



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par **l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace**
Spécialité : Optoélectronique et hyperfréquence

Présentée et soutenue par **Arnaud LE KERNEC**
le 27 novembre 2007

**Étude et réalisation d'une source opto-microonde basée
sur une architecture en anneau.
Potentialités de miniaturisation par l'utilisation
de microrésonateurs optiques.**

JURY

M. Philippe Di Bin, président du jury
M. Georges Alquié, rapporteur
M^{elle} Damienne Bajon
M. Patrice Feron
M. Jean Le Bihan, rapporteur
M. Jean-Claude Mollier, directeur de thèse

École doctorale : **Génie électrique, électronique, télécommunications**

Unité de recherche : **Équipe d'accueil MOSE (SUPAERO)**

Directeur de thèse : **M. Jean-Claude Mollier**

Étude et réalisation d'une source opto-microonde basée sur une architecture en anneau.

Potentialités de miniaturisation par l'utilisation de microrésonateurs optiques

L'objectif de cette thèse a consisté, dans un premier temps, en l'étude et la réalisation d'un oscillateur optoélectronique pour la génération de signaux hyperfréquences de bonne pureté spectrale. Son principe repose sur une architecture double boucle afin de pallier le problème de filtrage des modes : un faisceau optique issu d'une source laser émettant en continu est modulé via un modulateur électro-optique puis injecté simultanément dans deux fibres optiques de longueurs différentes. Les deux faisceaux modulés sont photodétectés indépendamment et les deux signaux micro-ondes ainsi générés sont recombinaisonnés électriquement, filtrés, amplifiés et finalement appliqués au modulateur. Cette architecture nous a permis de générer un signal micro-onde à 12 GHz présentant un bruit de phase de -115 dBc/Hz @ 10 kHz de la porteuse. La possibilité de réaliser un oscillateur en anneau basé sur une diode de type VCSEL a également été testée. Ce type de composant permet en effet de concevoir un oscillateur de moindre coût, présentant néanmoins une bonne pureté spectrale.

Par ailleurs, une étude théorique portant sur des microsphères de silice ainsi que sur le couplage par onde évanescente à l'aide de prismes a été effectuée en vue de leur utilisation comme microrésonateur optique. Ces microrésonateurs pourraient potentiellement permettre la suppression de la fibre dans l'oscillateur et conduire ainsi à sa miniaturisation. Un banc de mesure a été réalisé, ayant permis la détermination de la fonction de transfert du système, constitué de la sphère et des dispositifs de couplage.

Mots clés : oscillateur optoélectronique, bruit de phase, microrésonateur optique, couplage par onde évanescente, impulsions optiques.

Design and test of an opto-microwave source based on a ring architecture.

Miniaturization possibilities using optical microresonators

The aim of this thesis was first to study and realize an optoelectronic oscillator for microwave signal generation, having good spectral features. Its operation principle is based on a dual loop architecture, to avoid the mode filtering problem : an optical beam from a continuous-wave laser source is modulated thanks to an electrooptic modulator and injected simultaneously in two optical fibers having different lengths. Both beams are independently photodetected and the two generated microwave signals are electrically recombined, filtered and amplified before being fed back to the modulator. This architecture has led to the generation of a microwave signal at 12 GHz with a phase noise of -115 dBc/Hz @ 10 kHz from the carrier. The possibility to realize a ring oscillator based on a VCSEL has also been tested. Such a component allows to design a low cost oscillator with good spectral purity.

Moreover a theoretical study of silica microspheres and coupling by evanescent wave, via prisms, was led with a view to using them as optical resonators. These microresonators could enable to suppress the optical fiber in the oscillator and so, to miniaturize it. A test bench was realized and the transfer function of the system, made up of the sphere and the coupling devices, was measured.

Keywords : optoelectronic oscillator, phase noise, optical microresonator, evanescent wave coupling, optical pulses.

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au sein du laboratoire MOSE (Micro-ondes et Optoélectronique pour Systèmes Embarqués) du Département d'Electronique, Optronique et Signal de Supaéro.

Je tiens à remercier ici très cordialement mon directeur de thèse Jean-Claude Mollier pour son accueil, ses conseils, sa disponibilité, et son soutien tout au long de ces trois années. Il a su me faire aimer la recherche, je lui en suis reconnaissant.

Je souhaite également témoigner toute ma gratitude à Monsieur Philippe Dibin pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury, Messieurs Georges Alquié et Jean Le Bihan pour avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail et Monsieur Patrice Féron et Madame Damienne Bajon pour avoir accepté de prendre part au jury.

Je remercie tout particulièrement Patrice Féron et Laura Gisha pour m'avoir accueilli durant une semaine au sein du laboratoire FOTON de l'ENSSAT à Lannion, séjour au cours duquel, j'ai pu me familiariser avec la fabrication de microsphères de silice et bénéficier de leurs conseils avisés.

Ce travail de thèse n'aurait pu aboutir sans la contribution de plusieurs personnes auxquelles je souhaite témoigner ici toute ma gratitude. Je pense tout d'abord à Fabien Destic à qui j'adresse ici toute ma sympathie et mes remerciements : sa disponibilité, ses conseils et ses compétences m'ont bien souvent été d'un grand secours. Je pense également à Francis Froin, Thierry Soulet et Etienne Perrin qui m'ont également été d'un grand soutien par leur savoir-faire et leur expérience.

Certaines mesures n'auraient pu être réalisées sans le concours de Jean-François Dutrey du laboratoire Temps-Fréquence du CNES de Toulouse. Je le remercie très chaleureusement pour le temps qu'il m'a accordé.

Je n'oublie pas Annie Carles-Baihlé et Maryse Herbillon des affaires doctorales pour leur précieuse contribution au bon déroulement de ces trois années et particulièrement pour leur efficacité dans la constitution des dossiers de soutenance.

Je souhaite également remercier Isabelle Zanchetta du bureau des missions qui a assuré l'organisation des voyages en conférence.

Ces années à Supaéro ont aussi été pour moi riches en rencontres de tous horizons. Je remercie toutes les personnes avec lesquelles j'ai partagé ces années, les MOSIENS : Alexandre Bacou, Thibaut Caillet, Christophe Calixte, Moulaye Haïdira, Ahmad Hayat, Matthieu Labaste, Khadijetou Ly, Clément M'Binack, Jean-Marc Martin, Julien Perchoux, Yoann Petitjean, Angélique Rissons-Blanquet, Margarita Varon, et non-MOSIENS : Luc Boucher, Paola Cervantès, Hugo Cruz, Céline Engel, Rémi Guidoux (« Uncle Tom »), Alexandre Guilvard, Nicolas Huger, Gaël Manautine, Eric Médale, Carole Randon, Sébastien Rolando, Cédric Thubert. Que les éventuelles personnes oubliées veuillent bien m'en excuser.

J'ai une pensée toute particulière pour Alejandro Monsivais, ami et collègue de galère, ayant vécu en même temps que lui cette période intense qu'est la fin de thèse.

Il m'est donné ici l'occasion de remercier Philippe et Régine Choley pour leur soutien et leurs encouragements durant toutes ces années. Qu'ils voient au travers de ces lignes le

témoignage de ma sympathie et de ma reconnaissance.

Ces remerciements ne pourraient s'achever sans le plus important : ma profonde reconnaissance envers ma famille, et en particulier mes parents, qui ont toujours su me soutenir, m'encourager et me conforter dans mes choix, et envers Charlotte qui s'est montrée si compréhensive, patiente et attentionnée durant ces années. J'espère qu'ils trouveront dans ces pages la justification de leurs efforts.

Table des matières

Introduction	1
1 Généralités sur les oscillateurs	3
1.1 Principe général de fonctionnement d'un oscillateur	3
1.2 Bruit de phase et stabilité des oscillateurs	3
1.2.1 Description d'un signal bruité	3
1.2.2 Domaine fréquentiel	4
1.2.3 Domaine temporel	6
1.2.4 Relations de passage entre les domaines fréquentiel et temporel	6
1.2.5 Stabilité	7
1.2.6 Modèle de Leeson	7
1.3 Techniques de mesure du bruit de phase	9
1.3.1 Mesure directe à l'analyseur de spectre	9
1.3.2 Comparaison à une référence de faible bruit de phase	10
1.3.3 Technique de la ligne à retard	11
1.4 Les principaux types d'oscillateurs	11
1.4.1 Oscillateurs microondes	11
1.4.2 Génération optique de signaux hyperfréquences	19
1.4.2.1 Détection hétérodyne de deux modes lasers	19
1.4.2.2 Génération d'harmoniques.	21
1.4.2.3 Oscillateur optoélectronique bouclé	22
1.4.3 Comparaison des performances	23
2 Oscillateur optoélectronique	25
2.1 Modélisation de l'oscillateur simple boucle	25
2.1.1 Eléments constitutifs de l'oscillateur	25
2.1.1.1 La diode laser	25
2.1.1.2 Le Modulateur	25
2.1.1.3 La fibre optique	25
2.1.1.4 Les photodétecteurs	25
2.1.1.5 Le filtre micro-onde	26
2.1.1.6 L'amplificateur micro-onde	26
2.1.2 Fonction de transfert en boucle ouverte	26
2.1.3 Fonction de transfert en boucle fermée	31
2.1.3.1 Fréquences d'oscillation	32
2.1.3.2 Tension d'oscillation	32
2.1.3.3 Puissance d'oscillation	34
2.1.3.4 Courant photodéteçté	35
2.1.4 Analyse spectrale du signal d'oscillation	36
2.1.4.1 Rapport signal à bruit	37

