vitesse dans les plans $z = 0,01$ et $0,04m$, au débit D_1 , obtenus par simulation	202
10.4	Différence de température entre les résultats numériques et expérimentaux	204
10.5	Erreur totale sur le champ de température	205
A.1	Conditions aux limites de convection.	211
A.2	Conditions aux limites périodiques : chaque extrémité impose sa condition aux limites à l'autre.	212
B.1	Simulation de correction : utilisation de surfaces dans le plan (x,T) , deux possibilités. Cas du raccord par les températures	214
B.2	Surface "limitrophe" pour la condition de Dirichlet	215
B.3	Surface "limitrophe" pour la condition de Von Neumann	215
B.4	Surface "limitrophe" pour la condition de convection	215
C.1	Évaluation de l'énergie à l'interface, sur un cycle de N itérations, de durée $t_2 - t_1$	218

C.2	Correction conservative par estimation d'énergie échangée à l'interface, sans coefficient de correction	219
C.3	Critère de nombre de Fourier de cycle pour $\chi = 0, 1$, en schéma explicite, correction AVANT . . .	223
C.4	Critère de nombre de Fourier de cycle pour $\chi = 1$, en schéma explicite, correction AVANT	224
C.5	Critère de nombre de Fourier de cycle pour $\chi = 0, 1$, en schéma implicite, correction AVANT . . .	225
C.6	Critère de nombre de Fourier de cycle pour $\chi = 1$, en schéma implicite, correction AVANT	226
C.7	Nombre de Fourier d'intégration maximal de stabilité, en schéma explicite, correction APRÈS . . .	226
C.8	Nombre de Fourier d'intégration maximal de stabilité, en schéma implicite, correction APRÈS . . .	227
C.9	Choix du raccord en fonction de χ, τ . Schéma explicite. Correction AVANT	227
C.10	Comparaison des types de correction en fonction de χ, τ . Schéma explicite. Correction AVANT . . .	228
C.11	Niveau de stabilité maximal obtenu avec des choix optimaux du raccord et de la correction. Schéma explicite. Correction AVANT	229
D.1	Rayon spectral en fonction des rapports χ des nombres de Fourier des 2 domaines couplés et ξ des conductivités. Schéma explicite	232
D.2	Rayon spectral en fonction des rapports χ des nombres de Fourier des 2 domaines couplés et ξ des conductivités. Schéma implicite	232

Liste des tableaux

3.1	Erreur sur la température finale pour un calcul sans correction	45
3.2	Conservativité sur le cas 2D	46
4.1	Test de limite de stabilité en fonction du nombre d'itérations par cycle sur TYPHON, correction AVANT. Nombre de Fourier d'intégration maximal. J/K : raccord utilisant des conditions données par J et K (Dirichlet pour T, Fourier pour C). Précision 0,01 sur les nombres de Fourier	74
4.2	Test de limite de stabilité en fonction du nombre d'itérations par cycle sur TYPHON, correction APRÈS. J/K : raccord utilisant des conditions données par J et K (Dirichlet pour T, Fourier pour C). Précision 0,01 sur les nombres de Fourier	74
4.3	Comparaison des stabilités des corrections CL et AVANT pour $\chi = 0,1$ et $\xi = 100$	83
4.4	Comparaison des stabilités des corrections CL et AVANT pour $\chi = 0,1$ et $\xi = 0,75$	84
4.5	Récapitulatif sur les qualités en termes de précision et de stabilité des différents types de corrections. N : nombre d'itérations par cycle	89
7.1	Pas de temps de cycle pour les simulations	122
8.1	Mesure de température par les différents thermocouples de l'expérience (identifiés au paragraphe 9.3.2) et par une sonde Pt100 de référence, plongés dans un bain thermostaté	142
9.1	Mesure des épaisseurs des couches limites	164
F.1	Coefficients de corrélation pour la trajectoire de jet. Valeurs de différents auteurs.	243

Notations

Lettres latines

a	nombre de Fourier numérique	$a = \frac{D_{th}\delta t}{\delta x^2}$
b	effusivité	
Bi	nombre de Biot	$Bi = \frac{hL}{\lambda_s}$
c	capacité thermique massique	$(J/kg/K)$
C	capacité thermique volumique	$(J/m^3/K)$
C_J	correction dans le domaine J	
c_l	vitesse de propagation	(m/s)
c_P	capacité thermique massique à pression constante	$(J/kg/K)$
c_V	capacité thermique massique à volume constant	$(J/kg/K)$
c_s	célérité du son	(m/s)
C_μ	constante du modèle de turbulence de Norris-Reynolds	$C_\mu = 0,09$
d	distance, taille de cellule	(m)
d_j	diamètre de jet	(m)
D	débit volumique	(Nm^3/h)
D_{th}	diffusivité thermique	(m^2/s)
e	épaisseur	(m)
E	énergie	(J)
E_m	énergie par unité de masse	(J/kg)
E_{mi}	énergie interne par unité de masse	(J/kg)
E_v	énergie par unité de volume	(J/m^3)
f	fréquence	(Hz)
F	flux numérique	
\mathcal{F}	nombre de Fourier	$\mathcal{F} = \frac{D_{th}\tau}{L^2}$
\vec{F}	force volumique massique	(N/kg)
F_s	facteur de sécurité	$F_s = 1,25$
h	coefficient d'échange thermique	$(W/m^2/K)$
h_v	hauteur	(m)
H	facteur de forme de couche limite	

\vec{I}	tenseur identité	
j	nombre complexe	$j^2 = -1$
k_c	coefficient de correction	
k	énergie cinétique turbulente	(m^2/s^2)
K	nombre d'onde	(m^{-1})
l	longueur	(m)
L	longueur de référence	(m)
M	nombre de Mach	$M = \frac{\ \vec{V}\ }{c_s}$
N	nombre d'itérations	
\vec{n}	vecteur normal	
Nu	nombre de Nusselt	$Nu = \frac{hL}{\lambda_f}$
p	paramètre de couplage statique	$p = \frac{e\sqrt{Re_\infty}\lambda_\infty}{L\lambda_s}$
P	pression	(N/m^2)
p_{cv}	ordre de convergence	
Pr	nombre de Prandtl	$Pr = \frac{\mu c_P}{sL^2\lambda}$
q		$q = \frac{D_{th}}{D_{th}}$
r	constante des gaz parfaits	$r = 287 J/kg/K$
τ	rapport d'effusivités	$\tau = \frac{b_R}{b_L}$
R	taux d'injection	$R = \sqrt{\frac{\rho_j \vec{V}_j^2}{\rho_\infty \vec{V}_\infty^2}}$
r_{cv}	facteur de raffinement	
Re	nombre de Reynolds	$Re = \frac{L\ \vec{V}\ }{\nu}$
R_{th}	résistance thermique	$(m^2 K/W)$
s	variable de Laplace	
S	surface	(m^2)
\vec{S}	vecteur surface	(m^2)
St	nombre de Stanton	$St = \frac{h}{\rho c_P \ \vec{V}\ }$
T, C	conditions isotherme et de convection	
T	température	(K)
t_{fs}	paramètre de couplage dynamique	$t_{fs} = \frac{D_{th}s}{e\ \vec{V}_\infty\ }$
u, v, w	composantes de vitesse	(m/s)
\mathcal{U}	quantité générique	
V	volume	(m^3)
\mathcal{V}	métrique de validation	
\vec{V}	vitesse	(m/s)
x, y, z	coordonnées	(m)
X	variable aléatoire	
y^+	coordonnée de paroi réduite	

Lettres grecques

α, β	coefficients de pondération	
γ	rapport des chaleurs massiques	$\gamma = \frac{c_P}{c_V}$
δ	épaisseur de couche limite	(m)
δ_j	angle d'injection	(rad)
ΔE	déficit d'énergie	(J) ou (Jm ³ /kg)
Δt	pas de temps de cycle	(s)
ϵ	erreur, critère de convergence	
ε	dissipation turbulente	(m ² /s ³)
θ	température sans dimension	
κ	raison de suite géométrique	
λ	conductivité thermique	(W/m/K)
λ_ω	valeur propre	
Λ		$\Lambda = p\sqrt{t_{fs}Pr}$
μ	viscosité dynamique	(kg · s/m)
ν	viscosité cinématique	(m ² /s)
ξ	rapport de conductances thermiques	$\xi = \frac{\lambda_R d_L}{\lambda_L d_R}$
ρ	masse volumique	(kg/m ³)
σ	nombre de CFL	$\sigma = \frac{u\delta t}{\delta x}$
$\vec{\Sigma}$	tenseur des contraintes	(N/m ²)
τ	temps caractéristique	(s)
Φ	densité de flux de chaleur	(W/m ²)
$\vec{\Phi}$	vecteur densité de flux de chaleur	
Φ_τ	source de chaleur	(W/kg)
χ	rapport de temps caractéristiques de diffusion	$\chi = \frac{D_{th,R} d_L^2}{D_{th,L} d_R^2}$
χ_{NR}	constante du modèle de turbulence de Norris-Reynolds	$\xi = 0,41$
ω	fréquence réduite	$\omega = \frac{L}{\ \vec{V}\ t}$
Ω	rotationnel des vitesses	(s ⁻¹)

Indices et exposants

a	acquisition
aw	mur adiabatique
b	buse
c	convection, correction ou couplage
C	cycle
cv	convergence

e	imposé à l'extérieur
ex	solution exacte
ε	schéma numérique
f	fluide
i	arrêt isentropique
i, j	cellule interne
I	interface
j	jet
J	domaine générique
l	limite
L	gauche (<i>left</i>)
n	instant ou cycle n
p	phénomène
R	droite (<i>right</i>)
rés	réservoir
s	solide
st	solution stationnaire
0	quantité de référence
∞	fluide loin des parois
$*, n$	fin du cycle n
'	fluctuation turbulente

Fonctions

$d(\cdot, \cdot)$	distance entre deux points
$\mathcal{L}(\cdot)$	transformée de Laplace
$\delta \cdot$	perturbation ou pas (temps, espace)
$\rho(\cdot)$	rayon spectral
$\bar{\cdot}$	grandeur adimensionnée ou moyenne
$\underline{\cdot}$	matrice
$\underline{\cdot}$	vecteur colonne
$\overline{\cdot}$	tenseur
$\tilde{\cdot}$	grandeur perturbée
$\ \cdot\ $	norme
$\cdot/\cdot\cdot$	couplage par condition \cdot à gauche de l'interface et $\cdot\cdot$ à droite
$\text{prob}(\cdot)$	probabilité

Introduction

L'étude du problème de transfert de chaleur conjugué entre fluide et matériau par une voie numérique s'est développée depuis quelques années. L'industrie aéronautique par exemple est d'autant plus intéressée que l'utilisation de plus en plus répandue de matériaux composites a entraîné des problèmes inconnus jusqu'alors. Ces matériaux, résistants et légers, ont en effet le défaut de voir leurs propriétés décliner à haute température. Les réacteurs des avions étant le siège de températures particulièrement élevées (de l'ordre de 1000K), l'usage des matériaux composites nécessite de refroidir certaines zones. L'optimisation des systèmes de refroidissement passe par une meilleure connaissance des phénomènes aérothermiques mis en jeu. Les industriels sont donc fortement demandeurs de moyens de simulation des transferts de chaleur ayant lieu entre les écoulements et les parties solides de leurs produits.

Par ailleurs, le besoin en outils capables de prendre en charge des simulations instationnaires se fait sentir. Toujours concernant les avions, la phase de vol particulièrement instationnaire du décollage est aussi fortement dimensionnante. Le manque de connaissances actuel sur les températures et les échanges de chaleur ayant lieu en régime transitoire conduit les avionneurs et motoristes à prendre des marges importantes qui ont des conséquences non négligeables en termes de performances.

Une méthode numérique beaucoup employée pour ce type de problème est le couplage de solveurs indépendants de dynamique des fluides d'une part, de thermique du solide d'autre part. Cette méthode permet de tirer parti des avantages et développements de deux codes déjà existants, efficaces et propres à des métiers différents. Le couplage de codes a ainsi été utilisé pour de nombreuses applications stationnaires, notamment dans le domaine des turbines. Longtemps restreinte à ce genre de géométrie assez figée, la méthode a été étendue à des codes généraux pouvant simuler toutes sortes de configurations. Le couplage fluide / solide par voie numérique a donc été largement étudié pour des applications stationnaires. L'extension à l'instationnaire est en revanche problématique à plusieurs titres. Le coût de calcul déjà important pour les applications stationnaires ne peut être admissible si les méthodologies stationnaires sont réutilisées en mettant en place à chaque instant une procédure itérative jusqu'à convergence à la solution instantanée. La précision des simulations sur les phases transitoires risque aussi d'être détériorée si les informations transférées entre solveurs sont les mêmes que pour les couplages stationnaires et que l'utilisation de la convergence locale à chaque instant est limitée.

Cette thèse a été effectuée dans le cadre du projet ATRAN (Aérothermique TRANSitoire) dans lequel collaborent AIRBUS, SNECMA, l'ONERA et l'IMFT. Ce projet vise à l'obtention d'outils prédictifs pour les phases de vol non stabilisées. Le but est d'optimiser l'installation des systèmes de refroidissement pour la diminution des marges de conception des moteurs et de réduire les durées de développement de ceux-ci grâce à l'utilisation de l'outil numérique pour la prédiction des champs aérothermiques avant essais en vol. D'un point de vue technique, les objectifs du projet sont de développer un couplage numérique transitoire fluide / solide et d'améliorer les modèles physiques et numériques. Un certain nombre d'expériences modélise les différents

phénomènes aérothermiques ayant lieu dans un moteur, tels que le refroidissement moteur, la fuite d'air ou encore la prédominance du rayonnement et de la convection naturelle à l'arrêt moteur. Ces expériences doivent contribuer à l'amélioration des modèles mais aussi à la validation de l'outil numérique. Ce dernier est implémenté dans la plateforme de calcul de l'ONERA, CEDRE, mais a également été préalablement développé et testé dans le code *open-source* TYPHON.

L'objectif de cette thèse est donc plus précisément l'étude et le développement d'une méthodologie de couplage fluide / solide adaptée aux contraintes de l'instationnaire et la validation de celle-ci sur un cas expérimental proche des conditions dans un moteur d'avion. La première partie de ce mémoire sera donc consacrée à la présentation et l'étude de la méthode de couplage. La deuxième détaillera la réalisation de l'expérience et la validation de la méthode numérique sur ce cas.

Un chapitre préalable est consacré aux bases de la thermique du solide, des fluides et des couplages (solides composites et couplage fluide / solide en configuration simplifiée) utiles pour la compréhension de la méthodologie. Il rappelle également les bases théoriques concernant l'analyse numérique. La méthode utilisée par CEDRE et TYPHON, celle des Volumes Finis, est présentée. Les méthodes basiques d'analyse de stabilité sont décrites, ainsi que les techniques d'interpolation envisagées pour évaluer les conditions à l'interface fluide / solide.

La méthode numérique décrite dans ce mémoire partage quelques propriétés avec les méthodes stationnaires : l'indépendance des intégrations des différents domaines par les solveurs qui leur sont attribués, la périodicité des échanges d'informations entre ceux-ci afin d'assurer un calcul couplé, la transmission des informations sous forme de conditions aux limites aux interfaces fluide / solide (conditions aux limites pouvant être de nature différente de part et d'autre de l'interface). Mais elle est par ailleurs très orientée vers l'instationnaire. Une comparaison avec la littérature montrera que la chronologie intégrations - échanges d'information et la formulation des conditions aux limites sont très adaptées à l'instationnaire, notamment d'un point de vue temps de calcul. Par ailleurs, l'accent est porté sur le développement d'une méthode conservative (sans pertes de flux dues à la discrétisation), attendant notamment des gains de précision sur les phases transitoires. La robustesse est un des points clés de l'étude de la méthode. Des analyses théoriques de stabilité permettent d'obtenir les paramètres de définition du couplage les plus robustes. Les différents critères d'étude de la méthode de couplage sont donc : le coût de calcul, la précision, la conservativité, la robustesse, mais aussi la facilité d'implémentation, c'est-à-dire la minimisation des développements à effectuer au sein des solveurs couplés.

La vérification et la validation du couplage sont effectuées selon les critères définis par Oberkampf [63]. La bibliographie ne montre aucun cas expérimental transitoire à la fois utilisable pour la validation expérimentale et proche des conditions de fonctionnement (notamment d'écoulement à basse vitesse) dans le compartiment core d'un réacteur, situé entre la chambre de combustion et le flux secondaire, où sont installés les équipements. La validation est donc effectuée sur un cas défini et effectué au cours de cette thèse, dans le cadre du projet ATRAN. Il modélise le refroidissement moteur par ventilation dédiée instationnaire. Des mesures sont effectuées sur l'écoulement et le solide de façon à obtenir des conditions aux limites pour effectuer les simulations et des champs de vitesse et température pour comparer avec les résultats de ces simulations.

Chapitre 1

Problème général et équations

Ce chapitre vise à présenter le cadre général de l'étude numérique. Le problème de la thermique dans le solide et dans le fluide est donc abordé de façon à faciliter la compréhension des phénomènes étudiés dans le couplage : la conduction dans le solide, la conduction et la convection dans le fluide. Le couplage entre fluide et solide se joue à leur interface. Les conditions aux limites ont donc un rôle essentiel et font alors l'objet d'un paragraphe dans ce chapitre. Une présentation de cas analytiques de couplage solide / solide et fluide / solide permet ensuite de mettre en avant les principaux paramètres des problèmes de transfert de chaleur conjugués.

Par ailleurs, les aspects numériques de base nécessaires à la compréhension de la partie théorique sont également présentés dans ce chapitre. Tout d'abord, les solveurs utilisés reposant sur la méthode des Volumes Finis, celle-ci est décrite. Son cadre est utilisé pour aborder les techniques d'analyse de stabilité. Une large part des travaux de cette thèse est en effet l'étude de la robustesse de la méthode de couplage. Les méthodes de Von Neumann et matricielle d'analyse de stabilité sont donc présentées ici sur l'exemple standard de l'équation de la chaleur dans un mur. Le couplage se basant notamment sur les conditions aux limites d'interface, les interpolations envisageables menant à l'obtention de celles-ci sont ensuite décrites. Le chapitre se termine sur la présentation des cas numériques de couplage utilisés comme tests dans la partie théorique.

1.1 Thermique du solide

1.1.1 L'équation de la chaleur

Le problème de la conduction de la chaleur est une équation de bilan qui permet de lier l'énergie emmagasinée dans un corps $E_v = E_v(T) = \int_0^T \rho(T') \cdot c(T') dT'$ à la densité de flux de chaleur $\vec{\Phi}$ comme suit :

$$\frac{\partial E_v}{\partial t} = -div(\vec{\Phi}) + \rho\Phi_\tau \text{ avec } \vec{\Phi} = -\lambda \cdot \vec{\nabla}T$$

$\lambda = \lambda(T)$, la conductivité thermique du milieu, peut être scalaire ou matricielle. Φ_τ est une chaleur massique représentant une éventuelle source (ou puits) de chaleur. Pour un corps de masse volumique et chaleur massique indépendantes de la température, on peut écrire l'énergie $E_v = \rho cT$.

Dans le cas d'une conductivité thermique constante dans tout le matériau, et en l'absence de source de chaleur, l'équation devient linéaire et se simplifie en :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \cdot \Delta T$$

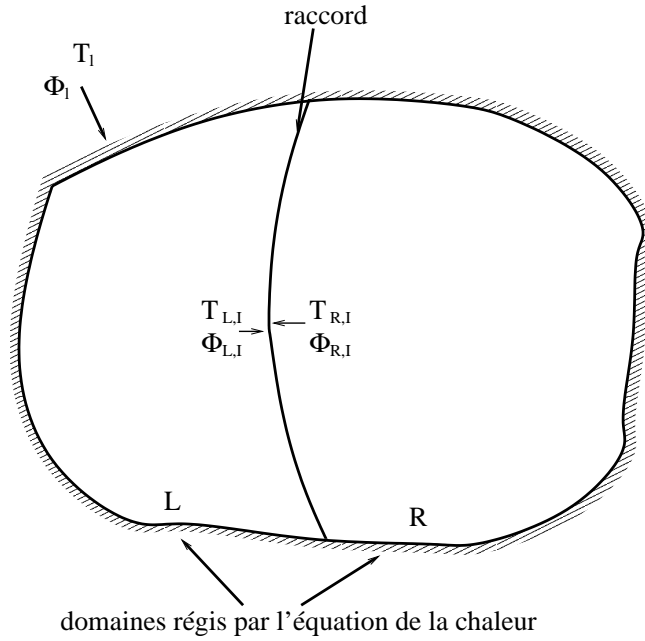


FIG. 1.1 – Conditions aux limites thermiques et raccords

Par ailleurs, en dimension 1, elle devient :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (1.1)$$

Soit un mur d'épaisseur L , de conductivité λ et de capacité calorifique ρc . Une mise sous forme adimensionnelle est faite comme suit (τ est un temps caractéristique, T_0 , $\rho_0 c_0$ et λ_0 des température, capacité calorifique et conductivité de référence du matériau) : $\bar{x} = \frac{x}{L}$, $\bar{t} = \frac{t}{\tau}$, $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0}$, $\bar{\rho c} = \frac{\rho c}{\rho_0 c_0}$, $\bar{T} = \frac{T}{T_0}$. Alors :

$$\bar{\rho c} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = \frac{\lambda_0 \tau}{\rho_0 c_0 L^2} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{x}} \right)$$

Le nombre adimensionnel $\mathcal{F} = \frac{\lambda_0 \tau}{\rho_0 c_0 L^2}$ est le nombre de Fourier. Pour un même nombre de Fourier, l'évolution de la température dans le matériau sera identique. En particulier, quand la conductivité est constante : $\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = \mathcal{F} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{x}^2}$.

C'est aussi ce même nombre de Fourier qui paramètre le temps caractéristique de diffusion de la chaleur dans le matériau. Pour un solide 1D de longueur caractéristique L et de diffusivité D_{th} , le temps caractéristique de diffusion est : $\tau_s = \frac{L^2 \mathcal{F}}{D_{th}}$. Le temps caractéristique est couramment pris pour un nombre de Fourier unitaire :

$$\tau_s = \frac{L^2}{D_{th}}$$

1.1.2 Conditions aux limites thermiques

Le problème de l'équation de la chaleur est fermé par des conditions aux limites qui caractérisent les grandeurs thermiques T_l et Φ_l aux frontières du domaine d'étude (figure 1.1), et qui peuvent être :

- une condition de Dirichlet (ou isotherme) : la température à la limite est imposée : $T_l = T_e$;
- une condition de Von Neumann : le flux thermique à la limite est imposé : $\Phi_l = \Phi_e$. Si Φ_e est nul, la condition est adiabatique ;
- une condition de Fourier (ou de convection ou encore condition mixte ou par coefficient d'échange) : le flux à la limite dépend de la température grâce à l'introduction d'un coefficient d'échange h et d'une température de référence T_∞ : $\Phi_l = h \cdot (T_l - T_\infty)$. Cette condition est plus particulièrement adaptée à la modélisation d'un contact avec un fluide en mouvement. La condition de Fourier modélise les effets conjugués de la conduction et de l'advection dans la couche limite. Elle peut également être utilisée pour réaliser une condition de rayonnement.

Les trois types de conditions aux limites recensés ici sont également parfois appelés respectivement de première, deuxième et troisième espèce. La dernière permet de modéliser également les deux premières avec $h \rightarrow \infty$ et $h \rightarrow 0$ respectivement. Le nombre sans dimension de Biot $Bi = \frac{hL}{\lambda}$ (L est une longueur caractéristique) permet de comparer les résistances au transfert de chaleur à l'intérieur et à la surface d'un corps. Un nombre de Biot grand signifie une conduction de la chaleur au sein du corps plus lente qu'à sa surface, et des gradients de température non négligeables.

Dans le cas particulier où une frontière constitue un raccord avec un autre domaine d'étude (figure 1.1), deux conditions doivent être remplies : la conservation de la température et celle du flux thermique à la limite. Dans le cas d'un contact parfait, $T_{L,I} = T_{R,I}$ et $\Phi_{L,I} = \Phi_{R,I}$. Si les domaines présentent des irrégularités de surface et que les milieux n'adhèrent pas parfaitement l'un à l'autre, des zones intersticielles perturbent le transfert par conduction. Le phénomène est modélisé par l'introduction d'une résistance de contact R_{th} . Les équations à l'interface deviennent : $T_{L,I} = T_{R,I} + R_{th} \cdot \Phi_{L,I}$ et $\Phi_{L,I} = \Phi_{R,I}$. L'hypothèse du contact parfait sera retenue dans la suite du mémoire. Les équations sont alors plus simples et, d'un point de vue méthodologique, la perte de généralité est minime.

1.2 Thermique dans le fluide

1.2.1 Équations de Navier-Stokes

Le fluide, caractérisé par sa vitesse \vec{V} , sa pression P , sa température T et sa masse volumique ρ , est régi par les équations de Navier-Stokes (équations de continuité (1.2), de quantité de mouvement (1.3), d'énergie (1.4) et deux équations d'état (1.5 et 1.6)) [12] :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{V}}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V} \otimes \vec{V} - \vec{\Sigma}) - \rho \vec{F} = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial \rho E_m}{\partial t} + \text{div}(\rho E_m \vec{V} - \vec{\Sigma} \cdot \vec{V} - \lambda \vec{\nabla} T) - \rho \vec{F} \cdot \vec{V} - \rho \Phi_\tau = 0 \quad (1.4)$$

$$T = T(P, \rho) = \frac{P}{\rho r} \quad (1.5)$$

$$E_{m_i} = E_{m_i}(P, \rho) = c_V T = \frac{r}{\gamma - 1} T \quad (1.6)$$

avec \vec{F} la force volumique extérieure par unité de masse, Φ_τ la chaleur massique provenant de l'extérieur,

l'énergie totale par unité de masse $E_m = E_{mi} + \frac{\vec{V}^2}{2}$ (E_{mi} étant l'énergie interne par unité de masse) et le tenseur des contraintes $\vec{\Sigma}$ (sous les hypothèses conjointes de Stokes et de fluide newtonien) :

$$\vec{\Sigma} = - \left(P + \frac{2\mu}{3} \operatorname{div} \vec{V} \right) \vec{I} + \mu \left(\vec{\nabla} \vec{V} + \vec{\nabla} \vec{V}^T \right)$$

Les expressions données pour les équations d'état 1.5 et 1.6 sont des expressions d'usage courant, le fluide étant assimilé à un gaz idéal.

1.2.2 L'équation de l'énergie

Les phénomènes thermiques sont modélisés par l'équation d'énergie (1.4). Des termes communs avec l'équation de la chaleur sont présents : le terme instationnaire $\frac{\partial \rho E_m}{\partial t}$, le terme de diffusion $\operatorname{div}(-\lambda \vec{\nabla} T)$ et la source (ou puits) de chaleur $\rho \Phi_\tau$. À ceux-ci s'ajoutent un terme de convection $\operatorname{div}(\rho E_m \vec{V})$ et un terme source de chaleur dû au travail des contraintes visqueuses et de pression $\operatorname{div}(\vec{\Sigma} \cdot \vec{V})$.

Un cas particulier intéressant est celui du régime incompressible avec viscosité indépendante de la température. L'équation de l'énergie (1.4) peut alors être découplée des équations de la dynamique (1.2 et 1.3). Ainsi, ces deux dernières permettent d'obtenir la pression et la vitesse. Une fois celles-ci connues, l'équation d'énergie permet d'obtenir la température. Cette équation est alors une simple équation de convection - diffusion à laquelle s'ajoute un terme source $f(\vec{V})$ connu, composé de la dissipation visqueuse et de la chaleur massique provenant de l'extérieur, [16] :

$$\frac{\partial \rho c_P T}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho c_P T \vec{V} - \lambda \vec{\nabla} T) = f(\vec{V})$$

1.2.3 Paramètres sans dimension

La mise sous forme sans dimension des équations de Navier-Stokes met en évidence les principaux nombres sans dimension suivants :

$$M = \frac{\|\vec{V}\|_0}{c_s} : \text{nombre de Mach}$$

$$Re = \frac{L \|\vec{V}\|_0}{\nu_0} : \text{nombre de Reynolds}$$

$$Pr = \frac{\mu_0 c_{P0}}{\lambda_0} = \frac{\nu_0}{D_{th,0}} : \text{nombre de Prandtl}$$

$\|\vec{V}\|_0$, L , ν_0 , μ_0 , c_{P0} et λ_0 sont des vitesse, longueur, viscosité cinématique et dynamique, chaleur massique et conductivité de référence. La célérité du son $c_s = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ est la vitesse de propagation des perturbations dans l'écoulement. Le nombre de Mach mesure les effets de compressibilité. Les régimes subsonique ($M < 1$), sonique ($M = 1$) (transsonique ($0,8 < M < 1,2$)), supersonique ($M > 1$) ou encore hypersonique ($M > 5$) sont alors distingués et possèdent des caractéristiques particulières. De plus, un écoulement est considéré incompressible pour $M < 0,3$: la masse volumique est alors constante. Les écoulements au sein des cavités moteurs sont par exemple généralement incompressibles.

Le nombre de Reynolds mesure quant à lui le rapport des forces d'inerties $\frac{\rho \|\vec{V}\|_0^2}{L}$ aux forces visqueuses $\frac{\mu \|\vec{V}\|_0}{L^2}$ dans l'écoulement. Si $Re < 1$, les forces d'inertie sont négligeables devant celles de viscosité. L'écoulement est dit de Stokes. Le nombre de Reynolds est généralement utilisé pour qualifier le régime d'écoulement laminaire (Re faible) ou turbulent (Re important).

Le nombre de Prandtl est le rapport entre diffusivité de quantité de mouvement (viscosité cinématique) et diffusivité thermique. Il compare donc l'efficacité du transport par diffusion entre les couches limites dynamique et thermique.

Ainsi, l'équation de l'énergie sans dimension peut s'écrire :

$$\omega \bar{\rho} \frac{\partial \overline{E_{m_i}}}{\partial t} + \bar{\rho} \vec{\nabla} \overline{E_{m_i}} \cdot \vec{V} = -(\gamma - 1) \text{div} \vec{V} + \frac{\gamma(\gamma - 1)M^2}{Re} \Phi_D + \frac{\gamma}{Pr Re} \text{div}(\bar{\lambda} \vec{\nabla} \overline{T}) + \gamma(\gamma - 1)M^2 \Theta$$

où les nombres sans dimension supplémentaires suivants ont été utilisés : $\omega = \frac{L}{Ut}$ (fréquence réduite), la fonction de dissipation Φ_D et $\Theta = \frac{\Phi_\tau L}{U^3}$.

1.2.4 Conditions aux limites de paroi

Les conditions aux limites pour le fluide sont plus variées que pour le solide. Elles peuvent en effet caractériser une entrée ou sortie d'écoulement mais aussi une interface avec un solide (condition de type mur).

Les conditions thermiques pour les murs sont proches des types de conditions recensés pour les solides. Elles peuvent être des conditions de flux imposé (condition de Von Neumann, avec pour cas particulier très courant la condition adiabatique, de flux nul), ou de température imposée (de Dirichlet).

Naturellement, si la frontière est un raccord avec un autre domaine d'étude, comme pour les solides, la conservation du flux de chaleur et l'équilibre des températures sont toujours les conditions à remplir.

1.3 Couplage thermique : théorie et généralités

Le transfert de chaleur par conduction et/ou convection pour des domaines homogènes solide ou fluide a été exposé précédemment. Dans ce paragraphe sont présentées des études analytiques de problèmes très basiques de couplage thermique solide / solide ou solide / fluide. Elles permettent d'illustrer le problème des conditions aux limites d'interface. Les paramètres caractéristiques des problèmes couplés ainsi que les temps caractéristiques thermiques de couplage sont aussi mis en évidence. Enfin, les cas analytiques, notamment de couplage fluide / solide, seront utilisés pour la vérification de la méthode de couplage présentée dans ce mémoire.

1.3.1 Couplage entre solides

Le couplage entre solides est traité ici avec la mise en contact de murs (solides monodimensionnels), sur les trois cas représentés sur la figure 1.2. Les murs ont des propriétés thermiques (conductivité, diffusivité) constantes.

1.3.1.1 Solide composite infini

La mise en contact de deux murs semi-infinis de températures initialement différentes donne une température d'interface constante dans le temps, résultat d'une pondération par les effusivités $b = \sqrt{\lambda \rho c}$ des deux solides de

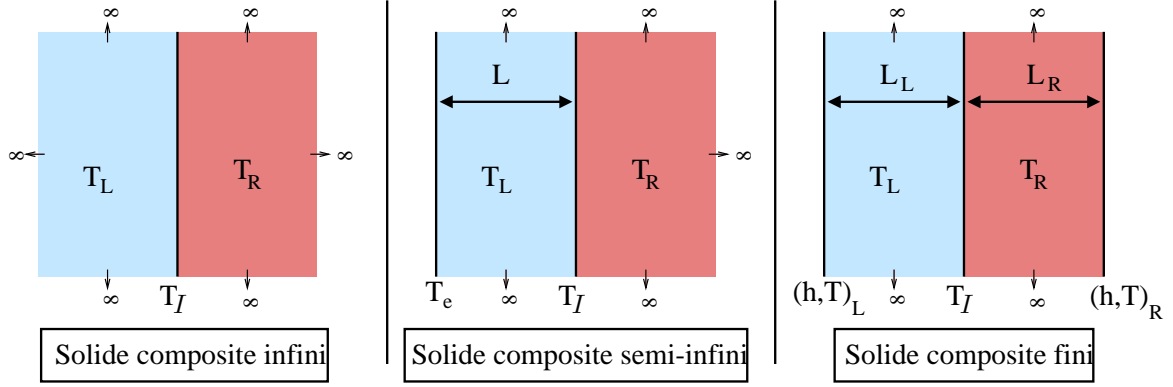


FIG. 1.2 – Cas d'étude de couplage entre solides

températures initiales différentes $T_L(t=0)$ et $T_R(t=0)$ [46] :

$$T_I(t) = \frac{b_L T_L(t=0) + b_R T_R(t=0)}{b_L + b_R}$$

La température d'interface entre deux domaines est donc constante tant que le modèle de murs semi-infinis est représentatif.

1.3.1.2 Solide composite semi-infini

Considérons le cas de couplage d'un mur épais (d'épaisseur L) avec un mur semi-infini. La condition à l'extrémité du mur épais est une température imposée T_e . La condition initiale est une température identique $T_L(0)$ dans les deux domaines .

La méthode d'étude la plus courante pour les cas de couplage de mur est l'utilisation de l'espace de Laplace. Soit s la variable de Laplace et θ la température relative sans dimension ($\theta = \frac{T - T_L(0)}{T_L(0)}$) dans l'espace temporel, la transformée de Laplace de la température d'interface suit une évolution [42] :

$$\mathcal{L}(\theta_I)(s) = \int_0^{+\infty} \exp^{-st} f(t) dt = \frac{\theta_e}{s (\cosh(q) + \tau \sinh(q))} \text{ où } q = \sqrt{\frac{sL^2}{D_{thL}}}$$

L'évolution est donc très liée au rapport des effusivités $\tau = \frac{b_R}{b_L}$ des deux solides. Une étude aux temps longs permet d'avoir une estimation du temps de réponse. Quand $s \rightarrow 0$, $\mathcal{L}(\theta_I) \sim \frac{\theta_e}{s}$. Ainsi :

$$\mathcal{L}(\theta_I)(s) - \frac{\theta_e}{s} = \frac{\theta_e}{s} \frac{1 - \cosh q - \tau \sinh q}{\cosh q + \tau \sinh q} \simeq \frac{\theta_e}{s} \frac{-\tau q}{1 + \tau q} = -\frac{\theta_e L^2}{D_{thL}} \frac{1}{q(\frac{1}{\tau} + q)}$$

Une transformation inverse de Laplace donne alors la valeur asymptotique de la température d'interface sous la forme :

$$\frac{T_I - T_L(0)}{T_L(0)} = \theta_e \left(1 - \exp\left(\frac{D_{thL} t}{\tau^2 L^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{D_{thL} t}{\tau^2 L^2}}\right) \right)$$

Une estimation du temps caractéristique du phénomène couplé est alors donnée par :

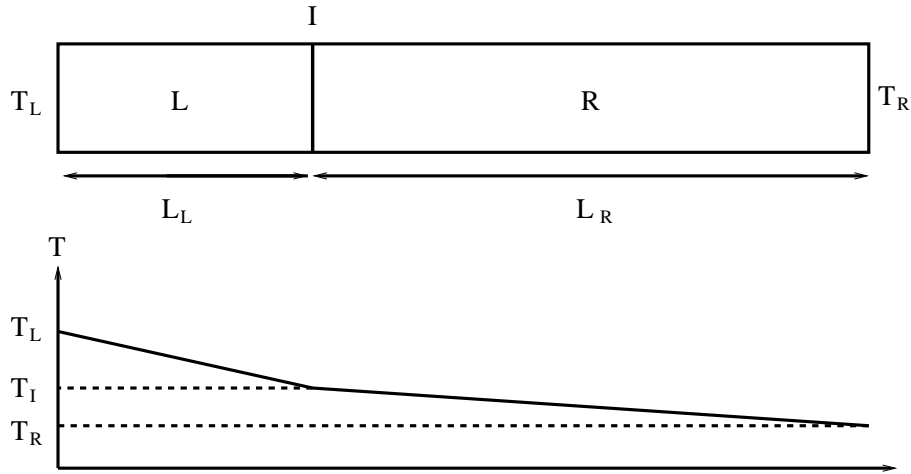


FIG. 1.3 – Couplage de deux murs de conductivités différentes

$$\tau_c = \tau^2 \frac{L^2}{D_{th}} = \tau^2 \tau_s$$

où τ_s est le temps caractéristique de diffusion de la chaleur dans le solide d'épaisseur L .

1.3.1.3 Solide composite fini

Le résultat stationnaire pour le couplage de deux murs soumis à des conditions aux limites isothermes à leurs extrémités libres est celui de la figure 1.3.

La résolution de l'équation 1.1, considérée en stationnaire, donc avec un premier membre nul, donne la température en i : l'expression $\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ est constante dans la barre. Donc, l'évolution de la température est linéaire là où la conductivité est constante, et on a aussi, à l'interface de contact :

$$\lambda_L \frac{T_I - T_L}{L_L} = \lambda_R \frac{T_R - T_I}{L_R} \Rightarrow T_I = \frac{\frac{\lambda_L}{L_L} T_L + \frac{\lambda_R}{L_R} T_R}{\frac{\lambda_L}{L_L} + \frac{\lambda_R}{L_R}} \quad (1.7)$$

1.3.2 Couplage solide / fluide : problème du transfert conjugué de chaleur

La littérature fournit quelques résultats analytiques de couplage fluide / solide en stationnaire et en instationnaire :

- des cas de plaque plane épaisse en contact sur une face avec un écoulement laminaire et soumise sur l'autre face à une condition adiabatique ou isotherme. Des études ont ainsi été menées en stationnaire sur une plaque plane de longueur finie en convection naturelle [67], sur une plaque plane semi-infinie en convection forcée [69]. D'autres études ont été faites en instationnaire sur la convection forcée sur plaque plane infinie [70] ou semi-infinie [71] ou encore sur un cas de plaque située entre deux écoulements de sens contraires [86];
- des cas d'écoulement en canal avec prise en compte de la conduction dans l'épaisseur des parois, en stationnaire [68] et instationnaire [31].

Le cas de la plaque plane infinie en instationnaire [71] est le plus intéressant pour les considérations générales sur le problème du problème de transfert de chaleur conjugué en instationnaire. Il s'agit dans ce cas d'une plaque plane infinie mise en mouvement instantanément à une vitesse donnée. Il n'y a pas d'effet de bord d'attaque.

Les paramètres sans dimension qui caractérisent le couplage d'un fluide, de vitesse $\|\vec{V}\|_\infty$, conductivité thermique λ_∞ et caractérisé par des nombres de Reynolds Re et de Prandtl Pr et une longueur caractéristique L ¹, avec un solide d'épaisseur e et de conductivité et diffusivité thermiques λ_s et D_{th} sont :

- un paramètre de couplage statique $p = \frac{e}{L} \frac{\lambda_\infty \sqrt{Re_\infty}}{\lambda_s}$;
- un paramètre de couplage dynamique $t_{fs} = \frac{LD_{th}}{e^2 \|\vec{V}\|_\infty}$;
- le rapport $\Lambda = p \sqrt{t_{fs}} \sqrt{Pr} = \frac{e}{L} \tau$.

Le paramètre p qui s'apparente à un rapport des conductances thermiques du fluide et du solide est celui qui fixe le niveau des températures, notamment d'interface, en régime établi. Le même comportement que pour le couplage des solides (où la température d'interface est donnée par pondération des températures des différents solides par les conductivités : équation 1.7) est retrouvé.

Le calcul de l'évolution instationnaire demande l'introduction dans les équations du paramètre t_{fs} , qui est le rapport des temps caractéristiques dans le fluide (convection) et le solide (diffusion de la chaleur).

Pour une plaque plane de température initiale identique à celle de l'écoulement, T_∞ , et soumise à une condition isotherme T_e en face arrière, la température d'interface suit la loi :

$$\theta_I(\bar{\tau}) = \theta_I^0 \left[1 - \kappa \sum_{n=0}^{\infty} (-A)^n \operatorname{erfc} \left(\frac{n+1}{\sqrt{\bar{\tau}}} \right) \right] + \kappa \theta_e \sum_{n=0}^{\infty} (-A)^n \operatorname{erfc} \left(\frac{2n+1}{2\sqrt{\bar{\tau}}} \right) \quad (1.8)$$

avec $\theta = \frac{T - T_\infty}{T_\infty}$, $\bar{\tau} = \frac{t}{\tau_s}$ (t étant le temps physique et τ_s le temps caractéristique de diffusion du solide), $\kappa = \frac{2}{1+\Lambda}$, $A = \frac{1-\Lambda}{1+\Lambda}$, la température initiale d'interface $\theta_I^0 = \theta_{aw} \frac{\Lambda}{1+\Lambda}$, la température de mur adiabatique $\theta_{aw} = \frac{2\bar{E} \arctan(K)}{\pi K}$ où $K = \sqrt{\frac{2}{Pr} - 1}$ et $\bar{E} = (\gamma - 1)M_\infty^2$ en écoulement compressible ou $\bar{E} = \frac{U_\infty^2}{cT_\infty}$ en écoulement incompressible.

Le seul paramètre de couplage influant sur la température d'interface est le rapport Λ , qui s'apparente au rapport des effusivités du fluide et du solide : $\tau = \frac{b_\infty}{b_s}$. Il est ainsi intéressant de noter le temps caractéristique de ce problème couplé, obtenu par Pozzi et Tognaccini [71] :

$$\tau_c = \frac{\Lambda^2 (\theta_{aw} - \theta_e)^2}{\pi^2 \epsilon^2} \tau_s$$

pour une convergence vers l'état stationnaire définie par $|\theta_I(\tau_c) - \theta_e| = \epsilon$. Il s'agit alors d'un temps ayant la même forme en $\tau^2 \tau_s$ que celui obtenu pour le solide composite semi-infini (paragraphe 1.3.1.2). C'est un résultat intéressant : le fluide joue alors le rôle du mur semi-infini, couplé avec un mur fini.

Pozzi et Tognaccini ont également traité le cas d'une condition adiabatique en face arrière. Le temps caractéristique est alors sensiblement différent :

$$\tau_c = \frac{\theta_{aw}^2}{\pi^2 \epsilon^2 \Lambda^2} \tau_s$$

¹La longueur caractéristique L de cet écoulement sans échelle de longueur est un artifice de calcul permettant notamment de caractériser un nombre de Reynolds.

pour une convergence vers l'état stationnaire définie par $|\theta_I(\tau_c) - \theta_{aw}| = \epsilon$. L'influence du rapport des effusivités est alors inversé. Autrement dit, pour un rapport d'effusivités croissant (une effusivité de solide décroissante par exemple), le temps caractéristique augmente pour le cas de condition isotherme. En effet, ce cas impose à l'interface une condition thermique très liée au solide : la température de condition aux limites isothermes. Or avec une effusivité décroissante, le solide impose moins rapidement sa température à l'interface et la température d'interface varie alors plus lentement. En revanche, sous les mêmes hypothèses, le temps caractéristique diminue pour le cas de la condition adiabatique. Dans ce cas, la situation finale à l'interface est très dépendante du fluide : une température de mur adiabatique. La logique veut donc que le comportement soit donc inversé : si le rapport des effusivités augmente, le fluide ayant par exemple une effusivité plus importante, ce dernier imposera plus rapidement sa température.

Il est également intéressant de remarquer un saut de température à l'interface à l'instant initial : elle passe de la température de l'écoulement θ_∞ à θ_I^0 .

1.3.3 Conclusions

Quelques conclusions importantes sont à tirer de ces études.

Tant que l'hypothèse de milieu conducteur infini est valable, la température à l'interface de deux domaines couplés reste constante et dépend uniquement du rapport des effusivités de ces domaines.

Si les milieux sont finis, l'état final du système couplé est dépendant du rapport des conductivités thermiques des domaines couplés, qu'ils soient solides ou fluides.

Quand un domaine peut être considéré comme semi-infini (thermiquement, ce qui peut souvent être le cas pour un fluide), la phase transitoire dépend quant à elle beaucoup du rapport des effusivités, des conditions aux limites du domaine fini (solide) et du temps de diffusion dans ce dernier.

1.4 La méthode des Volumes Finis

Les solveurs utilisés au cours de cette thèse reposent sur la méthode des Volumes Finis. Cette dernière est présentée dans ce paragraphe.

1.4.1 Théorie

Un maillage du domaine est effectué en volumes de contrôle (figure 1.4), de volume V et surface S , sur lesquels la quantité conservative \mathcal{U} et le flux $\vec{\Phi}$ respectent :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathcal{U} dV + \int_S \vec{\Phi}(\mathcal{U}, \nabla \mathcal{U}) \cdot \vec{dS} = 0 \quad (1.9)$$

L'avantage de travailler sur l'équation intégrale est que les propriétés de conservation de l'équation continue sont maintenues lors de la phase de discrétisation. Les valeurs de \mathcal{U} et de $\nabla \mathcal{U}$ sont alors calculées au centre de chaque maille.

Soit \vec{F} le flux numérique à travers une face de surface \vec{S} :

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} f \\ g \\ h \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_j^{n+1} = T_j^n + \frac{\lambda \delta t}{\rho c \delta x^2} (T_{j+1}^{n+\varepsilon} - 2 \cdot T_j^{n+\varepsilon} + T_{j-1}^{n+\varepsilon})} \quad (1.11)$$

$\frac{\lambda \delta t}{\rho c \delta x^2}$ est un nombre de Fourier, “numérique”², noté a lors de l’étude de stabilité.

1.4.2.2 Discrétisation de l’équation de convection - diffusion

Le problème de convection - diffusion, mis sous forme d’équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

introduit une notion de convection dans l’équation de la chaleur. L’adoption du même formalisme 1D qu’au paragraphe précédent mène à l’équation :

$$\int_I (T(t^{n+1}, x) - T(t^n, x)) dx = \int_J \left(\frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial T}{\partial x}(t, x_{i+1}) - u T(t, x_{i+1}) - \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial T}{\partial x}(t, x_i) + u T(t, x_i) \right) dt$$

De la même façon :

$$T_j^{n+1} = T_j^n - \frac{\delta t}{\delta x} \cdot (F_{j+\frac{1}{2}}^{n+\varepsilon} - F_{j-\frac{1}{2}}^{n+\varepsilon}) \quad \text{avec } F_{j+\frac{1}{2}}^{n+\varepsilon} = -\frac{1}{\delta t} \cdot \int_J \left(\frac{\lambda}{\rho c} \cdot \frac{\partial T}{\partial x}(t, x_{j+\frac{1}{2}}) - u \cdot T(t, x_{j+\frac{1}{2}}) \right) dt \quad (1.12)$$

Dans le cadre d’un schéma centré,

$$F_{j+\frac{1}{2}}^{n+\varepsilon} = -\frac{1}{2} \frac{\lambda}{\rho c} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_j^n + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{j+1}^n \right] + \frac{1}{2} u [T_j^n + T_{j+1}^n]$$

$$\Rightarrow \boxed{T_j^{n+1} = T_j^n + a(T_{j+1}^{n+\varepsilon} - 2 \cdot T_j^{n+\varepsilon} + T_{j-1}^{n+\varepsilon}) + \frac{\sigma}{2} (T_{j-1}^{n+\varepsilon} - T_{j+1}^{n+\varepsilon})} \quad (1.13)$$

où a est le nombre de Fourier numérique et $\sigma = \frac{u \delta t}{\delta x}$ un nombre de CFL.

1.4.2.3 Discrétisation des conditions aux limites

La méthode des Volumes Finis associe des énergies (directement liées aux températures) aux cellules et des flux aux surfaces qui les entourent. Les conditions aux limites sont imposées sur des surfaces situées aux frontières des domaines. La discrétisation est alors plus ou moins “naturelle” pour la méthode des Volumes Finis selon la nature de la condition.

Dans le cas de la condition de Dirichlet, la température est imposée à T_l . La limite est alors représentée par une cellule fictive l (figure 1.5), et le flux à l’interface calculé comme tous les autres flux surfaciques (selon le même schéma).

La condition de Neumann est mieux adaptée à la méthode des Volumes Finis : le flux est directement associé à la face limite. En revanche, le calcul des gradients dans les cellules limitrophes (figure 1.5) requiert une évaluation de la température à la limite (sous la forme $T_l = T_i + F_l \cdot d$). Une cellule fictive est donc encore nécessaire.

²Les quantités de référence de temps et de longueur sont propres à la discrétisation.

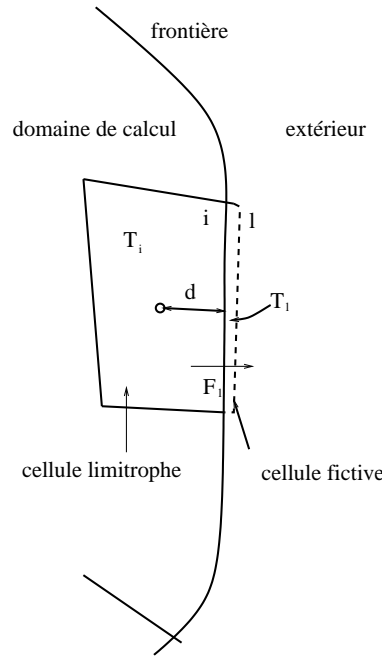


FIG. 1.5 – Représentation de la frontière en volumes finis

La condition de Fourier impose un coefficient h et une température de référence T_c et relie le flux à la surface limite à la température par : $F_l = h \cdot (T_l - T_c)$. La discrétisation se fait en deux étapes : l'évaluation d'une température T_l (il faut donc une cellule fictive) puis l'imposition d'un flux. T_l est obtenu en écrivant :

$$F_l^n = -\lambda \frac{T_l^n - T_i^n}{d} = h(T_l^n - T_c) \quad \Rightarrow \quad T_l^n = \frac{\frac{\lambda}{d} T_i^n + h T_c}{\frac{\lambda}{d} + h} \quad (1.14)$$

1.5 Analyse de stabilité numérique

Un des critères de satisfaction principaux dans l'étude d'une méthode numérique est sa robustesse. Celle de la méthode de couplage présentée dans ce mémoire sera donc évaluée. Deux méthodes d'analyse de stabilité théorique très usuelles sont alors présentées, sur l'exemple de l'équation de la chaleur. Le principe exposé, des analyses de stabilité plus propres au couplage pourront être effectuées par la suite.

1.5.1 Analyse de stabilité de Von Neumann

Ce type d'analyse de stabilité repose sur l'utilisation de perturbations périodiques mises sous forme exponentielle complexe.

1.5.1.1 Schéma explicite

L'écriture, pour une cellule i , d'une perturbation de température : $\delta T(t, x) = A e^{jK(x - c_l t)}$ (avec $j^2 = -1$, K le nombre d'onde et c_l la vitesse de propagation de la perturbation) donne : $\delta T_i^n = A e^{jK(i \cdot \delta x - c_l \cdot n \cdot \delta t)}$

L'équation 1.11 pour les températures perturbées est :

$$T_i^{n+1} + \delta T_i^{n+1} = T_i^n + \delta T_i^n + \frac{\lambda \delta t}{\rho c \delta x^2} (T_{i+1}^n - 2 \cdot T_i^n + T_{i-1}^n) + \frac{\lambda \delta t}{\rho c \delta x^2} (\delta T_{i+1}^n - 2 \cdot \delta T_i^n + \delta T_{i-1}^n)$$

$$\Rightarrow \delta T_i^{n+1} = \delta T_i^n + a(\delta T_{i+1}^n - 2 \cdot \delta T_i^n + \delta T_{i-1}^n)$$

$$\Rightarrow \delta T_i^n = \delta T_i^0 \cdot (1 + a \cdot (e^{jK(i \cdot \delta x)} + e^{-jK(i \cdot \delta x)} - 2))^n = \kappa^n \cdot \delta T_i^0, \text{ avec } \kappa = 1 + 2 \cdot a \cdot (\cos(K \delta x) - 1) \quad (1.15)$$

Le schéma est stable si il n'y a pas divergence de la perturbation donc si $|\kappa| \leq 1$, c'est-à-dire si : $0 \leq a \leq \frac{1}{1 - \cos(K \delta x)}$. L'accès par avance à la valeur de $\cos(K \delta x)$ est impossible.

Le schéma explicite centré est donc stable pour l'équation de la chaleur en milieu homogène si le nombre de Fourier a est inférieur à $\frac{1}{2}$.

1.5.1.2 Schéma implicite

Il se démontre de la même façon que le schéma implicite centré pour l'équation de la chaleur est inconditionnellement stable. En effet, le facteur κ est maintenant donné par :

$$\kappa = \frac{1}{1 + 2 \cdot a \cdot (1 - \cos(K \delta x))} \text{ et } |\kappa| \leq 1 \text{ car } a \geq 0$$

1.5.2 Analyse de stabilité par la méthode matricielle

La méthode de Von Neumann permet de déterminer un critère simple pour la stabilité des schémas numériques relatifs à l'équation de la chaleur. Mais elle n'est pas utilisable si les conditions aux limites ont de l'importance : la perturbation a une évolution périodique, qui n'est pas compatible avec toutes les conditions aux limites. La prise en compte des conditions d'interface entre deux zones de calcul n'est pas possible. La méthode matricielle, qui tient compte de la distribution spatiale de la perturbation, est alors utilisée.

Soit, pour la cellule i : $\tilde{T}_i^n = T_i + \delta T_i^n$ avec la perturbation $\delta T_i^n = \delta T_i \cdot e^{j\omega t} = \delta T_i \cdot e^{j\omega n \delta t}$ (ω est complexe). Contrairement à la méthode de Von Neumann, aucune loi de variation spatiale n'est imposée. L'ensemble des N perturbations $\underline{\delta T}$ est une inconnue (N est le nombre de cellules du domaine). Le but est d'obtenir une équation du type :

$$(\underline{A} - \lambda_\omega \underline{B}) \underline{\delta T} = \underline{0} \quad \text{où } \lambda_\omega = f(e^{j\omega \delta t}) \quad (e^{j\omega \delta t} : \text{facteur d'amplification}) \quad (1.16)$$

\underline{A} et \underline{B} sont deux matrices carrées (N, N) et $\underline{0}$ le vecteur nul. L'obtention des valeurs propres λ_ω , reliées au facteur d'amplification de la perturbation $e^{j\omega \delta t}$ dont le module doit être inférieur à 1, permet ensuite d'évaluer la stabilité du schéma d'intégration.

1.5.2.1 Schéma explicite

Pour le schéma explicite, d'après l'équation 1.11, avec a le nombre de Fourier :

$$\delta T_i (1 - 2a - e^{j\omega \delta t}) + a(\delta T_{i-1} + \delta T_{i+1}) = 0 \quad (1.17)$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} & & \ddots & & & & \\ & 0 & a & 1-2a & a & 0 & \dots \\ \dots & \dots & 0 & a & 1-2a & a & 0 \\ & & & & & \ddots & \end{pmatrix}, \lambda_\omega = e^{j\omega\delta t}, \underline{\underline{B}} = \underline{\underline{I}}$$

où $\underline{\underline{I}}$ est la matrice identité. La forme de la matrice $\underline{\underline{A}}$ aux extrémités dépend des conditions aux limites. La représentation de ces conditions limites dans le système matriciel est donnée en annexe A.

Comme $e^{j\omega\delta t} = \lambda_\omega$, les perturbations δT_i ne s'amplifient pas (et la stabilité est donc obtenue) si et seulement si le rayon spectral est strictement inférieur à 1.

Le rayon spectral de $\underline{\underline{A}}$ est tracé en fonction du nombre de Fourier numérique sur la figure 1.6 pour un calcul sur un maillage de 20 cellules. Les cas de conditions isothermes aux deux extrémités et de conditions périodiques ou isothermes à une extrémité et de convection (caractérisée par un nombre de Biot Bi) à l'autre sont traités. Pour $a < 0,5$, il y a bien toujours stabilité. Pour les conditions isothermes et de convection, la limite de stabilité est légèrement supérieure à 0,5 : les conditions aux limites font que la perturbation ne peut pas être sinusoïdale. Cela confirme l'influence des conditions aux limites sur la stabilité théorique [41]. Le couplage faisant intervenir des conditions aux limites à l'interface, la méthode de Von Neumann ne peut être utilisée.

Avec les conditions aux limites périodiques, la limite de stabilité est pour un nombre de Fourier de 0,5 exactement. Cependant, la valeur propre maximale pour les nombres de Fourier inférieurs à 0,5 est 1, c'est-à-dire à la limite de la stabilité. Les composantes des vecteurs propres correspondants prennent des valeurs de 0,23 ou -0,23 selon la valeur du nombre de Fourier (figure 1.7 à gauche), mais elles sont toujours telles que la perturbation de température est constante dans toute la barre. Cette valeur de perturbation constante est due aux conditions aux limites et n'est pas liée à l'instabilité du schéma. Par ailleurs, il y a deux vecteurs propres associés à des coefficients d'amplification unitaires pour le nombre de Fourier de 0,5 : toujours un vecteur à composantes uniformes et un autre de composantes à oscillations "pair - impair", caractéristique de la déstabilisation du calcul (figure 1.7 à droite).

1.5.2.2 Schéma implicite

Pour le schéma implicite, il suffit de changer, dans l'équation 1.17 reliant δT_i , δT_{i-1} et δT_{i+1} du schéma explicite, le terme $1 - e^{j\omega\delta t}$ par $e^{-j\omega\delta t} - 1$. La modification du système matriciel est immédiate :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} & & \ddots & & & & \\ & 0 & -a & 1+2a & -a & 0 & \dots \\ \dots & \dots & 0 & -a & 1+2a & -a & 0 \\ & & & & & \ddots & \end{pmatrix}, \lambda_\omega = e^{-j\omega\delta t}, \underline{\underline{B}} = \underline{\underline{I}}$$

La valeur propre de ce nouveau système est l'inverse du facteur d'amplification de la perturbation δT . Il y a donc stabilité si les inverses des valeurs propres λ_ω du système matriciel sont tous inférieurs à 1 (en module). La figure 1.8 montre, pour le cas de conditions aux limites isothermes, la stabilité inconditionnelle du schéma implicite.

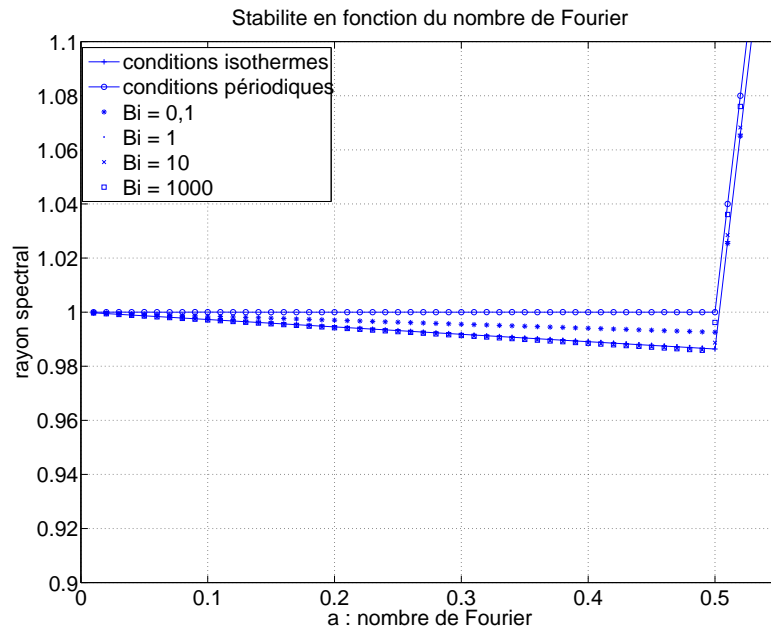


FIG. 1.6 – Stabilité pour un matériau homogène, dimension 1, schéma explicite, maillage régulier sur 20 points pour les conditions isothermes et conditions isotherme à une extrémité, de convection (nombre de Biot Bi) à l’autre, 18 points pour les conditions périodiques

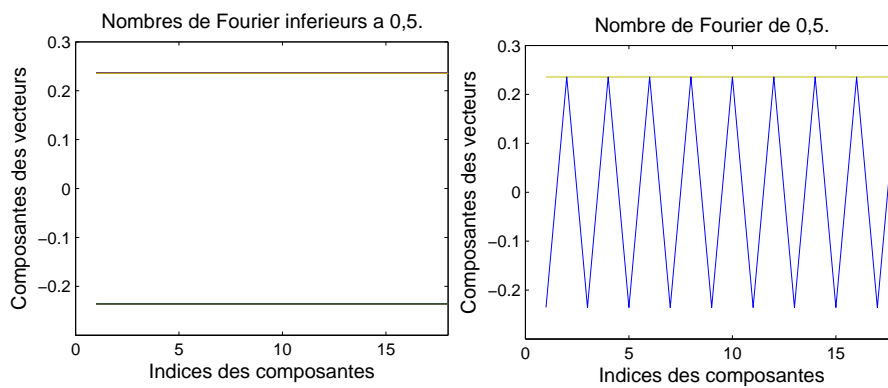


FIG. 1.7 – Vecteurs propres associés aux valeurs propres de module unitaire (selon le nombre de Fourier)

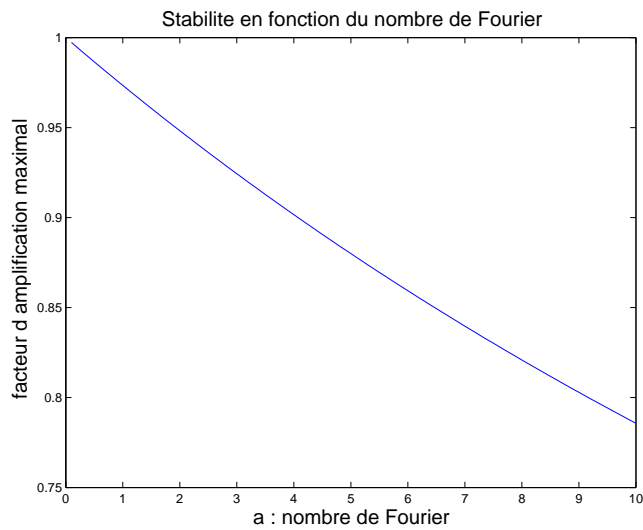


FIG. 1.8 – Stabilité pour un matériau homogène, dimension 1, maillage régulier sur 20 points, schéma implicite, conditions aux limites isothermes aux deux extrémités

1.6 Interpolations à l'interface de deux domaines couplés

La théorie du couplage repose notamment sur la définition des conditions aux limites à l'interface des deux domaines couplés. La section 1.1.2 présente les caractéristiques de ce type de conditions aux limites.

Dans ce paragraphe, les possibilités d'obtention des grandeurs à l'interface (température et flux de chaleur, voir la section 1.4.1) sont présentées.

α et β sont des coefficients de pondération, fonctions des distances, et \vec{a} est défini sur le schéma 1.9. La cellule d'interface est désignée par I , les cellules limitrophes par L et R (respectivement à gauche et à droite).

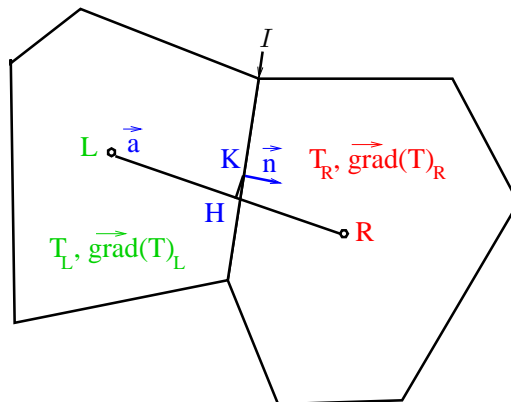


FIG. 1.9 – Cellules de part et d'autre d'une interface

1.6.1 Température d'interface

La température d'interface est interpolée comme suit : $T_I = \frac{\alpha T_L + \beta T_R}{\alpha + \beta}$. $\alpha = \frac{\lambda_L}{d_L}$ et $\beta = \frac{\lambda_R}{d_R}$ permettent d'obtenir la forme de l'équation 1.7. De plus, en se basant sur les notations de la figure 1.9, le flux à gauche de l'interface I s'exprime :

$$F_{I,L} = -\lambda_L \frac{T_K - T_L}{\|\vec{L}\vec{K}\|} \frac{\vec{L}\vec{K} \cdot \vec{n}}{\|\vec{L}\vec{K}\|} = -\lambda_L \frac{T_K - T_L}{d_L} \quad (1.18)$$

La définition de d_L en découle : $d_L = \frac{\vec{L}\vec{K} \cdot \vec{L}\vec{K}}{|\vec{L}\vec{K} \cdot \vec{n}|}$. De la même façon, $d_R = \frac{\vec{R}\vec{K} \cdot \vec{R}\vec{K}}{|\vec{R}\vec{K} \cdot \vec{n}|}$

1.6.2 Flux d'interface

Il y a deux possibilités d'interpolation : le flux de chaleur F_I peut résulter :

– d'un calcul $F_I = -\lambda_I (\vec{\nabla}T)_I \cdot \vec{n}$ où la conductivité et le gradient sont interpolés comme suit :

1. la conductivité $\lambda_I = \lambda(T_I)$:

- choix 1 : $\frac{\alpha \lambda_L + \beta \lambda_R}{\alpha + \beta}$ est une bonne interpolation si la conductivité est linéaire en fonction de la température,
- choix 2 : $\lambda\left(\frac{\alpha T_L + \beta T_R}{\alpha + \beta}\right)$ est une interpolation qui nécessite de choisir la conductivité d'un des deux domaines. Elle est donc générale et consistante³ si les deux domaines sont du même matériau par exemple. Le choix 1 est donc privilégié.

2. le gradient de température $(\vec{\nabla}T)_I$: les interpolations sont inspirées de celles utilisées pour les densités de flux pour les cellules internes dans CEDRE :

- choix 1 : $\frac{\alpha (\vec{\nabla}T)_L + \beta (\vec{\nabla}T)_R}{\alpha + \beta}$ est une interpolation consistante,
- choix 2 : $\frac{T_R - T_L}{d(L,R)} \vec{a}$ n'est pas une interpolation consistante, mais la molécule de discrétisation (2 cellules) est moins étalée que pour le choix 1 (l'évaluation des gradients dans chaque cellule fait intervenir les cellules voisines). Le calcul des flux est consistant si la normale à la face \vec{n} et \vec{a} sont colinéaires,
- choix 3 : $\frac{\alpha (\vec{\nabla}T)_L + \beta (\vec{\nabla}T)_R}{\alpha + \beta} + \theta \cdot \left(\frac{T_R - T_L}{d(L,R)} - \left(\frac{\alpha (\vec{\nabla}T)_L + \beta (\vec{\nabla}T)_R}{\alpha + \beta} \cdot \vec{a} \right) \right) \vec{a}$ est une extension consistante du choix 2. L'intérêt de cette interpolation est que le choix de $\theta = 1$ permet de n'utiliser que le schéma compact (choix 2) quand celui-ci trouve sa justification (quand le gradient est colinéaire à \vec{a}).

– d'une interpolation directe sur les flux : $F_I = f(F_L, F_R)$. Le calcul est du même type que pour le gradient, donc avec les trois mêmes choix, le choix 2 étant $F_I = -\frac{\alpha \lambda_L + \beta \lambda_R}{\alpha + \beta} \frac{T_R - T_L}{d(L,R)} \vec{a} \cdot \vec{n}$.

La meilleure interpolation est celle sur les flux résultant du choix 3. L'interpolation $F_I = -\lambda_I (\vec{\nabla}T)_I \cdot \vec{n}$ mène en effet à une double incertitude sur les interpolations de la conductivité et du gradient. Le choix est alors complet si les paramètres α et β sont fixés. Dans le cas où le schéma compact est valable, l'obtention de l'égalité du flux interpolé et du flux à gauche (par exemple) recalculé à partir de la température d'interface interpolé mène à :

³Soit $q_I = f(q_L, q_R)$. Il y a une consistance de l'approximation si : quand q_L et q_R prennent la même valeur q , alors q_I vaut également q .

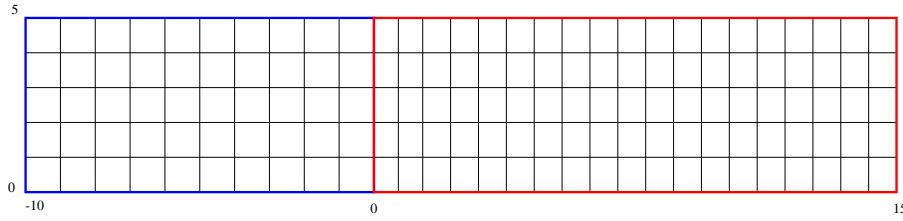


FIG. 1.10 – Maillage de référence

$$F_I = -\frac{\alpha\lambda_L + \beta\lambda_R}{\alpha + \beta} \frac{T_R - T_L}{d_L + d_R} = -\lambda_L \frac{T_I - T_L}{d_L} = -\frac{\frac{\lambda_L}{d_L} \frac{\lambda_R}{d_R}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} (T_R - T_L)$$

Cette égalité est obtenue si $\alpha = \frac{\lambda_R}{d_R}$ et $\beta = \frac{\lambda_L}{d_L}$.

1.7 Présentation des cas test

Dans ce paragraphe sont présentés un certain nombre de cas test. Ceux-ci sont des cas de couplage solide / solide utilisés par la suite pour caractériser la précision, la conservativité et la robustesse de la méthode numérique de couplage. Les maillages et conditions de calcul sont présentés.

1.7.1 Mise en contact de deux murs de températures initiales différentes

Deux murs de températures initiales différentes ($T_{L,0}$ à gauche, $T_{R,0}$ à droite) sont mis en contact à $t = 0$. Les conditions aux extrémités libres des murs sont de Dirichlet (T_L à gauche, T_R à droite).

La configuration est représentée par le maillage de la figure 1.10. Les conditions aux limites en bas et en haut sont de symétrie de façon à obtenir le couplage de 2 murs semi-infinis. Les caractéristiques des murs sont : $\lambda_L = 0,2W/m/K$, $C_L = 1J/K/m^3$, $\lambda_R = 0,1W/m/K$, et $C_R = 1J/K/m^3$. Les températures sont : $T_{L,0} = T_L = 1000K$ et $T_{R,0} = T_R = 500K$.

L'intérêt principal de ce cas test est que le flux de chaleur subit un saut à l'interface à $t = 0s$. Ce cas est donc particulièrement sensible pour les questions de précision.

1.7.2 Cas adiabatique 1D

Le maillage de la figure 1.10 est de nouveau utilisé. La température initiale du domaine de gauche est $1000K$, celle du domaine de droite $500K$. Les deux zones ont une capacité thermique unitaire (conductivités $\lambda_L = 0,4$, $\lambda_R = 0,3$). Les frontières libres sont des murs adiabatiques.

Dans ce cas test, il n'y a aucune fuite de flux aux frontières, ce qui est particulièrement intéressant pour les études de conservativité. La solution dépend en effet exclusivement de la conservation de l'énergie initiale dans les solides.

1.7.3 Cas adiabatique 2D

Les domaines de la figure 1.11, avec des conditions aux extrémités libres adiabatiques, sont couplés. Les données sont (en unités S.I.) : $\lambda_1 = 8$, $\lambda_2 = 6$, $\lambda_3 = 1$ et $C_1 = C_2 = C_3 = 1$.

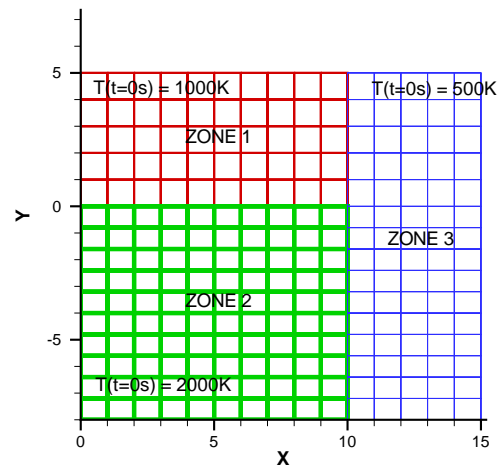


FIG. 1.11 – Cas 2D d'étude de conservativité

1.7.4 Contact partiel 2D

La géométrie (figure 1.12) est 2D : deux matériaux de températures initiales différentes sont mis en contact par le biais d'une surface commune, le domaine de gauche étant horizontal, celui de droite vertical. Les quantités relatives aux deux domaines seront indexées respectivement par L et R .

Il s'agit d'un cas 2D simple, couplant deux domaines maillés uniformément.

1.7.5 Maillage non uniforme

Il s'agit d'un cas 1D de raccordement de deux barres de températures initiales différentes. Le domaine de gauche (figure 1.13) est maillé non uniformément.

1.7.6 Cellules en contact avec plusieurs domaines

Une cellule limitrophe de chacune des zones 1 et 2 (figure 1.14 : les cellules en question sont marquées d'une croix) est en contact avec deux zones (respectivement les zones 2 et 3 et les zones 1 et 3).

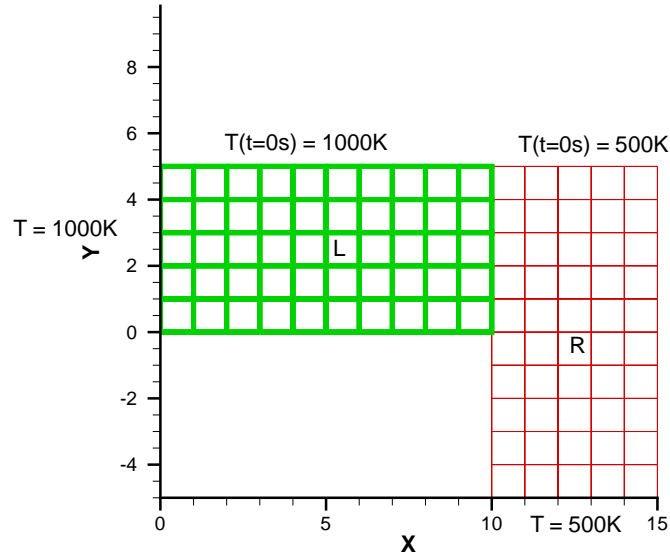


FIG. 1.12 – Cas de validation 2D. F_C : nombre de Fourier de cycle de chaque domaine (a_C)

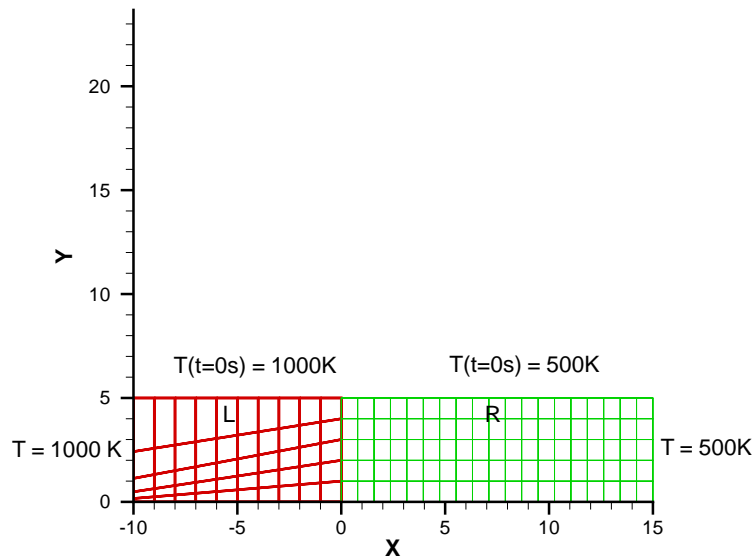


FIG. 1.13 – Cas de validation avec maillage non uniforme. F_C : nombre de Fourier de cycle de chaque domaine (a_C)

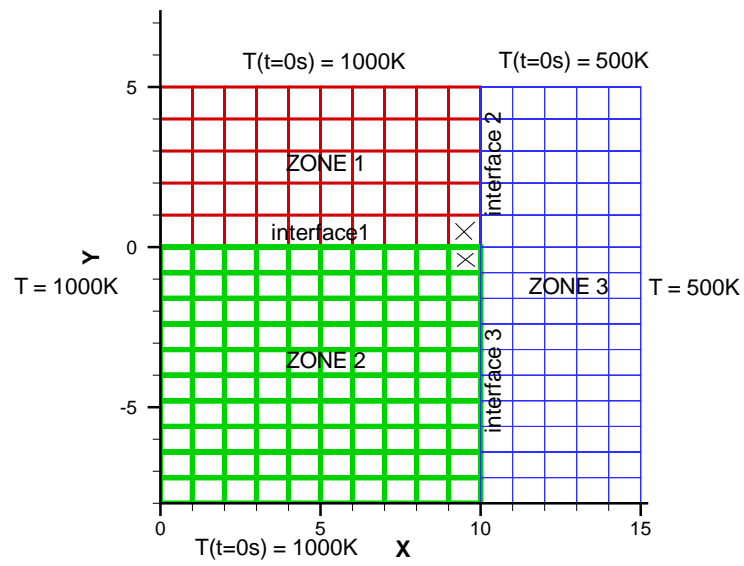


FIG. 1.14 – Cas de validation avec des cellules en contact avec plusieurs domaines

Première partie

Étude numérique

Introduction

Cette première partie est consacrée à l'étude théorique de la méthode de couplage.

Sa description englobe plusieurs paramètres. Le processus de couplage qualifie la chronologie des intégrations par les solveurs couplés et des échanges de données permettant le couplage. Le choix de ce processus est justifié par une étude bibliographique. La formulation des conditions aux limites de couplage et la mise en place d'une technique de correction conservative achèvent de définir la méthode de couplage.

L'étude est réalisée selon les critères de précision, de stabilité et de conservativité. La dernière requiert un traitement spécial avec l'utilisation de la technique corrective. L'analyse de la stabilité représente un aspect essentiel de ce travail. Les conditions aux limites de couplage et les paramètres de la méthode de correction conservative sont en effets choisis de façon à obtenir la plus grande robustesse.

Enfin, une fois la méthode de couplage présentée et étudiée théoriquement, les aspects pratiques d'implémentation dans la plateforme CEDRE sont abordés. Les points de l'efficacité en termes de coûts de calcul et de l'"intrusivité" de la méthode dans les solveurs couplés (la nécessité d'y implémenter des procédures) sont alors soulevés.

Chapitre 2

Étude bibliographique : études numériques du problème de transfert de chaleur conjugué

L'étude bibliographique effectuée dans ce chapitre permet d'effectuer un historique de la méthode de couplage numérique fluide / solide en thermique. Il permet de voir qu'elle a été développée à l'origine pour le calcul des aubes de turbine, mais d'autres secteurs l'ont également utilisée et une généralisation pour des applications plus quelconques a été effectuée. De plus l'aspect instationnaire a été peu étudié. L'historique débouche également sur la présentation des principales techniques de couplage, ce qui est important pour appréhender la description de la méthodologie étudiée au cours de cette thèse.

2.1 Problème de transfert de chaleur conjugué et outil numérique

L'utilisation de l'outil numérique pour la résolution des problèmes de transferts de chaleur conjugués fluide / solide peut se faire à plusieurs niveaux.

Tout d'abord, il peut s'agir d'un simple outil de résolution d'équations déjà fortement simplifiées grâce aux données du cas de calcul : l'étude de la convection sur un cylindre vertical [47] ou celle d'un écoulement en conduite plane [43] en sont deux exemples. Le couplage reste du domaine de l'analytique.

L'outil numérique peut également résoudre des problèmes plus complexes et généraux en calculant le fluide et le solide par séparation en domaines de calcul. Il s'agit d'un couplage numérique, qui peut être obtenu de deux manières [93] [85] :

- la méthode du transfert conjugué de chaleur [93] : un unique code de dynamique des fluides calcule l'ensemble solide / fluide. Des domaines sont établis et l'intégration se fait en tenant compte de la particularité des domaines solides (où seule l'équation de l'énergie est prise en compte) et en établissant des conditions de raccordement de ces domaines. Il s'agit d'une méthode précise mais coûteuse car l'intégration est faite avec la résolution temporelle du fluide (courte) sur la durée nécessaire à l'évolution du matériau (longue) ;
- la méthode du couplage de codes : un code de dynamique des fluides calcule le domaine fluide tandis qu'un code de conduction intègre le domaine solide. Les conditions aux limites sont calculées de façon

à raccorder convenablement les domaines. Cette méthode offre plus de souplesse et permet d'utiliser la richesse de chacun des outils développés pour des métiers différents.

Ces deux méthodes, d'un point de vue "couplage" sont très proches : il s'agit à chaque fois concrètement de faire des intégrations "parallèles" des zones fluide et solide et de déterminer des conditions de raccord entre ces zones (qui, dans le deuxième cas, s'avèrent être de vraies conditions aux limites).

2.2 Applications du couplage numérique

La méthode du couplage numérique a tout d'abord été utilisée essentiellement pour des applications spécifiques dont un petit inventaire est fait dans ce paragraphe. Le domaine des turbomachines a notamment été fortement demandeur du développement de cette technique. Elle s'est ensuite généralisée pour permettre des simulations sur des configurations quelconques.

2.2.1 Couplage thermique et calcul de turbines

Plusieurs codes ont été réalisés pour observer le comportement de configurations particulières de turbines. Sondak et Dorney [83] ont ainsi dressé l'état de l'art en 2000. Les calculs étaient alors destinés à obtenir l'état stationnaire.

Li et Kassab [54] ont effectué le couplage d'un solveur Navier-Stokes Volumes Finis instationnaire avec un code de conduction (Méthode des singularités) en 2D de façon à obtenir l'état stationnaire pour une cascade de turbines.

Kao et Liou [50] ont étudié le même problème stationnaire avec des solveurs explicites, Volumes Finis Navier-Stokes non structuré et de conduction structuré.

Le couplage d'un code Navier-Stokes Volumes Finis avec un code de conduction Éléments Finis pour aboutir à l'état stationnaire d'une cascade de turbines en 3D a été réalisé par Heselhaus et Vogel [40].

D'autres exemples en stationnaire peuvent être cités comme le code multi-domaines STREAM (structuré, Volumes Finis) [85] ou encore celui de Roscoe *et al* [78] (basé sur une technique Linearized Block Implicit).

Sondak et Dorney [83] ont quant à eux cherché à obtenir l'état transitoire en couplant deux codes (Navier-Stokes compressible et conduction) instationnaires 3D Différences Finies. Le but est de mieux connaître le champ des températures en régime transitoire de façon à réduire les conséquentes marges de sécurité qui sont prises sur les températures d'entrée de turbine pour éviter l'endommagement des structures, des aubes notamment. En connaissant mieux l'évolution des températures, la température d'entrée peut ainsi être augmentée (et le rendement thermodynamique de la turbine amélioré) et la forme de la turbine optimisée. Les résultats du couplage réalisé donnent une température de surface ayant de moins grandes variations de températures qu'en supposant des aubes adiabatiques.

2.2.2 Autres applications spécifiques

2.2.2.1 Application spatiale

Un couplage thermique instationnaire a été réalisé pour une autre configuration particulière : la prédiction de l'écoulement, des transferts de chaleur et de l'érosion autour des joints O-ring des moteurs réutilisables

d'une navette spatiale [88], afin de connaître plus précisément la pression, la température et la quantité de joint subissant l'érosion.

Les codes de modélisation existant jusque là pour ce genre d'applications utilisaient des pressions, températures et vitesses des gaz de combustion issues de corrélations supposant un écoulement quasi-stationnaire.

Le solveur SFLOW combine quant à lui un code commercial de thermique, SINDA/G, et SHARP, un code Navier-Stokes instationnaire, compressible, Volumes Finis en maillage structuré, doté des schémas explicite et implicite et du modèle de turbulence $k-\varepsilon$, et pour lequel la conductivité thermique et la masse volumique dépendent de la température. Le couplage est effectué par les flux à l'interface. Afin de faire un compromis entre temps de calcul et précision, SHARP est utilisé en 1D et le solide est calculé en 3D (pour un métal en particulier, un calcul 1D représenterait une trop grosse approximation).

Les particularités du couplage sont également que le pas de temps d'intégration du code Navier-Stokes peut être plus petit que celui du solveur de thermique, et que les maillages des domaines fluide et solide peuvent être non coïncidents.

Les résultats obtenus permettent notamment de constater, à l'instar de ce qui a été remarqué pour les calculs de turbine, que les températures de gaz sont surestimées lorsqu'on considère des parois adiabatiques ou isothermes au lieu d'effectuer un couplage thermique instationnaire.

Pour le même genre d'application, Hassan *et al* [38] ont réalisé un couplage entre un code CFD (Volumes Finis, maillages structurés) et un code de thermique (Éléments Finis, maillages non structurés) COYOTE permettant de prévoir en instationnaire les taux d'ablation obtenus sur des véhicules hypersoniques. Le couplage concerne à la fois les aspects énergétiques et de masse (et les produits gazeux de l'ablation sont réactifs).

2.2.2.2 Combustion

Hegab *et al* [39] ont développé un modèle mathématique décrivant la combustion instationnaire en résolvant simultanément la combustion dans la phase gazeuse et le champ thermique dans les solides. Le but est une compréhension détaillée et quantitative des paramètres contrôlant le taux de combustion.

Un couplage de solveurs fluide et solide avec prise en compte des phénomènes de combustion a également été effectué par Urip *et al* [87], dans le code KIVA. Le but est de prévoir le comportement thermique des parties solides d'un moteur à explosion (notamment les cylindres) soumises à des flux de chaleur fortement transitoires.

2.2.2.3 Impact de gouttes

Croce *et al* [24] ont également développé une procédure de couplage thermique stationnaire en présence de gouttes impactant le solide (et d'évaporation) afin de mieux évaluer les transferts de chaleur dans les systèmes de dégivrage.

2.2.2.4 Intégration des moteurs d'avions

EMBRAER [64] a développé une méthode stationnaire de couplage (sous FLUENT) afin de modéliser les transferts de chaleur sur les mâts réacteurs de ses avions.

2.2.2.5 Applications environnementales

La pollution urbaine est un phénomène qui dépend des conditions atmosphériques en général et notamment de la température. Glockner [35] a ainsi pris en compte l'influence des bâtiments non seulement pour leur forme

mais aussi pour les aspects thermiques. Il a donc développé un modèle de couplage thermique entre atmosphère, bâtiments et sol pour affiner la connaissance de la température de l'air.