2.1.4.2	Largeur spectrale	37
2.1.4.3	Facteur de qualité	38
2.2	Description des sources de bruit	38
2.2.1	bruit d'intensité de la diode laser (RIN)	38
2.2.2	bruit de grenaille (shot noise)	39
2.2.3	bruit thermique (ou bruit de Johnson ou de Nyquist)	39
2.2.4	Conversion de bruit de phase optique en bruit d'intensité	39
2.2.4.1	Effets non-linéaires	40
2.2.4.2	Diffusion Rayleigh	41
2.3	Application du modèle de Leeson	43
2.4	Modélisation de l'oscillateur double-boucle	49
2.4.1	Principe de fonctionnement	49
2.4.2	Fonction de transfert en boucle fermée	49
2.4.3	Condition d'oscillation	53
2.4.4	Analyse spectrale du signal d'oscillation en double boucle	55
2.4.4.1	Rapport signal à bruit	55
2.4.4.2	Largeur spectrale	55
2.4.5	Spectres	56
2.4.6	Bruit de phase	57
2.4.7	Stabilité moyen terme	57
2.4.8	Accordabilité	60
3	Etude des microsphères	63
3.1	Présentation des microrésonateurs optiques à modes de galerie	63
3.1.1	Historique	63
3.1.2	Différents types de résonateurs optiques et différents matériaux	64
3.1.2.1	Les matériaux utilisés	64
3.1.2.2	Les différents types de cavités diélectriques	65
3.1.2.3	Performances des différents types de microrésonateurs	66
3.1.3	Intérêt des microrésonateurs pour l'oscillateur	66
3.1.4	Description des modes de galerie	66
3.1.5	Approche géométrique	68
3.2	Calcul théorique : approche électromagnétique	69
3.2.1	Expression analytique des modes	69
3.2.1.1	Expressions générales	69
3.2.1.2	Cas particulier des modes de galerie	73
3.2.2	Position des résonances	74
3.2.2.1	Equation caractéristique	74
3.2.2.2	Formule asymptotique de position des résonances	75
3.2.2.3	Intervalle spectral libre	75
3.2.3	Représentation du champ dans la sphère	75
3.3	Théorie de Mie	79
3.4	Facteur de qualité et largeur spectrale des résonances	80
3.4.1	Facteurs de dégradation et expression générale du facteur de qualité	80
3.4.2	Limite ultime du facteur de qualité : L'atténuation du matériau	81
3.4.2.1	Absorption du matériau	81
3.4.2.2	Diffusion Rayleigh dans une microsphère de silice	81
3.4.3	Pertes par diffusion de surface	82
3.4.4	Pertes par diffraction	83
3.5	Fabrication des microsphères	83
3.5.1	Techniques de fabrication des microsphères	83

3.5.2	Protocole de fabrication des sphères	83
4	Couplage des microsphères	87
4.1	Techniques de couplage	87
4.1.1	Le prisme	87
4.1.2	la fibre monomode étirée	88
4.1.3	le coupleur Half-Block	88
4.1.4	La fibre polie	89
4.2	Couplage par prisme	89
4.2.1	Etude de l'onde évanescente issue du prisme	90
4.2.2	Théorie des modes couplés	97
4.2.2.1	Théorie des modes couplés pour des guides droits	97
4.2.2.2	Théorie des modes couplés modifiée	98
4.2.3	Application au cas du guide et de la microsphère	102
4.3	Modèle général pour un résonateur couplé (double couplage par prisme). . .	108
4.4	Relevé du spectre des résonances.	110
4.4.1	Banc de mesure.	110
4.4.1.1	Principe et matériels utilisés.	110
4.4.1.2	Mode opératoire.	111
4.4.2	Spectres expérimentaux.	112
5	Architectures dérivées de l'oscillateur optoélectronique	117
5.1	Oscillateur optoélectronique utilisant un VCSEL à 850 nm	117
5.1.1	Montage	117
5.1.2	Résultats expérimentaux.	117
5.2	Génération d'impulsions optiques	119
5.2.1	Les principales méthodes de génération d'impulsions optiques	119
5.2.2	Principe et montage	119
5.2.3	Résultats expérimentaux	120
	Conclusion	127
A	Théorie des modes couplés pour des guides droits et parallèles	129
B	Théorie des modes couplés modifiée pour des guides courbes	135
	Bibliographie	139
	Publications	144

Introduction

La demande de signaux de référence à des fréquences toujours plus élevées ne cesse de croître, tant les applications visées sont multiples. Les secteurs des télécommunications, spatial et militaire sont particulièrement gourmands dans ce domaine. Plusieurs techniques existent pour générer de tels signaux, les premières apparues étant purement microondes. Cependant, depuis la fin du vingtième siècle, avec le développement des diodes lasers, de nouvelles méthodes sont apparues mettant à profit les qualités inhérentes aux technologies optiques : faible poids des fibres optiques, au regard des câbles électriques, immunité aux perturbations électromagnétiques, fréquences optiques, par nature très élevées, autorisant théoriquement la génération de signaux dans des domaines de fréquence jusque là inaccessibles, possibilité de transmettre un signal microonde sur de longues distances, tirant parti des faibles pertes des fibres.

La génération optique de signaux microondes constitue ainsi aujourd'hui une alternative et se pose en réel concurrent des techniques « traditionnelles » purement microondes. Ces techniques sont multiples et couvrent aujourd'hui un spectre de fréquences extrêmement large allant des faibles fréquences microondes jusqu'aux ondes millimétriques. Les qualités spectrales offertes par certaines de ces architectures sont par ailleurs comparables à celles que fournissent les techniques microondes. Parmi elles, l'oscillateur bouclé opto-microonde présente de nombreux avantages : une bonne pureté spectrale, une fréquence d'oscillation pouvant aller jusqu'à plusieurs dizaines de gigahertz (la limite étant déterminée par la bande passante des composants), la possibilité d'accorder la fréquence, la disponibilité du signal microonde sur porteuse optique, pour sa transmission vers un lieu éloigné.

Par ailleurs, depuis quelques années, on assiste à un véritable engouement pour les microrésonateurs optiques, leur procédé de fabrication permettant désormais d'atteindre des facteurs de qualité très élevés, ouvrant la voie à de nouvelles applications. Le Jet Propulsion Laboratory a ainsi proposé de tirer parti de leur facteur de qualité très élevé en les substituant à la fibre optique dans l'oscillateur.

De précédentes études menées au laboratoire MOSE ont montré la possibilité de générer optiquement des signaux hyperfréquences de haute pureté spectrale à 1 GHz utilisant la configuration bouclée. L'objet de cette thèse a été, dans un premier temps, de procéder à une montée en fréquence de l'oscillateur, puis d'étudier les possibilités d'utilisation de microrésonateurs optiques en remplacement de la fibre optique.

Le premier chapitre présente les principaux concepts servant à la caractérisation des oscillateurs ainsi que les techniques permettant de mesurer les grandeurs associées. Nous y décrirons également les différents types d'oscillateurs servant à la génération de signaux microondes, qu'ils soient constitués de composants exclusivement hyperfréquences ou qu'il s'agisse d'oscillateurs hybrides associant des éléments microondes et optiques. Enfin, nous établirons un bref comparatif des performances relatives à chaque type d'oscillateur, no-

tamment les gammes de fréquence dans lesquelles ils sont communément utilisés et les niveaux de bruit de phase atteints.

L'étude de l'oscillateur opto-microonde sera ensuite développée dans le second chapitre. Nous y établirons les équations régissant son fonctionnement et permettant d'estimer ses performances en signal et en bruit tout d'abord pour une architecture simple boucle puis en configuration double boucle, avant de présenter les résultats et performances atteintes relatives à l'oscillateur réalisé.

Les recherches sur les oscillateurs optoélectroniques s'orientent aujourd'hui, outre la perpétuelle recherche de montée en fréquence et de faible bruit, vers leur miniaturisation et même, leur intégration. C'est pourquoi, après un bref tour d'horizon des techniques et matériaux utilisés dans leur synthèse, nous avons étudié, au troisième chapitre, les microrésonateurs optiques et plus spécifiquement les microsphères de silice en vue de leur utilisation dans un oscillateur. Les modes de galerie, qui présentent des facteurs de qualité très élevés, y sont décrits et modélisés.

L'un des problèmes majeurs dans la mise en oeuvre de ces microrésonateurs réside dans le couplage. Plusieurs techniques existent pour le réaliser, que nous mentionnerons au chapitre 4, puis nous nous attarderons sur la modélisation du couplage par prisme, technique que nous avons choisie notamment en raison de sa robustesse. Le modèle s'appuie sur la théorie des modes couplés, modifiée et appliquée à des guides courbes. Nous présenterons ensuite le banc de mesures réalisé ainsi que les courbes expérimentales obtenues.

Enfin, le dernier chapitre décrira succinctement deux expérimentations effectuées, s'appuyant sur l'oscillateur optoélectronique : la première concerne l'utilisation d'un VCSEL en modulation directe dans une architecture bouclée. Elle vise à mettre en évidence la possibilité de diminuer les coûts des oscillateurs par l'utilisation de composants bon marché, et constitue une étape vers l'intégration ; la seconde concerne la génération d'impulsions optiques, toujours à partir d'un oscillateur optoélectronique en anneau.

Nous terminerons par la synthèse des résultats obtenus et les perspectives d'évolution de l'oscillateur.

Chapitre 1

Généralités sur les oscillateurs

Dans ce chapitre, nous allons présenter les principaux types d'oscillateurs ainsi que les performances qu'ils peuvent atteindre en terme de fréquence maximale d'oscillation et de bruit de phase. Nous préciserons également les notions de bruit de phase et de stabilité et décrirons les techniques de mesure de bruit de phase.

1.1 Principe général de fonctionnement d'un oscillateur

Les oscillateurs représentent le composant de base dans tous les systèmes microondes, destinés notamment aux radars, aux communications, à la navigation ou à l'électronique de défense. Ils convertissent une puissance issue d'un courant continu en un signal de fréquence microonde. La conversion se fait au moyen d'un élément sélectionnant la fréquence désirée et d'un composant actif assurant la compensation des pertes. La représentation communément utilisée pour décrire les oscillateurs est celle de la figure 1.1 : un amplificateur contre-réactionné par un élément sélectif en fréquence. Le facteur de qualité de l'élément sélectif en fréquence détermine alors la pureté du signal généré.

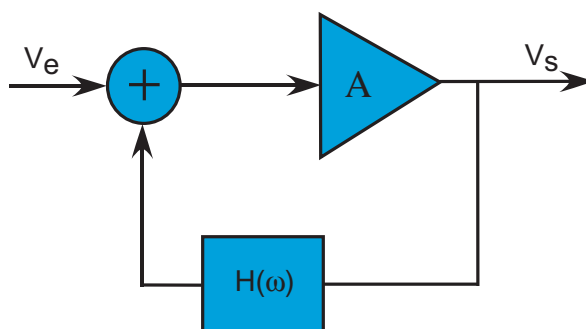


FIG. 1.1 – Schéma bloc général d'un oscillateur.

1.2 Bruit de phase et stabilité des oscillateurs

1.2.1 Description d'un signal bruité

Le bruit produit par un oscillateur est, en pratique, un paramètre très important car il est susceptible de dégrader fortement les performances du système dans lequel il est utilisé.

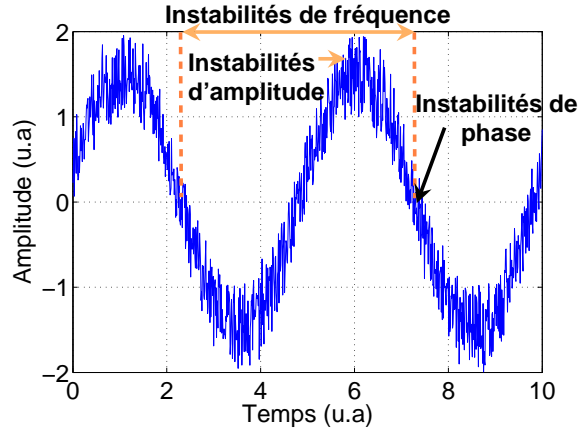


FIG. 1.2 – Tension instantanée de sortie d'un oscillateur.

La tension instantanée en sortie d'un oscillateur peut être exprimée par (figure 1.2) :

$$V(t) = (V_0 + \epsilon(t)) \sin(2\pi\nu_0 t + \phi(t)) \quad (1.1)$$

où V_0 est l'amplitude pic nominale du signal, $\epsilon(t)$ est la déviation instantanée d'amplitude par rapport à la valeur nominale, ν_0 est la fréquence nominale, $\phi(t)$ est la déviation instantanée de phase par rapport à la phase nominale $2\pi\nu_0 t$.

Dans beaucoup d'oscillateurs, les fluctuations d'amplitude influent peu sur la stabilité en fréquence sauf dans le cas d'oscillateurs fonctionnant en régime non-linéaire, dans lesquels les variations d'amplitude sont converties en variation de phase [1]. En conséquence, nous négligerons dans la suite les fluctuations d'amplitude en supposant $\epsilon(t) \ll V_0$ et considérerons que les densités spectrales de bruit mesurées représentent des densités spectrales de bruit de phase. Les instabilités fréquentielles d'un oscillateur sont définies en termes de déviation de fréquence instantanée normalisée, $y(t)$:

$$y(t) = \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0} = \frac{\dot{\phi}}{2\pi\nu_0} \quad (1.2)$$

où $\nu(t) = \nu_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$ est la fréquence instantanée et $\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt}$. Les instabilités de phase, définies en termes de déviation de phase instantanée, peuvent être aussi exprimées par :

$$x(t) = \frac{\phi(t)}{2\pi\nu_0} \quad (1.3)$$

On peut alors réexprimer $y(t)$ en fonction de $x(t)$:

$$y(t) = \dot{x} = \frac{dx(t)}{dt} \quad (1.4)$$

1.2.2 Domaine fréquentiel

En raison de la nature aléatoire des instabilités, les fluctuations de phase sont représentées par une distribution de densité spectrale de puissance de fluctuation de phase à partir de la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation :

$$S_\phi(f) = 2 \int_0^\infty R_\phi(\tau) \cdot \exp -j(2\pi f\tau) d\tau \quad (\text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}) \quad (1.5)$$

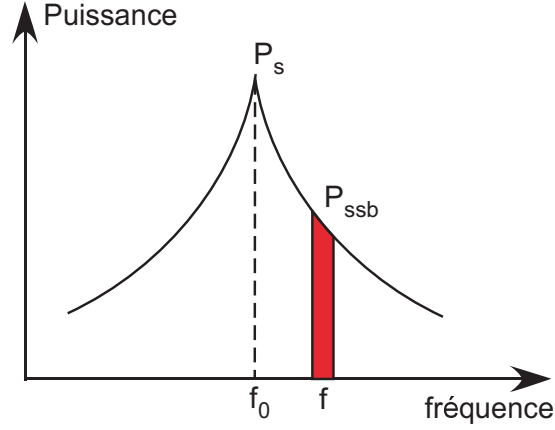


FIG. 1.3 – Détermination du bruit de phase à partir de l’affichage d’un analyseur de spectre.

avec :

$$R_\phi(\tau) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \phi(t) \cdot \phi(t - \tau) \cdot dt = \langle \phi(t) \cdot \phi(t - \tau) \rangle \quad (1.6)$$

où $\langle \rangle$ désigne une moyenne statistique à l’ergodicité vérifiée et f représente la fréquence de Fourier (fréquence d’offset par rapport à la porteuse). Comme la phase et la fréquence sont directement liées (la fréquence angulaire est la dérivée temporelle de la phase), les densités spectrales de leurs fluctuations le sont aussi et la densité spectrale des fluctuations de fréquence normalisée est alors donnée par :

$$S_y(f) = \frac{f^2}{\nu_0^2} S_\phi(f) \quad (1.7)$$

Enfin, la densité spectrale des fluctuations de phase normalisée est exprimée par :

$$S_x(f) = \frac{1}{(2\pi\nu_0)^2} S_\phi(f) \text{ (Hz}^{-1}\text{)} \quad (1.8)$$

Les densités spectrales précédemment définies incluent les fluctuations dans les deux bandes latérales (supérieures et inférieures) (f appartient à l’intervalle $[0; +\infty]$). La mesure standard pour la caractérisation des instabilités en phase et en fréquence est le bruit de phase en bande latérale unique $\mathcal{L}(f)$, défini comme la moitié de la densité spectrale des fluctuations de phase en double bandes latérales. En effet, c’est cette grandeur que l’on observe sur un analyseur de spectre lorsque le bruit d’amplitude est négligeable. $\mathcal{L}(f)$ est le rapport de la puissance contenue dans une bande latérale, de largeur égale à 1 Hz centrée sur la fréquence d’offset f (P_{ssb} : Power in a Single Side Band), due à la modulation de phase par le bruit à la puissance totale du signal (porteuse et bandes latérales) (figure 1.3) :

$$\mathcal{L}(f) = \frac{1}{2} S_\phi(f) = \frac{P_{ssb}(f)}{P_s} \quad (1.9)$$

Cette définition doit être utilisée avec prudence car le calcul de $\mathcal{L}(f)$ à partir de $S_\phi(f)$ repose sur l’hypothèse que la phase du signal est faiblement modulée par les fluctuations de phase. Le cas échéant, cette relation n’est plus applicable.

1.2.3 Domaine temporel

Pour certaines applications, il est parfois plus judicieux de décrire les instabilités de fréquence dans le domaine temporel. Dans le domaine temporel, les instabilités de fréquence sont définies par la déviation à deux échantillons $\sigma_y(y)$, également appelée déviation ou variance d'Allan :

$$\sigma_y(\tau) = \left[\frac{1}{2} \langle [\bar{y}(t+\tau) - \bar{y}(t)]^2 \rangle \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{2} \langle [\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k]^2 \rangle \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.10)$$

avec :

$$\bar{y}_k = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k+\tau} y(t) \cdot dt = \frac{x(t_k + \tau) - x(t_k)}{\tau} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\tau} \quad (1.11)$$

En principe, le symbole $\langle \rangle$ représente un temps de moyennage infini, ce qui n'est pas réalisable en pratique. Par conséquent, la déviation d'Allan est évaluée par la relation :

$$\sigma_y(\tau) \simeq \left[\frac{1}{2(M-1)} \sum_{k=1}^{M-1} (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.12)$$

où M est le nombre d'échantillons.

1.2.4 Relations de passage entre les domaines fréquentiel et temporel

L'opération de moyennage de la fréquence sur une durée τ , peut être vue comme un filtrage. La fonction de transfert du filtre équivalent est donc donnée par la transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle du filtre. La variance d'Allan est alors donnée par :

$$\sigma_y^2(M, T, \tau) = \int_0^{\infty} S_y(f) \cdot |H(f)|^2 \cdot df \quad (1.13)$$

où $1/T$ est la fréquence de mesure, τ la durée de mesure de chaque échantillon. Dans le cas de la variance à deux échantillons, la fonction de transfert du filtre équivalent est donnée par :

$$|H(f)|^2 = 2 \frac{\sin^4 \pi \tau f}{(\pi \tau f)^2} \quad (1.14)$$

ce qui permet d'écrire :

$$\sigma_y^2(\tau) = 2 \int_0^{f_h} S_y(f) \cdot \frac{\sin^4 \pi \tau f}{(\pi \tau f)^2} \cdot df \quad (1.15)$$

$$S_y(f) = \begin{cases} \sum_{\alpha=-2}^{+2} h_{\alpha} f^{\alpha} & \text{pour } 0 < f \leq f_h \\ 0 & \text{pour } f > f_h \end{cases} \quad (1.16)$$

où h_{α} est une constante, α un entier, f_h est la fréquence de coupure haute d'un filtre passe-bas idéal. Dans le cas du modèle de la relation (1.16), la variance $\sigma_y^2(\tau)$ est donnée par :

$$\sigma_y^2(\tau) = h_{-2} \frac{(2\pi)^2}{6} \tau + h_{-1} 2 \ln 2 + h_0 \frac{1}{2\tau} + h_1 \frac{1.038 + 3 \ln(2\pi f_h \tau)}{(2\pi)^2 \tau^2} + h_2 \frac{3f_h}{(2\pi)^2 \tau^2} \quad (1.17)$$

Les pentes, α , β , μ et $\mu/2$ respectivement des tracés de $S_y(f)$, $S_{\phi}(f)$, $\sigma_y^2(\tau)$ et $\sigma_y(\tau)$ figurent dans le tableau (1.1) et la figure 1.4 en montre la représentation graphique. Le tracé de $\sigma_y^2(\tau)$ peut être obtenu à partir de la mesure du bruit de phase $\mathcal{L}(f)$, en utilisant successivement les relations (1.9), (1.7) et (1.13).