2.2.3 Couplage thermique “généralisé”

Les couplages précédents sont liés à des géométries bien particulières. Il est intéressant de réaliser des codes capables de réaliser des calculs sur toutes sortes de géométrie. C'est le cas du couplage entre le code Navier Stokes (Volumes Finis, structuré) MSD et celui de conduction thermique (Éléments Finis) ABAQUS, en stationnaire [30] [59] [60] (ou entre MSD et ZeBuLoN (mêmes caractéristiques principales que ABAQUS) [19]).

Rahaim *et al* [74] ont couplé un code Navier-Stokes Volumes Finis et un code de conduction par la méthode des singularités en instationnaire. Abeloff *et al* [4] ont effectué le couplage de deux codes Différences Finies implicites 3D en instationnaire également dans le but premier de déterminer les “charges thermiques” subies par un sol en présence d'un jet chaud turbulent dû à l'évolution à proximité du sol d'un avion à décollage et atterrissage court ou vertical. Mais leur couplage est général. Bohn *et al* [11] [10] [9] utilisent un code multi-domaines instationnaire, Volumes Finis, implicite (les validations ne sont cependant que stationnaires). Citons également Blobner *et al* [8] qui utilise un code multi-domaines autorisant les techniques des singularités et BDIM (*Boundary Domain Integral Method*). La technique présentée est presque instationnaire mais les validations sont réalisées en stationnaire.

Le couplage réalisé au cours de cette étude, entre les modules CHARME et ACACIA de CEDRE (Volumes Finis, 3D non structuré) ([21], [20]), présente les deux avantages (et difficultés) de l'instationnarité et de l'application à des géométries quelconques. Une partie des travaux sera basée sur les études réalisées pour MSD / ABAQUS, dont le fonctionnement sera détaillé par la suite.

Un exemple de couplage instationnaire comparable à celui envisagé pour CEDRE est celui entre ESTET-ASTRID (écoulements subsoniques stationnaires ou instationnaires incompressibles ou faiblement compressibles, laminaires ou turbulents : ESTET est un code Navier-Stokes Volumes Finis structuré et ASTRID un code diphasique à formulation eulérienne) et SYRTHES (conduction dans les solides, Éléments Finis) [3], ou entre N3S (code Navier Stokes non structuré) et SYRTHES [1]. Ce couplage de codes, qui repose sur le coupleur de codes d'EDF, CALCIUM [2], a été initialement développé, par SIMULOG pour EDF, pour simuler des écoulements thermo-hydrauliques dans les cuves et circuits de réacteurs nucléaires et y mettre en évidence des physiques de stratification thermique ou d'instabilités d'écoulement.

2.3 Principales méthodes de couplage

Les méthodes pour réaliser le couplage sont nombreuses. Les conditions de saut entre domaines offrent en particulier plusieurs choix de conditions aux limites à l'interface.

2.3.1 Couplage par conditions flux / température

Il s'agit d'une méthode assez répandue selon laquelle la condition limite est donnée par le flux du fluide pour le solide et par la température du solide pour le fluide. Ce choix, adpoté notamment par Croce *et al* [24], Thakur *et al* [85] Hassan *et al* [38] et EMBRAER [64], est justifié par les études de stabilité de Giles [34].

2.3.2 Couplage par coefficients de convection

Une évolution du couplage par flux / température est celui par condition de convection / température, la condition de convection revenant au solide à partir des données du fluide. C'est le type de couplage adopté pour les codes MSD et ABAQUS [30] [59] [60]. De plus amples détails seront donnés par la suite.

Il est à noter que le modèle par applications de conditions aux limites de convection uniquement est utilisé par Wang *et al* [88] pour l'application spatiale de calcul des joints O-ring. Le transfert thermique convectif est modélisé de part et d'autre de l'interface, de telle sorte que l'énergie totale du système est conservée, par : $\Phi = hS(T_f - T_s)$ où T_f est la température côté fluide et T_s côté solide, et S la surface d'interface. L'évaluation du coefficient de convection, h , est cruciale. À titre indicatif, selon les cas, il est donné par :

- pour une ligne de courant : $h = Nu \frac{\lambda}{L}$ où Nu est le nombre de Nusselt, λ est la conductivité et L la longueur de référence ;
- pour un impact de jet : $h = St C_p \frac{\dot{m}}{S}$ avec St le nombre de Stanton, C_p la chaleur spécifique à pression constante et \dot{m} le débit massique ;
- transfert de chaleur “en volumes” : l'utilisateur peut choisir le coefficient de l'impact de jet, de la ligne de courant, un coefficient utilisant une longueur de conduction l ($h = \frac{\lambda}{l}$) ou un coefficient de la valeur de son choix.

La part d'arbitraire est importante : l'équilibre thermique n'est pas garanti.

2.3.3 Couplage par équilibre instantané du flux et de la température

Il s'agit ici d'imposer une température correspondant à l'égalité des flux thermiques de part et d'autre de l'interface. C'est ce que font Abeloff *et al* [4], Bohn *et al* [11] [10] [9], Blobner *et al* [8] de façon implicite (l'égalité des flux et des températures à l'interface est spécifiée dans le calcul BEM/BDIM) et Hegab *et al* [39] pour son application de combustion (avec pour contrainte supplémentaire notamment la prise en compte d'une chaleur de changement de phase), ainsi que Urip *et al* [87].

Sondak et Dorney [83] [82] ont également fait ce choix. En détaillant leur procédé, on peut cependant s'apercevoir que l'option “couplage par température” ne définit pas toute la démarche. Des choix restent à faire concernant notamment l'ordre dans lequel sont faites les opérations d'intégration de domaine, de couplage, etc.

Le code de thermique résout l'équation $\frac{\partial T}{\partial t} - D_{th} \Delta T = 0$ avec une diffusivité thermique D_{th} constante dans tout le domaine de calcul. Le solveur Navier-Stokes utilise un schéma implicite, “time-marching” et le schéma de Roe.

Les maillages des deux domaines couplés (l'air et la structure) sont coïncidents à l'interface, la surface de l'aube : les mailles des deux domaines se font face en ayant leur sommets communs.

La méthode de couplage consiste à assurer la conservation du flux à l'interface : $\lambda_f \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_f = \lambda_s \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s$ (les indices f et s caractérisant respectivement les domaines fluide et solide, comme indiqué sur la figure 2.1).

La discrétisation effectuée donne : $\lambda_f \frac{T_f^{n+1,*} - T_I^n}{\Delta n_f} = \lambda_s \frac{T_I^{n+1} - T_s^n}{\Delta n_s}$. $T_f^{n+1,*}$ est la température côté fluide à l'itération $n + 1$: le code Navier-Stokes a donc été avancé à cet instant alors que celui de thermique est resté à n . T_I^n est la température à l'interface à l'instant n . L'équation de conservation du flux thermique ainsi posée donne donc T_I^{n+1} , qui sert alors de condition aux limites au code de conduction pour le calcul de l'instant $n + 1$.

La stratégie adoptée est finalement :

1. calcul de la solution dans le domaine fluide avec une condition aux limites de surfaces d'aubes adiabatiques ;

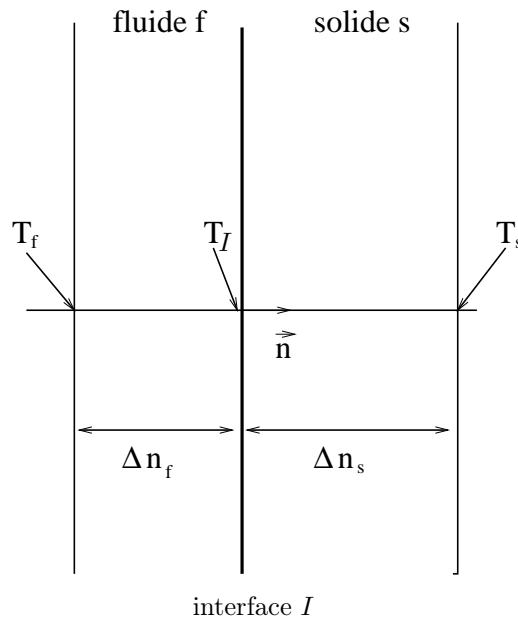


FIG. 2.1 – Interface entre solide et fluide pour le couplage de codes différences finies réalisé par Sondak et Dorney

2. initialisation des températures dans les aubes à une valeur arbitraire ;
3. obtention de la distribution de températures à l'interface à partir de la solution du fluide et de l'équation de conservation de flux ;
4. calcul de la solution dans le domaine solide (pour une chute des résidus d'un ordre 10^{-2}) : la condition initiale pour les deux domaines est obtenue ;
5. réalisation de plusieurs cycles, ceux-ci étant périodiques (les deux aubes font leur tour pendant un cycle), sur le même principe (calcul côté fluide puis utilisation de l'équation sur les flux à l'interface pour la condition aux limites du solide, enfin calcul du solide). Le processus itératif permet de converger vers l'équilibre de température et de flux de chaleur.

Le nombre de pas de temps subdivisant le cycle est choisi suffisamment petit pour observer les formations de tourbillons.

2.3.4 Processus de couplage

Le cas de Sondak et Dorney [83] [82] illustre le fait que le couplage thermique de codes ne se résume pas à un choix de condition de saut entre domaines. Il voit l'intervention de deux actions principales : l'intégration par chacun des deux codes et la communication entre ces deux codes. Dès lors, deux principaux processus de couplage sont utilisables :

- un processus successif, décrit sur la figure 2.2. Le code 1 effectue l'intégration de son domaine, les valeurs obtenues servent comme condition limite pour le code 2. Ce dernier effectue alors à son tour l'intégration de son domaine et donnera les conditions aux limites du code 1. Chaque cycle, ou pas de temps, est constitué de cette succession d'événements. C'est le processus employé par Rahaim *et al* [75], Sondak et Dorney [83] [82], Hassan *et al* [38], EMBRAER [64], Croce *et al* [24] ou encore Blobner *et al* [8] (le code 1 étant de

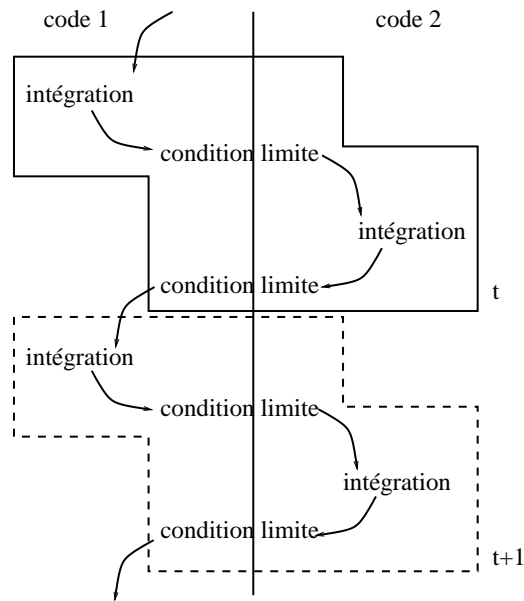


FIG. 2.2 – Processus de couplage successif

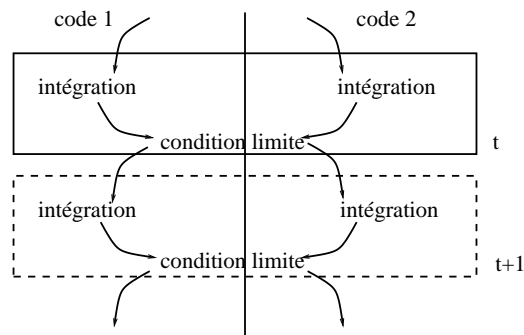


FIG. 2.3 – Processus de couplage simultané

CFD, le 2 de thermique). Zhai *et al* [93] utilisent également ce procédé et affinent encore la description du processus en distinguant les couplages “statiques” (un à deux échanges seulement sont effectués) adaptés aux résolutions stationnaires de problèmes pour lesquels les domaines sont peu sensibles aux échanges, et des couplages “dynamiques” utilisés dans les autres cas et selon les besoins. L’équilibre en température et flux de chaleur d’interface à la fois requiert une procédure itérative à chaque instant de calcul ;

- un processus simultané, illustré par la figure 2.3, plus adapté pour les applications instationnaires dans la mesure où l’équilibre à la surface est simultané, instantané. Ce processus présente également l’avantage de se paralléliser aisément : en affectant chaque code à un processeur, les codes intègrent leur domaine en parallèle et ne communiquent qu’entre chaque cycle. C’est le processus utilisé pour MSD / ABAQUS et MSD / ZeBuLoN [30] [59] [60] [19], mais aussi pour le calcul de combustion de Hegab *et al* [39]. C’est le processus également choisi pour CEDRE.

Chapitre 3

Le couplage

Ce chapitre est consacré à la méthodologie générale du couplage instationnaire étudié et réalisé pour la plateforme CEDRE. Une présentation du mécanisme général de couplage permet notamment de saisir la chronologie des intégrations des différents domaines et des échanges d'informations entre ceux-ci. Le traitement du lieu privilégié qu'est l'interface est ensuite explicité. Les communications entre domaines sont en effet effectuées par le calcul de conditions aux limites de couplage à l'interface, dont les expressions et les éventuels intérêts ou risques sont présentés. Enfin, un point essentiel de ce travail est abordé : le principe des corrections conservatives. L'intérêt est de réaliser un couplage garantissant la conservativité globale de l'intégration sur l'ensemble des domaines. Cela nécessite un traitement particulier des flux à l'interface. La méthode des corrections est alors détaillée, ainsi que ses apports en termes de précision de l'intégration. Le chapitre finit sur l'aspect déstabilisant de la méthode conservative de couplage.

3.1 Présentation

Le couplage instationnaire présenté est basé sur un processus simultané, présenté au chapitre 2, déjà utilisé pour le couplage stationnaire entre MSD et ABAQUS [30] par exemple. Après avoir brièvement rappelé le fonctionnement général sur cet exemple stationnaire, les différences principales existant en instationnaire sont expliquées.

3.1.1 Couplage stationnaire

Les couplages stationnaires reposent souvent sur des processus successifs (chapitre 2), associés à des conditions de couplage isotherme pour le fluide et par coefficient de convection pour le solide. Les codes couplés tournent indépendamment et échangent de temps en temps leurs données.

Dans l'exemple du couplage des codes MSD et ABAQUS via la bibliothèque MpCCI [30], le processus est simultané, comme illustré sur la figure 3.1. En effet, les deux solveurs reçoivent simultanément leurs conditions aux limites de couplage lors de l'échange.

Le fluide reçoit directement la température locale du solide : $T_f^{n+1} = T_s^n$. Ce dernier reçoit au même instant une condition de convection basée sur les données du fluide : h^n est imposé (par exemple $h^n = \frac{2\lambda_f}{\delta x_f}$, ou imposé *a priori* de façon à assurer la stabilité) et la température de fluide en est déduite : $T_f^n = T_{I,f}^n - \frac{F_f^n}{h^n} \cdot \lambda_f, \delta x_f$,

$T_{I,f}^n$ et F_f^n sont respectivement la conductivité thermique du fluide, la taille de maille à proximité de l'interface côté fluide, la température et le flux de paroi calculés côté fluide. Il est à noter que l'équilibre des températures et l'égalité des flux de chaleur à l'interface ne sont pas garantis instantanément mais obtenus seulement à convergence à l'état stationnaire.

Chaque solveur effectue alors l'itération suivante muni de ces conditions aux limites. Le code de conduction thermique est stationnaire et celui de calcul du fluide est pseudo-stationnaire, c'est-à-dire qu'il converge, en N_f itérations, vers un état stationnaire. Pour cela, des techniques dédiées aux calculs stationnaires sont utilisées, comme celle du pas de temps local (la discrétisation temporelle est différente selon les cellules, ce qui permet d'avoir des pas de temps plus grands dans les grosses cellules, selon le critère CFL, et finalement d'accélérer la convergence). Ainsi, les échanges, qui constituent une mise à jour des conditions aux limites de couplage, se font quand le calcul de thermique est terminé et quand le code de mécanique des fluides a envoyé un message d'atteinte de la convergence ou quand il a réalisé le nombre d'itérations maximum fixé (N_{max}). Le temps de calcul est minimisé par optimisation de ce nombre d'itérations : un nombre N_{min} minimum pour assurer la convergence de chacun des codes couplés, et un nombre N_{max} maximum afin de ne pas faire d'itérations inutiles.

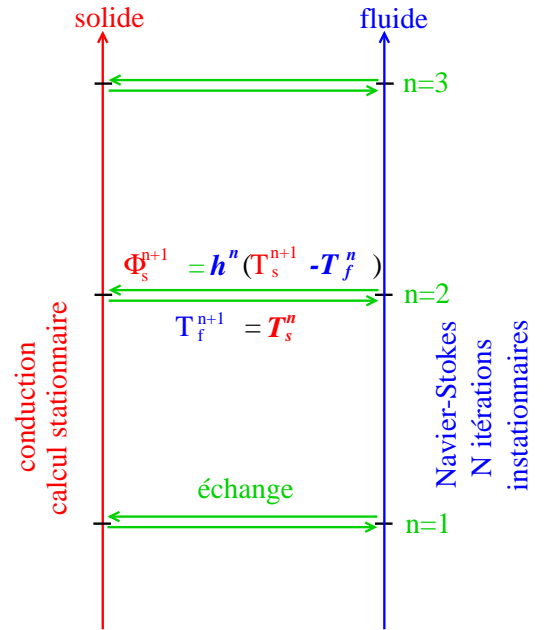


FIG. 3.1 – Couplage stationnaire MSD ABAQUS

3.1.2 Couplage instationnaire

Le schéma 3.2 est un exemple de calcul en multi-zones illustrant notamment la position de la procédure d'échange. De la même façon qu'en stationnaire, entre les échanges, chaque code progresse indépendamment, mais les calculs sont effectués en instationnaire. La période entre les échanges a donc une réelle signification de temps physique. Un cycle est alors défini comme la période minimale de fonctionnement indépendant d'un code sur un domaine. Le temps de cycle, déterminé sur des critères physiques, est commun à toutes les zones. Le pas de temps numérique est interne à chaque zone et est calculé de façon à remplir des conditions de robustesse sur le nombre de Fourier ou de CFL (il peut donc varier au cours du calcul). Le pas de temps d'échange est généralement égal à celui de cycle. Mais il peut être différent et éventuellement changer au cours du temps. Cette méthode offre beaucoup de souplesse de calcul et est compatible avec la structure multi-solveurs de CEDRE.

Dans la méthode instationnaire présentée ici, le processus est non itératif : le calcul des conditions aux limites de couplage permet d'évaluer le meilleur estimateur pour l'équilibre instantané des températures et flux à l'interface. Cela nécessite donc un calcul de conditions aux limites de couplage, qui est présenté par la suite. Ces conditions permettent un équilibre à l'interface de type "explicite", comme il sera détaillé pour les conditions de type Dirichlet. Les conditions de couplage calculées, le cycle est effectué une fois. Il s'agit d'une différence importante avec la procédure stationnaire où l'équilibre des quantités à l'interface est obtenu après convergence. Une adaptation directe mais coûteuse en temps de calcul serait d'utiliser un processus itératif local. Chaque cycle serait alors effectué plusieurs fois de façon à obtenir la convergence à chaque instant.

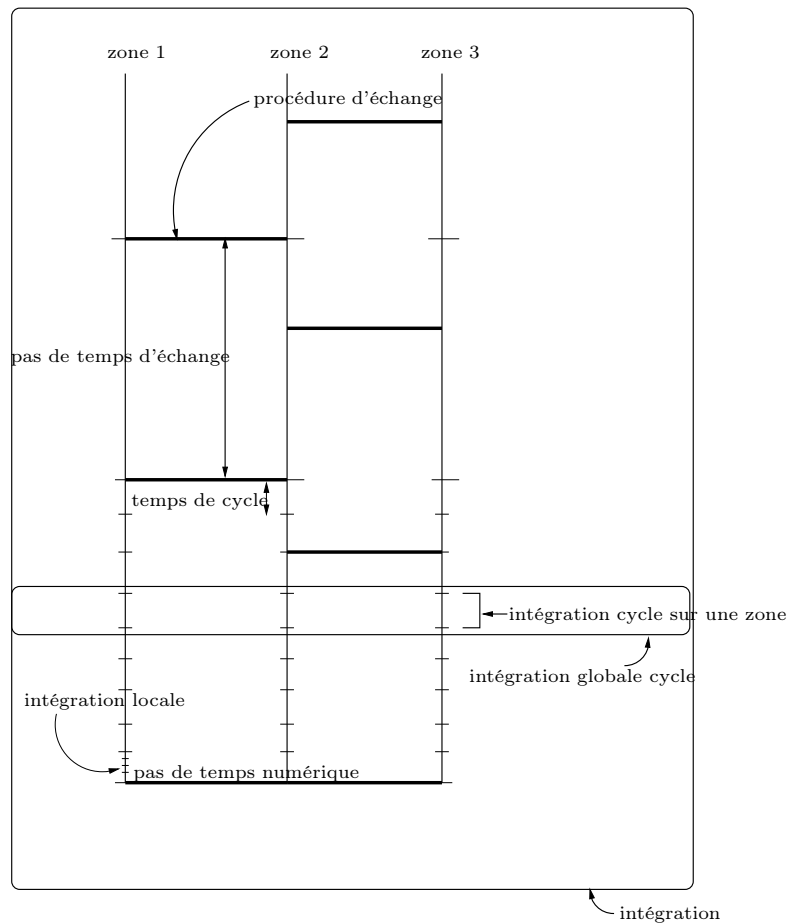


FIG. 3.2 – Échange entre zones : rôle des différentes routines

De plus, contrairement à ce qui se passe en stationnaire, il n'est pas anodin d'augmenter le pas de temps entre les échanges et de réaliser des itérations sans échanges. Quand les zones ne communiquent plus, la conservation du flux à l'interface entre celles-ci n'est plus bonne. En stationnaire, c'est le résultat après convergence qui est recherché, donc les erreurs "passagères" sur le flux à l'interface ne sont pas très gênantes. En instationnaire, il faut introduire une correction de flux estimée (détaillée dans le paragraphe 3.3).

Une remarque importante est que la méthode présentée ci-après repose sur l'hypothèse de l'utilisation de maillages coïncidents.

3.2 Conditions aux limites de couplage

Les conditions aux limites thermiques peuvent être exprimées sous forme de condition de Dirichlet, de Neumann ou encore de Fourier.

Dans le cadre du calcul couplé de deux domaines, une condition aux limites est imposée de part et d'autre de l'interface de couplage. Comme le montre Montenay [59] avec le couplage stationnaire des codes de Navier-Stokes MSD et de conduction ABAQUS, le choix de ce couple de conditions (par exemple, condition de Dirichlet pour un domaine, de Neumann pour l'autre) n'est pas anodin. Il démontre en effet que le couplage par conditions de

flux est instable tandis que celui par condition de Fourier est stable sous certaines conditions.

La contrainte à respecter impérativement pour les conditions aux limites de couplage est qu'à chaque instant d'échange, la température et le flux à l'interface soient continus. À cet instant d'échange, toutes les conditions aux limites sont équivalentes. Ainsi, si les échanges ont lieu à chaque pas de temps d'avancement du calcul, les différentes conditions aux limites ne représentent que des variantes d'un point de vue algorithmique. En revanche, dès que les zones ne communiquent plus, la nature de la condition aux limites au raccord induit un comportement propre. La condition aux limites à l'interface impose en effet soit la température, soit le flux, soit une relation entre les deux. Lors de l'intégration, les données des cellules internes évoluent, ce qui mène à une modification des variables non imposées à la frontière (le flux pour la condition de Dirichlet, la température pour celle de Neumann et les deux pour celle de Fourier) et à un éloignement de l'équilibre initialement obtenu. C'est donc l'absence de communication entre les zones qui est à l'origine de l'importance cruciale du choix des conditions aux limites à l'interface.

Le mot *raccord* désignera par la suite le couple de conditions aux limites de couplage, en précisant ces dernières sous la forme Dirichlet / Dirichlet, Dirichlet / Fourier ou encore Fourier / Neumann ... Dans la suite, le calcul des conditions aux limites de couplage sera donné en fonction des données du paragraphe 1.6. L'exposant n indiquera l'itération interne n au cours du cycle, $n = 0$ représentant le début de cycle, donc l'instant d'échange.

3.2.1 Raccord Dirichlet / Dirichlet

La température d'interface est calculée, à l'instant d'échange, de façon à assurer la continuité du flux, comme présenté au paragraphe 1.6. Dans une cellule I de l'interface, située entre les cellules L et R , coïncidentes, des deux domaines couplés :

$$T_I^n = \frac{\frac{\lambda_L^0}{d_L} T_L^0 + \frac{\lambda_R^0}{d_R} T_R^0}{\frac{\lambda_L^0}{d_L} + \frac{\lambda_R^0}{d_R}}$$

Puis cette température sert de condition de Dirichlet dans les deux zones couplées jusqu'à l'échange suivant. Dès que les zones ne communiquent plus, la continuité du flux à l'interface n'est plus garantie. Il y a des différences de flux aux interfaces, qu'il faut corriger *a posteriori* pour rester conservatif.

La condition de type isotherme ainsi imposée permet une solution équilibrée de type "explicite". En effet, la température à l'intérieur du domaine à l'itération n est calculée en fonction de cette condition d'interface valable à l'instant $n_0 < n$. La condition d'interface n'est en général plus équilibrée en fin de cycle. Une condition de type implicite serait une température assurant l'équilibre à la fin du cycle. Cela n'est possible qu'à la condition d'utiliser une méthode itérative locale sur le cycle, ce qui n'est pas compatible avec les objectifs de la méthodologie de couplage présentée ici.

3.2.2 Raccord Neumann / Neumann

Lors de l'échange, le flux à l'interface est calculé pour avoir la continuité de la température (paragraphe 1.6) :

$$F_I^n = -\lambda_I^n (\vec{\nabla} T)_I^n = -\frac{\frac{\lambda_L^0}{d_L} \frac{\lambda_R^0}{d_R}}{\frac{\lambda_L^0}{d_L} + \frac{\lambda_R^0}{d_R}} (T_R^0 - T_L^0)$$

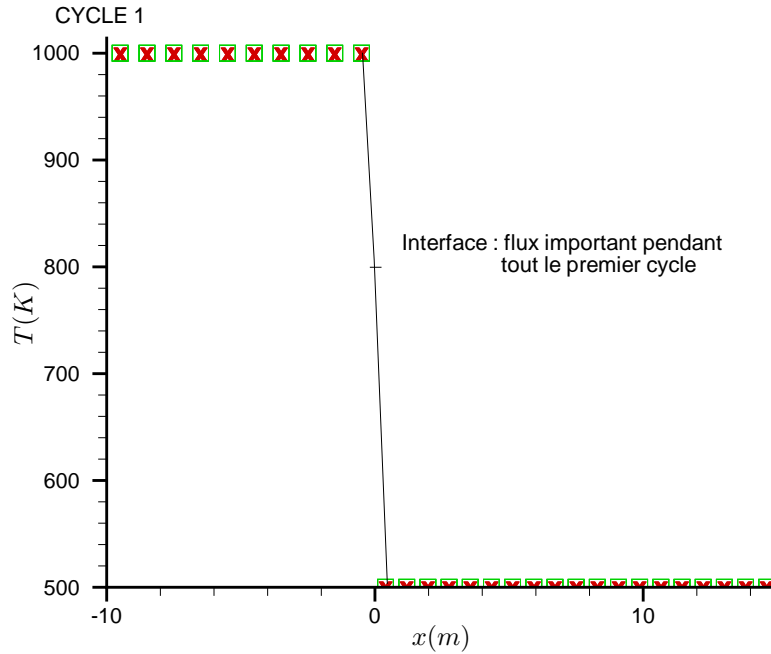


FIG. 3.3 – Couplage de deux murs de températures initiales différentes 1000 et 500 K

Ce flux est ensuite imposé comme condition de Neumann dans les deux domaines pendant le (ou les) cycle(s) suivant(s). Contrairement au cas du raccord Dirichlet / Dirichlet, le flux à l'interface reste continu, la conservativité est assurée et il n'y a pas de correction de flux à appliquer. C'est un avantage indéniable.

Cependant, dans l'exemple du raccord de deux murs de températures initiales différentes, le flux initial théorique est particulièrement important (figure 3.3). La température évoluera donc beaucoup entre deux échanges. Or la variation du flux théorique à l'interface aux premiers instants est rapide (figure 3.4). Elle risque de ne pas être suivie si aucune contrainte n'est imposée sur le pas de temps entre deux échanges. Il faut donc au moins : $\Delta t \ll \tau_c$ (où τ_c est le temps caractéristique pour atteindre la convergence). Et cette contrainte doit être d'autant mieux respectée que le flux à l'interface est important et varie rapidement sous peine *a priori* de voir le calcul se déstabiliser (figure 3.5 : si le cycle est trop long et que les deux zones se rapprochent de l'état stationnaire, des situations très éloignées du cas stationnaire global et donc d'importantes divergences de température peuvent avoir lieu).

3.2.3 Raccord Neumann / Dirichlet

Le flux et la température sont maintenant calculés pour assurer la continuité à l'interface puis imposés, par exemple, comme condition aux limites de Neumann pour le domaine de gauche ($F_{i,L}$) et de Dirichlet à droite ($T_{i,R}$) :

$$F_{i,L}^n = -\lambda_I^n (\vec{\nabla} T)_I^n = -\frac{\frac{\lambda_L^0}{d_L} \frac{\lambda_R^0}{d_R}}{\frac{\lambda_L^0}{d_L} + \frac{\lambda_R^0}{d_R}} (T_R^0 - T_L^0)$$

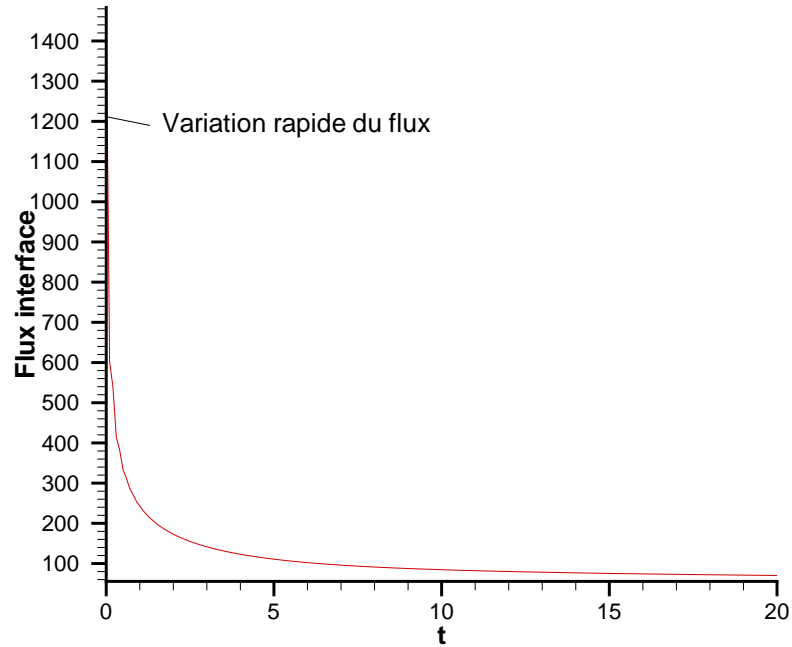


FIG. 3.4 – Évolution du flux à l'interface en fonction du temps pour le couplage de deux murs de températures initiales différentes

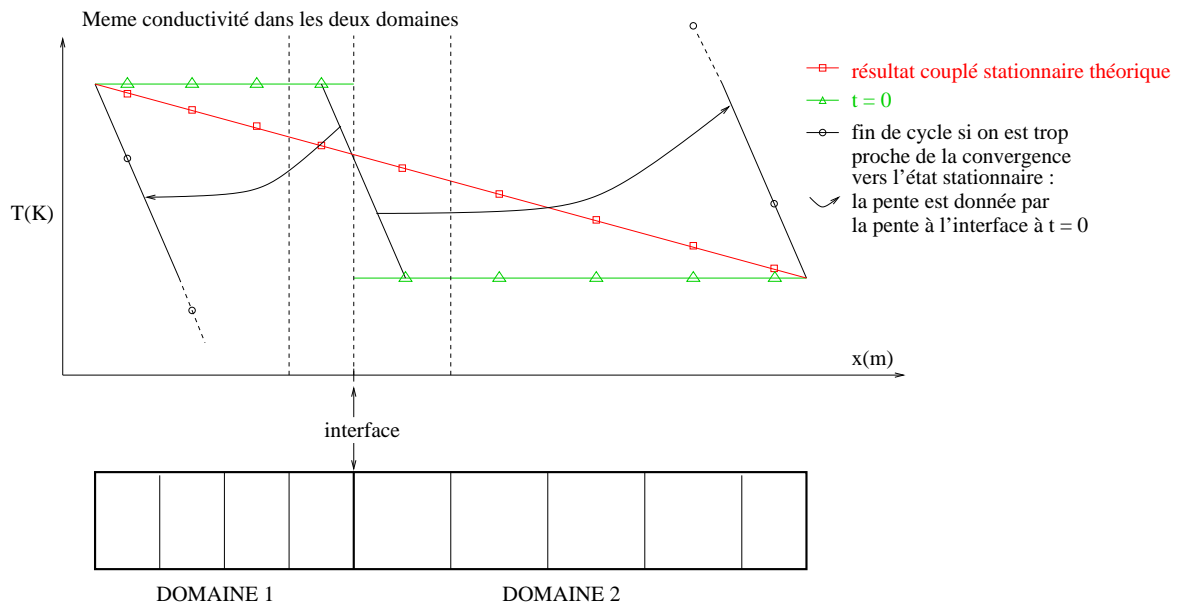


FIG. 3.5 – Divergence en cas de cycles longs menant à l'état stationnaire dans chaque zone

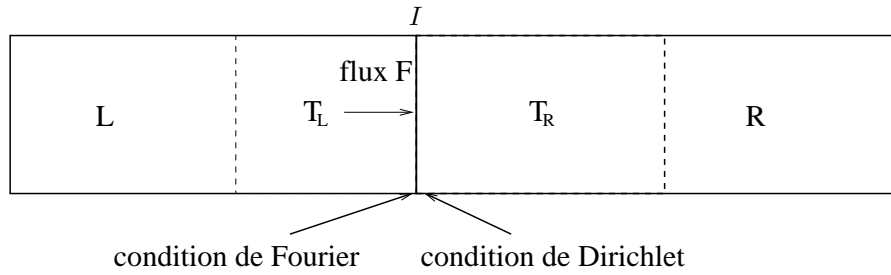


FIG. 3.6 – Raccord Fourier / Dirichlet : notations

et :

$$T_{I,R}^n = \frac{\frac{\lambda_L^0}{d_L} T_L^0 + \frac{\lambda_R^0}{d_R} T_R^0}{\frac{\lambda_L^0}{d_L} + \frac{\lambda_R^0}{d_R}}$$

Le flux à l'interface n'est plus continu en l'absence de communication entre les deux domaines. Ce couple de conditions aux limites nécessitera donc des corrections de flux.

Le choix d'attribution des conditions aux domaines devrait être primordial pour la stabilité. En effet, les études de Giles [34] reprises par Montenay [59] ont montré pour le couplage stationnaire MSD/ABAQUS que la condition de Neumann devait être appliquée au domaine de plus forte conductivité pour assurer la stabilité du calcul.

Intuitivement, dans le cas instationnaire, dans le domaine où la condition est de flux, le domaine ne doit pas trop évoluer vers la solution stationnaire (car alors, l'évolution de la température est laissée libre). Le pas de temps d'échange doit donc respecter : $\Delta t \ll \tau_c$ (comme vu pour le raccord par les flux). Ceci est d'autant plus facile que τ_c est grand. Or ce temps caractéristique est inversement proportionnel à la conductivité moyenne dans la zone, mais surtout proportionnel à une distance élevée au carré. Cette distance étant la taille de discrétisation spatiale, la condition de Neumann doit généralement être fournie au domaine maillé le moins finement.

3.2.4 Raccords par conditions de Fourier

Soit le cas de la figure 3.6 où une condition de convection de coefficient h et de température de référence T_c est utilisée pour définir la condition de couplage dans le domaine de gauche. Il convient de jouer sur les paramètres T_c et h pour assurer la continuité du flux et de la température. T_c est issu du domaine couplé R duquel on ne reçoit pas d'information en cours de cycle. Il paraît logique de prendre $T_c = T_R^0$. h s'en déduit alors par :

$$h^n = \frac{F_L^0}{T_I^0 - T_R^0}$$

En définissant les distances d_L et d_R telles que dans le paragraphe 1.6, cette relation est d'ailleurs retrouvée en comparant, au moment de l'échange, la température d'interface T_I due à la formule 1.14 (donnant la température à la surface limite pour une condition de convection) et celle obtenue par l'interpolation présentée dans le paragraphe 1.6 :

$$\begin{aligned}
T_I^n &= f(T_L^n, T_R^0) = \frac{hT_R^0 + \frac{\lambda_L^n}{d_L} T_L^n}{h + \frac{\lambda_L^n}{d_L}} \\
T_I^0 &= \frac{\frac{\lambda_L^0}{d_L} T_L^0 + \frac{\lambda_R^0}{d_R} T_R^0}{\frac{\lambda_L^0}{d_L} + \frac{\lambda_R^0}{d_R}} \\
\Rightarrow h^n &= \frac{\lambda_R^0}{d_R} = \frac{F_L^0}{T_I^0 - T_R^0}
\end{aligned}$$

Ce résultat correspond à ce que préconise Heselhaus pour le couplage stationnaire. Le flux s'écrit donc :

$$F_L^n = \frac{2\lambda_L^n \lambda_R^0}{d_L d_R (\lambda_L^n / d_L + \lambda_R^0 / d_R)} \cdot (T_L^n - T_R^0)$$

Par ailleurs, $F_L^n = h^n (T_I^n - T_R^0) + F_L^0 - h^0 (T_I^0 - T_R^0) = F_L^0 + h^n (T_I^n - T_I^0)$, ce qui apparente le coefficient d'échange à un coefficient de relaxation empêchant la température de s'éloigner trop de sa valeur initiale.

Dans un raccord utilisant une condition de convection, le flux du domaine la recevant est "fixé" sur la température initiale provenant de l'autre domaine. Ceci devrait éviter de voir la courbe de température évoluer trop (par rapport aux températures initiales et à celle de l'autre domaine) comme cela peut être le cas avec une condition de Neumann. Il est donc attendu que le raccord Fourier / Dirichlet soit plus stable que le raccord Neumann / Dirichlet (c'est d'ailleurs un raccord de ce type qui est utilisé par Montenay [59]). De même, le raccord Fourier / Fourier devrait être plus stable que celui Neumann / Neumann. De plus, par rapport aux autres conditions, la condition de convection offre un degré de liberté supplémentaire, grâce à deux, et non plus un, paramètres qui peuvent être réglés conjointement pour atteindre la stabilité.

Ce couplage nécessite lui aussi des corrections de flux.

Une généralisation de l'expression du coefficient de convection à $h^n = \frac{F_L(L^n, R^0)}{T_I^n - T_R^0}$ est envisageable. Le flux à l'interface $F_R(L^0, R^n)$ est interpolé à partir des quantités mises à jour du domaine et de celles issues de l'autre zone, donc non actualisées.

$$\text{Alors, } F_R^n = h^n (T_I^n - T_L^0) + F_R^0 - h^0 (T_I^0 - T_L^0) = F_R^0 + h^n (T_I^n - T_I^0) + (h^n - h^0) \cdot (T_I^0 - T_L^0).$$

3.3 Couplage instationnaire et corrections conservatives

Du fait de l'indépendance des intégrations des différents domaines pendant les cycles, la conservation de l'égalité des flux de part et d'autre des interfaces n'est garantie que si les conditions aux limites d'interface sont de type Neumann. Des pertes d'énergie sont donc attendues. Le problème de la conservativité et une méthode permettant de la conserver sont donc abordés dans ce paragraphe.

Les calculs présentés sont effectués en double précision (64 bits), le schéma d'intégration est explicite et les raccords sont de type Dirichlet / Dirichlet.

3.3.1 Tests de conservativité

Des calculs sur des domaines dont les frontières libres sont des parois adiabatiques sont des bons tests de conservativité. Dans ces conditions, il n'y a pas d'échange d'énergie avec l'extérieur et l'énergie totale de l'ensemble des domaines doit être conservée. Ainsi, à l'état stationnaire, la température est uniforme, T_{st} , dans tous les domaines, et son expression est donnée par (cas de la figure 3.7) :

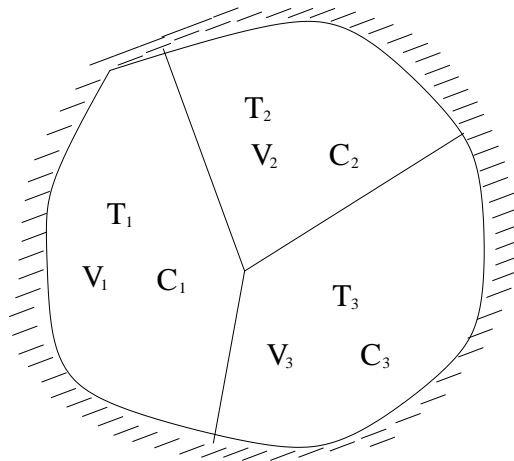


FIG. 3.7 – Cas de calcul de domaines couplés, avec parois adiabatiques

nombre d'itérations par cycle	erreur relative sur T_{st}
10 / 10	1,37 %
26 / 14	13,7 %
50 / 28	18,8 %
100 / 55	22,9 %
400 / 220	27 %

TAB. 3.1 – Erreur sur la température finale pour un calcul sans correction

$$\begin{aligned} (C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3) T_{st} &= C_1 V_1 T_1 + C_2 V_2 T_2 + C_3 V_3 T_3 \\ \Rightarrow T_{st} &= \frac{C_1 V_1 T_1 + C_2 V_2 T_2 + C_3 V_3 T_3}{C_1 V_1 + C_2 V_2 + C_3 V_3} \end{aligned}$$

Une température finale différente de cette dernière traduit donc une perte d'énergie due à une absence de conservativité.

3.3.1.1 Cas 1D

Le cas adiabatique 1D du paragraphe 1.7.2 est utilisé. Compte tenu des volumes des deux domaines 1D, la température à l'état stationnaire est : $T_{st} = \frac{10 \cdot 1000 + 15 \cdot 500}{25} = 700K$. Le schéma explicite avec un critère de nombre de Fourier d'intégration inférieur à 0,4 est utilisé.

Dans le cas où le couplage permet la conservativité instantanée sur l'itération suivante, c'est-à-dire avec le schéma explicite et pour des cycles unitaires¹, il n'y a pas d'erreur sur la température finale. En revanche, l'erreur atteint déjà 1,37% pour des cycles très courts de 10 itérations. Le tableau 3.1 donne l'erreur sur la température finale en fonction de la durée des cycles, notée comme le nombre d'itérations par cycle dans les deux domaines couplés. Il permet de constater que l'accroissement de la durée des cycles mène à des erreurs sur la température finale de plus en plus conséquentes (27% pour ce cas).

¹Durant un cycle unitaire, chaque solveur n'effectue qu'une itération

code	T_{st}	erreur
TYPHON	1275,50K	2,6%
FLUENT stationnaire	1288,75K	3,6%
FLUENT instationnaire convergé	1244,3K	0,06%

TAB. 3.2 – Conservativité sur le cas 2D

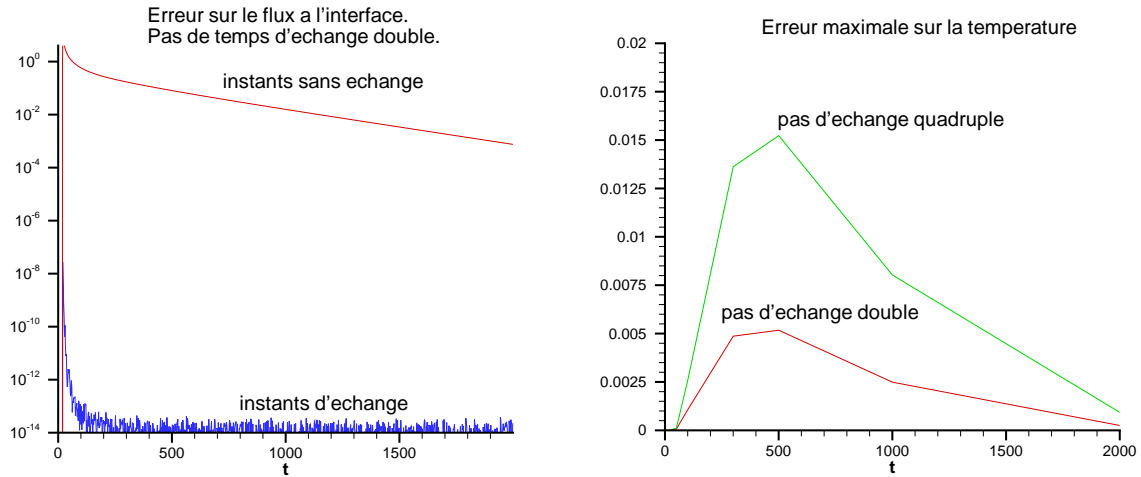


FIG. 3.8 – Erreurs sur le flux à l'interface en pas de temps d'échange double (gauche) et sur la température (droite). Échanges tous les 2 ou 4 cycles

3.3.1.2 Cas 2D

Le nombre d'itérations par cycle est respectivement de 6, 6 et 1 dans les zones 1, 2 et 3. La théorie prévoit une température finale : $T_{st} = \frac{50 \cdot 1000 + 80 \cdot 2000 + 65 \cdot 500}{50 + 80 + 65} = 1243,59K$. Le constat est le même que pour le cas 1D : l'erreur sur la température est même un peu plus conséquente, de 2,6% (tableau 3.2).

Les performances de FLUENT sont également indiquées sur le même cas : avec un calcul itératif sur le pas temporel d'intégration convergé à l'état stationnaire (même pas de temps que pour TYPHON), la conservativité est bonne. Le couplage peut être supposé rigoureux (à chaque pas de temps d'intégration). En revanche, pour le calcul stationnaire, l'erreur est non négligeable : des pertes de flux importantes ont lieu et les précautions ne sont pas prises pour les compenser.

3.3.2 Influence des itérations sans échange sur la précision

La précision se détériore logiquement quand le nombre de pas de temps entre deux échanges augmente (figure 3.8 à droite). Le test a été effectué sur un matériau de conductivité $0,2W/m/K$ et de chaleur volumique $1Jm^{-3}K^{-1}$. Le maillage est celui de la figure 1.10. La référence est un calcul sur zone unique où le maillage complet constitue un seul domaine de calcul. Un couplage entre les domaines de gauche et droite avec cycles unitaires est réalisé mais les échanges sont faits respectivement tous les 2 et 4 cycles. Ceci est équivalent à subdiviser les cycles et permet d'observer la variation du flux à l'interface qu'il y ait échange ou non.

L'erreur relative maximale est de 0,005 pour un pas de temps d'échange double du pas de cycle et de 0,015 pour un pas d'échange quadruple.

Aux instants où le couplage n'est pas effectué, la température à l'interface entre les deux zones calculées reste égale à celle qui avait été calculée lors du dernier échange. La conservation du flux n'est donc pas assurée comme on peut le constater sur la figure 3.8. L'erreur entre les flux à gauche et à droite aux instants sans échange est supérieure à 10^{-3} contre des valeurs de l'ordre de 10^{-14} aux instants d'échange.

Ainsi, le flux n'est pas conservé entre les échanges. Des erreurs se propagent donc au fil du calcul. Une solution à ce problème, qui ne se pose *a priori* pas en stationnaire (la convergence imposant l'équilibre des flux "gomme" les erreurs) mais qui fausse les données en instationnaire, est proposée par la suite.

3.3.3 Correction du déficit de flux entre les échanges

La correction se fait en trois temps. Le premier est l'évaluation domaine par domaine des énergies thermiques à l'interface. Le deuxième est celle de la quantité correctrice. Le troisième est l'application de cette quantité correctrice.

3.3.3.1 Évaluation de la correction nécessaire

La divergence à la source de la perte de conservativité porte sur les flux passant à l'interface durant toute la durée entre deux couplages. Elle est donc sur l'énergie thermique traversant l'interface pendant cette période $[t_1, t_n]$. Une variable locale représentant l'énergie traversant l'interface entre t_1 et t_n est donc attachée à chaque face limite d'interface de chaque zone :

$$E = \int_{t_1}^{t_n} \int_S \vec{\Phi} \cdot d\vec{S} dt$$

Considérons un couple de face limites conjuguées. Numériquement, avec T_I et T_i la température respectivement à l'interface et dans la cellule interne à la zone, S la surface de l'interface, d la distance telle qu'elle est définie dans le paragraphe 1.6 et δt le pas de temps, l'énergie calculée entre deux échanges est :

$$E = \sum_{j=1}^n \left(-\lambda(T_I(j)) \frac{T_I(j) - T_i(j)}{d} S \delta t(j) \right)$$

Dans cette expression, $T_I(j)$ est la température à l'interface non mise à jour. Dans le cas d'une condition de couplage de type isotherme, $T_I(j) = T_I(1)$. L'énergie transmise E n'est donc pas celle qui est attendue physiquement. En particulier, l'énergie transmise calculée d'un côté (E_L) et de l'autre (E_R) de l'interface ne sont pas identiques *a priori*.

3.3.3.2 Évaluation de la quantité correctrice

E_L et E_R sont deux mesures de l'énergie supposée transmise. Elles sont comparées afin de déterminer une énergie effectivement échangée (figure 3.9). Elles sont normalement de signes opposés². Soit $\Delta E = E_L + E_R$, plusieurs estimations de l'énergie sont possibles, dès lors que la correction apportée fait en sorte que les deux énergies deviennent égales.

²Dans l'hypothèse de conservativité, $E_L = -E_R$, le flux sortant d'une zone égalant celui entrant dans l'autre.

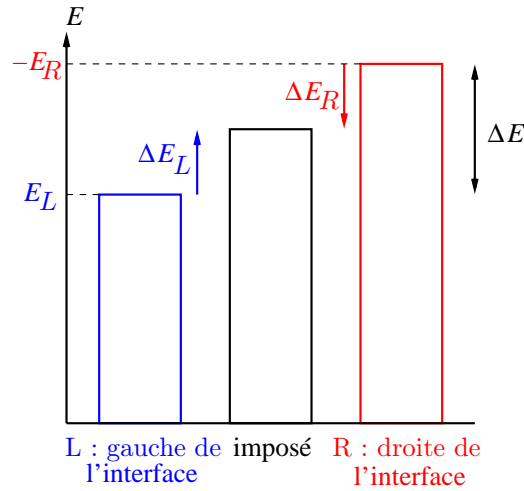


FIG. 3.9 – Système de correction sur les flux à l'interface cumulé entre deux échanges

Un surplus d'énergie $\Delta E_L = (k_c - 0,5)\Delta E$ appliqué à l'énergie E_L à l'interface (du côté de la zone gauche) et $\Delta E_R = h\Delta E$ à E_R . Alors, l'égalité nécessaire de conservation de l'énergie $E_L + \Delta E_L = -(E_R + \Delta E_R)$ implique $0,5 + k_c + h = 0$. Pour $k_c = 0$, l'énergie estimée est la moyenne des énergies des deux zones ($0,5 \cdot E_L - 0,5 \cdot E_R$). Celles qui font qu'une zone impose son flux, à savoir $k_c = 0,5$ (c'est alors la zone gauche qui impose son flux cumulé E_L) et $k_c = -0,5$ (c'est la zone droite qui impose E_R) seront aussi testées.

L'évaluation de la correction conservative présente donc un côté arbitraire dû à l'impossibilité de savoir quelle est l'énergie réellement transmise. L'incidence du choix n'est pas sans conséquences mais il faut souligner qu'*a priori* le déficit ΔE est censé être petit. Une autre méthode d'estimation de l'énergie à l'interface, s'abstenant de l'utilisation d'un coefficient de correction, est présentée et étudiée en annexe C.

3.3.3.3 Application de la quantité corrective

Plusieurs façons d'appliquer la correction cumulée de bilan de flux sont envisagées :

- Correction avant échange, dans les cellules limitrophes (méthode "AVANT" de la figure 3.10) : les températures des cellules limitrophes de part et d'autre de l'interface sont corrigées avant de calculer les quantités à l'interface. De cette manière, celle-ci et les cellules limitrophes ont, en début de cycle, des températures compatibles avec l'équilibre thermique et la conservation du flux ;
- Correction après échange, dans les cellules limitrophes (méthode "APRÈS" de la figure 3.10) : la correction est encore effectuée sur les températures des cellules limitrophes, mais après le calcul des quantités d'interface. Celles-ci ne tiennent donc pas compte de la correction et on s'attend à une moins bonne précision qu'avec la correction AVANT ;
- Modification de la condition limite de température (méthode "condition limite" de la figure 3.10) : la correction n'est plus appliquée dans les cellules limitrophes. La température d'interface, équilibrée (la même pour les deux domaines) tient compte de la correction comme indiqué sur la figure 3.11. Elle est calculée comme l'interpolation de températures (fictives) corrigées de cellules limitrophes ;
- Correction répartie, dans les cellules limitrophes : la correction n'est plus appliquée au moment de l'échange mais au cours du cycle suivant. La figure 3.12 illustre les deux types de répartition de correction testés.

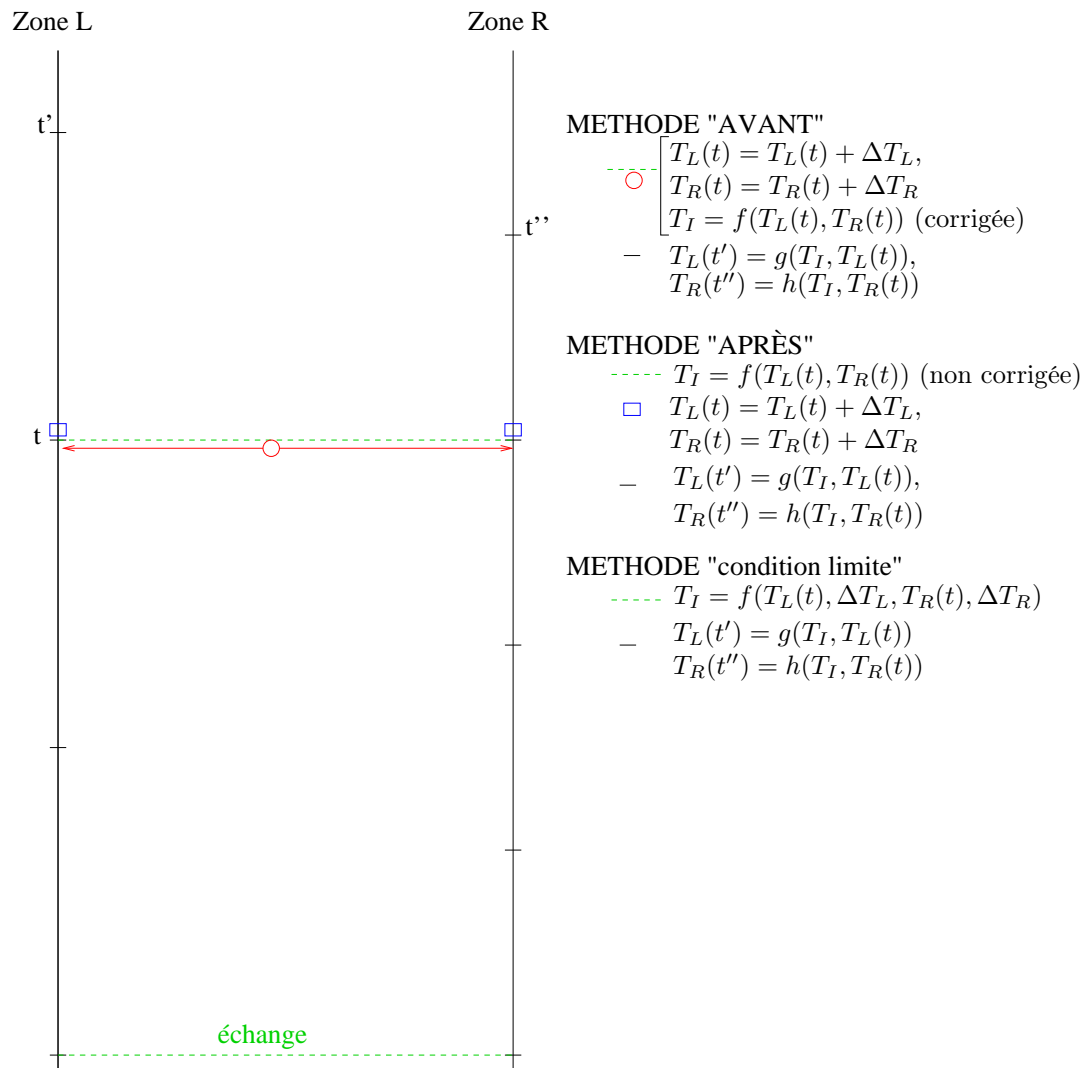


FIG. 3.10 – Localisations possibles de la correction de flux

Elle peut être régulière : à chaque itération, la quantité de correction appliquée est la même jusqu'à ce que toute la correction soit passée. À la dernière itération, le reste éventuel est conservé pour la correction du cycle suivant. La correction peut aussi être répartie selon une loi géométrique : à chaque itération, un certain pourcentage (définissant un coefficient de répartition) de ce qu'il reste de correction est appliqué. La part de correction non appliquée est reportée au cycle suivant. Ce type de correction peut être assez facilement écrit comme une condition de flux additionnelle.

Dans la suite, ces méthodes seront désignées sous les appellations respectives de correction AVANT, correction APRÈS, correction CL et correction RÉPARTIE. L'emploi du mot correction n'a pas tout à fait le même sens pour les méthodes AVANT, APRÈS et RÉPARTIE, réunies sous le nom de corrections "cellules limitrophes", et la correction CL, nommée modification (ou correction, par abus de langage) de condition limite.

Du fait de la cohérence toujours conservée, au moment de l'échange, entre la température d'interface et celles des cellules limitrophes, la correction AVANT devrait être la plus précise.

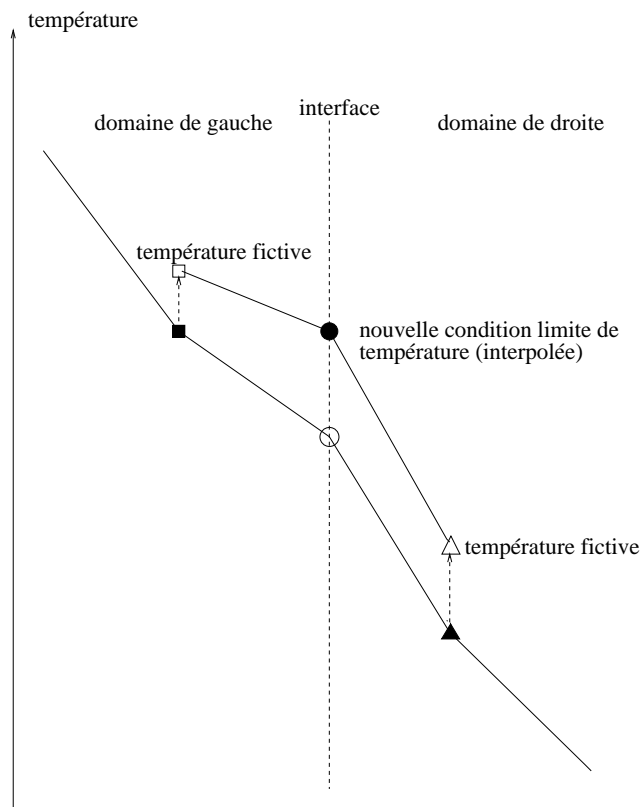


FIG. 3.11 – Modification de condition limite de température

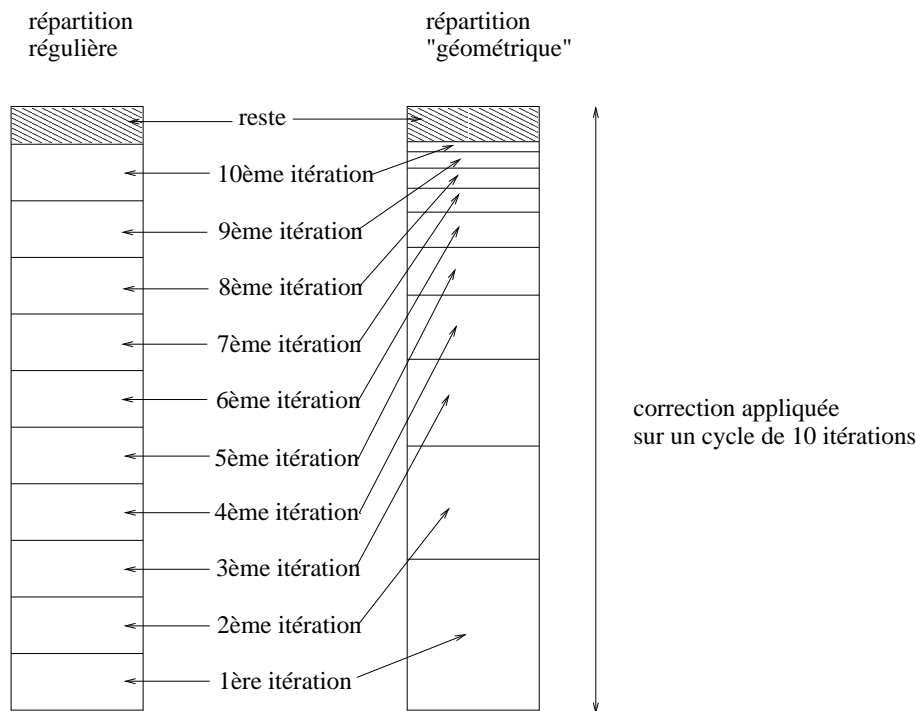


FIG. 3.12 – Deux types de répartition de la correction sur un cycle

Pour la méthode des Volumes Finis, les faces sont associées à des flux et les cellules aux quantités conservatives (énergie) et primitives (températures). La correction de flux est calculée par l'accumulation du flux à l'interface puis se traduit par un incrément de température. Ainsi, les corrections dans les cellules limitrophes sont parfaitement adaptées. La correction adéquate est attribuée à chaque cellule et la conservativité est assurée dès lors que les cellules ont reçu toute la correction qui leur était attribuée.

En revanche, lorsque la correction s'applique sur la condition limite, l'incrément de température concerne l'interface et ne constitue pas une véritable correction conservative mais un moyen d'atténuer les différences de flux des cycles suivants en donnant au domaine une condition aux limites permettant de se rapprocher de la conservativité. Dans le cadre de cette modification de condition limite, aucune correction n'est directement attribuée aux domaines et les déficits de flux sont cumulés tout au long de l'intégration. Sur la figure 3.13 est représentée l'évolution au cours des cycles du déficit de flux pour des corrections dans les cellules limitrophes, des modifications de conditions limites ou sans correction. Dans le premier cas, si toute la correction est apportée en début de cycle, elle est réinitialisée à 0, et dans le cadre d'un calcul stable, la valeur de la correction à apporter s'atténue vers 0 au cours des cycles. Pour la modification de condition limite, les différences de flux sont accumulées au cours des cycles. Si les corrections ne sont pas réalisées, elles évoluent en ne tendant pas vers 0 (et en ne s'amplifiant pas vers l'infini non plus car le calcul sans correction est stable). Les corrections réalisées sur la condition limite permettent d'orienter le calcul vers un calcul conservatif : quand il est stable, les corrections tendent vers 0 et c'est que l'écart avec le calcul conservatif s'est "annulé".

Il y a donc toujours conservativité pour les corrections dans les cellules limitrophes, qu'il y ait ou non stabilité du calcul. La conservativité est obtenue à convergence quand le calcul est stable avec la modification de condition limite.

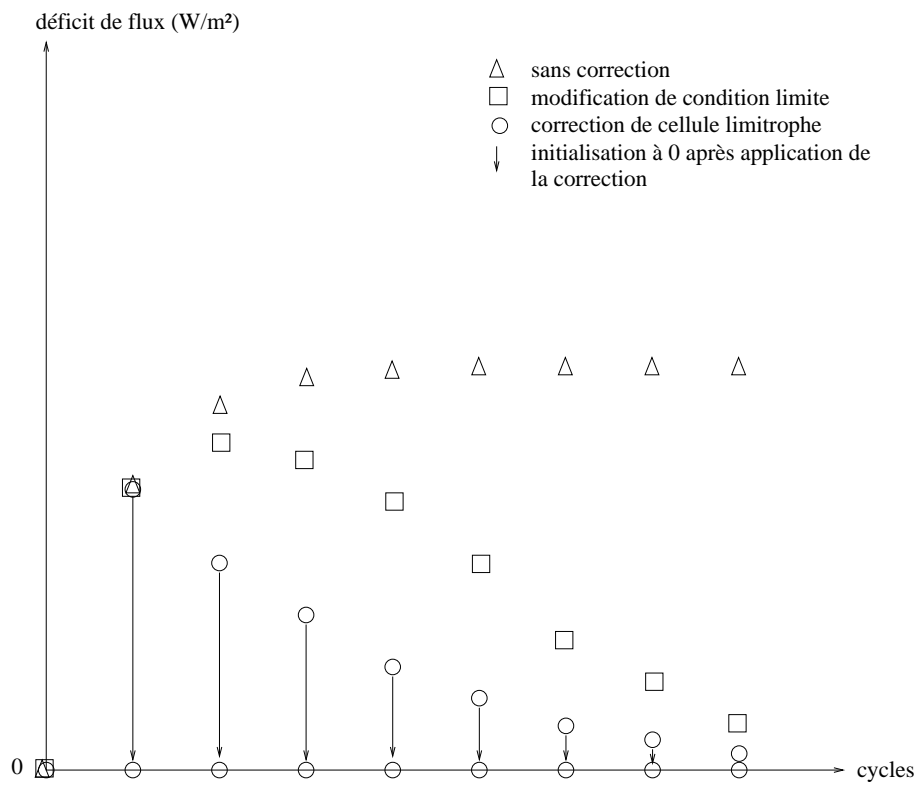


FIG. 3.13 – Évolution du déficit de flux cumulé au cours des cycles

3.3.4 Conservativité des corrections

Le but de la correction de flux est de rendre le calcul couplé conservatif malgré les périodes sans communication entre les domaines intégrés (ce qui est également intéressant pour des calculs stationnaires³). Pour vérifier la conservativité dans ces conditions, on reprend les cas 1D et 2D traités sans correction (paragraphe 3.3.1) de calculs sur des domaines dont les frontières libres sont des parois adiabatiques.

Dans ces deux cas, la conservativité est bien assurée car il n’y a pas d’erreur sur la température finale, aussi bien pour les corrections de cellules limitrophes (AVANT et APRÈS) que pour les modifications de conditions aux limites. La répartition de correction n’affecte d’ailleurs pas non plus la conservativité même si la répartition doit se faire sur un nombre d’itérations largement supérieur au nombre d’itérations par cycle. En effet, dans le cas 1D, avec une répartition régulière sur 100 itérations, un centième de la correction est appliquée à chaque itération, ce qui fait qu’à la fin d’un cycle de 2 itérations, 98% de la correction reste à appliquer et est reportée pour les cycles suivants : au final, au dernier cycle, 98% de la correction tenant compte des résidus de correction de tous les cycles n’est pas appliquée, mais cela n’influe pas de manière importante sur la conservativité. La convergence s’effectue en effet avec une correction qui tend vers 0.

3.3.5 Corrections et précision

La précision des différentes possibilités de correction de flux est comparée sur les résultats obtenus par couplage à chaque fin de cycle (unitaire) et ceux issus de couplages réalisés tous les 50 cycles. Le cas test de la mise en contact de deux murs de températures initiales différentes (paragraphe 1.7.1) est intéressant du fait des flux immédiatement non nuls à l’interface qui engendrent des corrections de flux non nulles à réaliser dès le départ.

L’erreur relative sur la température d’interface est tracée en fonction du coefficient de correction k_c sur la figure 3.14. Elle est définie comme : $\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} \left(\frac{T - T_0}{T_0} \right)^2 dt}$. Tous les types de correction conservative apportent un gain non négligeable en précision. Mais logiquement, c’est la correction “AVANT” qui est la plus précise, de presque un ordre de grandeur. La correction “APRÈS” est légèrement plus précise que la modification de conditions aux limites.

Enfin, il apparaît que la répartition de correction donne des ordres de grandeur de précision proches de ceux de la correction “APRÈS”. La répartition régulière est effectuée sur toute la durée entre deux couplages : une portion de la correction est reçue à chaque itération. La répartition géométrique est faite selon une loi de raison 0,01. La répartition régulière donne des résultats plus précis que la géométrique. Ce résultat est logique car dans le dernier cas la correction n’est jamais complètement attribuée. Pour la répartition régulière de correction, la précision est affectée par le nombre d’itérations sur lequel est répartie la correction (figure 3.15). Lorsque celui-ci augmente, la précision se détériore très faiblement : l’erreur passe de $1,26 \cdot 10^{-6}$ pour une répartition sur 5 itérations à $1,44 \cdot 10^{-6}$ pour une répartition sur 50 itérations (soit le nombre d’itérations entre deux couplages). Pour la répartition de correction selon une loi géométrique, la précision est de même dépendante du coefficient de répartition (figure 3.16). Les variations de précision sont très faibles tant que le coefficient de répartition est supérieur à 5%. La précision se dégrade assez nettement quand le coefficient devient faible (1%). Plus ce

³La propriété de conservativité n’est en effet pas le simple équilibre en flux final et il est montré au paragraphe 3.3.1 que dans les cas où la solution stationnaire dépend des conditions initiales, l’absence de conservativité entraîne une baisse de précision importante.

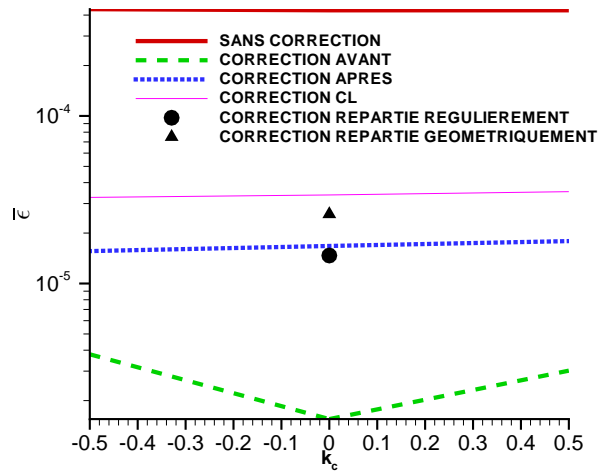


FIG. 3.14 – Comparaison de la précision des différentes méthodes de correction

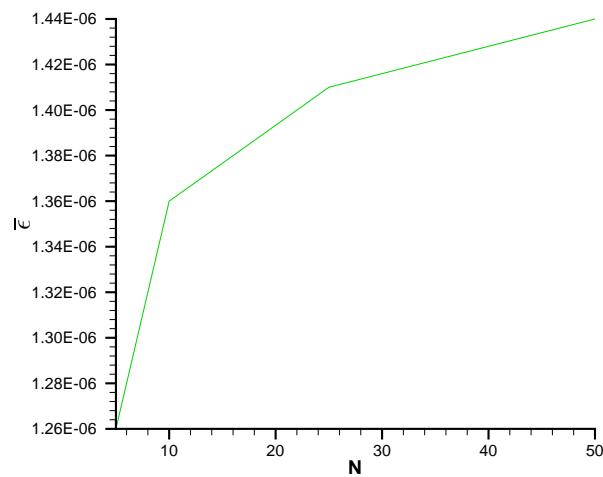


FIG. 3.15 – Correction répartie régulièrement. Erreur relative sur la température d'interface en fonction du nombre d'itérations sur lequel la correction est répartie

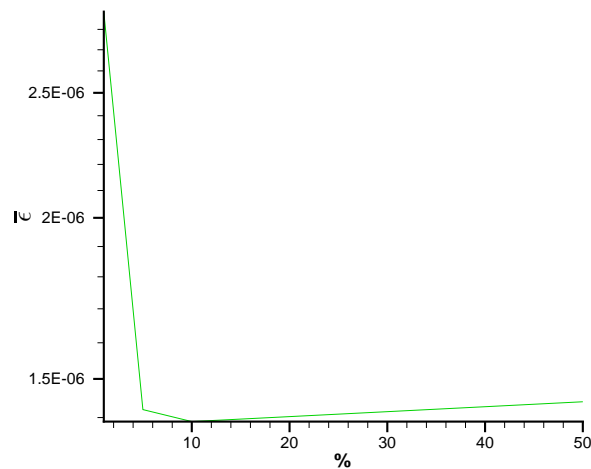


FIG. 3.16 – Correction répartie selon une loi géométrique. Erreur relative sur la température d’interface en fonction du coefficient de répartition

coefficient diminue, plus la quantité de correction jamais attribuée devient conséquente. Il est logique de voir une plus grande dépendance de la précision vis-à-vis du coefficient de correction pour la correction répartie selon une loi géométrique que pour celle répartie régulièrement.

3.4 Bilan

Une méthode de couplage conservatif est développée. Elle repose sur le calcul de conditions aux limites de couplage de type Dirichlet, Neumann ou Fourier, assurant une conservation instantanée et simultanée du flux de chaleur et de la température à l’interface fluide / solide. Entre deux couplages, les solveurs couplés intègrent leurs domaines respectifs indépendamment, munis de ces conditions aux limites. Du fait de l’indépendance des intégrations pendant des durées pouvant être importantes, des pertes de flux interviennent aux interfaces. Elles sont résolues par une technique corrective consistant en l’évaluation du déficit de flux et sa compensation par l’application d’une énergie répartie spatialement (sur les différents domaines) et temporellement. La méthode est ainsi conservative et la précision est améliorée par ce biais.

En revanche, des calculs font apparaître la déstabilisation par les corrections cumulées de bilan de flux, et permettent de dégager les paramètres influents. L’exemple est donné pour un raccord Dirichlet / Dirichlet et pour la correction “AVANT”.

La correction peut déstabiliser le calcul (figure 3.17). Étant trop importante, elle fait évoluer les températures de manière opposée d’un cycle à l’autre, en s’amplifiant quand il y a déstabilisation : la rectification de température dans la cellule limitrophe de l’interface provoque, pour le cycle suivant, une évolution des températures dans le domaine vers des valeurs plus basses si elles étaient trop hautes, et inversement. Puis le contraire se produit au cycle suivant : si les valeurs sont désormais devenues trop faibles, la correction modifie les températures de façon à les remonter. Mais si la correction est trop importante, au lieu de tendre vers une atténuation des corrections cycle après cycle, le phénomène s’amplifie et le calcul couplé se déstabilise. La déstabilisation est

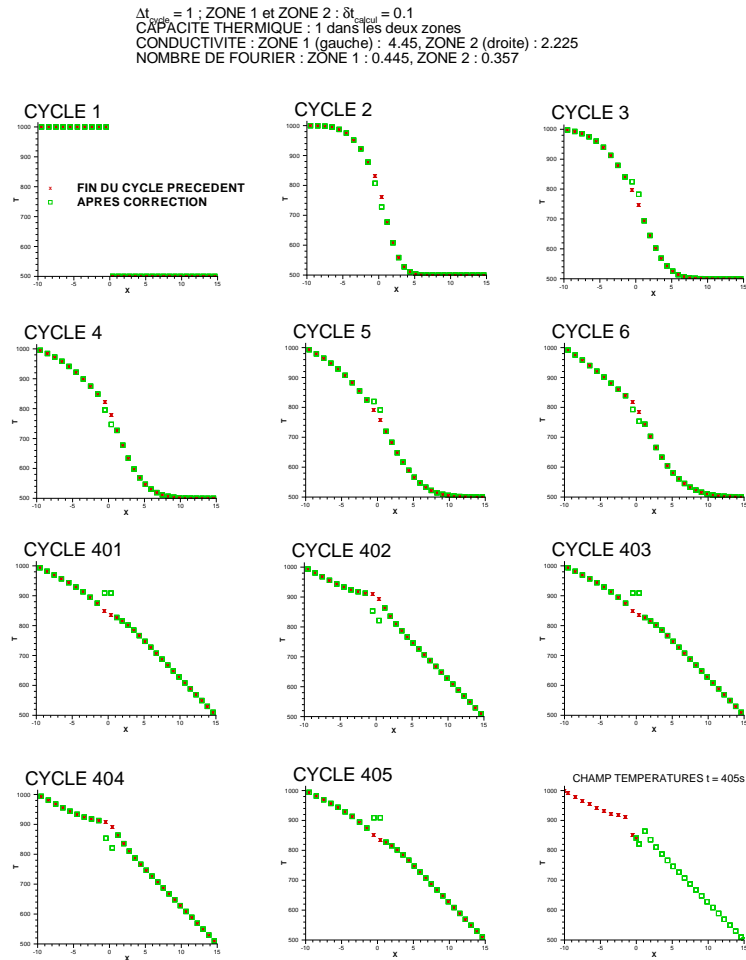


FIG. 3.17 – Mécanisme de déstabilisation du calcul par les corrections de flux : observation des premiers cycles, et profil des températures à $t=405s$. $k_c = 0$

donc due aux amplifications de la valeur de la correction et pas à l'intégration temporelle du schéma interne.

La robustesse de la méthode est étudiée en détail dans le chapitre suivant. L'étude permettra de déterminer les paramètres du couplage les plus stables (conditions aux limites d'interface et répartitions spatiale et temporelle de la correction conservative).

Chapitre 4

Robustesse du couplage

La robustesse du couplage est une question essentielle. Les méthodes d'analyse de stabilité utilisées pour les problèmes de couplage thermique en stationnaire sont tout d'abord présentées. Une première étude de stabilité s'inspirant de celles-ci est ensuite menée sur le couplage non conservatif, c'est-à-dire en absence de corrections. De premières conclusions sur les choix de conditions aux limites de couplage en sont tirées. Enfin, la robustesse du couplage en présence de correction est analysée, ce qui permet de conclure à une stratégie de couplage conservatif robuste.

4.1 Méthodes d'étude en couplage stationnaire

Dans ce paragraphe sont présentées les méthodes d'étude de stabilité réalisées pour le couplage stationnaire MSD/ABAQUS [59]. L'objectif est de pouvoir faire la distinction avec les méthodes utilisées par la suite pour notre couplage instationnaire, la différence principale résidant dans le fait qu'en stationnaire, la conservation du flux et de la température à l'interface n'est pas nécessaire à chaque échange mais seulement à la convergence. Il n'est pas apparu de souci de conservativité dans la bibliographie consultée. Les corrections de flux ne sont donc pas prises en compte dans les études de stabilité suivantes.

4.1.1 Méthode instationnaire globale

Dans cette méthode, les deux codes de calcul couplés ont un fonctionnement instationnaire. Le raccord est de type Neumann / Dirichlet : un des domaines donne son flux comme condition à l'autre qui lui impose sa température. Il n'y a alors pas conservation immédiate de la température et du flux à l'interface.

L'étude a été réalisée par Giles [34]. Il a pour cela imposé que les deux domaines effectuent leurs échanges à chaque pas de temps. Le résultat est qu'il y a stabilité si c'est au domaine fluide qu'est appliquée la condition de Dirichlet.

L'utilisation d'une méthode équivalente pour le couplage instationnaire montre qu'il y a stabilité dès lors que le calcul dans chacun des domaines est stable (l'annexe D traite de la stabilité avec échange à chaque pas de temps d'intégration). Mais cette méthode n'est pas intéressante pour caractériser le rôle des conditions aux limites. En effet, si les échanges ont lieu à chaque pas de temps, tous les couples de conditions aux limites sont strictement équivalents en 1D avec schéma explicite et ne reviennent qu'à un changement d'algorithmique. De plus, il est impossible d'introduire des corrections de flux dont l'influence sur la stabilité doit être connue.

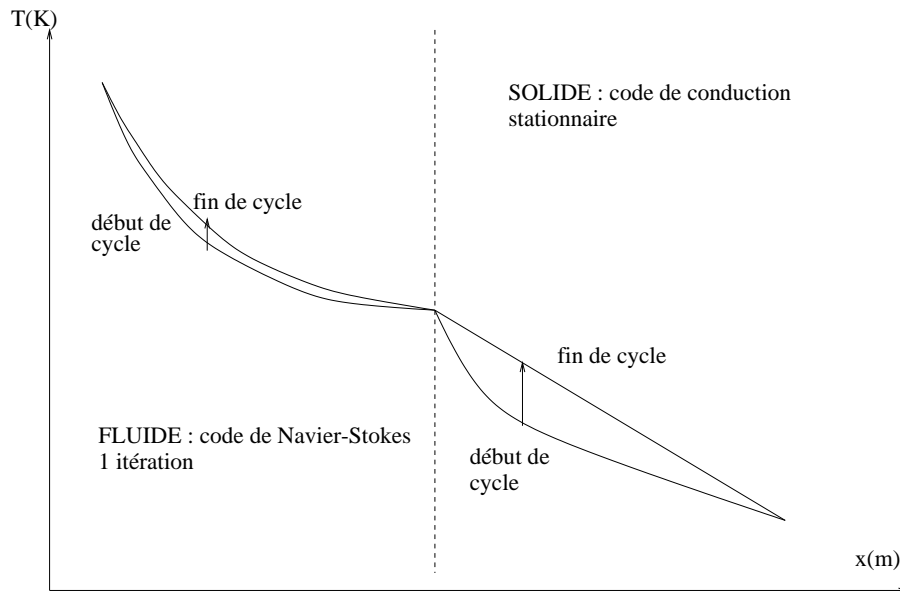


FIG. 4.1 – Couplage stationnaire MSD/ABAQUS : méthode de type bilan, conditions aux limites de Dirichlet au raccord. Principe de l'étude de stabilité

4.1.2 Autres méthodes

La méthode instationnaire globale a été rejetée pour le couplage stationnaire MSD/ABAQUS pour des raisons de temps de calcul (limité par le domaine dont l'évolution est la plus lente) [59]. Dans les autres méthodes, le code de conduction est stationnaire (comme ABAQUS). Afin de réaliser les études de stabilité, il n'y a qu'une seule itération du code de Navier-Stokes entre chaque échange. La figure 4.1 montre l'évolution entre deux échanges du champ de températures dans deux domaines couplés si les conditions aux limites à l'interface sont de Dirichlet.

Dans cette méthode, les flux et température à l'interface sont calculés de façon à assurer la conservation. Montenay [59] montre que ce type de couplage est stable mais ne le retient pas car il y a trop de contraintes lorsque les codes sont à Volumes Finis pour l'un (MSD) et Éléments Finis pour l'autre (ABAQUS).

Le type d'étude de stabilité est le même pour les méthodes par échange de quantités conjuguées en raccord Neumann / Dirichlet ou Fourier / Dirichlet. Entre deux échanges, le code de conduction calcule le résultat stationnaire alors que celui de Navier - Stokes ne fait qu'une itération. Le raccord Neumann / Dirichlet montre alors des limites : il peut s'avérer instable même en respectant les conditions trouvées par Giles [34]. La raison invoquée est que l'inertie du code de conduction est éliminée. La condition de convection apporte quant à elle de la stabilité pour un coefficient d'échange suffisamment grand. C'est d'ailleurs ce couplage qui est finalement retenu pour MSD/ABAQUS.

Dans cette méthode d'étude, un des domaines aboutit à l'état stationnaire. Il est possible de s'en inspirer pour le couplage instationnaire. En effet, si un code instationnaire donne le résultat stationnaire, c'est qu'il a convergé et a donc effectué de nombreux pas de calcul entre deux échanges. Les domaines n'échangent alors pas à chaque pas de temps, le type de conditions aux limites au raccord sera donc important et il y aura des corrections de flux à réaliser.

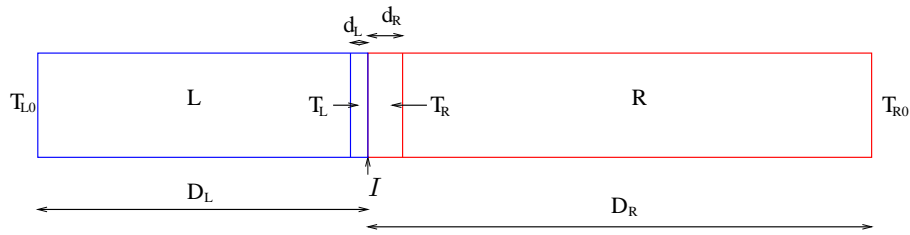


FIG. 4.2 – Domaines 1D L et R couplés : notations

4.2 Stabilité du couplage non conservatif

L'influence de la nature des conditions aux limites (de température, flux ou convection) au raccord sur la stabilité est analysée. La méthode d'étude en stationnaire du paragraphe 4.1.2 sert de modèle. Le principe des corrections de flux est posé mais les études de stabilité de ce chapitre sont effectuées sans correction.

4.2.1 Présentation de la méthode d'étude de stabilité

Il s'agit d'une étude monodimensionnelle, les deux domaines L et R communiquant à l'interface I .

La configuration la plus sévère pour la stabilité est celle où les cycles sont longs, ce qui crée des différences très importantes d'évolution entre les deux domaines d'un échange à l'autre. Dans l'étude de stabilité de Montenay [59] (cf paragraphe 4.1.2), un domaine atteint l'état stationnaire. Dans la présente étude, chaque domaine atteint donc la convergence : ceci est certes peu approprié au cas du couplage instationnaire mais simule les cycles les plus longs qu'il soit et représente le cas le plus sévère. Aucune hypothèse n'est faite sur la méthode d'intégration et le calcul d'un cycle est supposé stable dans chaque zone. Cette étude donne des indications précieuses : un cas stable dans cette étude le sera *a fortiori* dans le cas réel de couplage instationnaire, tandis qu'un cas instable incitera à la méfiance. Étant donné que l'évolution au cours du cycle mène au cas stationnaire, le problème doit être bien posé quelle que soit la condition aux limites à l'interface, en particulier quand c'est une condition de Neumann. Des conditions aux limites de Dirichlet sont donc imposées aux extrémités libres des deux domaines.

4.2.1.1 Notations utilisées

Elles se rapportent au schéma 4.2. Par ailleurs, les valeurs en début de cycle n sont notées simplement avec un exposant n alors que celles de fin de cycle ont l'exposant $*,n$ comme indiqué sur le schéma 4.3. Toutes les quantités relatives au domaine de gauche sont indexées par L , celles de la zone de droite le sont par R . La correction de flux (plus exactement il s'agit de flux cumulés sur l'ensemble des itérations entre deux échanges donc d'une énergie) est notée ΔE . Elle est appliquée dans chaque domaine i avec un coefficient de pondération k_i . Les capacités thermiques sont notées C_i , les conductivités λ_i et les volumes des cellules de calcul V_i ($i = L$ ou R).

4.2.1.2 Simulation du cycle

Le cycle s'effectue en trois temps. Lors de l'initialisation, les valeurs en début de cycle sont calculées à partir de celles de la fin du cycle précédent et de la correction de flux (elle-même calculée à la fin du cycle précédent).

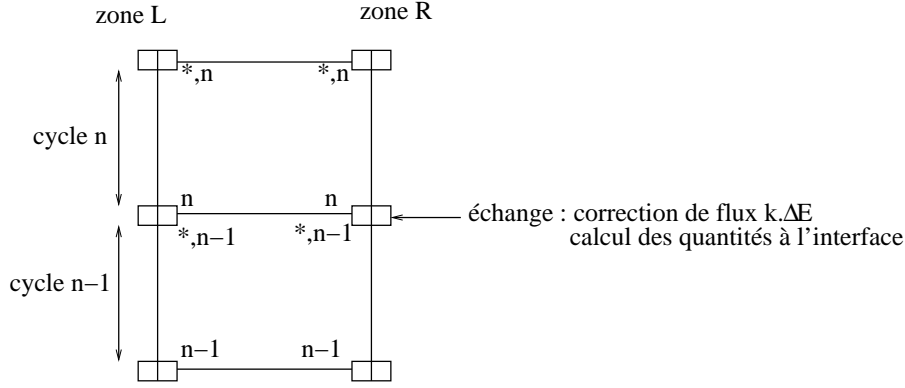


FIG. 4.3 – Notations des données au cours du cycle

Puis les valeurs en fin de cycle sont calculées en approximation stationnaire. Enfin la correction de flux est évaluée.

1. Initialisation (début du cycle n) :

$$\begin{cases} T_L^n = T_L^{*,n-1} - \frac{k_L}{C_L V_L} \Delta E^{n-1} & \text{avec } k_L = k_c - 0,5 \\ T_R^n = T_R^{*,n-1} - \frac{k_R}{C_R V_R} \Delta E^{n-1} & \text{avec } k_R = -k_c - 0,5 \end{cases}$$

$$\text{Température à l'interface : } T_I^n = \frac{\frac{\lambda_L}{d_L} T_L^n + \frac{\lambda_R}{d_R} T_R^n}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}}$$

$$\text{Flux à l'interface : } F^n = F_L^n = -\lambda_L \frac{T_I^n - T_L^n}{d_L} = F_R^n = \frac{-\frac{\lambda_L}{d_L} \frac{\lambda_R}{d_R}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} (T_R^n - T_L^n)$$

2. Cycle jusque l'état stationnaire dans les deux domaines.

$$\begin{cases} T_L^{*,n} = f(T_L^n, T_R^n, T_{L_0}, T_{R_0}) \\ T_R^{*,n} = g(T_L^n, T_R^n, T_{L_0}, T_{R_0}) \end{cases}$$

3. Évaluation de la correction : la correction est évaluée en fonction des surfaces dans le plan (x, T) . L'annexe B montre l'impossibilité de l'utilisation de cette méthode pour la simulation des corrections.

4.2.1.3 Introduction des perturbations

Soient des températures soumises à des perturbations δT telles que $\tilde{T} = T + \delta T$. La perturbation sur les conditions aux limites isothermes est nulle. Les équations pour les perturbations sont alors celles établies pour les températures lors des trois étapes de la simulation du cycle, avec $\delta T_{L_0} = \delta T_{R_0} = 0$.

La correction de flux étant établie comme fonction de δT_L^n , δT_L^{n-1} , δT_L^{n-2} , δT_R^n , δT_R^{n-1} et δT_R^{n-2} , la suite vectorielle suivante est obtenue :

$$\underline{(\delta T)}^n = \underline{A}(\underline{\delta T})^{n-1} - \underline{C}(\underline{\delta T})^{n-1} - \underline{D}(\underline{\delta T})^{n-2} \text{ avec : } \underline{(\delta T)}^n = \begin{pmatrix} \delta T_L^n \\ \delta T_R^n \end{pmatrix}$$

\underline{A} est la matrice caractérisant l'évolution des perturbations sans correction. \underline{C} et \underline{D} sont celles qui sont liées à la correction. Dans le cas $\underline{D} = \underline{0}$, l'étude de stabilité consiste simplement à s'assurer que les valeurs propres

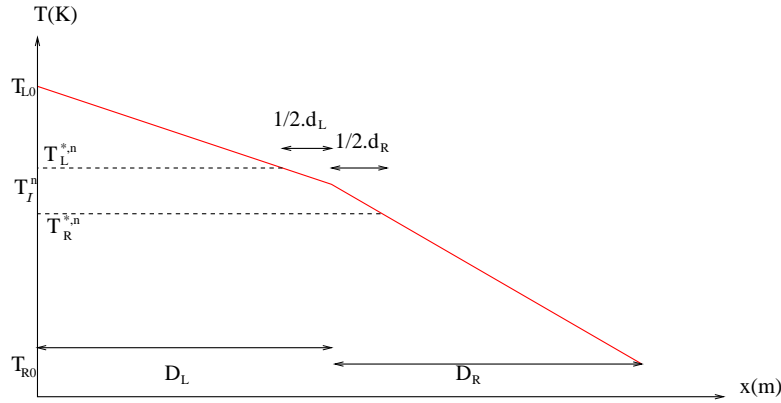


FIG. 4.4 – Raccord Dirichlet / Dirichlet : fin de cycle

de $(\underline{A} - \underline{C})$ sont dans le cercle unité. Dans ce cas, les perturbations dans les cellules limitrophes de l'interface s'atténuent. Il y a alors stabilité du couplage (l'évolution dans les autres cellules de chaque domaine est liée au calcul interne et donc à une condition de nombre de Fourier).

Dans la suite du chapitre, la stabilité du couplage sans correction, c'est-à-dire avec $\underline{C} = \underline{D} = \underline{0}$, est étudiée.

4.2.1.4 Paramètres de l'étude

Les notations suivantes sont adoptées pour la suite du paragraphe :

$$\alpha_J = \frac{\frac{\lambda_J}{d_J}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}}, \beta_J = 1 - \frac{d_J}{2D_J}, b_J = \frac{k_J}{C_J V_J} \text{ avec } J = L \text{ ou } R.$$

Mais les paramètres influant vraiment sur la stabilité sont :

$$\xi = \frac{\lambda_R d_L}{\lambda_L d_R}, \bar{d}_L = \frac{d_L}{D_L}, \bar{d}_R = \frac{d_R}{D_R}.$$

ξ est le rapport des conductances thermiques. Alors, $\beta_J = 1 - \frac{\bar{d}_J}{2}$, $\alpha_L = \frac{1}{1 + \xi}$ et $\alpha_R = \frac{\xi}{1 + \xi}$.

4.2.2 Raccord Dirichlet / Dirichlet

Le cycle donne (voir la figure 4.4) :

$$\begin{cases} T_L^{*,n} = T_I^n + \frac{d_L}{2} \frac{T_L - T_I^n}{D_L} = \left(1 - \frac{d_L}{2D_L}\right) \frac{\frac{\lambda_L}{d_L} T_L^n + \frac{\lambda_R}{d_R} T_R^n}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} + \frac{d_L}{2D_L} T_{L0} \\ T_R^{*,n} = \left(1 - \frac{d_R}{2D_R}\right) \frac{\frac{\lambda_L}{d_L} T_L^n + \frac{\lambda_R}{d_R} T_R^n}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} + \frac{d_R}{2D_R} T_{R0} \end{cases}$$

D'où :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} \alpha_L \beta_L & \alpha_R \beta_L \\ \alpha_L \beta_R & \alpha_R \beta_R \end{pmatrix}$$

Le rayon spectral de $\underline{\underline{A}}$ est : $\rho(\underline{\underline{A}}) = \left|1 - \frac{1}{2} \frac{\bar{d}_L + \xi \bar{d}_R}{1 + \xi}\right|$. Donc $\rho(\underline{\underline{A}}) < 1 \Rightarrow \bar{d}_L + \xi \bar{d}_R < 4(1 + \xi)$. Or :

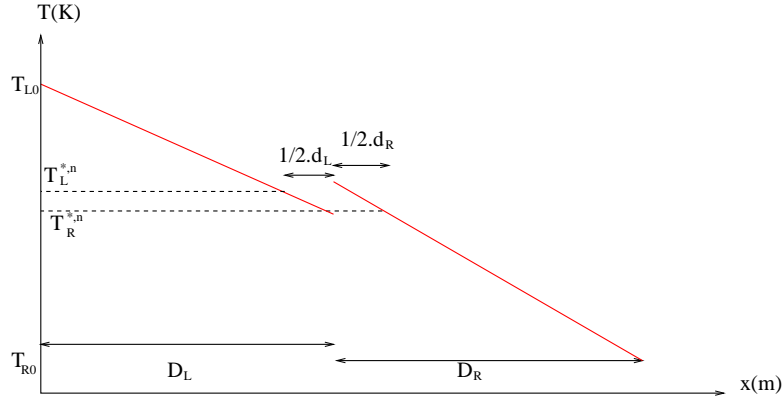


FIG. 4.5 – Raccord Neumann / Neumann : fin de cycle

$$\begin{cases} 0 < \bar{d}_L < 1 \\ 0 < \bar{d}_R < 1 \end{cases} \Rightarrow \bar{d}_L + \xi \bar{d}_R < 1 + \xi < 4(1 + \xi)$$

Le raccord Dirichlet / Dirichlet sans correction est donc inconditionnellement stable.

4.2.3 Raccord Neumann / Neumann

À la fin du cycle (figure 4.5), la pente à gauche est $\frac{F}{-\lambda_L}$, à droite $\frac{F}{-\lambda_R}$. D'où :

$$\begin{cases} T_L^{*,n} = T_{L0} - \frac{F^n}{\lambda_L} \left(D_L - \frac{d_L}{2} \right) = T_{L0} + \left(D_L - \frac{d_L}{2} \right) \frac{\frac{\lambda_R}{d_L d_R}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} (T_R^n - T_L^n) \\ T_R^{*,n} = T_{R0} + \frac{F^n}{\lambda_R} \left(D_R - \frac{d_R}{2} \right) = T_{R0} + \left(D_R - \frac{d_R}{2} \right) \frac{\frac{\lambda_L}{d_L d_R}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} (T_R^n - T_L^n) \end{cases}$$

Donc :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} -\frac{\alpha_R \beta_L}{d_L} & \frac{\alpha_R \beta_L}{d_L} \\ -\frac{\alpha_L \beta_R}{d_R} & \frac{\alpha_L \beta_R}{d_R} \end{pmatrix}$$

La stabilité dépend du rayon spectral de $\underline{\underline{A}}$: $\rho(\underline{\underline{A}}) = \left| \frac{1}{2} \frac{1 - \xi - \frac{2}{d_R} + \frac{2\xi}{d_L}}{1 + \xi} \right|$.

$$\rho(\underline{\underline{A}}) < 1 \Rightarrow \frac{2 - 3\bar{d}_R}{2 + \bar{d}_L} < \frac{\lambda_R D_L}{\lambda_L D_R} < \frac{2 + \bar{d}_R}{2 - 3\bar{d}_L}$$

Des conditions très contraignantes sur le maillage sont obtenues comme le montre la figure 4.6 : quand le maillage s'affine, la gamme de ξ pour lesquels il y a stabilité (rayon spectral inférieur à 1) s'amenuise. En particulier, quand $\bar{d}_L \ll 1$ et $\bar{d}_R \ll 1$, il faut $\xi = 1$. Les conditions sur le maillage ne sont donc pas admissibles et le raccord Neumann / Neumann n'est pas très stable.

4.2.4 Raccord Neumann / Dirichlet

À la fin du cycle (figure 4.7) :

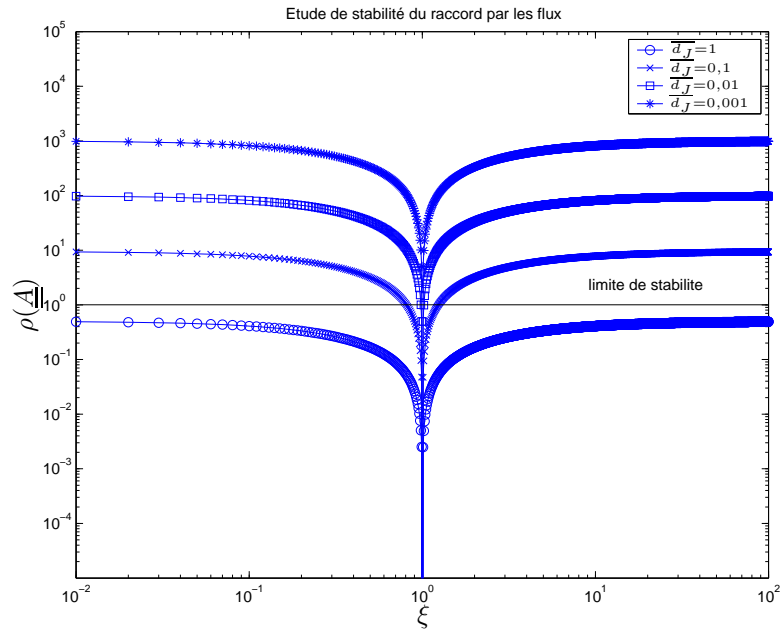


FIG. 4.6 – Raccord Neumann / Neumann : étude de stabilité en fonction de ξ . $J = L$ ou R

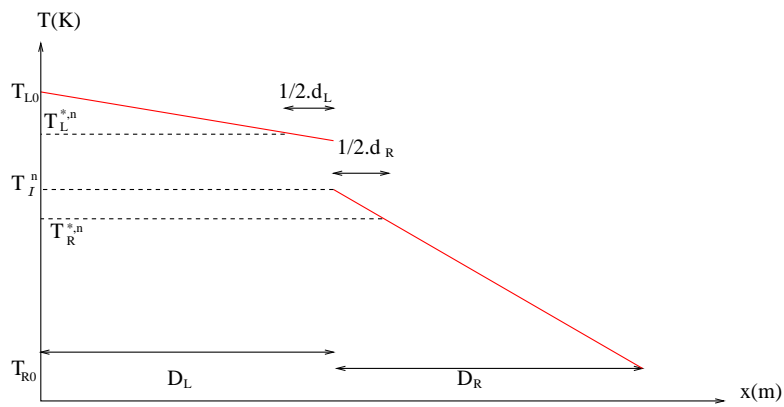


FIG. 4.7 – Raccord Neumann / Dirichlet : fin de cycle

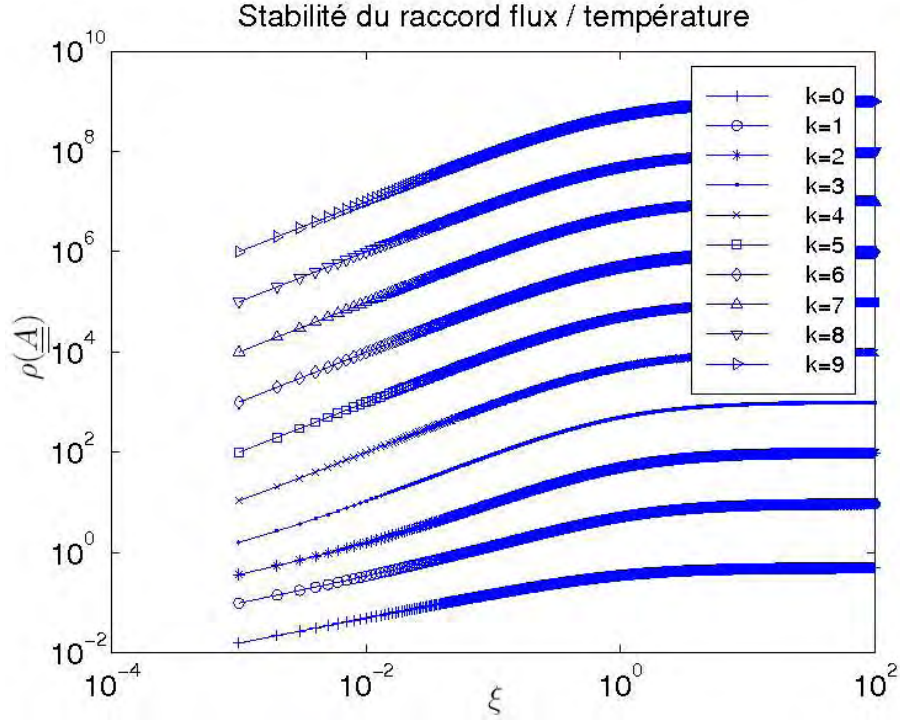


FIG. 4.8 – Raccord Neumann / Dirichlet : étude de stabilité en fonction de ξ . $\overline{d}_L = \overline{d}_R = 10^{-k}$ pour $k = 0$ à 9

$$\begin{cases} T_L^{*,n} = T_{L_0} - \frac{F^n}{\lambda_L} \left(D_L - \frac{d_L}{2} \right) = T_{L_0} + \left(D_L - \frac{d_L}{2} \right) \frac{\frac{\lambda_R}{d_L d_R}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} (T_R^n - T_L^n) \\ T_R^{*,n} = \left(1 - \frac{d_R}{2D_R} \right) \frac{\frac{\lambda_L}{d_L} T_L^n + \frac{\lambda_R}{d_R} T_R^n}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} + \frac{d_R}{2D_R} T_{R_0} \end{cases}$$

Alors :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} -\frac{\alpha_R \beta_L}{d_L} & \frac{\alpha_R \beta_L}{d_L} \\ \alpha_L \beta_R & \alpha_R \beta_R \end{pmatrix}$$

La stabilité dépend des paramètres de maillage \overline{d}_L et \overline{d}_R et de ξ . La figure 4.8 montre qu'affiner le maillage est déstabilisant tandis que la stabilité s'accroît quand ξ décroît. Ceci signifie qu'il vaut mieux avoir $\lambda_R < \lambda_L$ et donc imposer la condition de Dirichlet du côté de la plus petite conductivité et celle de Neumann pour le domaine de plus grande conductivité. C'est en accord avec les résultats de Montenay [59]. C'est assez logique puisque l'état stationnaire est atteint à chaque fin de cycle dans cette simulation.

En revanche, aucune condition sur ξ telle que la stabilité soit inconditionnelle ne peut être déterminée. En effet, les valeurs de ξ pour lesquelles on ne peut avoir $\rho(\underline{\underline{A}}) = 1$ sont recherchées. Les valeurs propres de $\underline{\underline{A}}$ sont réelles et sont égales respectivement à 1 et -1 pour $\xi = \frac{-4\overline{d}_L}{d_R(\overline{d}_L + 2)} < 0$ et $\xi = \xi_c = \frac{4\overline{d}_L}{8 + 3d_R\overline{d}_L - 2\overline{d}_R - 12\overline{d}_L}$. Ainsi, comme $\xi > 0$, la valeur propre 1 n'est jamais atteinte. Mais une étude de fonction permet de conclure que, quand \overline{d}_L et \overline{d}_R sont compris entre 0 et 1, ξ_c parcourt \mathbb{R}^+ en tendant vers 0 quand les pas de maillage tendent vers 0.

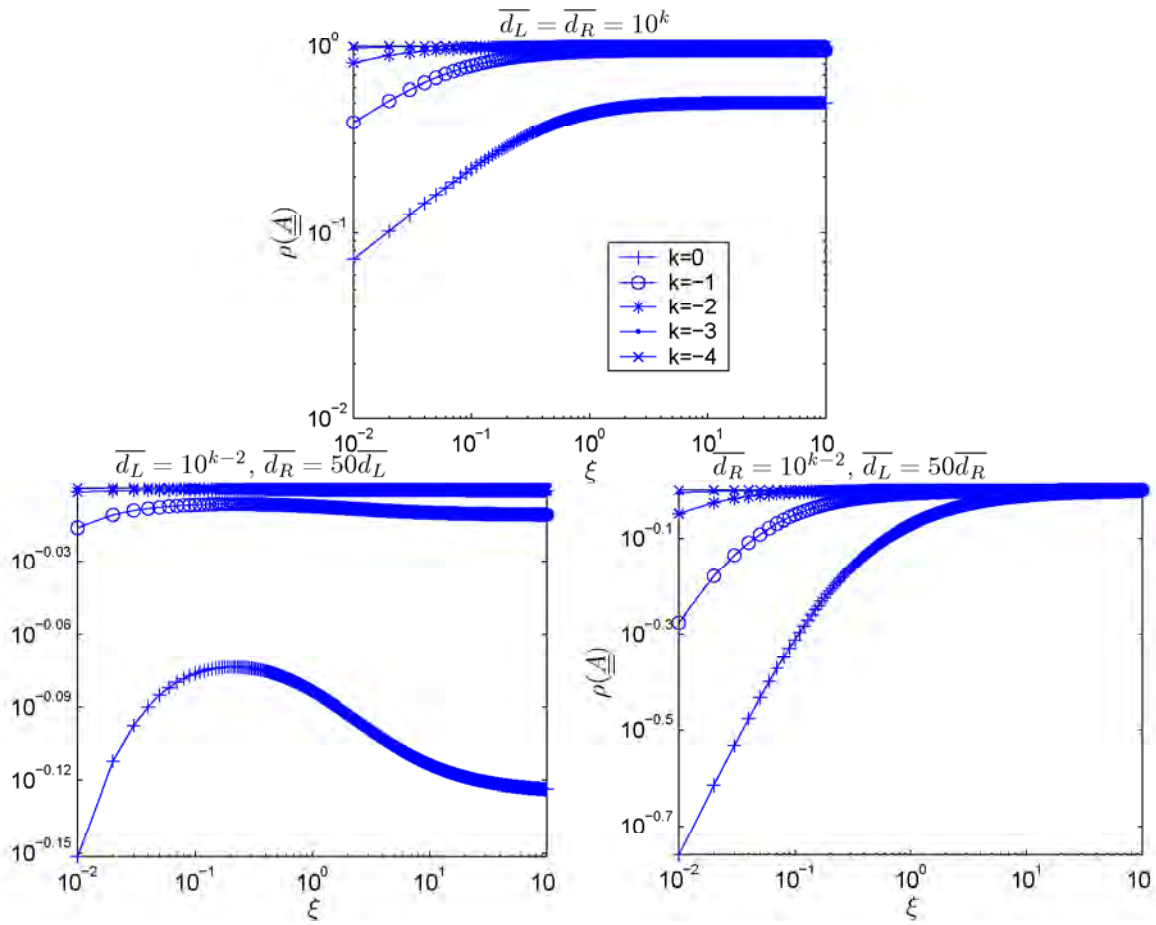


FIG. 4.10 – Raccord Fourier / Dirichlet : étude de stabilité en fonction de ξ

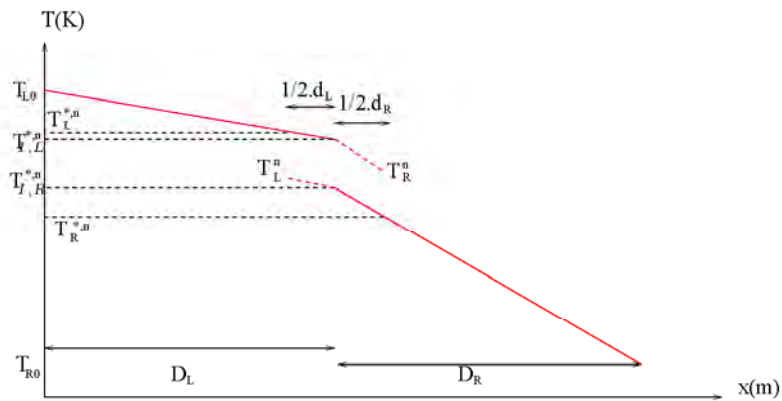


FIG. 4.11 – Raccord Fourier / Fourier : fin de cycle

La matrice $\underline{\underline{A}}$ est alors très simple :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 0 & \beta_L \frac{\frac{\lambda_R}{d_R}}{\frac{\lambda_R}{d_R} + \frac{\lambda_L}{2d_L}} \\ \beta_R \frac{\frac{\lambda_L}{d_L}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{2d_R}} & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow (\rho(\underline{\underline{A}}))^2 = \frac{\xi(1 - \frac{\overline{d_L}}{2})(1 - \frac{\overline{d_R}}{2})}{(\xi + \frac{\overline{d_L}}{2})(1 + \frac{\overline{d_R}\xi}{2})}$$

Or :

$$\begin{cases} \xi > 0 \\ 0 < \overline{d_L} < 1 \\ 0 < \overline{d_R} < 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < (1 - \frac{\overline{d_L}}{2}) < 1 \\ 0 < (1 - \frac{\overline{d_R}}{2}) < 1 \\ 0 < \frac{\xi}{\xi + \frac{\overline{d_L}}{2}} < 1 \\ 0 < \frac{1}{1 + \frac{\overline{d_R}\xi}{2}} < 1 \end{cases}$$

Donc nécessairement : $0 < \rho(\underline{\underline{A}})^2 < 1$. Le raccord Fourier / Fourier est donc inconditionnellement stable.

4.2.7 Bilan sur la stabilité des raccords sans correction

Les raccords sont classés par ordre de stabilité dans le tableau suivant :

classement	raccord	stabilité
1	Dirichlet / Dirichlet Fourier / Fourier Fourier / Dirichlet	inconditionnelle
2	Neumann / Dirichlet	dépendant fortement du maillage
3	Neumann / Neumann	dépendant fortement du maillage

Seul le raccord Neumann / Neumann s'effectue effectivement sans correction. Cette étude démontre que ce type de raccord n'est pas suffisamment stable : les conditions sur le maillage sont trop contraignantes. Le raccord par les flux a donc une forte propension à la déstabilisation. En instationnaire, une très faible robustesse est attendue.

Les autres types de raccord nécessitent une correction cumulée de bilan de flux. L'étude réalisée sans correction donne donc une première indication. Sans corrections, les raccords Dirichlet / Dirichlet, Fourier / Fourier ainsi que Fourier / Dirichlet sont inconditionnellement stables. L'influence exacte de la correction n'est pas connue mais ces résultats sont nettement plus encourageants que ceux du raccord Neumann / Dirichlet dont la stabilité dépend non seulement du rapport des conductances des deux domaines couplés (ξ) mais encore de la finesse des maillages.

Les couples de conditions aux limites incluant une condition de Neumann sont donc *a priori* à écarter alors que les raccords par condition de convection et température sont à tester.

4.3 Stabilité du couplage conservatif

Les conditions de type Neumann ont été écartées par une analyse de stabilité sur le couplage sans corrections conservatives. Une étude complète, 1D, tenant compte des corrections, est réalisée dans ce paragraphe. Seules les conditions de Dirichlet et Fourier sont considérées. L'objectif est de déterminer les conditions de couplage et de corrections offrant la plus grande robustesse.

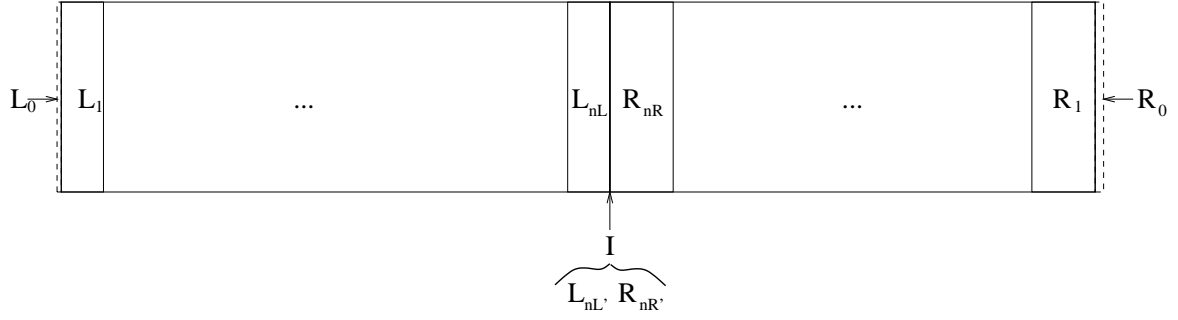


FIG. 4.12 – Maillage 1D pour l'étude de stabilité de la correction, notations

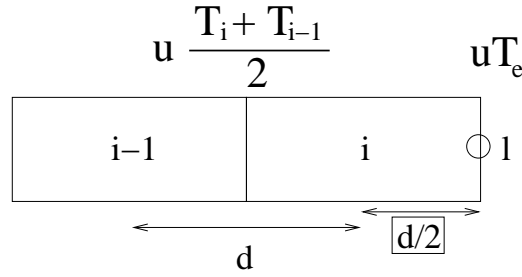


FIG. 4.13 – Notations pour la discrétisation de la condition isotherme

4.3.1 Analyse de stabilité du couplage conservatif

4.3.1.1 Méthodologie

Soit le maillage 1D et uniforme dans chaque zone de la figure 4.12. Les cellules L_0 et R_0 sont fictives de volume nul. Les conditions aux limites aux extrémités libres sont isothermes. L'interface I est également représentée par deux cellules fictives (ou de stockage) appartenant respectivement aux domaines L ($n_{L'}$) et R ($n_{R'}$). Celles-ci peuvent recevoir la température d'interface pour le cas d'une condition de Dirichlet ou une température de convection pour le cas d'une condition de Fourier. L'étude est effectuée en schéma explicite et implicite. Les domaines suivent l'équation de convection / diffusion 1.13.

Pour une condition isotherme, avec T_e la condition de température (perturbation nulle), l'équation discrétisée pour l'évolution de la température est (notations de la figure 4.13) :

$$T_i^{n+1} = T_i^n + a(2T_e - 3T_i^{n+\varepsilon} + T_{i-1}^{n+\varepsilon}) + \frac{\sigma}{2}(T_i^{n+\varepsilon} + T_{i-1}^{n+\varepsilon} - 2T_e)$$

où $\varepsilon = 0$ en schéma explicite, 1 en schéma implicite.

Pour une cellule interne i d'un domaine, l'équation d'évolution de la température est :

$$\begin{aligned} T_i^{n+1} &= (1 - 2a)T_i^n + aT_{i+1}^n + aT_{i-1}^n + \frac{\sigma}{2}(T_{i-1}^n - T_{i+1}^n) && \text{en schéma explicite} \\ (1 - 2a)T_i^{n+1} - aT_{i+1}^{n+1} - aT_{i-1}^{n+1} - \frac{\sigma}{2}(T_{i-1}^{n+1} - T_{i+1}^{n+1}) &= T_i^n && \text{en schéma implicite} \end{aligned}$$

Avec une perturbation de température, $\tilde{T}_i^n = T_i^n + \delta T_i^n$, le système est mis, à chaque itération, sous la forme matricielle : $\underline{\delta T}^n = \underline{C}_n \underline{\delta T}^0$, c'est-à-dire que les perturbations sont exprimées en fonction de leur valeur initiale. $\underline{\delta T}^n$ est la matrice des perturbations :

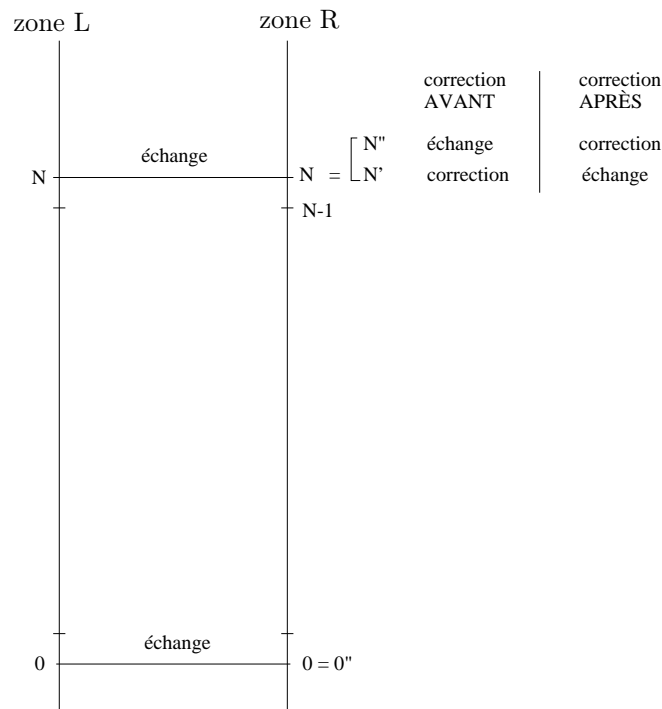


FIG. 4.14 – Modèle de cycle pour l'étude de stabilité

$$\underline{\delta T_L^n} = \begin{pmatrix} \delta T_{L_1}^n \\ \vdots \\ \delta T_{L_{nL}}^n \\ \delta T_{L_{nL'}}^n \end{pmatrix}, \quad \underline{\delta T_R^n} = \begin{pmatrix} \delta T_{R_{nR'}}^n \\ \delta T_{R_{nR}}^n \\ \vdots \\ \delta T_{R_1}^n \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\delta T^n} = \begin{pmatrix} \underline{\delta T_L^n} \\ \underline{\delta T_R^n} \end{pmatrix}$$

Le cycle est représenté sur la figure 4.14. Les deux zones couplées ont le même pas de temps, fixe. L'itération de départ est notée 0, la dernière N . De 0 à $N - 1$, le cycle s'effectue sans communication entre les zones. Pour les corrections "cellules limitrophes", la dernière itération se décompose en deux étapes : la correction de flux, à partir des quantités calculées de 0 à $N - 1$, en N' puis l'échange, c'est-à-dire le calcul de la température d'interface, en N'' pour le cas de la correction AVANT, le contraire pour la correction APRÈS. Le cas de la modification de condition limite ne peut pas être rigoureusement traité selon cette méthode dans la mesure où la correction cumule l'ensemble des corrections de tous les cycles.

Pour les corrections "cellules limitrophes", les types de raccord les plus prometteurs, par conditions de Dirichlet et Fourier sont essayés. L'étude de stabilité consiste dès lors en l'étude systématique de l'évolution du système de perturbations au cours des différentes étapes d'un cycle.

1. Itérations n de 0 à $N - 1$, $J = L$ ou R :

$$\begin{aligned}
i \in \{2, \dots, nJ - 1\} \text{ (cellule interne)} : & \quad \delta T_{J_i}^{n+1} = (1 - 2a_J) \delta T_{J_i}^n + \left(a_J - \frac{\sigma_J}{2}\right) \delta T_{J_{i+1}}^n + \left(a_J + \frac{\sigma_J}{2}\right) \delta T_{J_{i-1}}^n \\
& \quad \text{(explicite)} \\
& \quad (1 + 2a_J) \delta T_{J_i}^{n+1} - \left(a_J - \frac{\sigma_J}{2}\right) \delta T_{J_{i+1}}^{n+1} - \left(a_J + \frac{\sigma_J}{2}\right) \delta T_{J_{i-1}}^{n+1} = \delta T_{J_i}^n \\
& \quad \text{(implicite)} \\
i = 1 \text{ (condition isotherme)} : & \quad \delta T_{J_1}^{n+1} = \left(1 - 3a_J - \frac{\sigma_J}{2}\right) \delta T_{J_1}^n + \left(a_J - \frac{\sigma_J}{2}\right) \delta T_{J_2}^n \\
& \quad \text{(explicite)} \\
& \quad \left(1 + 3a_J + \frac{\sigma_J}{2}\right) \delta T_{J_1}^{n+1} - \left(a_J - \frac{\sigma_J}{2}\right) \delta T_{J_2}^n = \delta T_{J_1}^n \\
& \quad \text{(implicite)} \\
i = nJ \text{ (condition de couplage)} : & \quad \text{dépendant de la condition de couplage et du schéma} \\
i = nJ' \text{ (stockage)} : & \quad \delta T_{J_i}^{n+1} = \delta T_{J_i}^n
\end{aligned}$$

2. Itération de correction ($n = N'$ en correction AVANT : alors $n - 1 = N$; ou $n = N''$ en correction APRÈS et $n - 1 = N'$) : il n'y a pas de différence entre les schémas implicite et explicite.

- $i \in \{1, \dots, nJ - 1\} \cup \{nJ'\}$: $\delta T_{J_i}^n = \delta T_{J_i}^{n-1}$ (cellule interne, non concernée par la correction)
- $i = nJ$: $\delta T_{J_i}^n = \delta T_{J_i}^{n-1} - k_J \delta C_J$ avec

$$k_J = \begin{cases} k_c - 0,5 & \text{si } J = L \\ -k_c - 0,5 & \text{si } J = R \end{cases}$$

3. Itération d'échange, mise à jour des valeurs d'interface ($n = N''$ en correction AVANT : alors $n - 1 = N'$; ou $n = N'$ en correction APRÈS et $n - 1 = N$) : il n'y a pas de différence entre les schémas implicite et explicite.

- $i \in \{1, \dots, nJ\}$: $\delta T_{J_i}^n = \delta T_{J_i}^{n-1}$ (cellule, non concernée par l'échange)
- $i = nJ'$: dépendant de la condition de couplage

L'écriture sous forme matricielle du problème mène à l'étude de la matrice de cycle suivante :

$$\underline{\underline{C_{N''}}} = \begin{cases} \underline{\underline{B}} \left(\underline{\underline{A}}^N + \underline{\underline{M_C}} \sum_{n=0}^{N-1} \underline{\underline{A}}^n \right) & \text{en correction AVANT} \\ \underline{\underline{B}} \underline{\underline{A}}^N + \underline{\underline{M_C}} \sum_{n=0}^{N-1} \underline{\underline{A}}^n & \text{en correction APRÈS} \end{cases}$$

La stabilité est liée à un rayon spectral de $\underline{\underline{C_{N''}}}$ inférieur à 1. $\underline{\underline{A}}$ est la matrice interne de cycle, représentant les évolutions de température dues à l'intégration indépendante des domaines. $\underline{\underline{B}}$ est celle d'échange, et $\underline{\underline{M_C}}$ celle de correction. L'expression de ces matrices est donnée ci-après selon le type de raccord. Le détail de l'obtention des matrices est donné en annexe E.

4.3.1.2 Paramètres de l'analyse de stabilité

Paramètres physiques et numériques Il s'agit de paramètres liés à la physique et à la discrétisation adoptée.

1. le paramètre χ :

Dans le cadre de l'étude de stabilité 1D, χ représente le rapport des nombres de Fourier d'intégration :

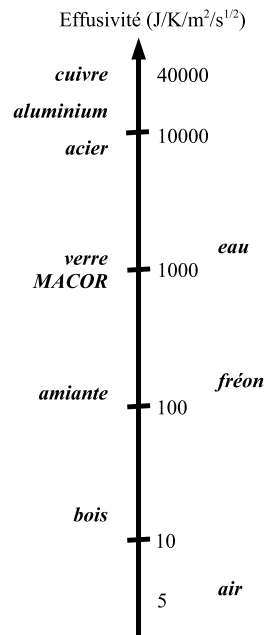


FIG. 4.15 – Effusivités pour les matériaux et fluides communs à 300K

$$\chi = \frac{a_R}{a_L}$$

Dans cette étude, le pas de temps d'intégration est choisi identique dans les deux domaines. Alors :

$$\chi = \frac{D_{thR} d_L^2}{D_{thL} d_R^2}$$

Il s'agit donc du rapport des nombres de Fourier de cycle, qui sont basés sur la même référence de temps. Il peut aussi être approché comme le rapport des termes $\frac{\lambda}{CV}$. Il apparaît également de manière générale pour un couplage solide / fluide courant que le rapport des diffusivités, généralement de l'ordre de 0,1 à 10, est moins important que celui des tailles de maille. En effet, le maillage de la partie solide est souvent de l'ordre du millimètre quand la discrétisation spatiale du fluide atteint $10^{-6}m$. L'ordre de grandeur de χ est dès lors couramment, pour un couplage solide / fluide, de 10^4 à 10^6 .

2. le rapport d'effusivités τ : τ est relié à ξ et χ par : $\tau = \frac{\xi}{\sqrt{\chi}}$.

Le schéma 4.15 rapporte les effusivités de matériaux et fluides communs. Ainsi pour l'air, le rapport des effusivités $\tau = \frac{b_f}{b_s}$ est compris entre 10^{-4} (avec le cuivre) et 0,5 (avec le bois). Il est dans la gamme 0,04 à 150 si le fluide est de l'eau. S'il s'agit de fréon, la gamme est de $8 \cdot 10^{-3}$ à 30.

Les cas intéressant le plus l'industrie aéronautique sont donc des rapports τ de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-4} (couplage entre l'air et des métaux).

3. le nombre de CFL :

L'analyse de stabilité effectuée ici souhaite reproduire un couplage de type solide / fluide. La partie

fluidique est modélisée très simplement par l'introduction d'un terme convectif, retrouvé dans les équations et matrices des paragraphes précédents sous la forme d'un nombre de CFL $\sigma = \frac{u\delta t}{\delta x}$.

Par la suite, des résultats seront présentés avec un simple couplage solide / solide (soit conduction / conduction) : $\sigma_L = \sigma_R = 0$. Ceux-ci permettront de :

- valider simplement le modèle d'analyse utilisé par rapport aux simulations ;
- justifier sur des cas simples le critère de stabilité utilisé ;
- servir de référence simple vis-à-vis des cas de calcul qui ne peuvent être simulés par cette analyse : l'analyse de stabilité présentée ici ne permet pas de traiter notamment les cas de maillages 2D, de couplage de multiples domaines, ou encore tous les types de répartition temporelle de la correction conservative. La stabilité est alors évaluée, comme on le voit par la suite, sur des cas de couplage solide / solide.

D'autres résultats seront tout de même présentés sur des cas solide / fluide. Dans ce cas, la convention adoptée est la suivante : $\sigma_L = 0$, $\sigma_R = \sigma$. Le solide occupe donc le domaine gauche, le fluide le droit. Contrairement aux cas strictement méthodologiques de couplage solide / solide, il est nécessaire pour les cas de couplage solide / fluide, de respecter les rapports χ et τ qui permettent de couvrir les cas de calcul usuels : χ de 10^4 à 10^6 et τ de 10^{-3} à 10^{-4} .

L'adéquation des résultats de l'analyse de stabilité en couplage de type solide / solide avec ceux issus d'un couplage de type solide / fluide permet une meilleure assurance sur ces résultats. Elle justifie aussi l'utilisation de cas simplifiés type solide / solide pour les études de stabilité portant sur les cas non traités par cette analyse de stabilité.

Paramètres de couplage Ils sont liés à des choix méthodologiques de couplage. Le coefficient de correction, k_c , permet la répartition spatiale, par domaines, de la correction conservative de bilan de flux. Le couple de conditions aux limites de couplage peut être de type Dirichlet / Dirichlet (noté T/T), Dirichlet / Fourier (T/C), Fourier / Dirichlet (C/T) ou Fourier / Fourier (C/C)¹.

Ces deux paramètres de couplage sont des leviers qui permettent d'adopter le couplage le plus robuste possible en fonction des paramètres physiques.

Nombre de Fourier de cycle Le nombre de Fourier de cycle est un nombre de Fourier basé sur le pas de temps de cycle et sur la taille de maille : $a_C = \frac{D_{th}\Delta t_C}{\delta x^2}$. Il s'agit d'une durée sans dimension de cycle. Plus exactement, le nombre de Fourier de cycle correspondant à un couplage de domaines L et R donnés est :

$$a_C = \max\left(\frac{D_{thL}}{\delta x_L^2}, \frac{D_{thR}}{\delta x_R^2}\right)\Delta t_C$$

Dans le cadre d'un couplage solide / fluide, souvent, $\frac{D_{thf}}{\delta x_f^2} > \frac{D_{ths}}{\delta x_s^2}$, du fait des tailles de maille essentielles. Donc, $a_C = \frac{D_{thf}\Delta t_C}{\delta x_f^2} = \frac{D_{thf}N\sigma}{u\delta x_f}$, avec N itérations fluide par cycle. Cette expression permet d'évaluer des nombres de Fourier de cycle attendus sur des cas de calcul standards. Considérons un calcul explicite à un nombre de CFL $\sigma = 0,9$, $N = 100$, $D_{thf} = 2,22 \cdot 10^{-5} m^2/s$ (air à 300K). Si la vitesse de convection est de 10m/s et la taille de maille de l'ordre $10^{-6}m$, le nombre de Fourier de cycle du calcul est d'environ 200. Une vitesse de 1000m/s dans les mêmes conditions mène à un nombre de Fourier de cycle de l'ordre de 2. En schéma implicite,

¹C et T représentent respectivement une condition de température imposée et de convection.

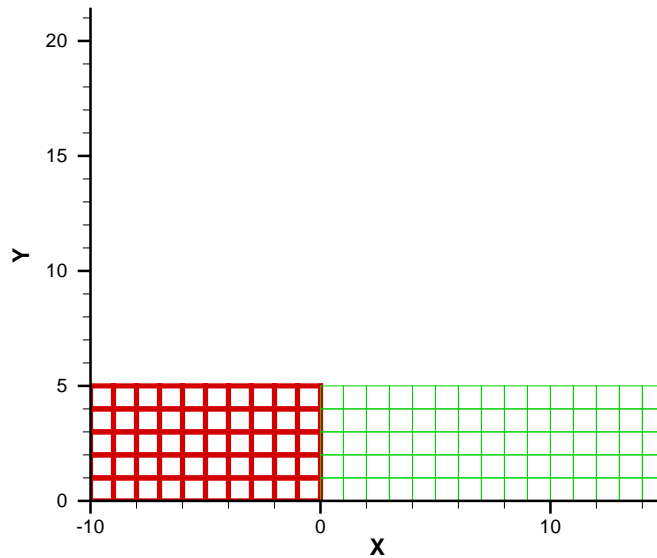


FIG. 4.16 – Maillage pour la validation du modèle d'étude de stabilité

l'augmentation du nombre de CFL conduit à des nombres de Fourier de cycle plus importants, de l'ordre de 1000.

Le paragraphe 4.3.1.4 sera consacré à justifier l'utilisation de ce nombre de Fourier de cycle comme critère de stabilité. Ce critère est celui du nombre de Fourier de cycle maximum pour lequel le calcul reste stable. Le couplage sera alors d'autant plus robuste que le nombre de Fourier de cycle maximal sera élevé, donc que la durée sans dimension du cycle sera longue.

4.3.1.3 Validation

Le modèle d'étude de stabilité est validé en l'absence de convection par comparaison des nombres de Fourier d'intégration limites de stabilité obtenus par l'étude de stabilité et par simulation à l'aide du code TYPHON. Le cas testé est celui de la figure 4.16, en prenant les mêmes nombres de Fourier dans les deux zones, les mêmes conductivités, chaleurs volumiques (unitaires) et pas de maillage (unitaires), et un coefficient de correction de 0. Le pas de temps de cycle est de 1, pour une durée de calcul de 1000. Le pas de temps d'intégration est fixé de façon à obtenir le nombre de pas de temps par cycle voulu et le nombre de Fourier d'intégration réglé avec la conductivité.

Pour la modélisation, les hypothèses correspondant à la simulation sont $\xi = 1$, $\chi = 1$ et $k_c = 0$. Le nombre N d'itérations par cycle et le nombre de Fourier d'intégration varient, ce qui permet de calculer le rayon spectral et de déterminer le nombre de Fourier maximum de stabilité en fonction du nombre d'itérations.

La comparaison des simulations numériques (tableau 4.1) et du modèle d'analyse de stabilité (figure 4.17) montre une très bonne adéquation des résultats en correction AVANT. La bonne concordance également observée en correction APRÈS (tableau 4.2 et figure 4.18) achève de valider le modèle.

Nombre d'itérations par cycle	Fourier T/T	Fourier C/C	Fourier C/T	Fourier T/C
10	0,39	0,50	0,47	0,47
15	0,26	0,33	0,30	0,30
20	0,20	0,25	0,23	0,23
25	0,16	0,20	0,18	0,18
30	0,13	0,16	0,15	0,15

TAB. 4.1 – Test de limite de stabilité en fonction du nombre d'itérations par cycle sur TYPHON, correction AVANT. Nombre de Fourier d'intégration maximal. J/K : raccord utilisant des conditions données par J et K (Dirichlet pour T, Fourier pour C). Précision 0,01 sur les nombres de Fourier

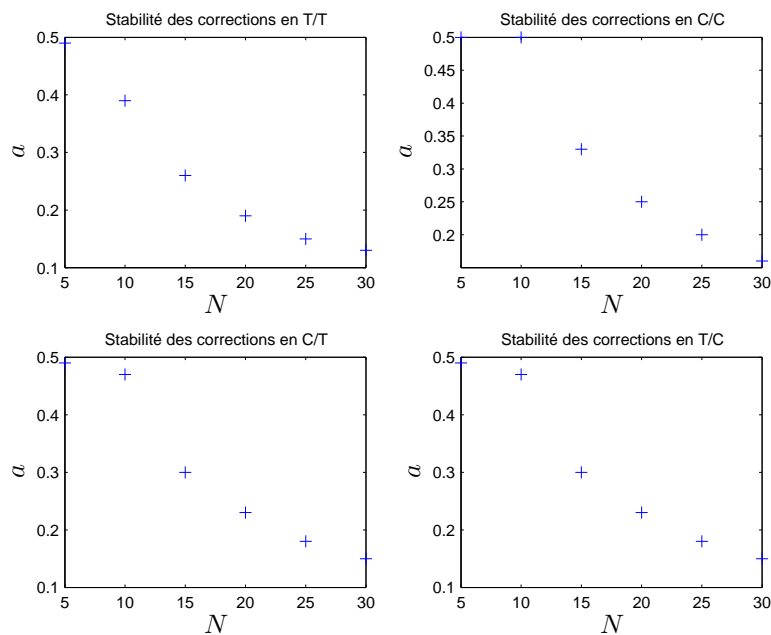


FIG. 4.17 – Résultat de l'étude de stabilité en correction AVANT

Nombre d'itérations par cycle	Fourier T/T	Fourier C/C	Fourier C/T	Fourier T/C
5	0,43	0,5	0,46	0,46
10	0,49	0,5	0,49	0,49
15	0,45	0,5	0,47	0,47
20	0,49	0,5	0,49	0,49
25	0,46	0,5	0,47	0,47
30	0,49	0,5	0,49	0,49

TAB. 4.2 – Test de limite de stabilité en fonction du nombre d'itérations par cycle sur TYPHON, correction APRÈS. J/K : raccord utilisant des conditions données par J et K (Dirichlet pour T, Fourier pour C). Précision 0,01 sur les nombres de Fourier

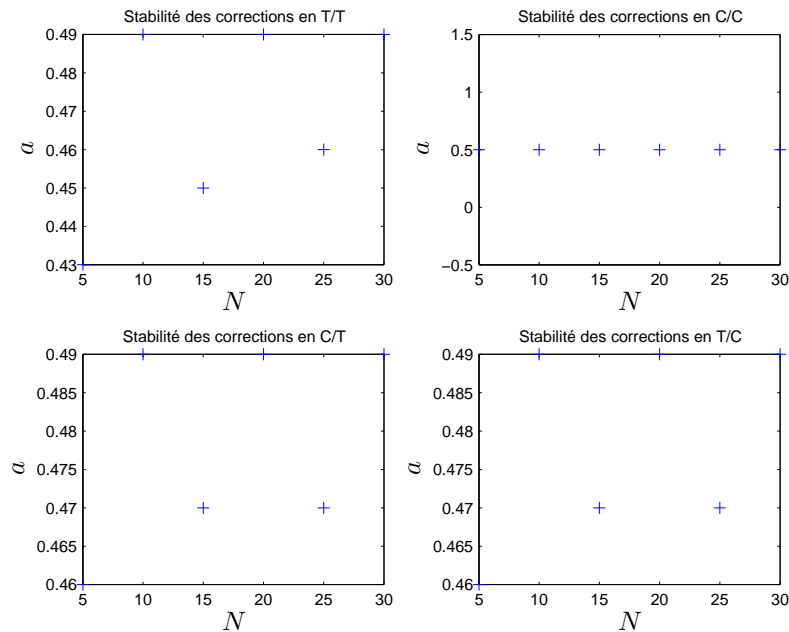


FIG. 4.18 – Résultat de l'étude de stabilité en correction APRÈS

4.3.1.4 Critère de nombre de Fourier de cycle maximum

Dans ce paragraphe, $\sigma_L = \sigma_R = 0$.

Schéma explicite La figure 4.19 montre qu'en schéma explicite, pour les trois types de raccord utilisant les conditions isotherme et de convection (avec correction AVANT), pour l'exemple $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$, il existe un nombre de Fourier de cycle maximum de stabilité, fonction de ξ mais pas du nombre d'itérations dans le cycle.

Le nombre de Fourier de cycle ne devient indépendant du nombre d'itérations que quand celui-ci est suffisamment grand (cas $\xi = 0,01$ et $0,1$). S'il est trop faible, la déstabilisation du calcul n'est pas due à la correction mais au schéma d'intégration, avec le critère $a < 0,5$ (figure 4.20) : les intervalles où le nombre de Fourier d'intégration sature à 0,5 correspondent à ceux où le nombre de Fourier de cycle dépend du nombre d'itérations.

Avec la correction APRÈS, un critère de nombre de Fourier de cycle ne peut être défini : la figure 4.21 montre que le nombre de Fourier d'intégration peut devenir inférieur à 0,5 (avec un écart supérieur à la précision, 0,001) et ne pas donner de nombre de Fourier de cycle maximum indépendant du nombre d'itérations par cycle.

Schéma implicite Il est également possible, en schéma implicite, de définir un critère de nombre de Fourier de cycle maximum en correction AVANT (figure 4.22). Pour $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$, le nombre de Fourier de cycle, tracé en fonction du nombre d'itérations par cycles, a , pour chaque valeur de ξ , une asymptote quand le nombre d'itérations est grand et tend par valeurs supérieures vers ce qu'on pourra qualifier de nombre de Fourier de cycle maximum de stabilité. En effet, un nombre de Fourier de cycle inférieur à la valeur de l'asymptote sera inférieur, quel que soit le nombre d'itérations dans le cycle, au nombre de Fourier de cycle maximum de stabilité.

La comparaison des figures 4.19 et 4.22 montre que les valeurs de nombre de Fourier de cycle maximum en explicite sont proches des asymptotes en implicite. Et le nombre d'itérations par cycle pour lequel le rappro-

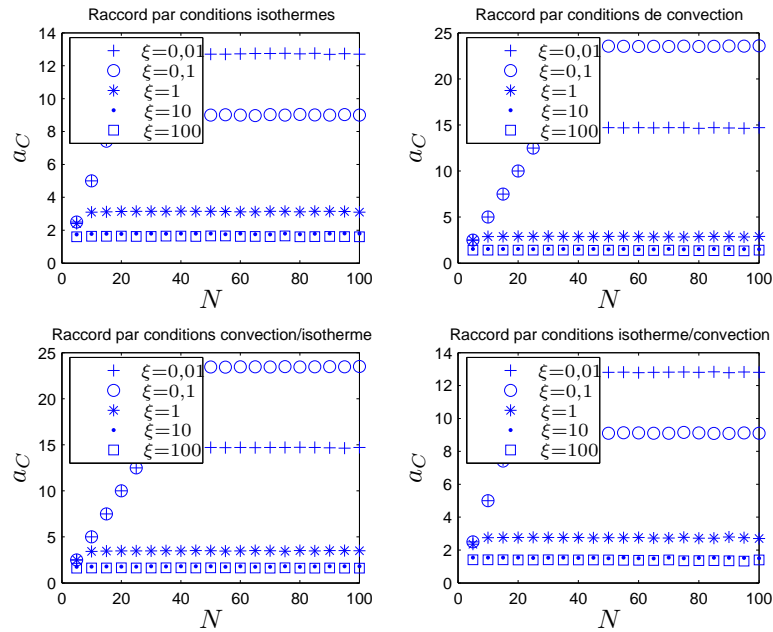


FIG. 4.19 – Critère de nombre de Fourier de cycle pour les raccords T/T, C/C, C/T et T/C (correction AVANT), avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$. Schéma explicite

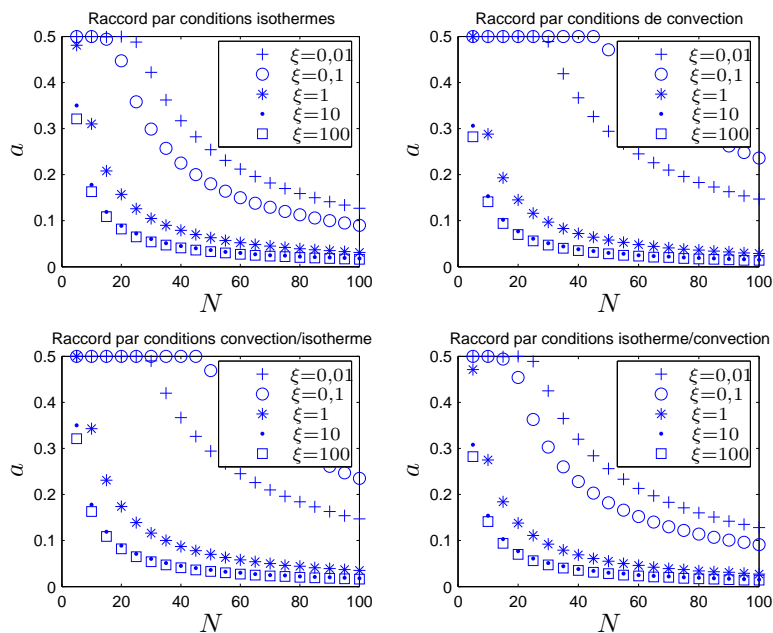


FIG. 4.20 – Nombre de Fourier d'intégration maximal en fonction du nombre d'itérations pour les raccords T/T, C/C, C/T et T/C (correction AVANT), avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$. Schéma explicite

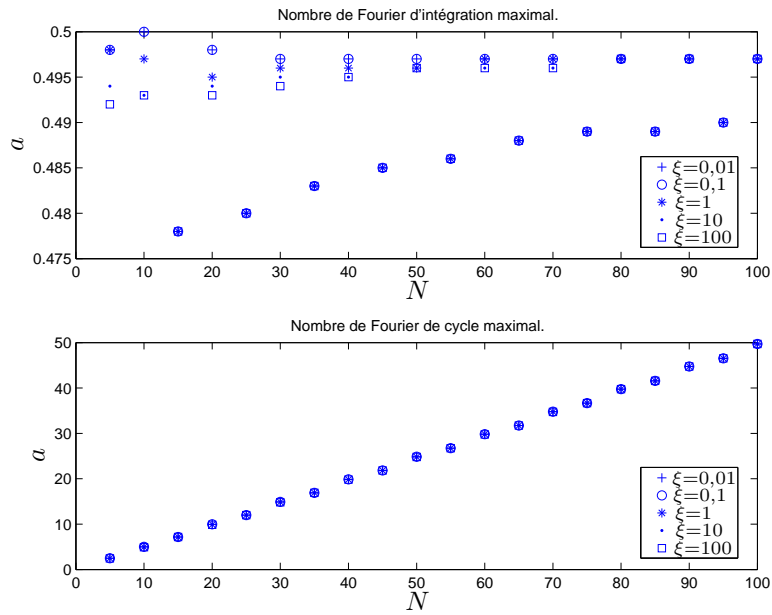


FIG. 4.21 – Nombre de Fourier d’intégration maximal en fonction du nombre d’itérations pour le raccord T/T (correction APRÈS) avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$

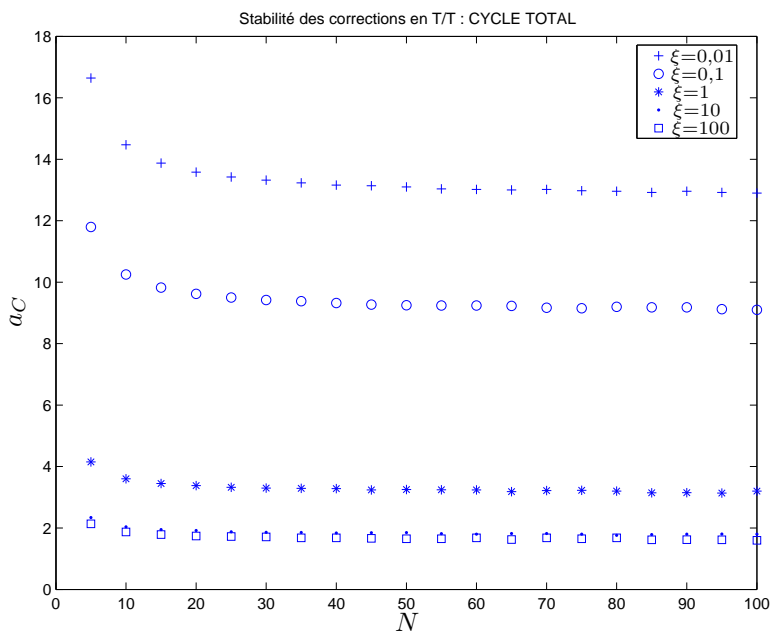


FIG. 4.22 – Critère de nombre de Fourier de cycle pour le raccord T/T (correction AVANT), avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$. Schéma implicite

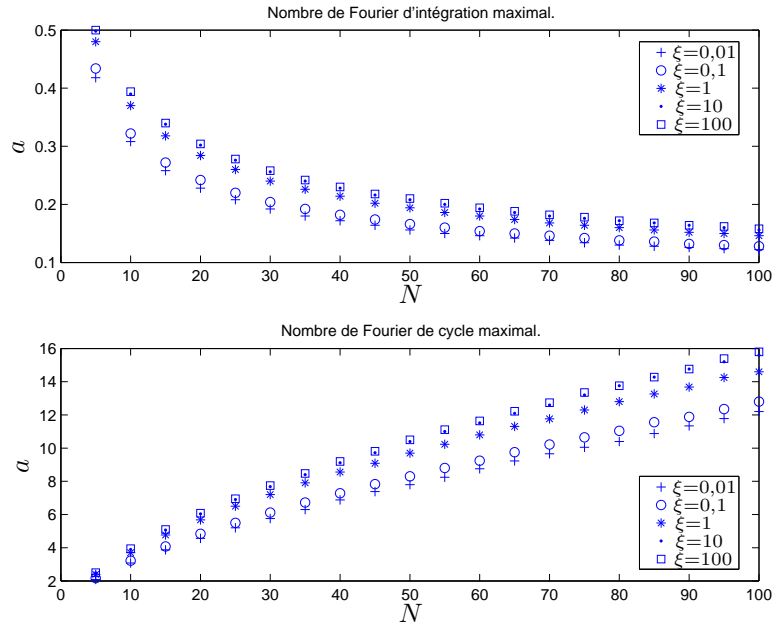


FIG. 4.23 – Nombre de Fourier d’intégration maximal en fonction du nombre d’itérations pour le raccord T/T (correction APRÈS) avec $\chi = 0,1$ et $k_c = 0$. Schéma implicite

chement de l’asymptote devient manifeste est celui pour lequel, en explicite, la déstabilisation n’est plus due au schéma d’intégration mais aux corrections. Le calcul des nombres de Fourier de cycle maximum de stabilité résulte alors, en implicite comme en explicite, de leur évaluation pour un nombre d’itérations suffisamment important pour, respectivement, s’approcher de l’asymptote et éviter les conséquences de la saturation des nombres de Fourier d’intégration à 0,5.

Tout comme en schéma explicite, la stabilité n’est pas définie par un critère de nombre de Fourier de cycle pour la correction APRÈS (figure 4.23) : ce dernier est nettement croissant avec le nombre d’itérations par cycle.

Bilan Avec la correction AVANT, la stabilité sera désormais définie en fonction du nombre de Fourier de cycle maximum admissible : $a_C(\chi, k_c, \xi)$. Ce nombre dépend des trois paramètres χ , k_c et ξ et du type de raccord. Ce nombre de Fourier de cycle maximum peut être défini comme l’asymptote de la représentation du nombre de Fourier de cycle en fonction du nombre d’itérations par cycle, comme illustré sur le schéma 4.24. Cette asymptote est atteinte “rigoureusement” en schéma explicite, dès que le nombre d’itérations est suffisant pour que la déstabilisation ne soit pas due au schéma. En schéma implicite, elle est approchée par valeurs supérieures. Pour une itération par cycle, il n’y a pas de correction et la stabilité est inconditionnelle (annexe D). Le nombre de Fourier de cycle limite tend alors vers l’infini, puis il décroît rapidement quand le nombre d’itérations par cycle augmente.

Avec la correction APRÈS, elle sera qualifiée en fonction des nombres de Fourier d’intégration. Le reste de l’étude en correction AVANT sera fait en utilisant le schéma explicite, le plus contraignant. La stabilité en correction APRÈS semble en revanche nettement meilleure en schéma explicite : la figure 4.23 montre qu’en schéma implicite, le nombre de Fourier d’intégration limite de stabilité peut prendre des valeurs faibles et

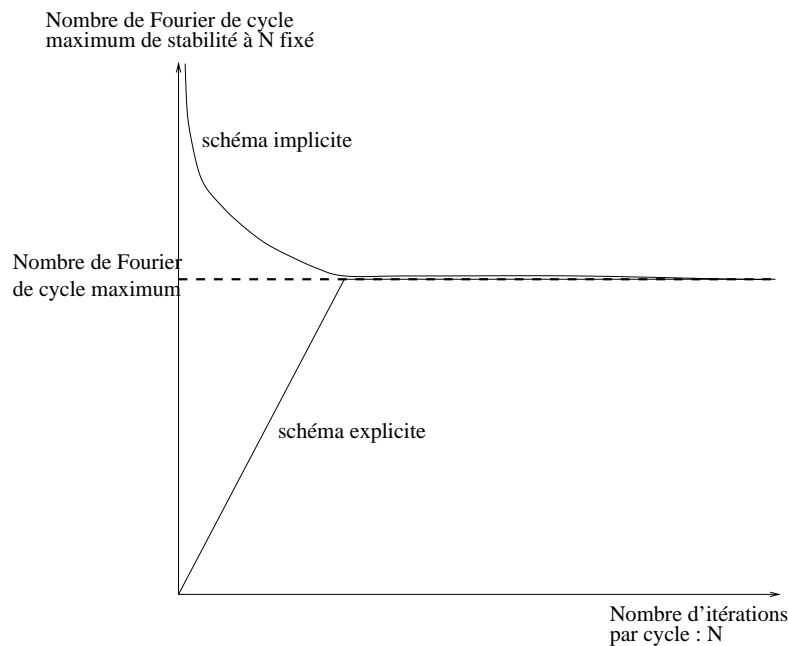


FIG. 4.24 – Définition du nombre de Fourier de cycle maximum de stabilité

nettement inférieures à 0,5, tandis qu'en schéma explicite, pour les mêmes paramètres, il est légèrement inférieur à 0,5. Un traitement séparé des cas explicite et implicite sera alors fait pour la correction APRÈS.

4.3.1.5 Comparaison des raccords par conditions de Dirichlet et de Fourier

Sur les figures 4.25 et 4.26, sont indiqués dans le champ (χ, τ) les raccords à privilégier selon la valeur du coefficient de correction, et les valeurs de nombre de Fourier de cycle correspondantes. χ est inférieur à 1 et τ est compris entre 10^{-2} et 10^2 . Dans ces conditions, il vaut mieux privilégier un côté pour la correction : les valeurs de nombre de Fourier de cycle limite obtenues sont moins bonnes pour $k_c = 0$. De plus, quand la correction est appliquée de manière décentrée, les raccords de type Fourier / Dirichlet semblent être à privilégier, avec application de la correction du côté de la condition de convection.

Les résultats de l'analyse de stabilité pour le couplage type solide / fluide, réalisée avec $\sigma_L = 0$ et $\sigma_R = \sigma$ confirment tout à fait cette tendance (figure 4.27). La zone d'étude a été cette fois étendue aux rapports χ supérieurs à 1. Il est net que la stabilité est meilleure pour $k_c = -0,5$ et que l'augmentation de χ améliore la stabilité. L'augmentation de σ réduit très légèrement la robustesse du couplage. Le type de conditions aux limites de couplage à privilégier, indiqué par zones sur la même figure, est alors de type Fourier / Dirichlet. La condition de Fourier est à appliquer au domaine auquel est également attribué la correction.

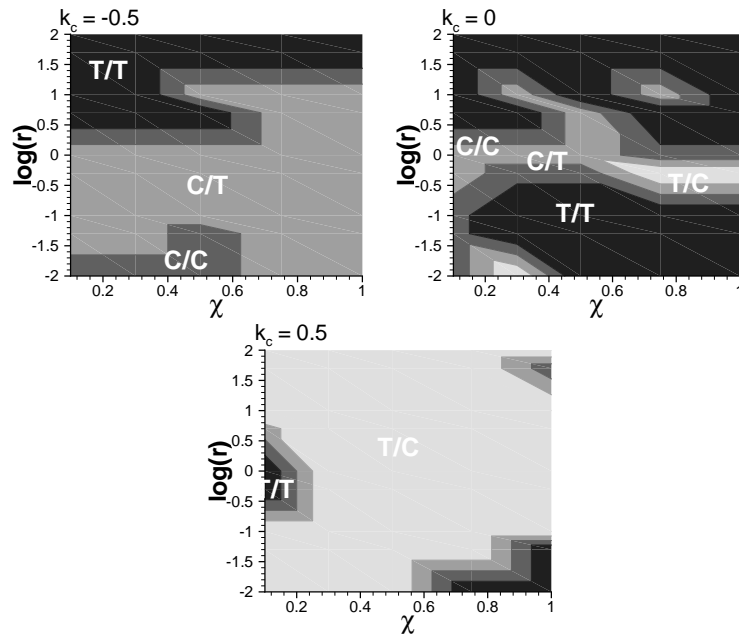


FIG. 4.25 – Choix du raccord en fonction de χ , τ et k_c . Schéma explicite. Correction AVANT

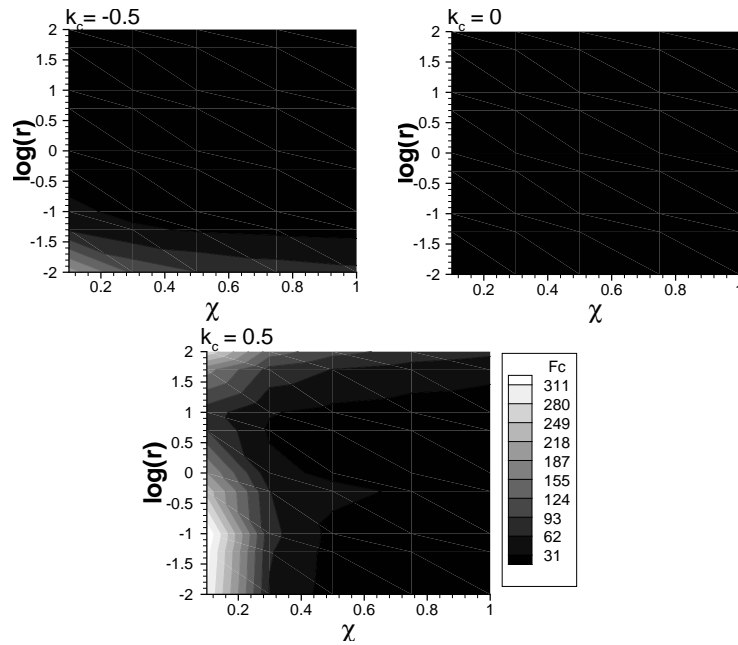


FIG. 4.26 – Nombre de Fourier de cycle maximum obtenu en fonction de χ , τ et k_c . Schéma explicite. Correction AVANT

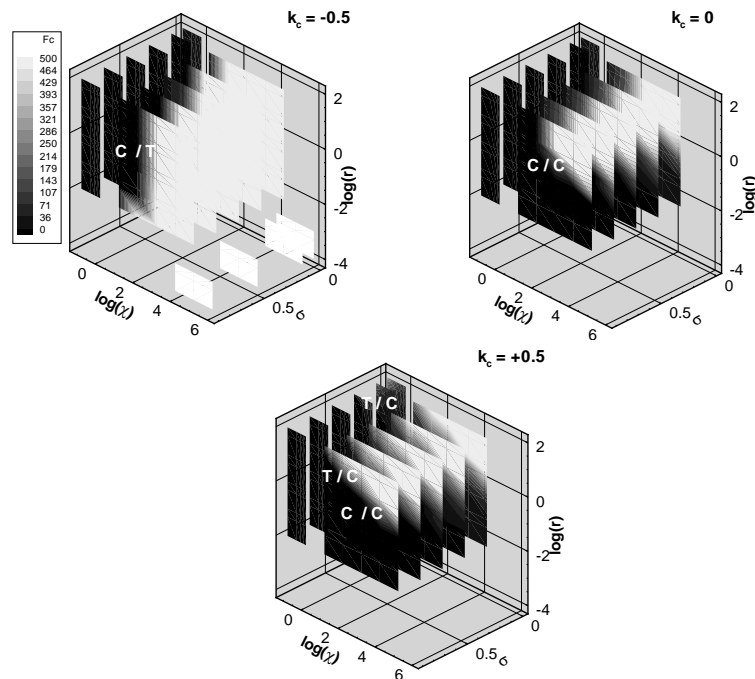


FIG. 4.27 – Nombre de Fourier de cycle maximum obtenu en fonction de χ , r , σ et k_c . Schéma explicite. Correction AVANT

4.3.1.6 La correction APRÈS

L'analyse est effectuée pour le raccord Dirichlet / Dirichlet avec $\sigma = 0$. Il est à signaler que les autres valeurs de σ testées (entre 0,1 et 0,9) donnent les mêmes résultats.

Schéma explicite En schéma explicite, la correction APRÈS apporte une bonne stabilité : elle ne peut être qualifiée en terme de nombre de Fourier de cycle, mais la figure 4.28 montre que le nombre de Fourier d'intégration limite de stabilité reste supérieur à 0,4 pour toute une gamme de χ , ξ et k_c et pour des nombres d'intégration de cycle allant jusque 500. Ce nombre est déjà assez conséquent pour un calcul instationnaire mais la croissance de l'enveloppe inférieure du nombre de Fourier limite avec le nombre d'itérations préfigure une stabilité encore accrue avec une augmentation, certes incohérente avec l'instationnarité du calcul, du nombre d'itérations par cycle.

Schéma implicite En schéma implicite (figure 4.29), en revanche, la correction APRÈS n'est pas très stable : les nombres de Fourier d'intégration limites de stabilité sont relativement faibles, surtout pour le schéma implicite censé faciliter les calculs par une augmentation de la gamme de nombres de Fourier de calcul : ils sont ici toujours inférieurs à 0,5.

Ce résultat est assez surprenant et mérite une étude approfondie, notamment une validation par comparaison avec des résultats de simulations sous TYPHON ou CEDRE. Celle-ci n'a pu être effectuée au cours de cette thèse car les conditions aux limites de TYPHON ne sont pas implicites et la méthode complète de couplage n'est pas encore disponible dans CEDRE.

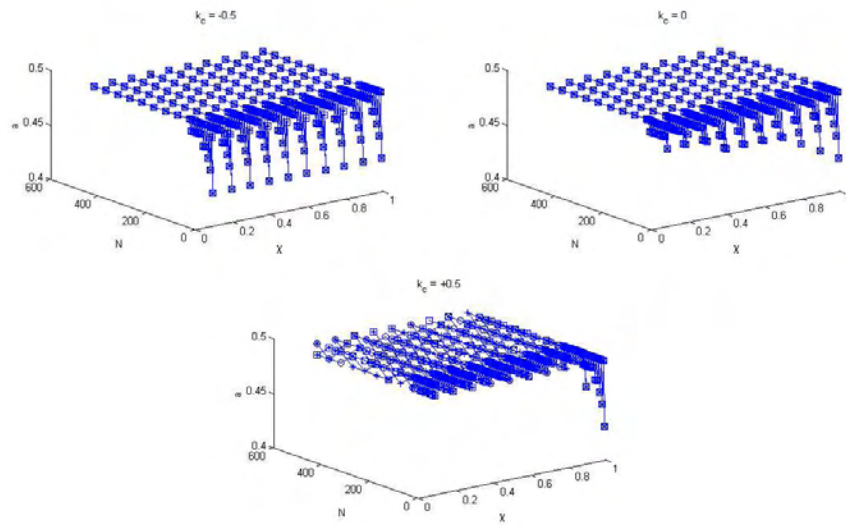


FIG. 4.28 – Nombre de Fourier d'intégration limite de stabilité en fonction du nombre d'itérations par cycle, de k_c , χ et $\xi \in \{0,01; 0,1; 1; 10; 100\}$ pour un raccord T/T avec correction APRÈS. Schéma explicite

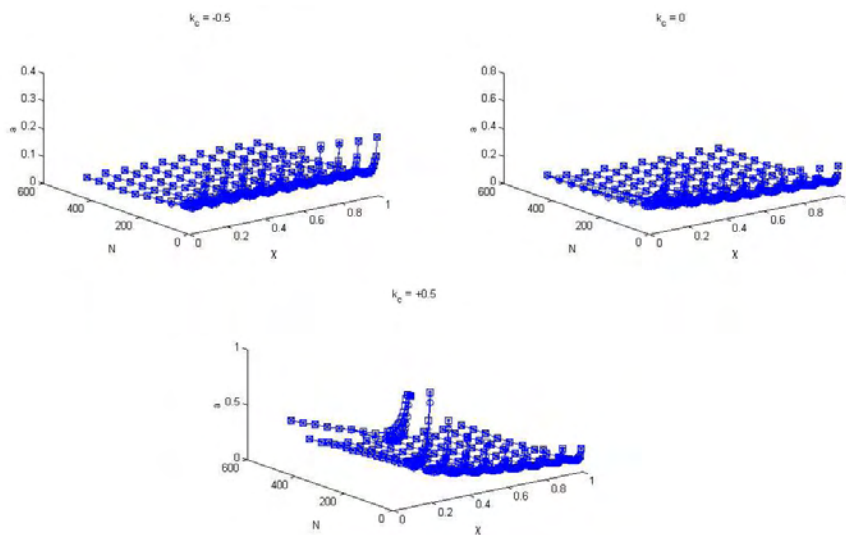


FIG. 4.29 – Nombre de Fourier d'intégration limite de stabilité en fonction du nombre d'itérations par cycle, de k_c , χ et $\xi \in \{0,01; 0,1; 1; 10; 100\}$ pour un raccord T/T avec correction APRÈS. Schéma implicite

k_c	Type de correction	Couple de a_C stable	Couple de a_C instable
-0,5	CL	56,20 / 5620	56,40 / 5640
	AVANT	54,60 / 5460	54,80 / 5480
0	CL	0,16 / 16	0,18 / 18
	AVANT	0,10 / 10	0,12 / 12
0,5	CL	0,046 / 4,6	0,048 / 4,8
	AVANT	0,038 / 3,8	0,040 / 4,0

TAB. 4.3 – Comparaison des stabilités des corrections CL et AVANT pour $\chi = 0,1$ et $\xi = 100$

4.3.1.7 Bilan de l'étude de stabilité 1D

Les résultats de couplage type solide / solide sont confirmés par ceux de type solide / fluide.

En correction AVANT, la stabilité peut se définir sous la forme d'un critère de nombre de Fourier de cycle. Elle dépend des paramètres χ et τ et peut être pilotée par le coefficient de correction k_c et par le choix du type de raccord.

Il est préférable de décentrer l'application de la correction ($k_c = 0,5$ pour $\chi < 1$, $k_c = -0,5$ pour $\chi > 1$) et appliquer un raccord Fourier / Dirichlet avec condition de Fourier dans le domaine qui reçoit la correction.

La correction APRÈS est plus stable que celle AVANT. Elle constitue un premier pas vers l'échelonnement des applications de la correction : répartir celle-ci sur plusieurs pas d'intégration au cours du cycle peut permettre de limiter l'importance des variations de températures et ainsi stabiliser le calcul. Intuitivement, on comprend aussi que le calcul de conditions aux limites d'interface à partir de valeurs de cellules perturbées par la correction (comme c'est le cas pour la correction AVANT) peut mener à un calcul plus sensible aux éventuelles amplifications de la valeur de la correction.

4.3.2 Stabilité de la modification de conditions aux limites

Il n'est pas possible de mener une étude de stabilité 1D rigoureuse de la modification de condition limite. Une comparaison de ces corrections avec celle AVANT est donc faite à l'aide de simulations avec le code TYPHON en raccord Dirichlet / Dirichlet sur des cas d'étude 1D (sur le maillage de la figure 4.16) de couplage solide / solide.

Les couples (domaine de gauche, domaine de droite) de nombres de Fourier de cycle limites de stabilité obtenus pour les différentes corrections sont comparés pour des coefficients de correction de -0,5, 0 ou 0,5. Les résultats pour des cas de rapports de conductance élevé (100) et proche de 1 (0,75) sont présentés dans les tableaux 4.3 et 4.4. La correction CL est légèrement plus stable que celle AVANT.

La correction CL étant à peine moins précise que la correction AVANT, mais plus stable et permettant, d'un point de vue algorithmique, de n'effectuer des modifications que sur la condition limite et non à l'intérieur des domaines (cette méthode est moins intrusive), la correction CL sera préférée à la correction AVANT.

4.3.3 Sensibilité des critères

Une modification de configuration, notamment de maillage, pouvant modifier les coefficients d'amplification des perturbations de températures, il est attendu que les critères de stabilité en présence de corrections soient

k_c	Type de correction	Couple de a_C stable	Couple de a_C instable
-0,5	CL	4,00 / 3,00	4,20 / 3,15
	AVANT	3,40 / 2,55	3,60 / 2,70
0	CL	5,40 / 4,05	5,60 / 4,20
	AVANT	4,60 / 3,45	4,80 / 3,60
0,5	CL	7,60 / 5,70	7,80 / 5,85
	AVANT	6,40 / 4,80	6,60 / 4,95

TAB. 4.4 – Comparaison des stabilités des corrections CL et AVANT pour $\chi = 0,1$ et $\xi = 0,75$

modifiés. Les cas suivants de couplage solide / solide sont alors testés : cas non 1D, maillage non uniforme, correction provenant de plusieurs domaines dans une même cellule. Le couplage s'effectue selon la méthode présentée précédemment : le raccord et le coefficient de correction sont choisis en fonction des paramètres de calcul.

4.3.3.1 Présentation des cas

Cas 2D Il s'agit du cas du paragraphe 1.7.4 avec des nombres de Fourier de cycle relativement élevés ($a_{CL} = 600$, $a_{CR} = 800$).

Maillage non uniforme Le cas est celui du paragraphe 1.7.5 avec des nombres de Fourier de cycle choisis très élevés ($a_{CL} = 2534$ et $a_{CR} = 391$).

Correction issue de plusieurs domaines Une cellule limitrophe de chacune des zones 1 et 2 (cas du paragraphe 1.7.6) reçoit des corrections issues respectivement des zones 2 et 3 et des zones 1 et 3. Ceci a pour effet d'augmenter la quantité de correction reçue par ces cellules. Les nombres de Fourier de cycle seront précisés au cas par cas.

L'évolution de la valeur de la correction de flux avec le temps est étudiée. Une amplification de celle-ci traduit la déstabilisation tandis que l'atténuation vers la valeur nulle montre un calcul stable.

4.3.3.2 Sensibilité pour la correction APRÈS

Le passage au cas 2D et l'utilisation d'un maillage non uniforme ne déstabilisent pas (figure 4.30) : la correction d'abord importante s'atténue à partir de $t = 300s$ et $t = 200s$ respectivement pour tendre vers 0. Mais les corrections issues de plusieurs domaines peuvent rendre le calcul instable (la valeur de la correction diverge) dès des nombres de Fourier de cycle aussi faibles que :

- 7,2 dans la zone 1 ;
- 6,9 dans la zone 2 ;
- 1,83 seulement dans la zone 3.

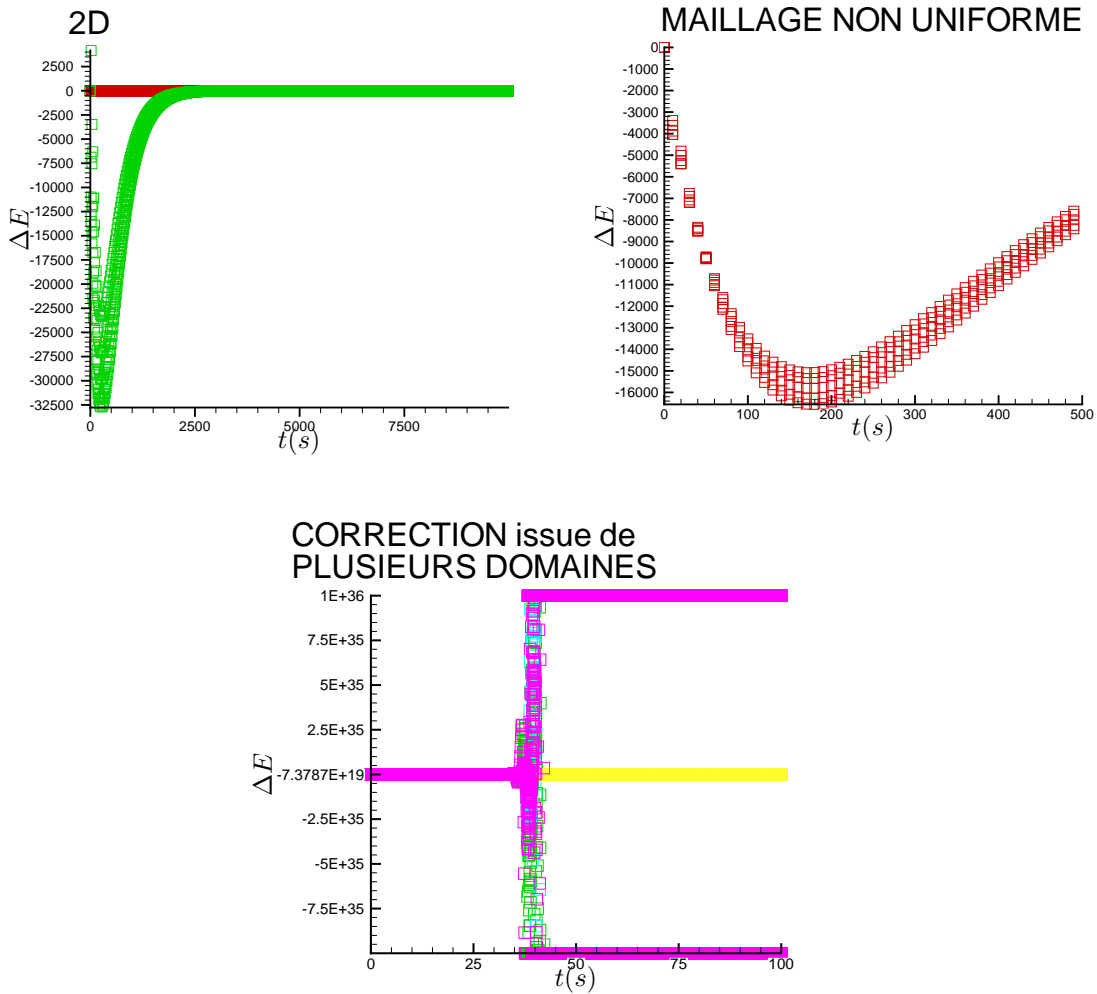


FIG. 4.30 – Correction APRÈS : sensibilité de la stabilité. Évolution instationnaire de la valeur de la correction sur toutes les faces d'interface

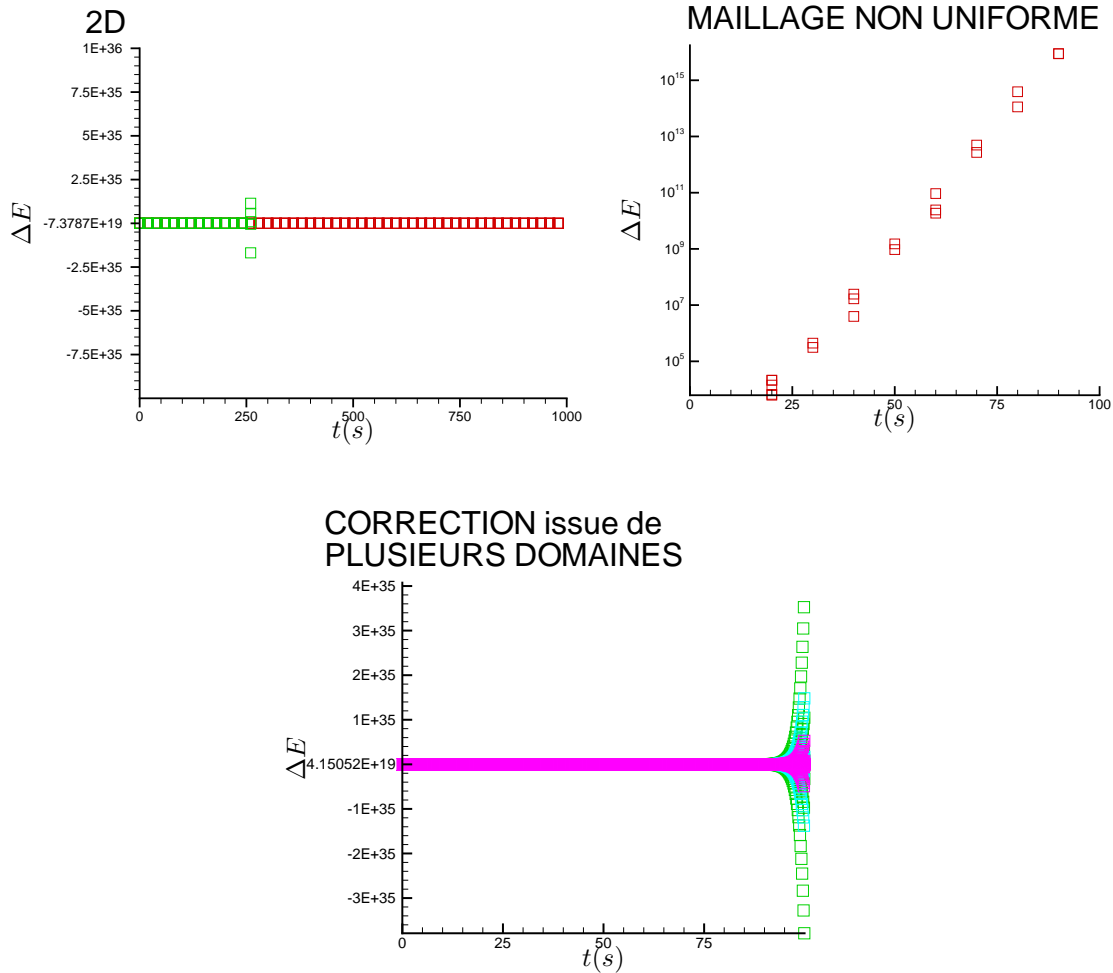


FIG. 4.31 – Correction CL : sensibilité de la stabilité. Évolution instationnaire de la valeur de la correction sur toutes les faces d’interface

4.3.3.3 Sensibilité pour la correction CL

De la même façon que pour la correction APRÈS, les corrections issues de plusieurs domaines déstabilisent le calcul pour des valeurs de nombre de Fourier même encore plus faibles (figure 4.31) :

- 1,8 dans la zone 1 ;
- 3,45 dans la zone 2 ;
- $9,15 \cdot 10^{-2}$ dans la zone 3.