Processus de bruit	Pente du tracé log-log			
	Domaine fréquentiel		Domaine temporel	
	$S_y(f)$	$S_\phi(f)$	$\sigma_y^2(\tau)$	$\sigma_y(\tau)$
	α	β	μ	$\mu/2$
bruit aléatoire de fréquence	-2	-4	1	1/2
bruit Flicker de fréquence	-1	-3	0	0
bruit blanc de fréquence	0	-2	-1	-1/2
bruit Flicker de phase	1	-1	-2	-1
bruit blanc de phase	2	0	-2	-1

TAB. 1.1 – Pentas des différentes contributions.

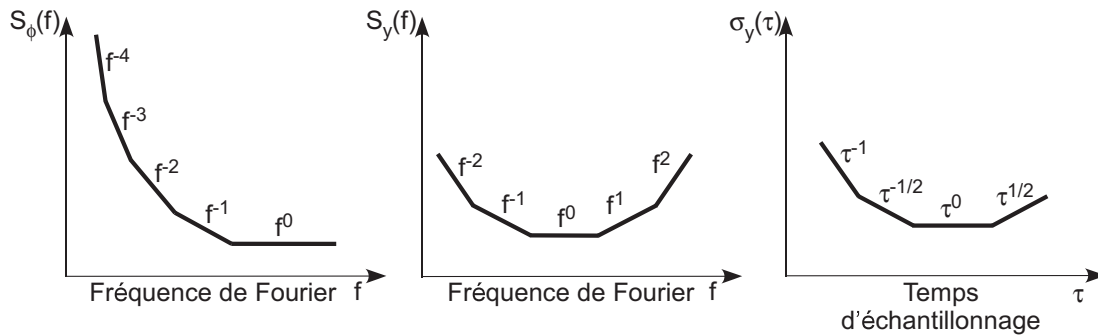


FIG. 1.4 – Pentas caractéristiques des cinq processus de bruit en échelle log-log.

1.2.5 Stabilité

La stabilité en fréquence traduit la capacité d'un oscillateur à délivrer un signal à la même fréquence durant une certaine durée. On distingue [2](figure 1.5) :

- la stabilité à long terme : généralement exprimée en terme de parties par million (*ppm*) par heure, jour, semaine, mois ou année, elle exprime le processus de vieillissement des éléments du circuit et des composants servant à déterminer la fréquence d'oscillation.
- la stabilité à court terme : elle représente les changements de fréquence par rapport à la fréquence nominale sur une échelle de temps allant de quelques fractions de seconde à quelques minutes, voire quelques heures.

1.2.6 Modèle de Leeson

Le modèle de Leeson permet de caractériser la densité spectrale de puissance de bruit de phase d'un oscillateur. Comme nous l'avons dit au début de ce chapitre, un oscillateur peut être modélisé par un amplificateur contre-réactionné par un élément sélectif en fréquence (de bande passante B centrée sur la fréquence d'oscillation f_0)(figure 1.6)[3]. Dans ce modèle, $\Delta\phi$ et $\Delta\varphi$ représentent respectivement les fluctuations de phase en entrée et en sortie de l'oscillateur, dues aux processus de bruit (bruit thermique, de grenaille, ...) tandis que S_ϕ et S_φ désignent les densités spectrales de puissance de bruit de phase qui leur sont associées. Comme nous l'avons dit précédemment, nous négligerons dans cette étude le bruit d'amplitude ($\epsilon(t) = 0$ dans l'expression (1.1)). Le signal bruité à un instant t s'écrit alors $V(t) = V_0 \sin(\omega_0 t + \Delta\phi(t))$ et peut être représenté dans le plan de Fresnel comme l'indique la figure 1.7. Notons que des fluctuations de phase instantanées ne sont pas discernables de

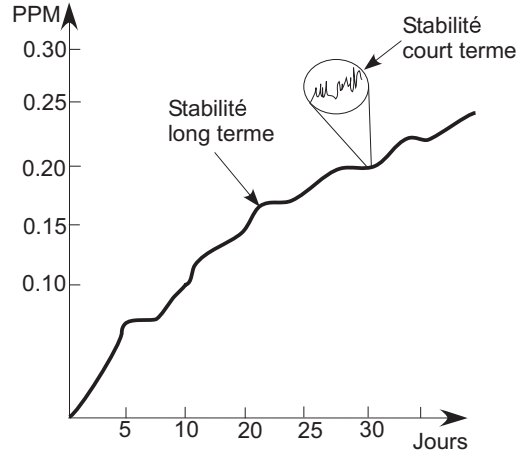


FIG. 1.5 – Stabilité à court et long terme de la fréquence d'oscillation.

fluctuations de fréquence. De faibles variations de la fréquence d'oscillation peuvent être représentées par une modulation de fréquence de la porteuse avec :

$$\Delta\phi(t) = \frac{\Delta f}{f} \sin \omega t = \phi_p \sin \omega t \quad (1.18)$$

où f est la fréquence de modulation (et $\omega = 2\pi f$) et $\phi_p = \frac{\Delta f}{f}$ est la déviation de phase pic. Le signal se réécrit donc :

$$V(t) = V_0 [\cos \omega_0 t \cdot \cos(\phi_p \sin \omega t) - \sin \omega_0 t \cdot \sin(\phi_p \sin \omega t)] \quad (1.19)$$

et en supposant que les variations de phase restent faibles, on a $\cos(\phi_p \sin \omega t) \simeq 1$ et $\sin(\phi_p \sin \omega t) \simeq \phi_p \sin \omega t$. D'où :

$$V(t) \simeq V_0 \left[\cos \omega_0 t - \frac{\phi_p}{2} (\cos(\omega_0 + \omega)t - \cos(\omega_0 - \omega)t) \right] \quad (1.20)$$

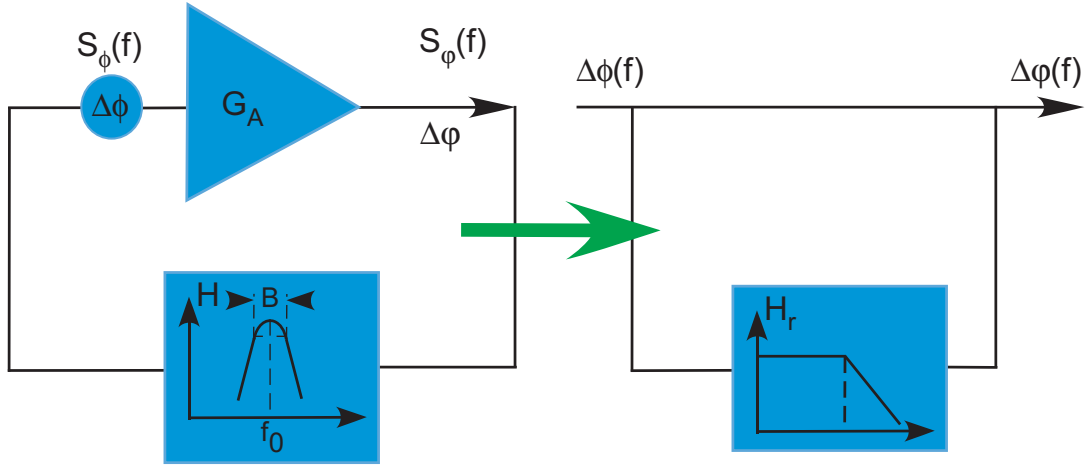
Cette expression montre que des fluctuations de phase et/ou de fréquence engendrent l'apparition de bandes latérales de modulation à $\omega_0 \pm \omega$. La déviation de phase $\Delta\phi$ peut être représentée, comme sur la figure 1.7, par une tension de bruit $V_B(t) = V_0 \cdot \Delta\phi(t) = V_0 \cdot \phi_p \sin \omega t$. En utilisant la définition du bruit de phase $\mathcal{L}(f)$ (rapport de la puissance de bruit dans une bande latérale (de 1 Hz) à la fréquence f à la puissance du signal) et l'expression 1.20, nous pouvons écrire :

$$\mathcal{L}(f) = \frac{\frac{1}{2}P_B(f)}{P_{signal}} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{V_0 \phi_p}{2} \right)^2}{\frac{1}{2}V_0^2} = \frac{\frac{1}{2}V_{B,rms}^2}{\frac{1}{2}V_0^2} = \frac{\phi_p^2}{4} = \frac{\Delta\phi_{rms}^2}{2} \quad (1.21)$$

La densité spectrale de bruit de phase en entrée de l'oscillateur s'écrit alors :

$$S_\phi(f) = 2\mathcal{L}(f) = \Delta\phi_{rms}^2 = \frac{P_B}{P_{signal}} \quad (1.22)$$

où f désigne la fréquence de Fourier, autrement dit, la fréquence d'offset par rapport à la fréquence du signal f_0 . Par ailleurs, d'après la théorie des transmissions, la fonction de transfert d'un filtre passe-bande traversé par un signal centré sur la fréquence f_{osc} et modulé



hh

FIG. 1.6 – Modèle de Leeson.

en phase est équivalente à celle d'un filtre passe-bas traversé par le signal de modulation (figure 1.6). La fonction de transfert du filtre passe-bas équivalent est donnée par :

$$H_r(f) = \frac{1}{1 + j \frac{2Q_c f}{f_{osc}}} \quad (1.23)$$

où $\frac{f_{osc}}{2Q_c}$ est la demi-bande passante du résonateur, et Q_c est le facteur de qualité en charge du résonateur. Compte-tenu de (1.23), on a :

$$\Delta\varphi(f) = \frac{1}{1 - H_r(f)} \Delta\phi(f) = \left(1 + \frac{f_{osc}}{j2Q_c f}\right) \Delta\phi(f) \quad (1.24)$$

soit, en utilisant (1.22), la densité spectrale de bruit de phase en sortie de l'oscillateur est donnée par :

$$S_\varphi(f) = \left| \frac{1}{1 - H_r(f)} \right|^2 S_\phi(f) = \left(1 + \frac{1}{f^2} \left(\frac{f_{osc}}{2Q_c}\right)^2\right) S_\phi(f) \quad (1.25)$$

1.3 Techniques de mesure du bruit de phase

La caractérisation du bruit de phase des oscillateurs microondes est très importante car il constitue la principale limitation dans beaucoup de systèmes employant ce type d'oscillateurs. Plusieurs techniques existent pour le mesurer.

1.3.1 Mesure directe à l'analyseur de spectre

La première technique de mesure, la plus simple, consiste à visualiser directement le signal de sortie de l'oscillateur à l'analyseur de spectre (figure 1.8). Nous pouvons ainsi lire directement la puissance à la fréquence d'oscillation (P_{osc}) ainsi qu'à la fréquence d'offset f ou fréquence de Fourier (P_{offset}). La puissance lue à une fréquence f représente alors la puissance de toutes les composantes fréquentielles contenues dans une bande de fréquence

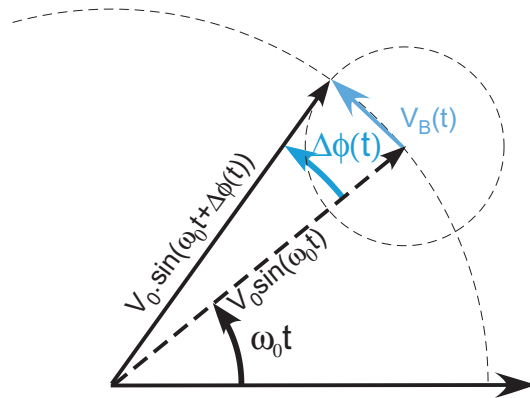


FIG. 1.7 – Représentation de Fresnel du signal en sortie de l'oscillateur ($\epsilon(t) = 0$).

centrée sur f et égale à la bande de résolution (RBW) de l'analyseur de spectre (que l'on peut fixer à 1 Hz). La valeur du bruit de phase à une fréquence f est alors donnée par :

$$\mathcal{L}(f) = 10 \log \frac{P_{offset}(f)}{RBW \cdot P_{osc}} \quad (1.26)$$

Pour une meilleure précision, il peut être nécessaire d'introduire certains facteurs correctifs prenant par exemple en compte le fait que le gabarit du filtre n'est pas rectangulaire mais présente plutôt un profil lorentzien.

Dans le cas d'oscillateurs sous test présentant des bruits de phase particulièrement bas, cette méthode se révèle cependant incorrecte puisque l'oscillateur local de l'analyseur doit avoir un niveau de bruit inférieur d'au moins 10 dB par rapport à la source à mesurer. Par ailleurs, puisque l'analyseur de spectre mesure la puissance totale du bruit, le signal mesuré doit présenter un bruit d'amplitude beaucoup plus faible que son bruit de phase et ne doit pas dériver en fréquence. En définitive, cette méthode est applicable essentiellement dans le cas où l'on recherche à évaluer rapidement, et de façon plutôt qualitative, les performances d'une source relativement « bruyante ».



FIG. 1.8 – Mesure directe à l'analyseur de spectre.

1.3.2 Comparaison à une référence de faible bruit de phase (méthode du détecteur de phase)

Cette méthode nécessite une référence de fréquence dont le bruit de phase est inférieur (d'au moins 10 dB) à celui de l'oscillateur caractérisé [4]. La figure 1.9.a décrit ce type de

dispositif. L'oscillateur sous test est mélangé à la référence de même fréquence en quadrature de phase. En supposant le signal de l'oscillateur sous test égal à $V \cos(\omega_0 t + \phi(t))$ et celui de la référence, égal à $V_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2} + \Phi(t))$, le signal en sortie du mélangeur est proportionnel à $[\cos(2\omega_0 t + \phi(t) + \Phi(t) + \frac{\pi}{2}) + \cos(\phi(t) - \Phi(t) - \frac{\pi}{2})]$. Le premier terme, de fréquence angulaire $2\omega_0$, est filtré, si bien que le signal en sortie du filtre est proportionnel à $\sin(\phi(t) - \Phi(t))$. On obtient donc une tension dont l'amplitude est proportionnelle au bruit de phase des deux sources combinées (d'où l'importance d'une référence faible bruit). Cette tension est alors amplifiée et mesurée par l'analyseur de spectre. Connaissant la fonction de transfert du mélangeur, il est alors possible de remonter au bruit de phase de l'oscillateur. Cette méthode permet, à condition de disposer d'une bonne référence de fréquence, de quantifier précisément la valeur du bruit de phase de l'oscillateur sous test. Elle exige cependant un bon maintien en quadrature des deux signaux de même fréquence, ce qui devient une gageure dans le cas d'oscillateurs dont la fréquence dérive dans le temps. Pour ce type d'oscillateur, il est possible d'améliorer le système précédent en utilisant une boucle à verrouillage de phase (figure 1.9.b). La référence de fréquence suit alors les variations de phase de l'oscillateur sous test, autorisant ainsi la mesure des fluctuations de phase proches de la porteuse.

Enfin, notons que la méthode précédemment décrite nécessite un oscillateur de référence opérant à la même fréquence que l'oscillateur sous test. Aux fréquences microondes, il peut parfois être difficile de trouver une telle référence. La figure 1.9.c montre une méthode de mesure utilisant une translation de fréquence permettant ainsi de s'affranchir de la condition sur la fréquence d'oscillation de cette référence.

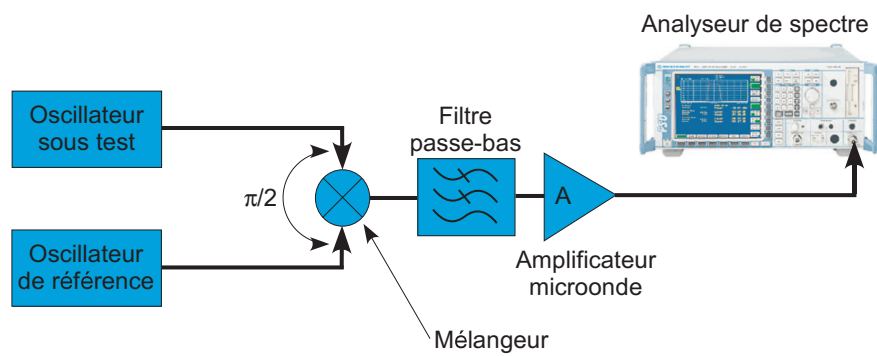
1.3.3 Technique de la ligne à retard

La technique de mesure utilisant un discriminateur de fréquence est une alternative lorsqu'une référence à la fréquence exacte de l'oscillateur sous test et présentant un niveau de bruit plus faible n'est pas disponible ou lorsque il est difficile « d'accrocher » la phase du signal à mesurer (via la PLL). Cette méthode consiste à comparer le signal avec une réplique de lui-même, décalée dans le temps. Le discriminateur de fréquence, composé d'une ligne de délai et d'un mélangeur doublement équilibré, convertit les fluctuations de fréquence de la source en tension variable (figure 1.10). La conversion a lieu en deux temps. Tout d'abord, les fluctuations de fréquence sont transformées en fluctuations de phase dans la ligne à retard : la fréquence nominale arrive au mélangeur avec une phase spécifique ; lorsque la fréquence varie légèrement, la variation de phase subie par le signal pendant le délai fixe, correspondant à la traversée de la ligne, change proportionnellement. Ainsi, la ligne à retard convertit une variation de fréquence en entrée de ligne en variation de phase en sortie pour le signal retardé, comparé au signal non retardé. Ensuite, le mélangeur agit comme un détecteur de phase et transforme les fluctuations de phase intantanée en fluctuations de tension. Si, comme dans la méthode précédente, les deux signaux sont en quadrature, la tension de sortie est proportionnelle aux fluctuations de phase en entrée. Les fluctuations de tension peuvent alors être mesurées à l'analyseur de spectre et converties en unités de bruit de phase.

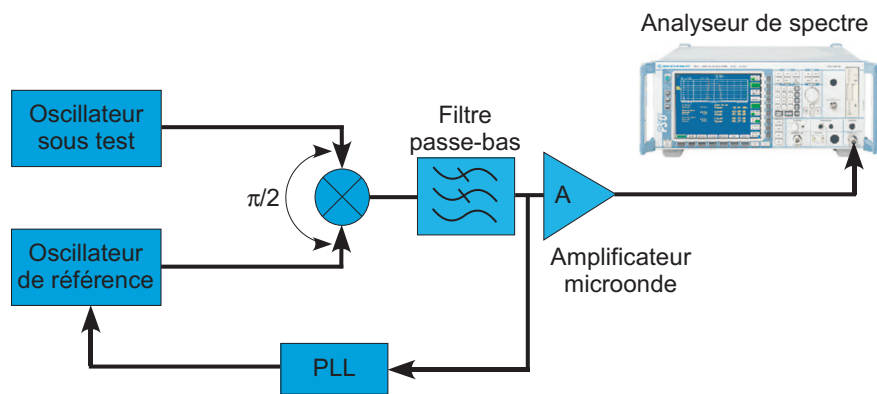
1.4 Les principaux types d'oscillateurs pour la génération de signaux hyperfréquences

1.4.1 Oscillateurs microondes

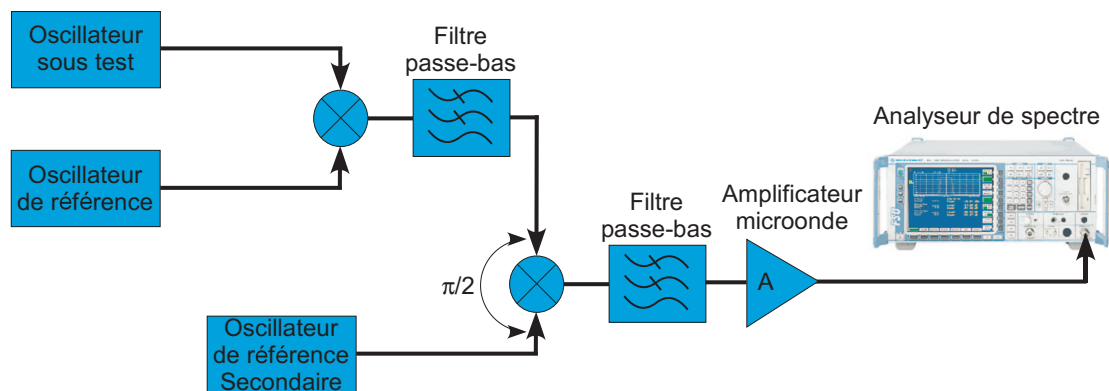
Les oscillateurs représentent les composants de base de tous les systèmes microondes, destinés notamment aux radars, aux communications, à la navigation ou à l'électronique de



a. Mesure par comparaison à une référence de faible bruit de phase.



b. Amélioration du système pour les oscillateurs dont la fréquence dérive dans le temps.



c. Mesure par comparaison à une référence de fréquence différente de celle de l'oscillateur sous test.