Mais le passage à un maillage 2D ou l’utilisation d’un maillage non uniforme sont également déstabilisants.

4.3.4 Stabilité des corrections réparties

La répartition de la correction est stabilisante comme le montrent les figures 4.32 (répartition régulière) et 4.33 (répartition “géométrique”), s’appuyant sur les cas de référence du paragraphe 4.3.3 (raccords et coefficient de correction fonctions des paramètres de calcul).

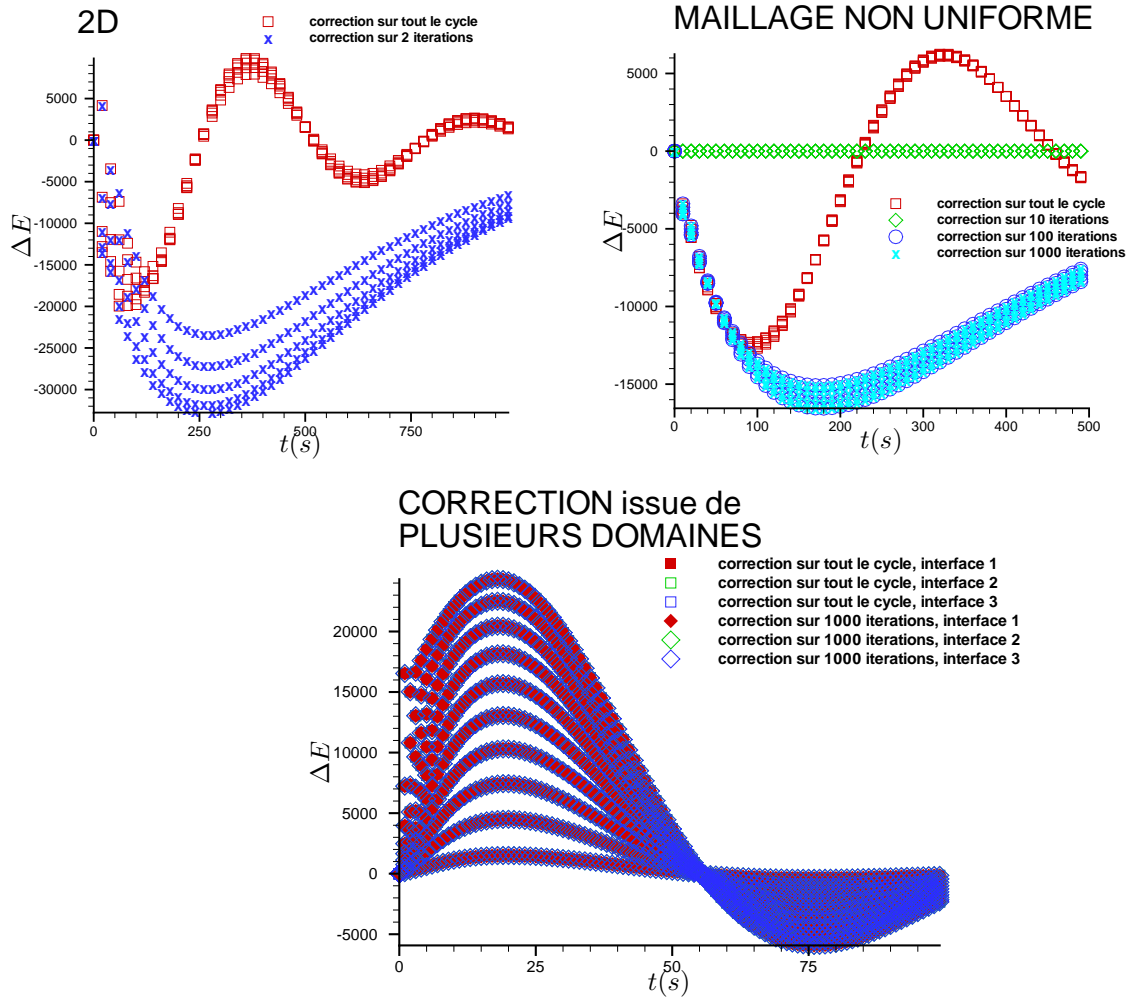


FIG. 4.32 – Correction selon une répartition régulière. Évolution instationnaire de la valeur de la correction sur toutes les faces d'interface

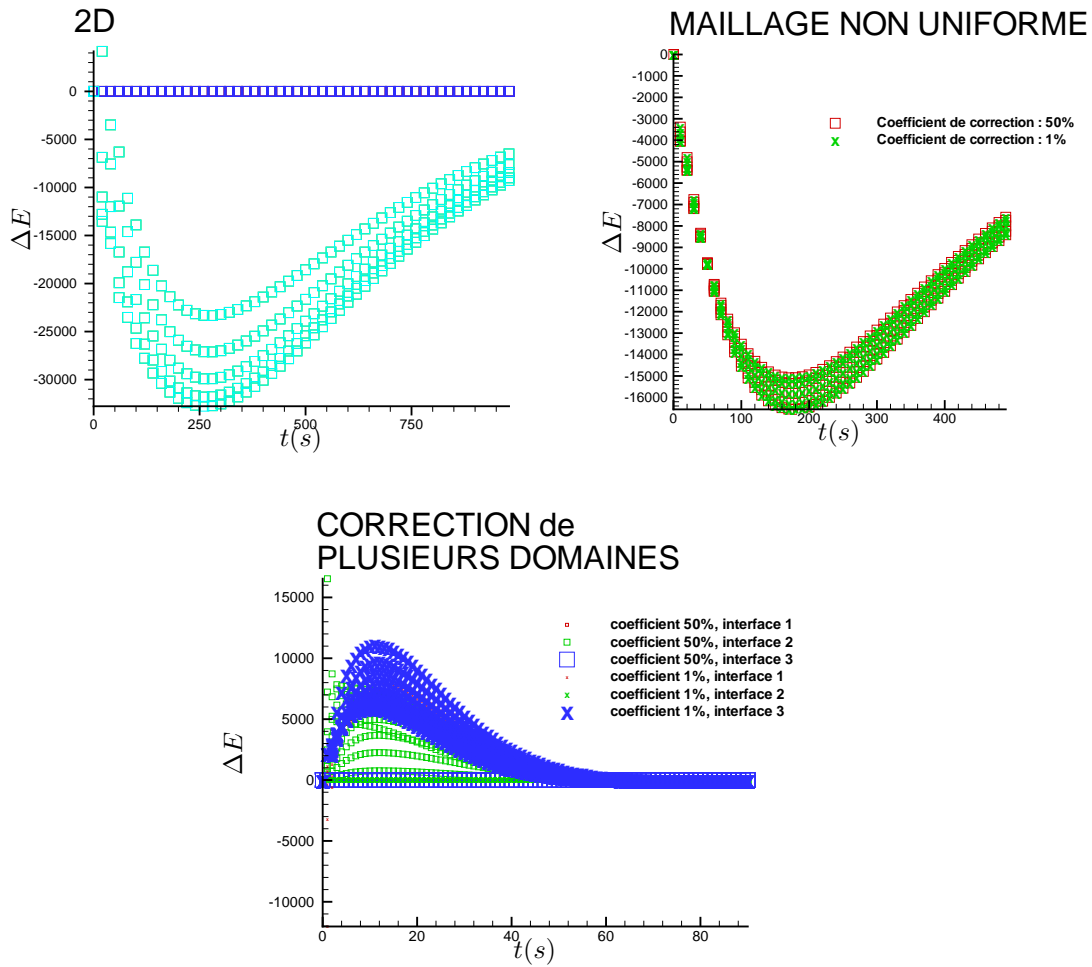


FIG. 4.33 – Correction selon une répartition géométrique. Évolution instationnaire de la valeur de la correction sur toutes les faces d'interface

type de correction	précision	χ	stabilité
AVANT	++	1 < 1 > 1	$a_{C,max} = 4$ raccord Dirichlet / Dirichlet $a_{C,max} > 25$ avec $k_c = 0,5$ raccord Dirichlet / Fourier $a_{C,max} > 25$ avec $k_c = -0,5$ raccord Fourier / Dirichlet
APRÈS	+		$a_{C,max} > 0,4N$ en explicite trop contraignant en implicite
CL	+		un peu meilleure que correction AVANT
REPARTIE REGULIÈREMENT	+		très bonne
REPARTIE GÉOMÉTRIQUEMENT	+		très bonne
SANS	- -		inconditionnelle

TAB. 4.5 – Récapitulatif sur les qualités en termes de précision et de stabilité des différents types de corrections. N : nombre d'itérations par cycle

La répartition régulière sur tout le cycle est nettement stabilisante. Sur les cas 2D et de maillage non uniforme, l'atténuation des corrections est plus rapide que pour la correction APRÈS ou que la correction répartie sur un nombre d'itérations inférieur au nombre total par cycle. Pour la correction issue de plusieurs domaines (avec des nombres de Fourier de cycle nettement plus importants que dans le paragraphe 4.3.3 : 400 dans la zone 1, 384 dans la 2 et 102 dans la 3), le déficit s'atténue de la même façon pour les deux types de répartition : sur tout le cycle et sur 1000 itérations.

La répartition géométrique apparaît moins bonne pour la stabilité que la répartition régulière : dans les cas 2D et de maillage non uniforme, l'amplification des corrections n'est pas moins importante qu'en correction non répartie et l'atténuation guère plus rapide.

4.4 Synthèse des critères de stabilité

Ce chapitre a permis de mettre en évidence l'influence des différents paramètres du couplage proposé sur la robustesse. En particulier, les conditions aux limites de couplage de type Neumann sont écartées du fait de leur caractère fortement déstabilisant, même en l'absence de corrections conservatives. Le choix final des types de conditions aux limites et de l'application de la correction ont demandé une analyse approfondie, dont les résultats sont récapitulés ci-après.

4.4.1 Récapitulatif des informations sur les corrections

Le tableau 4.5 synthétise l'ensemble des données collectées au cours des études précédentes sur les différentes possibilités de corrections cumulées de bilan de flux. Le nombre de Fourier de cycle pour la correction APRÈS est exprimé en fonction du nombre d'itérations par cycle. Il est donc d'autant plus important que le nombre d'itérations est grand, ce qui encourage à user de cette correction pour le couplage.

Il faut ajouter à cela que les corrections appliquées sur les conditions aux limites ont l'avantage d'être moins

intrusives dans la méthode de calcul : seule la condition aux limites est modifiée, alors que les corrections de cellules limitrophes engendrent des modifications sur les conditions limites (pour le couplage proprement dit) et sur les cellules limitrophes.

De plus, il est apparu dans l'étude de stabilité avec introduction d'un paramètre de convection, et donc un nombre de CFL σ (figure 4.27), que l'augmentation du rapport χ (pour $k_c = -0,5$ et $\chi > 1$) augmente la stabilité. Il en va de même avec la diminution de ce même paramètre pour $k_c = 0,5$ et $\chi < 1$.

Enfin, l'augmentation de σ tend à diminuer la stabilité et à réduire la zone de stabilité vers les rapports χ très grands (ou très petits).

4.4.2 Choix de correction selon les cas de calcul

L'étude pour la correction AVANT a montré que le coefficient de correction devait être pris à : $k_c = 0,5$ si $\chi < 1$ et à $-0,5$ si $\chi > 1$. Cela s'est confirmé et généralisé dans les études de modification de condition limite (tableaux 4.3 avec $\chi = 100$ et 4.4 avec $\chi = 0,75$). Cela signifie qu'il est préférable pour la stabilité d'appliquer la correction dans le domaine ayant le plus petit nombre de Fourier de cycle ou encore le plus petit rapport $\frac{D_{th}}{V} = \frac{\lambda}{CV}$. Deux phénomènes s'associent alors. D'une part, dans le domaine de plus petite diffusivité thermique, l'évolution rapproche moins de la convergence et une correction trop importante aura des conséquences moindres et moins propagées. La divergence entre les flux à l'interface des deux domaines devrait alors être moins grande. D'autre part, plus la capacité thermique du domaine (le terme CV) est grande, plus la correction de température liée à la correction de flux ΔE par $\Delta T = \frac{\Delta E}{CV}$ sera faible et pourra être atténuée facilement par le cycle.

Le choix du domaine où est appliquée la correction est donc fortement influencé par la valeur de χ . Les figures 4.26 et 4.27 montrent que plus ce rapport est différent de l'unité, meilleure est la stabilité.

Comme il l'a été signalé précédemment, la différence de taille des mailles fluides et solides prédomine souvent dans le rapport χ . La figure 4.34 représente un cas type de couplage fluide / solide, le couplage d'une aube en acier de diffusivité $D_{th} = 0,39 \cdot 10^{-5} m^2/s$ avec de l'air (diffusivité $D_{th} = 2,22 \cdot 10^{-5} m^2/s$). Le maillage du fluide est par exemple raffiné à $\delta x = 10^{-5} m$ dans la couche limite et la taille des mailles est de l'ordre de $\delta x = 10^{-3} m$ dans le solide. Ainsi, $\left(\frac{D_{th}}{\delta x^2}\right)_{air} = 222000$ et $\left(\frac{D_{th}}{\delta x^2}\right)_{acier} = 3,9$. S'en déduisent les rapports caractérisant le couplage : $\chi = 5,7 \cdot 10^4$ et $\tau = 7,8 \cdot 10^{-4}$. Le fluide obtient donc généralement la condition de Dirichlet tandis que le solide reçoit à la fois la condition de Fourier et la correction. Notons par ailleurs qu'un calcul à nombre de CFL $\sigma = 0,9$ et 100 itérations par cycle dans le domaine fluide conduit à un nombre de Fourier de cycle de calcul de $a_C = 20$.

Les résultats des analyses de robustesse ont donc une influence importante sur les choix méthodologiques, présentés au chapitre suivant consacré à la réalisation pratique du couplage.

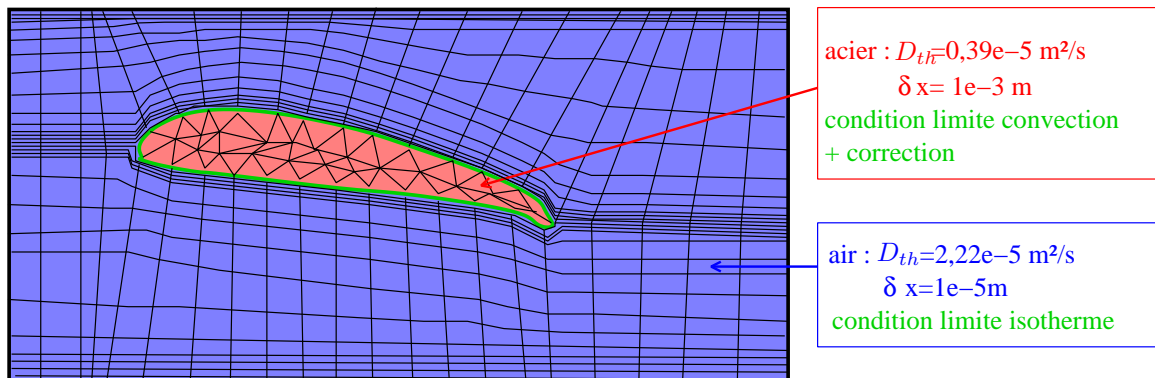


FIG. 4.34 – Schéma type de couplage fluide / solide : raccord et répartition de correction

Chapitre 5

Réalisation du couplage

Ce chapitre est consacré à l’implémentation de la méthode de couplage. Elle a été développée dans le solveur *open-source* TYPHON et le but est l’implantation dans le solveur multiphysique de l’ONERA, CEDRE. Dans ce chapitre, le cadre est donc celui du solveur CEDRE, où les solveurs Navier-Stokes, CHARME, et de conduction ACACIA sont couplés.

L’implémentation du couplage demande la prise en compte des paramètres classiques de robustesse (traitée au chapitre 4), de précision et de coût de calcul. Mais le caractère intrusif de la méthode dans les solveurs couplés n’est également pas à négliger. En effet, les données d’entrée du couplage doivent être disponibles dans les solveurs. Il est aussi préférable, voire essentiel quand les solveurs sont des logiciels commerciaux, de limiter les intrusions dans le codage de ceux-ci.

5.1 Communications dans CEDRE

Dans CEDRE, le couplage prend la forme décrite sur la figure 5.1.

Un module indépendant, le “coupleur”, calcule des conditions aux limites de couplage à partir de données issues des solveurs fluide et solide. Les conditions aux limites sont ensuite données à ces deux solveurs de façon à ce qu’ils exécutent l’intégration du cycle suivant. Le cumul des flux d’interface (énergie E) par les solveurs fluide et solide fait aussi partie de la stratégie de couplage, bien que ne pouvant être réalisé par le “coupleur”.

5.1.1 Données d’entrée du coupleur

Afin de calculer les conditions aux limites de couplage comme indiqué dans la section 3.2, les données d’entrée du coupleur sont au minimum : les températures des cellules limitrophes des deux domaines fluide et solide, leur conductivité et des données géométriques (distances cellule limitrophe / interface, vecteurs normaux aux interfaces).

Pour le solveur fluide, la conductivité n’est pas un paramètre immédiatement disponible : elle demande d’être recalculée (et dépend alors des modèles utilisés dans le code). Par ailleurs, les données de cellules limitrophes sont d’un accès moins évident que celles des faces limites. Le choix est donc fait de prendre comme données d’entrée :

- les températures d’interface pour les deux domaines fluide et solide ($T_{I,f}$ et $T_{I,s}$);
- les flux (sortants) à l’interface pour les deux domaines ($F_{I,f}$ et $F_{I,s}$);

$$T_{I,f} - \vec{\nabla} T \cdot \vec{F}I = T_{I,f} + \frac{\vec{F}_f \cdot \vec{F}I}{\lambda_f} \neq T_{I,f} + \frac{\vec{F}_{I,f} \cdot \vec{n}_f}{\lambda_f} \frac{\vec{F}I \cdot \vec{F}I}{|\vec{F}I \cdot \vec{n}_f|} = T_f$$

La formulation utilisée permet en revanche d'écrire :

$$T_I = \frac{\frac{\lambda_f}{d_f} T_{I,f} + \frac{\lambda_s}{d_s} T_{I,s} + F_{I,f} + F_{I,s}}{\frac{\lambda_f}{d_f} + \frac{\lambda_s}{d_s}}$$

La température d'interface est alors dépendante d'une moyenne des températures fluide et solide et d'un bilan de flux. Il est intéressant de noter qu'un choix méthodologique dans un cadre différent de celui de la méthode des Volumes Finis aurait pu mener à la simple moyenne des températures d'interface. Le bilan de flux supplémentaire traduit le souci d'une estimation permettant la conservation des flux. À l'équilibre, il est garanti qu'indépendamment du schéma de discrétisation, $F_{I,f} = -F_{I,s} = -F_0$ (pour $T_{I,f} = T_{I,s} = T_0$) sera le flux équilibré réellement imposé aux domaines.

5.1.2 Données de sortie du coupleur

En sortie du coupleur, des données servant de conditions aux limites pour le cycle suivant sont envoyées aux solveurs fluide et solide. Le type de conditions aux limites imposé à chacun résulte des analyses de stabilité effectuées dans le chapitre 4.

Il y a été vu que l'importance du rapport des temps caractéristiques de diffusion de la chaleur des domaines couplés, χ , est cruciale. Un choix du coefficient de correction et du type de raccord en fonction de χ est donc fait :

χ	k_c	raccord
< 1	0,5	Dirichlet / Fourier
1	0	Dirichlet / Dirichlet
> 1	-0,5	Fourier / Dirichlet

Quand la correction est décentrée, le raccord est de type Dirichlet / Fourier avec application de la correction dans le domaine de condition limite de couplage de Fourier.

Pour le couplage fluide/solide et pour des propriétés physiques usuelles, la correction et la condition de Fourier reviennent au solide, celle de Dirichlet au fluide. C'est la raison pour laquelle le schéma 5.1 indique les données de sortie suivantes pour le coupleur :

- des températures d'interface pour une condition de Dirichlet pour le fluide ;
- des coefficients et températures de convection pour une condition de Fourier ($h = \frac{F_I}{T_I - T_f}$ et $T_c = T_f$), et un flux correctif, pour le solide.

Ce type de raccord est le même que pour le couplage stationnaire MSD / ABAQUS [30]. Il permet d'ailleurs d'utiliser des conditions aux limites implémentées pour la plupart des codes : l'utilisation d'une condition de convection pour un fluide pourrait en effet s'avérer problématique.

L'évaluation du rapport χ peut tout de même s'avérer nécessaire pour un couplage solide/solide. Elle est problématique à plusieurs titres. χ peut tout d'abord être considéré comme le rapport des nombres de Fourier de cycle, comme celui des $\frac{D_{th}}{V}$ (où V est le volume de cellule), ou encore celui des D_{th} . Ce dernier cas ne prend pas en compte les volumes de cellules dont on a vu l'influence sur la valeur de la correction de température. Par ailleurs, χ peut être local et dépendre alors uniquement des quantités des cellules limitrophes conjuguées, ou

bien être global et représenter le rapport de quantités (évaluées par moyenne ou valeur maximale) attribuées à chaque domaine couplé.

Le cas de la valeur locale permet de mieux prendre en compte le rôle de la capacité thermique CV sur la diminution de la correction de température, tandis que la valeur globale restitue mieux les valeurs de la diffusivité dans tout le domaine. Cependant, alors que le maillage peut s'affiner fortement à l'approche des interfaces et donc influencer grandement sur les volumes, l'évolution de la diffusivité dans le domaine est rarement suffisamment importante pour que la tendance s'inverse.

Si l'évaluation de χ repose sur le rapport des grandeurs $\frac{D_{th}}{V}$ dans les cellules limitrophes, il n'est pas impossible d'avoir sur une même interface des cellules pour lesquelles $k_c = -0,5$ et d'autres pour lesquelles $k_c = +0,5$. Il n'est cependant généralement pas souhaitable d'avoir un traitement aussi inhomogène des faces. Cela peut être amélioré en atténuant les transitions entre les cellules à $\chi < 1$ et celles à $\chi > 1$ par l'usage de coefficients de corrections intermédiaires.

Le choix du type de raccord est quant à lui global pour une interface : on détermine une valeur moyenne de χ (sur les cellules limitrophes). La correction s'effectuera alors en général du côté de la condition de convection.

5.2 Traitement des corrections conservatives

La méthodologie de couplage décrite dans ce mémoire a la particularité de mettre en place un système de corrections conservatives. Les corrections de cellules limitrophes (telles que définies au paragraphe 3.3.3) ont le désavantage de changer la température des cellules limitrophes, donc internes aux domaines. Dans le cas de corrections réparties, ces changements ont même lieu tout au long du cycle ! La modification de conditions aux limites (paragraphe 3.3.3) est moins intrusive. En revanche, elle n'offre la conservativité qu'à convergence à l'état stationnaire (et demande aussi de cumuler les flux d'interface durant le calcul entier et non cycle par cycle).

Afin de limiter l'intrusivité du couplage au sein des solveurs, il est intéressant d'appliquer la correction sous forme de condition aux limites.

5.2.1 Correction sous forme de condition aux limites

Il est possible d'appliquer la correction de cellules limitrophes sous forme d'une condition de flux venant s'ajouter à la condition de couplage. Ainsi, pour des solveurs comme CEDRE disposant de conditions aux limites du type "température + flux" ou "condition de convection + flux" (de façon plus probable), il sera plus facile d'implémenter la correction conservative de bilan de flux sous forme de condition aux limites.

La correction AVANT ne peut pas être réalisée de cette manière : la condition de flux correctif devrait être appliquée uniquement le temps du couplage, avant même de calculer les quantités d'interface.

En revanche, la condition de flux peut être exprimée comme suit :

$$F_c = \frac{\Delta E}{\tau \cdot S}$$

où ΔE est la quantité d'énergie corrective à appliquer au domaine, résultant de la répartition spatiale obtenue avec k_c . La solution la plus simple, $\tau = \Delta t$ (durée du cycle), implique une répartition régulière de la correction (figure 3.12) sur tout le cycle (à chaque itération de durée δt est appliquée la fraction $\frac{\delta t}{\Delta t}$ de l'énergie corrective).

Une répartition géométrique (figure 3.12) de raison κ de la correction peut être obtenue avec $\tau = \frac{\delta t}{\kappa(1-\kappa)^{n-1}}$. En effet, à chaque itération n , est appliquée la quantité $\kappa\Delta E_n$, sachant $\Delta E_n = (1-\kappa)\Delta E_{n-1}$. D'où un flux appliqué $F_c^n = \frac{\kappa(1-\kappa)^{n-1}\Delta E}{S\delta t}$. Cette formulation permet alors d'effectuer la correction APRÈS avec $\kappa = 1$. Cependant elle nécessite d'appliquer une condition aux limites de flux variable au cours du cycle et n'est utile que si le cycle est calculé en plusieurs itérations.

Dans sa forme la moins intrusive et la plus simple, la correction peut donc être une correction de cellule limitrophe répartie régulièrement, écrite sous la forme d'une condition "convection + flux" dans le domaine solide, domaine préférentiel de correction pour des raisons de stabilité (figure 5.1). Le flux est alors donné par :

$$F_c = \frac{\Delta E}{S\Delta t}.$$

L'expression de la correction sous forme de condition de Neumann mène à plusieurs remarques :

- les corrections ont un aspect déstabilisant qui peut se caractériser par l'amplification des quantités correctives d'un cycle à l'autre. Ce problème est cohérent avec le rôle déstabilisant connu de la condition de flux ;
- c'est encore généralement le domaine solide qui reçoit cette condition de flux, tout comme celle de convection, ce qui est en accord avec les études de stabilité réalisées pour les couplages stationnaires.

5.2.2 Cumul des flux d'interface

Il s'agit de la part la plus intrusive du couplage dans les solveurs. Ceux-ci doivent pouvoir intégrer, pour chaque face constituant l'interface, le flux de chaleur sortant. Chaque solveur doit donc pouvoir fournir au "coupleur" la donnée d'entrée :

$$E = \int_{\text{cycle}} \int_S \vec{F} \cdot d\vec{S} dt$$

L'évaluation de E n'est pas évidente. Si le schéma utilisé est de type explicite, l'obtention de l'énergie s'obtient par simple sommation des flux explicites à l'interface. S'il est de type implicite, E est l'intégrale des flux implicites. L'obtention de ceux-ci n'est souvent pas immédiate dans les codes de calcul et peut exiger le recours à une procédure de convergence locale. Les flux obtenus après plusieurs réalisations du cycle constituent une bonne estimation des flux implicites. Il est aussi possible d'obtenir les flux implicites par un calcul dépendant du schéma de discrétisation spatiale et prenant notamment en compte les jacobiniennes. Selon le solveur, l'une ou l'autre méthode peuvent convenir, la première étant coûteuse en temps de calcul. La structure de CEDRE et celle de la méthode de couplage incitent plutôt à privilégier l'évaluation directe des flux implicites par utilisation des jacobiniennes.

5.3 Spécificités de CEDRE

La méthode de couplage présentée dans ce travail est implémentée dans CEDRE. Elle est présentée de manière très générale. Certaines spécificités de CEDRE, dans le codage des conditions aux limites, les différents schémas utilisés ou encore les lois de parois, peuvent introduire des limitations sur les qualités intrinsèques de la méthode de couplage.

5.3.1 Codage des conditions aux limites

Dans CEDRE, le codage des conditions aux limites est fait selon une méthode de relaxation [21]. Soit \underline{u} le vecteur d'états concerné par la condition aux limites, imposée à la cellule limite l , à la valeur \underline{u}_e .

$$\frac{\partial \underline{u}_l}{\partial t} = \frac{\underline{\sigma}_l}{\tau_l} (\underline{u}_e - \underline{u}_l) + \frac{\underline{I} - \underline{\sigma}_l}{\tau_l} (\underline{u}_{l,i} - \underline{u}_l)$$

τ_l est un temps caractéristique de relaxation associé à l'élément de limite. $\underline{\sigma}_l$ est une matrice symétrique diagonale par blocs de valeurs propres 0 ou 1. \underline{I} est la matrice identité. $\underline{u}_{l,i}$ est l'état obtenu par extrapolation à partir de l'état interne \underline{u}_i voisin. Il apparaît donc que c'est à l'état stationnaire seulement (quand $\frac{\partial \underline{u}_l}{\partial t} = 0$) que les conditions aux limites sont strictement appliquées. Dans ce cas, $\underline{\sigma}_l = \underline{I}$ induit une condition de type Dirichlet : $\underline{u}_l = \underline{u}_e$. Une condition de type Neumann : $\underline{u}_l = \underline{u}_{l,i}$ est obtenue pour $\underline{\sigma}_l = \underline{0}$.

Le but de l'implémentation d'une relaxation dans les conditions aux limites est de regrouper dans un même formalisme d'équation différentielle les bilans internes et aux limites. Il n'y a alors pas d'ambiguïté pour la discrétisation spatiale qui peut être appelée par n'importe quelle méthode d'intégration en temps. Les contraintes algébriques aux limites de type pression ou température imposée sont assouplies. Enfin, des modèles instationnaires de conditions aux limites prenant la forme d'équations différentielles aux frontières peuvent être pris en charge.

Les formules présentées au cours de ce mémoire pour les conditions aux limites de couplage ne sont donc valables qu'asymptotiquement.

5.3.2 Schéma temporel

Le solveur CEDRE présente de nombreux schémas temporels d'intégration, notamment pour CHARME [20]. Le schéma explicite (correspondant à $\varepsilon = 0$ dans l'équation 1.10) est en pratique peu utilisé, de même que le Runge-Kutta à deux approximations. Le schéma de Crank-Nicholson ($\varepsilon = 0,5$ dans l'équation 1.10), d'ordre 2, est particulièrement recommandé pour les applications instationnaires. Une variante à gradients figés, un peu plus rapide et sans détérioration apparente des résultats, est disponible. Le schéma implicite ($\varepsilon = 1$ dans l'équation 1.11), d'ordre 1, dit à 1 pas, recommandé pour sa grande robustesse en stationnaire, dispose de deux variantes dites à 2 et 3 pas. Ces derniers sont plus adaptés aux calculs instationnaires. Ils sont plus précis mais moins robustes.

ACACIA offre le choix entre les schémas explicite et implicite, avec une préférence pour le second.

La méthode de couplage proposée est de type explicite : la condition de couplage obtenue en début de cycle est valable à cet instant et utilisée pendant tout le cycle. Ainsi, pendant ce cycle débuté à l'instant n , l'état \underline{u}_i calculé à l'instant $n + k$ est fonction de la condition aux limites de couplage \underline{u}_e comme suit : $\underline{u}_i^{n+k} = f(\underline{u}_e^n)$.

La méthode de couplage est donc particulièrement adaptée au schéma explicite. L'état de la condition aux limites de couplage donne alors instantanément une estimation très proche de la température et du flux de chaleur à l'interface. Une approximation est en revanche faite dès que le schéma d'intégration n'est pas explicite.

5.3.3 Schémas de discrétisation spatiale

Plusieurs schémas de discrétisation spatiale sont proposés par CEDRE : des schémas ODF et ODQ [21], variantes du schéma de Roe [77], le schéma de Van Leer [53] et des schémas de type bas Mach adaptés au préconditionnement bas Mach [66].

Deux types de calcul des gradients sont proposés dans CEDRE, par la méthode de Green ou par celle des moindres carrés [21]. S’y ajoutent des procédures de limitation de gradients de maille et des limiteurs de pente. Les cellules limites reçoivent des valeurs extrapolées des gradients des cellules internes.

Le calcul des conditions aux limites de couplage repose sur une évaluation des flux d’interface donnée par l’équation 1.18. Cette dernière ne coïncide pas avec l’évaluation des gradients de cellule limite par extrapolation des gradients de cellules internes calculés par méthode de Green ou des moindres carrés.

5.3.4 Lois de paroi

Les lois de parois [52] permettent de modéliser la sous-couche visqueuse et la couche logarithmique selon des expressions analytiques. La solution est correcte quelle que soit la position de la première cellule du maillage à l’intérieur de ce domaine. Ces lois permettent donc d’éviter la nécessité d’un raffinement important au voisinage de la paroi. Les calculs avec loi de paroi sont couramment effectués avec une hauteur de première maille de $y^+ = 30$ ¹. En absence de loi de paroi, il doit se trouver vers $y^+ = 1$.

Les lois de parois du solveur de dynamique CHARME sont les suivantes :

- laminaire : les profils de vitesse et de température sont linéaires dans la couche pariétale. Ce modèle adapté aux écoulements laminares sous-estime les flux en écoulement turbulent ;
- Couette turbulent 1 : le paramètre principal est le nombre de Reynolds basé sur l’écart de vitesse entre écoulement et paroi. Ce modèle est bien adapté si cet écart n’est pas trop faible (dans des couches limites proches de l’équilibre par exemple). Les zones décollées verront donc des échanges thermiques sous-estimés ;
- Couette turbulent 2 : le paramètre principal est le nombre de Reynolds de la turbulence, soit le rapport des viscosités turbulente et laminaire. Les écoulements à couches limites fortement décollées sont bien calculés avec ce modèle.

Les résultats obtenus avec loi de paroi laminaire ou turbulente sont identiques à ceux obtenus sans loi de paroi si le maillage est très fin. Sinon, la loi laminaire conduit à un résultat erroné pour une couche limite turbulente.

Les lois de paroi présentent un intérêt manifeste quant à la taille des maillages utilisés et donc en termes de coût de calcul. En revanche, les gradients de température de première maille et les flux de chaleurs à la paroi peuvent ne plus correspondre. Cela peut introduire une approximation dans le calcul des conditions aux limites de couplage par l’équation 5.1.

5.3.5 Conclusion

La correction conservative est alors nécessaire pour compenser les pertes de flux dues aux quatre limitations recensées ici : l’expression des conditions aux limites selon une loi de relaxation, l’adéquation imparfaite de la méthode de couplage avec les schémas temporels (non explicites) et spatiaux couramment utilisés et les lois de paroi.

Il doit être aussi noté que la méthode de couplage présentée dans ce mémoire est détaillée dans le cadre de l’utilisation de maillages coïncidents. L’extension à des maillages non coïncidents (figure 5.2) est bien sûr possible. Les expressions des conditions de températures et flux de chaleur d’interface restent valables moyennant l’utilisation de quantités (températures, gradients, distances) préalablement interpolées par le coupleur. Les éventuelles erreurs d’interpolation sont elles aussi compensées par la correction conservative. La méthode de

¹Les lois de parois sont valides pour y^+ compris entre 30 et 60.

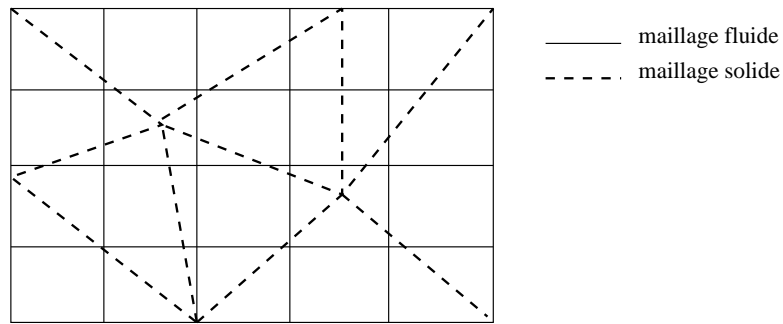


FIG. 5.2 – Exemple de maillages fluide et solide non coïncidents

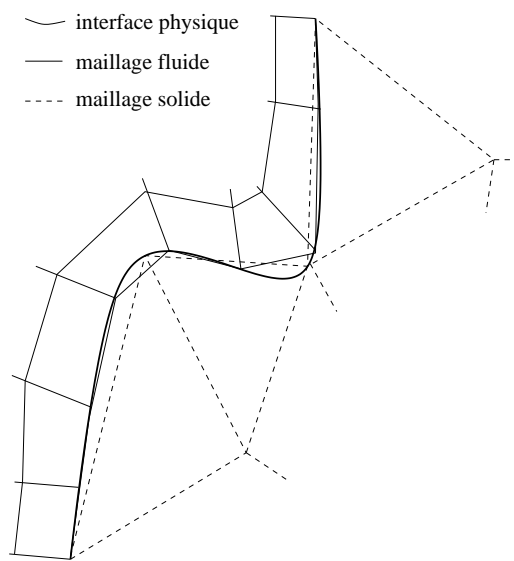


FIG. 5.3 – Exemple de maillages fluide et solide non coplanaires

correction demande en revanche un travail d'interpolation plus délicat que le calcul des conditions aux limites de couplage. En effet, le bilan d'énergie effectué à l'interface demande de faire un sous-découpage et d'évaluer les surfaces en vis-à-vis avant de comparer les énergies thermiques traversant l'interface. L'évaluation de ces surfaces communes peut être source d'erreurs dans le cas de maillages non coplanaires (figure 5.3).

Deuxième partie

Validation

Introduction

Dans cette deuxième partie, la vérification et la validation de la méthode de couplage instationnaire sont présentées. Un chapitre bibliographique permet de définir précisément les termes utilisés et de recenser les points essentiels du développement d'une expérience de validation.

Les aspects de vérification sont traités sur un cas de plaque plane infinie, épaisse, dans un écoulement soudainement accéléré, dont la solution analytique est connue.

La validation est quant à elle effectuée sur un cas expérimental du projet ATRAN, significatif des configurations d'un moteur d'avion. L'expérience modélise le refroidissement moteur par ventilation dédiée. La définition du banc expérimental, mettant en jeu une plaque plane chauffée en face arrière et refroidie en face avant par un jet en écoulement transverse, est présentée.

Les résultats expérimentaux obtenus en soufflerie par les moyens de mesure de LDV (*Laser Doppler Velocimetry*) et PIV (*Particle Image Velocimetry*) pour l'écoulement et de thermographie infrarouge pour le solide sont ensuite présentés. L'accent est mis sur les erreurs et incertitudes expérimentales, et le rôle de chacune des mesures quant à la validation : l'obtention de conditions aux limites ou de champs pour la comparaison avec les résultats numériques.

La présentation des simulations numériques réalisées avec CEDRE sur la configuration expérimentale est enfin suivie de la comparaison des résultats numériques et expérimentaux, qui permet la validation de la méthodologie de couplage.

Chapitre 6

Vérification et validation

L'objectif de ce chapitre bibliographique est de mettre en avant la nécessité de la mise en place d'une expérience de validation pour la méthodologie numérique présentée dans ce mémoire. Il est aussi de faire une présentation générale de la démarche de vérification et validation et en particulier de la spécificité des expériences de validation.

6.1 Validation du couplage : état de l'art

La validation du couplage thermique en stationnaire utilise souvent le cas très documenté de l'aube NASA-C3X [44]. C'est vrai notamment du couplage de MSD avec ABAQUS [30], de ceux de Montenay [59], de Kao et Liou [50] ou encore de Bohn *et al* [11] [10] [9] qui ont également utilisé une expérience similaire sur une aube Mark II. D'autres expériences effectuées à la NASA [89] [80] [84] [27] [26] ont servi à la validation du couplage de Sondak *et al* [83] [82], destiné à estimer les conséquences d'une distribution de température non uniforme sur la performance d'une turbine. Bien que le couplage soit instationnaire, les données des cas de validation ne portent que sur le fluide et sont stationnaires.

Ce cas pointe un problème important pour les validations expérimentales. Comme le montrent Oberkampf et Trucano [63], l'usage de publications pour la validation est souvent délicate. Elles doivent alors être suffisamment documentées pour que ne manque aucune des données nécessaires à la validation. C'est pourquoi les développeurs de couplage ont parfois réalisé leur propre base de données expérimentales de validation. Le couplage effectué par EMBRAER [64] a ainsi été validé sur des résultats d'une campagne d'essais en vol. Wang *et al* [88] ont utilisé une expérience sur des joints très adaptée à leurs besoins de représentation instationnaire de l'érosion des joints dans les navettes spatiales.

Pour les couplages instationnaires, très peu de bases de données expérimentales sont disponibles. Rahaim *et al* [74] ont ainsi développé leur propre cas de validation sur des cônes en écoulement hypersonique. Il s'agit du seul ensemble de données expérimentales trouvé pour la validation du couplage instationnaire.

6.2 Définitions

La validation des codes de calcul sous la forme d'une simple comparaison qualitative sur un graphe de données expérimentales et numériques est assez courante mais insuffisante. Se développe une véritable science

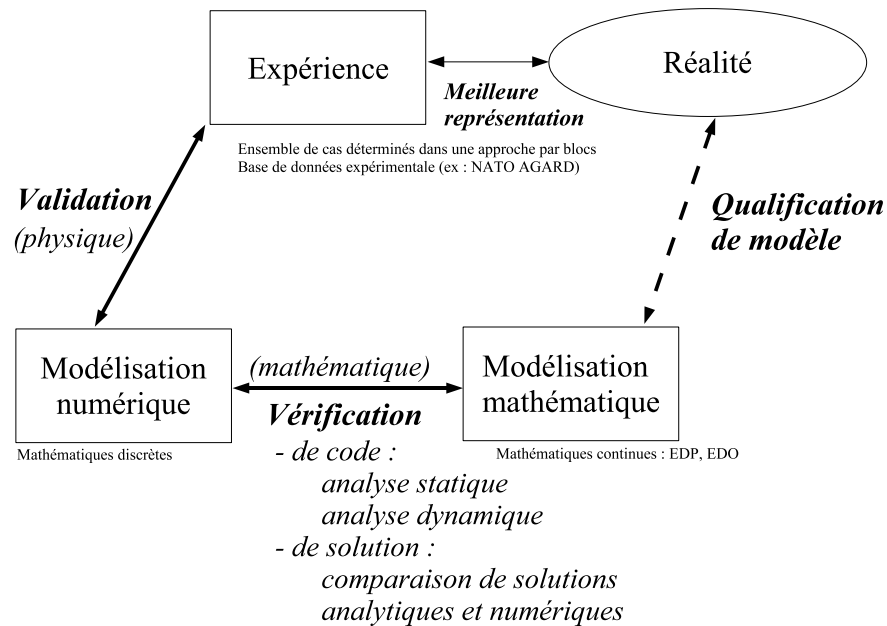


FIG. 6.1 – Définitions de la vérification et de la validation

de la validation. Dans ce cadre, la terminologie est essentielle, et notamment la distinction des termes validation et vérification. Oberkampf et Trucano [63] ont recensé plusieurs définitions pour la validation et la vérification, dont la plus générale est celle de l'IEEE et la plus facile à appliquer pour les problèmes de CFD celle de l'AIAA. Selon l'AIAA, "la vérification est la procédure visant à déterminer que l'implémentation d'un modèle représente précisément la description conceptuelle qu'a le développeur du modèle et de sa solution. La validation est la procédure visant à déterminer le degré auquel un modèle est une représentation précise de la réalité (dans la limite de l'usage prévu du modèle)". Ce sont deux définitions qui correspondent bien au schéma 6.1 issu de la définition de la *Society for Computer Simulation*. La vérification s'attache à l'affirmation de la validité mathématique, c'est-à-dire la bonne adéquation de la modélisation mathématique (mathématiques continues sous forme d'équations aux dérivées partielles) et de la modélisation numérique (mathématiques discrètes) d'un phénomène. La validation vise à démontrer la validité physique en s'assurant du bon accord de la simulation numérique avec des données expérimentales (considérées comme la meilleure représentation de la réalité). Il est à noter que la validation comme la vérification sur quelques cas ne peuvent rigoureusement être étendues pour tous les cas.

Peut être ajoutée la définition de ce qui est le but de la réalisation des codes de calcul, la prédiction : l'utilisation d'un modèle numérique pour prédire l'état d'un système physique sous des conditions pour lesquelles le modèle n'a pas été validé. Oberkampf et Trucano [63] incitent à une confiance dans les simulations numériques plus mesurée que pour les théories scientifiques traditionnelles car elles dépendent de la même logique à laquelle s'ajoutent de nombreux problèmes théoriques (algorithmes de discrétisation, qualités de maillage) ou pratiques (dépendance du matériel informatique, confiance dans les codes sources, les qualités d'analyse).

Enfin, puisque la validation ne consiste pas simplement à comparer des données numériques et expérimen-

tales, mais aussi à évaluer des incertitudes et erreurs expérimentales et numériques, les définitions données par l’AIAA de ces termes sont également données. L’erreur est le défaut reconnaissable dans n’importe quelle phase de la modélisation et de la simulation et qui n’est pas dû à un manque de connaissance. Une erreur non reconnue est un bug, une faute, une erreur sur un paramètre d’entrée... Une erreur reconnue est la divergence par rapport à la solution de référence (erreur d’arrondi, de discrétisation, d’approximation de modèle). L’incertitude, selon une première définition statistique, est une estimation de la différence entre une valeur observée et la réalité. Elle peut aussi être définie comme la somme d’une quantité aléatoire, possiblement décrite par une densité de probabilités, caractérisant un non déterminisme (des variations aléatoires associées au système physique), et d’une quantité réductible, due au manque de connaissances sur l’environnement (l’absence de mesure d’une donnée par exemple).

6.3 Vérification

La vérification a pour but l’identification, la quantification et la réduction d’erreurs dans le modèle numérique et sa solution. Elle se scinde en vérification de code (détection des erreurs de programmation) et vérification de solution (quantification des erreurs dues à l’insuffisance de discrétisation spatiale ou temporelle, à la convergence insuffisante d’une procédure itérative ou aux arrondis).

La première s’effectue par des analyses statique et dynamique. L’analyse statique repose sur des informations *a priori*, obtenues sans exécution du code : la détermination de la consistance, de la stabilité et de l’ordre de précision de la discrétisation, ainsi que la vérification de la bonne implémentation du code par des méthodes formelles et la détection des problèmes de compilation. L’analyse dynamique rassemble des informations *a posteriori* : des tests de non régression, ou autres tests “glass-box” (essais par le développeur de points très précis) ou “black-box” (essais par l’utilisateur de fonctionnalités précises).

La vérification de solution consiste à évaluer les erreurs numériques et s’assurer que l’erreur de discrétisation tend vers 0 quand le maillage spatial et temporel est raffiné, à l’aide de comparaisons entre les simulations numériques et :

- des solutions analytiques exactes (souvent des séries, des intégrales complexes ou des développements asymptotiques de précision plus facile à quantifier que la solution numérique) ;
- des solutions semi-analytiques ;
- des cas de référence représentatifs de la complexité de l’application. Oberkampf et Trucano considèrent cependant les cas de référence et la proximité de la complexité des configurations souhaitées comme souvent contradictoires.

Les cas tests doivent être adaptés aux besoins spécifiques : le couplage dans le cadre de cette thèse. Une solution de référence ne peut être prise en compte que si elle a été vérifiée consciencieusement. Les solutions analytiques ne peuvent être obtenues que sur des cas extrêmement simples. La MMS (*Method of Manufactured Solutions*) permet de traiter des cas plus complexes : une forme spécifique de fonction est supposée solution de l’équation aux dérivées partielles, y est intégrée par calcul de toutes les dérivées. Cela revient à ajouter un terme source à l’équation d’origine qui devient le problème dont on a supposé la solution. Une fois le terme source programmé, les tests peuvent être effectués.

Une méthode inspirée de celle de Richardson (présentée par Oberkampf et Trucano [63]) permet également d’obtenir des informations en terme de précision sur des cas dont la solution analytique n’est pas connue,

sous réserve de la régularité de la solution \mathcal{U} ¹. Trois simulations avec des tailles de maille $\delta x_1 = \frac{\delta x_2}{r_{cv}} = \frac{\delta x_3}{r_{cv}^2}$ ($r_{cv} > 1,1$), telles que la région asymptotique de discrétisation (où la convergence est monotone) est atteinte, permettent alors d'estimer la solution exacte \mathcal{U}_{ex} et l'erreur de discrétisation par rapport cette solution exacte. Pour cela, dans un premier temps, l'ordre de convergence de la solution est obtenu par :

$$p_{cv} = \frac{\ln\left(\frac{\mathcal{U}_3 - \mathcal{U}_2}{\mathcal{U}_2 - \mathcal{U}_1}\right)}{\ln(r_{cv})} \quad (6.1)$$

Des deux maillages les plus fins (1 et 2) est alors tirée une estimation de la solution asymptotique à discrétisation spatiale nulle :

$$\mathcal{U}_{\delta x \rightarrow 0} \simeq \mathcal{U}_1 + \frac{r_{cv}^{p_{cv}}(\mathcal{U}_2 - \mathcal{U}_1)}{r_{cv}^{p_{cv}} - 1} \quad (6.2)$$

Il s'agit d'une estimation au $(p_{cv} + 1)$ ^{ème} ordre. L'erreur effectuée en utilisant le maillage de référence est également estimée par :

$$\epsilon_{cv} = \frac{\epsilon}{r_{cv}^{p_{cv}} - 1}, \text{ où } \epsilon = \left| \frac{\mathcal{U}_2 - \mathcal{U}_1}{\mathcal{U}_1} \right| \quad (6.3)$$

Enfin, l'indice de convergence en maillage (GCI : *Grid Convergence Index*), utile pour la vérification de la convergence, est :

$$GCI_{12} = \frac{F_s \epsilon}{r_{cv}^{p_{cv}} - 1} \quad (6.4)$$

$F_s = 1,25$ est un facteur de sécurité. Il est à vérifier que $GCI_{23} = r_{cv}^{p_{cv}} GCI_{12}$ pour s'assurer que la zone asymptotique de convergence est atteinte pour les simulations sur les trois maillages.

6.4 Validation

La validation vise d'une part à identifier et quantifier l'erreur et l'incertitude dans les modèles conceptuel, numérique et expérimental, et d'autre part à comparer les résultats numérique et expérimental.

6.4.1 Spécificité des expériences de validation

Oberkampf et Trucano définissent les expériences de validation comme un type expérimental à part entière. Ils distinguent en effet les expériences :

- de découverte physique : pour améliorer la compréhension fondamentale d'un phénomène physique ;
- pour construire ou améliorer des modèles mathématiques (d'écoulements assez bien connus par exemple) ;
- pour déterminer ou améliorer la confiance, la performance ou la sûreté d'un système ;
- de validation : pour déterminer la validité ou la précision prédictive d'un modèle numérique ou d'un outil de simulation.

Les expériences de validation demandent alors un soin particulier sur les quelques points suivants :

¹<http://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html>

6.4.1.1 Recommandation 1

La réalisation de l'expérience de validation doit être conjointe par les expérimentateurs, les développeurs (modèle et code) et les utilisateurs, avec une compréhension complète des aspects difficiles de chaque approche.

Dans le cadre de ce projet, les équipes de développement et d'expérimentation, dont les frontières n'étaient pas aussi rigides, ont en effet beaucoup collaboré notamment afin de définir les types de conditions aux limites instationnaires à réaliser expérimentalement et à implémenter dans le code, ainsi que pour évaluer des temps d'expérience, ou encore l'impact de certaines incertitudes expérimentales sur la comparaison avec les simulations.

6.4.1.2 Recommandation 2

L'expérience est faite pour capturer la physique essentielle et inclure toutes les données physiques du modèle et les conditions initiales et aux limites utiles pour le code.

Les expérimentateurs doivent comprendre les hypothèses des modèles pour que l'expérience soit convenable (même si les hypothèses peuvent être difficiles à réaliser : l'obtention d'un écoulement réellement 2D par exemple est délicate). Les données critiques sont mesurées et surveillées par divers moyens de mesures (par exemple, la vitesse en entrée de soufflerie à l'aide de la LDV et d'une sonde de Pitot).

Les numériciens doivent comprendre les difficultés expérimentales, assurer que tous les phénomènes physiques intéressants sont simulés et définir des conditions aux limites réalisables (non uniformes et instationnaires ici).

Oberkampf et Trucano [63] ont listé un ensemble de mesures essentielles et pourtant manquantes dans de nombreuses publications : la mesure précise des dimensions effectives, l'état de surface, la localisation de la transition de couche limite, les mesures de turbulence d'écoulement libre, l'emplacement précis des points de mesure, la pression sur la section de sortie du domaine calculé. Il est intéressant de noter, par exemple, qu'une condition aux limites (en face arrière du cône) est manquante dans la publication sur l'expérience de validation de Rahaim *et al* [74].

6.4.1.3 Recommandation 3

Une expérience de validation doit insister sur la synergie inhérente des approches numérique et expérimentale, l'intérêt d'une approche pouvant compenser les faiblesses de l'autre. Dans le cadre de cette thèse, des simulations de dimensionnement ont ainsi permis de choisir les dimensions, vitesses et températures des expériences.

6.4.1.4 Recommandation 4

La définition de l'expérience doit se faire par coopération avec les numériciens mais l'indépendance entre les résultats numériques et expérimentaux doit être maintenue. Les évaluations d'erreur et d'incertitude doivent en particulier être faites avant la comparaison. L'indépendance des résultats doit éviter les questions dangereuses comme "pourquoi raffiner puisque les résultats expérimentaux et numériques coïncident ?". Cette indépendance peut être assouplie pour les codes universitaires. Ici, l'obtention des résultats expérimentaux et numériques aura été faite par les mêmes personnes. Cependant, ils ont été obtenus et affinés sans interaction.

6.4.1.5 Recommandation 5

Une hiérarchie des mesures par ordre croissant de la difficulté numérique et de la spécificité doit être établie (des variables intégrées vers les mesures locales par exemple), en relation avec le niveau de crédibilité dans

l'activité de validation.

6.4.1.6 Recommandation 6

L'expérience est faite pour analyser et estimer les composantes de la précision et de l'erreur systématique expérimentales.

Réaliser l'expérience dans plusieurs installations (ici plusieurs souffleries), ou bien par plusieurs expérimentateurs, avec différentes techniques, peut permettre de s'assurer de l'élimination d'erreurs systématiques. Cela n'a pas été possible car la contrainte de temps et de matériel est très forte.

6.4.2 Définition des expériences de validation

L'approche recommandée par Oberkampf et Trucano [63] pour la définition des expériences de validation est l'approche par blocs, qui est plus particulièrement adaptée aux problèmes industriels. Le système complet (la machine pour laquelle un outil de simulation numérique est demandé et sur laquelle une expérience de validation ne peut pas toujours être directement menée du fait de la simultanéité de tous les effets physiques et géométriques) est divisé en sous-systèmes. Ceux-ci réduisent le degré de couplage des phénomènes physiques par une première décomposition en problèmes simplifiés ou en composants dont la physique est moins complexe (la géométrie restant d'origine). La subdivision suivante, celle des cas tests de référence, simplifie la géométrie : les composants sont spécialement fabriqués, avec des propriétés et des matériaux arrangeants. Deux ou trois phénomènes physiques sont couplés au maximum. Des relevés d'incertitude expérimentale peuvent être réalisés à partir de ces cas. La dernière étape est celle des problèmes unitaires, souvent très différents du sous-système dont ils sont originaires. Le matériel, de grande précision, de géométrie très simple et très instrumenté, est fabriqué spécialement et n'autorise qu'un élément de physique à la fois. Le but est d'obtenir des données expérimentales précises et des données d'incertitude complètes.

Une fois effectuée la hiérarchisation des expérimentations selon la structure de blocs (qui n'est pas unique), celles qui sont réalisables et susceptibles de donner des résultats de validation de qualité doivent être choisies. La structure choisie pour la validation du couplage thermique instationnaire sur une configuration de nacelle de moteur d'avion est présentée sur la figure 6.2. Elle résulte de la collaboration de l'ONERA avec AIRBUS et SNECMA. Seules les expériences dont la réalisation est effective ou prévue sont présentées comme problèmes unitaires. L'effet des déformations est négligé ainsi que le rayonnement autant que possible car la validation doit concerner essentiellement le couplage par conduction thermique entre le fluide et le solide.

6.5 Validation et précision

6.5.1 Erreur et incertitude

Soit \mathcal{U} une grandeur à la fois calculée et mesurée. L'erreur totale est $\Delta = \mathcal{U}_{\text{nature}} - \mathcal{U}_{\text{discret}}$, où $\mathcal{U}_{\text{nature}}$ et $\mathcal{U}_{\text{discret}}$ sont respectivement les valeurs vraie et calculée. Oberkampf et Trucano [63] la décomposent en :

$$\Delta = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4$$

où :

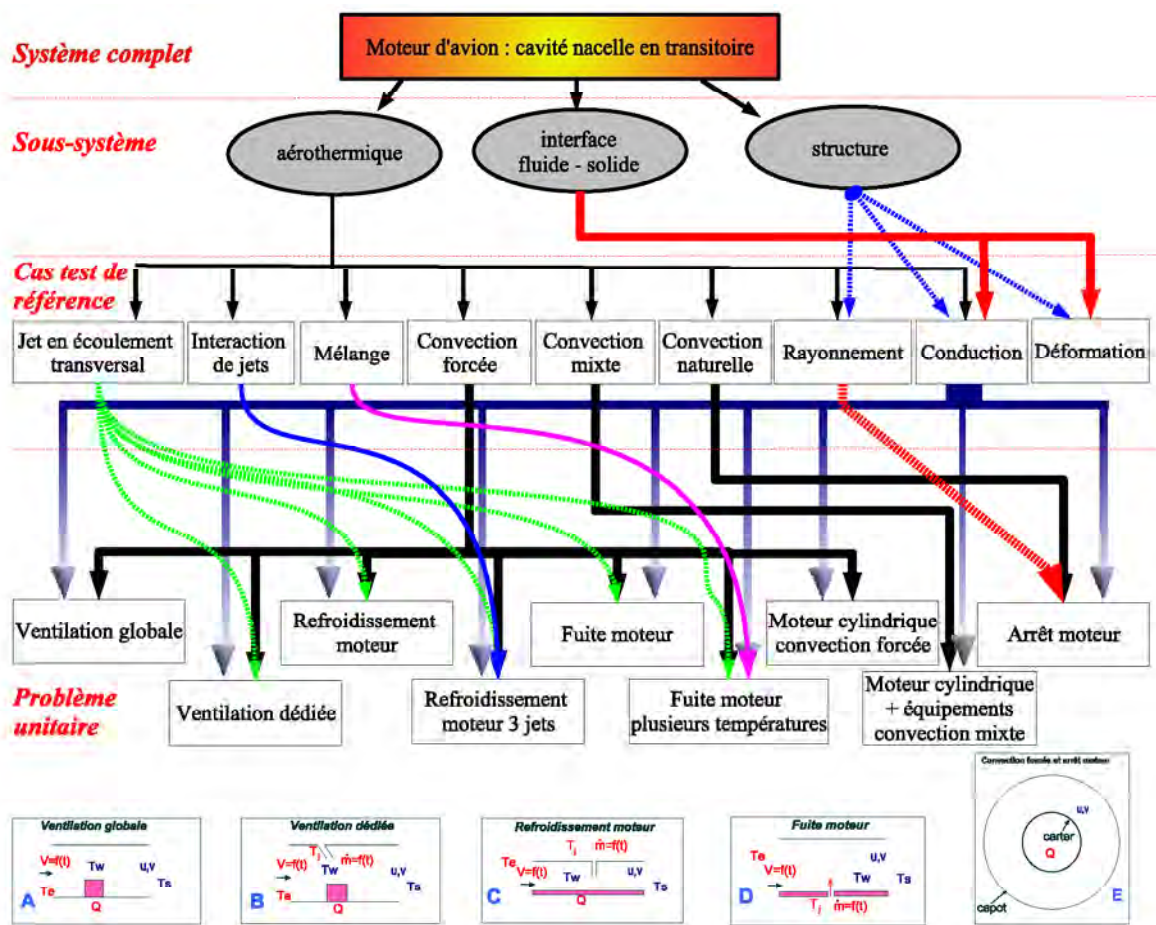


FIG. 6.2 – Approche par blocs

- $\epsilon_1 = \mathcal{U}_{\text{nature}} - \mathcal{U}_{\text{exp}}$ regroupe les erreurs et incertitudes expérimentales. $\mathcal{U}_{\text{nature}}$ (dans la répétabilité) comme sa mesure expérimentale (dans les incertitudes), \mathcal{U}_{exp} , sont des variables aléatoires. Mais l'erreur systématique représente souvent la plus grande part. Celle-ci peut être estimée par plusieurs réalisations de la même expérience dans différentes installations, par différents expérimentateurs, mais aussi en utilisant les symétries de l'installation et la comparaison des données expérimentales adéquates dans la soufflerie et sur le modèle réel. Les erreurs dues à la répétabilité peuvent être évaluées par répétition des tirs expérimentaux dans des ordres différents, différents jours ou encore après démontage et remontage de la maquette ;
- $\epsilon_2 = \mathcal{U}_{\text{exp}} - \mathcal{U}_{\text{ex}}$ est l'erreur de modélisation. Elle contient, dans la solution exacte de l'équation aux dérivées partielles \mathcal{U}_{ex} , des erreurs reconnues (hypothèses de continuité du fluide, d'incompressibilité, d'écoulement à nombre de Prandtl constant ou encore de modélisation de la turbulence), ou non reconnues. Pour ces dernières, des modèles alternatifs peuvent être utilisés et classés par ordre de précision de reproduction du phénomène. ϵ_2 inclut aussi des incertitudes sur la rugosité de surface ou tout autre paramètre non mesuré et nécessaire à l'obtention de \mathcal{U}_{ex} ;
- $\epsilon_3 = \mathcal{U}_{\text{ex}} - \mathcal{U}_{\text{discret},0}$ est l'erreur introduite par la solution exacte des équations discrètes (avec les pas de discrétisation spatiale et temporelle tendant vers 0). Elle est nulle si le schéma est fortement consistant et stable ;
- $\epsilon_4 = \mathcal{U}_{\text{discret},0} - \mathcal{U}_{\text{discret}}$ est l'erreur de discrétisation, au mieux de l'ordre de la précision machine et estimée par des expériences numériques.

Même si souvent l'erreur totale Δ peut s'avérer grande, elle peut aussi être nulle par compensation des termes. D'où l'intérêt des activités de validation pour estimer ϵ_1 et ϵ_2 et de vérification pour quantifier ϵ_3 et ϵ_4 . Ces estimations permettent d'éviter les deux types d'erreur définis par la théorie des essais d'hypothèses (méthode visant à choisir entre deux modèles concurrents en utilisant la théorie des probabilités pour minimiser le risque d'une décision incorrecte). Le premier est le risque du développeur, qui est celui du rejet de la validité d'un modèle pourtant valide à cause d'erreurs numériques ou expérimentales. Le deuxième, le plus dangereux, est celui de l'utilisateur et consiste en l'acceptation d'un modèle pourtant non valide, à cause de compensations d'erreurs. Par ailleurs, pour des écoulements complexes, des paramètres caractérisant \mathcal{U}_{ex} sont parfois ajustés afin d'annuler Δ . Cette calibration ne peut alors être admise que si ϵ_3 et ϵ_4 sont petits.

Seules des conclusions faibles quant à la validation peuvent être tirées si les estimations d'erreur numérique ou expérimentale sont grandes. Mais, selon Oberkampf et Trucano [63], aucune conclusion ne peut être tirée si l'erreur due à la convergence en maillage n'est pas estimée, tout comme si une seule mesure expérimentale est effectuée.

Un élément d'incertitude commun à ϵ_2 et ϵ_3 est l'incertitude paramétrique stochastique, due aux paramètres mal connus, mesurés ou contrôlés et pourtant nécessaires comme paramètres d'entrée de la simulation. L'approche standard consiste à estimer par un moyen ou un autre une valeur unique du paramètre et calculer la solution avec cette valeur. Cette méthode est adéquate si l'expérience suggère que la gamme de variation du paramètre est peu étendue et que la simulation est peu sensible au paramètre. Si ce n'est pas le cas, l'incertitude du paramètre doit être incorporée directement dans l'analyse numérique comme suit.

1. caractérisation de la source d'incertitude : l'incertitude sur le paramètre est caractérisée par une distribution de probabilité, supposée ou estimée expérimentalement si suffisamment de données sont disponibles ;
2. simulation d'ensemble : sélection, selon une procédure d'échantillonnage statistique (Monte-Carlo, Latin

Hypercube ...), d'un ensemble de valeurs dans la distribution. Un ensemble de simulations est réalisé avec chacune des valeurs sélectionnées ;

3. quantification d'incertitude sur les résultats : une distribution de probabilités est estimée pour les variables de sortie.

L'ensemble de la procédure et en particulier l'ensemble des simulations est nécessaire car la moyenne des résultats est bien sûr généralement différente du résultat obtenu à partir d'une valeur moyenne du paramètre d'entrée.

6.5.2 Incertitudes expérimentales

L'exploitation de mesures résulte de moyennes sur un échantillon. Sa taille finie induit une incertitude sur les moyennes et écart-types. La définition de ces grandeurs statistiques repose en effet théoriquement sur un échantillon de taille infinie. L'incertitude est alors calculée moyennant l'utilisation de la loi des grands nombres et de la théorie de l'estimation, éventuellement adaptées si l'échantillon ne peut pas être considéré comme un ensemble de variables aléatoires indépendantes. Soit une variable aléatoire X , de moyenne \bar{X} et d'écart-type σ . Dans l'hypothèse d'un rapport signal sur bruit infini, avec un échantillon de mesures $(X_i, i \in [1, n])$ visant à reconstituer X , si X suit une loi normale, selon la loi des grands nombres, la moyenne $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ est aussi une loi normale d'écart-type $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Donc [6] :

$$\mathcal{P} = \text{prob}(|\bar{X}_n - \bar{X}| \leq \epsilon) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\frac{\epsilon\sqrt{n}}{\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$A(\mathcal{P}) = \frac{\epsilon\sqrt{n}}{\sigma}$ s'en déduit. Par exemple :

\mathcal{P}	0,999	0,99	0,95	0,90	0,85
$A(\mathcal{P})$	3,2905	2,5758	1,9600	1,6449	1,4395

Les incertitudes de mesure sur la moyenne et la variance découlent alors :

$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{A(\mathcal{P})}{\sqrt{n}} \cdot \frac{\sqrt{\overline{U'^2}}}{U} \quad (6.5)$$

$$\frac{\Delta \overline{U'^2}}{\overline{U'^2}} = \frac{\sqrt{2}A(\mathcal{P})}{\sqrt{n}} \quad (6.6)$$

Dans le cas d'un échantillon de mesures corrélées, ce qui est le cas quand la plus basse fréquence du phénomène est inférieure à la cadence d'acquisition :

$$n = \frac{N \cdot f_p}{f_a}$$

où N est le nombre total de mesures, f_p est la plus basse fréquence de l'écoulement et f_a la cadence de l'acquisition.

Ces expressions sont utilisées pour évaluer l'incertitude statistique, à une probabilité de 99% sur les mesures de vitesse par PIV et LDV, ainsi que celles de température par thermographie infrarouge. Les autres données mesurées intervenant directement dans la simulation ou la comparaison expérience / simulation sont des températures mesurées par thermocouples.

6.5.3 Métrique de validation

L'évaluation du degré de satisfaction lors d'une validation passe par la mise en place d'une métrique de validation. Celle-ci doit comprendre une estimation de l'erreur numérique en tant qu'erreur de biais et non en tant que distribution aléatoire, une estimation de l'erreur expérimentale (aléatoire et de biais), refléter toutes les incertitudes et erreurs dues à la modélisation et au processus de simulation. Elle doit également inclure l'incertitude paramétrique stochastique et révéler le niveau de confiance dans les mesures expérimentales (et donc faire intervenir le nombre de répétitions de l'expérience).

La métrique \mathcal{V} suivante est alors proposée par Oberkamp et Trucano [63] :

$$\mathcal{V} = 1 - \frac{1}{L} \int_0^L \tanh \left(\left| \frac{y(x) - \bar{Y}(x)}{\bar{Y}(x)} \right| + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} \left| \frac{z}{\bar{Y}(x)} \right| f(z) dz \right) dx \quad (6.7)$$

où :

- N est le nombre de mesures par point expérimental x_i ;
- y est le résultat numérique ;
- $\bar{Y}(x_i) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N Y_n(x_i)$ avec Y_n les résultats expérimentaux ;
- L est la longueur géométrique sur laquelle sont faites les mesures. Une extension immédiate de la métrique proposée pour des mesures selon une ligne à des mesures sur une surface est obtenue par une moyenne surfacique ;
- $\sigma(x)$ est la déviation standard d'échantillonnage qui caractérise l'incertitude expérimentale : $\sigma^2(x_i) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (Y_n(x_i) - \bar{Y}_n(x_i))^2$;
- $f(z)$ est la fonction de densité de probabilité : $f(z, \nu) = \frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\sqrt{\nu\pi}\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(1 + \frac{z^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$ où ν est le nombre de degrés de liberté ($N-1$) et $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} \xi^{\alpha-1} e^{-\xi} d\xi$.

La fonction métrique n'est pas unique (le choix de la fonction \tanh notamment est arbitraire). \mathcal{V} normalise la différence entre les résultats expérimentaux et numériques. Elle est égale à 1 si aucune différence n'existe entre les résultats expérimentaux et numériques et qu'il n'y a pas d'erreur expérimentale. Au contraire, elle tend vers 0 si les erreurs relatives sont importantes. Une métrique définie du point de vue "essai d'hypothèse" serait : si pour tout i , $\frac{y(x_i) - Y(x_i)}{Y(x_i)} < \epsilon$, le modèle est valide, sinon il est rejeté. La métrique \mathcal{V} est quant à elle une véritable mesure de l'accord des résultats expérimentaux et numériques. Elle intègre la variance estimée et le nombre de mesures N . Si N est grand, l'intégrale interne tend vers 0 et la fonction de probabilité tend vers une gaussienne. Dans l'exemple donné de métrique, doivent être ajoutées de la même façon que pour les incertitudes expérimentales les incertitudes paramétriques stochastiques et les erreurs de discrétisation. Par ailleurs, la définition d'une métrique en instationnaire reste à faire. Une extension possible sur une durée de mesure T est :

$$\mathcal{V} = 1 - \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{1}{L} \int_0^L \tanh \left(\left| \frac{y(x) - \bar{Y}(x)}{\bar{Y}(x)} \right| + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} \left| \frac{z}{\bar{Y}(x)} \right| f(z) dz \right) dx \right] dt$$

6.6 Conclusion

La méthodologie de couplage exposée dans ce mémoire sera par la suite vérifiée et validée selon la démarche exposée dans ce chapitre.

La vérification sera effectuée sur un cas dont la solution analytique est connue. La validation nécessite la réalisation d'une expérience propre aux applications visées dans un premier lieu, les phénomènes aérothermiques au sein des moteurs d'avion. L'expérience sera décrite en détails, avec un soin tout particulier pour l'évaluation des erreurs et incertitudes.

Chapitre 7

Cas de vérification

Le but de ce chapitre est d'évaluer le bon accord de la méthode de couplage avec le modèle mathématique du phénomène couplé aérothermique fluide / solide. L'intérêt de la méthode est aussi évalué en comparant les résultats obtenus par celle-ci, avec ou sans corrections conservatives, avec ceux donnés par une méthode de type stationnaire où les conditions aux limites de couplage ne sont pas calculées mais échangées (le fluide reçoit la température du solide, ce dernier le flux de chaleur du fluide).

Le cas de vérification choisi est la comparaison avec les résultats analytiques, présentés au paragraphe 1.3.2, de Pozzi et Tognaccini [71] d'une plaque plane épaisse accélérée de façon impulsive jusqu'à une vitesse constante et en régime laminaire. Il s'agit d'un cas 1D. Les données principales du cas de calcul seront brièvement rappelées avant de décrire la reproduction du cas pour la simulation numérique et de comparer les résultats obtenus par les deux approches.

7.1 Cas de calcul analytique

Les conditions de calcul utilisées par Pozzi et Tognaccini sont : le nombre de Mach $M = 3$, le nombre de Prandtl $Pr = 0,72$, le rapport des chaleurs spécifiques $\gamma = 1,4$, le paramètre de couplage statique $p = \frac{e\sqrt{Re}\lambda_\infty}{L\lambda_s} = 1$, le paramètre de couplage dynamique $t_{fs} = \frac{D_{th,s}}{e\|\vec{V}_\infty\|} = 1$ et la température relative (à la température fluide) en face arrière de la plaque $\theta_e = \frac{T_e - T_\infty}{T_\infty} = 2$. e est l'épaisseur de la plaque, L une longueur caractéristique de l'écoulement, prise égale à e par les auteurs, et les valeurs pour le fluide et le solide sont indexées respectivement par ∞ et s . Par ailleurs, les données analytiques sont obtenues, en régime compressible, avec une variation linéaire en fonction de la température de la conductivité thermique et de la viscosité du fluide (afin de pouvoir utiliser la transformation de Stewartson-Dorodnitsin).

7.2 Description des simulations numériques

Pour la vérification, le cas précédemment exposé est également simulé. Les conditions pour les simulations sont déduites des données du cas analytique. Elles n'ont pas de réelle signification physique, mais permettent d'effectuer des comparaisons avec la solution analytique sur un cas où les températures évoluent rapidement.

7.2.1 Obtention des données

Les simulations numériques sont alors effectuées avec les conditions suivantes :

1. pour le fluide :

- l'écoulement est laminaire,
- le nombre de Mach $M = 3$ et le nombre de Prandtl $Pr = 0,72$,
- les valeurs statiques : $T_\infty = 300K$, $P_\infty = 101325Pa$,
- ou encore les valeurs d'arrêt isentropique :

$$T_{i\infty} = T_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) = 840K$$

$$P_{i\infty} = P_\infty \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = 3\,721\,943Pa,$$

- une viscosité de loi linéaire en fonction de la température : $\mu(T) = \mu_\infty \frac{T}{T_\infty}$, où la viscosité μ_∞ à la température T_∞ suit la loi de Sutherland (avec $\mu_0 = 1,68 \cdot 10^{-5} SI$, $T_0 = 273K$, $S = 110,5K$) :

$$\mu_\infty = \mu_0 \left(\frac{T_\infty}{T_0}\right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T_\infty + S} = 1,808 \cdot 10^{-5} SI.$$

2. pour le solide :

- l'épaisseur de la plaque $e = 0,05m$,
- la température de face arrière $T_e = \theta_e T_\infty + T_\infty = 900K$,

$$\lambda_s = \lambda_\infty \sqrt{\frac{b \|\vec{V}_\infty\|}{\nu_\infty}} \text{ et } D_{ths} = e \|\vec{V}_\infty\|.$$

$$\text{Or } \|\vec{V}_\infty\| = M_\infty \sqrt{\gamma r T_\infty} = 1041,57m/s; \nu_\infty = \mu_\infty \frac{r T_\infty}{P_\infty} = 1,536 \cdot 10^{-5} m^2/s; D_{th\infty} = \frac{\nu_\infty}{Pr} = 2,13 \cdot 10^{-5} m^2/s;$$

$$\lambda_\infty = D_{th\infty} \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \frac{P_\infty}{r T_\infty} = 0,02518W/m/K.$$

$$\text{Soit finalement : } \lambda_s = 46,363W/m/K, D_{ths} = 52,0785m^2/s, (\rho c)_s = 0,8902J/m^3/K.$$

7.2.2 Conditions initiales

A $t < 0$, l'air est à vitesse nulle, température T_∞ et pression P_∞ . Le solide est à la température T_∞ .

A $t = 0s$, l'écoulement passe brusquement au régime $M = 3$, avec conditions de température et pression statiques inchangées. Sauf en face arrière, le matériau conserve sa température.

Les conditions initiales sont donc prises à : M , $P_{i\infty}$, $T_{i\infty}$ pour l'air, et à T_∞ pour le solide.

7.2.3 Conditions aux limites

Afin de simuler l'aspect infini du problème, des conditions de périodicité (équivalentes dans ce cas à des conditions d'extrapolation) sont imposées en entrée et sortie (IN et OUT : figure 7.1) de l'écoulement d'air, ainsi que sur les côtés du solide (SIDE), et une condition d'extrapolation à l'"infini" (UP). Une condition isotherme à $T_e = 900K$ est imposée sur la face non mouillée du solide (DOWN).

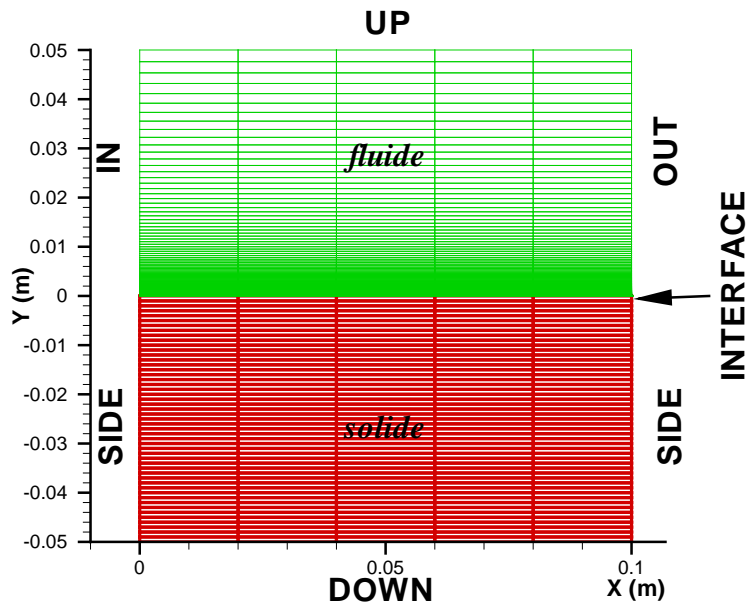


FIG. 7.1 – Maillage fin pour la simulation de la plaque plane épaisse accélérée brutalement dans un écoulement laminaire

7.2.4 Considérations temporelles

Le phénomène instationnaire est calculé sur une durée sans dimension : $t_{fs}\tau = 0,5$, où $\tau = \frac{t \|\vec{V}_\infty\|}{L}$. Alors les simulations sont réalisées pour $t = 0$ à $2,4 \cdot 10^{-5} s$.

7.2.5 Maillage

Le maillage utilisé pour la simulation est représenté sur la figure 7.1. Il s'agit d'un maillage solide et d'un maillage fluide coïncidents. Le maillage solide est régulier et composé de cellules d'épaisseur (verticale) δy_s . La taille des mailles du maillage fluide subit une évolution géométrique de raison 1,05 à partir de la paroi, la première maille ayant une hauteur de δy_f . Deux maillages sont utilisés : le premier avec $\delta y_s = 10^{-2} m$ et $\delta y_f = 10^{-6} m$, le second raffiné à $\delta y_s = 10^{-3} m$ et $\delta y_f = 1,7 \cdot 10^{-8} m$. Il est à noter que, pour ces tailles de maille, surtout dans le cas du deuxième maillage, l'influence de la diffusion visqueuse sur la stabilité du calcul devient importante.

7.2.6 Modèles numériques

Les simulations utilisant la méthode instationnaire de couplage étudiée dans cette thèse sont effectuées à l'aide de TYPHON. Celles réalisées avec la méthode de type stationnaire le sont avec CEDRE, où la méthode instationnaire complète n'est pas encore disponible.

7.2.6.1 Simulations avec TYPHON

L'intégration fluide est explicite, avec un nombre de CFL de 0,6. Le schéma d'intégration est de type HLLC [7]. L'intégration solide est également explicite, avec un nombre de Fourier de 0,4.

Le couplage est de type Fourier / Dirichlet, comme recommandé suite aux analyses de robustesse : le fluide reçoit la condition de type isotherme, le solide celle de type convection. Le système de corrections conservatives, quand il est utilisé, s'effectue dans le solide, avec correction conservative APRÈS (paragraphe 3.3.3).

7.2.6.2 Simulations avec CEDRE

L'intégration est implicite (type Backward Euler), avec une méthode de résolution de type GMRES. La discrétisation spatiale [21] utilise le schéma ODFI, proche de celui de Roe, et la méthode de Green côté fluide et celle des moindres carrés côté solide. Des limiteurs de pente de type Van Leer sont utilisés. Les conditions aux limites sont relaxées avec un temps de relaxation de 0,1s.

Avec CEDRE, la viscosité du fluide n'a pas une évolution linéaire avec la température. Elle suit la loi de Sutherland.

Le couplage est de type stationnaire : le solide impose sa température au fluide. Ce dernier donne au solide une condition écrite sous la forme $F_s = F_f + h(T_s - T_f)$. Le coefficient h introduit une pondération entre condition de Neumann (h petit) et condition de Dirichlet (h grand). Les coefficients h privilégiés sont petits, dans la mesure où la stabilité est conservée. La technique de la convergence locale n'est pas utilisée : le calcul avance de la même façon que pour la méthode étudiée dans cette thèse, bien que les conditions aux limites de couplage soient différentes.

7.3 Comparaison des données analytiques et numériques

La configuration de plaque plane infinie permet d'obtenir une température unique à l'interface entre le fluide et le solide. Celle-ci est un bon indicateur du phénomène couplé. Les comparaisons sont donc effectuées sur l'évolution temporelle de la température d'interface. Plus exactement, elle s'effectue sur la température sans dimension $\theta = \frac{T_I - T_\infty}{T_\infty}$, à l'interface, en fonction de τ . L'expression de la température d'interface est donnée par l'équation 1.8. La somme infinie est tronquée à 50 termes. La simulation numérique est effectuée dans plusieurs configurations :

- avec la méthode instationnaire ou avec une méthode de type stationnaire ;
- avec ou sans correction conservative ;
- avec une ou plusieurs itérations par cycle pour le fluide ;
- sur les deux maillages présentés précédemment.

7.3.1 Intérêt de la méthode instationnaire

La figure 7.2 montre que la précision des simulations (effectuées sur le maillage le moins fin, avec une durée de cycle de $3,2 \cdot 10^{-8} s$) est nettement meilleure avec la méthode instationnaire étudiée dans ce mémoire qu'avec une méthode stationnaire. Avec ou sans correction, les résultats sont en effet plus proches de la solution analytique, surtout aux temps courts. Afin de mettre hors de cause l'influence de la loi de variation de la viscosité du fluide, une simulation a été effectuée avec la méthode instationnaire et la loi de Sutherland. Contrairement à ce que donne la méthode stationnaire, les résultats sont assez proches de la valeur analytique.

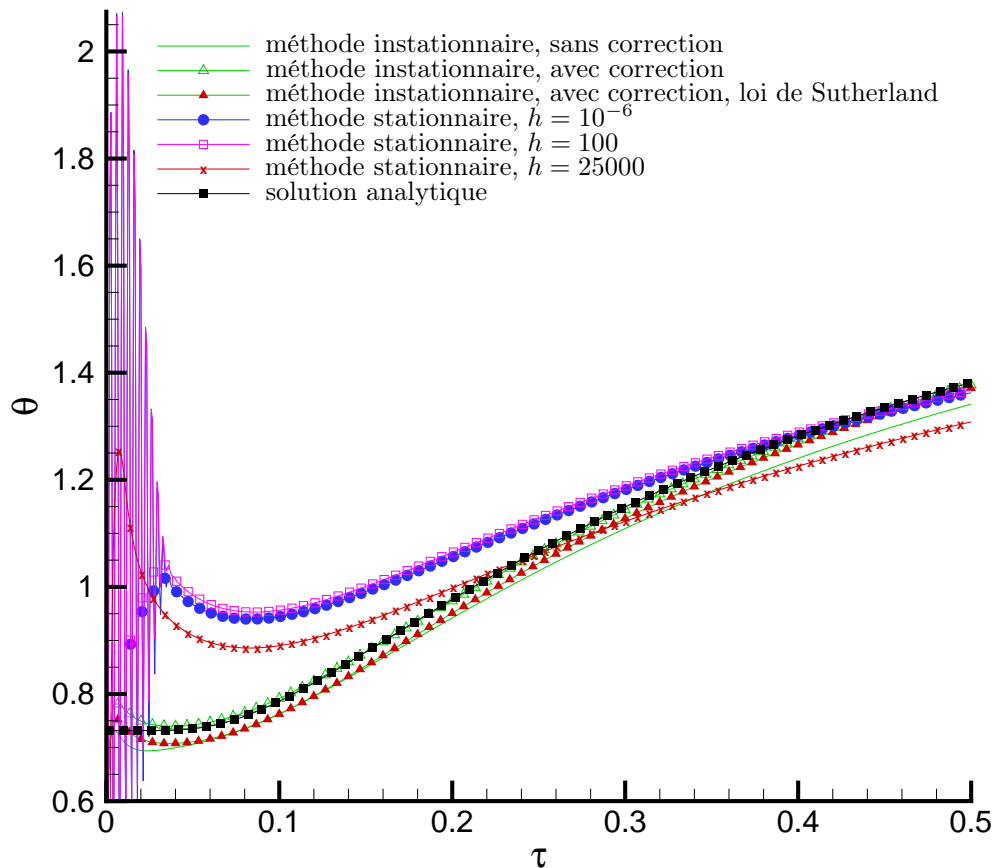


FIG. 7.2 – Influence de la méthode instationnaire sur la précision des simulations numériques : température à l’interface

La méthode stationnaire a de plus une nette tendance à osciller aux premiers instants. Elle le fait d’autant plus que h est faible, et donc que la condition est proche d’une condition de Neumann. Cela est cohérent avec les résultats des analyses de stabilité du chapitre 4. Ces oscillations mènent à des résultats erronés aux instants courts. L’augmentation de h atténue les oscillations mais la température d’interface semble s’éloigner de la valeur obtenue analytiquement quand le temps augmente (cas $h = 25000$). Outre le problème de la précision, la difficulté d’utilisation de la méthode stationnaire repose donc dans le choix du coefficient h , qui conditionne très fortement la stabilité et la précision instationnaire.

7.3.2 Influence de la durée de cycle

Les figures 7.3 et 7.4 montrent l’influence de la durée de cycle sur la précision des simulations couplées (le maillage utilisé est le moins raffiné). Les pas de temps de cycle réels Δt et sans dimension $\Delta \tau$ sont récapitulés dans le tableau 7.1. La loi de variation théorique de l’épaisseur (à 99%) de couche limite est : $\delta^2 = 2\nu_\infty t$. Elle

nom	$\Delta t(s)$	$\Delta \tau$	commentaire
dt0	$2 \cdot 10^{-10}$	$4,16 \cdot 10^{-6}$	0 point en couche limite pendant 160 cycles
dt1	$3,2 \cdot 10^{-8}$	$6,67 \cdot 10^{-4}$	1 point en couche limite à la fin du 1 ^{er} cycle
dt2	$2,92 \cdot 10^{-7}$	$6,08 \cdot 10^{-3}$	3 points en couche limite à la fin du 1 ^{er} cycle
dt3	$3,2 \cdot 10^{-6}$	$6,67 \cdot 10^{-2}$	10 points en couche limite à la fin du 1 ^{er} cycle

TAB. 7.1 – Pas de temps de cycle pour les simulations

permet d'évaluer le nombre de points de maillage inclus dans la couche limite à la fin du premier cycle. La discrétisation temporelle dt0, la plus fine, ne permet pas d'avoir de point dans la couche limite pendant les 160 premiers cycles. En revanche, il n'y a qu'une seule itération par cycle, dans le fluide comme dans le solide. Les discrétisations dt1, dt2 et dt3 sont plus importantes et permettent d'obtenir une, trois et dix mailles dans la couche limite à la fin du premier cycle, mais l'intégration du fluide nécessite plusieurs itérations par cycle.

En l'absence de corrections conservatives, il est net que l'augmentation du pas de temps de cycle conduit à une perte de précision (presque deux ordres de grandeur entre dt2 et dt0 (figure 7.4)). En revanche, le manque de résolution de la couche limite aux premiers instants conduit à un pic de température non physique : pour dt0, θ atteint une valeur de 1,27 au lieu de 0,73 à $\tau = 3,7 \cdot 10^{-4}$. L'atténuation débute alors à peu près à l'instant auquel la couche limite est prise en un point : $\tau = 6 \cdot 10^{-4}$. La confirmation du fait que le pic de surchauffe est dû au manque de résolution de la couche limite aux premiers cycles est donnée par le cas dt1 pour lequel la couche limite est définie en un point dès le premier cycle et le pic est beaucoup moins marqué (0,78 au lieu de 0,73, avec une intégration couplée conservative).

7.3.3 Influence du maillage

Afin d'observer l'influence du raffinement de maillage sur la précision des simulations, les résultats de calculs effectués sur les deux maillages, "grossier" et raffiné, sont comparés (figure 7.5). Le pas de temps de cycle dans les deux cas permet une itération par cycle : $2 \cdot 10^{-10}s$ pour le premier, $0,5 \cdot 10^{-12}s$ pour le second. Les calculs avec et sans correction sont donc équivalents (figure 7.6). L'intégration mène à un résultat plus précis d'un demi ordre de grandeur environ avec le maillage raffiné (figure 7.7). L'intégration est immédiatement beaucoup plus précise avec un pic de surchauffe très vite atténué mais toujours présent (le pic est même plus élevé : 1,77 à $\tau = 6 \cdot 10^{-7}$) : la couche limite est prise dans la première maille après 19 cycles (figure 7.6).

7.3.4 Intérêt de la méthode conservative

Le rôle positif de la correction conservative sur la précision est manifeste : la figure 7.4 indique un gain sur l'erreur relative d'un ordre de grandeur au minimum pour dt1 et dt2. La figure 7.8 où est tracée l'erreur intégrée sur toute la durée $\tau_f = 0,5$ du calcul, $\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{1}{\tau_f} \int_0^{\tau_f} \varepsilon^2 d\tau}$, confirme cette tendance. Les cas dt0 et dt3 sont particuliers : dans le premier, les calculs corrigés et non corrigés sont à peu près équivalents, la correction étant nulle à la précision machine près. Dans le second, la résolution temporelle est beaucoup trop lâche et la correction apporte une amélioration qui reste encore insuffisante aux instants courts.

En comparant les résultats à dt1 et dt2, il est remarquable que la correction conservative apporte un gain de précision très grand devant celui que peut fournir le raffinement de la discrétisation temporelle. Elle permet

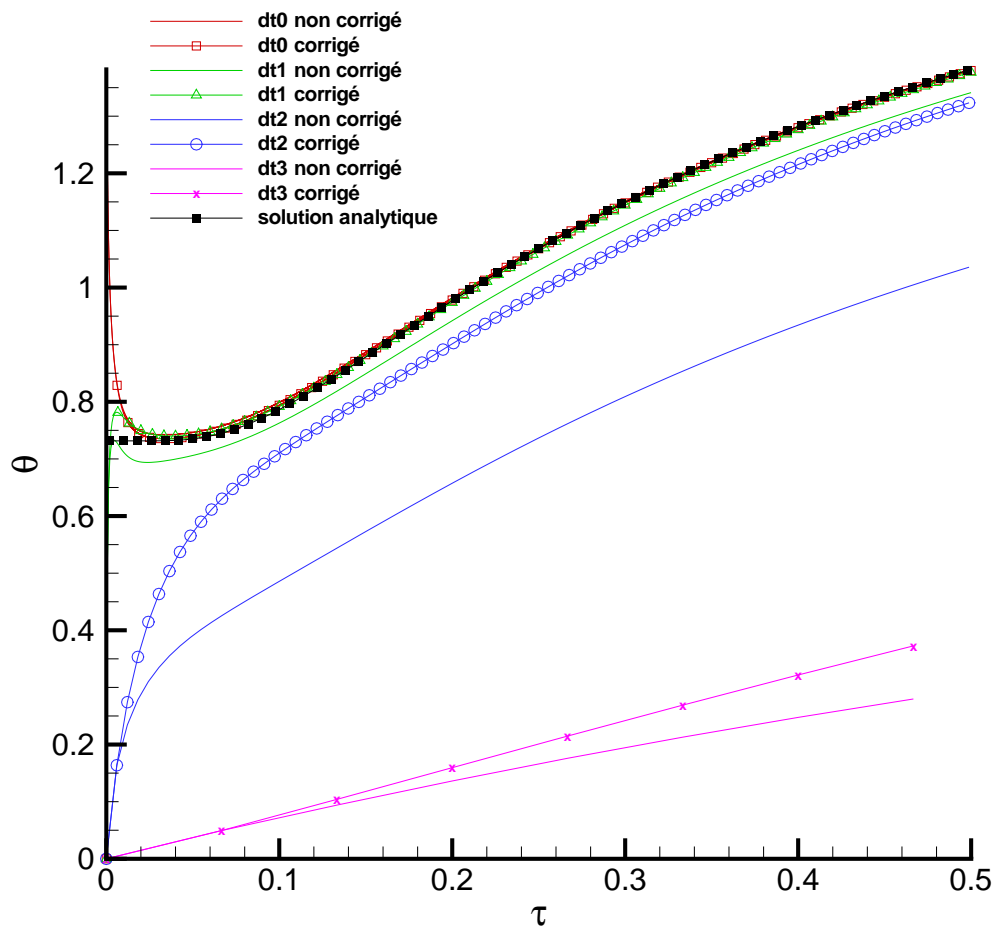


FIG. 7.3 – Influence de la durée de cycle sur la précision des simulations numériques : température à l'interface

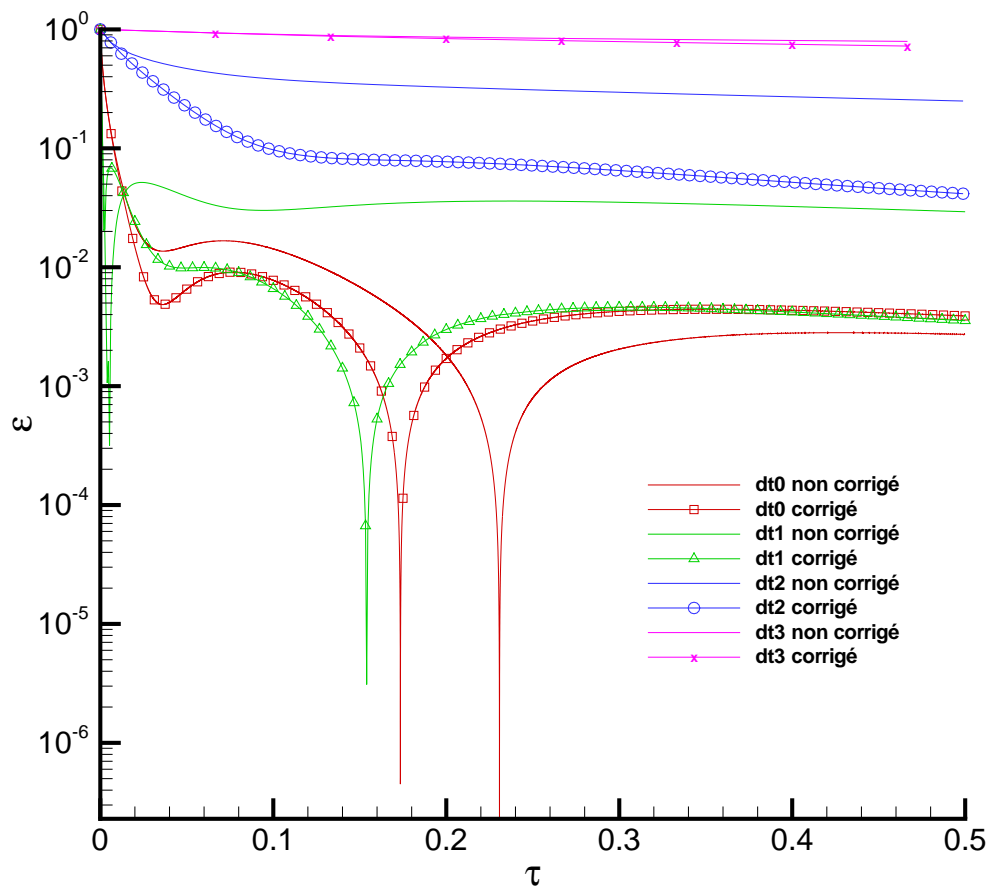


FIG. 7.4 – Influence de la durée de cycle sur la précision des simulations numériques : erreur relative

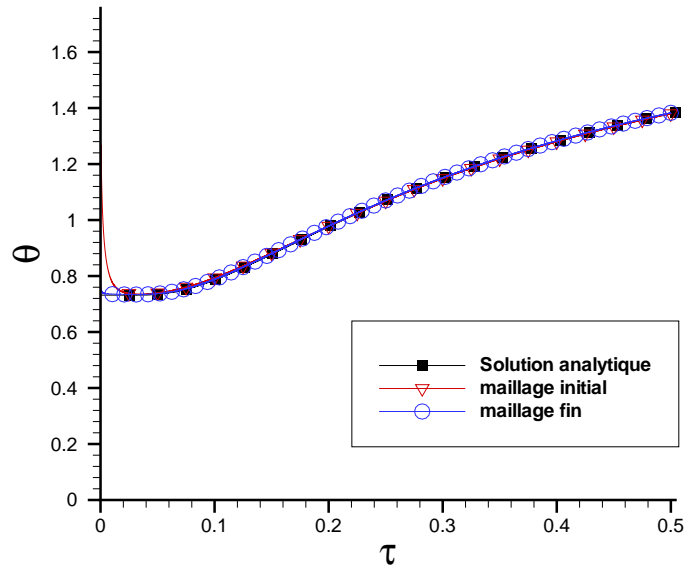


FIG. 7.5 – Influence du raffinement du maillage sur la précision des simulations numériques

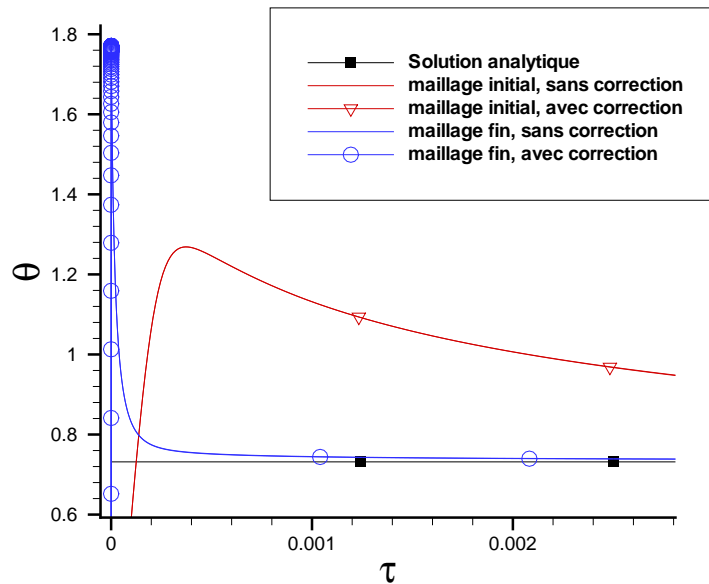


FIG. 7.6 – Influence du raffinement du maillage sur la précision des simulations numériques

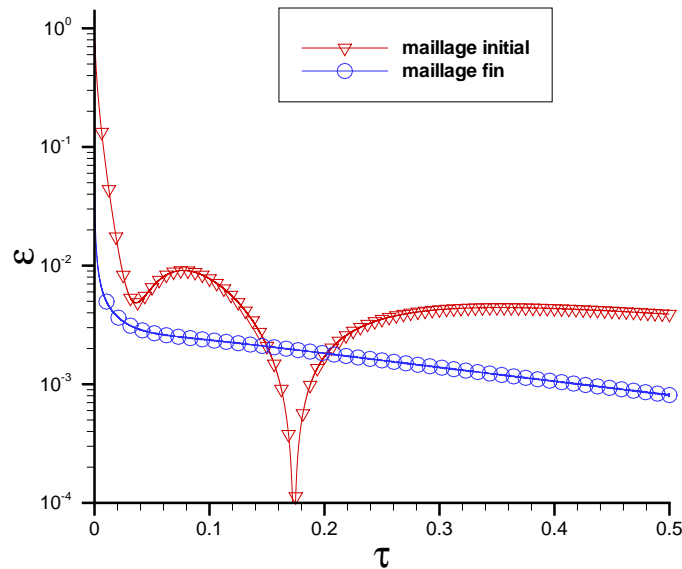


FIG. 7.7 – Influence du raffinement du maillage sur la précision des simulations numériques

ainsi avec peu de coût de calcul d'obtenir des résultats nettement améliorés. La précision du calcul conservatif à $dt2$ est en effet rapidement du même ordre de grandeur que celle du calcul non conservatif à $dt1$ (soit une résolution temporelle dix fois supérieure).

7.4 Conclusion

Ce chapitre permet de vérifier le bon accord des résultats de la méthode de couplage avec ceux résultant d'un calcul analytique. À part aux instants initiaux pour une raison bien identifiée, les calculs effectués à l'aide de TYPHON fournissent en effet des températures à l'interface fluide /solide très proches de celles obtenues analytiquement par Pozzi et Tognaccini [71] dans la même configuration.

Ils confirment en particulier le gain appréciable que fournissent la méthode instationnaire et la correction conservative. La précision des simulations est certes améliorée par raffinement des discrétisations spatiale et temporelle mais le gain le plus probant provient du calcul des conditions aux limites d'une part et de l'introduction des corrections conservatives d'autre part.

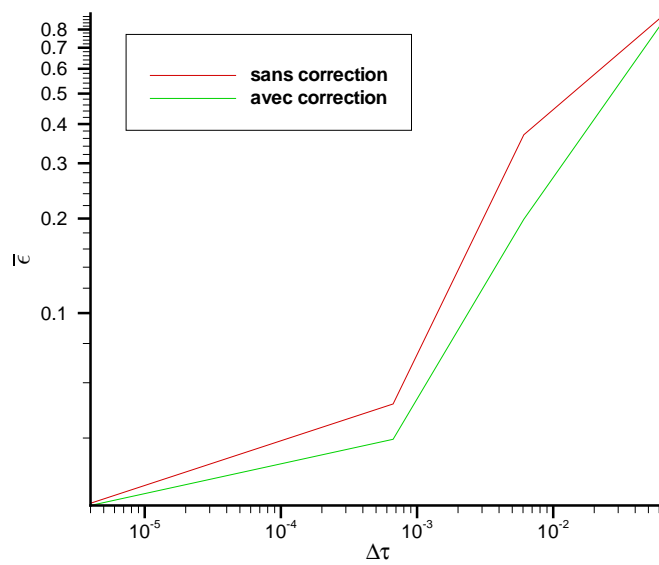


FIG. 7.8 – Influence de la correction conservatrice sur la précision des simulations numériques : erreur relative intégrée

Chapitre 8

Montage expérimental

L'expérience de validation effectuée au cours de cette thèse est présentée dans ce chapitre. Il s'agit de l'expérience de refroidissement moteur, dont le mode de définition est décrit dans le chapitre 6. Elle modélise le refroidissement par ventilation dédiée (traversant une ventilation globale) d'un carter moteur chauffé en face arrière.

La définition de l'expérience, résultant d'un certain nombre de choix sur la géométrie et les paramètres gouvernant la dynamique de l'écoulement et la thermique, est suivie d'une présentation des moyens de mesure utilisés. Enfin, les équipements principaux permettant la réalisation de l'expérience sont présentés et caractérisés. La caractérisation inclut des aspects fréquentiels et de répétabilité.

8.1 Définition de l'expérience de validation

8.1.1 Présentation de l'expérience

Comme le montre la figure 8.1, l'expérience "Refroidissement moteur" repose sur des jets en écoulement transverse. L'écoulement interagit avec une plaque épaisse chauffée en face arrière à température T_e . L'instantanéité est donnée par un changement de la dynamique.

Notons dès maintenant que l'expérience est prévue pour fonctionner avec un ou trois jets. Dans un souci de généralité, la définition de l'expérience est présentée avec trois jets mais la thèse est consacrée à la réalisation

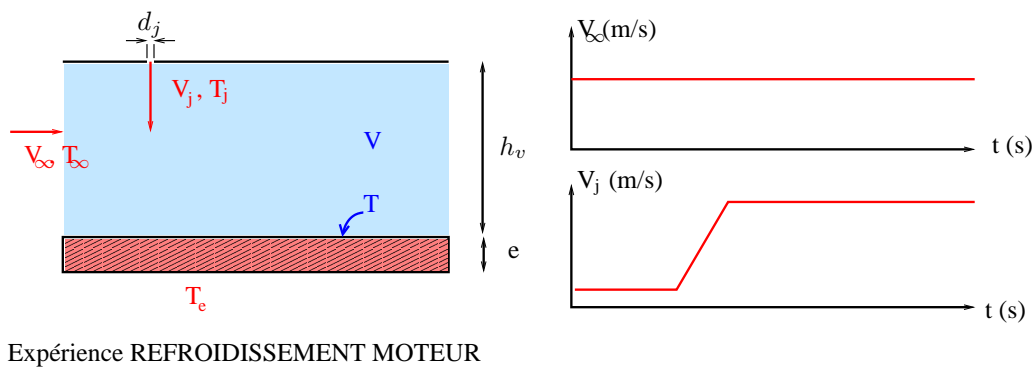


FIG. 8.1 – Configuration de l'expérience "Refroidissement moteur"

du cas du jet unique.

Plusieurs choix concernant l'écoulement mais aussi la thermique et les aspects transitoires sont à effectuer et sont présentés par la suite.

8.1.2 Choix de la géométrie de veine et des vitesses

Plusieurs paramètres sont à déterminer concernant le jet en écoulement transverse. La forme de la buse, la largeur d_j , l'angle d'injection δ_j et le taux d'injection R sont en particulier à fixer.

8.1.2.1 Forme de la buse

L'option d'une injection à travers une fente large peut paraître intéressante afin de pouvoir limiter les simulations au 2D. Cependant, l'étude de Marie-Joséphine Bonnet [13] montre que la configuration de jet en écoulement transverse reste 3D sur une largeur conséquente pour un jet de largeur $0,150m$, d'épaisseur $0,01m$, et avec $\delta_j = 60^\circ$, un taux d'injection $R = 6,4$ et une hauteur de $0,1m$. La réalisation expérimentale du jet 2D est plus compliquée pour des résultats peu satisfaisants. On choisit donc un jet rond de diamètre $d_j = 0,015m$ débouchant orthogonalement à l'écoulement transversal ($\delta_j = 0^\circ$).

8.1.2.2 Taux d'injection

Le paramètre essentiel est ensuite le taux d'injection $R = \sqrt{\frac{\rho_j V_j^2}{\rho_\infty V_\infty^2}}$. De nombreuses publications n'utilisent que le rapport des vitesses de jet et d'écoulement transversal. L'introduction de celui des masses volumiques permet de tenir compte des différences éventuelles de température du jet et de l'écoulement [57]. R détermine en particulier la trajectoire du jet.

Les conditions caractéristiques au sein des cavités nacelle sont données par SNECMA. Elles sont récapitulées dans le tableau suivant, selon des notations définies sur la figure 8.1 :

	$V_\infty(m/s)$	$T_\infty(K)$	$V_j(m/s)$	$T_j(K)$	R	$h_v(m)$	$d_j(m)$	h_v/d_j	$T_e(K)$
Ralenti	1	500	10	350	11,9	0,01	0,001	10	600
Take Off	5	500	30	350	7,1	0,01	0,001	10	600

Il a été retenu de conserver l'ordre de grandeur du rapport géométrique h_v/d_j et du taux d'injection R . La réalisation technique conduit à $h_v/d_j = 9$. Après les premiers essais, le taux d'injection est compris entre 5,95 et 7,5 pour permettre un impact visualisable des jets à la surface du matériau chauffé.

Dans un souci de simplification, la vitesse de l'écoulement principal est fixée et la vitesse de jet varie pour l'effet instationnaire. De plus, le contrôle des vitesses de jet est beaucoup plus simple que celui de la soufflerie. La vitesse de soufflerie est à la limite basse de $5m/s$.

8.1.3 Choix des conditions thermiques

Contrairement aux données réelles dans les moteurs, la température de jet et de l'écoulement principal ont toutes deux été prises à l'ambiante. Il s'agit d'une configuration simplifiée en vue de la validation. Par ailleurs, la réalisation technique d'un jet de température différente de l'ambiante est délicate. Le réchauffement de l'air dépend en effet du débit. L'obtention d'un jet de température constante dans le temps malgré des changements rapides de débit est alors difficile.

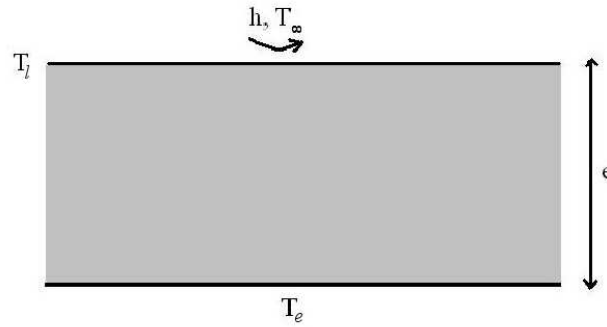


FIG. 8.2 – Mur d'épaisseur e soumis à des conditions aux limites isotherme (T_e) et de convection (h, T_∞)

Il a été choisi d'imposer une condition aux limites isotherme ($T_e = T_\infty + 30$) en face arrière du matériau d'étude. Elle est réalisée à l'aide d'un tissu silicone chauffant asservi en température, apposé sur une plaque de cuivre épaisse de $0,008m$. Cette dernière est en contact avec la face arrière du matériau chauffé et permet d'uniformiser le flux de chaleur produit par le tissu. Le contact entre le cuivre et le matériau est amélioré par l'utilisation d'une graisse thermo-conductrice de conductivité $\lambda = 18W/m/K$. Outre le thermocouple servant comme consigne pour la chauffe, deux thermocouples sont installés au sein du cuivre et permettent de mesurer la température en face arrière du matériau.

8.1.4 Choix du matériau

Le matériau choisi a des propriétés thermiques intermédiaires entre isolant (temps caractéristiques thermiques trop longs) et conducteur (gradients de température trop faibles). En outre, les variations de température de surface doivent être aussi importantes que possible pour la fiabilité des mesures et des comparaisons. Une approche 1D permet de définir un critère pour la réalisation de cette condition.

Considérons la modélisation simplifiée du matériau soumis à une condition isotherme en face arrière et de convection sur la face mouillée (figure 8.2). La température sur cette dernière, T_l , satisfait la relation :

$$h(T_l - T_\infty) = -\lambda \left(\frac{T_l - T_e}{e} \right) \quad (8.1)$$

L'introduction du nombre de Biot défini par $Bi = \frac{he}{\lambda}$ mène dès lors à une température de surface mouillée :

$$T_l = \frac{T_e + BiT_\infty}{1 + Bi} \quad (8.2)$$

La variation de T_l avec des changements du coefficient de convection h doit être maximum. Ainsi, la variable $V = \frac{\partial T_l}{\partial h}$ doit être maximale en valeur absolue. Or :

$$V = \frac{T_\infty - T_e}{h} \frac{Bi}{(1 + Bi)^2} \quad (8.3)$$

V est étudiée en fonction des caractéristiques du matériau, à savoir la variable $\alpha = \frac{e}{\lambda}$.

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha} = \frac{1 - \alpha h}{(1 + \alpha h)^3} (T_\infty - T_e) = \frac{1 - Bi}{(1 + Bi)^3} (T_\infty - T_e) \quad (8.4)$$

L'évolution de V avec les caractéristiques du matériau dépend donc du nombre de Biot comme indiqué sur le diagramme :

Bi	0	1	$+\infty$
$\frac{\partial V}{\partial \alpha}$	< 0	0	> 0
V	0	$\frac{T_\infty - T_e}{4h}$	0

$|V|$ est maximum pour $Bi = 1$. Des variations maximales de température de surface avec les changements de h sont donc observées avec un nombre de Biot de 1.

Si l'épaisseur du matériau est d'environ $0,01m$ et les coefficients de convection proches de 75 (de l'ordre de 50 à $100W/m^2/K$ d'après des simulations de dimensionnement), le matériau doit donc avoir une conductivité proche de $1W/m/K$. Cette condition écarte les aciers. Les matériaux non homogènes et isotropes de type marbre ou bois sont également abandonnés. Enfin, afin de s'abstenir de la modélisation du rayonnement au sein du matériau, ce dernier doit également être opaque dans l'infrarouge. Le verre ne peut donc être utilisé. On opte finalement pour le MACOR[®], une vitrocéramique usinable qui répond à tous les critères précédents (conductivité d'environ $1,4$ notamment).

Les propriétés thermiques du MACOR[®] sont :

- Chaleur spécifique : $c = 790J/kg/K$;
- Diffusivité : $D_{th} = 7,3 \cdot 10^{-7}m^2/s$;
- Densité : $\rho = 2520kg/m^3$;
- Conductivité : $1,46 W/m/K$ à $293K$ (figure 8.3).

Les dimensions de la plaque de MACOR[®] sont : une longueur de $0,2m$, une largeur de $0,16m$, sur une épaisseur de $0,01m$.

8.1.5 Choix du transitoire

L'allure simplifiée du transitoire au sein des moteurs est présentée sur la figure 8.4 avec les durées possibles suivantes :

Montée t_m	Stabilisé T/O	Descente t_d	Stabilisé ralenti
4s	80 à 3600s	22s	3600s

Pour le traitement statistique des mesures, le cycle complet devra être réitéré un grand nombre de fois. Les temps de palier sont donc réduits au temps de stabilisation dans le matériau. Une estimation de ce dernier est donné par la solution analytique de Pozzi *et al* [71], à partir de l'équation 1.8. Cette dernière donne l'évolution

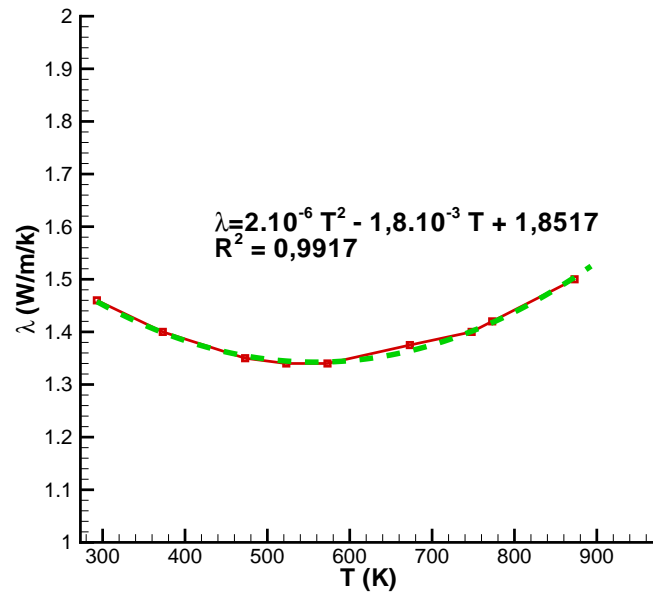
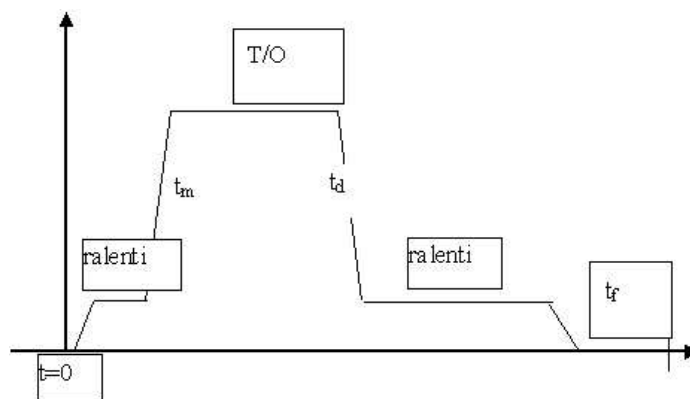
FIG. 8.3 – Conductivité du MACOR[®]

FIG. 8.4 – Régime transitoire

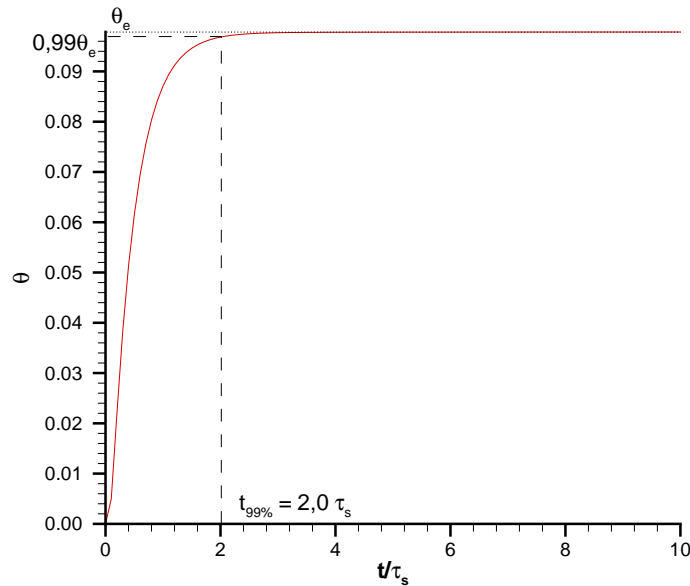


FIG. 8.5 – Établissement de la température à la surface d’une plaque plane infinie mise en mouvement brusquement

de la température sans dimension à la surface de la plaque plane infinie mise brusquement en mouvement. La figure 8.5 montre cette évolution pour un cas proche de l’expérience de refroidissement moteur. Les paramètres utilisés sont en effet :

- un nombre de Mach $M = 0,0144$ correspondant à une vitesse de $5m/s$;
- $Pr = 0,708$, $\gamma = 1,4$;
- les paramètres de couplage $p = 1,01$ et $t_{fs} = 1,46 \cdot 10^{-5}$ correspondant au couplage d’une épaisseur de $0,01m$ de MACOR[®] avec de l’air à $300K$;
- une température de face arrière du matériau $\theta_e = 0,0979$ correspondant à $325K$ pour un écoulement à $296K$.

Il apparaît que le temps caractéristique du couplage, de montée à 99% de la valeur finale, est $\tau_c = 2,0\tau_s$. Pour le MACOR[®], le temps de diffusion est $\tau_s = \frac{e^2}{D_{th}} = 274s$. Afin d’assurer une marge, la durée de palier, confirmée par visualisation par thermographie infrarouge de la surface du MACOR[®] lors d’un transitoire, a donc été prise de $10mn$.

Le temps de montée est de $10s$. Le transitoire est obtenu par une variation de débit de jet. Le tableau suivant récapitule les durées effectivement utilisées pour l’expérience. Les mesures instationnaires sont effectuées sur la montée et le stabilisé T/O. Les autres durées ne sont donc pas indiquées.

Montée t_m	Stabilisé T/O	Descente t_d	Stabilisé ralenti
10s	600s	–	–

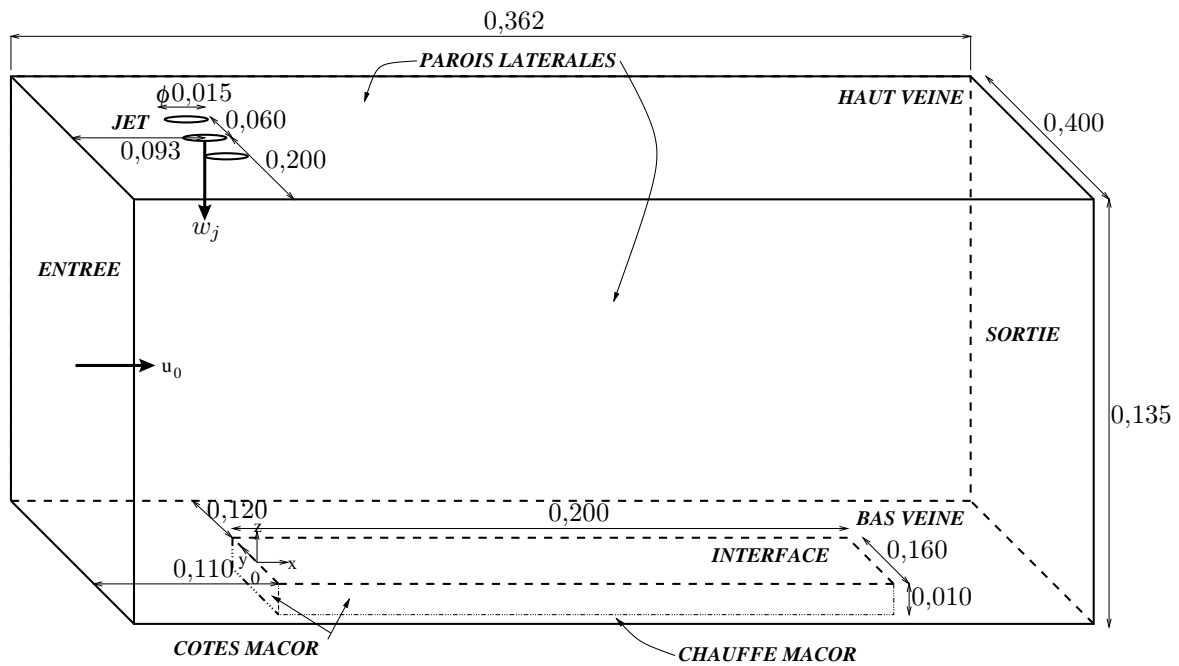


FIG. 8.6 – Géométrie de l'expérience "Refroidissement moteur" (longueurs en m)

8.1.6 Géométrie et conditions aux limites

Les principaux paramètres ayant été fixés, la géométrie définitive de l'expérience est donnée sur la figure 8.6. Les conditions aux limites sont :

- ENTREE : profil défini par LDV, température ambiante (296,6K) ;
- JET : profil défini par LDV, loi d'évolution temporelle : palier 10mn - montée 10s - palier 10mn ; température 295,2K ;
- CHAUFFE MACOR[®] : température 325K ;
- PAROIS LATÉRALES, HAUT VEINE, BAS VEINE, COTES MACOR[®] : parois supposées adiabatiques. Les résultats numériques ainsi obtenus sont à comparer aux données des thermocouples installés aux parois ;
- SORTIE : pression atmosphérique.

Il s'agit également de la géométrie et des conditions utilisées pour la simulation. La figure 8.6 définit aussi le repère auquel se référeront par la suite, sauf mention contraire, les indications de coordonnées.

8.1.7 Mesures effectuées

Les principales mesures effectuées sont indiquées sur la figure 8.7. Il s'agit de mesures par Vélocimétrie par Images de Particules (PIV), Vélocimétrie Laser par effet Doppler (LDV) et Thermographie Infrarouge.

Ces trois types de mesure ont des intérêts différents dans le cadre de la validation. Les mesures par LDV permettent de caractériser les conditions d'entrée des écoulements (profils des jets et de l'entrée de l'écoulement principal). Ces conditions sont utilisées comme conditions aux limites pour les simulations numériques. Les mesures par PIV permettent de comparer la simulation de la dynamique des fluides aux données expérimentales.

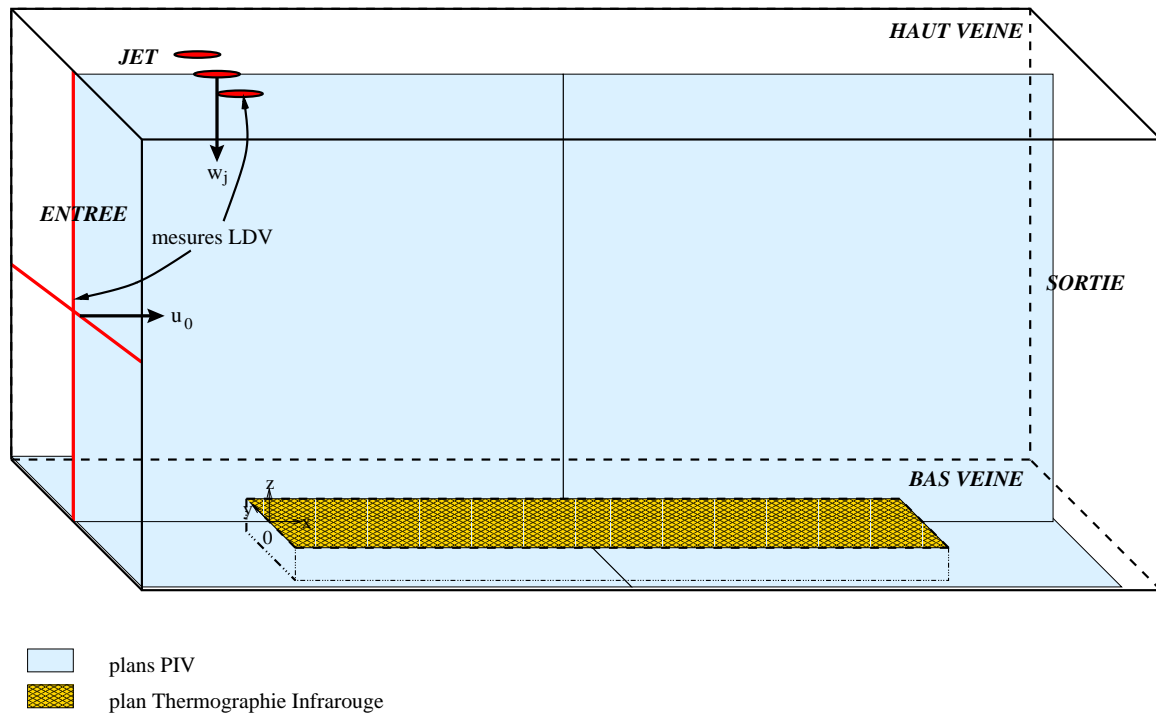


FIG. 8.7 – Mesures sur l'expérience "Refroidissement moteur"

Enfin, les mesures de la température de surface du matériau par thermographie infrarouge sont le véritable point de comparaison, pour le couplage, entre les simulations et les résultats expérimentaux.

Les mesures des profils d'entrée par LDV sont effectuées sur les paliers, c'est-à-dire pour les deux vitesses extrêmes des jets. Des mesures sur les cycles entiers sont réalisées au centre du jet pour vérifier la linéarité de l'évolution temporelle.

Les champs mesurés par PIV sur les paliers et sur toute la durée du cycle sont le plan vertical de symétrie et un plan horizontal situé $0,01m$ au-dessus du matériau. Des mesures sur les paliers uniquement dans un plan horizontal situé $0,04m$ au-dessus du matériau permettent aussi d'observer la structure de jet en écoulement transversal.

8.2 Moyens de mesure

Les trois principaux moyens de mesure sont la LDV et la PIV pour la dynamique et la thermographie infrarouge pour la thermique. Ils sont brièvement présentés dans ce paragraphe. La contrainte d'instantanéité de l'écoulement nécessite un système de synchronisation des moyens de mesure avec le contrôle du transitoire des jets. La synchronisation est effectuée pour les trois moyens de mesure par le biais d'un signal TTL généré par le programme LABVIEW qui pilote l'électrovanne proportionnelle.

8.2.1 LDV

8.2.1.1 Objectifs

L'objectif des mesures par LDV est d'obtenir les conditions aux limites dynamiques d'entrée des ventilations dédiée (jet) et globale (soufflerie). Il s'agit plus précisément d'obtenir les valeurs de vitesse moyenne, l'énergie cinétique turbulente k et la dissipation turbulente ε en vue de l'utilisation d'un modèle de turbulence type k - ε .

Les mesures sont effectuées sur deux composantes, en valeurs moyennes et fluctuantes. Ces deux composantes sont selon les axes $O\vec{x}$ et $O\vec{z}$ (figure 8.6). L'obtention de la composante transversale selon $O\vec{y}$ semble en effet moins cruciale. Cependant, le transfert des mesures vers les conditions aux limites demande dès lors l'utilisation de quelques hypothèses.

Un modèle devra également être utilisé pour déduire la dissipation turbulente ε . Les valeurs fluctuantes permettent en effet d'avoir directement la valeur de $k = 0,5(u'^2 + v'^2 + w'^2)$. En revanche, la mesure de la dissipation s'avère nettement plus difficile. Cette difficulté est due à la nécessité de connaître les gradients de vitesse turbulente. Une méthode de mesure de la dissipation est présentée par Johansson et Klingmann [48] : elle nécessite l'usage de deux systèmes LDV synchronisés. Ils effectuent simultanément des mesures en deux points très proches et permettent de déduire les gradients de vitesse turbulente. Lourde de mise en œuvre, cette méthode est aussi très longue. Les auteurs signalent en effet que la mesure du tenseur de dissipation en un point nécessite plusieurs jours.

Le modèle de Norris-Reynolds [62] est utilisé pour évaluer la dissipation à partir de l'énergie :

$$\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon} \text{ avec } l_\varepsilon = \frac{L}{1 + 2\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2} / Re_L} \quad (8.5)$$

où $L = C_\mu^{-3/4} \min(\chi_{NR} y; 0,085\delta)$, $Re_L = \frac{\sqrt{k}L}{\nu}$, $\chi_{NR} = 0,41$, $C_\mu = 0,09$ et y est la distance à la paroi.

8.2.1.2 Principe

La Vélocimétrie (ou Anémométrie) Laser Doppler (LDV) est une technique non intrusive qui permet de mesurer avec précision la vitesse locale d'un écoulement ensemencé de particules solides ou liquides. Un champ de franges d'interférence est réalisé au point de mesure par croisement de deux faisceaux laser. Lorsqu'une particule entraînée par l'écoulement traverse les franges, la lumière diffusée est modulée à une fréquence égale au nombre de franges traversées par seconde. Le signal lumineux est collecté puis détecté et traité afin d'obtenir cette fréquence, appelée fréquence Doppler, et d'en déduire la vitesse de la particule. Sous réserve d'une bonne qualité de l'ensemencement, cette vitesse est égale à celle prise localement par le fluide.

Chaîne d'acquisition Le matériel utilisé est un vélocimètre laser TSI qui effectue la mesure simultanée de deux composantes de la vitesse. Il est couplé à un laser Argon de puissance nominale $2W$, émettant sur deux longueurs d'onde : $514,4$ (vert) et $488 \cdot 10^{-9}m$ (bleu). Ces deux longueurs d'onde permettent la réalisation de deux systèmes superposés de franges d'interférence, chacun permettant la mesure d'une composante de vitesse.

La mesure est effectuée en "diffusion arrière" : la réception du signal est faite de la tête qui émet les faisceaux laser. Deux lentilles de focales différentes peuvent être adaptées sur la tête d'émission/réception laser TSI. Celle de $0,6m$ donne un volume de mesure de diamètre $122 \cdot 10^{-6}m$, celle de $0,3m$ un volume de mesure de diamètre $61 \cdot 10^{-6}m$.

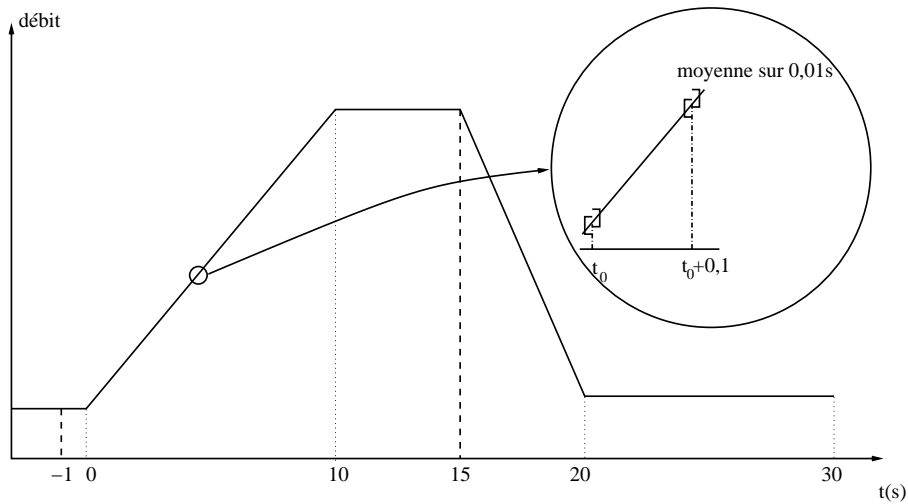


FIG. 8.8 – Séquence instationnaire étudiée : traitement statistique pour la LDV

L’acquisition du signal est effectuée par un ordinateur IFA655. Le post-traitement des données utilise le logiciel ASSA développé à l’ONERA.

Pour les mesures instationnaires, la mesure est réalisée sur 120 répétitions de la séquence “palier bas débit” / “rampe” / “palier haut débit” (figure 8.8). Les acquisitions sont plus précisément faites de -1 à $15s$, $t = 0s$ étant le début de la rampe. La discrétisation temporelle de la moyenne de phase est de $0,1s$. À chaque instant, le traitement statistique est effectué sur les 6 à 7 particules traversant le volume de mesure dans l’intervalle de $0,01s$ centré sur l’instant moyen. Une moyenne de phase est réalisée tenant compte de l’ensemble des réalisations de la séquence étudiée.

Enfin, un filtre sur la qualité d’exécution des séquences est utilisé (figure 8.9). En effet, l’utilisation du générateur d’ensemencement conduit l’électrovanne proportionnelle en limite d’efficacité. La montée en pression du réservoir pressurisé est alors moins efficace. Les rampes d’évolution de la pression dans le réservoir sont parfois déformées. Le filtre consiste donc à trier les séquences pour lesquelles l’allure de la rampe n’est pas altérée. Le critère utilisé est que l’aire sous la courbe $P_{rés}(t)$ doit approcher l’aire théorique à $0,005$ près. 74 séquences sont retenues.

Ensemencement L’air du jet et de la soufflerie sont ensemencés avec des particules de DEHS (Di-Ethyl-Hexyl-Sebacate), créées par des générateurs à tuyère de Laskin [28]. Avec ce type de générateur, la granulométrie des particules est polydispersée [14], mais elle est de l’ordre du micron. Il est important que les particules soient suffisamment petites pour suivre l’écoulement. Ramond [76] rapporte plusieurs études concernant l’évaluation de la taille maximum des particules à l’aide de l’expression analytique de la traînée d’une sphère. Les particules doivent être submicroniques à microniques pour limiter leur vitesse de glissement par rapport à l’écoulement. Plus l’écoulement est rapide, plus elles doivent être petites. Les faibles vitesses de l’expérience de cette thèse autorisent l’usage d’un ensemencement de l’ordre du micron. De plus, la précision des mesures réclame des particules suffisamment grosses. L’augmentation de la taille des particules va en effet dans le sens de l’accroissement de la lumière diffusée et donc du rapport signal sur bruit. Le DEHS présente l’avantage par rapport à l’huile et l’encens d’éviter les dépôts sur les parois au cours des essais.

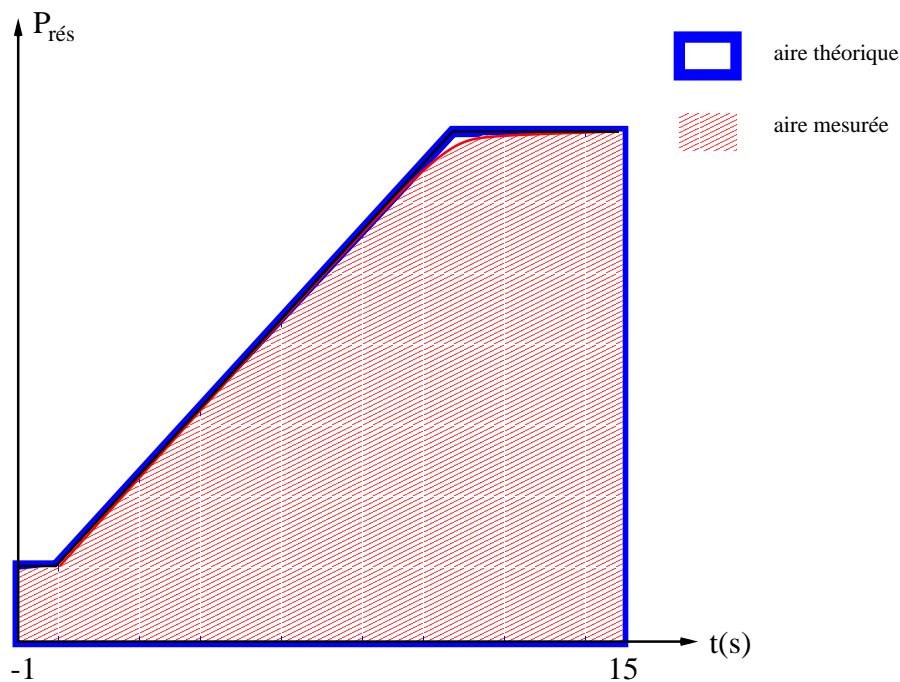


FIG. 8.9 – Méthode de filtrage des séquences

8.2.2 PIV

8.2.2.1 Objectifs

Les mesures par PIV donnent des champs de vitesse moyenne et fluctuante. L'allure générale de l'écoulement de jet en écoulement transversal est ainsi obtenue sur un certain nombre de plans. Les champs de vitesse permettent une vérification de la simulation dynamique par CHARME.

Ils sont mesurés aussi bien sur les paliers de débit de jet que lors de la montée en vitesse selon une rampe de ce dernier. Les plans de mesure sont verticaux (à y constant) et horizontaux (à z constant). Pour les transitoires, un nombre de rampes important permet la moyenne de phase.

8.2.2.2 Principe général

La PIV est une méthode non intrusive de mesure instantanée du champ de vitesse d'un écoulement. Ce dernier est ensemencé en traceurs microscopiques illuminés par nappe laser. Deux nappes colinéaires sont déclenchées successivement à un intervalle de temps δt , de l'ordre de quelques microsecondes à quelques millisecondes. Une caméra CCD visant perpendiculairement à la nappe enregistre les images de diffusion des particules aux deux instants successifs. Un logiciel de traitement découpe les images en fenêtres d'interrogation. Il calcule ensuite par une méthode statistique d'intercorrélation le déplacement $\delta \vec{x}$ le plus probable des particules contenues dans chaque fenêtre. δt étant petit, $\vec{V} = \frac{\delta \vec{x}}{\delta t}$ est une bonne approximation de la vitesse. Une présentation plus précise du principe de la PIV peut être trouvée dans l'ouvrage de Raffel *et al* [73].

Chaîne d'acquisition Le système d'acquisition se compose :

- d'un laser de type Nd : YAG, à double cavité, capable de répéter les doubles impulsions à une fréquence de 10Hz ;
- d'un système optique : la réalisation de la nappe laser est notamment effectuée par une lentille cylindrique. Le système optique est ajusté pour que la nappe couvre l'espace de $0,2 \times 0,12m^2$ observé au-dessus du matériau chauffé en deux zones larges de $0,130m$, permettant une résolution de l'ordre du millimètre. L'épaisseur de la nappe, de l'ordre de $0,002m$, est assez grande pour que les particules restent à l'intérieur entre deux impulsions. Selon les essais, la durée entre celles-ci est de $\delta t = 30$ à $80 \cdot 10^{-6}s$. La vitesse transversale autorisée est alors de $50m/s$ dans le premier cas, $25m/s$ dans le deuxième, ce qui représente probablement au moins 5 fois la vitesse transversale réelle. L'épaisseur de la nappe est donc bien dimensionnée ;
- d'une caméra IDT X-StreamTM VISION XS-5 10 bits, de résolution 1280×1024 pixels (de taille $12 \cdot 10^{-6}m$) ;
- d'un boîtier IDT de synchronisation de la caméra et du laser, piloté par PC. Il permet aussi la synchronisation sur un signal externe, en particulier sur le fonctionnement de l'électrovanne proportionnelle qui contrôle les jets ;
- du logiciel proVISION de traitement des images [56] : il intègre une fonction de maillage automatique définissant la taille optimale des mailles en fonction de la vitesse des particules. Le traitement statistique est également basé sur une méthode de translation et déformation des fenêtres d'interrogation, permettant de s'affranchir partiellement de la loi empirique du quart [51]. Selon cette dernière, la taille des fenêtres d'interrogation, qui définit la résolution spatiale de mesure doit être au moins 4 fois plus grande que le déplacement maximal des particules. Cette loi est quand même utilisée pour fixer le pas de temps δt entre les deux images d'un doublet, à partir de la gamme de vitesses mesurées. La méthode utilisée dans le logiciel permet une amélioration du traitement des zones de plus forte vitesse. Par ailleurs, pour les acquisitions instationnaires, une moyenne de phase est effectuée sur 400 à 500 séquences du type de celle représentée sur la figure 8.8.

Ensemencement L'ensemencement est le même que pour la LDV. Seule la soufflerie estensemencée. Il n'a pas été nécessaire de mettre des traceurs dans le jet.

8.2.3 Thermographie Infrarouge

8.2.3.1 Objectifs

Le champ de températures à la surface du matériau chauffé est mesuré par thermographie infrarouge. Cette surface constitue l'interface entre la partie solide et le domaine fluide simulés par CEDRE. Le but de ces mesures est donc de servir de base à la comparaison entre simulation couplée et expérience.

Elles sont effectuées sur les paliers de vitesse de jet pour observer l'effet du refroidissement par ventilation dédiée à l'état stationnaire. Elles sont aussi faites sur les périodes instationnaire de montée en débit du jet, et transitoire sur le début du palier de débit élevé du jet.

8.2.3.2 Principe général

La thermographie infrarouge est une méthode non intrusive de mesure de température de surface. Un détecteur sensible dans une gamme de longueurs d'ondes donnée reçoit un flux de rayonnement. Un bilan radiatif

permet d'isoler le flux reçu directement de la surface visée des réflexions de l'environnement. Grâce aux lois gouvernant les corps gris, la température de surface est déduite de ce flux et de la connaissance de l'émissivité de la surface dans la gamme de longueurs d'onde considérée. La caméra utilisée est de type matriciel. Elle présente l'avantage d'un traitement simultané de toute la surface, et les inconvénients mineurs de la présence éventuelle de quelques détecteurs défectueux et d'une non-uniformité de ces derniers.

La mesure du flux par le détecteur repose sur le comportement des semi-conducteurs dont la conductivité augmente proportionnellement au nombre de photons reçus. Le rapport signal sur bruit est d'autant meilleur que la température du détecteur est basse. C'est pourquoi les caméras infrarouges disposent d'un système de refroidissement à 76K.

Une description complète de la technique de thermographie infrarouge est donnée par Gaussorgues [33] et Pajani [65].

Chaîne d'acquisition La caméra infrarouge utilisée est une caméra matricielle CEDIP JADE III LW. La matrice est composée de 76800 capteurs (320×240). Ils convertissent le rayonnement infrarouge en un courant électrique numérisé et échantillonné sur 14 bits, soit 16384 niveaux numériques (DL : *digital level*).

La largeur spectrale de la caméra couvre une gamme allant de 7,7 à $9,3 \cdot 10^{-6}m$, adaptée aux mesures de températures proches de l'ambiante.

La DTEB (Différence de Température Équivalente au Bruit) de la caméra est de 0,03K à 293K : il s'agit de l'incertitude statistique sur les cartes instantanées de température obtenues sur des intégrations de $300\mu s$. L'erreur systématique sur le champ de mesure, due à l'approximation de la loi d'étalonnage sous forme polynomiale est de 0,2K [17].

L'objectif (focale de $0,025m$) de la caméra vise la surface du matériau chauffé directement à travers un hublot non réfléchissant dans la gamme de longueurs d'onde considérée, en séléniure de zinc (ZnSe), de taux de transmission $\tau = 0,986$.

L'acquisition des données est effectuée à l'aide du logiciel ALTAIR. Un traitement supplémentaire sur les mesures est ensuite fait avec notamment l'implantation de corrections dues aux réflexions sur des matériaux gris (parois latérales, basse et haute de soufflerie) [17] et un traitement de moyenne de phase sur un ensemble de séquences " 660s de palier à bas débit de jet" / "10s de montée en débit" / "590s de palier à haut débit" respectant le critère d'une température de veine de 296,6K ($\pm 0,2K$). 58 séquences sont retenues sur 220 réalisées pour effectuer la moyenne de phase.

8.2.4 Autres moyens de mesure

Certaines données (vitesse et température de soufflerie, débit et température de jet, température en face arrière du matériau chauffé) sont collectées en permanence de façon à vérifier aisément la répétabilité des essais. Ces mesures de contrôle sont effectuées à l'aide de thermocouples de type K, de débitmètres et d'une sonde Pitot.

Le débit des jets est mesuré en permanence par un débitmètre thermique couvrant une gamme de 0 à $100Nm^3/h$. Le débit est donné en Nm^3/h , avec des pression et température de référence de $101300Pa$ et $273K$ ¹. Sa précision vaut 0,2% de la pleine échelle auxquels s'ajoutent 0,7% de la mesure.

¹La conversion en kg/s est donc : $D(kg/s) = \frac{D(Nm^3/h) \cdot \rho(273K, 101300Pa)}{3600} \simeq 3,6 \cdot 10^{-4} D(Nm^3/h)$.

Consigne bain	293K	323K
Mesure température bain	293K	323K
Sonde Pt100	293,2K	323,1K
Thermocouple soufflerie	293,5K	322,8K
Thermocouple cuivre 1	293,2K	323,3K
Thermocouple cuivre 2	293,2K	323,4K
Thermocouple jet	293,7K	322,9K
Thermocouple latéral 1	294,1K	323,9K
Thermocouple latéral 2	293,9K	322,5K
Thermocouple latéral 3	293,9K	323,8K
Thermocouple bas 1	293,5K	322,6K
Thermocouple bas 2	293,9K	323,9K
Thermocouple bas 3	293,5K	323,5K
Thermocouple bas aval	293,5K	322,8K
Thermocouple haut 1	293,6K	323,7K
Thermocouple haut 2	293,7K	323,8K

TAB. 8.1 – Mesure de température par les différents thermocouples de l’expérience (identifiés au paragraphe 9.3.2) et par une sonde Pt100 de référence, plongés dans un bain thermostaté

Une mesure de la température $T(K)$ par thermocouple est faite en mesurant la différence de potentiel entre deux métaux soudés. La carte d’acquisition du PC de contrôle mesure une tension fonction de la température. Les thermocouples utilisés sont de type K (Ni-Cr/Ni-Al).

L’incertitude de mesure tenant compte à la fois du thermocouple, du module d’amplification et de compensation et de la carte d’acquisition est évaluée en comparant les températures données par tous les thermocouples de l’expérience et une sonde de type Pt100, précise à 0,1K, plongés dans un bain thermostaté (tableau 8.1).

Les thermocouples utilisés en permanence (de soufflerie, cuivre et jet) ont donc une incertitude de $\Delta T = \pm 0,3K$. Certains des autres thermocouples utilisés ponctuellement et dont l’information est moins importante ont une incertitude plus élevée de $\pm 0,9K$.

Des mesures par fil chaud ont également été utilisées dans la phase de caractérisations préliminaires des équipements.

8.3 La soufflerie

L’expérience de validation met en jeu un jet dans un écoulement transverse. Ce dernier est réalisé par une soufflerie qui est décrite dans ce paragraphe. La stabilité qu’elle offre sur les paramètres dynamiques et thermiques est présentée. Les adaptations nécessaires (introduction d’un profil en veine, et d’un système de contrôle de la température) sont aussi décrites. Enfin, une caractérisation fréquentielle est entreprise. Enfin, les jets ainsi obtenus sont analysés en fréquences.

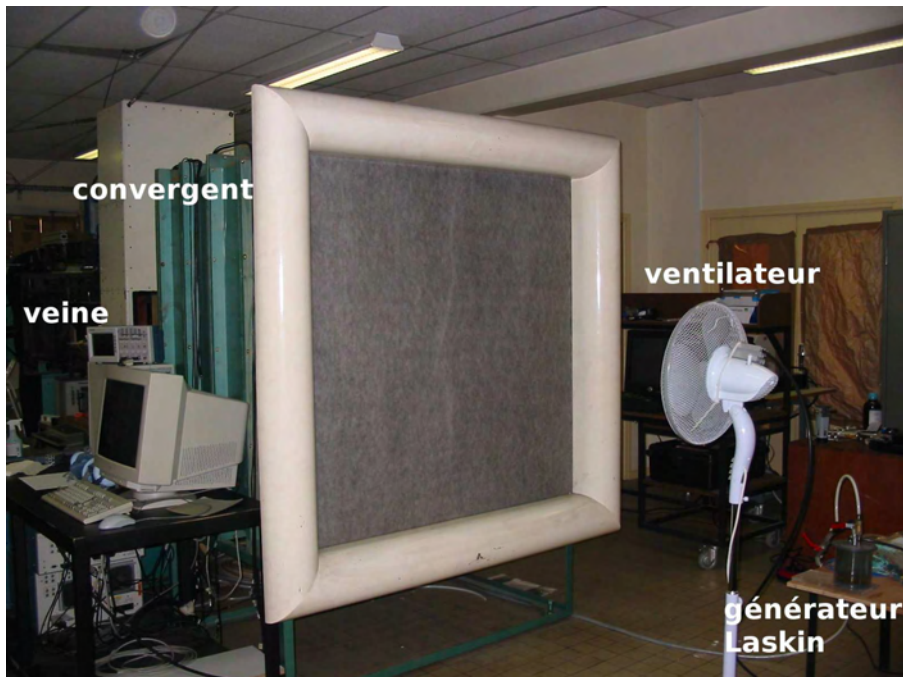


FIG. 8.10 – Installation d'un ventilateur en amont de la soufflerie pour uniformiser l'ensemencement

8.3.1 Description de la soufflerie

La soufflerie utilisée est de type Eiffel. L'aspiration de l'air est effectuée par un ventilateur proposant deux régimes de fonctionnement. La vitesse de soufflerie est également adaptée à l'aide de pertes de charge disposées en aval de la veine. L'obtention d'une vitesse proche de $5m/s$ nécessite l'utilisation du bas régime et de plusieurs pertes de charge en feutre dense. L'air est aspiré dans la pièce qui a une ouverture sur l'extérieur.

L'injection de l'ensemencement dans la veine est effectuée en amont de la soufflerie. Un ventilateur à faible vitesse permet d'uniformiser la répartition de l'aérosol sur la section de la veine (figure 8.10). Il a été vérifié que, grâce aux filtres de la chambre de tranquillisation, le ventilateur est sans effet sur la répartition de vitesse en veine.

8.3.2 Caractérisation de la soufflerie en écoulement libre

Les notations de position pour ce paragraphe uniquement se réfèrent au repère de la figure 8.11. La vitesse de l'écoulement est mesurée à l'aide d'un fil chaud situé dans le plan médian de la soufflerie ($y = 0m$) en $x = 0,380m$, à une hauteur z variable. La température est mesurée en $x = 1,090m$.

Une première campagne vise à obtenir un profil de vitesse sur une section verticale de la veine. La figure 8.12 montre la bonne uniformité, hors couche limite, de l'écoulement.

La stabilité de la soufflerie dans le temps est également testée, d'abord sur une période courte de $30mn$ (figure 8.13) puis sur une journée entière (figures 8.14 et 8.15). Sur une courte durée, la stabilité de la vitesse est très bonne, avec une amplitude de fluctuation de $0,066m/s$ (soit 1,3%). Sur une journée entière, la variation de vitesse obtenue est de $0,235m/s$, soit une variation relative de 4,7%. Par ailleurs, l'allure générale de cette variation semble correspondre à celle de la température. La vitesse décroît du matin jusqu'à 15h30 tandis que

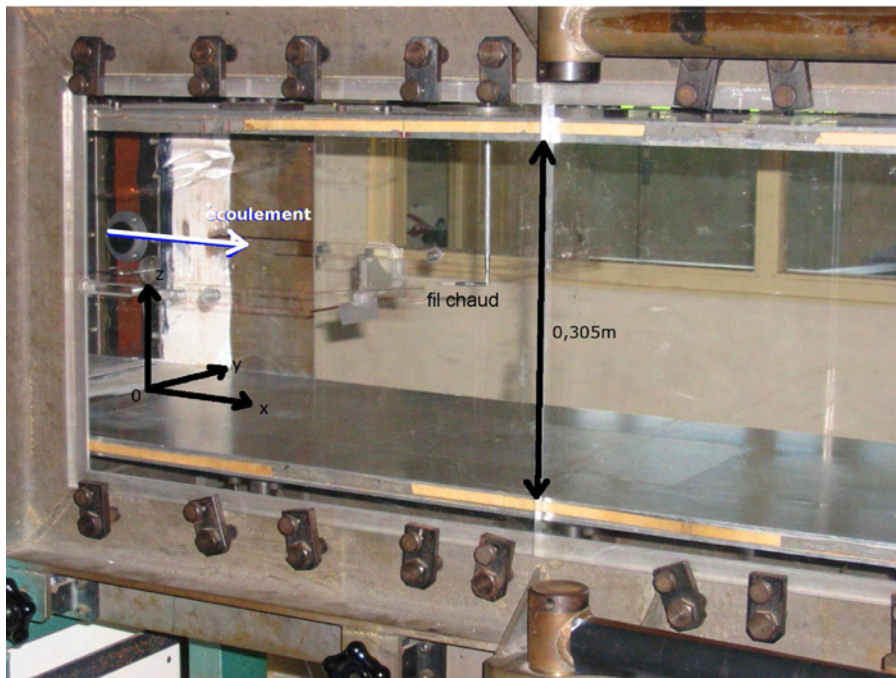


FIG. 8.11 – Installation du fil chaud dans la soufflerie

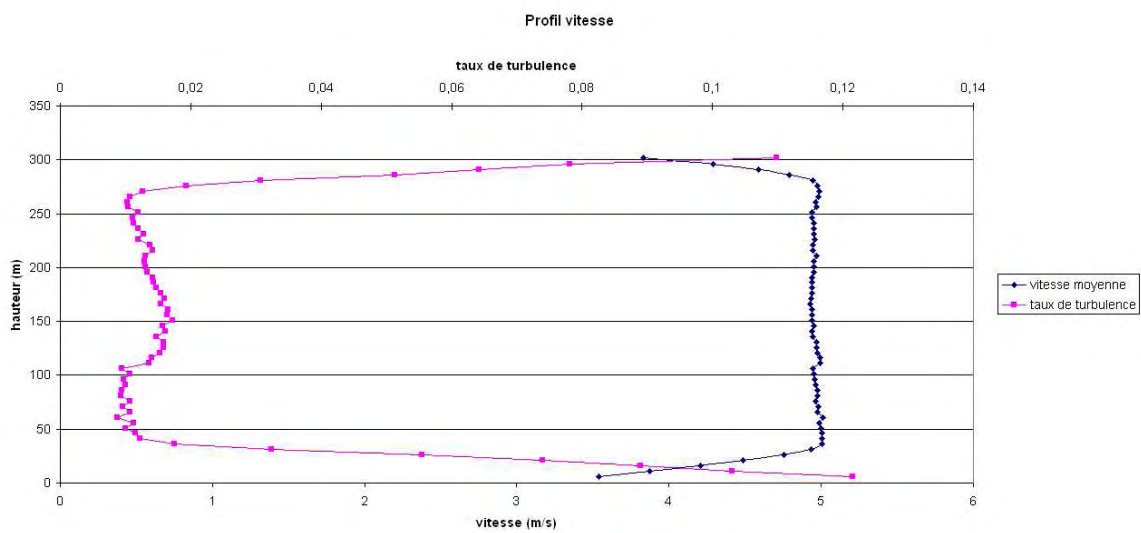


FIG. 8.12 – Profil de vitesse moyenne et taux de turbulence dans la soufflerie

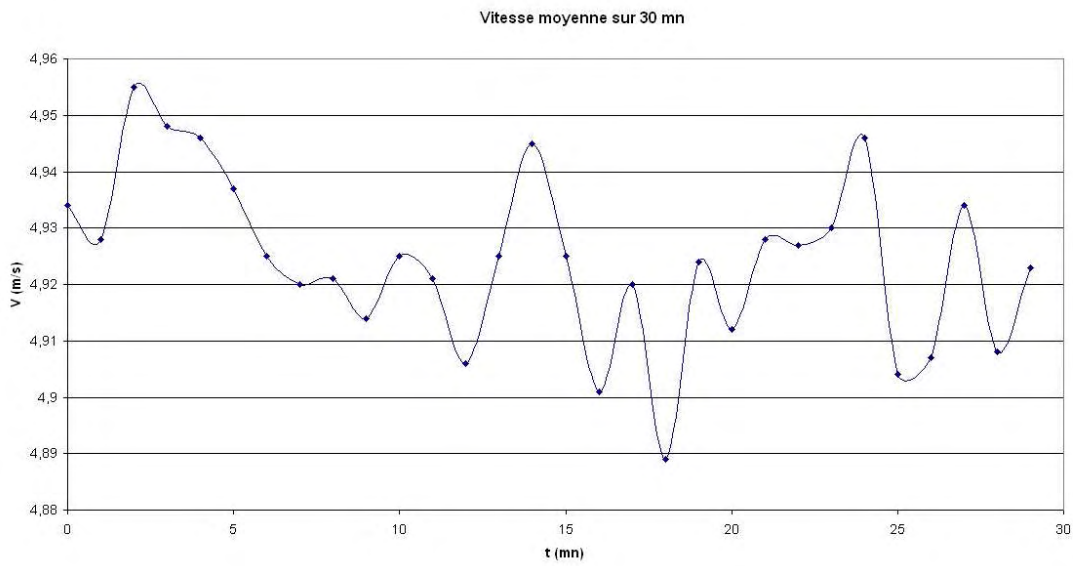


FIG. 8.13 – Évolution sur 30mn de la vitesse de soufflerie en milieu de veine

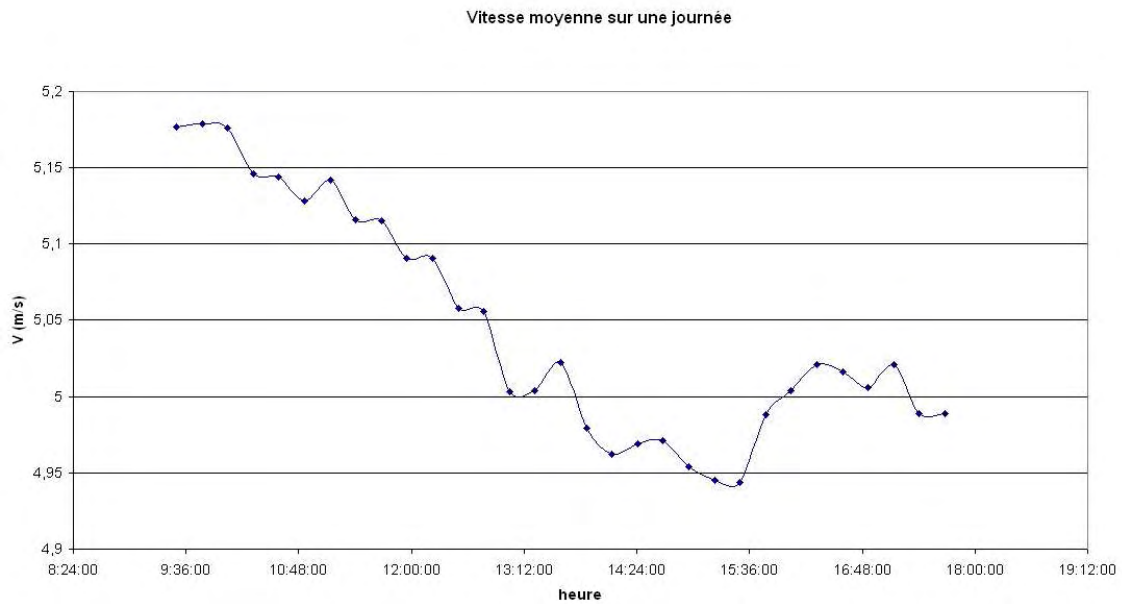


FIG. 8.14 – Évolution sur une journée de la vitesse de soufflerie en milieu de veine

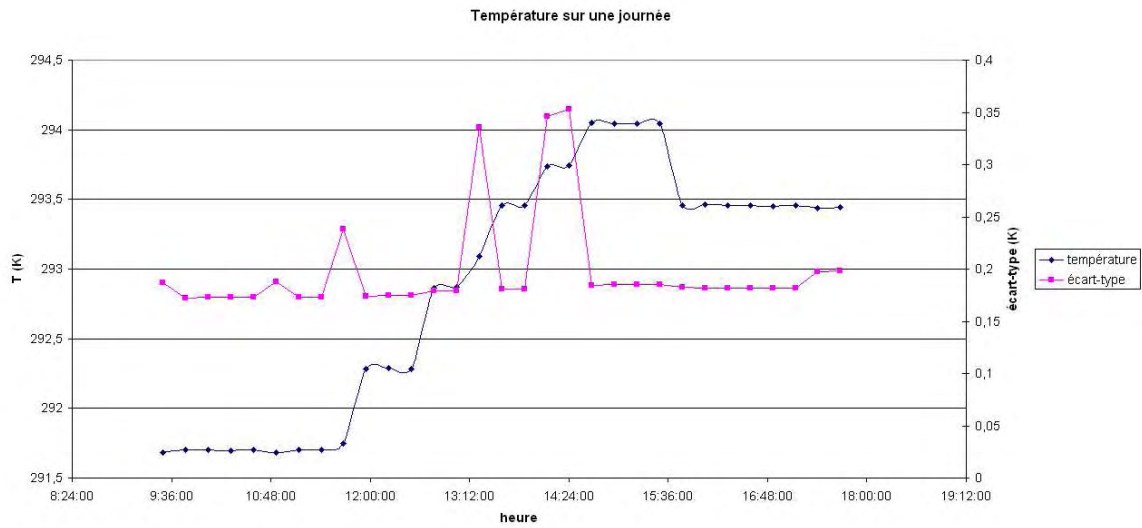


FIG. 8.15 – Évolution sur une journée de la température de soufflerie en milieu de veine



FIG. 8.16 – Évolution sur une journée du taux de turbulence de soufflerie en milieu de veine

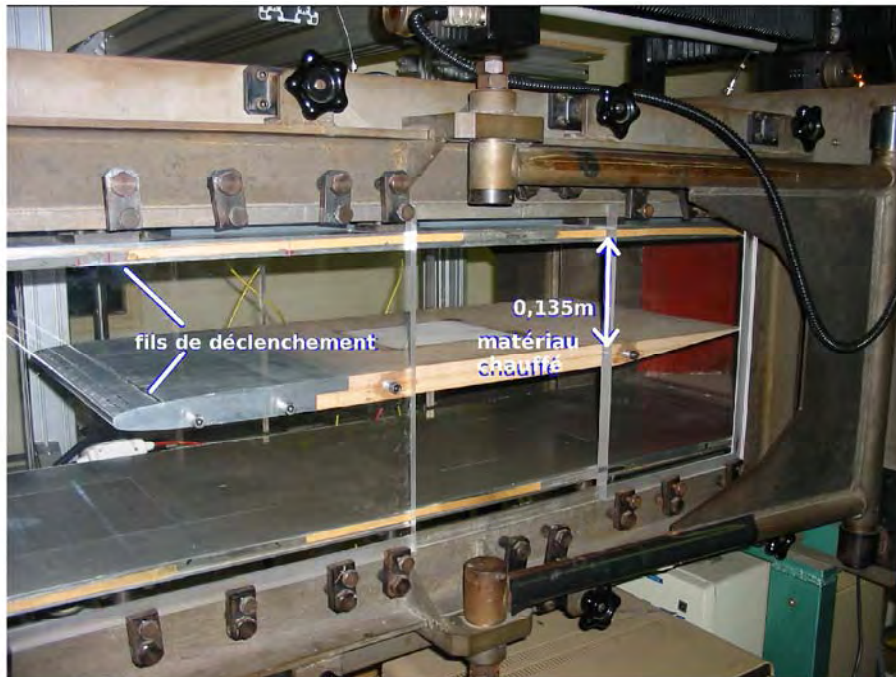


FIG. 8.17 – Installation du profil en soufflerie

la température croît de 291,7K à 294K. Puis elle croît jusqu'à un palier alors que la température descend à 293,5K.

Le taux de turbulence, de l'ordre de 1% au cœur de l'écoulement et se rapprochant de 10% dans la couche limite (figure 8.12) est stable dans le temps : l'écart-type sur les mesures de la figure 8.16 est de $3,4 \cdot 10^{-4}$ pour une moyenne de $9,5 \cdot 10^{-3}$.

La variation relativement faible de la vitesse est moins problématique que celle de la température. En effet, l'air qui traverse la veine provient de dehors. L'amplitude thermique sur une journée (de 2,3K seulement le jour de l'essai) et surtout d'une journée à l'autre peut être conséquente. Elle complique à la fois la simulation et la caractérisation des phénomènes thermiques ayant lieu entre le solide chauffé, l'écoulement de soufflerie et le jet. C'est la raison pour laquelle il a été décidé de contrôler la température de l'air par l'utilisation d'un réchauffeur. Une analyse de l'évolution de la température contrôlée sera faite au paragraphe 8.3.4.

8.3.3 Installation du profil en soufflerie

La hauteur de veine initiale est de 0,305m. Un profil est donc introduit dans la veine à 0,135m du plafond (figure 8.17). Le matériau chauffé et son système de chauffage sont insérés dans le profil. Une vue en coupe du profil est présentée sur la figure 8.18. Un écoulement laminaire avec faible gradient de pression est permis par un bord d'attaque de forme superelliptique : $\frac{X^3}{L^3} + \frac{Y^3}{(e/2)^3} = 1$ ($e = 0,0327m$ et $L = 0,2m$). C'est la partie plane du profil qui est intéressante pour l'étude.

Afin de se prémunir d'une transition laminaire / turbulent naturelle, difficile à prévoir et à modéliser, la couche limite turbulente est déclenchée. Pour cela, un fil de 0,0015m est installé à 0,05m du bord d'attaque du profil. Un autre est installé à la même abscisse sur la paroi haute de la veine. La connaissance de la couche

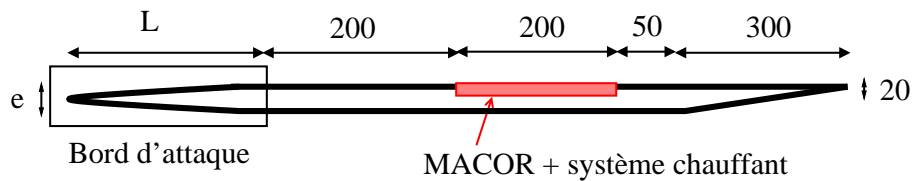


FIG. 8.18 – Vue en coupe du profil en soufflerie

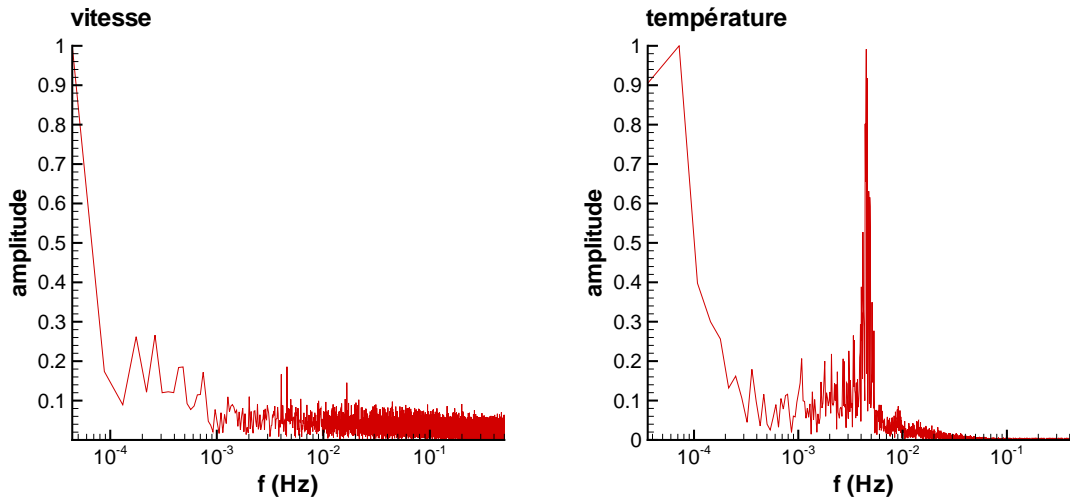


FIG. 8.19 – Analyse fréquentielle de la vitesse et de la température de soufflerie

limite à l'abord du jet est en effet primordiale. Le déclenchement des couches limites turbulentes est vérifié. Les facteurs de forme du profil de vitesse en $x = -0,06m$, $y = 0m$ sont en effet : $H = 1,46$ en bas et $H = 1,4$ en haut de veine.

8.3.4 Fréquences caractéristiques de l'installation

Une étude sur les variations dynamiques et thermiques de l'installation a été menée. Les acquisitions ont été effectuées à 1Hz. Le théorème de Shannon indique que les fréquences caractéristiques observées sont limitées à 0,5Hz. La durée d'acquisition de 25000s implique une limite basse de $4 \cdot 10^{-5}$ Hz. La figure 8.19 montre l'analyse fréquentielle de la vitesse et de la température de soufflerie.

Une fréquence caractéristique est observée uniquement sur les variations de température : $4,5 \cdot 10^{-3}$ Hz (222s). Celle-ci est due au réchauffeur, qui est contrôlé de façon "Tout Ou Rien". Il fonctionne en effet de façon à atteindre une consigne de température puis s'éteint quand elle est dépassée. La température de soufflerie oscille donc légèrement autour de la valeur consigne au rythme des déclenchements du réchauffeur.

L'amplitude des variations est un deuxième paramètre important. Comme vu précédemment, elle est de 4,7% pour la vitesse. Pour la température, elle est de 0,8K.

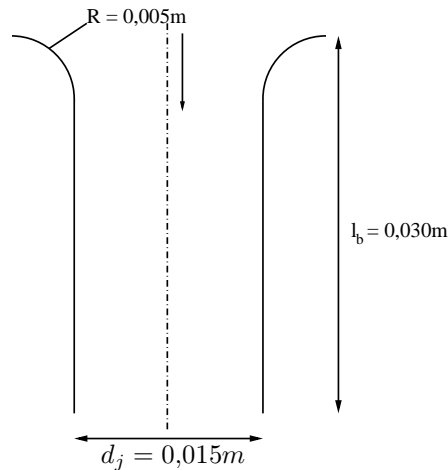


FIG. 8.20 – Forme de la buse d'injection

8.4 Les jets

Les jets représentent la deuxième composante essentielle de l'expérience de validation. Leur mode de définition et de réalisation est décrit dans ce paragraphe, notamment le contrôle du débit permettant d'obtenir des variations instationnaires identiques pour les trois jets. Pour ce mémoire, l'expérience est réalisée avec un unique jet mais elle doit aussi permettre la configuration avec trois jets.

8.4.1 Forme de la buse et profil de sortie de jet

L'injecteur présente des bords arrondis (figure 8.20) de façon à obtenir une condition limite de vitesse (sortie de jet) aussi uniforme que possible sur toute la largeur du jet [92].

Quant à l'épaisseur l_b de la buse, l'étude de Garimella et Nenasdykh [32] indique que l'on doit choisir un rapport $\frac{l_b}{d_j} > 1$. Plus précisément, pour $\frac{l_b}{d_j} < 1$, un décollement est observé, et le recollement n'a lieu, selon Mc Guinness [36], qu'en $0,9d_j$, pour $Re > 4000$. Notons que le nombre de Reynolds pour le jet à débit élevé est de 30600. Ainsi, en $l_b = d_j$, l'écoulement n'est ni uniforme, ni établi. En revanche, le débit sortant est uniforme sur toute la largeur du jet pour $1 < \frac{l_b}{d_j} < 4$ (figure 8.21), ce qui est idéal pour la simulation. Pour $\frac{l_b}{d_j} \geq 4$, le débit sortant est pleinement développé et donc facilement modélisable.

Le profil de vitesse privilégié en sortie de jet est le profil uniforme. La forme de la buse repose donc sur une épaisseur l_b double du diamètre : $0,030m$.

8.4.2 Contrôle du débit des jets

Les trois jets doivent débiter simultanément le même débit. Le principe des cols soniques est alors adopté. Un réservoir pressurisé (figure 8.22) est alimenté et contrôlé en pression par une électrovanne proportionnelle. Trois vannes en sortie du réservoir pressurisé font office de cols de diamètre réglable. Les cols sont réglés au même diamètre, amorcés et disposent de la même pression génératrice en amont. Le même débit d'air les traverse alors.

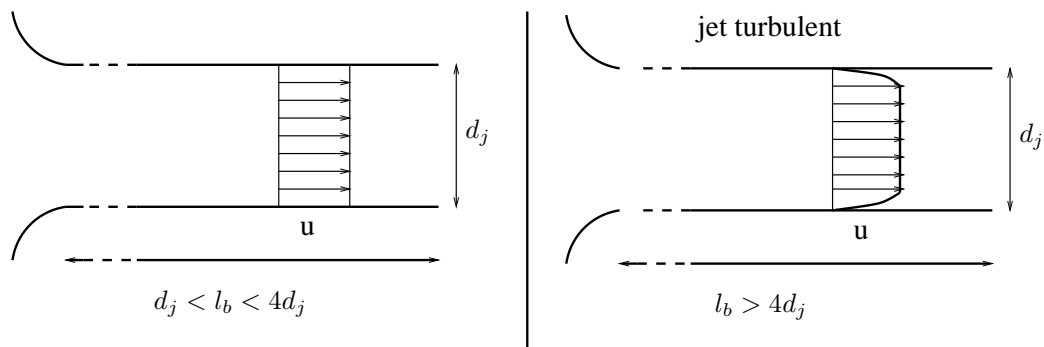


FIG. 8.21 – Profil de vitesse en sortie de jet selon l'épaisseur de la buse

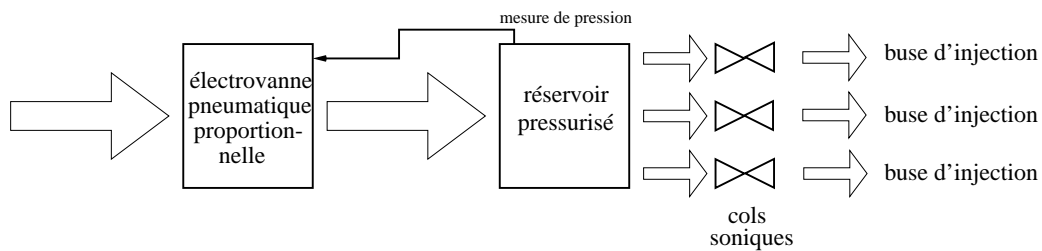


FIG. 8.22 – Contrôle du débit des jets par le principe des cols soniques

Des cols de diamètre équivalent $2,553 \cdot 10^{-3} m$ sont utilisés et permettent d'obtenir un débit de $13,6 Nm^3/h$ et $17,0 Nm^3/h$ pour des pressions absolues de 4 et 5bar respectivement.