FIG. 1.9 – Mesure par comparaison à une référence de faible bruit de phase.

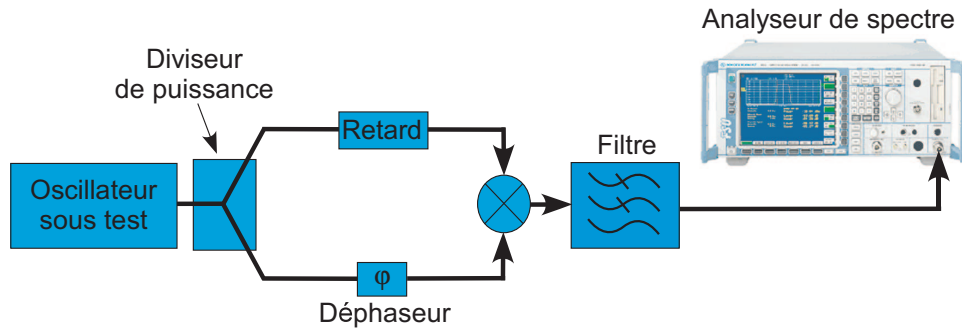


FIG. 1.10 – Technique de la ligne à retard (méthode self-homodyne).

défense. Les composants utilisés pour leur réalisation dépendent alors des caractéristiques attendues du signal, notamment en terme de fréquence, de puissance et de stabilité. On distingue alors généralement deux familles de composants offrant des performances très différentes [5] [6] :

- les tubes : leur apparition remonte aux années 1920-30. Le principe repose sur l'interaction d'un faisceau d'électrons avec un champ électromagnétique au sein d'un tube de verre ou de métal dans lequel règne un vide poussé. Ils nécessitent par ailleurs une dissipation de chaleur et une alimentation importantes, les rendant particulièrement volumineux et gourmands en énergie. C'est pourquoi, après avoir dominé le marché jusqu'au milieu des années 70, ils ont été peu à peu supplantés dans certains domaines de fréquences et de puissances par les composants intégrés. Cependant, et malgré l'avancée rapide de la recherche concernant ces derniers, les tubes restent indispensables pour certaines applications requérant des puissances et/ou des fréquences particulièrement élevées (10 kW à 10 MW et $f > 100$ GHz).

Etant donné que les domaines de puissances et de fréquences, dans lesquelles les tubes restent plus intéressants que les composants discrets (voire les seuls en lice), et les domaines de puissances et de fréquences des oscillateurs optoélectroniques ne présentent quasiment pas de zones communes, nous ne nous étendrons pas davantage ici sur ce sujet. En d'autres termes, les oscillateurs à base de composants discrets sont plus intéressants que ceux à base de tubes aux fréquences et puissances auxquelles fonctionnent les oscillateurs à génération optique. La figure 1.11 représente les domaines de fréquences et puissances dans lesquelles prédominent chacun de ces types de composants.

- les composants discrets « solid-state » (à l'état solide) : ce sont les diodes et transistors. Les principales diodes utilisées pour la génération de signaux microondes sont les diodes Gunn et IMPATT (IMPact ionization Avalanche Transit Time) permettant la génération de signaux dont les fréquences s'étendent dans une gamme allant de 2 à 100 GHz. Les diodes IMPATT sont généralement plus bruyantes que les diodes Gunn mais délivrent des puissances plus élevées, présentent une meilleure efficacité et une meilleure stabilité en température. Ces diodes sont d'un grand intérêt pour la conception d'oscillateurs, puisque la génération d'une résistance négative, nécessaire, comme nous allons le voir ci-après, s'obtient simplement par une polarisation appropriée. Le design de l'oscillateur est ainsi grandement simplifié puisqu'il se réduit alors à la conception du circuit de sortie pour obtenir la puissance désirée. Les transistors offrent des performances en puissance et en fréquence plus basses que les diodes mais

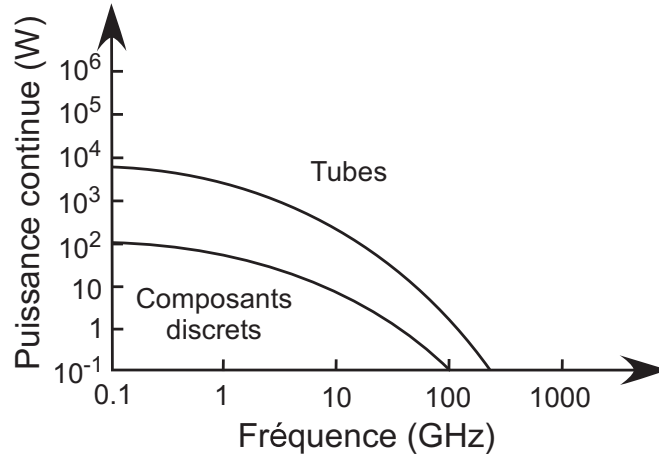


FIG. 1.11 – Domaines respectifs d'utilisation prédominante des oscillateurs à tubes et à composants à l'état solide (d'après [7]).

ont de précieux avantages. Ils sont moins bruyants que les diodes, présentent une meilleure efficacité (de conversion de la puissance DC en puissance microonde) et se prêtent mieux à l'intégration que les diodes. Les transistors utilisés sont de plusieurs types : transistors à effet de champ (FET), bipolaires ou bipolaires à hétérojonction (TBH). Les transistors bipolaires présentent des caractéristiques en bruit meilleures que les transistors FET (AsGa) mais ne permettent pas de dépasser 20 GHz dans le cas de transistors classiques au silicium. Toutefois, l'apparition des transistors bipolaires à hétérojonction permet maintenant de concurrencer les transistors FET (60-70 GHz). Ces derniers restent toutefois le meilleur choix en matière de puissance. Nous nous intéressons donc, dans ce paragraphe, plus spécifiquement à ce second type de sources, qui permettent de générer des signaux dont les ordres de grandeurs des puissances de sortie sont plus comparables à ceux des oscillateurs opto-microondes.

Un oscillateur microonde consiste en un composant actif (diode ou transistor) et en un élément résonnant passif, fixant la fréquence d'oscillation, tel qu'une structure planaire résonnante (ligne microstrip), un résonateur BAW (Bulk Acoustic Wave) ou SAW (Surface Acoustic Wave), un résonateur à cavité, un résonateur diélectrique, pour les oscillateurs à fréquence fixe, et une sphère YIG pour les oscillateurs accordables. On peut distinguer deux types d'oscillateurs : les oscillateurs à un accès et les oscillateurs à deux accès.

Oscillateurs à un accès. L'architecture de ces oscillateurs s'appuie sur le concept de résistance négative générée par le composant actif. [7],[8],[9] Dans la figure 1.12, qui représente le cas d'un tel oscillateur, on a :

$$(Z_L + Z_{in})I = 0 \quad (1.27)$$

où $Z_L = R_L + jX_L$ est l'impédance de la charge passive et $Z_{in} = R_{in} + jX_{in}$ est l'impédance d'entrée du composant actif. Dans le cas où le courant I est non nul, on a donc nécessairement :

$$R_L + R_{in} = 0 \quad (1.28)$$

$$X_L + X_{in} = 0 \quad (1.29)$$

Ces deux équations constituent le critère de Barkhausen. Comme la charge est passive et

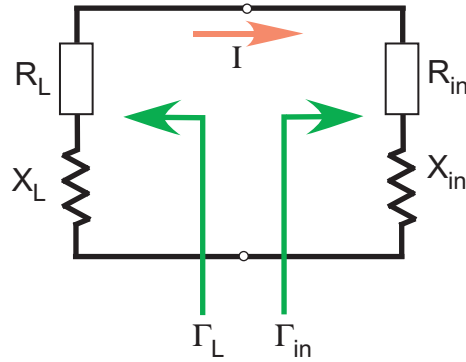


FIG. 1.12 – Principe général des oscillateurs microondes utilisant des composants à résistance négative.

que l'on a donc $R_L > 0$, la relation (1.28) impose $R_{in} < 0$. Cette résistance négative traduit le fait que l'impédance d'entrée du composant actif est non pas dissipative mais peut être vue comme une source d'énergie. Le composant actif réfléchit et amplifie (le module du coefficient de réflexion est supérieur à 1) donc l'onde incidente et un processus de va-et-vient entre la charge, qui dissipe de la puissance, et le composant actif, qui amplifie le signal, se met en place [10]. La relation (1.29) contrôle la fréquence des oscillations. Ce processus est rendu possible par le fait que l'impédance d'entrée du composant actif est dépendante de la fréquence ainsi que de la valeur du courant ($Z_{in}(j\omega, I) = R_{in}(j\omega, I) + jX_{in}(j\omega, I)$). Pour que les oscillations s'amorcent, il faut au préalable que le circuit soit instable à certaines fréquences, c'est-à-dire que $R_L + R_{in}(j\omega, I) < 0$. Alors, le propre bruit du circuit permet le démarrage des oscillations à ces fréquences. Lorsque le courant I augmente, la résistance R_{in} devient nécessairement moins négative jusqu'à ce qu'elle vérifie la relation (1.28) pour une valeur particulière I_0 et une fréquence ω_0 telles que l'on a aussi $X_L(j\omega_0) + X_{in}(j\omega_0, I_0) = 0$. L'oscillateur a alors atteint son point de fonctionnement.