L'électrovanne proportionnelle utilisée a pour caractéristiques : une précision de 0,012bar, une hystérésis de $9 \cdot 10^{-3} bar$ et une répétabilité de $1,2 \cdot 10^{-3} bar$. Son temps de réponse est également appréciable avec une montée de 0 à 7bar en moins de 0,2s, ou encore une montée de 1bar en 0,07s.

Le réservoir a par ailleurs un volume suffisamment réduit de $8,22 \cdot 10^{-3} m^3$. Un changement de débit de $1 m^3 s^{-1}$ sera amorti très rapidement (en $8 \cdot 10^{-3} s$). Ce temps de réponse faible, associé à celui de l'électrovanne, permet de faire le contrôle de l'instationnarité des jets. La commande de la rampe de 10s permettant une montée de pression de 4 à 5bar est discrétisée en incréments de pression de 0,01bar (soit à peu près la précision de l'électrovanne) toutes les 0,1s. À chaque instant un supplément de $9,4 \cdot 10^{-6} m^3/s$ est ajouté au débit. Les caractéristiques de l'électrovanne et du réservoir permettent largement ce gain de pression et de débit dans cet intervalle de temps.

Les jets sontensemencés entre l'électrovanne proportionnelle et le réservoir pressurisé. De cette façon, la loi d'évolution du débit des jets en fonction de la pression dans le réservoir n'est pas affectée. Le générateur à tuyère de Laskin génère cependant une perte de charge supplémentaire entre l'électrovanne et le réservoir. Une pression plus élevée étant demandée en sortie de l'électrovanne, des baisses momentanées de pression du réseau d'alimentation de l'électrovanne peuvent également impliquer un fonctionnement plus délicat de l'électrovanne. La pression commandée du réservoir pressurisé étant de 0,5 à 1bar plus faible que celle en sortie d'électrovanne, une petite inertie peut également apparaître. Les essais sont donc vérifiés et triés en fonction de l'adéquation des mesures de débit avec les commandes.

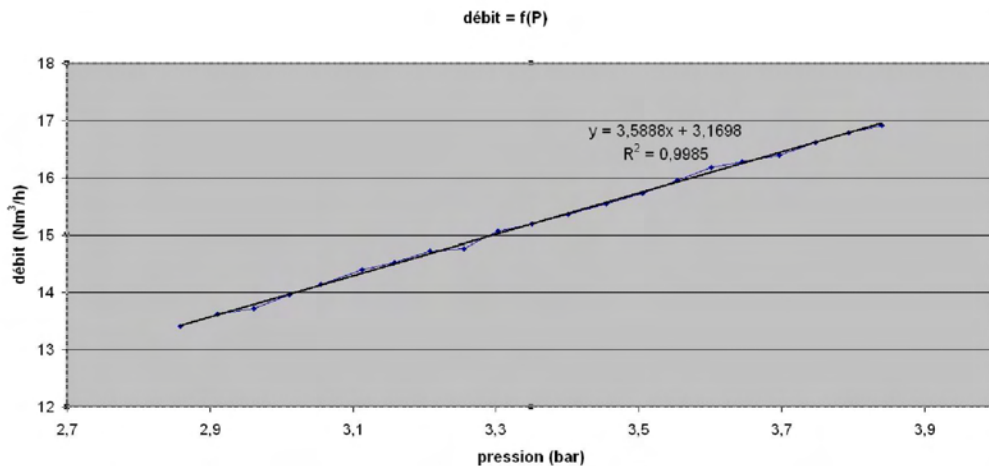


FIG. 8.23 – Linéarité du débit des jets en fonction de la pression du réservoir pressurisé

8.4.3 Débitmétrie

La linéarité du débit mesuré par débitmètre en fonction de la pression dans le réservoir est vérifiée sur la figure 8.23. La vérification est faite avec un jet unique. La pression, mesurée dans le réservoir pressurisé, et le débit indiqués résultent de moyennes sur une centaine d'échantillons. La précision du débitmètre est présentée sur la figure 8.24. L'écart-type mesuré sur la centaine d'échantillons est de l'ordre de la précision indiquée par le constructeur. La précision de la mesure de débit dans cette gamme est de $\pm 0,16 Nm^3/h$.

8.4.4 Variations journalières

Une analyse fréquentielle a été menée sur le jet comme sur la soufflerie. La gamme étudiée est celle des basses fréquences, de $8 \cdot 10^{-5} Hz$ (la mesure durant 12500s) à 0,5Hz (l'échantillonnage étant fait à 1Hz). L'analyse ne mène à la détection d'aucune fréquence caractéristique nette dans ce domaine fréquentiel (figure 8.25). Les variations observées sont dues au bruit de la mesure du débitmètre.

Il faut noter que la température de jet est mesurée à une moyenne de 295,2K, avec un écart-type de 0,1K. Un écart de 0,15K, inférieur à l'incertitude de mesure par thermocouple, peut être observé entre les températures mesurées aux débits faible et fort du jet. La variation de la température du jet entre les deux débits extrêmes utilisés est donc négligeable. En revanche, le jet a une température différente de celle de la soufflerie (du fait principalement de la température du réseau d'air comprimé).

8.5 Répétabilité

Les équipements principaux de l'expérience ayant été présentés, leur répétabilité est évaluée en comparant les mesures dynamiques et thermiques sur des essais réalisés à deux reprises avec des moyens de mesure identiques. Le mot répétabilité est ici employé dans un sens faible. En effet, dans ces essais, surtout pour les aspects dynamiques, les erreurs de répétabilité ne sont pas complètement isolées des incertitudes statistiques, le nombre d'échantillons de mesure collectés étant limité. L'objectif de ce paragraphe est donc de donner une idée de la

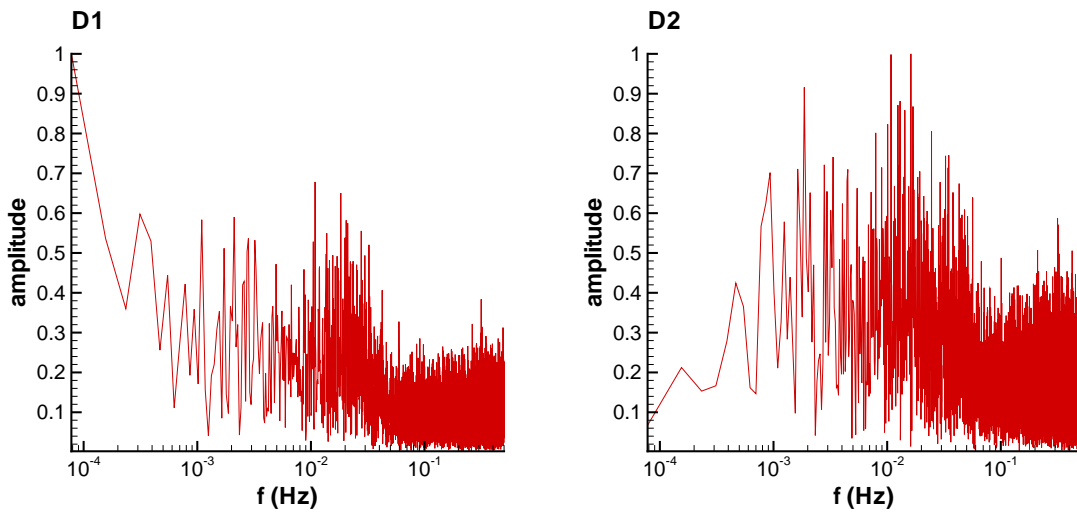
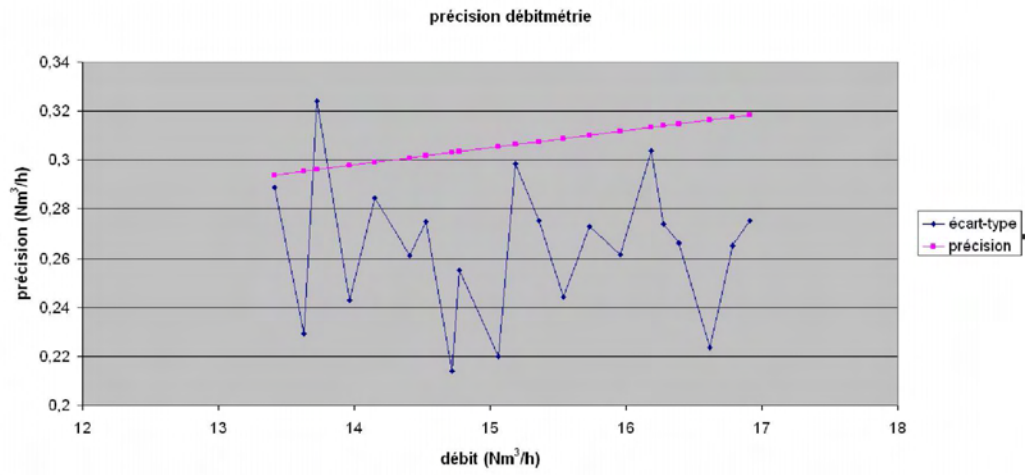


FIG. 8.25 – Analyse fréquentielle du débit de jet à $D_1 = 13,6 Nm^3/h$ et $D_2 = 17,0 Nm^3/h$

répétabilité des mesures sur ce dispositif expérimental et d'évaluer une majoration de l'erreur de répétabilité.

8.5.1 Dynamique

Ce paragraphe présente l'évaluation de la répétabilité des deux équipements (soufflerie et jet) et les conséquences observées sur l'écoulement global de jet en écoulement transverse.

8.5.1.1 Soufflerie

Les essais de répétabilité (figure 8.26) sont effectués par mesure LDV en entrée de veine ($x = -0,11m$). Les deux mesures ont été effectuées à un jour d'écart, dans des conditions de température d'écoulement différentes (299 et 296K respectivement). Pour ces essais, le jet ne débite pas. L'écart relatif de vitesse entre les deux mesures effectuées n'excède pas 0,02 et est de l'ordre de 0,01 au cœur de l'écoulement. L'erreur relative sur la valeur turbulente k est plus élevée (0,2 et ponctuellement 0,6 en un point où le nombre de particules captées est faible), notamment du fait de la faiblesse des valeurs mesurées ($0,1m^2s^{-2}$).

8.5.1.2 Jets

Comme pour l'écoulement de veine, la répétabilité de la dynamique des jets est évaluée à l'aide de mesures par LDV. Les erreurs sur la vitesse et sur l'énergie turbulente sont évaluées à partir d'essais effectués à une semaine d'écart sur des maillages différents. Les figures 8.27 et 8.28 montrent ces erreurs sur les deux diamètres longitudinal ($y = 0m$) et transversal ($x = -0,017m$), aux deux débits extrêmes $D_1 = 13,6Nm^3/h$ et $D_2 = 17,0Nm^3/h$. L'erreur sur la vitesse est de l'ordre de 0,01 à 0,04 au cœur du jet. Elle est plus élevée à faible qu'à fort débit, notamment car les vitesses sont alors plus faibles. Elle est, en partie pour la même raison, plus forte aux abords de la limite du jet. Une autre explication peut aussi venir des mesures sur des maillages différents : l'importance des gradients dans cette zone peut créer des problèmes d'interpolation et de grande sensibilité à l'incertitude sur la position de la mesure. Enfin, la limite du jet est plus sujette aux fluctuations.

L'erreur de répétabilité sur l'énergie turbulente est plus élevée et uniforme sur toute la largeur du jet (0,1 à 0,3). Au centre du jet, k est faible (de 1 à $6m^2s^{-2}$) et les problèmes des abords de la limite du jet restent présents.

8.5.1.3 Dynamique globale

Des mesures par PIV permettent de sonder l'influence des erreurs de répétabilité sur le champ global de vitesse. Effectuées à quatre jours d'intervalle sur un plan à $z = 0,01m$ pour un jet à $D_1 = 13,6Nm^3/h$, leur écart relatif est inférieur à 0,11 sur la vitesse et 0,27 sur l'énergie turbulente (figure 8.29). Il est plus important dans la zone de jet, la plus turbulente et donc où l'incertitude statistique est aussi la plus grande. Hors jet, l'erreur de répétabilité est de l'ordre de 0,05 sur la vitesse et 0,1 sur k . Les erreurs sont alors proches de celles sur les entrées des ventilations globale et dédiée.

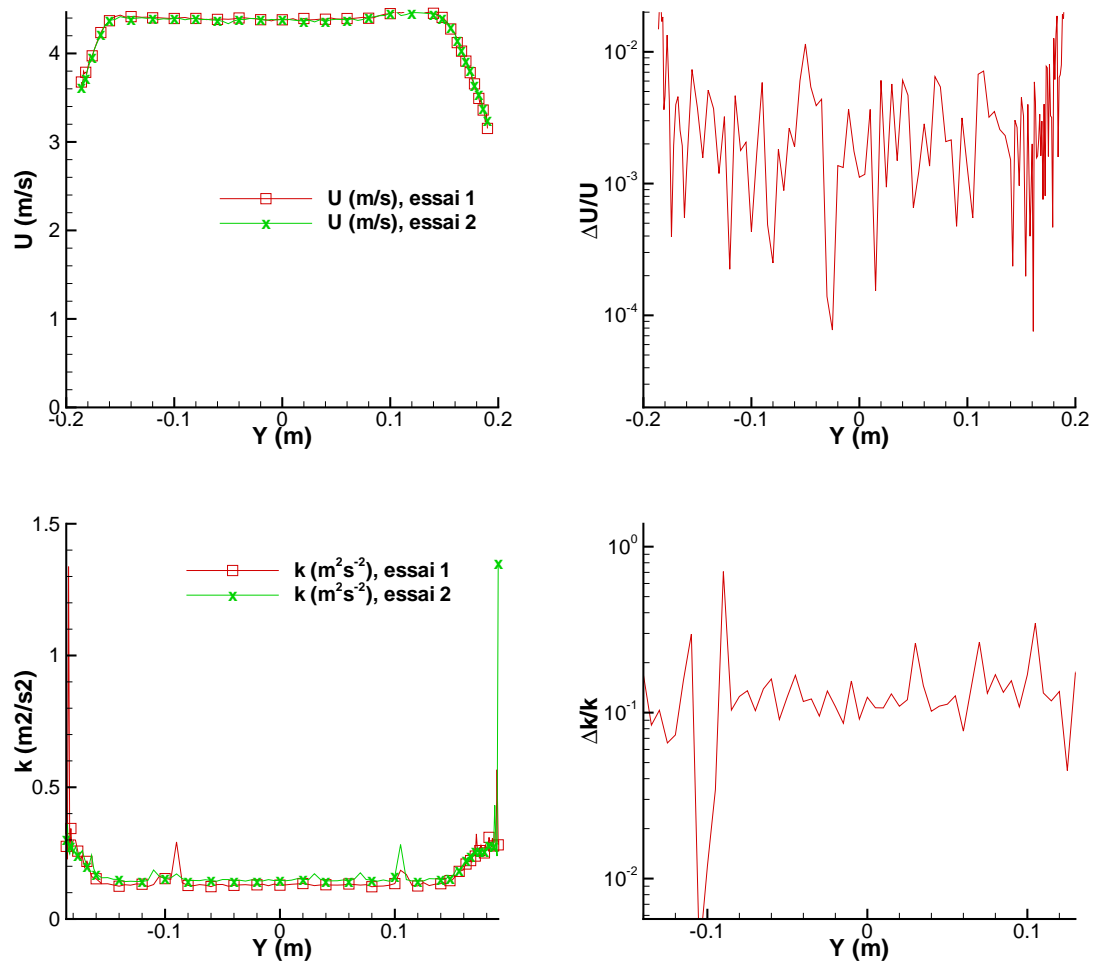


FIG. 8.26 – Erreurs de répétabilité sur les mesures en amont

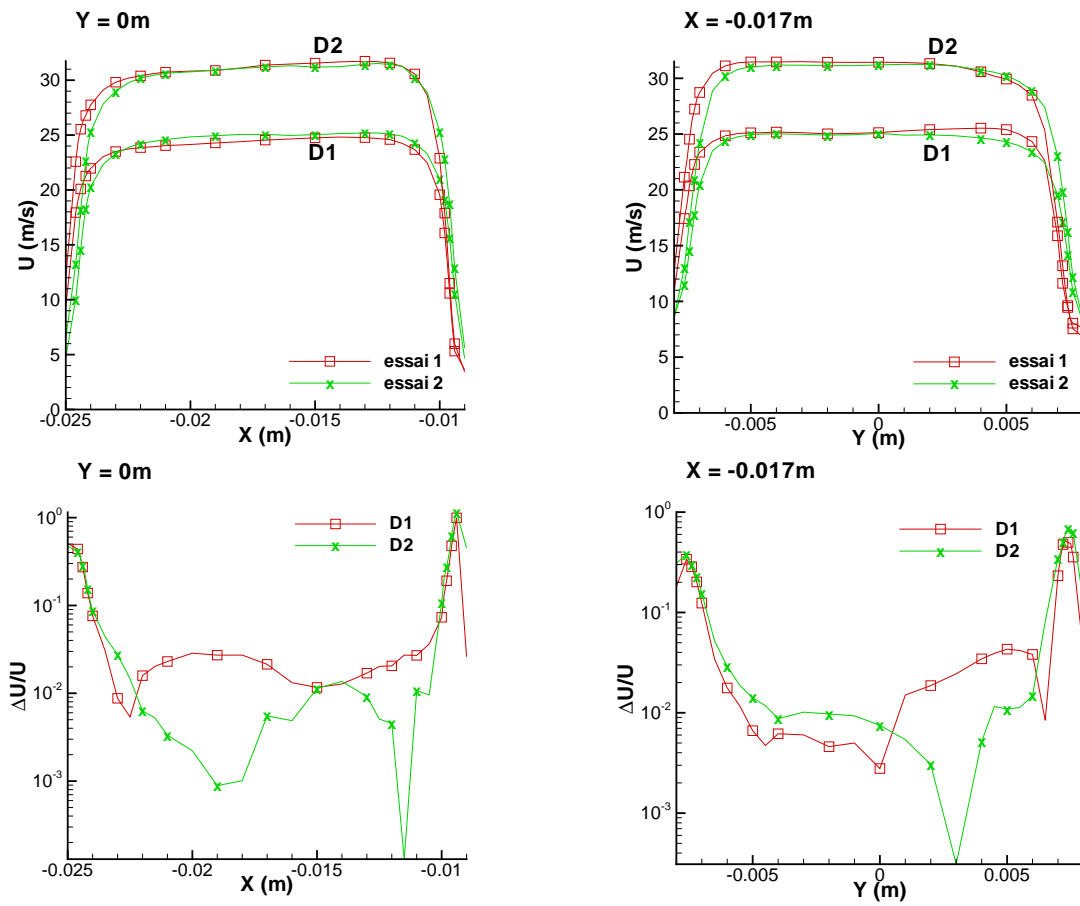


FIG. 8.27 – Erreurs de répétabilité sur les mesures de jet : module de la vitesse

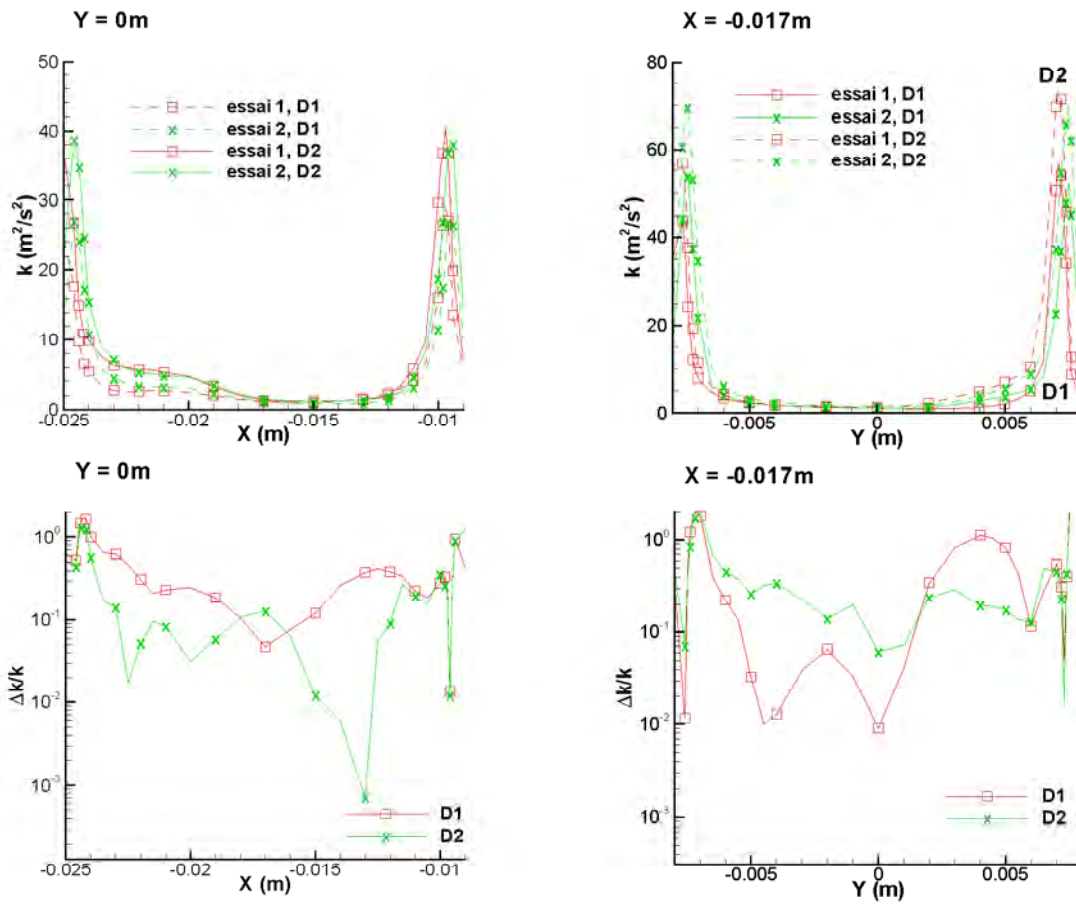


FIG. 8.28 – Erreurs de répétabilité sur les mesures de jet : énergie cinétique turbulente

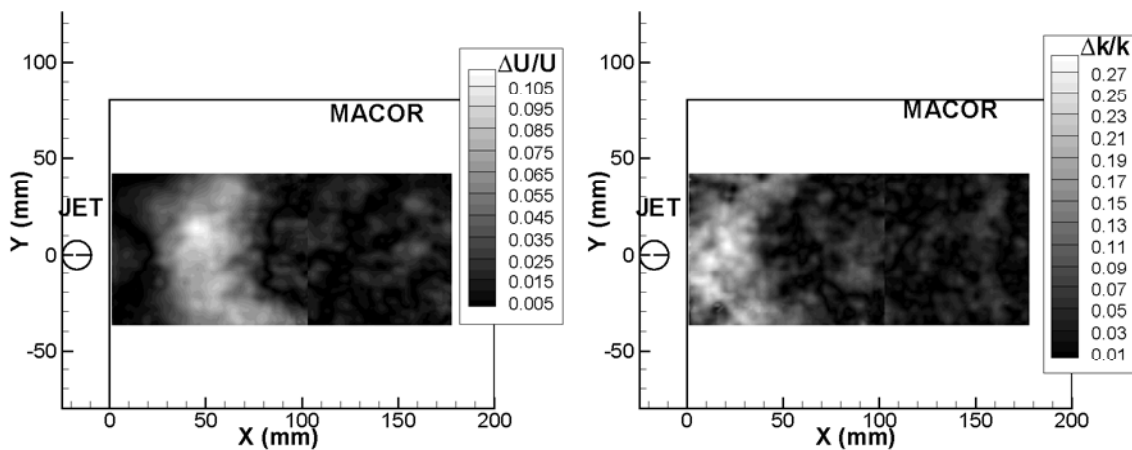


FIG. 8.29 – Erreurs de répétabilité sur les mesures au sein de l'écoulement

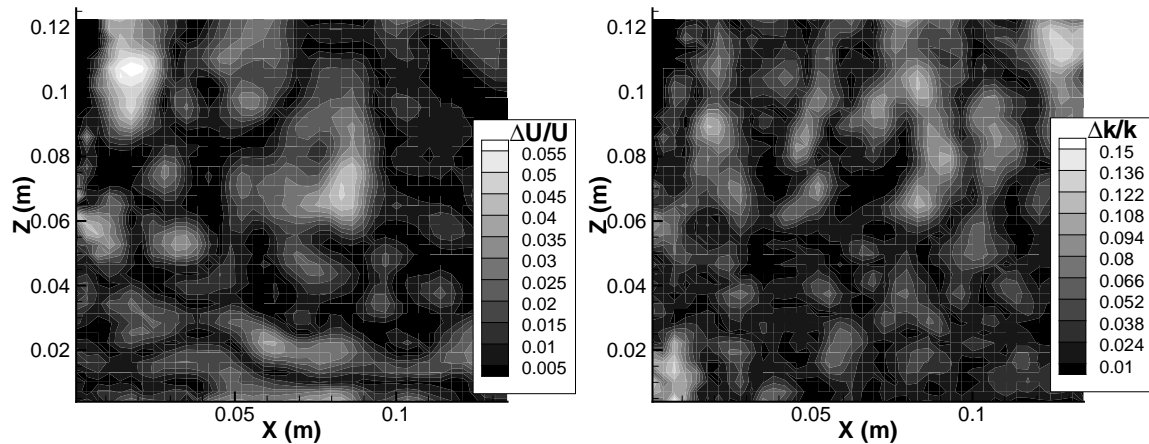


FIG. 8.30 – Influence de la température sur les mesures dynamiques

8.5.1.4 Influence de la température

Il est attendu que dans les conditions incompressibles de l'écoulement, l'influence de la température sur la dynamique soit négligeable.

Deux mesures par PIV dans le plan de symétrie avec un matériau chauffé en face arrière à $325K$, puis non chauffé, permettent de corroborer le résultat déjà observé pour le test de répétabilité par LDV en amont de veine. La figure 8.30 montre en effet des écarts relatifs entre les deux essais inférieurs à l'erreur de répétabilité : 0,06 sur la vitesse et 0,15 sur l'énergie turbulente.

Ce résultat est très important car il autorise la réalisation de mesures dynamiques avec le matériau froid. La durée des séquences instationnaires peut également être réduite pour ces mesures en négligeant l'inertie thermique. Les paliers de vitesse de jet peuvent alors être écourtés.

8.5.2 Aérothermique

La température de paroi du matériau chauffé constitue la donnée essentielle de validation de la méthode de couplage. La connaissance de l'erreur de répétabilité sur cette variable est donc particulièrement importante.

Les écarts de température à la surface du matériau chauffé sont évalués par thermographie infrarouge entre deux essais à débit de jet $D_1 = 13,6 Nm^3/h$. Pour ces essais, l'incertitude statistique maximale, évaluée à l'aide de l'équation 6.5 (avec 4000 mesures et des fréquences d'acquisition et de phénomène thermique $f_a = 5Hz$ et $f_p = 4,5 \cdot 10^{-3}Hz$), est de 0,15K. Par ailleurs, les températures d'écoulement transverse, de jet et de face arrière du matériau chauffé sont respectivement 23,5, 23,0 et 52,3K ($\pm 0,15K$). La différence maximale entre les deux essais, constituant l'erreur de répétabilité, est de 0,4K (figure 8.31). Elle est probablement due à une dérive de la caméra et à l'échauffement progressif des différentes parois de la veine.

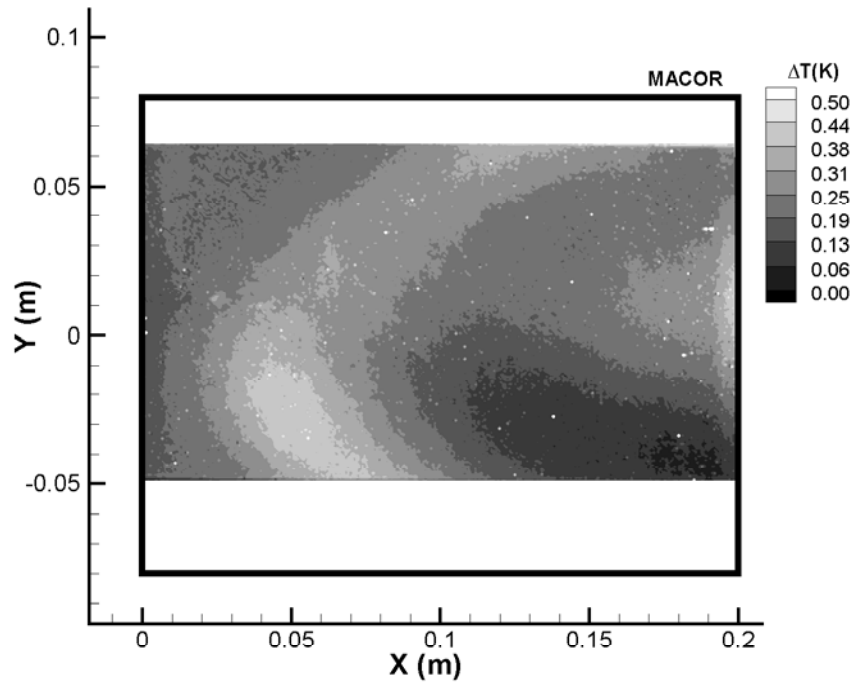


FIG. 8.31 – Erreur de répétabilité sur la mesure de température de paroi

8.6 Conclusion

La définition de l'expérience de validation "Refroidissement moteur" a permis :

- le choix de la géométrie : des jets ronds de $0,015m$ de diamètre pénétrant dans un écoulement transversal réalisé par une soufflerie, de hauteur $0,135m$;
- le choix du matériau et des conditions thermiques ;
- le choix du transitoire sur une variation en rampe de débit de jet d'une durée de $10s$;
- le choix des mesures à effectuer par LDV, PIV et thermographie infrarouge ;
- le choix des équipements :
 1. une soufflerie de type Eiffel avec un écoulement de température contrôlée, dans laquelle est inséré un profil contenant le matériau chauffé. Cette soufflerie est très stable dynamiquement. L'amplitude des variations de température a été nettement diminuée, à $0,8K$, grâce au chauffage de l'écoulement, qui induit cependant un comportement périodique de faible amplitude et faible fréquence ($4,5 \cdot 10^{-3}Hz$), influençant uniquement les paramètres thermiques. Les couches limites sont déclenchées,
 2. des jets contrôlés en pression dont le débit a été choisi, à l'aide de visualisations par thermographie infrarouge, pour permettre l'impact sur le matériau chauffé.

Ces équipements permettent une répétabilité des mesures à $0,05$ près sur la vitesse et $0,1$ à $0,3$ près sur les grandeurs turbulentes. L'erreur de répétabilité sur la mesure des températures de paroi par thermographie infrarouge est de $0,4K$.

Prévue également pour réaliser la ventilation dédiée par trois jets ronds identiques, l'expérience présentée dans ce mémoire a été faite avec un unique jet central. L'expérience avec trois jets est un autre volet du projet plus global ATRAN et permettra d'évaluer l'influence du confinement du jet central sur l'écoulement et le transfert de chaleur.

Chapitre 9

Mesures

Dans ce chapitre sont présentées les mesures effectuées sur l'expérience de validation présentée au chapitre 8. Le but n'est aucunement d'obtenir des données permettant de faire une analyse en profondeur de l'écoulement et des phénomènes aérothermiques. Les résultats expérimentaux seront donc présentés dans l'optique de la validation. Les mesures permettent d'obtenir les conditions aux limites du domaine observé : elles sont nécessaires à la réalisation des simulations numériques. Elles donnent aussi des champs de vitesse et de température moyennés, destinés à la comparaison avec les résultats numériques effectués selon une approche RANS. L'accent est également porté sur les incertitudes de mesure.

9.1 Conditions aux limites dynamiques

Les conditions aux limites dynamiques sont mesurées par LDV sur la ventilation globale et la ventilation dédiée (jet). Avec quelques adaptations, elles permettent de générer les conditions aux limites pour la simulation.

9.1.1 Conditions d'entrée de la ventilation globale

Il s'agit d'obtenir les conditions de vitesse moyenne et de grandeurs turbulentes, ainsi que l'incertitude associée, sur le plan d'entrée de l'écoulement transverse (en $x = -0,11m$, sur la figure 8.6).

9.1.1.1 Mesures

Les mesures ont été effectuées selon une ligne horizontale en milieu de veine ($z = 0,0675m$) et une ligne verticale en $y = 0m$. Elles ont été effectuées avec le jet à ses deux débits extrêmes $D_1 = 13,6Nm^3/h$ et $D_2 = 17,0Nm^3/h$.

Les profils de vitesse respectivement vertical et horizontal sont donnés sur la figure 9.1. La vitesse longitudinale u en veine est de $4,1m/s$, w est très faible, de l'ordre de $0,1m/s$. La composante non mesurée, v , est prise à $0m/s$. La différence entre les profils obtenus aux deux débits de jet est minimale : l'erreur relative induite par le choix du profil obtenu à l'un des deux débits est alors de 0,01 en milieu de veine (figure 9.2). Cette erreur relative est naturellement un peu plus élevée dans les couches limites (0,1). Les vitesses considérées sont en effet plus faibles. Par ailleurs, une petite différence de vitesse est observée au raccord entre les mesures dans les moitiés haute et basse de la veine. Elle est de $0,01m/s$ pour une vitesse de $4,15m/s$ et est donc comprise dans l'erreur de répétabilité (0,02).

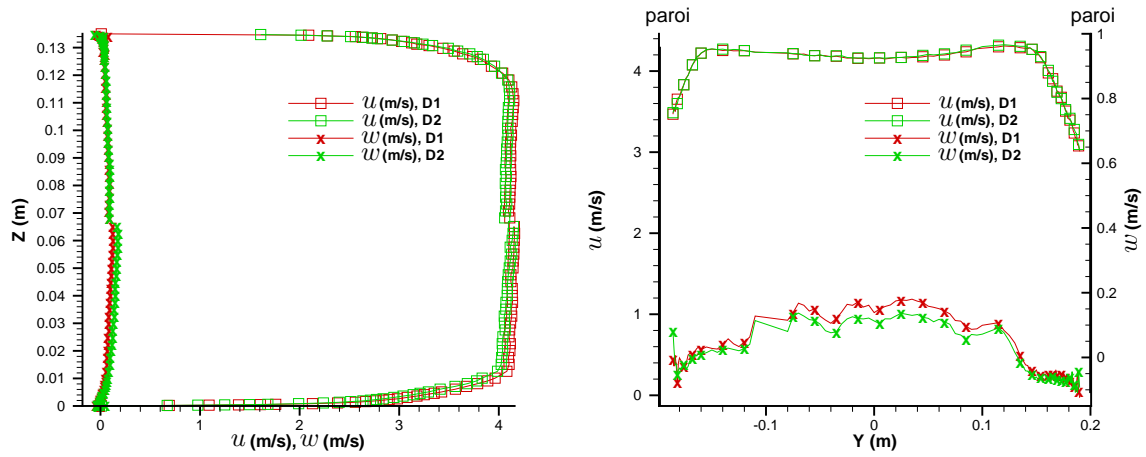


FIG. 9.1 – Profils de vitesse longitudinale et transversale selon une ligne verticale en $y = 0\text{ m}$, et une ligne horizontale en $z = 0,0675\text{ m}$

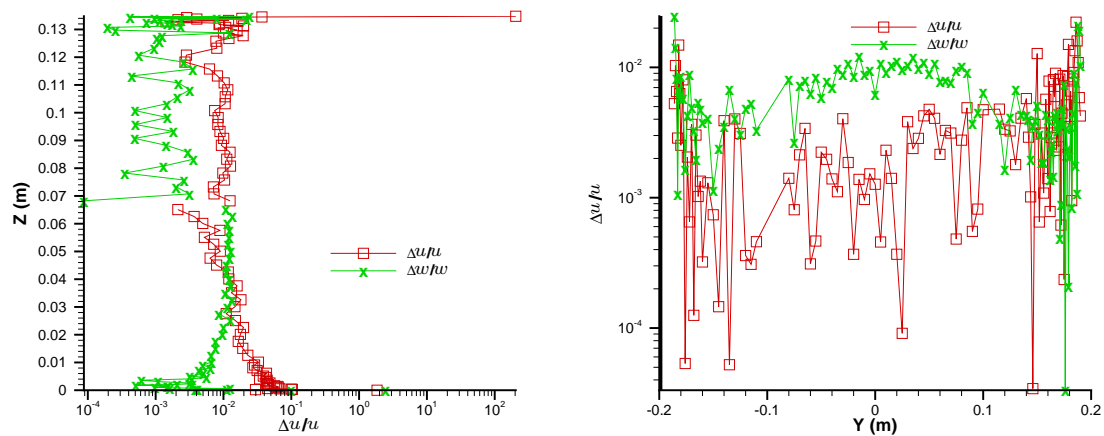


FIG. 9.2 – Écart relatif entre les vitesses mesurées aux deux débits

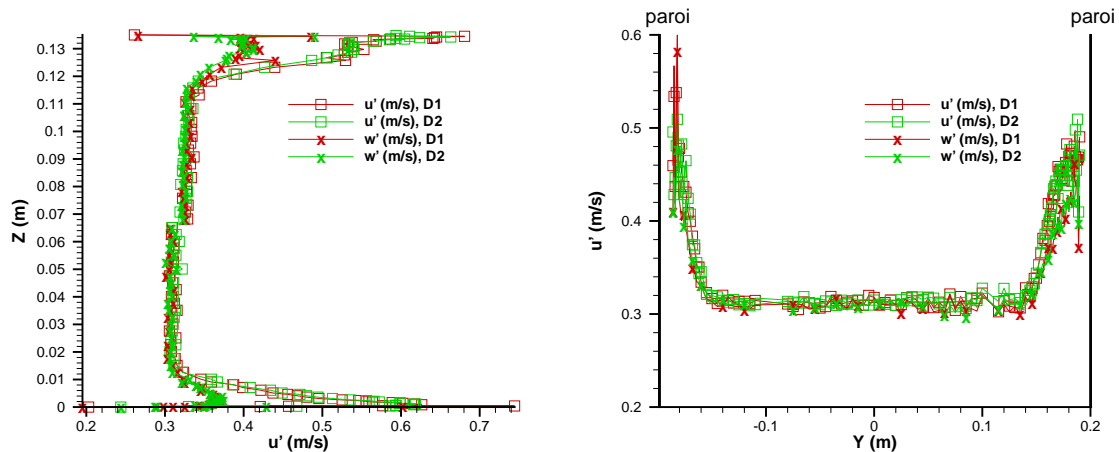


FIG. 9.3 – Profils de vitesses fluctuantes

Les profils de couche limite obtenus en haut et en bas de veine sont turbulents : des rapports de forme de 1,48 à D_1 et 1,41 à D_2 en bas de veine et 1,52 à D_1 et 1,44 à D_2 en haut de veine sont calculés. Ceux sur les parois latérales de la soufflerie sont laminaires : le rapport de forme est 2,35 aux deux débits. Le nombre de Reynolds $Re_\theta = \frac{u_\infty \theta}{\nu}$ basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement θ est en revanche d'environ 1250. Le critère de transition de Michel sur plaque plane indique un nombre de Reynolds de transition de 1180 [23]. La couche limite est alors en cours de transition. Le problème est certes à signaler mais d'une importance limitée, le phénomène observé se situant au centre de la veine, auprès du matériau chauffé, donc assez loin des parois latérales.

Le profil horizontal présente une forme creusée en son centre. Il s'agit d'un effet du jet qui se situe 0,093m à l'aval du point de mesure. Il ralentit l'écoulement et provoque un contournement qui accélère l'écoulement sur les côtés. Une différence de 0,1m/s entre les vitesses au centre et sur les côtés en découle.

Les fluctuations de vitesse longitudinale et transversale sont également mesurées (figure 9.3). Des profils d'énergie cinétique turbulente et de dissipation en sont déduits (figure 9.4). Il s'agit alors d'un écoulement de type plaque plane. Dans le coeur de l'écoulement et auprès des parois latérales, la turbulence est considérée isotrope. La figure 9.3 montre que les composantes u' et w' sont très proches dans ces zones. La composante fluctuante non mesurée v' est donc prise égale à w' et est également proche de u' . Au coeur des couches limites turbulentes, $v' = \sqrt{2}w'$ [22]. La dissipation est calculée selon la formulation de Norris-Reynolds [62] (équation 8.5). L'épaisseur de couche limite à 99% est évaluée dans le tableau 9.1 qui recense les épaisseurs obtenues pour les profils verticaux, horizontaux, ainsi que pour le jet¹. L'incertitude sur la mesure de l'épaisseur (due à la taille du maillage de mesures) est également portée dans le tableau.

Au coeur de l'écoulement, l'énergie cinétique turbulente est de $0,14m^2/s^2$, la dissipation de $2m^2/s^3$. Ces grandeurs augmentent au coeur de la couche limite jusque $k = 0,45m^2/s^2$ et $\varepsilon = 408m^2/s^3$ (figure 9.4).

¹L'épaisseur de la couche limite du jet est mesurée à partir du bord de la buse d'injection jusqu'au point où la vitesse atteint 99% de la vitesse au centre du jet.

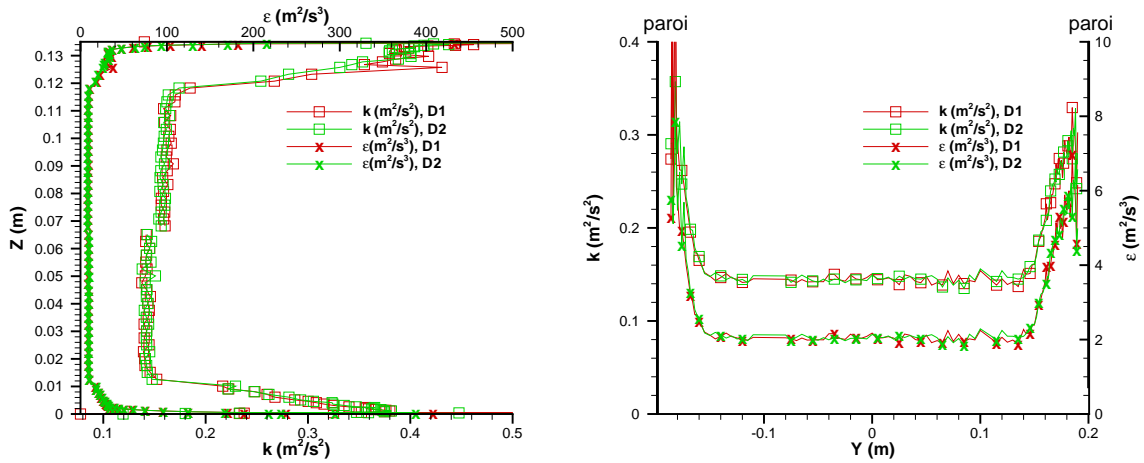


FIG. 9.4 – Profils d'énergie et dissipation turbulentes

	Profil Vertical bas de veine	Profil Vertical haut de veine	Profil Horizontal $y < 0$	Profil Horizontal $y > 0$	Jet
$\delta(m)$	0,012	0,015	0,042	0,053	0,0025
$\Delta\delta(m)$	0,0025	0,0025	0,005	0,005	0,0005
$\frac{\Delta\delta}{\delta}$	0,21	0,17	0,12	0,09	0,20

TAB. 9.1 – Mesure des épaisseurs des couches limites

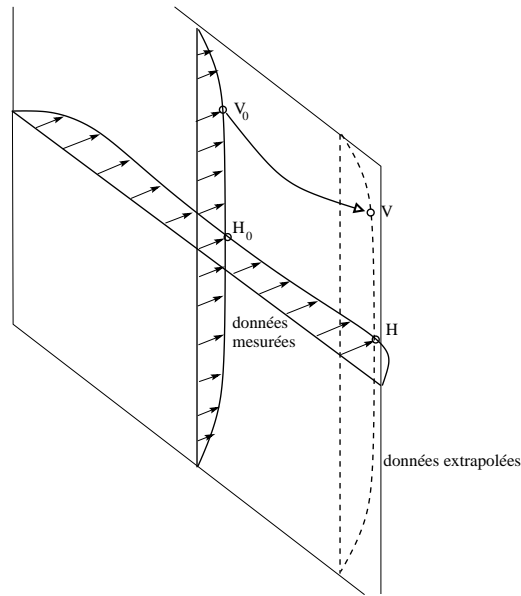


FIG. 9.5 – Principe d'extrapolation des données d'entrée de veine

9.1.1.2 Profil de conditions aux limites déduit

Des deux lignes mesurées sont déduites par extrapolation des données sur toute la surface d'entrée. Soit \mathcal{U} la vitesse ou les quantités turbulentes. Avec les notations de la figure 9.5, \mathcal{U} est calculée au point V à partir des valeurs mesurées aux points H , H_0 et V_0 . Ainsi le profil vertical selon l'axe V_0H_0 est reproduit avec un facteur de proportionnalité selon l'axe quelconque VH .

$$\mathcal{U}_V = \mathcal{U}_{V_0} \cdot \frac{\mathcal{U}_H}{\mathcal{U}_{H_0}}$$

Les profils d'entrée de veine de vitesses moyennes et de quantités turbulentes obtenus sont présentés sur la figure 9.6.

9.1.1.3 Précision et incertitudes

Les études fréquentielles n'ont pas révélé de fréquence basse sur la dynamique de l'installation. L'évaluation de l'incertitude statistique de mesure est donc faite avec les formules 6.5 et 6.6, où n est le nombre de particules détectées. L'incertitude sur k est déduite de celle sur la variance. Elle ne prend pas en compte l'incertitude sur le modèle utilisé pour évaluer la troisième composante de vitesse fluctuante.

L'incertitude sur la variance étant la même sur toutes les composantes de la vitesse, celle sur l'énergie turbulente est :

$$\frac{\Delta k}{k} = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2k} \frac{\Delta \overline{u'^2}}{\overline{u'^2}} = \frac{\Delta \overline{u'^2}}{\overline{u'^2}}$$

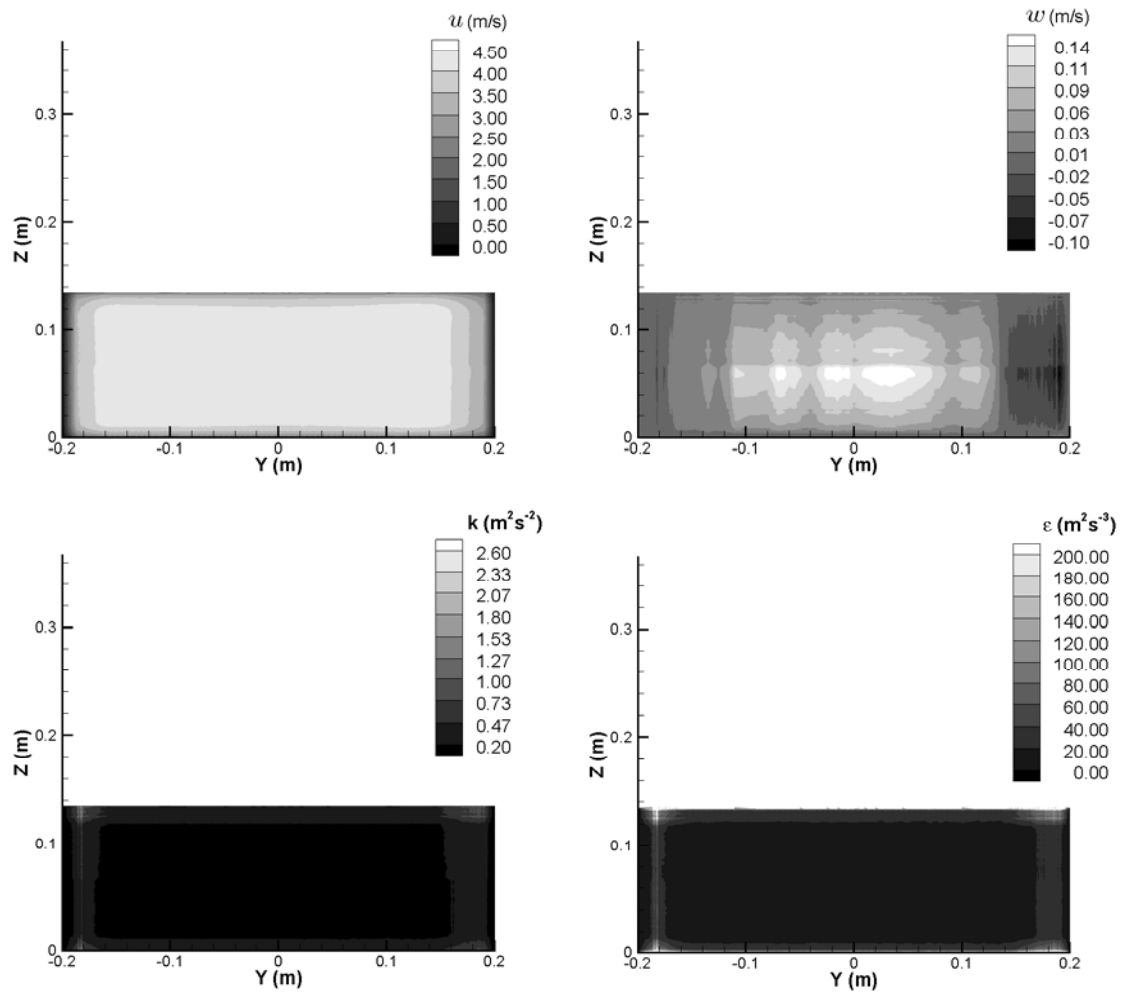


FIG. 9.6 – Conditions aux limites d'entrée : champ de vitesses moyennes, énergie cinétique et dissipation turbulentes

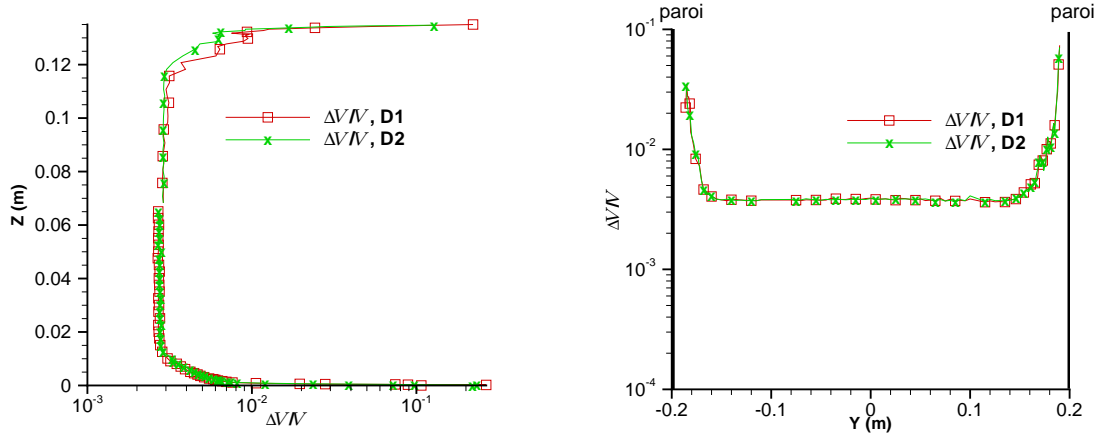


FIG. 9.7 – Incertitude statistique sur la mesure des vitesses

L'incertitude sur la dissipation $\varepsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\varepsilon}$ est fonction de celle sur l'énergie. Soit $l_\varepsilon = \frac{L}{D}$ où $D = 1 + \frac{2\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2}}{Re_L}$. $dl_\varepsilon = \frac{D \cdot dL - L \cdot dD}{D^2}$, où $dD = \frac{-2\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2} dRe_L}{Re_L^2} = (1 - D) \frac{dRe_L}{Re_L}$. Il vient $\frac{dl_\varepsilon}{l_\varepsilon} = \frac{dL}{L} - \frac{1 - D}{D} \frac{dRe_L}{Re_L}$. Par ailleurs, $Re_L = \frac{\sqrt{kL}}{\nu}$. Donc $\frac{\Delta Re_L}{Re_L} = \frac{1}{2} \frac{\Delta k}{k} + \frac{\Delta L}{L}$.

Hors couche limite, $L = \chi_{NR} y$, on considère $\frac{\Delta L}{L} = 0$. En couche limite, $L = 0,085\delta$. L'estimation de δ se fait comme indiqué dans le tableau 9.1, où est indiquée l'incertitude $\frac{\Delta\delta}{\delta}$.

Au final :

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \begin{cases} \left(\frac{3}{2} + \frac{\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2}}{Re_L + 2\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2}} \right) \frac{\Delta k}{k} & \text{hors couche limite} \\ \left(\frac{3}{2} + \frac{\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2}}{Re_L + 2\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2}} \right) \frac{\Delta k}{k} + \left(1 + \frac{2\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2}}{Re_L + 2\chi_{NR}^2 C_\mu^{-3/2}} \right) \frac{\Delta\delta}{\delta} & \text{en couche limite} \end{cases}$$

L'incertitude statistique sur la mesure des vitesses en entrée de veine apparaît sur la figure 9.7. De l'ordre de 3 à $4 \cdot 10^{-3}$ au coeur de l'écoulement, elle monte à $0,05$ voire plus aux abords des parois où le nombre de particules capté chute.

La figure 9.8 montre l'incertitude sur k . Elle est de $0,05$ au centre de veine pour les mesures selon la ligne verticale et $0,07$ selon la ligne horizontale. Elle monte en revanche à $0,8$ au plus près de la paroi. L'incertitude sur ε (figure 9.9) est du même ordre.

À cette incertitude statistique viennent s'ajouter des erreurs de répétabilité ($0,02$ pour la vitesse et $0,2$ pour k) et celles dues à l'écart des vitesses mesurées aux deux débits de jet ($0,01$).

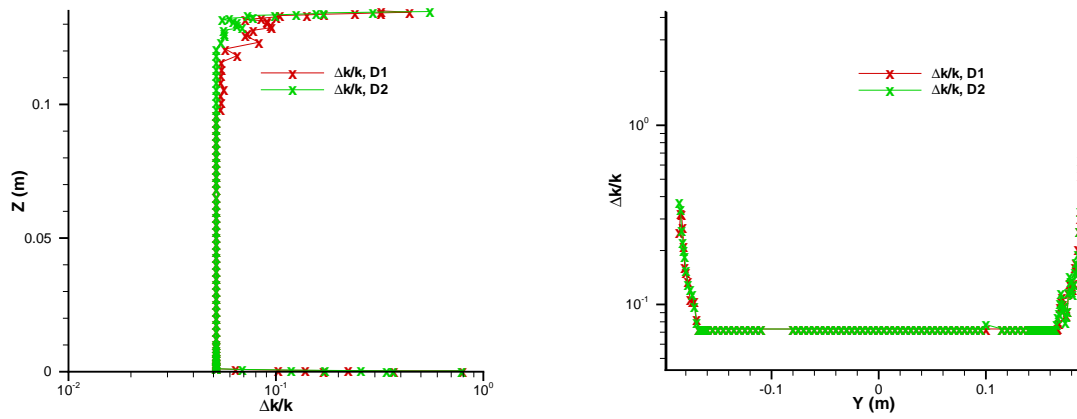


FIG. 9.8 – Incertitude statistique sur la mesure de l'énergie cinétique turbulente

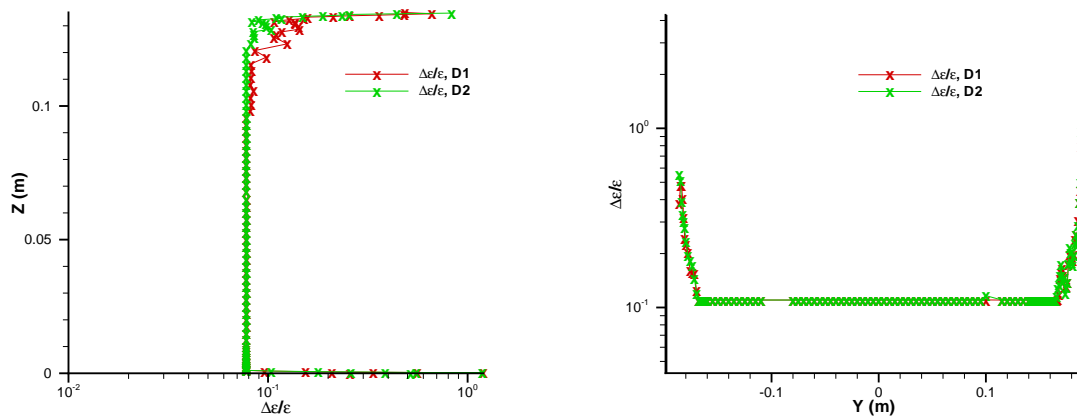
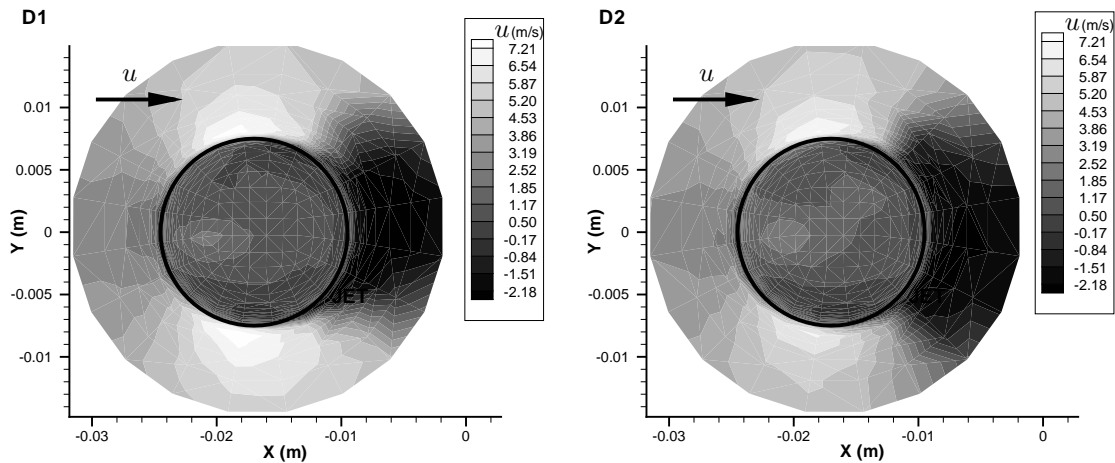


FIG. 9.9 – Incertitude statistique sur la mesure de la dissipation

FIG. 9.10 – Condition aux limites de jet : vitesse de cisaillement u

9.1.2 Conditions aux limites de jet

Les conditions de vitesse moyenne et de grandeurs turbulentes et l'incertitude associée pour le jet sont obtenues dans ce paragraphe. La répartition spatiale est mesurée aux deux débits D_1 et D_2 extrêmes. L'évolution de la vitesse lors de la phase instationnaire, mesurée ponctuellement au centre du jet, est également évaluée.

9.1.2.1 Profils mesurés aux deux débits de jet extrêmes

Les mesures sont effectuées aux deux débits extrêmes, sur un maillage de 378 points, débordant les limites du jet d'un rayon. Du fait des réflexions qui éblouissent le récepteur, elles ont dû être faites $\Delta z = 3 \cdot 10^{-3}m$ sous l'orifice de sortie du jet.

Les champs de vitesse obtenus sont présentés sur les figures 9.10 et 9.11. Le jet souffle selon l'axe z avec une vitesse w négative. Une certaine uniformité de cette vitesse peut être observée. La composante de cisaillement u est faible (de 0 à 10% de la vitesse w) et prend ses valeurs les plus importantes vers l'amont, où l'écoulement transversal modifie plus fortement le profil de sortie de jet. Cet écoulement transversal empêche la symétrie cylindrique du profil de sortie de jet. La figure 9.10 montre également le contournement du jet par l'écoulement transversal, et le sillage du jet. La composante de vitesse non mesurée, v , est négligée et prise à $0m/s$. Il s'agit d'une hypothèse forte, mais v est négligeable devant la composante essentielle du jet, w . v est aussi probablement de l'ordre de u , dont la connaissance est déjà moins indispensable, voire un peu plus faible car u est selon la direction de la déviation par l'écoulement transverse.

Il est important de noter que la vitesse aux bords du jet n'est pas nulle. Elle est même assez importante, de l'ordre de 13 à 18m/s. Cela est dû à la mesure $3 \cdot 10^{-3}m$ sous l'orifice : il y a entrainement, sur les frontières, de l'air environnant.

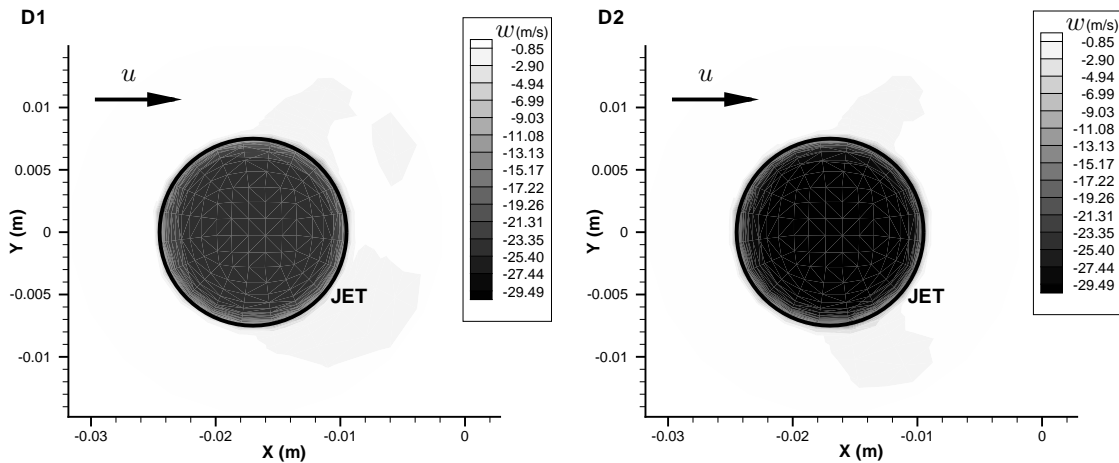


FIG. 9.11 – Condition aux limites de jet : vitesse longitudinale w

Les fluctuations de vitesse longitudinale et transversale sont également mesurées (figure 9.12). Des profils d'énergie turbulente et de dissipation en sont déduits. Dans tout l'écoulement, la turbulence est considérée isotrope. Les composantes mesurées u' et w' sont proches au coeur du jet comme sur ses limites. La composante fluctuante non mesurée v' est donc prise égale à w' et est également proche de u' . Le calcul de la dissipation ε repose sur la formulation de Norris-Reynolds [62] (équation 8.5). La distance à la paroi est alors la distance à la limite du jet.

Le jet a un taux de turbulence d'environ 4%. k est faible, inférieur à $6m^2/s^2$. C'est le cisaillement du jet qui amène de la turbulence au sein du jet en écoulement transverse. La couche de cisaillement du jet par l'écoulement externe voit en effet la turbulence augmenter. k dépasse alors $30m^2/s^2$, ε est plus grand que $30000m^2/s^3$.

9.1.2.2 Évolution transitoire

Une acquisition instationnaire est effectuée par LDV au point central du jet ($x = -0,017m$, $y = 0m$, $z = 0,132m$). La vitesse w (figure 9.13) évolue bien selon une rampe menant du palier bas débit au palier haut débit pendant 10s (l'incertitude est de 0,06 environ). Pendant ce temps, la vitesse transverse évolue également selon une rampe, moins marquée et plus bruitée. Les grandeurs turbulentes, dont la mesure est peu précise (l'incertitude est supérieure à 0,2) du fait du peu de particules utilisées, varient de la même façon selon une rampe de faible pente.

9.1.2.3 Condition aux limites déduite

Du fait de la mesure $0,003m$ sous l'orifice du jet, la vitesse mesurée au bord du jet n'est pas nulle. Afin d'assurer la condition d'adhérence sur les parois de la buse, les vitesses aux limites du jet sont tronquées à $0m/s$. Le débit alors déduit de la répartition de vitesses mesurées est : $D_{c1} = 4,894 \cdot 10^{-3}kg/s$ pour le débit faible, $D_{c2} = 6,002 \cdot 10^{-3}kg/s$ pour le débit élevé. L'accord avec les données du débitmètre est très bon : $D_1 = 13,6Nm^3/h = 4,884 \cdot 10^{-3}kg/s$ et $D_2 = 17,0Nm^3/h = 6,105 \cdot 10^{-3}kg/s$, soit des erreurs relatives sur le débit calculé de 0,002 dans le premier cas et 0,017 dans le second, inférieures à l'incertitude sur la mesure du débit (0,02 environ dans cette gamme de débit). La condition aux limites à D_1 est donc directement imposée

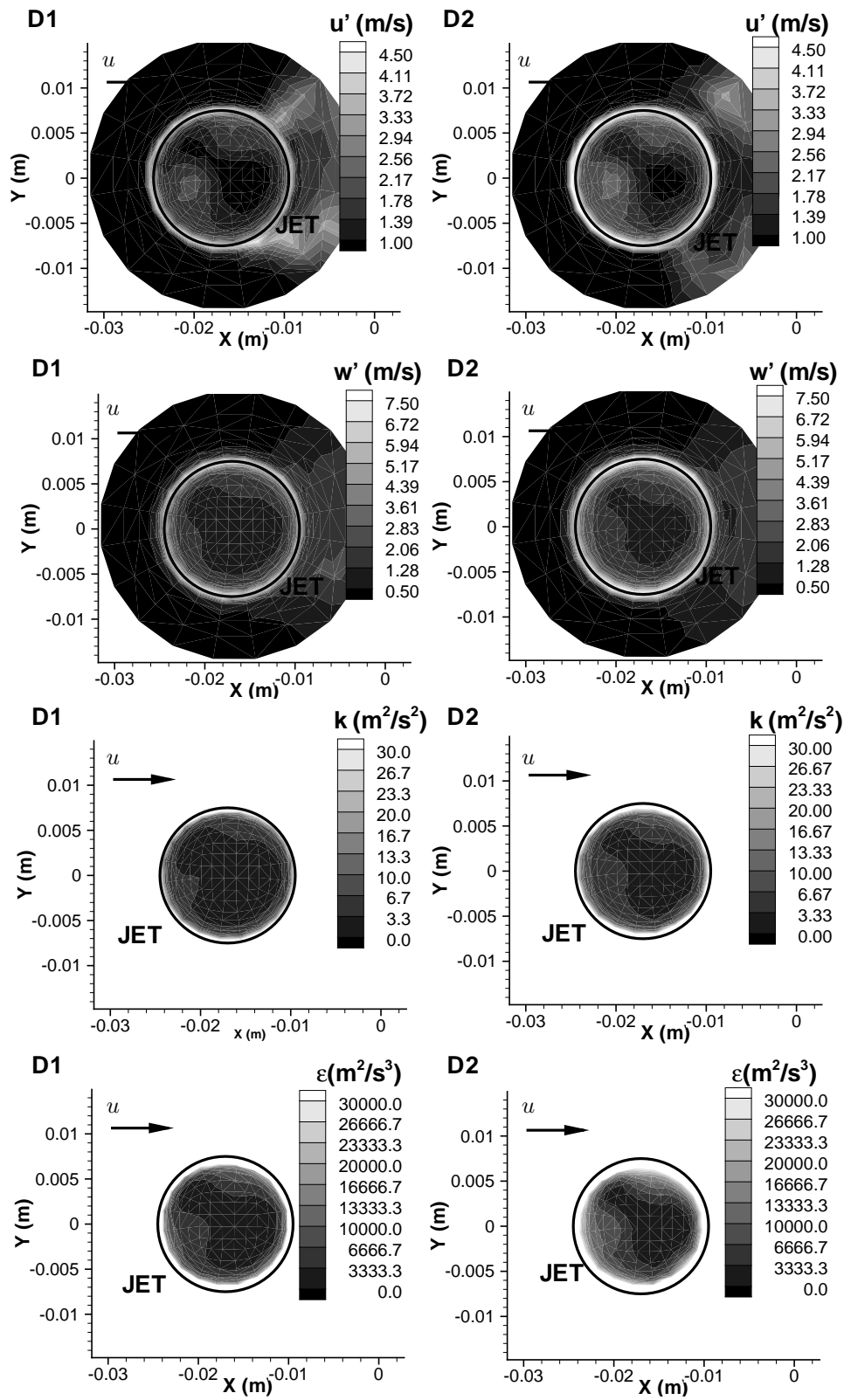


FIG. 9.12 – Condition aux limites de jet : vitesses fluctuantes , énergie cinétique et dissipation turbulentes

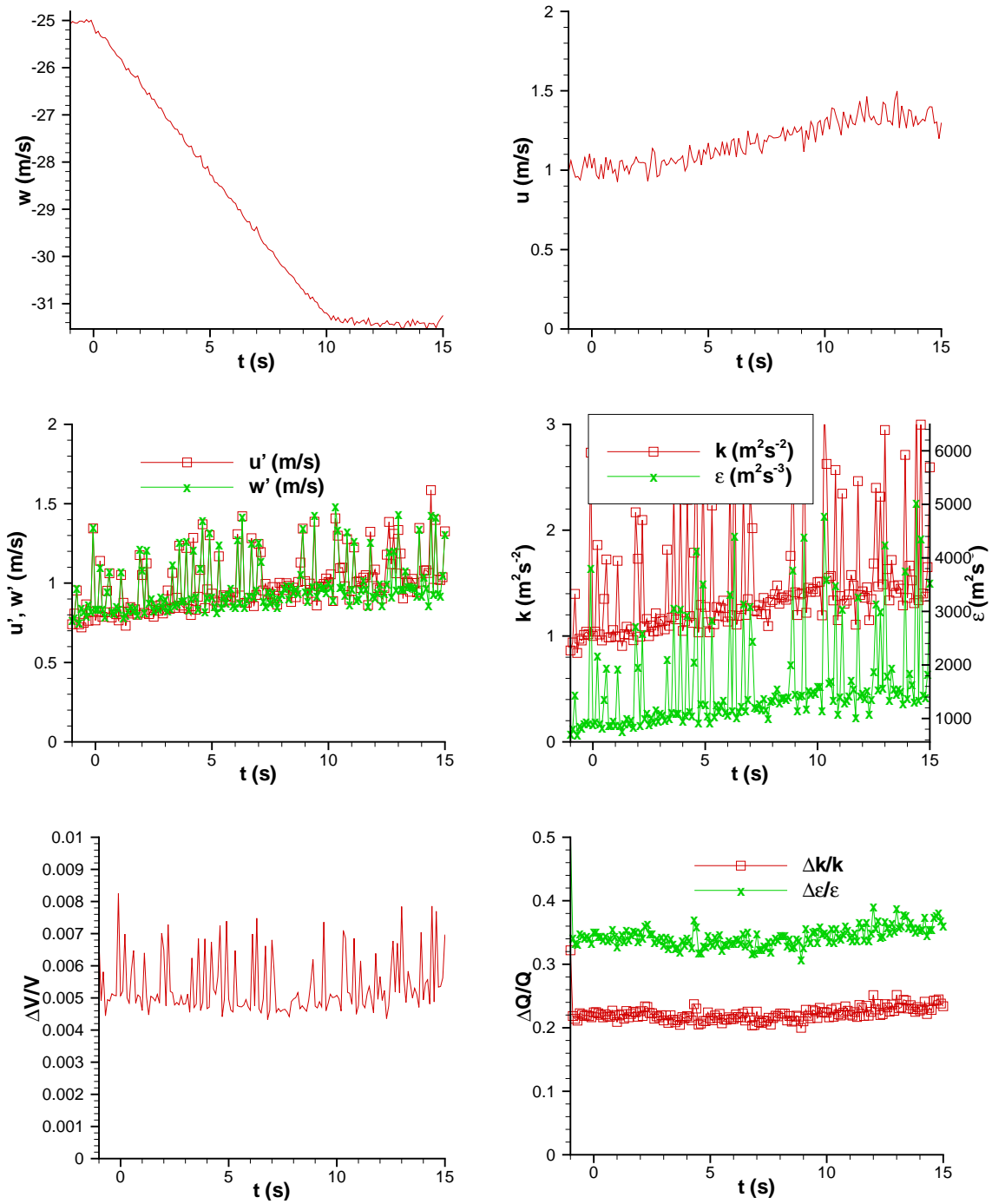


FIG. 9.13 – Mesure instationnaire au centre du jet

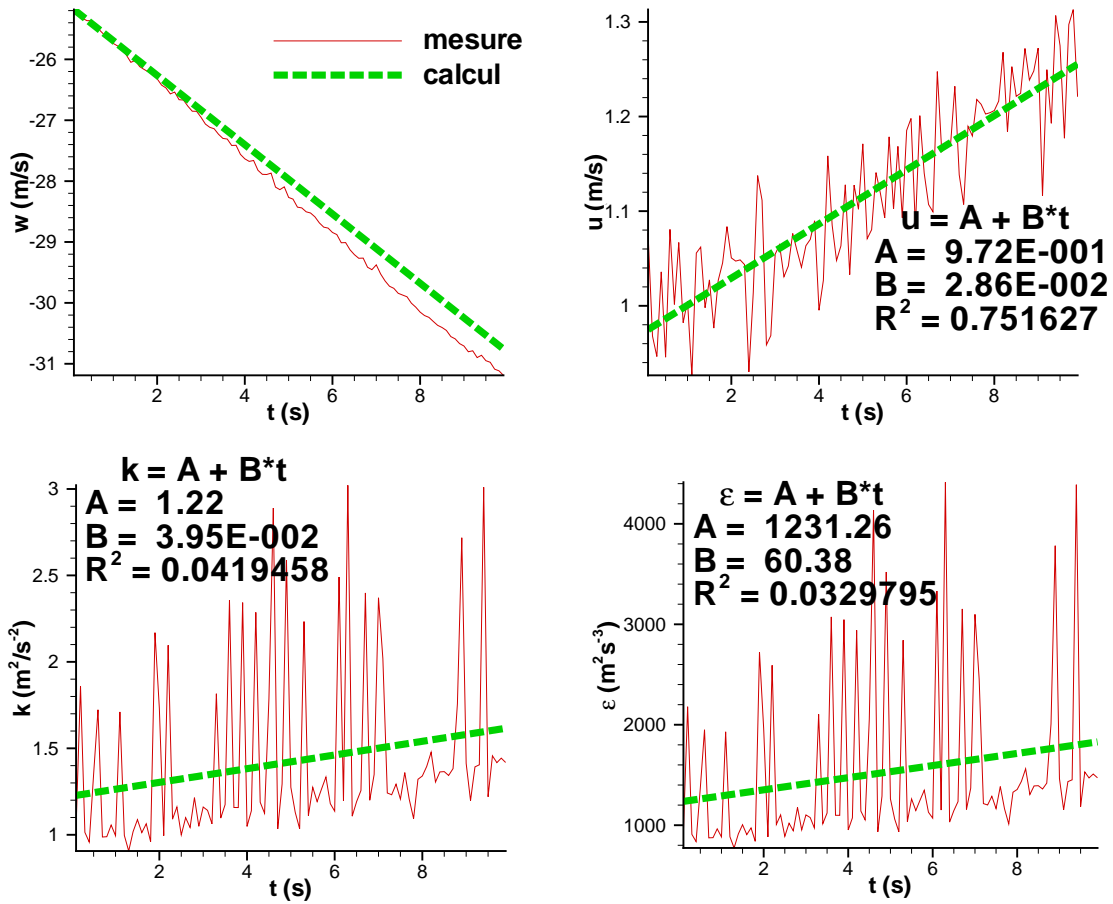


FIG. 9.14 – Conditions aux limites instationnaires au centre du jet

à partir du profil de vitesses mesuré et tronqué à 0m/s aux bords du jet. Afin de faciliter les simulations, il est préférable que le profil à D_2 soit homothétique de celui à D_1 . L'évolution instationnaire mesurée au point central du jet est utilisée pour définir la variation du profil des vitesses et des grandeurs turbulentes sur la période instationnaire.

L'évolution instationnaire est une rampe. Pour la vitesse débitante, la formulation permet de joindre en 10s le débit élevé à partir de la répartition de vitesse du débit faible (figure 9.14, en haut à gauche) :

$$w = w(t = 0\text{s}) \left[\left(\frac{D_{c2}}{D_{c1}} - 1 \right) \frac{t}{10} + 1 \right]$$

Numériquement, $w \simeq -25,12596 - 0,568851t$.

Pour les autres variables (u , k et ε), la rampe est choisie directement par régression linéaire sur l'évolution instationnaire mesurée (figure 9.14).

La figure 9.15 illustre alors la différence entre la répartition de vitesse débitante calculée de cette façon au débit élevé (D_2) et celle qui est mesurée. Elle montre également la différence entre les rampes de vitesse débitante calculée et mesurée. Dans les deux cas, l'erreur relative induite atteint un maximum de $0,03$ sauf

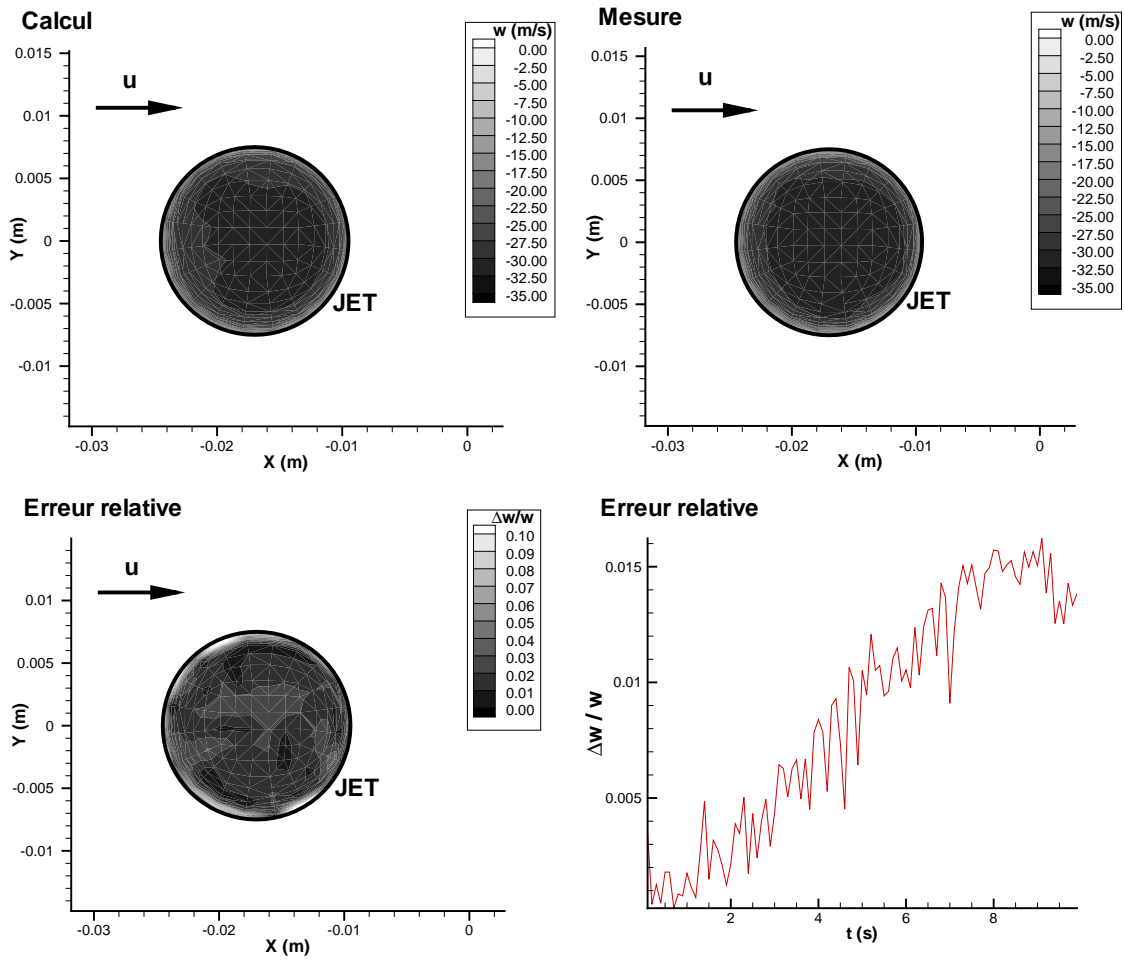


FIG. 9.15 – Erreur sur la déduction des conditions aux limites de jet

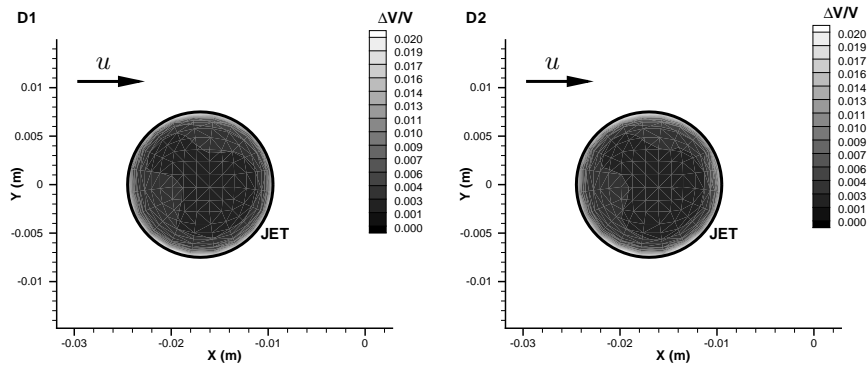


FIG. 9.16 – Incertitude statistique sur la mesure des vitesses

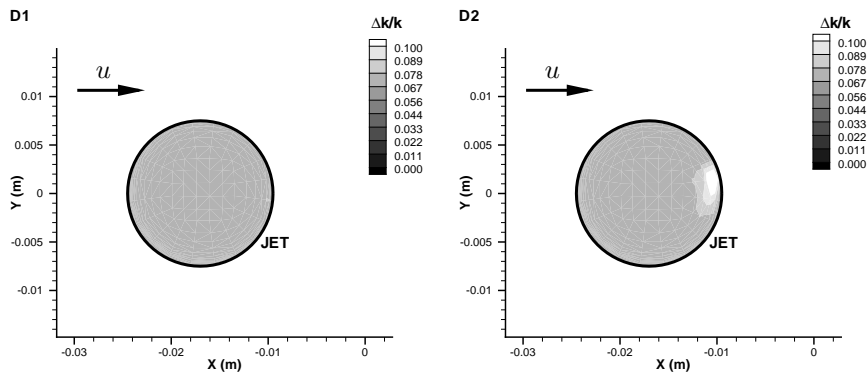


FIG. 9.17 – Incertitude statistique sur la mesure de l'énergie cinétique turbulente

punctuellement dans la couche de mélange.

9.1.2.4 Précision et incertitudes

L'incertitude statistique sur la mesure des vitesses de jet est donnée sur la figure 9.16. Elle est calculée de la même manière que pour les conditions d'entrée de veine. Inférieure à $4 \cdot 10^{-3}$ au coeur du jet, elle monte seulement à 0,02 aux bords du jet. Le nombre de particules détecté a pu être maintenu assez élevé dans tout le domaine de mesure. L'incertitude sur l'énergie turbulente (figure 9.17) est de 0,07, celle sur la dissipation de 0,11 hors couche limite (figure 9.18).

Cette incertitude statistique, relativement faible, vient s'ajouter aux erreurs de répétabilité de 0,04 sur la vitesse et 0,3 sur k .

9.1.3 Bilan

Les conditions aux limites dynamiques de jet et d'écoulement transverse sont obtenues à partir de mesures par LDV. Dans les deux cas, des hypothèses sont cependant effectuées pour pallier quelques manques d'information.

Le profil complet d'écoulement transverse est obtenu par extrapolation à partir des mesures effectuées sur deux lignes. De plus, il est considéré constant dans le temps, quelle que soit la vitesse du jet.

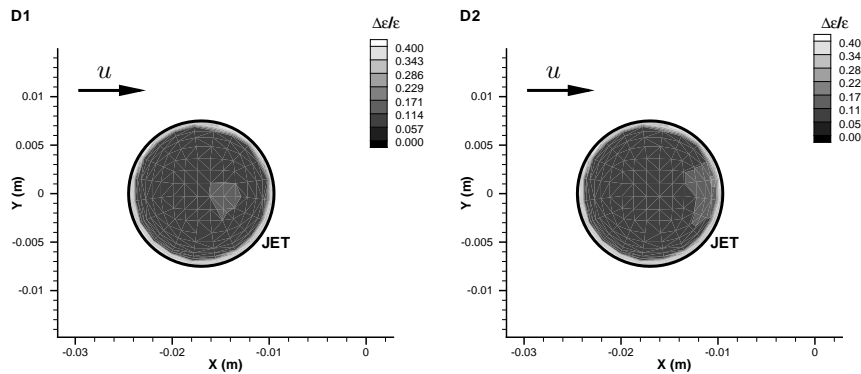


FIG. 9.18 – Incertitude statistique sur la mesure de la dissipation turbulente

Le profil de jet est obtenu par mesures LDV (réalisées $0,003m$ sous l'orifice du jet) au débit $D_1 = 13,6Nm^3/h$, la vitesse étant tronquée à $0m/s$ aux limites de façon à garantir la condition d'adhérence. L'évolution instationnaire du profil pendant la montée en débit du jet est évaluée de façon à obtenir des profils homothétiques de celui à D_1 et garantissant la bonne valeur du débit.

Le tableau suivant récapitule les erreurs et incertitudes maximales sur les conditions aux limites de jet et d'écoulement transverse (vitesse et énergie cinétique turbulente). L'erreur de répétabilité a été évaluée au paragraphe 8.5.1. Celle dite d'hypothèse est due aux hypothèses sus-citées. Les incertitudes sont plus faibles au cœur de l'écoulement qu'en couche limite (CL).

	erreur de répétabilité	erreur d'hypothèse	incertitude
<u>jet :</u>			
vitesse	0,04	0,03	0,004 (cœur) 0,02 (CL)
k	0,3		0,07
<u>écoulement transverse :</u>			
vitesse	0,02	0,01	0,004 (cœur) 0,05 (CL)
k	0,2		0,07 (cœur) 0,8 (CL)

9.2 Champs dynamiques

Les mesures de champs de vitesses moyennes et fluctuantes sont réalisées par PIV. Elles permettent de vérifier que la simulation par CHARME de la dynamique est correcte. Les champs présentés dans ce paragraphe montrent les données pouvant être comparées aux simulations ainsi que les incertitudes de mesure. Ils résultent de moyennes effectuées sur quelques centaines de doublets d'images. Pour les acquisitions instationnaires, il s'agit de moyennes de phase sur des répétitions de séquences représentées sur la figure 8.8.

Par ailleurs, les champs sont mesurés en plusieurs zones se recouvrant partiellement. Les plans sont en effet effectués en une zone amont et une zone aval. Pour les plans verticaux, de façon à rapprocher les mesures à $0,002m$ de la paroi, des mesures à proximité de celle-ci ont été couplées à des plans plus larges.

9.2.1 Mesures aux deux débits extrêmes

Les mesures aux deux débits extrêmes du jet, $D_1 = 13,6Nm^3/h$ et $D_2 = 17,0Nm^3/h$, sont effectuées dans le plan de symétrie ($y = 0m$) et dans deux plans horizontaux.

9.2.1.1 Plan de symétrie

La figure 9.19 présente les mesures de vitesse moyenne et d'énergie turbulente dans le plan de symétrie à D_1 et D_2 . Dans ce plan de symétrie, la composante non mesurée de vitesse est supposée nulle en moyenne. Les mesures par PIV sont comparées à la corrélation de Bradbury [15] de trajectoire du jet (voir l'annexe F). L'accord est très bon : la trajectoire de Bradbury coïncide avec les maxima de vitesse. L'effet du confinement du jet sur une hauteur de $0,135m$ est donc négligeable. Un débit de jet plus important conduit naturellement à un impact sur le matériau plus en amont. La turbulence est concentrée dans le jet : u' et w' y sont nettement plus importantes que dans le reste de l'écoulement.

9.2.1.2 Plans horizontaux

Les mesures sont ici effectuées dans des plans horizontaux situés à $0,01$ et $0,04m$ au-dessus du matériau chauffé. Elles permettent de voir la structure du jet selon une coupe transversale. Le tracé de la vitesse moyenne (figures 9.20 et 9.21) permet de constater l'effet de contournement de l'écoulement : la composante longitudinale indique un ralentissement de l'écoulement transverse à l'arrivée sur le jet (très visible au débit D_1) puis une accélération pour le contourner. La composante transversale traduit un écartement dû à la présence du jet.

Les vitesses fluctuantes sont tracées sur les figures 9.22 et 9.23. Dans les jets en écoulement transversal, une paire de tourbillons contrarotatifs se trouve au cœur du jet [57]. La forme observée notamment sur la figure 9.22, à la hauteur $z = 0,04m$, est caractéristique de la paire de tourbillons contrarotatifs. À $z = 0,01m$, la structure se désagrège. Le jet interagit avec la couche limite.

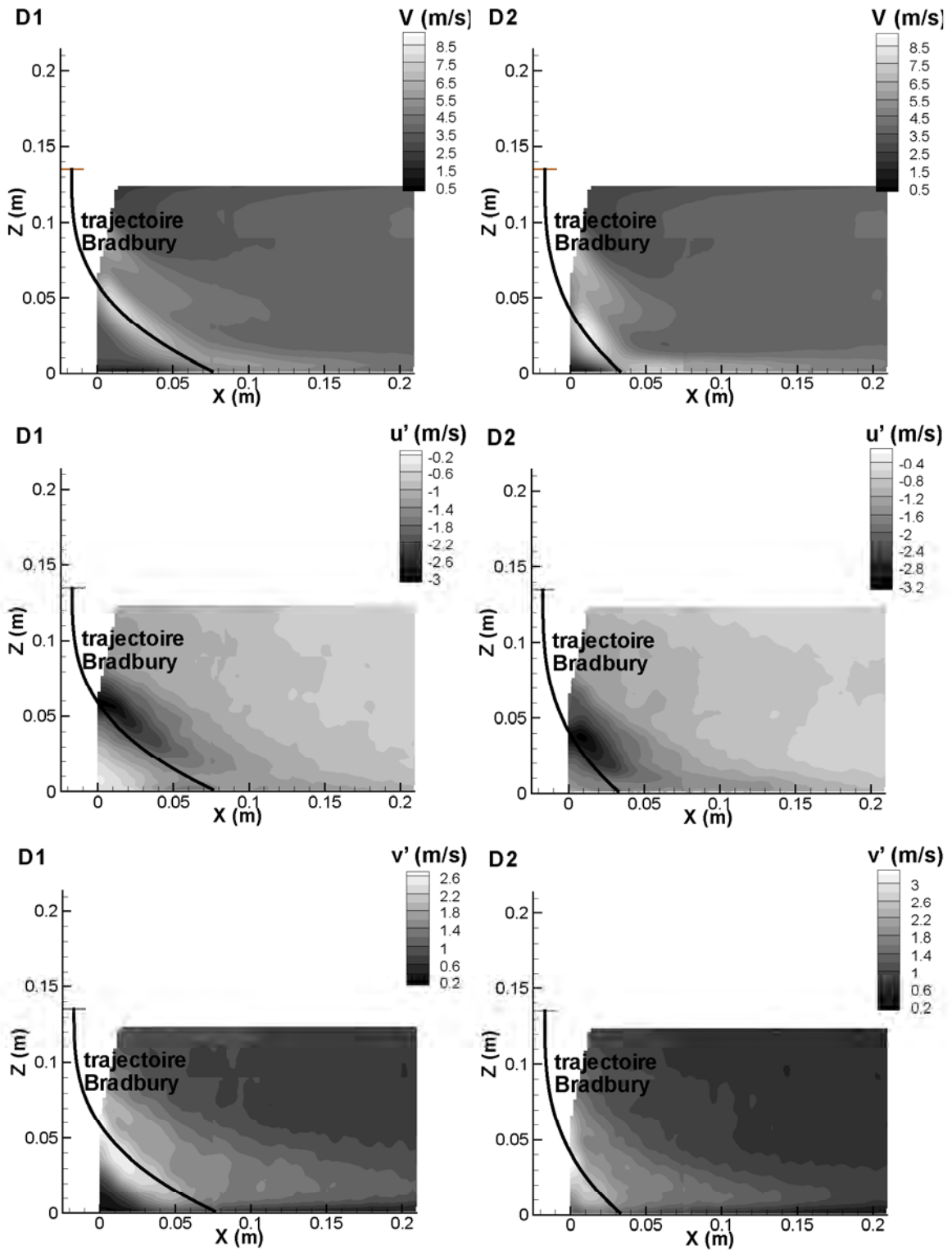


FIG. 9.19 – Comparaison des mesures PIV avec la corrélation de trajectoire de Bradbury

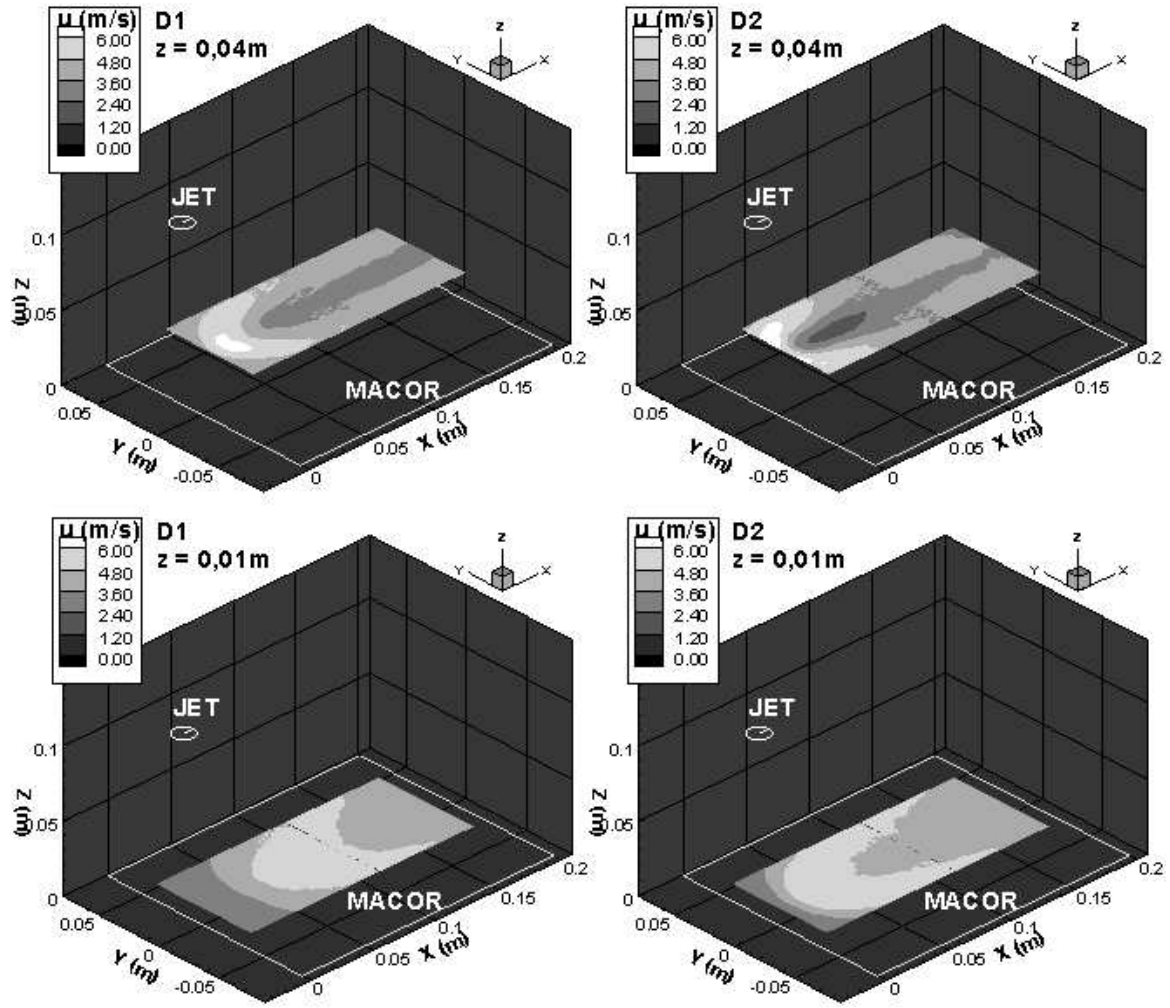


FIG. 9.20 – Plans horizontaux : vitesse longitudinale

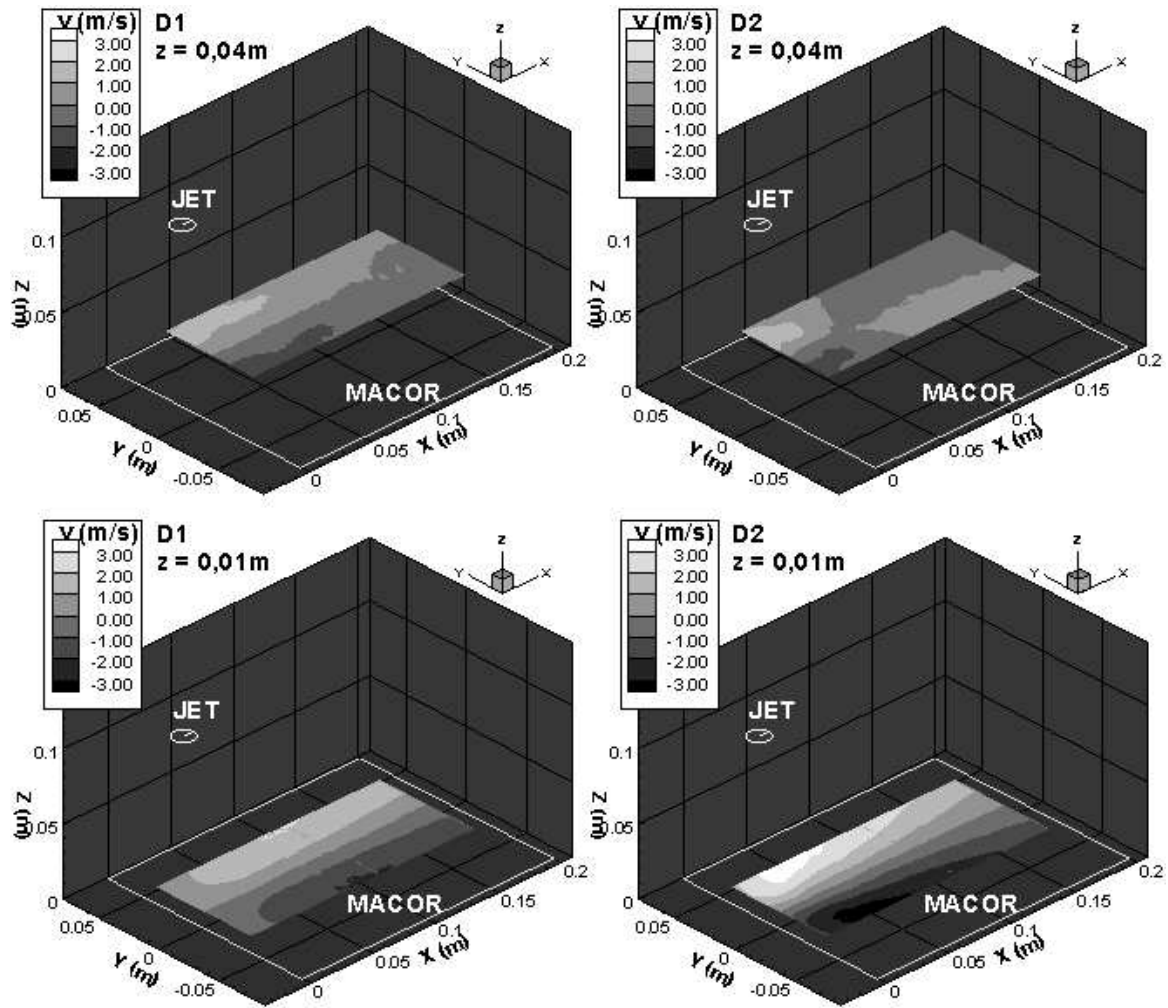


FIG. 9.21 – Plans horizontaux : vitesse transversale

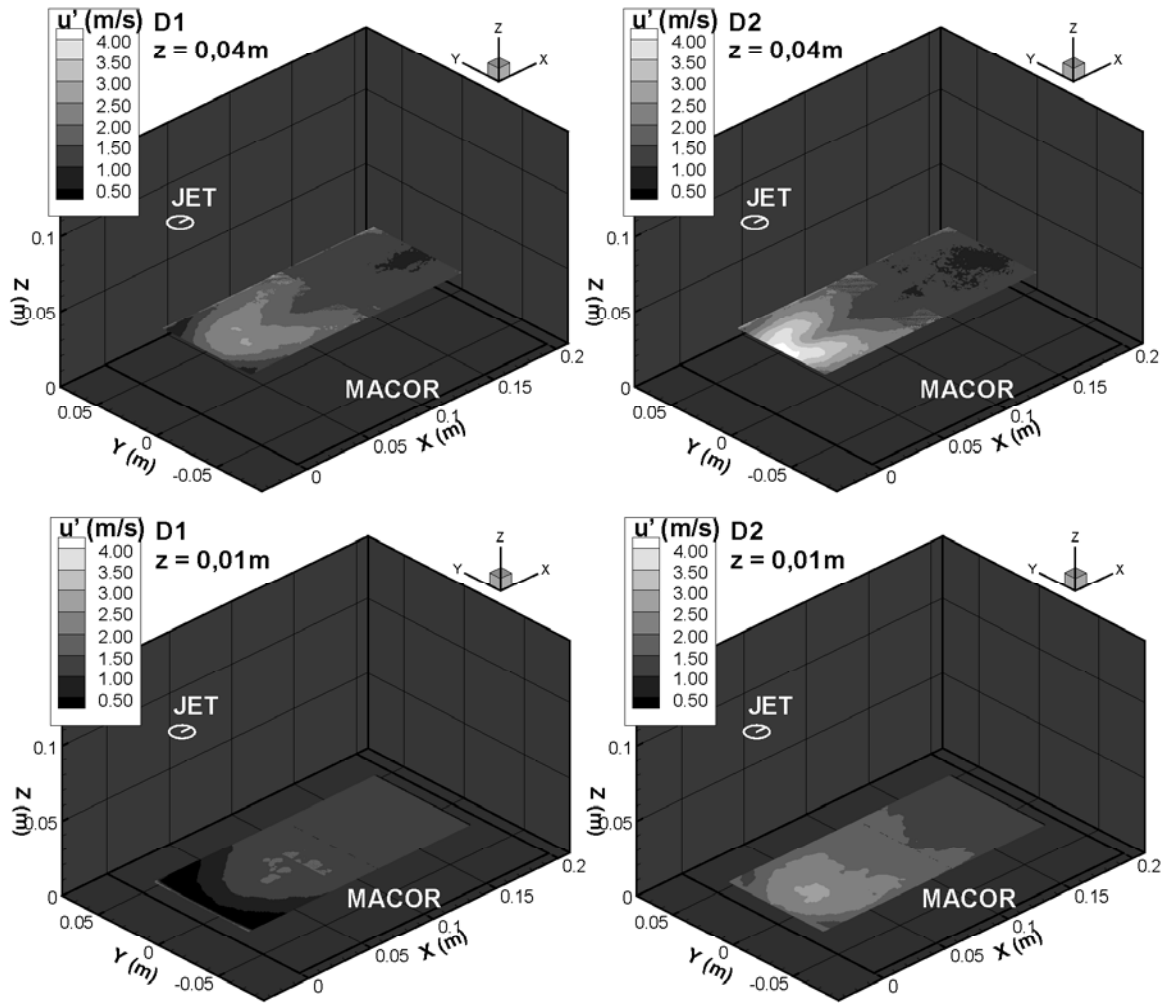


FIG. 9.22 – Plans horizontaux : vitesse fluctuante longitudinale

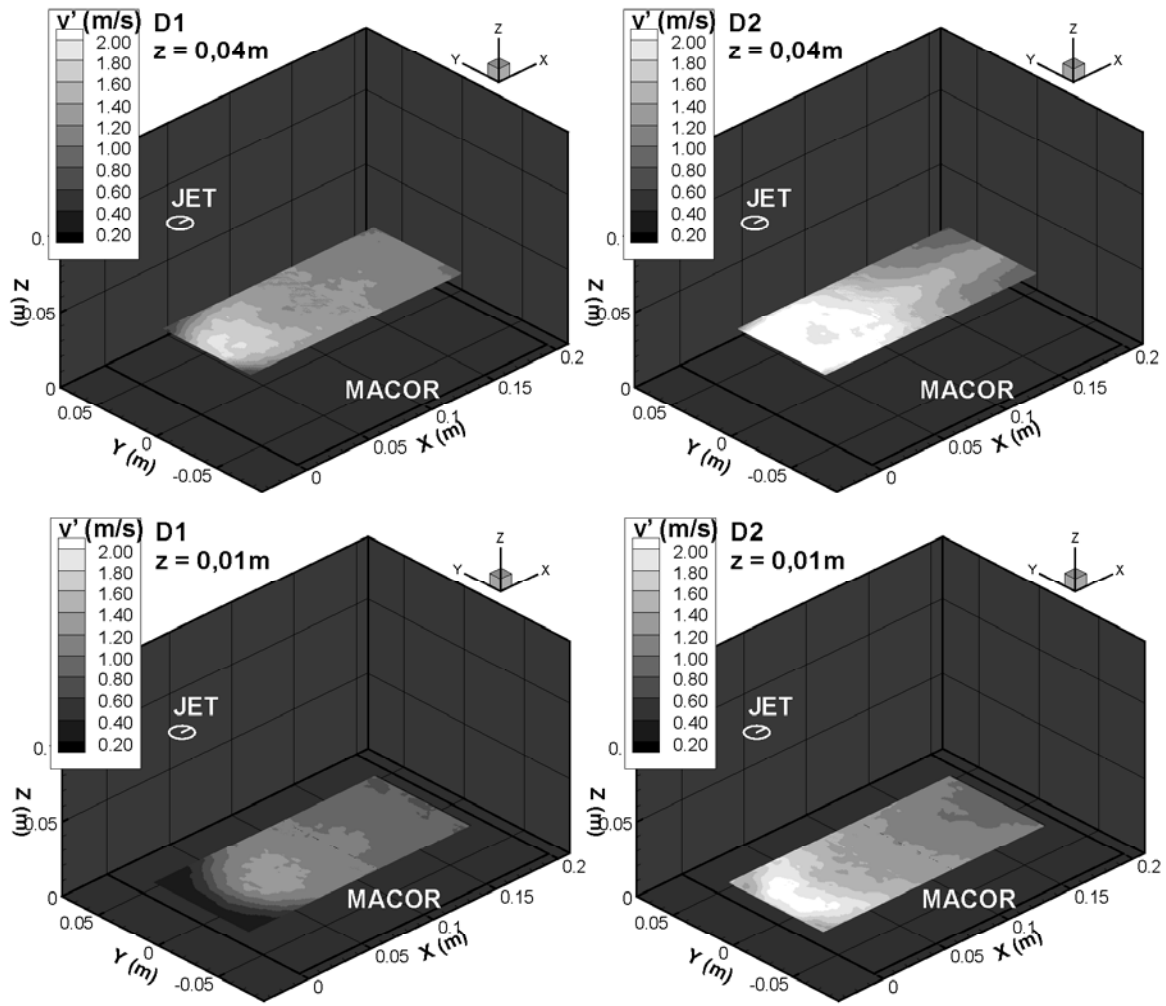


FIG. 9.23 – Plans horizontaux : vitesse fluctuante transversale

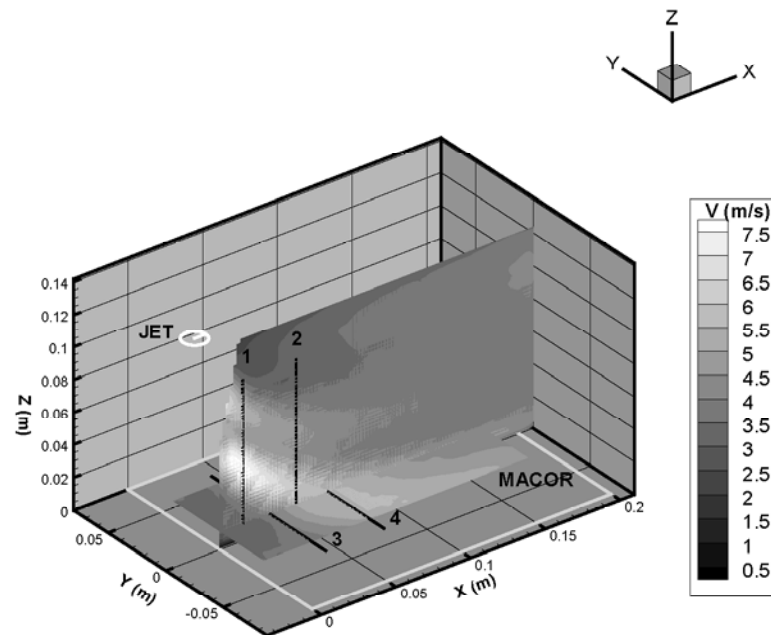


FIG. 9.24 – Définition des lignes d’observation de l’évolution instationnaire

9.2.2 Évolution instationnaire

L’évolution de la dynamique est mesurée sur la période instationnaire de -1 à $12s$ de la figure 8.8. Il s’agit de la période de montée en débit du jet. Elle est observée sur plusieurs lignes définies sur la figure 9.24. Les lignes 1 et 2 sont issues du plan vertical de symétrie. Les lignes 3 et 4 proviennent du plan horizontal à $z = 0,01m$.

Sur les figures 9.25 et 9.26, les profils de vitesse longitudinale moyenne sont tracés au premier palier ($t = -1$ à $0s$), dans la montée ($t = 0$ à $10s$) et au deuxième palier ($t = 10s$ à $10,8s$). Aux deux paliers, les profils sont comparés avec les résultats stationnaires (profils D_1 et D_2 établis). L’accord est bon à $0,4m/s$ près (soit un écart relatif de 0,08 environ). Le temps d’établissement de la dynamique peut être considéré comme immédiat.

Pendant la période instationnaire, les profils sont tracés toutes les $2s$. Les lignes 1 et 2 montrent une survitesse due au jet. Elle augmente et sa localisation se rapproche de la paroi basse quand le débit du jet grandit. L’accélération du jet conduit à une remontée vers l’amont de l’impact sur le matériau. La ligne 1 précède cet impact pendant toute la période instationnaire. La zone d’impact traverse en revanche la ligne 2 vers $t = 6s$.

Dans le plan horizontal, la ligne 3 est traversée par le jet et toujours dans la zone d’impact. Dans cette zone, l’écoulement est accéléré et la vitesse est plus importante dans l’axe du jet (en $y = 0m$). L’augmentation du débit du jet mène à une accélération de l’écoulement dans cette zone. La ligne 4 est en revanche dans la zone d’impact à faible débit (jusque $t = 4s$) puis passe en aval de celle-ci quand l’augmentation de la vitesse de jet déplace l’impact de celui-ci sur le matériau vers l’amont. Un minimum de vitesse est alors observé dans

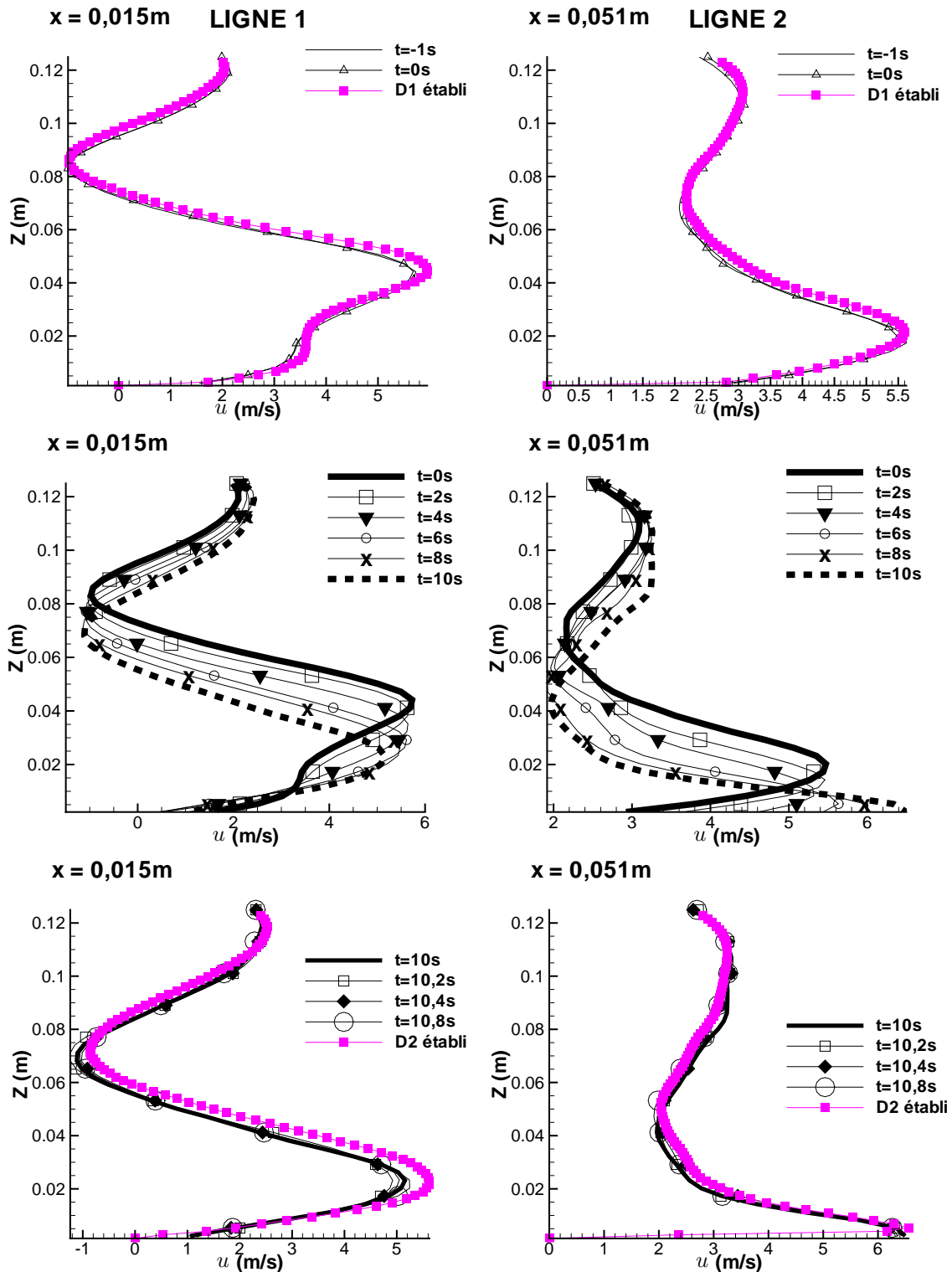


FIG. 9.25 – Vitesse longitudinale au cours du temps aux lignes 1 et 2

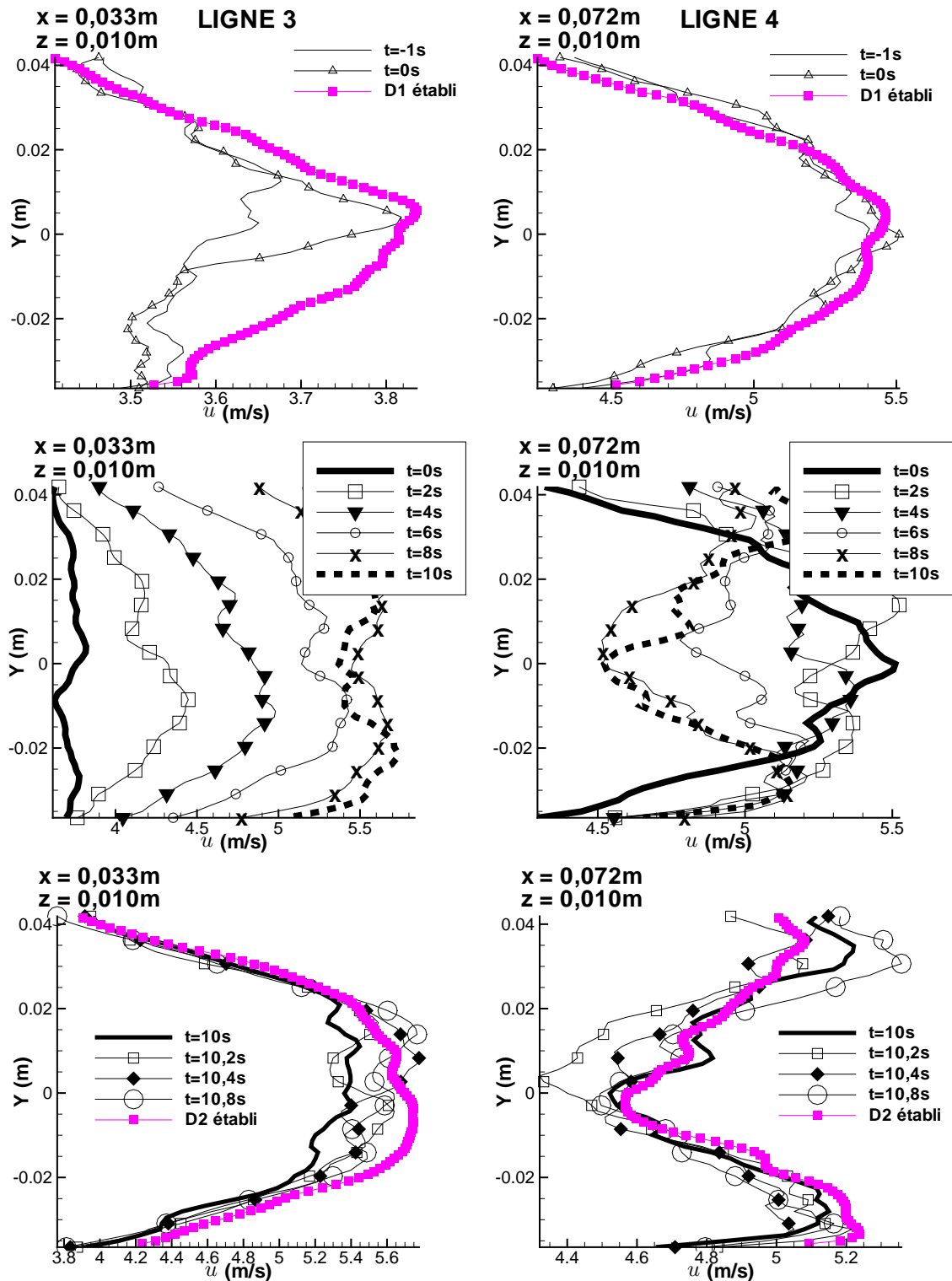


FIG. 9.26 – Vitesse longitudinale au cours du temps aux lignes 3 et 4

l'axe du jet ($y = 0m$). L'impact du jet en amont a écrasé la couche limite plus bas que $z = 0,01m$. L'allure de l'écoulement est celle d'un jet en écoulement transverse sans interaction avec la paroi, avec une accélération du fluide sur les côtés du jet.

9.2.3 Incertitude de mesure

L'incertitude statistique de mesure est calculée comme pour les mesures par LDV avec les formules 6.5 et 6.6, où n est le nombre de doublets d'images utilisé pour effectuer le traitement statistique.

Les figures 9.27 et 9.28 montrent respectivement cette incertitude statistique sur la vitesse moyenne lors des acquisitions à débit de jet fixé et de celles instationnaires à l'instant $t = 5s$. De l'ordre de 0,08 en plein champ, elle atteint tout de même 0,15 au centre du jet à débit D_2 en $z = 0,04m$. Cette incertitude très forte est le fait du fort taux de turbulence dans cette zone.

Les plans mesurés sont obtenus en deux zones larges de 0,130m. La figure 9.29 montre le raccord pour des acquisitions à D_1 et D_2 dans le plan horizontal à $z = 0,01m$ et sur plusieurs lignes $y = cte$. La concordance des mesures au raccordement est à 0,08 à 0,1 près, ce qui rentre dans l'incertitude. Il en est de même au raccordement entre les plans verticaux large et de proche paroi (figure 9.30).

9.2.4 Bilan

Les mesures par PIV permettent d'obtenir des champs dans le plan de symétrie et deux plans horizontaux, sur les paliers de débit de jet D_1 et D_2 et sur la période instationnaire. Ces champs sont à comparer aux simulations numériques. Pour la validation, la connaissance de l'incertitude et des erreurs de répétabilité est également très importante :

	erreur de répétabilité	incertitude
vitesse	0,05	0,08 (0,15 ponctuellement)
k	0,1	

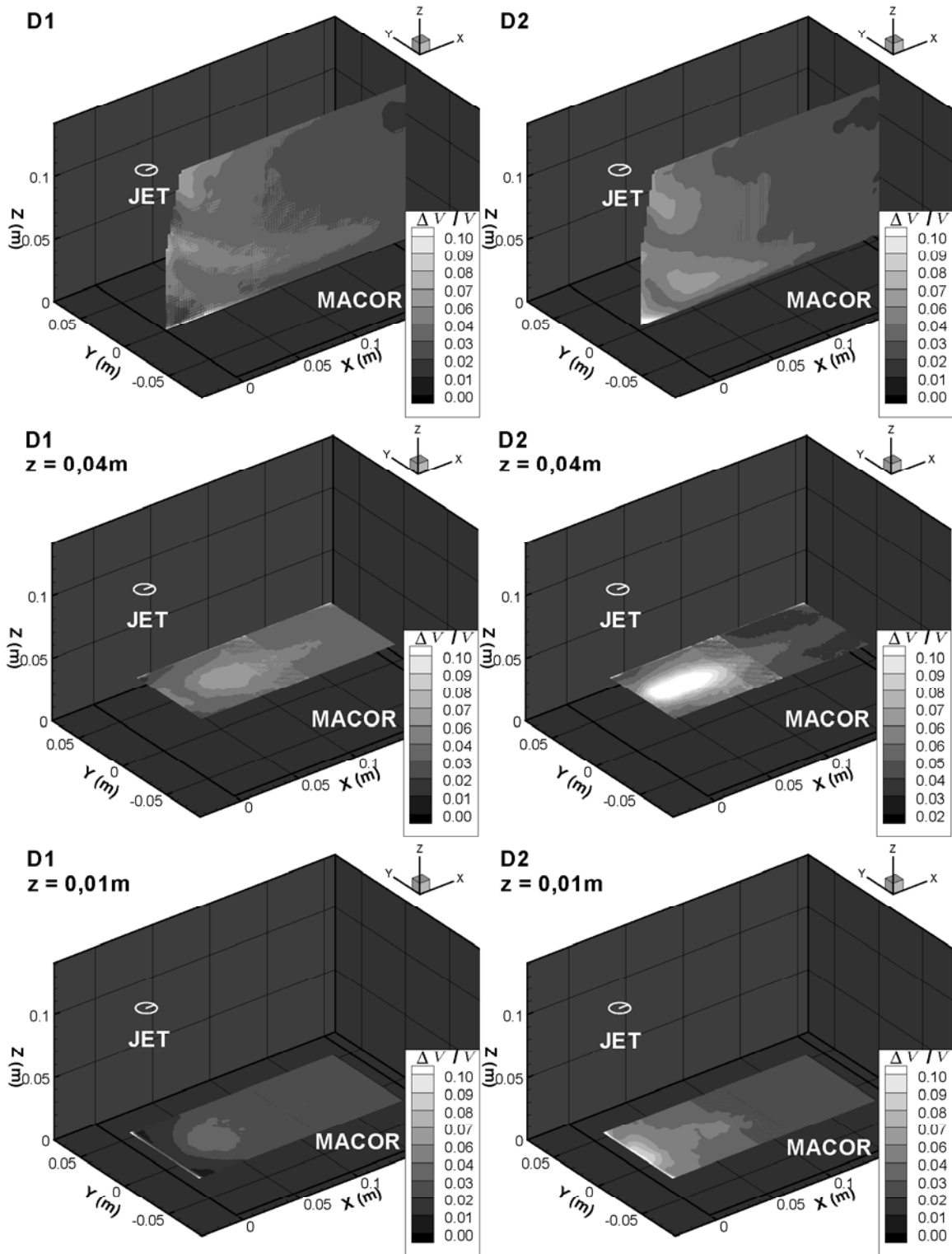


FIG. 9.27 – Incertitudes sur les acquisitions stationnaires

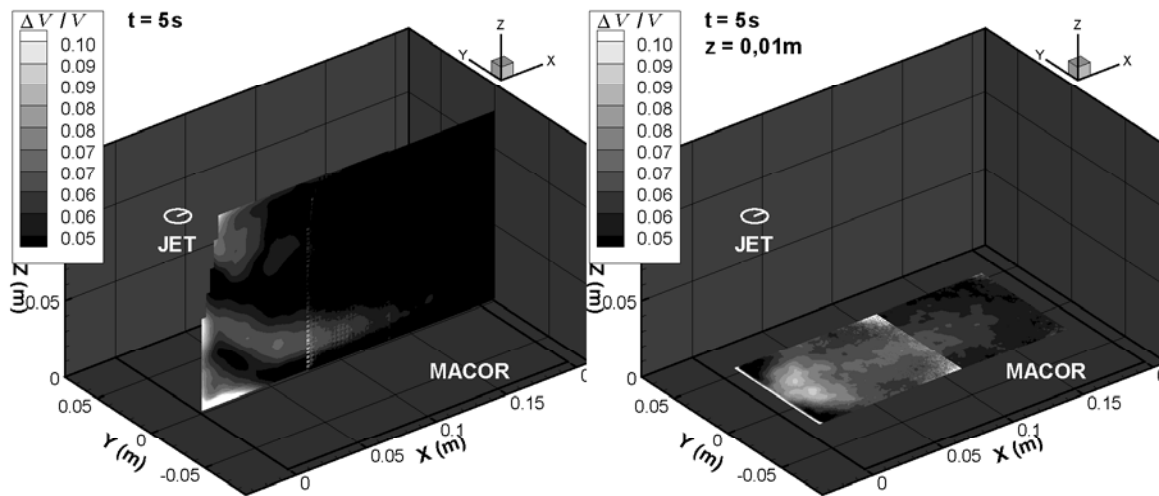


FIG. 9.28 – Incertitudes sur les acquisitions instationnaires

9.3 Conditions aux limites thermiques

9.3.1 Conditions aux limites de face arrière

La condition aux limites de face arrière du matériau d'étude est obtenue par thermocouples insérés dans la plaque de cuivre qui uniformise la chauffe par résistance. La température obtenue, uniforme dans le cuivre, est de 325K.

Le contact imparfait entre le cuivre et le matériau chauffé introduit une incertitude sur l'uniformité de la température obtenue en face arrière de ce matériau. Elle est à prendre en compte au niveau des simulations et est estimée à 0,8K. Cette évaluation d'incertitude est faite par une mesure par thermographie infrarouge de la température de paroi, en l'absence d'écoulement, lors de la chauffe à partir de la température ambiante jusqu'à la consigne. Tout au long de la chauffe, la non-uniformité de la température mesurée est inférieure à 0,8K.

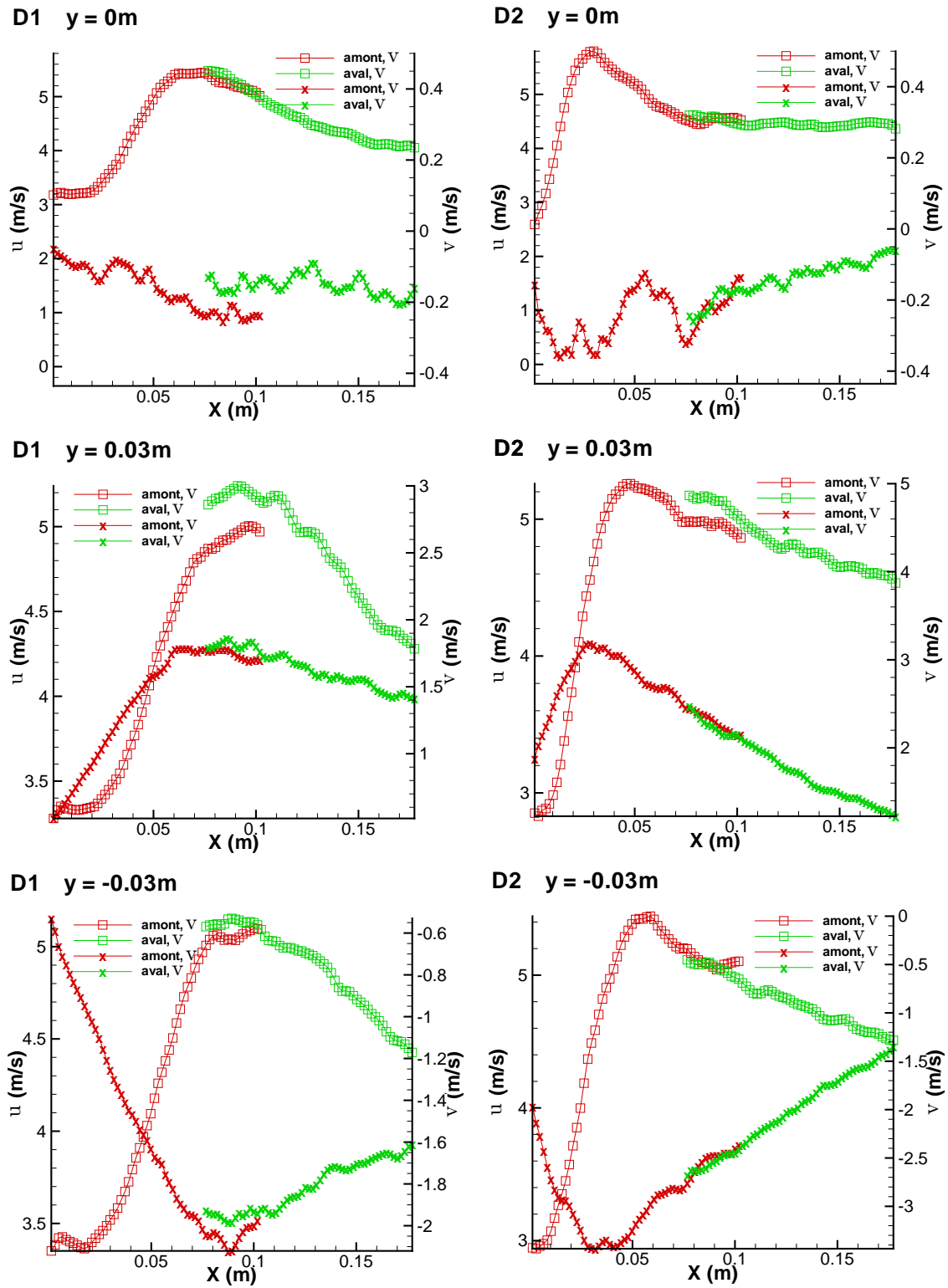


FIG. 9.29 – Raccordement des zones de mesure amont et aval dans un plan horizontal

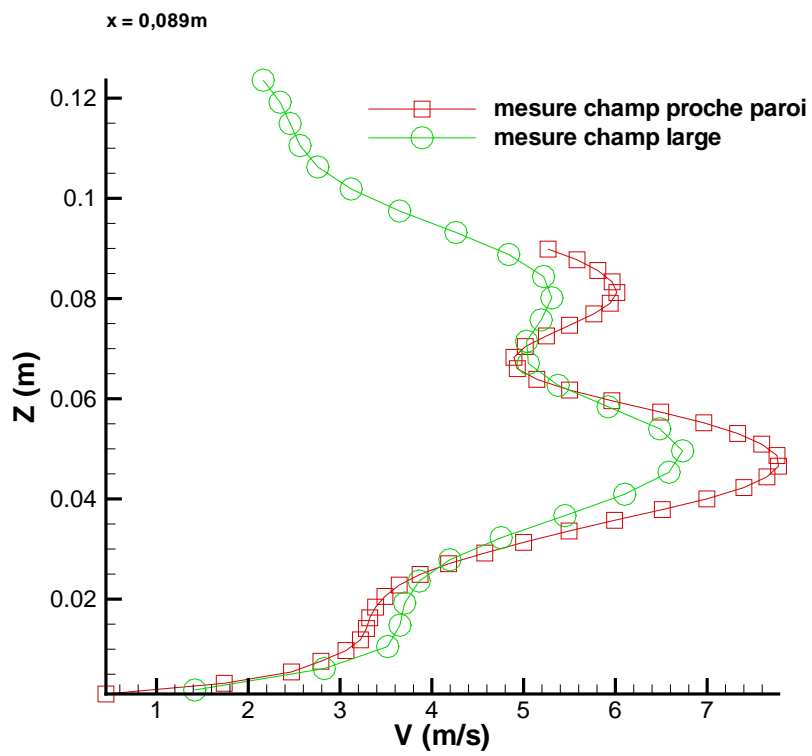


FIG. 9.30 – Raccordement des zones de mesure de proche paroi et de champ large dans un plan vertical

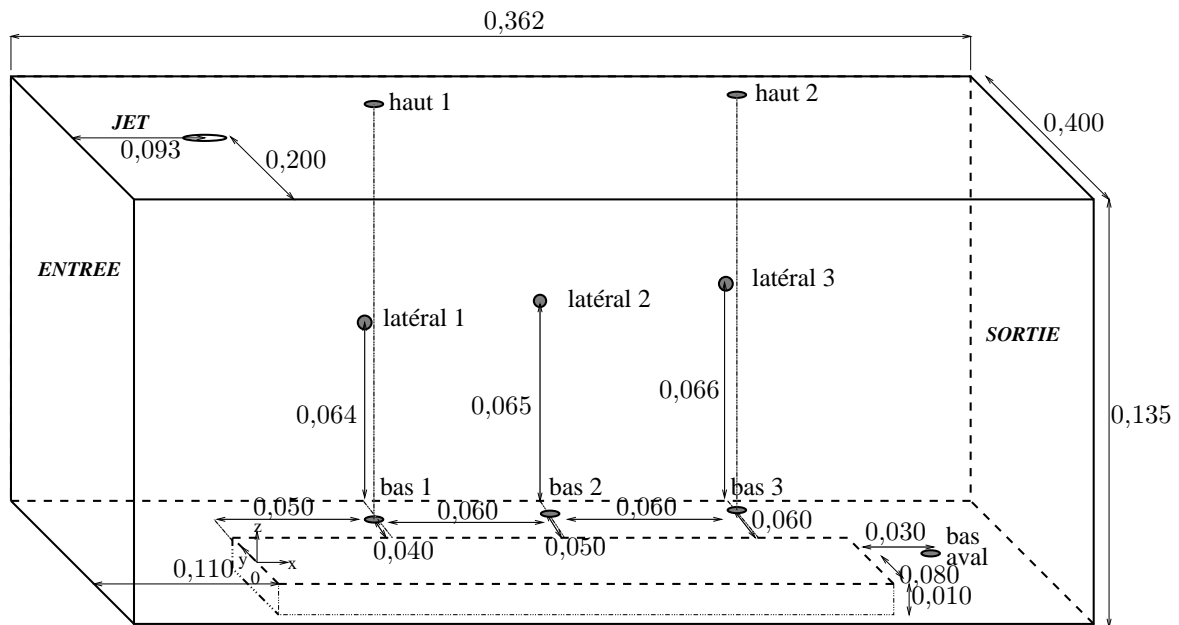


FIG. 9.31 – Installation des thermocouples (longueurs en m)

9.3.2 Température de l'environnement

Outre les thermocouples permettant les mesures de température de jet, de soufflerie et de face arrière du matériau chauffé, des thermocouples supplémentaires donnent des informations sur la température des parois de la veine. Leur localisation et leur dénomination sont données sur la figure 9.31.

Les températures mesurées par ces différents thermocouples, nécessaires pour la comparaison avec les simulations numériques réalisées avec l'hypothèse de parois adiabatiques, sont :

latéral 1	297,1K
latéral 2	297,1K
latéral 3	296,9K
bas 1	298,2K
bas 2	297,7K
bas 3	297,1K
bas aval	299,7K
haut 1	296,9K
haut 2	296,9K

Les températures des parois latérales et haute sont donc de l'ordre de 297K pour une température d'écoulement de 296,6K. L'incertitude des thermocouples concernés étant d'environ 0,9K, la température des parois est proche de celle de l'écoulement, ce qui confirme l'adiabaticité de ces parois. Sur la paroi basse, la température en aval du matériau chauffé est naturellement plus élevée, et la température sur le côté de ce dernier augmente également légèrement quand les thermocouples se rapprochent de lui. L'hypothèse d'un contact adiabatique entre le matériau chauffé et la paroi basse est donc une approximation dont l'effet sera à analyser.

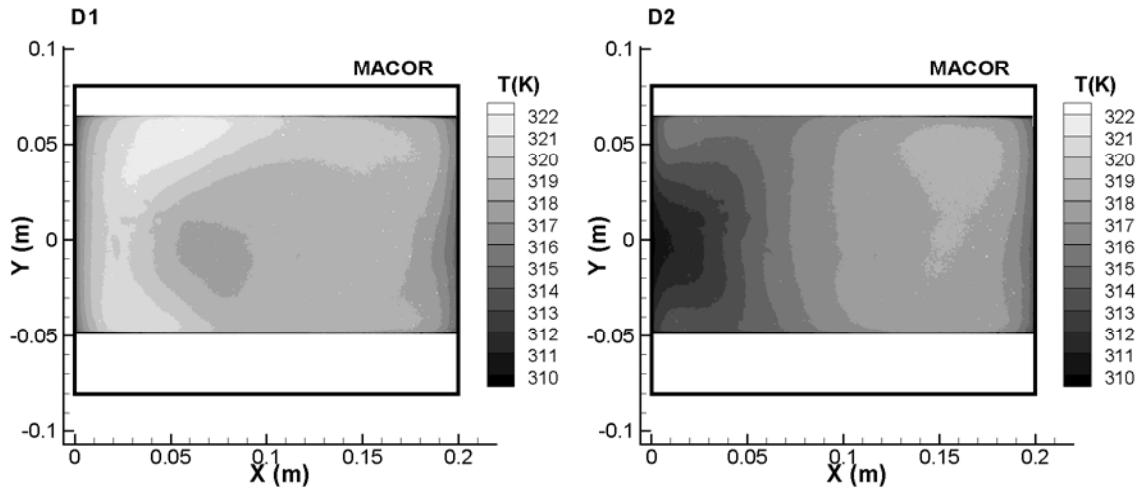


FIG. 9.32 – Température de paroi aux débits D_1 et D_2

9.4 Champ thermique

Les mesures de température à la surface du matériau chauffé, par thermographie infrarouge, permettent de comparer les résultats des simulations avec l'expérience.

9.4.1 Champs aux débits extrêmes

Les champs de température sont mesurés à la surface du matériau d'étude, sur la zone x de 0 à 0,2m, y de -0,05 à 0,065m. Les mesures sont effectuées toutes les secondes et permettent ainsi des validations sur toute la période instationnaire étudiée. Les champs de température aux deux débits extrêmes $D_1 = 13,6 Nm^3/h$ et $D_2 = 17,0 Nm^3/h$ sont ainsi représentés sur la figure 9.32. Au débit D_2 notamment, une légère dissymétrie apparaît en aval, vers des abscisses de l'ordre de $x = 0,17m$: en des points symétriques, la température peut différer de 0,5K (en $x = 0,17m$, elle vaut 318,2K en $y = 0,04m$ et 317,7K en $y = -0,04m$). Cette dissymétrie est due à l'uniformité imparfaite de la condition aux limites de température en face arrière (définie avec une précision de 0,8K).

Les cartes de températures obtenues aux deux débits sont cohérentes avec les champs de vitesse obtenus par PIV (figure 9.19). L'impact du jet est en effet obtenu vers $x = 0,07m$ et $x = 0,03m$ à D_1 et D_2 respectivement. Les champs de température montrent qu'il s'agit aussi des régions les plus refroidies. Cela est particulièrement net à D_1 . À D_2 , le refroidissement est la combinaison des effets du jet et du développement de la couche limite thermique dans la partie amont du matériau chauffé : la zone la plus froide est donc légèrement en amont de l'impact du jet, au début du matériau.

9.4.2 Différence de températures

La différence de température entre les deux débits de jet est donnée sur la figure 9.33. La variation maximale de température au cours du changement de régime est donc 8,8K, au point 1 ($x = 0,016m$, $y = 0m$).

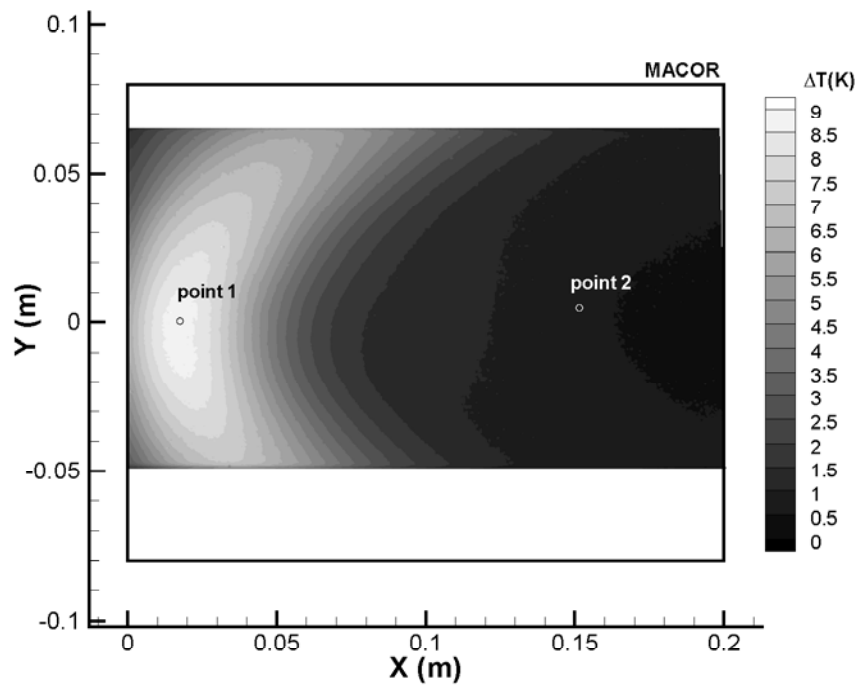


FIG. 9.33 – Différence de température entre les cas à débit de jet D_1 et D_2

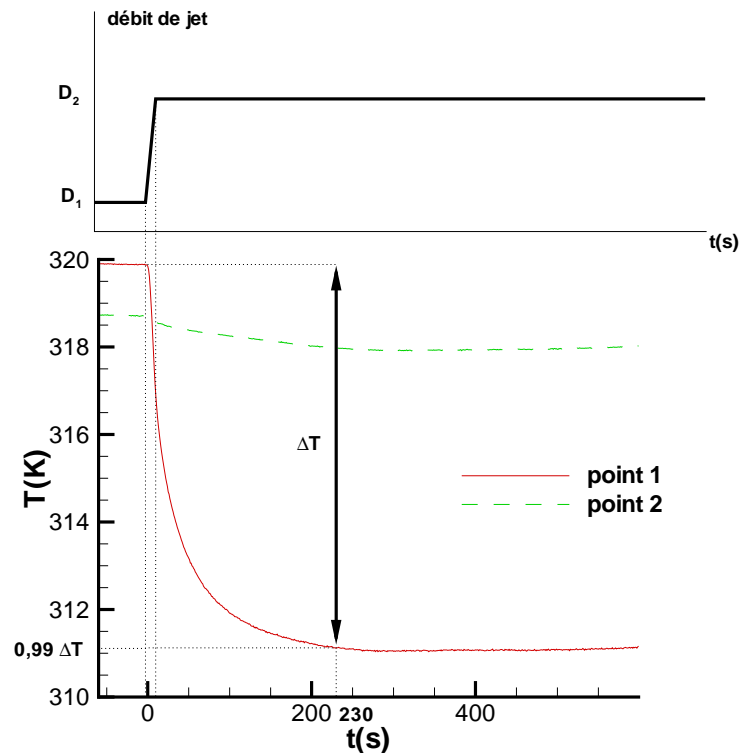


FIG. 9.34 – Évolution de la température aux points 1 et 2 de la figure 9.33

La zone où l'évolution de la température est la plus élevée est naturellement la moitié située le plus en amont, où se situe l'impact du jet. Dans cette région, la température évolue de façon significative (1,3K au minimum, en $x = 0,1m$, $y = 0m$ par exemple). Dans la région aval (au point 2 ($x = 0,15m$, $y = 0m$) par exemple), le changement de température (inférieur à 1K) est plus proche de l'erreur et des incertitudes de mesure. Pour la validation, ce comportement doit être retrouvé par les simulations et les informations les plus significatives doivent provenir de la zone amont.

9.4.3 Évolution instationnaire

La figure 9.34 montre l'évolution de la température aux points 1 et 2 de la figure 9.33. L'influence du changement de régime sur la température de paroi est quasiment immédiate : la dynamique se met en place et modifie la condition de convection très rapidement. L'établissement à l'état stationnaire passe par une période strictement instationnaire durant le changement de régime du jet, dont la durée est négligeable devant la période transitoire pendant laquelle l'écoulement est établi mais la température de surface continue à varier. Il se fait en 230s (temps de descente à 99%), ce qui confirme les 274s attendues lors du dimensionnement à l'aide d'un modèle 1D (paragraphe 8.1.5).

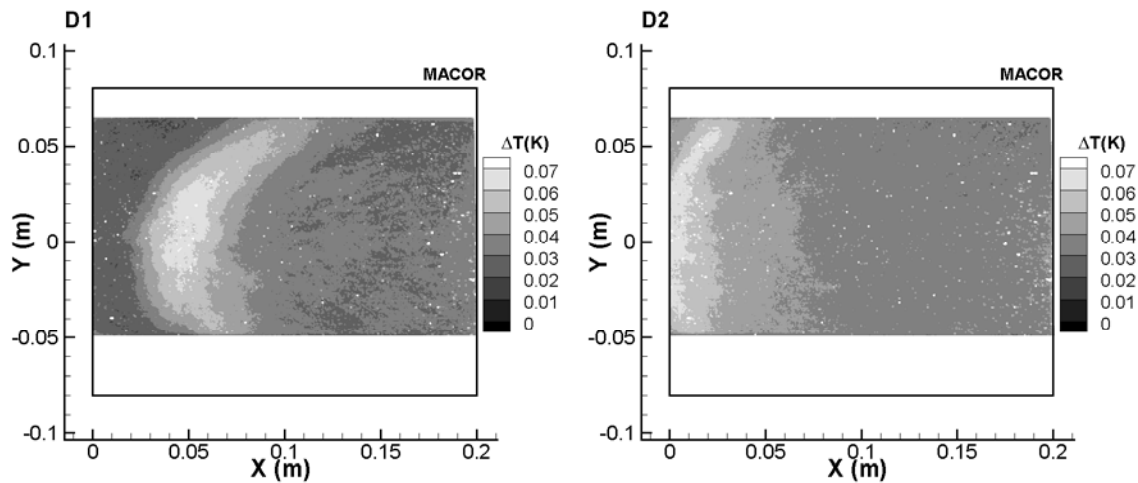


FIG. 9.35 – Incertitude statistique sur la mesure de température aux deux débits de jet D_1 et D_2

9.4.4 Précision et incertitudes

L'incertitude statistique sur les mesures de température est évaluée à partir de l'équation 6.5. Le nombre d'acquisitions correspond au nombre de séquences "palier bas débit" / "rampe" / "palier haut débit" retenues, 58. Les données sont obtenues par moyenne de phase sur des séquences de 21mn. Donc la fréquence d'acquisition est de $\frac{1}{21 \times 60} \simeq 8 \cdot 10^{-4} \text{Hz}^2$. Elle est inférieure à la fréquence observée sur les phénomènes thermiques (paragraphe 8.3.4), $4,5 \cdot 10^{-3} \text{Hz}$. Les mesures sont donc décorréelées, et l'équation 6.5 s'applique directement.

L'incertitude est inférieure à 0,07K comme le montre la figure 9.35, tracée aux deux débits extrêmes. Elle prend ses valeurs les plus importantes dans la région environnant l'impact du jet : la turbulence de l'écoulement mène à des fluctuations plus importantes sur la valeur de la température.

9.4.5 Bilan

Les conditions aux limites thermiques sont données par des mesures par thermocouples. La condition la plus importante, en face arrière du matériau, est de 325K avec une incertitude de 0,8K. Les conditions des parois de la veine sont aussi mesurées de façon à comparer avec les données obtenues lors des simulations avec conditions adiabatiques (et éventuellement permettre des améliorations sur la modélisation de ces conditions).

Le champ de température sur le matériau d'étude est mesuré par thermographie infrarouge sur l'ensemble de la séquence instationnaire. Ces données essentielles sont destinées à la comparaison avec les résultats des simulations. Dans le cadre de la validation, le recensement de toutes les erreurs et incertitudes, effectué dans le tableau suivant, est indispensable. Des cartes d'incertitude statistique et d'erreur de répétabilité ont été obtenues. Les erreurs de DTEB et systématique spatiale sont inhérentes à la caméra et à la loi d'étalonnage. L'erreur multiréflexions est une erreur corrigée. Elle tient compte des réflexions multiples du rayonnement avec les parois de la soufflerie. Bien que corrigée, il est important de la mentionner car la correction obtenue par le calcul [17], de 0,2K, est approximative (incertitudes sur l'émissivité des différentes parois et sur leurs

²Plus précisément, la fréquence d'acquisition est inférieure à $8 \cdot 10^{-4} \text{Hz}$ car toutes les séquences ne sont pas retenues.

températures).

erreur de répétabilité	incertitude statistique	DTEB	erreur systématique spatiale	erreur multiréflexions
<0,4	<0,07	0,03	0,2	0,2

9.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté :

- les mesures de conditions aux limites (avec les incertitudes associées) à utiliser pour les simulations ;
- les mesures des champs dynamiques et thermiques pour la comparaison avec les résultats des simulations, présentées au chapitre suivant.

Les conditions aux limites dynamiques sont obtenues par mesures par LDV. Celles en entrée d'écoulement transverse sont stationnaires, celles du jet sont instationnaires. Les conditions thermiques sont données par des mesures par thermocouples.

Les mesures de champs dynamiques et thermiques sont obtenues en instationnaire, par mesures par PIV et par thermographie infrarouge respectivement. Bien que l'analyse des phénomènes ne soit pas l'objet de l'étude, il est vérifié que la trajectoire du jet en écoulement transverse est en bon accord avec la littérature. Par ailleurs, au cours de toute la séquence d'évolution du débit du jet, l'impact de ce dernier se situe dans la moitié amont du matériau. L'évolution de la température de surface pendant la séquence est aussi plus importante (jusque 8,8K) dans cette partie, dont il est attendu plus de fiabilité pour la validation que la moitié aval.

Le chapitre suivant est consacré aux simulations et aux comparaisons entre les données expérimentales et numériques.

Chapitre 10

Simulations numériques

Dans ce chapitre sont présentés les résultats des simulations numériques effectuées avec CEDRE sur la configuration expérimentale étudiée dans les chapitres précédents.

Du fait des délais d'implémentation de la méthode dans CEDRE, le couplage entre les modules de dynamique des fluides CHARME et de thermique du solide ACACIA est une version simplifiée de la méthodologie de couplage décrite dans ce mémoire. Il s'agit de la méthode stationnaire évoquée au chapitre 7. La correction conservative n'est pas implémentée et les conditions aux limites de couplage n'assurent pas la conservation immédiate du flux de chaleur et de la température à l'interface fluide / solide. Elles consistent en effet à fournir une condition dépendant directement du flux et de la température d'un domaine à l'autre. Dans ce cas, le solide reçoit le flux du fluide et ce dernier la température du solide.

Les résultats présentés ne constituent qu'un premier pas dans le sens de la validation. Seule la simulation stationnaire à débit $D_1 = 13,6 Nm^3/h$ a été réalisée et les modèles utilisés ne sont pas idéaux. Elle sert de base à une première comparaison avec les résultats expérimentaux.

10.1 Caractéristiques du calcul

10.1.1 Cas simulé

Le cas simulé est celui de l'expérience "Refroidissement moteur" (paragraphe 8.1). L'intégration stationnaire permet d'obtenir l'état "initial" d'écoulement de jet à $D_1 = 13,6 Nm^3/h$ en écoulement transversal à $4,1 m/s$.

CEDRE permet de modéliser une conductivité du matériau dépendante de la température : elle est prise sous forme polynomiale d'ordre 2 de manière à approcher la loi de la figure 8.3 : $\lambda = 2 \cdot 10^{-6} T^2 - 0,0018 T + 1,8517$.

10.1.2 Maillage

La symétrie de la configuration permet de ne mailler que la moitié de l'espace de la figure 8.6.

Le maillage, structuré, est composé d'hexaèdres. Une topologie en O est utilisée dans et autour du jet. Le reste du maillage est fait selon une topologie en H. Le nombre de cellules est de 315433 pour le fluide, de 6740 pour le solide.

10.1.3 Conditions aux limites et initiales

Les conditions aux limites dynamiques, d'entrée de veine et de jet sont issues des données expérimentales obtenues par LDV.

Des incertitudes existent sur les conditions aux limites. La condition de sortie est une condition de pression, prise à une atmosphère. Les conditions aux limites de paroi autres que l'interface avec le matériau chauffé sont considérées adiabatiques. De la même façon, les conditions aux limites sur les côtés du matériau sont prises adiabatiques. Rigoureusement, un couplage de type solide / solide devrait être utilisé entre le MACOR[®] et le bois de type MEDIUM ($\lambda = 0,12W/m/K$, $c = 2070J/kg/K$, $\rho = 725kg/m^3$) qui compose la plaque plane autour du matériau chauffé. Enfin, la condition en face arrière du matériau est de type isotherme, à 325K.

10.1.4 Schémas

L'intégration temporelle repose sur des schémas implicites. La réduction du système linéaire est effectuée par la méthode GMRES.

L'intégration étant stationnaire, les schémas sont de type implicite à un pas pour CHARME et ACACIA, avec les options par défaut de CEDRE. Un préconditionnement bas Mach [66] et une méthode de pas de temps local (avec l'option par défaut) permettent d'accélérer la convergence. Le premier permet de pallier les baisses de performances du solveur compressible qu'est CEDRE sur les écoulements à faible nombre de Mach. Il repose sur l'utilisation d'une matrice de préconditionnement en facteur du terme instationnaire des équations d'Euler afin que les vitesses de propagation des ondes acoustiques et particulières soient du même ordre de grandeur. Cette méthode permet d'éviter que la limitation par le nombre de CFL du pas de temps, imposée par les modes acoustiques, soit défavorable aux modes convectifs qui se propagent plus lentement (à la vitesse de l'écoulement). La convergence est accélérée par ce moyen. La modification du système est sans conséquence sur l'état stationnaire mais n'autorise pas l'utilisation du préconditionnement bas Mach en instationnaire. La méthode de pas de temps local permet aussi d'accélérer la convergence en autorisant des pas de temps d'intégration différents, et les plus adaptés, dans les cellules composant le maillage. L'utilisation d'une discrétisation temporelle non uniforme en espace n'est pas adaptée aux simulations instationnaires.

La discrétisation spatiale et le calcul des gradients utilisent la méthode de Green avec prise en compte des effets de courbure et des faces gauches, sans limitation de gradient, et un limiteur de type Van Leer pour CHARME, et la méthode des moindres carrés pour ACACIA. Les interpolations aux cellules limites sont d'ordre 2. Un schéma spatial de type bas Mach est utilisé.

10.1.5 Modélisation de la turbulence

Selon Demuren [25], les difficultés de simulation numérique de jet sont principalement liées à la définition de la turbulence, à la précision des méthodes numériques et aux incertitudes sur la sortie de jet (donc aux conditions limites). Mais l'écoulement moyen n'est pas trop perturbé par le modèle de turbulence. Lilley [55] montre la capacité d'un code 3D (explicite, coordonnées cylindriques, différences finies) doté d'un modèle de turbulence $k-\varepsilon$ à calculer la trajectoire d'un jet. Hahn et Choi [37] déterminent même un CFL idéal de 64 pour ce genre de calcul en schéma implicite (interaction d'un jet 2D avec une couche limite laminaire 2D).

Pour étudier plus précisément le champ de turbulence, il faut préférer un modèle aux tensions de Reynolds [25], ou encore des modèles de type LES ou DNS [5]. Ces deux modèles seront d'ailleurs les plus adaptés pour les

simulations instationnaires. Les modèles de type RANS pourront cependant être aussi utilisés dans un premier temps, d'autant que les résultats expérimentaux ne sont pas des champs instantanés mais moyennés.

Le modèle de turbulence adopté est de type RANS et plus précisément k - ε , sans modèle ASM (*Algebraic Stress Model*). Le modèle bas Reynolds standard et le modèle de paroi Couette turbulent 1 de CEDRE sont également choisis. Les constantes de Prandtl, de Karman, les nombres de Prandtl et Schmidt turbulents du modèle k - ε sont respectivement 0,09, 0,4, 0,9 et 0,9. Pour le modèle de paroi, les nombres de Prandtl turbulent pour k et ε sont 0,9 et 1,3, les constantes C_1 et C_2 sont 1,44 et 1,85, les coefficients de limitation pour réalisabilité et de Kolmogorov sont nuls.

10.2 Résultats de la simulation

Les résultats présentés constituent une première approche. Seule la simulation stationnaire à D_1 a été effectuée.

Le champ de température obtenu à la surface du matériau d'étude est représenté sur la figure 10.1. Le développement de la couche limite thermique en amont du matériau et la trace thermique du jet sont clairement identifiables. En revanche, la comparaison avec la figure 9.32 montre que les résultats de la simulation donnent une trace froide due à l'impact du jet trop en aval (en $x = 0,12m$ contre $0,07m$ expérimentalement). De plus, les niveaux de températures (ainsi que les gradients) obtenus sont plus faibles (de 314,1 à 316,7K contre une gamme de 317,7 à 321,5K relevée expérimentalement).

La justification de ces erreurs semble être principalement d'origine dynamique. En effet, le champ de vitesse ne présente pas tout à fait la même allure qu'expérimentalement. La figure 10.2 montre en effet que dans le plan de symétrie, la trajectoire du jet est très légèrement en aval des résultats de la corrélation de Bradbury [15]. Les mesures avaient quant à elles indiqué un très bon accord avec cette corrélation. L'allure légèrement oscillante du jet est due à une petite instationnarité perturbant la convergence du calcul.

Le champ de vitesse dans les plans horizontaux $z = 0,01$ et $0,04m$ est montré sur la figure 10.3. L'allure générale avec contournement du jet par l'écoulement transversal est retrouvée. Cependant, la trace du jet est trop en aval par rapport aux résultats expérimentaux. Les niveaux de vitesse obtenus sont du même ordre que ceux mesurés. Mais le jet calculé semble moins élargi.

La simulation approximative de la dynamique du jet en écoulement transverse est donc la cause de l'erreur sur le champ de température. Une meilleure simulation des aspects dynamiques est donc essentielle afin de pouvoir valider le couplage sur ce cas. Il est bien sûr attendu beaucoup d'une meilleure simulation de la turbulence par amélioration des modèles.

Outre ce problème, le niveau trop élevé de température obtenu par simulation peut également être dû à l'approximation d'une condition aux limites adiabatique sur les côtés du matériau étudié, ainsi qu'à une convergence en maillage incomplète.

10.3 Erreurs et incertitudes

Tout comme pour les simulations elles-mêmes, le calcul des erreurs et incertitudes d'origine numérique n'est pas encore abouti. Dans ce paragraphe, le mode d'évaluation de celles-ci est tout de même présenté.

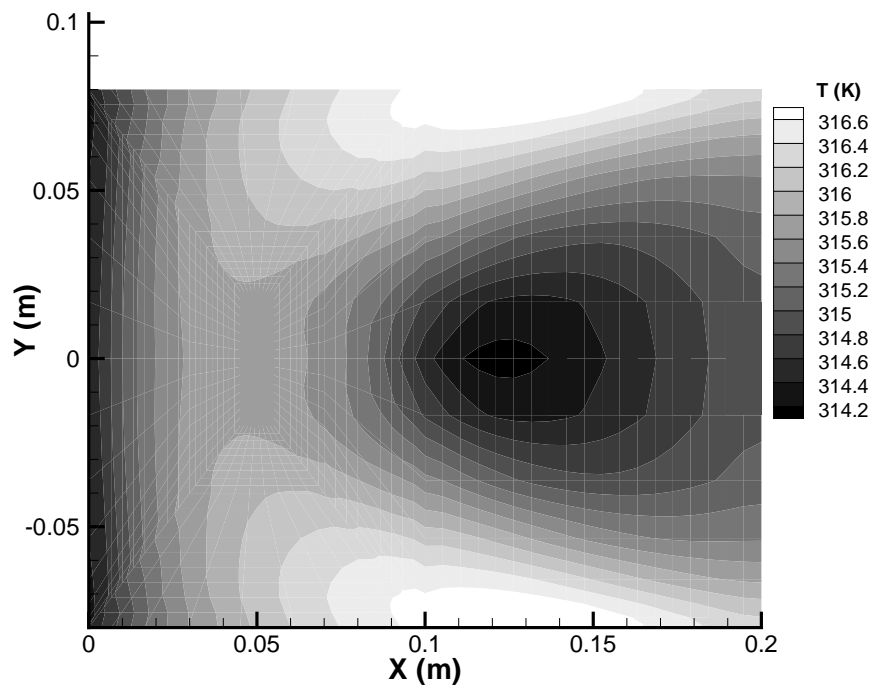


FIG. 10.1 – Champ de température de paroi au débit D_1 obtenu par simulation

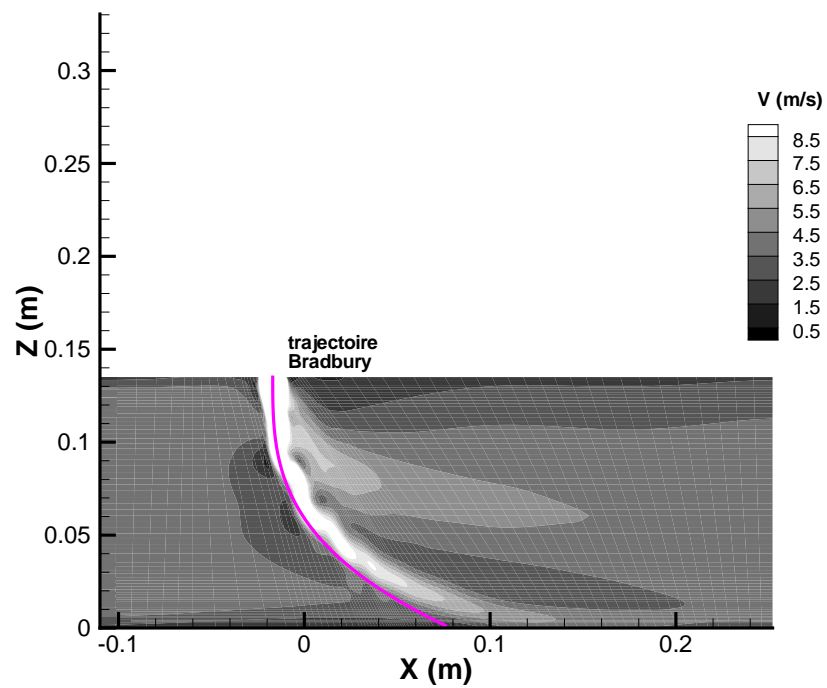


FIG. 10.2 – Champ de module de vitesse dans le plan de symétrie $y = 0$ m, au débit D_1 , obtenu par simulation

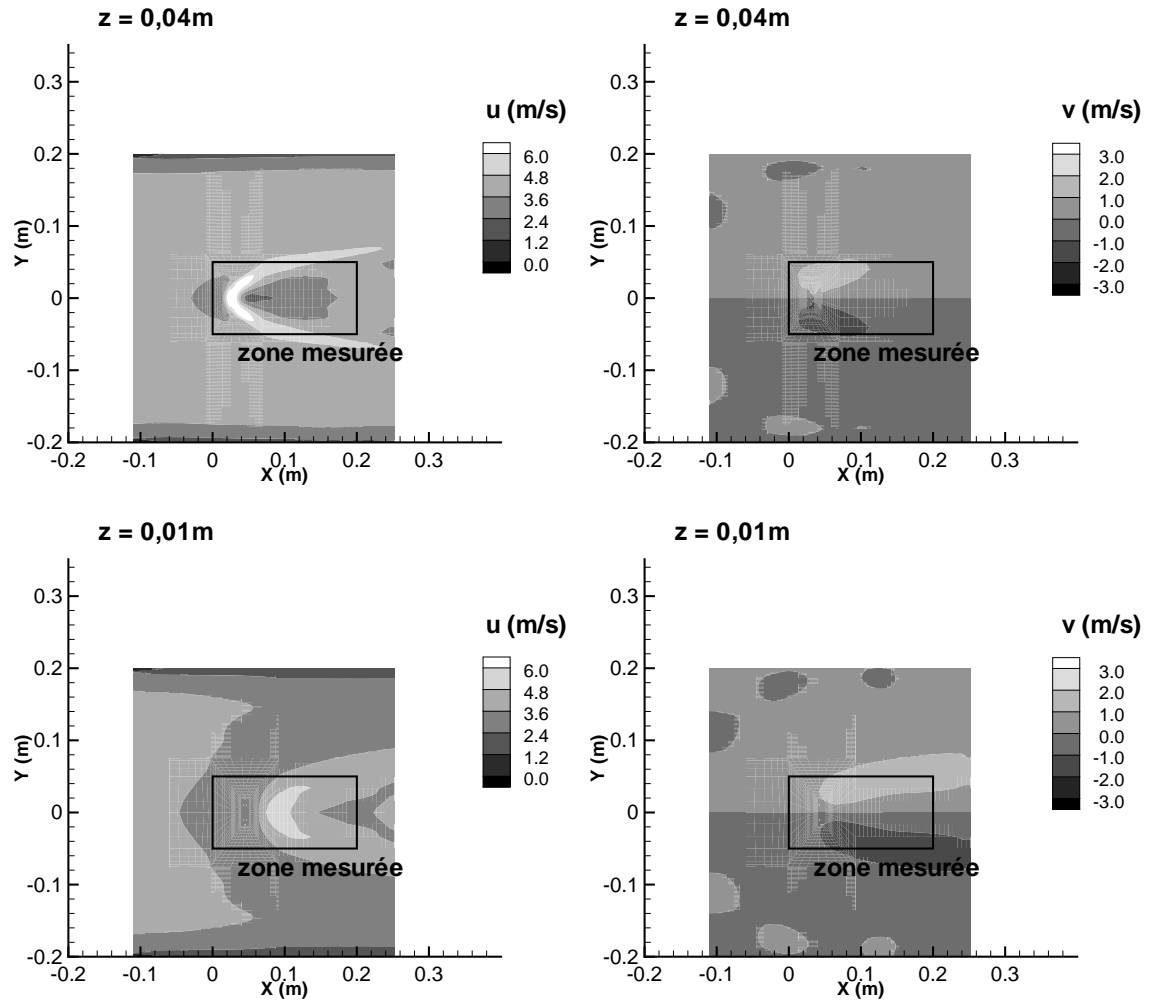


FIG. 10.3 – Champs de vitesse dans les plans $z = 0,01$ et $0,04\text{m}$, au débit D_1 , obtenus par simulation

10.3.1 Convergence en maillage

Une convergence en maillage doit être effectuée, à partir d'un maillage de référence (1) comportant 315433 cellules dans le domaine CHARME et 6740 dans le domaine ACACIA. Les mailles composant le solide ont une hauteur de $0,001m$, la première maille fluide au-dessus du matériau est de $0,0005m$ ($y^+ \leq 20$).

À partir de deux maillages supplémentaires obtenus respectivement par raffinement et déraffinement d'un facteur $r_{cv} = 1,4$, la méthode présentée au paragraphe 6.3 permet d'évaluer la solution asymptotique et l'erreur de discrétisation effectuée. L'ordre de convergence est obtenu à l'aide de l'équation 6.1 à partir d'une valeur intégrée comme le flux thermique traversant l'interface fluide / solide :

$$p_{cv} = \frac{\ln \left(\frac{(FS)_3 - (FS)_2}{(FS)_2 - (FS)_1} \right)}{\ln(r_{cv})}$$

L'erreur de discrétisation est fournie par l'équation 6.3.

10.3.2 Incertitudes sur les paramètres d'entrée

L'incertitude paramétrique stochastique résulte de l'étude de simulations multiples effectuées avec de nombreuses valeurs des paramètres d'entrée mal connus. Il s'agit principalement de la pression en sortie (qui est prise à $101325Pa$ dans la simulation initiale mais a parfois été mesurée à $99500Pa$ au cours de la campagne expérimentale), des conditions aux limites aux parois (considérées adiabatiques dans un premier temps). Par ailleurs, l'incertitude sur la mesure des conditions aux limites dynamiques d'écoulement transverse ($0,034$ en incluant l'incertitude statistique, la répétabilité et les erreurs d'hypothèse) et de jet ($0,074$), et thermiques en face arrière du matériau chauffé ($0,8K$) est connue. Un certain nombre de simulations avec des valeurs de conditions aux limites comprises dans la gamme d'incertitude doit être également mené afin d'obtenir l'incertitude sur les résultats numériques obtenus.

Cette démarche est assez coûteuse en temps de calcul et n'a pas encore pu être menée. Mais il sera intéressant de l'entreprendre afin d'avoir une évaluation complète des erreurs et incertitudes expérimentales et numériques.

10.4 Validation sur le cas stationnaire

La validation est effectuée sur le champ de température à la surface du matériau chauffé. Ce choix provient du fait que le couplage concerne avant tout l'interface fluide / solide.

La méthode de validation est présentée au chapitre 6. La figure 10.4 montre la différence entre les champs de température issus des mesures et des simulations. Les simulations n'étant pas encore satisfaisantes, l'écart est assez important, atteignant $5,5K$ dans la zone de contournement du jet. Il est intéressant de remarquer que la zone d'impact pour les simulations voit des écarts de température de $4,4K$. Ils sont nettement plus faibles dans la vraie région d'impact ($1,8K$). Une combinaison des effets du calcul imparfait de la dynamique des fluides, des conditions aux limites et de la convergence en maillage doit être à l'origine de cette répartition des écarts de température.

L'équation de la norme de validation (6.7) est adaptée en fonction des erreurs connues. Avec les notations du paragraphe 6.5.1, ϵ_1 est l'incertitude expérimentale (de l'ordre de $0,9K$, en tenant compte des cartes d'erreur de répétabilité et d'incertitude statistique, de la DTEB, et des erreurs systématique spatiale et due au modèle

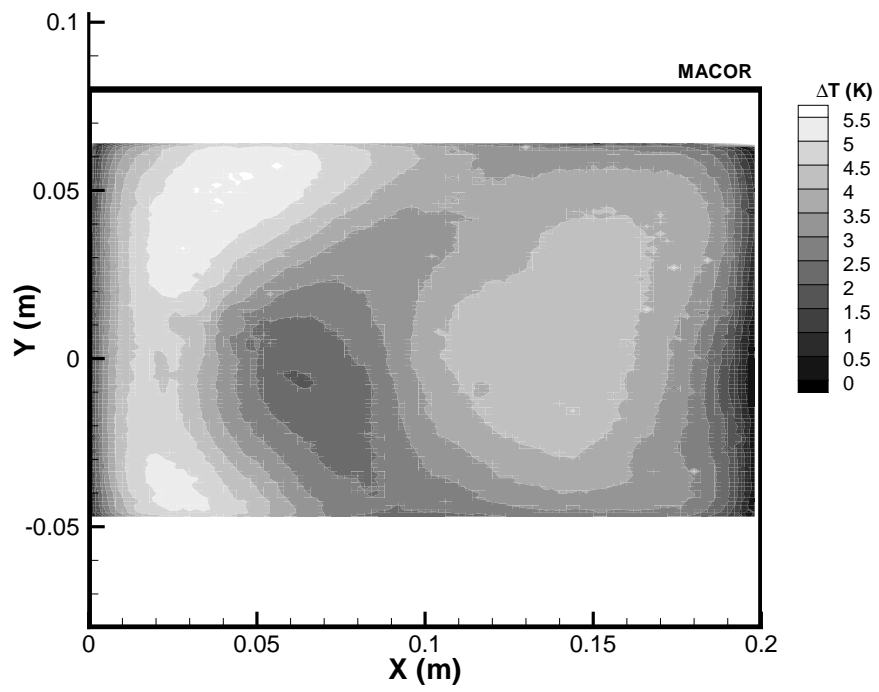


FIG. 10.4 – Différence de température entre les résultats numériques et expérimentaux

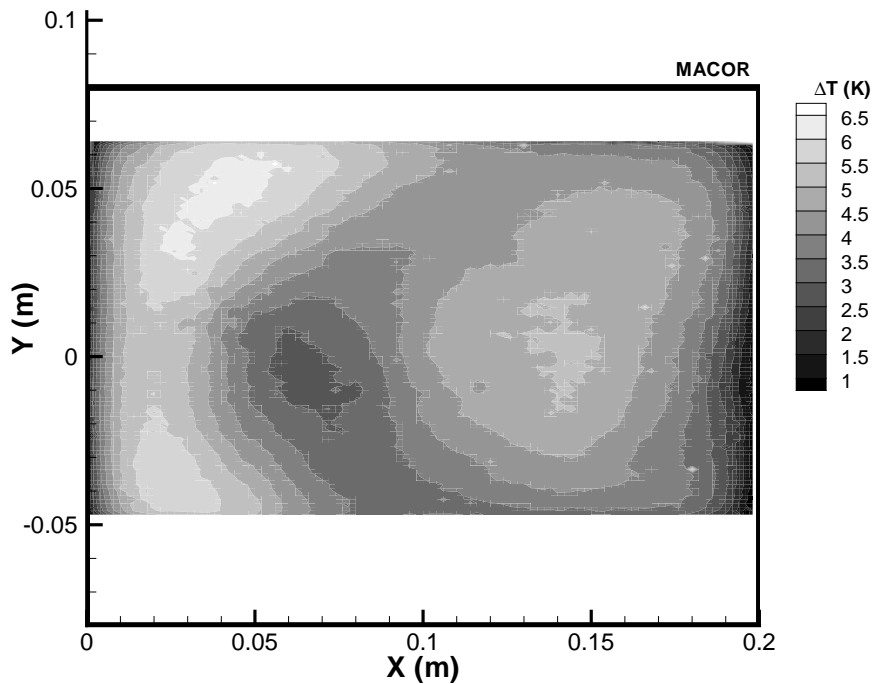


FIG. 10.5 – Erreur totale sur le champ de température

multiréflexions utilisé). $\epsilon_2 + \epsilon_3$ est la différence entre les champs expérimental et simulé, augmentée de l'incertitude paramétrique stochastique, non estimée dans ce mémoire. ϵ_4 est l'erreur de convergence en maillage qui n'est pas évaluée non plus. Au final, avec S la surface observée, la norme de validation peut être exprimée :

$$\mathcal{V} = 1 - \frac{1}{S} \int_S \tanh \left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4}{\Delta T_0} \right) dS$$

L'erreur considérée est relative à un écart de température de référence $\Delta T_0 = 30\text{K}$ (la différence de température entre l'écoulement et la face arrière du matériau étudié). L'erreur totale $\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4$ est présentée sur la figure 10.5. Une limitation est l'annulation des erreurs non évaluées. Dans le cas présent, la norme de validation obtenue est : $\mathcal{V} = 0,8602$. Présentée seule, cette norme présente un intérêt limité. En revanche, elle pourra servir de référence pour les prochains calculs effectués, en premier lieu avec différents modèles de turbulence, mais aussi avec la méthode instationnaire conservative de couplage et en instationnaire.