Oscillateurs à deux accès. Ces oscillateurs consistent en la réalisation d'un amplificateur dont une partie de la puissance de sortie est contre-réactionnée positivement vers l'entrée (voir schéma général, figure 1.1). On parle alors d'oscillateurs à deux accès dans la mesure où ils peuvent être modélisés comme des systèmes en boucle ouverte dans lesquels un accès a disparu, la sortie ayant été rebouclée sur l'entrée.

Au final, les deux approches se rejoignent si l'on considère que, dans le cas de l'oscillateur à un accès, la contre-réaction est interne au composant actif. D'où le schéma très général d'un oscillateur donné à la figure 1.1.

La stabilité des oscillateurs peut être accrue par l'utilisation de composants résonnants, placés en série (oscillateurs à un accès) ou en parallèle dans le circuit (dans la boucle de contre-réaction des oscillateurs à deux accès). Les résonateurs sont les composants largement déterminant des performances des oscillateurs notamment en terme d'accordabilité, de stabilité, de bruit.

Résonateurs à ligne microruban ou coaxiale. Un résonateur microruban est un conducteur planaire collé sur un substrat diélectrique (figure 1.13). L'énergie électromagnétique est essentiellement confinée dans la région diélectrique entre le conducteur supé-

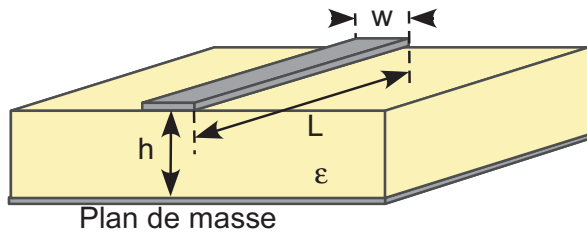


FIG. 1.13 – Ligne microruban.

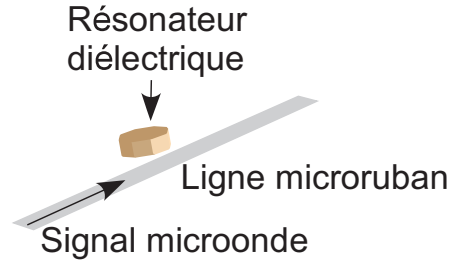


FIG. 1.14 – Résonateur diélectrique.

rieur et le plan de masse inférieur. Les diélectriques utilisés sont généralement l'alumine, le saphir, le verre, le Teflon. Leurs propriétés influencent directement les caractéristiques de la structure résonnante, qui peut avoir des formes diverses : forme rectangulaire, disque, anneau, notamment, sont très répandus. Dans le cas d'un résonateur rectangulaire, que l'on peut voir comme une ligne de transmission en circuit ouvert (ou éventuellement terminée par des court-circuits), les résonances sont telles que, en première approximation, la longueur de la ligne est un multiple de la demi-longueur d'onde guidée. La fréquence de résonance est alors donnée par :

$$f_r = \frac{c}{2\sqrt{\epsilon_{eff}}(L + \Delta L)} \quad (1.30)$$

où c est la célérité de la lumière, L la longueur de la ligne, ΔL est un terme correctif permettant de prendre en compte la capacité due aux lignes de champ situées en dehors de l'espace entre les deux conducteurs (« fringing capacitance ») et ϵ_{eff} est la permittivité électrique effective donnée par :

$$\begin{aligned} \epsilon_{eff} &= \frac{1}{2}(\epsilon_r + 1) + \frac{1}{2}(\epsilon_r - 1) \left(1 + 12\frac{h}{w}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{si } \frac{w}{h} \geq 1 \\ \epsilon_{eff} &= \frac{1}{2}(\epsilon_r + 1) + \frac{1}{2}(\epsilon_r - 1) \left[\left(1 + 12\frac{h}{w}\right)^{-\frac{1}{2}} + 0.04\left(1 - \frac{w}{h}\right)\right] \quad \text{si } \frac{w}{h} \leq 1 \end{aligned} \quad (1.31)$$

La formule (1.30) montre l'importance d'utiliser un diélectrique de forte permittivité pour diminuer les dimensions du circuit. Un résonateur à cavité coaxiale peut, de la même façon, être facilement réalisé en court-circuitant l'une des extrémités d'une ligne coaxiale de longueur $\frac{\lambda_g}{2}$ ou $\frac{\lambda_g}{4}$.

Ces types de résonateurs présentent néanmoins des facteurs de qualité qui ne dépassent guère 1000.

Résonateurs à cavités métalliques. Un résonateur peut également être réalisé à partir d'une section de guide d'onde métallique rectangulaire ou cylindrique, fermée aux deux extrémités. Aux fréquences de résonance, liées aux dimensions de la cavité et à la permittivité du matériau ϵ_r à l'intérieur de la cavité, il s'établit un régime d'ondes stationnaires. Il s'agit naturellement de structures pouvant donner naissance à une multitude de modes dont les fréquences de résonance sont données par :

– pour un guide rectangulaire :

$$f_{m,n,l} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \quad (1.32)$$

où a , b , d désignent la largeur, la hauteur et la longueur du guide et l , m , n sont des entiers correspondant au mode excité (les modes TE et TM ont même fréquence de résonance).

– pour un guide cylindrique :

$$f_{m,n,l} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{p_{nm}}{a}\right)^2 + \left(\frac{l\pi}{d}\right)^2} \quad (1.33)$$

où a désigne cette fois le rayon du guide, d sa longueur, et p_{nm} représente la m^{ieme} racine de $J'_n(p) = 0$ (dérivation de la fonction de Bessel par rapport à son argument), dans le cas TE et de $J_n(p) = 0$ dans le cas TM.

Les cavités métalliques permettent d'obtenir de très bons facteurs de qualité (de l'ordre de 10 000) ; cependant, leur coût et leur encombrement (en particulier lorsque le milieu intérieur est de l'air, ce qui induit une longueur d'onde guidée importante), les rendent moins intéressants que les guides diélectriques.

Résonateurs diélectriques. Les résonateurs diélectriques sont réalisés à partir de matériaux faibles pertes, thermiquement stables, de haute permittivité relative (entre 20 et 100), offrant donc un bon confinement de l'énergie électromagnétique, et peuvent couvrir une gamme de fréquence allant de 1 à 40 GHz. Ils sont généralement fabriqués à partir de céramiques ou de saphir (de facteur de qualité pouvant dépasser 200 000), ce dernier permettant de réaliser des oscillateurs présentant des niveaux de bruit de phase incomparablement bas (-160 dBc/Hz à 10 kHz pour une fréquence d'oscillation de 10 GHz). Ces résonateurs ont généralement une forme cylindrique et peuvent résonner sur plusieurs modes. Le plus utilisé est un mode TE (plus spécifiquement le mode $TE_{01\delta}$). Le couplage au circuit de l'oscillateur est obtenu en le positionnant à proximité d'une ligne microruban (figure 1.14). Leurs petites tailles (grâce aux permittivités élevées), leurs faibles coûts et leurs facteurs de qualité élevés (plusieurs milliers à plusieurs dizaines de milliers) en font des composants de choix dans de nombreux domaines et de redoutables concurrents des guides métalliques. Les oscillateurs à résonateurs diélectriques (DROs : Dielectric Resonator Oscillators) prennent ainsi une importance grandissante.

Résonateurs YIG. [8] [8] Le résonateur YIG (Yttrium Iron Garnet) est un résonateur à ferrite de coefficient de qualité élevé, accordable sur une large bande en faisant varier le champ magnétique de polarisation. Il utilise la résonance ferromagnétique qui se produit lorsqu'un champ magnétique microonde est appliqué perpendiculairement à un champ magnétique statique. En fonction de la composition du matériau, de la taille et du champ appliqué, les fréquences de résonances peuvent aller de 500 MHz à 50 GHz. Le résonateur est constitué d'une sphère YIG, d'un électroaimant, établissant le champ magnétique DC et d'une boucle servant au couplage du signal microonde (figure 1.15).

Utilisation de matériaux piézoélectriques. [8] [11] [12] Parmi les matériaux piézoélectriques, l'un des plus utilisés pour la réalisation d'oscillateurs est le quartz. Il constitue la forme cristalline de la silice (SiO_2). Son caractère piézoélectrique associé à sa grande stabilité en font un très bon candidat pour la réalisation d'oscillateurs. Le principe consiste à stabiliser la fréquence d'oscillation grâce aux modes de vibration mécanique du cristal. La piézoélectricité définit en effet une propriété de certains cristaux qui ont le pouvoir de générer un champ électrique lorsqu'ils sont soumis à une contrainte mécanique et, inversement, peuvent se déformer (s'allonger ou se raccourcir) lorsqu'ils sont soumis à une différence de potentiel. Ainsi, en plaçant le cristal dans une boucle de contre-réaction comportant par ailleurs un amplificateur pour compenser les pertes, on obtient des oscillations

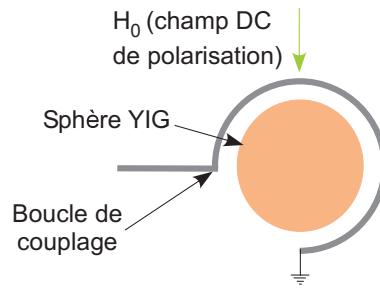


FIG. 1.15 – Résonateur YIG.

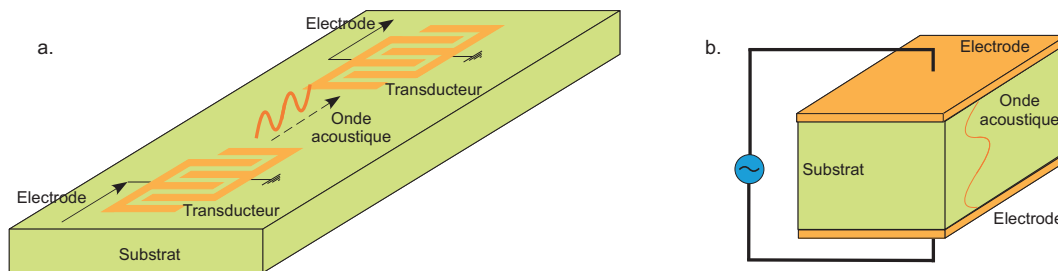


FIG. 1.16 – a. Filtre SAW. b. cavité BAW.

entretenues correspondant aux fréquences de résonance de vibration mécanique du cristal. Ces fréquences sont dépendantes de l'axe et de l'angle selon lesquels le cristal a été coupé et de sa taille. Les oscillateurs utilisant un cristal de quartz constituent des sources très stables mais ils sont limités à quelques centaines de mégahertz. Il est également possible d'obtenir des fréquences plus élevées par multiplication par N de la fréquence mais au prix d'une dégradation du bruit de phase (multiplication du bruit de fréquence par N).