10.5 Conclusion

Une première approche de la validation a été entreprise dans ce chapitre. Une simulation en stationnaire est présentée. Cette simulation est encore peu fiable notamment du fait du calcul peu précis de la dynamique des fluides. Une amélioration importante à réaliser est le choix d'un modèle de turbulence plus adapté. Dans un premier temps, des modèles ASM de CEDRE peuvent être essayés. Un modèle LES de Smagorinski est

disponible sur CEDRE, un modèle URANS est en prévision. Des essais sur ce cas de calcul seraient intéressants.

Les méthodes d'obtention de l'erreur de discrétisation et de l'incertitude paramétrique stochastique ont été présentées. L'évaluation reste à faire et permettra de connaître plus précisément la norme de validation, qui est actuellement de 0,8602. Cette norme est donc un point de départ pour la validation et pour quantifier les améliorations successives des simulations.

Conclusion

Ce travail de recherche a porté sur l'étude complète d'une méthodologie numérique de couplage fluide / solide pour des applications aérothermiques instationnaires. Elle a été définie, paramétrée et étudiée sur les aspects stabilité, précision et conservativité notamment. Un travail de vérification et validation expérimentale a également été mené.

Méthodologie numérique

La méthode repose sur le couplage de deux solveurs de dynamique des fluides et de thermique du solide. Les domaines solides et fluides sont intégrés indépendamment par leurs solveurs respectifs. Le couplage est effectué périodiquement par calcul de conditions aux limites aux interfaces fluide / solide. Ces conditions de type Neumann, Dirichlet ou Fourier permettent l'équilibre instantané des températures et flux de chaleur à l'interface. Contrairement aux techniques de couplage stationnaire, où les conditions d'interface sont imposées sans calcul (généralement, le fluide impose directement son flux au solide et ce dernier sa température au fluide), cette méthode permet un processus d'avancement non itératif. Il n'y a en effet pas besoin d'effectuer le cycle (pas de temps entre deux couplages) plusieurs fois pour atteindre la bonne condition de couplage. La méthode est donc intéressante de ce point de vue pour le coût de calcul.

Le type de conditions aux limites détermine fortement l'évolution des champs de température entre deux couplages du fait de l'indépendance des intégrations des domaines fluides et solides. Les conditions de type Neumann s'avèrent notamment très instables, conformément aux résultats de la littérature. Une autre conséquence est l'apparition de pertes de flux thermique à l'interface. En effet, si les conditions n'imposent pas le flux d'interface, celui-ci évolue différemment de part et d'autre de l'interface. Même si les flux convergent au final vers la même valeur, les flux totaux transmis de part et d'autre au cours du processus instationnaire sont différents. La méthodologie complète de couplage intègre donc une technique de correction. Elle consiste à évaluer le déficit d'énergie thermique aux interfaces et appliquer aux domaines une quantité corrective calculée à partir de ce déficit, et le compensant. Cette quantité corrective peut être un flux supplémentaire à l'interface ou bien une correction directement par incrémentation de la température dans les cellules jouxtant l'interface. Dans le premier cas, la correction est exprimée comme une condition aux limites de flux venant s'ajouter à la condition de couplage. L'intrusivité de la méthode de couplage au sein des solveurs est alors limitée. Elle se réduit à l'implémentation éventuelle d'une procédure permettant de calculer l'énergie thermique traversant l'interface au cours d'un cycle. Sinon, le couplage consiste en la réalisation de calculs dans une procédure totalement extérieure aux solveurs couplés et en la définition de conditions aux limites pour ceux-ci. L'expression de la correction sous forme de condition aux limites de flux permet essentiellement de distribuer la quantité corrective de façon équitablement répartie sur tout le cycle. Il s'agit d'une correction "RÉPARTIE RÉGULIÈREMENT". Le flux

de correction est constant tout au long du cycle. Il est aussi possible d'imposer une correction dégressive au cours du cycle : selon une loi géométrique par exemple (correction "RÉPARTIE GÉOMÉTRIQUEMENT"), ou encore avec toute la correction donnée en une même itération (correction "APRÈS"). Dans ce cas, la correction est appliquée entièrement à l'itération suivant immédiatement le couplage et le flux correctif est nul le reste du cycle. Une autre solution est enfin d'appliquer toute la correction immédiatement avant le couplage (correction "AVANT"). Mais cela passe par l'affectation d'un incrément de température dans les cellules à proximité de l'interface, ce qui nécessite des développements supplémentaires dans les codes couplés. Ces différentes manières d'imposer la correction en définissent la répartition temporelle. Une distribution spatiale est aussi effectuée en laissant la possibilité d'imposer une quantité plus importante de correction à un des deux domaines fluide ou solide.

La méthode de couplage est étudiée sous plusieurs angles : algorithmique (avec le problème de l'intrusivité dans les solveurs couplés), coût de calcul, conservativité mais aussi précision et robustesse. Des tests de couplage solide / solide et solide / fluide ont montré que la technique de correction conservative apporte un gain important de précision, notamment dans les périodes transitoires. Plus la correction est faite en amont du couplage, plus la précision est grande : la correction "AVANT" est la plus précise, la correction "RÉPARTIE RÉGULIÈREMENT" la moins précise. Les résultats de l'étude de robustesse donnent au contraire une stabilité accrue de la méthode avec une répartition temporelle de la correction. Par ailleurs, des analyses théoriques de stabilité ont permis de définir à la fois les types de conditions de couplage et la répartition spatiale de correction les plus stables. Une première étude sans les aspects correctifs permet d'écarter les conditions de type Neumann. Les résultats de l'analyse intégrant les corrections conservatives sont : une meilleure stabilité avec des conditions de type Fourier pour le solide (plus exactement le domaine dont le temps caractéristique de diffusion basé sur la taille de maille, $\frac{\delta x^2}{D_{th}}$, est le plus élevé) et Dirichlet pour le fluide, et l'affectation de la correction entièrement côté solide.

Pour des critères d'algorithmique et de robustesse, la meilleure solution est finalement d'imposer une condition de "convection + flux correctif" au solide (de façon à obtenir une correction "RÉPARTIE RÉGULIÈREMENT") et une condition de température au fluide. Dans ces conditions, le gain en précision reste substantiel.

Vérification et validation

La vérification et la validation de la méthode sont effectuées selon des critères définis par Oberkampf *et al* [63]. La vérification consiste à s'assurer de l'accord entre la modélisation numérique du phénomène aérothermique par couplage de solveurs et sa modélisation mathématique sous forme de système d'équations aux dérivées partielles. Elle est donc réalisée par comparaison des résultats de la méthode numérique sur un cas simple dont la solution analytique est connue. Il s'agit de l'étude d'une plaque plane épaisse chauffée à température constante en face arrière et mouillée par un écoulement subitement porté à un nombre de Mach de 3 en face avant. La simulation de l'établissement du phénomène est comparée avec les résultats analytiques de Pozzi *et al* [71]. La vérification donne des résultats très satisfaisants et montre l'intérêt de la méthode de correction conservative.

L'objectif de la validation est de déterminer l'accord du modèle numérique avec la réalité et plus précisément avec l'expérience. Une expérience de validation a donc été définie et réalisée. Elle modélise le refroidissement d'un carter moteur par ventilation dédiée. Une plaque plane épaisse est chauffée en face arrière à température constante et refroidie en face avant par un jet en écoulement transversal. L'expérience est réalisée dans une soufflerie générant l'écoulement principal. Un jet souffle orthogonalement à celui-ci. L'injection est effectuée par

une buse ronde située à une hauteur permettant de respecter des critères de similitude par rapport à la situation réelle. Le débit du jet varie dans le temps entre deux débits extrêmes permettant tous deux une trace thermique visible du jet sur la plaque chauffée. Le matériau constituant cette plaque est une vitrocéramique MACOR[®], homogène, opaque dans l'infrarouge donc sans influence du rayonnement sur le champ de température interne, et avec une conductivité thermique proche de $1W/m/K$ permettant (dans la gamme de vitesses de l'expérience) une grande amplitude de variation de température à l'interface quand les conditions d'écoulement varient.

Les mesures effectuées sur l'expérience sont destinées à la détermination des conditions aux limites pour la simulation d'une part et à l'élaboration d'une base de données pour la comparaison avec les résultats numériques d'autre part. Des mesures par LDV (*Laser Doppler Velocimetry*) sont ainsi entreprises dans le but d'obtenir les conditions dynamiques d'entrée de veine et de jet. Les mesures par PIV (*Particle Image Velocimetry*) et par thermographie infrarouge permettent quant à elles l'obtention de champs destinés à la comparaison avec les résultats numériques. Les mesures par thermographie infrarouge de la température de paroi de la plaque chauffée sont particulièrement importantes pour la validation du couplage car la surface visée de la paroi constitue l'interface entre les domaines fluide et solide.

La comparaison des résultats numériques et expérimentaux est effectuée sur un cas établi, avec un débit de jet faible. Les simulations sont effectuées avec CEDRE, où la méthode de couplage complète n'est pas encore disponible. Le couplage est de type stationnaire, avec un simple échange de conditions aux limites entre les solveurs. Les aspects strictement dynamiques n'étant pas très bien résolus, la validation du couplage n'est pas effectuée dans des conditions idéales. Une norme de validation [63] est calculée et sert de base de comparaison pour les simulations restant à réaliser, avec d'autres modèles, notamment la méthode instationnaire conservative de couplage. Sur le cas calculé, très peu précis et qui ne constitue qu'une première approche, la norme vaut 0,8602.

Perspectives

Les perspectives à court terme du travail numérique sont l'implémentation de la méthode complète de couplage dans CEDRE. La méthodologie a été développée de façon portable pour être implémentée entre des codes quelconques. Elle peut aussi tout à fait se combiner à toutes autres sortes de couplages de solveurs, tels un couplage fluide / structure d'ordre mécanique permettant notamment de simuler les distorsions d'un solide soumis à une contrainte imposée par un fluide.

Le problème du coût des simulations étant critique, une solution envisageable pour certains cas est le gel de la dynamique des fluides. Seule l'équation de l'énergie est conservée côté fluide. Cela permet un gain théorique, sous réserve d'une bonne implémentation de cette option, d'un rapport 5 (soit le nombre minimum des équations résolues en temps normal). Ce gain peut même être augmenté car le nombre de CFL devient $\frac{u\delta t}{\delta x}$ au lieu de $\frac{(u + c_s)\delta t}{\delta x}$: le pas de temps d'intégration autorisé est multiplié par $\frac{u + c_s}{u}$. Enfin, le maillage du fluide peut être nettement déraffiné, ce qui entraîne une nouvelle diminution de la durée d'intégration. Cependant, cette technique n'est utilisable que sur les phases transitoires d'ordre purement thermique, c'est-à-dire si la dynamique est établie. De plus, elle repose sur l'hypothèse du découplage des équations de la quantité de mouvement et de l'énergie, qui n'est rigoureusement exacte qu'en régime incompressible. Des erreurs devraient donc provenir des simulations en régime compressible utilisant cette technique.

En ce qui concerne la validation, plusieurs études complémentaires peuvent être menées. Dans un premier

temps, la poursuite et l'amélioration du cas de calcul stationnaire entrepris dans ce travail est nécessaire. L'utilisation de modèles de turbulence plus adaptés affinerait la prédiction de la dynamique. De plus, une convergence en maillage permettra de quantifier l'erreur de discrétisation.

La comparaison de simulations instationnaires avec les données expérimentales s'avère aussi indispensable. La simulation sur des temps longs peut nécessiter l'usage de la méthode du gel de la dynamique des fluides sur la période purement transitoire. Le développement d'une norme de validation instationnaire permettrait la comparaison de modèles de calcul différents, notamment la méthode instationnaire conservative de couplage avec la méthode de type stationnaire actuellement disponible dans CEDRE. La norme de validation permettra également de juger de l'intérêt des corrections conservatives sur un cas proche des configurations moteurs visées.

Une analyse plus poussée de certaines incertitudes peut être intéressante. Les incertitudes paramétriques stochastiques reflétant l'influence des conditions d'entrée mal connues sur les résultats des simulations sont en effet à évaluer. Par ailleurs, le calcul couplé fait intervenir des conditions aux limites adiabatiques sur les bords du matériau chauffé. Un calcul couplé avec un matériau en bois de type MEDIUM pourrait apporter une meilleure simulation des aspects thermiques dans le matériau.

La validation avec des modèles de turbulence LES ou URANS permettant une meilleure simulation de la partie fluide devrait être menée. La norme de validation utilisée dans ce mémoire présenterait l'intérêt de pouvoir comparer la valeur obtenue dans les conditions de calcul actuelles avec celles obtenues avec des modèles censés apporter une précision accrue.

L'expérience qui a été menée au cours de cette thèse a été principalement utilisée pour la validation. Elle a été développée dans ce but. Mais une exploitation de l'expérience en elle-même pourrait être intéressante. Il a été montré le bon accord de la trajectoire de jet mesurée avec les corrélations empiriques. La structure du jet en écoulement transversal, son action sur le transfert de chaleur sur le matériau chauffé pourraient être analysées plus en détails. Des comparaisons avec le transfert de chaleur obtenu dans des configurations similaires sur une plaque à température constante (en face avant) pourraient être effectuées. Enfin, l'expérience étant menée avec trois jets également, les phénomènes aérothermiques obtenus dans les deux cas pourraient être comparés.

Annexe A

Analyse matricielle de stabilité et conditions aux limites

Dans la méthode matricielle d'étude de stabilité des schémas numériques, les conditions aux limites déterminent les extrémités de la matrice d'étude $\underline{\underline{A}}$ (définie au paragraphe 1.5.2).

A.1 Conditions aux limites isothermes

Dans ce cas, les perturbations de température aux extrémités sont nulles. D'où une matrice :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 - 2a & a & & \dots & 0 \\ a & 1 - 2a & a & & \\ & & \ddots & & \\ & & a & 1 - 2a & a \\ & & & & \ddots \\ 0 & \dots & & & a & 1 - 2a \end{pmatrix}$$

A.2 Conditions aux limites de convection

En reprenant l'équation 1.10 pour la cellule $j = 1$, avec une expression du flux $F_{\frac{1}{2}}$ donnée par la condition de convection (notations de la figure A.1) : $F_{\frac{1}{2}} = \frac{h}{\rho c} (T_c - T_{\frac{1}{2}})$, avec $T_{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{2\lambda}{\delta x} T_1 + h T_c}{\frac{2\lambda}{\delta x} + h}$. De plus : $F_{\frac{3}{2}} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{T_2 - T_1}{\delta x}$. En passant aux perturbations, sachant que $\delta T_c = 0$:

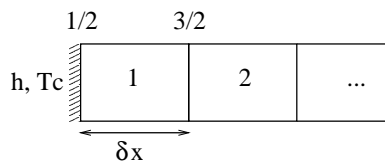


FIG. A.1 – Conditions aux limites de convection.

0 = N	1	2	...				N	N+1 = 1	...
-------------	---	---	-----	--	--	--	---	---------------	-----

FIG. A.2 – Conditions aux limites périodiques : chaque extrémité impose sa condition aux limites à l'autre.

$$\begin{aligned}\delta T_1^{n+1} &= \delta T_1^n + \frac{\delta t}{\delta x} \left(\frac{\lambda}{\rho c} \frac{\delta T_2^n - \delta T_1^n}{\delta x} + \frac{h}{\rho c} \delta T_{\frac{1}{2}}^n \right) \\ &= \delta T_1^n \left(1 - a \frac{2 + 3Bi}{2 + Bi} \right) + a \delta T_2^n\end{aligned}$$

Bi est un nombre de Biot "numérique" : $Bi = \frac{h\delta x}{\lambda}$.

La matrice d'étude de stabilité est alors :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 - a \left(\frac{3Bi + 2}{Bi + 2} \right) & a & & \dots & 0 \\ a & 1 - 2a & a & & \\ & & \ddots & & \\ & & & a & 1 - 2a & a \\ & & & & & \ddots \end{pmatrix}$$

A.3 Conditions aux limites périodiques

Dans le cadre de conditions aux limites périodiques, la condition à une extrémité d'un matériau est donnée par l'autre, et inversement. Ainsi, sur la figure A.2, on a les quantités u_0 et u_{N+1} données par : $u_0 = u_N$ et $u_{N+1} = u_1$.

Ainsi, l'équation de la chaleur discrétisée en 1D (équation 1.17) devient à l'extrémité 0 - 1 (schéma explicite) :

$$\delta T_1(1 - 2a - e^{j\omega\Delta t}) + a(\delta T_1 + \delta T_N) = 0 \quad (\text{A.1})$$

et la matrice d'étude de stabilité prend la forme :

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 - 2a & a & & \dots & a \\ a & 1 - 2a & a & & \\ & & \ddots & & \\ & & & a & 1 - 2a & a \\ & & & & & \ddots \\ a & & \dots & & a & 1 - 2a \end{pmatrix}$$

Annexe B

Étude de stabilité pseudo-stationnaire

Ce chapitre essaie de déterminer des critères de déstabilisation du calcul à l'aide de la méthode du chapitre 4.2 avec des corrections non nulles. Les critères ainsi trouvés seraient d'autant plus justifiés que l'étude de stabilité en question repose sur le cas le plus critique, celui où la durée entre les échanges est telle que l'on aboutit à l'état stationnaire.

La difficulté réside dans la détermination de la correction.

B.0.0.1 Correction effective

Comme vu au paragraphe 3.3.3, la différence des flux cumulés est calculée comme : $\Delta E = E_L + E_R$ avec, pour le raccord Dirichlet / Dirichlet (notations du schéma 4.2) :

$$E_J = \sum_{i=1}^{P_J} \left(-\lambda_J(T_I(t_N)) \frac{T_I(t_N) - T_J(t_i)}{d_k/2} S \delta t_J(i) \right) \quad (J = L \text{ ou } R)$$

La correction dépend donc très clairement de l'évolution au cours du cycle des températures : la pente de température à l'interface est intégrée sur toute la durée τ du cycle :

$$\int_{t_N}^{t_N+\tau} \frac{T(x_I, t) - T(x_J, t)}{d_J/2} dt = \frac{1}{d_J/2} \left[\int_{t_N}^{t_N+\tau} (T(x, t) dt) \right]_{x_I}^{x_J} \quad (\text{B.1})$$

B.0.0.2 Corrections simulées

L'idéal dans cette étude de stabilité où le cycle aboutit à l'état stationnaire est de pouvoir représenter le flux à l'interface cumulé comme une surface Σ dans le plan (x, T) (figure B.1).

Le flux cumulé (donc l'énergie) s'écrit alors : $E = \Sigma \lambda \tau$ où λ est la conductivité du milieu et τ le temps caractéristique menant à la convergence (une simple analyse dimensionnelle donne E en joules). Avec $\tau = \mathcal{F} \frac{CL^2}{\lambda}$ et en prenant pour L (longueur de référence) la longueur de la barre 1D :

$$\begin{aligned} dE^n &= \Sigma_L^n \lambda_L \tau_L - \Sigma_R^n \lambda_R \tau_R \\ &= \Sigma_L^n C_L D_L^2 \mathcal{F}_L - \Sigma_R^n C_R D_R^2 \mathcal{F}_R \end{aligned}$$

Les nombres de Fourier \mathcal{F}_L et \mathcal{F}_R sont adaptés pour obtenir à la fois l'état stationnaire et $\tau_R = \tau_L$. Il reste à évaluer les surfaces.

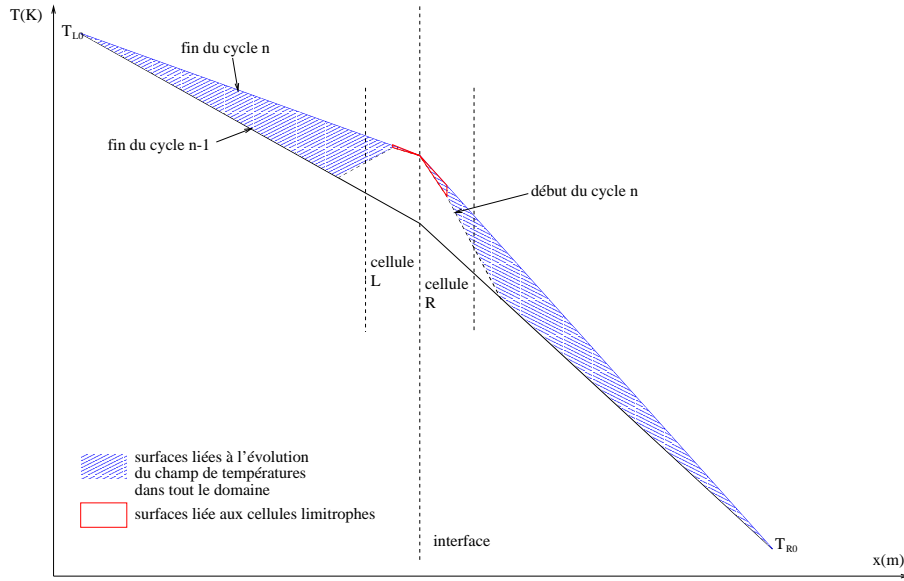


FIG. B.1 – Simulation de correction : utilisation de surfaces dans le plan (x, T) , deux possibilités. Cas du raccord par les températures

Surfaces liées aux cellules limitrophes L'aire calculée est celle "balayée" par les températures dans la cellule limitrophe. Par la suite, $J = L$ ou R est l'indice de la cellule limitrophe, I celui de l'interface.

- Condition de Dirichlet (figure B.2) :

$$\Sigma_J^n = d_J \frac{T_J^n - T_J^{*,n}}{4};$$

- Condition de Neumann (figure B.3) :

$$\Sigma_J^n = d_J \frac{T_J^n - T_J^{*,n}}{2};$$

- Condition de Fourier (figure B.4) :

$$\Sigma_J^n = d_J \frac{T_J^n - T_J^{*,n} + T_I^n - T_I^{*,n}}{4}.$$

La surface évaluée est alors :

$$\left[\int_{x_J}^{x_I} (T(x, t) dx) \right]_{t_N + \tau}^{t_N}$$

Cela ne correspond pas à l'intégrale de la correction cumulée de flux effective (équation B.1) et en est très différent dès que la discrétisation de l'intégrale est un peu fine.

Surface liée à l'évolution de température dans tout le domaine Le problème est maintenant que la surface représente une variation d'énergie liée indissociablement aux pertes de flux aux deux extrémités du domaine et non à l'interface seulement.

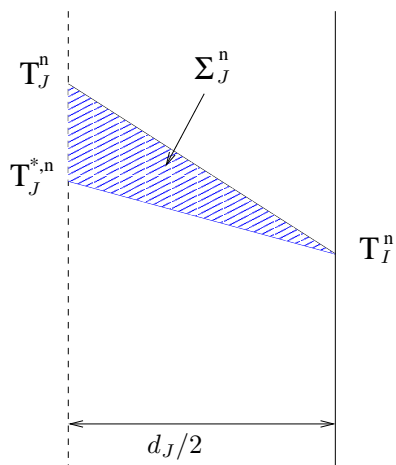


FIG. B.2 – Surface “limitrophe” pour la condition de Dirichlet

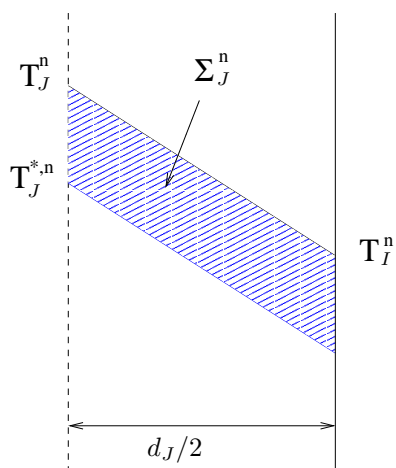


FIG. B.3 – Surface “limitrophe” pour la condition de Von Neumann

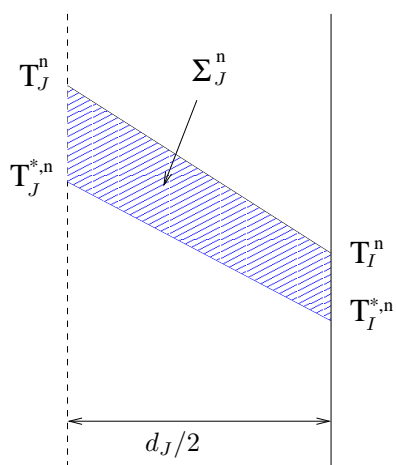


FIG. B.4 – Surface “limitrophe” pour la condition de convection

B.0.0.3 Bilan

Il n'est malheureusement pas possible de simuler correctement la correction dans le cadre de cette méthode.

Annexe C

Correction et critères physiques

La correction conservative de bilan de flux à l'interface repose sur l'utilisation d'un coefficient de correction k . Ce dernier permet d'estimer la quantité d'énergie échangée, au cours d'un cycle, à l'interface entre les domaines couplés, en pondérant les énergies calculées par les deux codes. Le coefficient k permet donc certes d'assurer la conservation de l'énergie thermique entre les domaines couplés tout au long de l'intégration, mais introduit une part d'arbitraire dans le processus de correction. Celle-ci traduit le fait que la quantité d'énergie théorique échangée entre les domaines au cours d'un cycle ne peut être connue. Le coefficient k est alors choisi selon des critères de stabilité numérique de l'intégration couplée : il doit permettre d'apporter la correction d'énergie, sous forme d'incrément de température dans les cellules limitrophes, dans le domaine de plus petite diffusivité.

Une alternative pour la correction conservative est d'effectuer une estimation de l'énergie théorique échangée à l'interface entre deux domaines couplés au cours d'un cycle. Cette énergie est donnée, pour un cycle compris entre les instants t_1 et t_2 par :

$$E_I = \int_{t_1}^{t_2} \int_S \vec{\Phi} \cdot d\vec{S} dt$$

C.1 Optimisation du coefficient de correction selon des critères physiques

Une première idée d'évaluation de cette énergie serait d'optimiser le coefficient k_c selon des critères non plus numériques mais physiques, par l'utilisation de la théorie du contrôle optimal, avec :

- la commande $U = k_c$;
- le vecteur d'état

$$\underline{X} = \begin{pmatrix} E_L \\ E_R \\ E_I \\ T_L \\ T_R \\ \Phi_I \end{pmatrix}$$

où E_L et E_R sont respectivement les énergies à l'interface calculées dans le domaine de gauche et celui

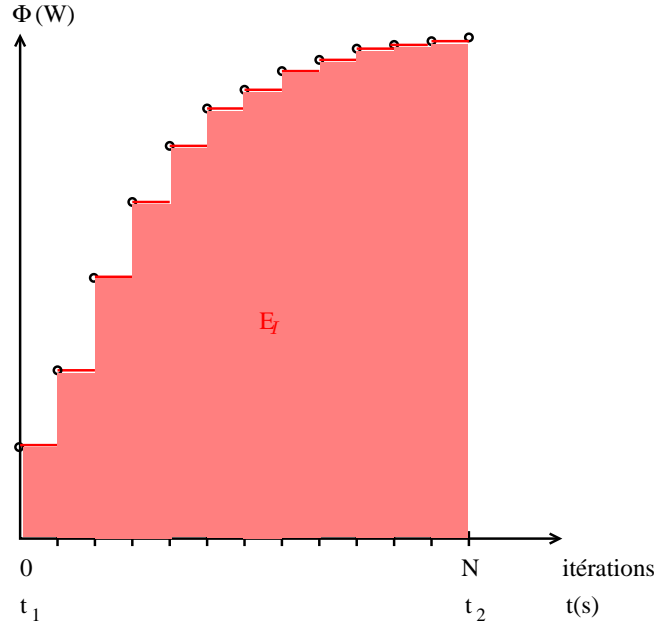


FIG. C.1 – Évaluation de l'énergie à l'interface, sur un cycle de N itérations, de durée $t_2 - t_1$

de droite (figure C.2), T_L et T_R sont la température dans les cellules limitrophes de gauche et de droite respectivement, et Φ_I est le flux à l'interface ;

- les contraintes $E_L = f_L(T)$, $E_R = f_R(T)$, $E_I = f_I(\Phi_I)$. Elles définissent les équations d'état : $F(\underline{X}) = 0$, et de contraintes initiales : $\Lambda(\underline{X}) = 0$;
- le critère $E_I = g_I(k_c, E_L, E_R)$, qui définit la fonctionnelle coût : $\mathcal{I}(\underline{X}, U) = 0$.

Or, la formulation des problèmes de la théorie du contrôle optimal nécessite la présence de la commande U dans l'équation d'état : $F(\underline{X}, U) = 0$. Cette théorie ne peut donc être utilisée ici.

C.2 Évaluation numérique de l'énergie à l'interface

Une évaluation numérique de l'énergie à l'interface est donnée par (figure C.1) :

$$E'_I = \sum_{n=0}^{N_L-1} \left(-\lambda'_L \frac{T_I'^n - T_L'^n}{d_L} S \delta t_L \right) \text{ avec : } T_I'^n = \frac{\frac{\lambda'_L}{d_L} T_L'^n + \frac{\lambda'_R}{d_R} T_R'^n}{\frac{\lambda'_L}{d_L} + \frac{\lambda'_R}{d_R}}$$

$$\Rightarrow E'_I = \sum_{n=0}^{N_L-1} \left(\frac{-\frac{\lambda'_L}{d_L} \frac{\lambda'_R}{d_R}}{\frac{\lambda'_L}{d_L} + \frac{\lambda'_R}{d_R}} \frac{T_R'^n - T_L'^n}{S} \delta t_L \right)$$

Les valeurs de température (et de conductivités correspondantes) sont celles obtenues en théorie avec couplage à chaque itération. Avec une discrétisation temporelle identique dans les deux domaines, une première approximation consiste à remplacer les valeurs de température théoriques par celles obtenues par l'intégration numérique :

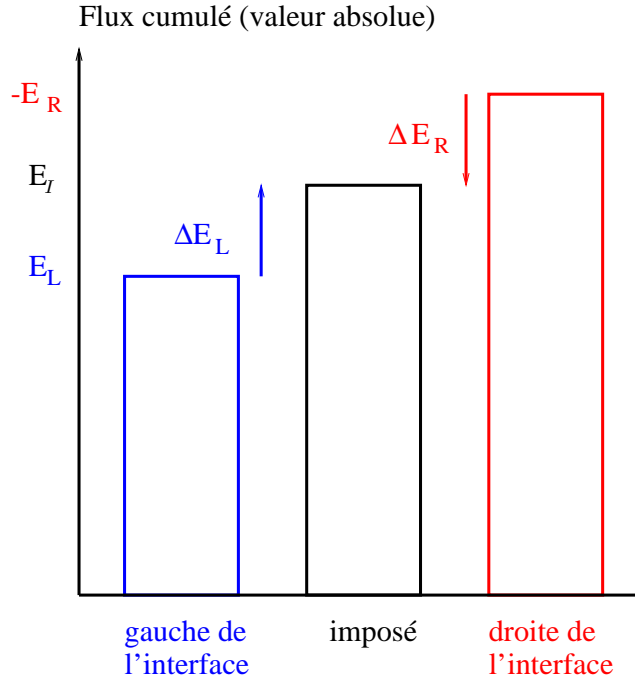


FIG. C.2 – Correction conservatrice par estimation d'énergie échangée à l'interface, sans coefficient de correction

$$\begin{cases} T_L'^n = T_L^n \\ T_R'^n = T_R^n \end{cases}$$

Ainsi, l'évaluation numérique de l'énergie à l'interface devient :

$$E_I' \simeq \sum_{n=0}^{N_L-1} \left(\frac{\lambda_L^n \lambda_R^n S}{\frac{\lambda_L^n}{d_L} + \frac{\lambda_R^n}{d_R}} T_L^n \delta t_L \right) - \sum_{n=0}^{N_L-1} \left(\frac{\lambda_L^n \lambda_R^n S}{\frac{\lambda_L^n}{d_L} + \frac{\lambda_R^n}{d_R}} T_R^n \delta t_L \right)$$

Une deuxième approximation est faite en négligeant la nécessité de l'égalité des discrétisations temporelles.

$$E_I = S_L - S_R \text{ avec : } \begin{cases} S_L = \sum_{n=0}^{N_L-1} \left(\frac{\lambda_L^n \lambda_R^0 S}{\frac{\lambda_L^n}{d_L} + \frac{\lambda_R^0}{d_R}} T_L^n \delta t_L^n \right) \\ S_R = \sum_{n=0}^{N_R-1} \left(\frac{\lambda_L^0 \lambda_R^n S}{\frac{\lambda_L^0}{d_L} + \frac{\lambda_R^n}{d_R}} T_R^n \delta t_R^n \right) \end{cases}$$

Les deux domaines ayant cumulé une énergie à l'interface E_L et E_R respectivement, la correction par domaine n'est alors plus donnée en fonction de $\Delta E = E_L + E_R$ mais par (figure C.2) :

$$\Delta E_L = E_I - E_L \text{ et } \Delta E_R = E_R + E_I$$

L'énergie échangée à l'interface estimée par cette méthode n'est pas rigoureusement celle que l'on attend en théorie. Elle représente l'énergie qui passerait dans le cas où l'équilibre de température et de flux à l'interface serait maintenu tout au long du cycle, sans conséquence sur l'évolution des températures internes.

C.3 Étude de stabilité numérique

La démarche et les notations du paragraphe 4.3.1 sont adoptées. La stabilité est étudiée en absence de convection : $\sigma = 0$.

C.3.1 Modélisation de la correction

La correction dans le domaine de gauche mène à une perturbation sur la température donnée par :

$$\delta C_L = \frac{\delta E_I - \delta E_L}{(\rho c V)_L}$$

Or :

$$\begin{aligned} \delta E_I &= 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\frac{\lambda_L \lambda_R}{d_L d_R}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}} (\delta T_{L_{nL}}^n - \delta T_{R_{nR}}^n) S \delta t \right) \\ \Rightarrow \frac{\delta E_I}{(\rho c V)_L} &= 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\xi}{1 + \xi} a_L (\delta T_{L_{nL}}^n - \delta T_{R_{nR}}^n) \right) \end{aligned}$$

Par ailleurs, avec $h = 2 \frac{\frac{\lambda_L \lambda_R}{d_L d_R}}{\frac{\lambda_L}{d_L} + \frac{\lambda_R}{d_R}}$:

$$\begin{aligned} \delta E_L &= \begin{cases} 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{-\lambda_L}{d_L} (\delta T_I^0 - \delta T_L^n) S \delta t \right) & \text{condition de Dirichlet} \\ 2 \sum_{n=0}^{N-1} (-h (\delta T_R^0 - \delta T_L^n) S \delta t) & \text{condition de Fourier} \end{cases} \\ \Rightarrow \frac{\delta E_L}{(\rho c V)_L} &= \begin{cases} 2 \sum_{n=0}^{N-1} (-a_L (\delta T_{L_{nL'}}^n - \delta T_{L_{nL}}^n)) & \text{condition de Dirichlet} \\ 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(-\frac{\xi a_L}{1 + \xi} (\delta T_{L_{nL'}}^n - \delta T_{L_{nL}}^n) \right) & \text{condition de Fourier} \end{cases} \end{aligned}$$

Finalement :

$$\delta C_L = \begin{cases} 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(-\frac{\xi a_L}{1 + \xi} \delta T_{R_{nR}}^n - \frac{a_L}{1 + \xi} \delta T_{L_{nL}}^n + a_L \delta T_{L_{nL'}}^n \right) & \text{condition de Dirichlet} \\ 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{\xi a_L}{1 + \xi} (\delta T_{L_{nL'}}^0 - \delta T_{R_{nR}}^n) \right) & \text{condition de Fourier} \end{cases}$$

De manière analogue :

$$\begin{aligned} \frac{\delta E_I}{(\rho c V)_R} &= 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(\frac{a_R}{1 + \xi} (\delta T_{L_{nL}}^n - \delta T_{R_{nR}}^n) \right) \\ \frac{\delta E_R}{(\rho c V)_R} &= \begin{cases} 2 \sum_{n=0}^{N-1} (-a_R (\delta T_{R_{nR'}}^n - \delta T_{R_{nR}}^n)) & \text{condition de Dirichlet} \\ 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(-\frac{a_R}{1 + \xi} (\delta T_{R_{nR}}^n - \delta T_{R_{nR'}}^n) \right) & \text{condition de Fourier} \end{cases} \end{aligned}$$

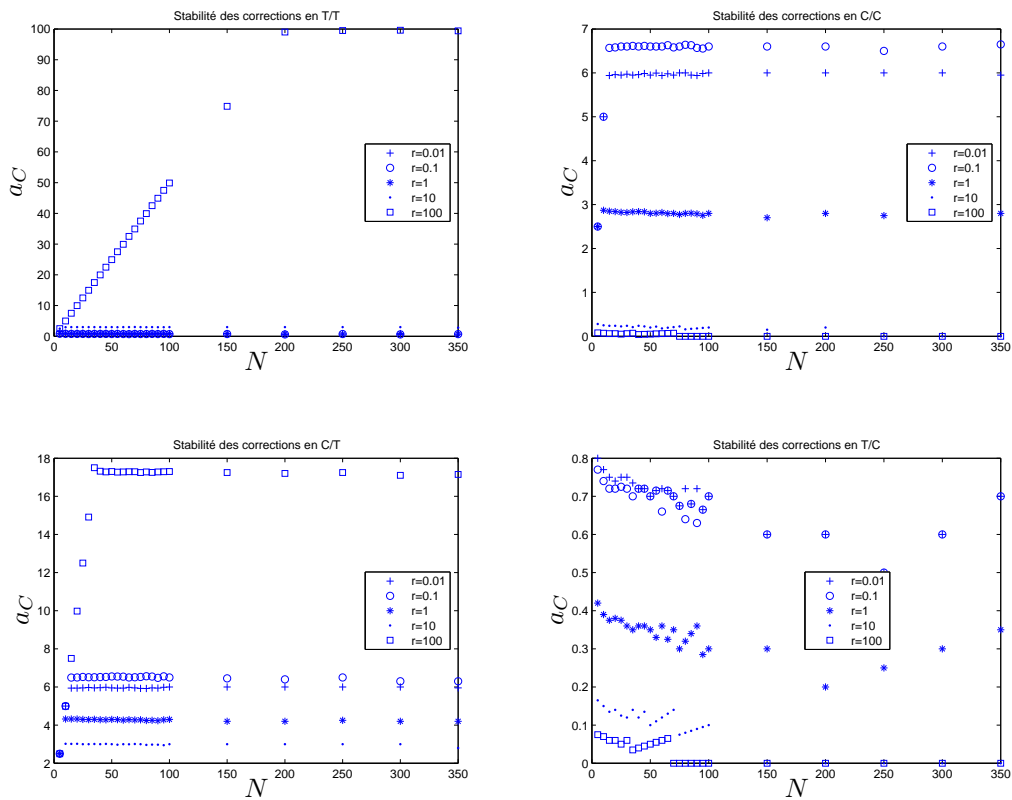


FIG. C.3 – Critère de nombre de Fourier de cycle pour $\chi = 0, 1$, en schéma explicite, correction AVANT

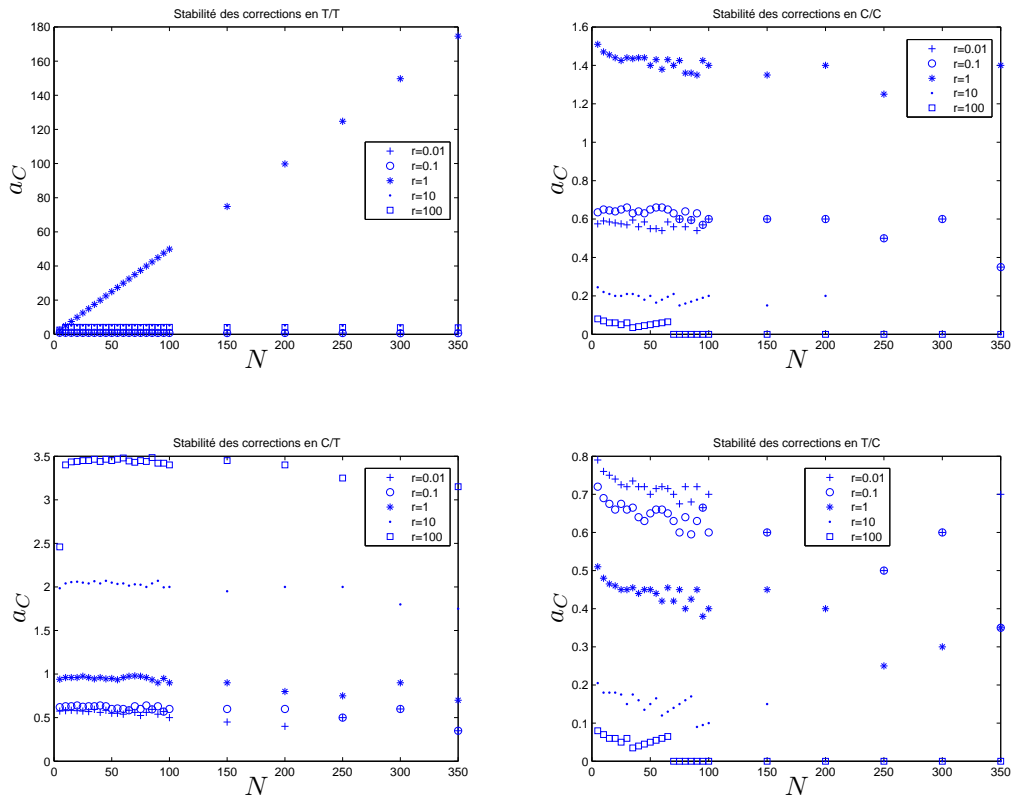


FIG. C.4 – Critère de nombre de Fourier de cycle pour $\chi = 1$, en schéma explicite, correction AVANT

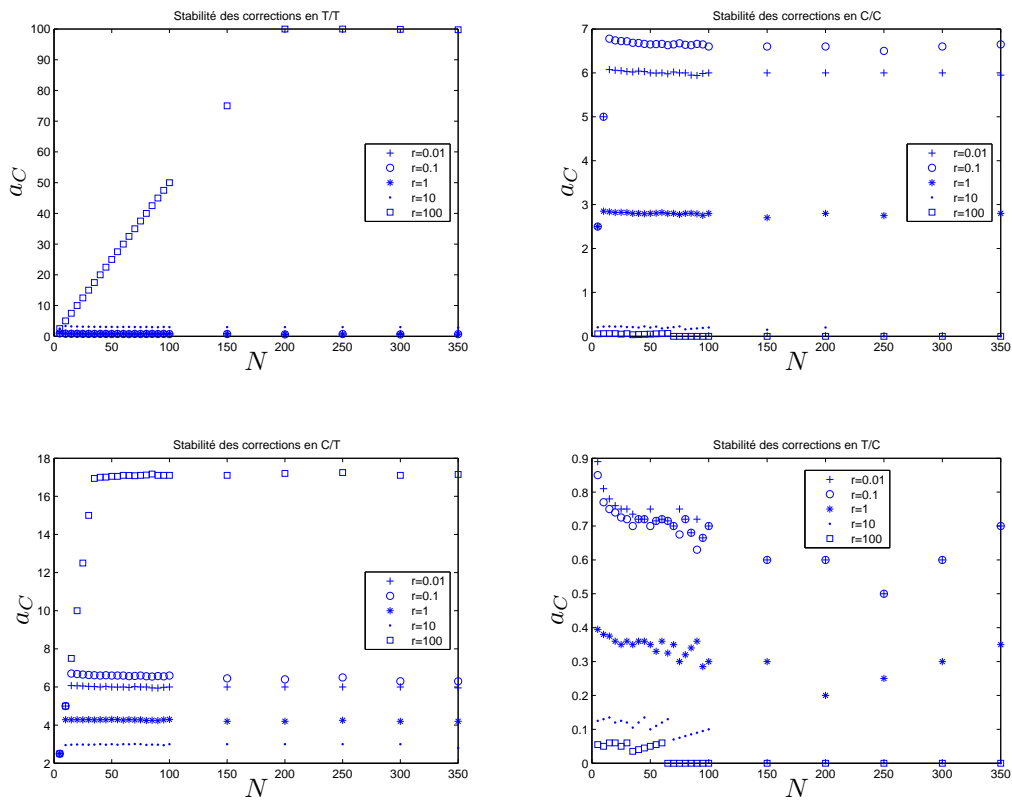


FIG. C.5 – Critère de nombre de Fourier de cycle pour $\chi = 0, 1$, en schéma implicite, correction AVANT

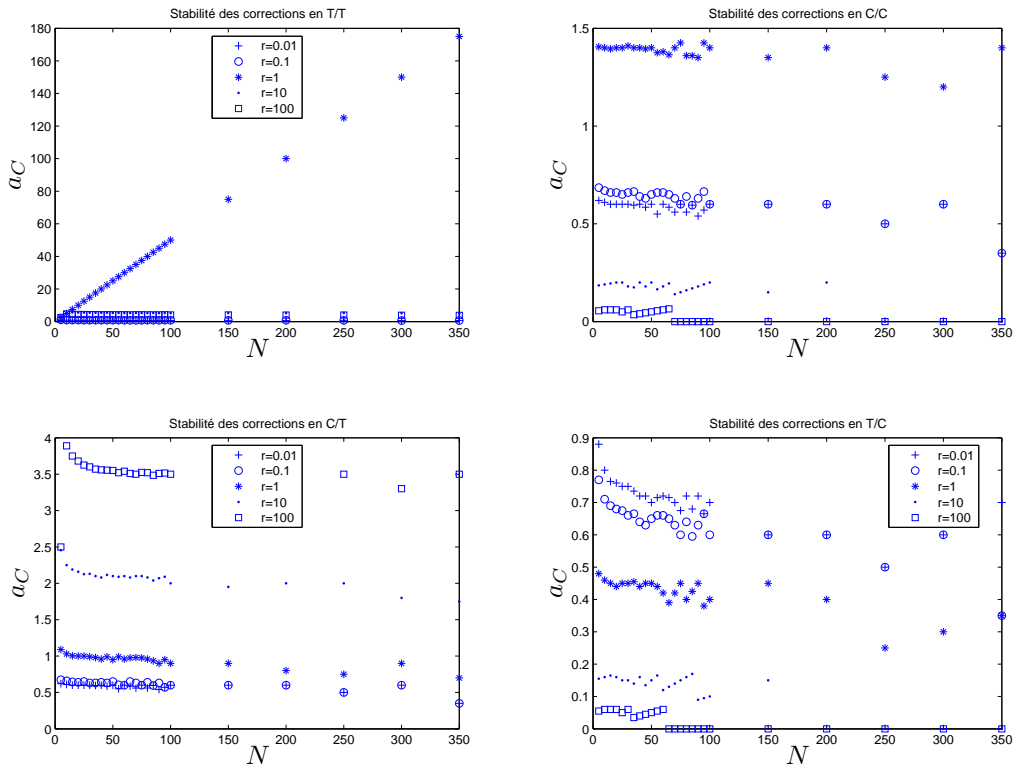


FIG. C.6 – Critère de nombre de Fourier de cycle pour $\chi = 1$, en schéma implicite, correction AVANT

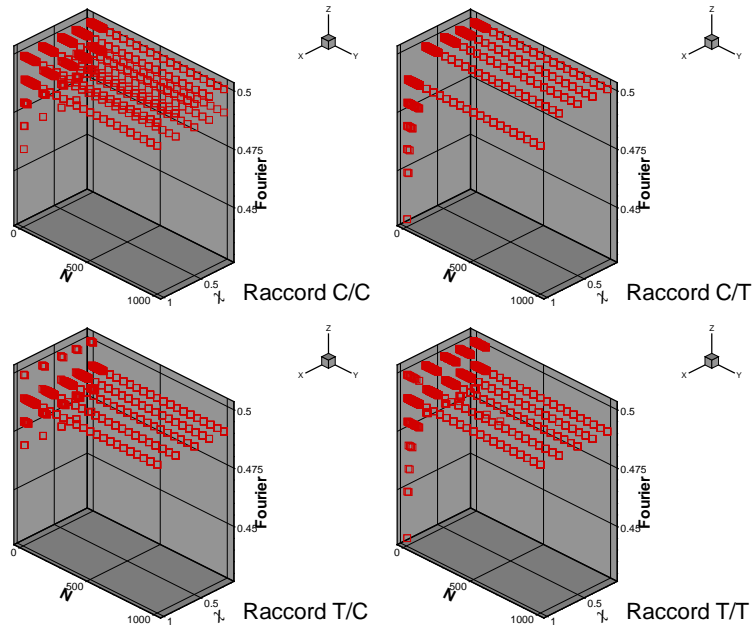


FIG. C.7 – Nombre de Fourier d'intégration maximal de stabilité, en schéma explicite, correction APRÈS

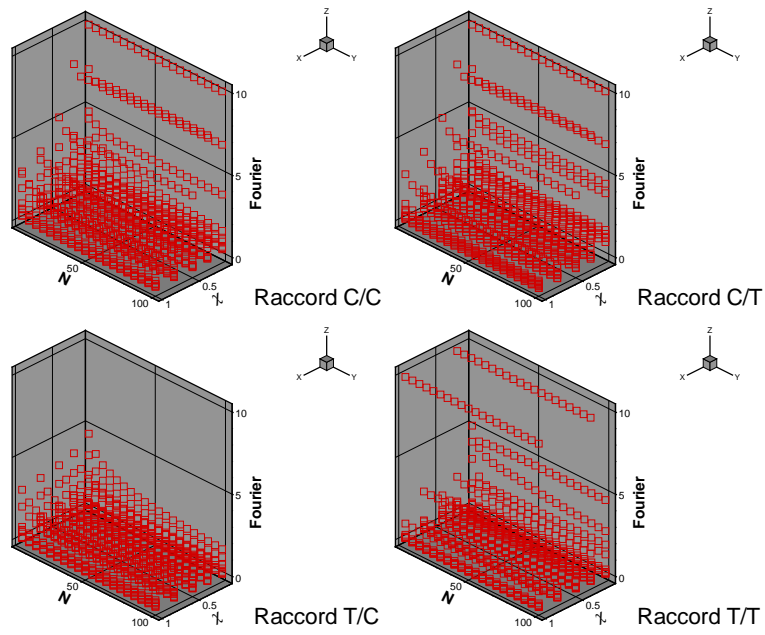


FIG. C.8 – Nombre de Fourier d'intégration maximal de stabilité, en schéma implicite, correction APRÈS

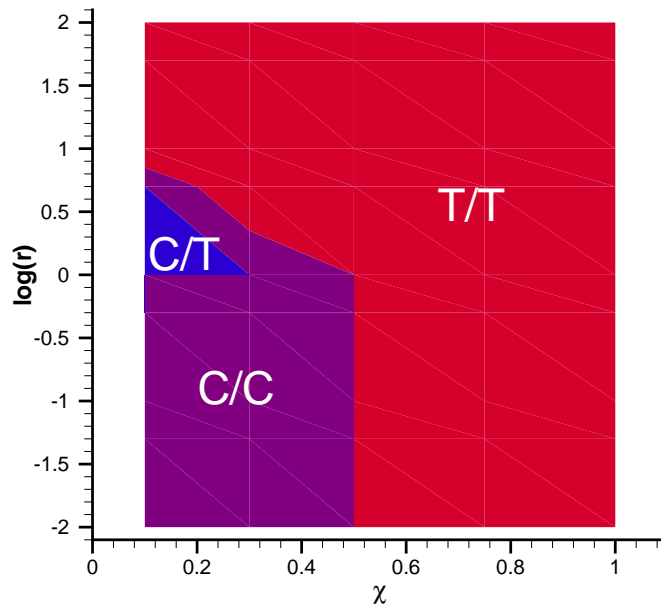


FIG. C.9 – Choix du raccord en fonction de χ , τ . Schéma explicite. Correction AVANT

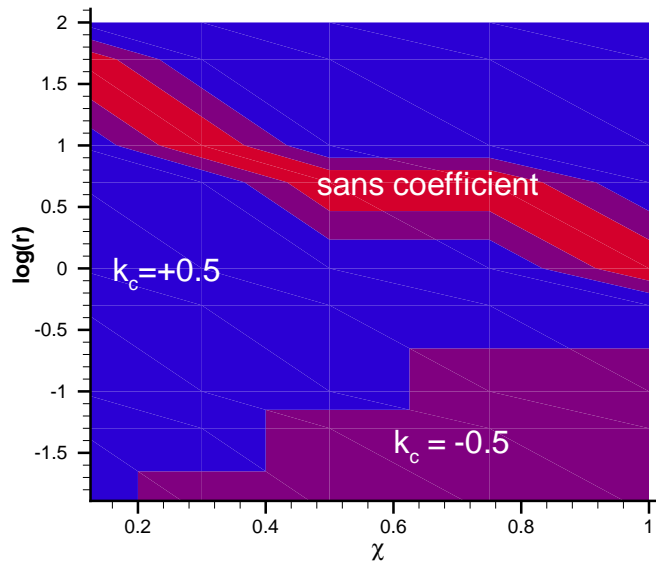


FIG. C.10 – Comparaison des types de correction en fonction de χ , τ . Schéma explicite. Correction AVANT

la stabilité est moins bonne pour les autres conditions de calcul (figure C.10) : le couplage avec correction, par coefficient, décentrée de façon à imposer l'incrément correctif dans le domaine de plus petite diffusivité thermique, reste celui dont le domaine d'optimalité est le plus étendu.

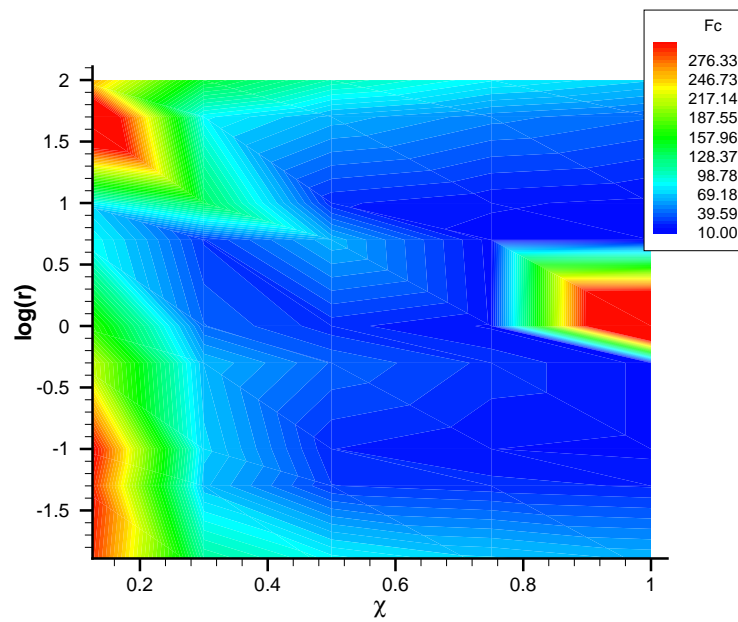


FIG. C.11 – Niveau de stabilité maximal obtenu avec des choix optimaux du raccord et de la correction. Schéma explicite. Correction AVANT

Annexe D

Cycles non subdivisés : stabilité

Quand les échanges ont lieu à chaque pas de temps d'intégration, les conditions aux limites au raccord n'importent pas : quoi qu'il arrive, la température à l'interface nécessaire à la conservativité est imposée à chaque pas de temps. Les figures [D.1](#) et [D.2](#), qui représentent le rayon spectral de la matrice d'étude de stabilité dont les valeurs strictement supérieures à 1 traduisent l'instabilité du calcul, montrent que les échanges ne sont pas déstabilisants : la stabilité est conservée pour des nombres de Fourier inférieurs à 0,5 en schéma explicite et sans condition de nombre de Fourier en schéma implicite.

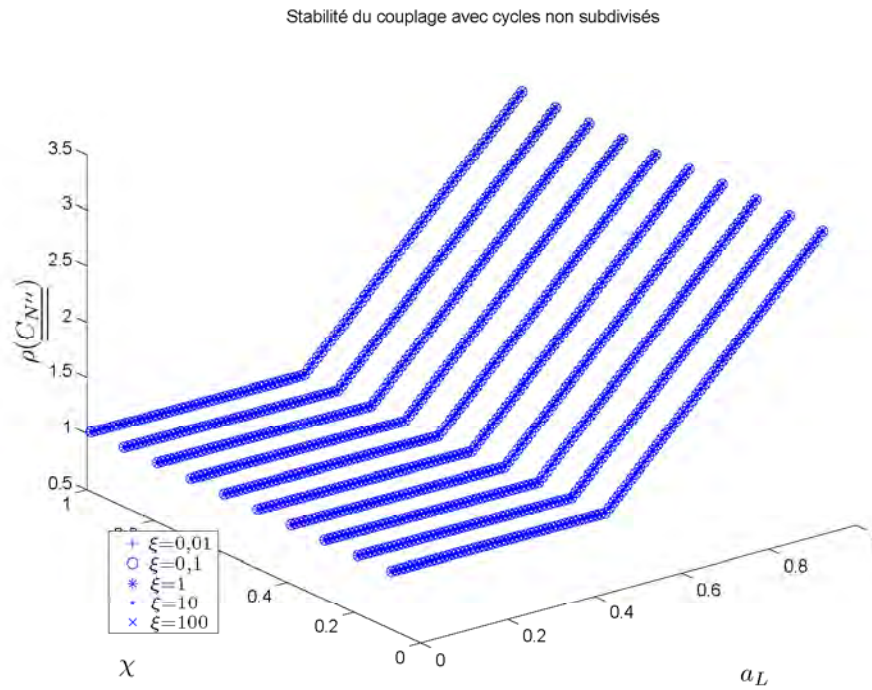


FIG. D.1 – Rayon spectral en fonction des rapports χ des nombres de Fourier des 2 domaines couplés et ξ des conductivités. Schéma explicite

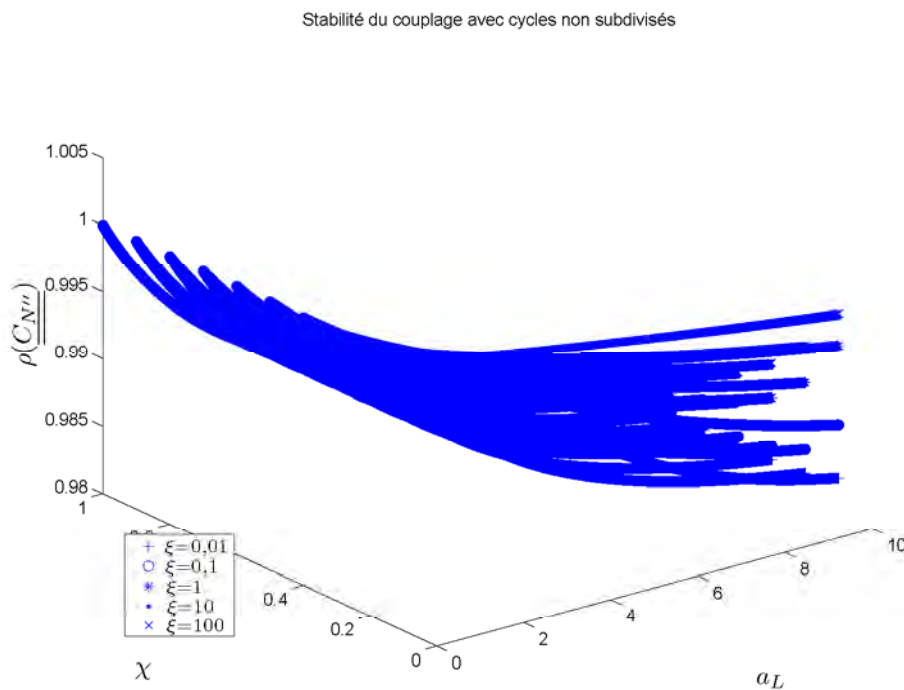


FIG. D.2 – Rayon spectral en fonction des rapports χ des nombres de Fourier des 2 domaines couplés et ξ des conductivités. Schéma implicite

Annexe E

Analyse de stabilité du couplage conservatif

E.1 Raccord Dirichlet / Dirichlet

Les “cellules de stockage” reçoivent les conditions de température d’interface.

E.1.1 Expression de la correction de flux

La correction de flux s’écrit :

$$\begin{aligned} C_L &= 2 \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\lambda_R \delta t}{d_L d_R (\rho c)_L} (T_{R_{nR}}^n - T_I^0) + \frac{\lambda_L \delta t}{d_L^2 (\rho c)_L} (T_{L_{nL}}^n - T_I^0) \\ &= 2 \sum_{n=0}^{N-1} (\xi a_L T_{R_{nR}}^n + a_L T_{L_{nL}}^n - (\xi + 1) a_L T_I^n) \end{aligned}$$

et :

$$C_R = 2 \sum_{n=0}^{N-1} \left(a_R T_{R_{nR}}^n + \frac{a_R}{\xi} T_{L_{nL}}^n - \frac{\xi + 1}{\xi} a_R T_I^n \right)$$

E.1.2 Équations aux perturbations

($J = L$ ou R)

1. Itérations n de 0 à $N - 1$:

$$\begin{aligned} i = nJ \text{ (condition isotherme)} : \quad & \delta T_{J_i}^{n+1} = \left(1 - 3a_J + \frac{\sigma_J}{2} \right) \delta T_{J_i}^n + \left(a_J + \frac{\sigma_J}{2} \right) \delta T_{J_{i-1}}^n + \left(2a_J - \frac{\sigma_J}{2} \right) \delta T_{J_{nJ'}}^n \\ & \text{(explicite)} \\ & \left(1 + 3a_J - \frac{\sigma_J}{2} \right) \delta T_{J_i}^{n+1} - \left(a_J + \frac{\sigma_J}{2} \right) \delta T_{J_{i-1}}^{n+1} - \left(2a_J - \frac{\sigma_J}{2} \right) \delta T_{J_{nJ'}}^{n+1} = \delta T_{J_i}^n \\ & \text{(implicite)} \end{aligned}$$

– schéma implicite : $\underline{\underline{A}} =$

$$\left(\begin{array}{cccccccc} 1 + 3a_L + \frac{\sigma_L}{2} & -a_L + \frac{\sigma_L}{2} & & & & & & \\ -a_L - \frac{\sigma_L}{2} & 1 + 2a_L & -a_L + \frac{\sigma_L}{2} & & & & & \\ & & \ddots & & & & & \\ & & & -C_{1,L} & 1 - C_{3,L} & 0 & -C_{4,L} & \\ & & & & & 1 & & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & -C_{4,R} & 0 & \\ & & & & & & \frac{1 - C_{3,R}}{2} - a_R & -C_{1,R} \\ & & & & & & & 1 + 2a_R \\ & & & & & & & -a_R - \frac{\sigma_R}{2} \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & \frac{\sigma_R}{2} - a_R \\ & & & & & & & & 1 + 3a_R + \frac{\sigma_R}{2} \end{array} \right)^{-1}$$

$$\underline{\underline{B}} = \left(\begin{array}{cccccccc} 1 & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & \\ & & 1 & & & & & \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 & & \\ & & 0 & 0 & 0 & 1 & & \\ & & & & & & 1 & \\ & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & 1 \end{array} \right)$$

$$\underline{\underline{M_C}} = \left(\begin{array}{cccccccc} 0 & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & \\ & & 0 & & & & & \\ & & & -2(k_c - 0,5)a_L \frac{\xi}{1 + \xi} & 2(k_c - 0,5)a_L \frac{\xi}{1 + \xi} & 2(k_c - 0,5)a_L \frac{\xi}{1 + \xi} & -2(k_c - 0,5)a_L \frac{\xi}{1 + \xi} & \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ & & & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ & & & \frac{2(k_c + 0,5)a_R}{1 + \xi} & -\frac{2(k_c + 0,5)a_R}{1 + \xi} & \frac{-2(k_c + 0,5)a_R}{1 + \xi} & \frac{2(k_c + 0,5)a_R}{1 + \xi} & \\ & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & \ddots \\ & & & & & & & & & 0 \end{array} \right)$$

E.3 Raccord Fourier / Dirichlet

Le domaine de gauche reçoit une condition de Fourier et celui de droite une condition de Dirichlet. Alors : $T_{R_{nR'}} = T_{R_{nR}}^0$ et $T_{L_{nL'}} = T_I^0$. Les expressions adéquates des corrections de flux, déjà calculées aux paragraphes précédents, sont réutilisées.

E.3.1 Équations aux perturbations

1. Itérations n de 0 à $N - 1$:

Annexe F

Jets en écoulement transversal

La bibliographie sur les jets en écoulement transverse est très riche. Margason [57] en a fait une synthèse assez exhaustive. Il recense notamment les corrélations donnant la trajectoire du jet dans le plan (x, z) (x correspond à l'axe de l'écoulement transversal). Les formules empiriques donnant la trajectoire du jet, définie comme le lieu des maxima de vitesse ou comme celui des maxima de concentration selon les auteurs, peuvent généralement se mettre sous la forme :

$$\frac{x}{d_j} = F \left(\frac{1}{R} \right)^n \cdot \left(\frac{z}{d_j} \right)^m + \frac{z}{d_j} G \cot(\delta_j) \quad (\text{F.1})$$

F , G , m et n sont des coefficients dont Margason [57] donne les valeurs obtenues par les corrélations issues de plusieurs expérimentations.

Les valeurs les plus intéressantes sont rassemblées dans le tableau F.1. Dans notre cas, la valeur de G est sans importance car $\delta_j = 0^\circ$. Celles obtenues par Ivanov donnent selon Margason les résultats les plus valables. Savory [79] au cours de son étude expérimentale compare également ses résultats à la corrélation qu'il estime la meilleure, obtenue par Bradbury [15] et dérivée d'évaluations des meilleures données.

Selon Demuren [25], les formules du type F.1 sont également valables pour des jets confinés jusqu'au point de contact. Kamotoni et Greber [49] concluent également à une très faible influence du mur opposé sur le jet, sauf pour de grandes valeurs de R . Lilley [55] constate ainsi une légère réduction de la pénétration d'un jet confiné par rapport à un jet libre.

L'instationnarité peut également avoir un effet sur les caractéristiques dynamiques du jet en écoulement transversal. Bien que l'instationnarité dans le cas étudié ici ne soit pas périodique, il est à noter que Narayanan

Auteur	F	m	n	références	méthode de détermination
Ivanov	1	3	2,6	[45] [57]	
Bradbury	1,08	3	2,7	[15] [79]	moyenne
Chassaing	$(2,351 + \frac{4}{R})^{0,385}$	2,6	2,6	[18] [57]	vitesse
Wooler	2,63	2	2	[90] [57]	
Pratte & Baines	0,077	3,6	2,57	[72] [81] [25]	concentration
Pratte & Baines frontière amont	0,031	3,6	2,57	[72] [25]	concentration

TAB. F.1 – Coefficients de corrélation pour la trajectoire de jet. Valeurs de différents auteurs.

[61] conclut que les caractéristiques de mélange et de pénétration du jet sont améliorées pour des excitations basses fréquences, correspondant à des nombres de Strouhal $St = \frac{fd_j}{u_j}$ (où f est la fréquence d'excitation) de l'ordre de 0,1 (M'Closkey [58] trouve $St = 0,22$ pour $R = 3,13$). La fréquence optimale est, selon M'Closkey, probablement dépendante de la configuration. Eroglu [29] étudie quant à lui l'accélération exponentielle d'un jet et constate une amélioration de la pénétration du jet dans l'écoulement. Son étude est également réalisée dans l'optique du contrôle de l'écoulement. Elle confirme que l'imposition d'une nouvelle constante de temps a des conséquences importantes sur le mélange du jet et sur son entrainement. Wu et al. [91], en imposant une variation périodique de vitesse au jet par le biais d'un générateur de fréquence et d'une valve solénoïde, remarquent qu'un jet pulsé à basse fréquence (inférieure à 4Hz) a une meilleure pénétration (probablement due à une augmentation de la quantité de mouvement) et que des vortex, symétriques pour le jet rond, (qui viennent impacter la paroi opposée) sont créés (à 1Hz). Pour des fréquences croissantes, l'écoulement se rapproche peu à peu de celui en présence d'un jet stationnaire.

Bibliographie

- [1] <http://retd.edf.fr/futur/publications/savoir20.en.pdf>. Internet.
- [2] <http://www.irisa.fr/orap/publications/forum8/berthou.pdf>. Internet.
- [3] <http://www.simulog.fr/is/estet1.htm>. Internet.
- [4] P. A. Abeloff, W. R. Van Dalsem, and F. C. Dougherty. Thermal interaction between an impinging hot jet and a conducting solid surface. In *AIAA Paper*, volume 90-3010, 1990.
- [5] S. Acharya, M. Tyagi, and A. Hoda. Flow and heat transfer predictions for film cooling. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 934 :110–125, 2001.
- [6] L. Albugues. *Analyse expérimentale et numérique d'un jet débouchant dans un écoulement transverse*. PhD thesis, ENSAE, 2005.
- [7] P. Batten, N. Clarke, C. Lambert, and D. M. Causon. On the choice of waves speeds for the hllc riemann solver. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, 18(6) :1553–1570, 1997.
- [8] J. Blobner, M.Hrisbek, and G. Kuhn. Dual reciprocity bem-bdim technique for conjugate heat transfer computations. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 190 :1105–1116, 2000.
- [9] D. Bohn and T. Heuer. Conjugate flow and heat transfer calculation of a high pressure turbine nozzle guide vane. In *AIAA*, volume 2001-3304, 2001.
- [10] D. Bohn, T. Heuer, and J. Kortmann. Numerical conjugate flow and heat transfer investigation of a transonic convection-cooled turbine guide vane with stress-adapted thicknesses of different thermal barrier coatings. In *AIAA*, volume 2000-1034, 2000.
- [11] D. Bohn, H. Schöenborn, B. Bonhoff, and H. Wilhelmi. Prediction of the film-cooling effectiveness in gas turbine blades using a numerical model for the coupled simulation of fluid flow and diabatic walls. In *ISABE*, volume 95-7105, 1995.
- [12] A. Bonnet and J. Luneau. *Théories de la dynamique des fluides*. Cepadues-Editions, 1989.
- [13] M.-J. Bonnet. Interaction d'un jet plan et d'une couche limite au sein d'un écoulement transversal. Technical report, ONERA, 1998.
- [14] A. Boutier. L'ensemencement en vélocimétrie laser. In *AFVL : Vélocimétrie et granulométrie laser*, 2005.
- [15] L. J. S. Bradbury. Some aspects of jet dynamics and their implications for VTOL research. In *Proc. NATO AGARD Conf.*, volume CP-308, pages 1.1–1.2, 1981.
- [16] S. Candel. *Mécanique des fluides. Cours. 2^e édition*. Dunod, 1995.
- [17] P. Ceppetelli. Thermographie infrarouge pour l'impact d'un jet sur une plaque chauffée. Technical report, ONERA, 2006.

- [18] P. Chassaing, J. George, A. Claria, and F. Sananes. Physical characteristics of subsonic jets in a cross-stream. *J. Fluid Mech.*, 62(1) :41–64, 1974.
- [19] S. Chemin, M.-P. Errera, F. Feyel, G. Chaineray, and M. Lachi. Couplage de codes de calcul scientifique : étude des interactions fluide/structure par l’intermédiaire d’un couplage thermique. Technical report, ONERA, 2003.
- [20] P. Chevalier, B. Courbet, D. Dutoya, and E. Ruiz. *TITAN 1 : développement du code CEDRE*. 2000.
- [21] B. Courbet. Discrétisation spatiale en maillage non structuré dans le cadre du projet MSDH. Technical report, ONERA, 1997.
- [22] J. Cousteix. *Aérodynamique, cahiers de couche limite. V - Turbulence et couche limite*. polycopié SUPAERO, 1998.
- [23] J. Cousteix. *Aérodynamique, cahiers de couche limite. II - Couches limites sur les aéronefs*. polycopié SUPAERO, 2000.
- [24] G. Croce, H. Beaugendre, and W. G. Habashi. CHT3D : FENSAP-ICE conjugate heat transfer computations with droplet impingement and runback effects. In *AIAA Paper*, volume 2002-0386, 2002.
- [25] A. O. Demuren. Modeling jets in crossflow. Technical report, NASA, 1994.
- [26] R. P. Dring, M. F. Blair, H. D. Joslyn, G. D. Power, and J. M. Verdon. The effects of inlet turbulence and rotor/stator interactions on the aerothermodynamics and heat transfer of a large-scale rotating turbine model. Technical Report 4079, NASA Contractor Report, 1986.
- [27] R. P. Dring, H. D. Joslyn, L. W. Hardin, and J. H. Wagner. Turbine rotor-stator interaction. *ASME Journal of engineering for power*, 104 :729–742, 1982.
- [28] W. H. Echols and J. A. Young. Studies of portable air-operated aerosol generators. Technical report, US Naval Research Laboratory, 1963.
- [29] A. Eroglu and R. E. Breidenthal. Exponentially accelerating jet in crossflow. *AIAA Journal*, 36(6) :1002–1009, 1998.
- [30] M.-P. Errera and S. Chemin. Couplage des codes de calcul MSD et ABAQUS via MpCCI. Technical report, ONERA, 2002.
- [31] B. Fourcher and K. Mansouri. An approximate analytical solution to the Graetz problem with periodic inlet temperature. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 18 :229–235, 1997.
- [32] S. V. Garimella and B. Nenydykh. Nozzle geometry effects in liquid impingement heat transfer, 1996.
- [33] G. Gaussorgues. *La thermographie infrarouge. Principes, technologies et applications*. Technique et Documentation, 1999.
- [34] M. B. Giles. Stability analysis of numerical interface conditions in fluid-structure thermal analysis. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, 1997.
- [35] S. Glockner. *Contribution à la modélisation de la pollution atmosphérique dans les villes*. PhD thesis, Université de Bordeaux I, 2000.
- [36] M. D. Mc Guinness. *Flow with separation bubble; steady and unsteady aspects*. PhD thesis, Cambridge University Engineering Department, 1978.
- [37] S. Hahn and H. Choi. Unsteady simulation of jets in a cross flow. *Journal of computational physics*, 134 :342–356, 1997.

- [38] B. Hassan, D. W. Kuntz, and D. L. Potter. Coupled fluid / thermal prediction of ablating hypersonic vehicles. In *AIAA Paper*, volume 98-0168, 1998.
- [39] A. Hegab, T. L. Jackson, J. Buckmaster, and D. S. Stewart. Nonsteady burning of periodic sandwich propellants with complete coupling between the solid and gas phases. *Combustion and flame*, 125 :1055–1070, 2001.
- [40] A. Heselhaus and D. T. Vogel. Numerical simulation of turbine blade cooling with respect to blade heat conduction and inlet temperature profiles. In *AIAA Paper*, volume 95-3041, 1995.
- [41] C. Hirsch. *Numerical computation of internal and external flows, Volume 1 : Fundamentals of numerical discretization*. John Wiley and sons, 1998.
- [42] J.C. Jaeger H.S. Carslaw. *Conduction of heat in solids. 2nd edition*. Oxford University Press, 1959.
- [43] E. D. Huckaby and I. Catton. The impact of conjugate heat transfer on thermally developing channel flow. In *AIAA Paper*, volume 98-2673, 1998.
- [44] L. D. Hylton, M. S. Mihelc, E.R. Turner, D. A. Nealy, and R. F. York. Analytical and experimental evaluation of the heat transfer distribution over the surface of turbine vanes. Technical Report 168015, NASA CR, 1983.
- [45] Y. V. Ivanov. Shape of the centerline of an axisymmetric fan type jet in a cross flow. *Izv. VUZ. Aviotsionnaya Tekhnika*, 4, 1963.
- [46] J.-P. Petit J. Taine. *Transferts thermiques. Mécanique des fluides anisothermes. Cours et données de base. 2ème édition*. Dunod, 1998.
- [47] G. Jilani, S. Jayaraj, and M. Adeel Ahmed. Conjugate forced convection-conduction heat transfer analysis of a heat generating vertical cylinder. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 45 :331–341, 2002.
- [48] G. Johansson and J. Klingmann. An LDA based method for accurate measurements of the dissipation rate tensor with application to a circular jet. In *International Symposium on applications of laser techniques to fluid mechanics*, volume 7, 1994.
- [49] Y. Kamotoni and I. Greber. Experiments on confined turbulent jets in crossflow. Technical Report CR-2392, NASA, 1974.
- [50] K.-H. Kao and M.-S. Liou. Application of chimera/unstructured hybrid grids for conjugate heat transfer. *AIAA Journal*, 35(9) :1472–1478, 1997.
- [51] R. D. Keane and R. J. Adrian. *Theory of Cross-Correlation Analysis of PIV Images*. Klumer Academic Publishers, 1993.
- [52] B. E. Launder and D. B. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1974.
- [53] B. Van Leer. Flux vector splitting for the euler equations. In *International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, pages 507–512, 1982.
- [54] H. Li and A. J. Kassab. Numerical prediction of fluid flow and heat transfer in turbine blades with internal cooling. In *AIAA Paper*, volume 94-2933, 1994.
- [55] D. G. Lilley. Lateral jet injection into typical combustor flowfields. Technical Report CR-3997, NASA, 1986.

- [56] L. Lourenco and A. Krothapalli. True resolution PIV : A mesh-free second-order accurate algorithm. In *International Symposium on applications of laser techniques to fluid mechanics, Lisbon*, 2000.
- [57] R. J. Margason. Fifty years of jet in cross flow research. In *AGARD Meeting*, 1993.
- [58] R. T. M'Closkey, J.M. King, L. Cortelezzi, and A.R. Karagozian. The actively controlled jet in crossflow. *J. Fluid Mech.*, 452 :325–335, 2002.
- [59] A. Montenay. *Analyse numérique de l'aérothermique d'aubages et de cavités de turboréacteur*. PhD thesis, Université de Paris VI, 2000.
- [60] A. Montenay, L. Paté, and J.-M. Duboué. Conjugate heat transfer analysis of an engine internal cavity. In *ASME Paper*, volume GT282, 2000.
- [61] S. Narayanan, P. Barooah, and J. M. Cohen. Dynamics and control of an isolated jet in crossflow. *AIAA Journal*, 41(12) :2316–2330, 2003.
- [62] L. H. Norris and W. C. Reynolds. Turbulent channel flow with a moving wavy boundary. Technical report, Department of Mechanical Engineering Stanford University, 1975.
- [63] W. L. Oberkampf and T. G. Trucano. Verification and validation in computational fluid dynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 38 :209–272, 2002.
- [64] G. L. Oliveira, L. C. C. Santos, L. G. Trapp, and O. Almeida. Conjugate heat transfer methodology for aircraft pylon analysis. In *AIAA Paper*, volume 2003-3504, 2003.
- [65] D. Pajani. *Mesure par thermographie infrarouge*. ADD Éditeur, 1989.
- [66] R. Phibel. Implantation et validation d'un préconditionnement bas Mach dans cedre. Technical report, ONERA, 2004.
- [67] A. Pozzi and M. Lupo. The coupling of conduction with laminar natural convection along a flat plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 31(9) :1807–1814, 1988.
- [68] A. Pozzi and M. Lupo. The coupling of conduction with forced convection in a plane duct. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 32(7) :1215–1221, 1989.
- [69] A. Pozzi and M. Lupo. The coupling of conduction with forced convection over a flat plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 32(7) :1207–1214, 1989.
- [70] A. Pozzi and R. Tognaccini. Coupling of conduction and convection past an impulsively started semi-infinite flat plate. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 43 :1121–1131, 2000.
- [71] A. Pozzi and R. Tognaccini. Time singularities in conjugated thermo-fluid-dynamic phenomena. *J. Fluid Mech.*, 538 :361–376, 2005.
- [72] B. D. Pratte and W. D. Baines. Profiles of the round turbulent jets in a crossflow. *J. Hydr. Div. Proc. ASCE*, 93 :53–64, 1967.
- [73] M. Raffel, C. E. Willert, and J. Kompenhans. *Particle Image Velocimetry*. Springer, 1998.
- [74] C. P. Rahaim, R. J. Cavalleri, J. G. McCarthy, and A. J. Kassab. Computational code for conjugate heat transfer problems : an experimental validation effort. In *AIAA Paper*, volume 97-2487, 1997.
- [75] C. P. Rahaim, A. J. Kassab, and R. J. Cavalleri. Coupled dual reciprocity boundary element / finite volume method for transient conjugate heat transfer. *Journal of thermophysics and heat transfer*, 14(1) :27–38, 2000.

- [76] A. Ramond. *Traitement des signaux fournis par un vélocimètre laser. Application à la caractérisation d'écoulements turbulents*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 2000.
- [77] P. L. Roe. Approximate riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43(2) :357–372, 1981.
- [78] D. V. Roscoe, A. K. Tolpadi, and R. C. Buggeln. Numerical analysis of conjugate heat transfer and fluid flow in disk pumping applications. In *AIAA Paper*, volume 92-0397, 1992.
- [79] E. Savory, N. Toy, and S. Ahmed. Experimental study of a plume in crossflow. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, 60(3) :195–209, 1996.
- [80] J. R. Schwab, R. G. Stabe, and W. J. Whitney. Analytical and experimental study of flow through an axial turbine stage with a nonuniform inlet radial temperature profile. In *AIAA Paper*, volume 83-1175, 1983.
- [81] S. H. Smith and M. G. Mungal. Mixing, structure and scaling of the jet in crossflow. *J. Fluid Mech.*, 357 :83–122, 1998.
- [82] D. L. Sondak and D. J. Dorney. Conjugate unsteady heat transfer simulation in a turbine stage. In *AIAA Paper*, volume 2000-3360, 2000.
- [83] D. L. Sondak and D. J. Dorney. Simulation of coupled unsteady flow and heat conduction in turbine stage. *Journal of Propulsion and Power*, 2000.
- [84] R. G. Stabe, W. J. Whitney, and T. P. Moffitt. Performance of a high-work, low aspect ratio turbine tested with a realistic inlet radial temperature profile. In *AIAA Paper*, volume 84-1161, 1984.
- [85] S. Thakur and J. Wright. Conjugate heat transfer in a gas turbine blade trailing-edge cavity. In *AIAA Paper*, volume 2002-0496, 2002.
- [86] C. Treviño, A. Espinoza, and F. Mendez. Asymptotic analysis of the transient conjugate heat transfer process between two forced counterflowing streams. *SIAM J. Appl. Math.*, 57(3) :577–596, 1997.
- [87] E. Urip, S. L. Yang, and O. Arici. Conjugate heat transfer for internal combustion engine application using KIVA code. In *International Multidimensional Engine Modeling User's Group Meeting*, 2005.
- [88] Q. Wang, E. C. Mathias, J. R. Heman, and C. W. Smith. Gasdynamics and heat transfer modeling in rocket joints. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 38(5), 2001.
- [89] W. J. Whitney, R. G. Stabe, and T. P. Moffitt. Description of the warm core turbine facility and the warm annular cascade facility recently installed at NASA lewis research center. Technical Report 81562, NASA TM, 1980.
- [90] P. T. Wooler. On the flow past a circular jet exhausting at right angles from a flat plate or wing. *J. R. Ae. S.*, 71(3) :216–218, 1967.
- [91] J. M. Wu, A. D. Vakili, and F. M. Yu. Investigation of the interacting flow of non-symmetric jets in crossflow. In *AIAA paper*, volume AIAA-86-0280, 1986.
- [92] G. Yang, M. Choi, and J. S. Lee. An experimental study of slot jet in impingement cooling on concave surface : effect of nozzle configuration and curvature. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 42(12) :2199–2209, 1999.
- [93] Z. Zhai, Q. Chen, J. H. Klems, and P. Haves. Strategies for coupling energy simulation and computational fluid dynamics programs. In *Building Simulation Conference*, volume 1, pages 59–66, 2001.

Communications effectuées au cours de cette thèse

- 2005 E. Radenac, J. Gressier, P. Millan, A. Giovannini
A conservative coupling numerical method for transient conjugate heat transfer,
Int. Conf. On Computational Methods for Coupled Problems in Science and Engineering COUPLED 2005,
Ile Santorin, Grèce.
- E. Radenac, J. Gressier, P. Millan, A. Giovannini
Une méthode conservative de couplage instationnaire de codes en aérothermique,
SFT 2005
Reims, France.
- 2006 E. Radenac, J. Gressier, P. Millan
Experimental validation of a coupling method for transient conjugate heat transfer
13th International Heat Transfer Conference
Sydney, Australie.

Doctorat d'Université, spécialité Energétique et Dynamique des Fluides
soutenu le 13/12/2006 par Emmanuel RADENAC

Développement et validation d'une méthode numérique pour le couplage fluide / structure en aérothermique instationnaire.

Une méthodologie destinée à la simulation des phénomènes aérothermiques instationnaires est développée, étudiée et validée dans ce travail. Elle consiste à coupler deux solveurs de dynamique des fluides et de thermique du solide. Elle est étudiée selon des critères de conservativité, précision et robustesse. Les paramètres du couplage (conditions limites d'interface fluide / solide et correction conservative) sont définis pour assurer la stabilité et un minimum de développements au sein des codes couplés. Une validation expérimentale est également effectuée sur une configuration proche des conditions moteurs d'avion. L'expérience modélise le refroidissement des carters en phase transitoire. Un jet accélérant en écoulement transversal refroidit une plaque plane épaisse chauffée en face arrière. La comparaison des résultats numériques et expérimentaux est encourageante.

Mots-clés : couplage aérothermique, instationnaire, conservativité, analyse de stabilité, vérification et validation, jet en écoulement transverse, transfert de chaleur conjugué.

Development and validation of a numerical method of fluid / structure coupling for unsteady aerothermics.

A methodology for simulation of transient conjugate heat transfer is presented, studied and validated in this thesis. The method consists in the coupling of fluid dynamics and thermics solvers. Criteria for the study of this method are conservativity, accuracy and robustness. Coupling parameters (boundary conditions at the fluid / solid interface and conservative correction) are defined to ensure stability and as few developments as possible in the coupled solvers. An experimental validation is also defined and made. The configuration is characteristic of jet engines conditions. The experiment is a simplified model of carter cooling by air jets. An accelerating jet in crossflow cools a thick flat plate heated on its rear face. Comparison of numerical and experimental results is encouraging.

Keywords : thermal coupling, unsteady, conservativity, stability analysis, verification and validation, jet in crossflow, conjugate heat transfer.