D'autres composants, pour lesquels les matériaux les plus utilisés sont le niobate de lithium, le tantalate de lithium et le quartz peuvent être utilisés : les composants à ondes acoustiques de surface (SAW, Surface Acoustic Waves) et les composants à ondes acoustiques de volume (BAW, Bulk Acoustic Waves). Les composants (filtres) SAW transforment via un transducteur les ondes électromagnétiques entrantes en ondes acoustiques [13][14]. Ces ondes se propagent alors à faible vitesse en surface du milieu piézoélectrique de longueur l fixe constituant le filtre. La transformation inverse (acoustique vers électromagnétique) est effectuée en sortie. Les transducteurs d'entrée et de sortie sont constitués d'électrodes métalliques en forme de peigne aux doigts entrelacés (interdigités) dont l'écartement est de l'ordre de $\frac{l}{4}$ (figure 1.16.a). L'ajout de réflecteurs acoustiques permet d'obtenir des résonateurs à ondes acoustiques de surface. L'un des intérêts majeurs de ce type de filtre réside dans ses dimensions : l'onde acoustique (SAW pour Surface Acoustic Wave), qui évolue à la surface du substrat présente une longueur d'onde de la forme $\frac{v}{f}$, où f est la fréquence du signal et v la vitesse de l'onde de surface ($v \ll c$, vitesse de la lumière). Comme v est de l'ordre de quelques kilomètres par seconde, la valeur de l est faible. Ainsi, une onde de fréquence 100 MHz dans l'air possède une longueur d'onde de 3 mètres dans l'air, qui se réduit, en acoustique à quelques dizaines de microns dans un filtre SAW. Pour cette raison, ces filtres sont devenus un élément clé des systèmes de communication sans fil. Ils couvrent une gamme de fréquence allant de 70 MHz à 2,5 GHz. A des fréquences supérieures, l'in-

tervalle entre les doigts devient trop faible pour la photolithographie et à des fréquences inférieures, les dimensions rendent ce type de filtre moins intéressant, par rapport à d'autres technologies.

Les composants BAW (et FBAR, pour Film Bulk Acoustic Resonator, qui introduisent en plus une interface d'air) ont un principe de fonctionnement un peu similaire aux composants SAW [15][14]. Il s'agit d'une couche de matériau piézoélectrique prise en sandwich entre deux électrodes métalliques (figure 1.16.b). Le signal appliqué crée un champ électrique longitudinal entre les deux électrodes, induisant une vibration acoustique grâce à l'effet piézoélectrique. Il y a alors résonance lorsque l'épaisseur du substrat est égale à un multiple de la demi-longueur d'onde de l'onde acoustique. Les composants à ondes acoustiques de volume se montrent plus performants que leurs homologues à ondes de surface : ils supportent plus de puissance, peuvent fonctionner jusqu'à plusieurs gigahertz (de 500 MHz à 5 GHz environ), sont de dimensions plus faibles et ne sont pas sujets aux contaminations de surface.

1.4.2 Génération optique de signaux hyperfréquences

Outre les techniques reposant sur des composants purement hyperfréquences, différentes architectures permettant la génération optique de signaux microondes ont vu le jour. Ces dernières présentent plusieurs avantages inhérents à la technologie optique : accordabilité sur une large gamme de fréquence, bonne stabilité, faible bruit, facilité de transmission du signal par fibre optique...

1.4.2.1 Détection hétérodyne de deux modes lasers

De façon générale, l'ensemble de ces méthodes consiste à détecter, à l'aide d'un photodétecteur rapide, le battement de deux modes lasers de fréquences différentes.

Deux diodes lasers monomodes [16][17][18]. Cette technique repose sur le mélange hétérodyne de faisceaux laser décalés en fréquence, issus de deux diodes émettant en continu. L'intérêt majeur de cette technique est de permettre à la fois la génération de très hautes fréquences et une accordabilité sur une très grande gamme de fréquence, en changeant la longueur d'onde d'émission d'un ou des deux lasers (par modification du courant et/ou de la température). Cette méthode, dans sa configuration la plus simple, génère un signal microonde ayant une largeur spectrale importante, égale à la somme des largeurs de raie optiques de chaque laser [17]. Pour obtenir un signal de plus faible largeur spectrale, deux techniques existent pour éliminer les fluctuations de phase relatives entre les deux modes, cette-à-dire pour les rendre cohérents : verrouillage par injection optique sur un mode latéral ou boucle à verrouillage de phase. La première méthode consiste à moduler un laser maître à un sous-harmonique de la fréquence microonde désirée afin de générer des raies de modulations dans le spectre optique. Deux de ces raies latérales peuvent alors être sélectivement amplifiées par deux diodes lasers esclaves, qui sont alors verrouillées par le laser maître. En conséquence, les deux lasers esclaves sont cohérents et leur différence de fréquence est égale à un multiple entier de la fréquence de modulation du laser maître. La seconde technique (figure 1.17) consiste à contrôler, via la boucle à verrouillage de phase, la phase d'un des deux lasers par rapport à l'autre. Pour cela, les modes des deux lasers sont simultanément photodétectés. La phase du signal de battement est alors comparée avec celle d'un signal microonde, issu d'un oscillateur externe, au moyen d'un mélangeur. La tension de sortie du mélangeur, qui est proportionnelle à la différence de phase entre le signal de battement et le signal délivré par l'oscillateur externe est alors appliquée au « driver » de l'un des lasers (Laser 2, sur la figure), qui n'est autre qu'un VCO laser (Voltage

Controlled Oscillator laser). Cette tension d'erreur permet ainsi de corriger la fréquence et la phase du laser 2. Enfin, un autre photodétecteur permet alors de recueillir le signal de battement ainsi généré pour utilisation externe à l'oscillateur.

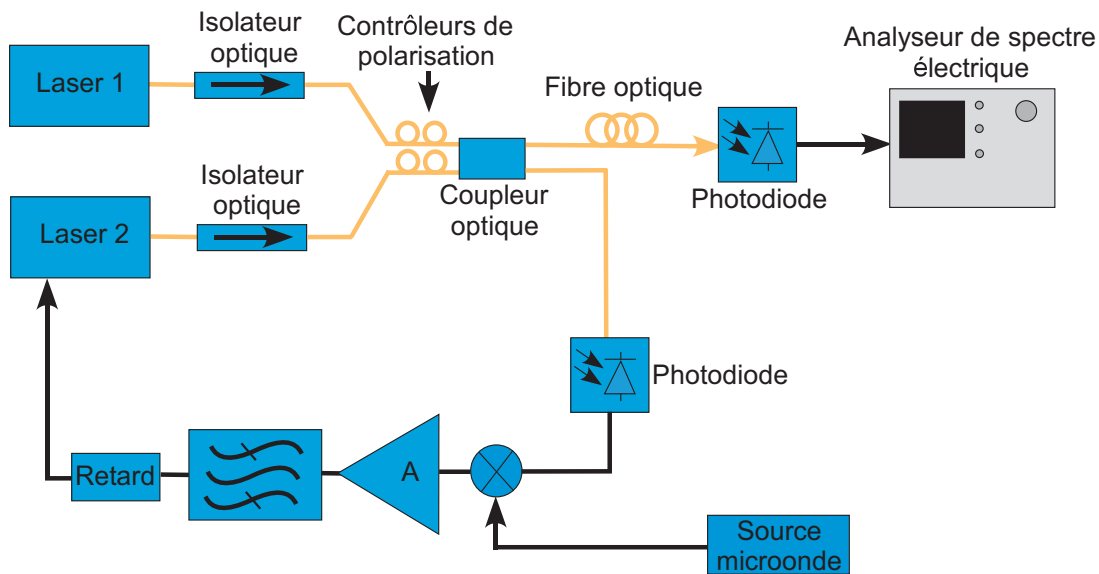


FIG. 1.17 – Oscillateur utilisant le mélange hétérodyne de deux sources laser.

Diode laser bimode [19][20]. Ce type d'oscillateur nécessite une diode laser de type DFB multisection permettant la génération simultanée de deux modes longitudinaux à des fréquences optiques différentes. Ces diodes laser consistent en deux zones actives (séparées ou non par une zone passive) ayant des longueurs d'onde de Bragg différentes, conduisant donc à l'existence de deux modes au sein de la cavité. La variation du courant dans l'une des sections a pour conséquence une variation de la longueur d'onde d'émission du mode correspondant. L'introduction d'une zone passive entre les deux sections actives réduit le recouvrement des modes des deux sections conduisant à une relative indépendance modale et alors à une accordabilité sur une plus grande gamme de fréquence. La figure 1.18 montre le schéma d'un tel montage. Cependant, la largeur spectrale du signal généré est importante, les deux modes étant incohérents. Il est là aussi possible, comme mentionné auparavant, d'utiliser des techniques de verrouillage optique pour réduire la largeur spectrale du signal généré.

Deux diodes laser en configuration maître-esclave [21]. Cette méthode est très similaire à celle relative au verrouillage par injection optique sur un mode latéral précédemment citée. Il s'agit ici de moduler un laser esclave, cette fois, à un sous-harmonique de la fréquence microonde désirée pour générer des raies de modulation dans son spectre optique. Un laser maître verrouille alors l'une de ces raies de modulation, si bien que le spectre de sortie du laser esclave contient son propre mode optique et la raie de modulation amplifiée par le laser maître. Un photodétecteur génère alors le signal de battement, dont la pureté est liée à celle de la source microonde de modulation (figure 1.19).

Le principal intérêt de ces méthodes utilisant la détection hétérodyne de deux modes lasers est la possibilité de générer des signaux de très hautes fréquences (jusque dans le

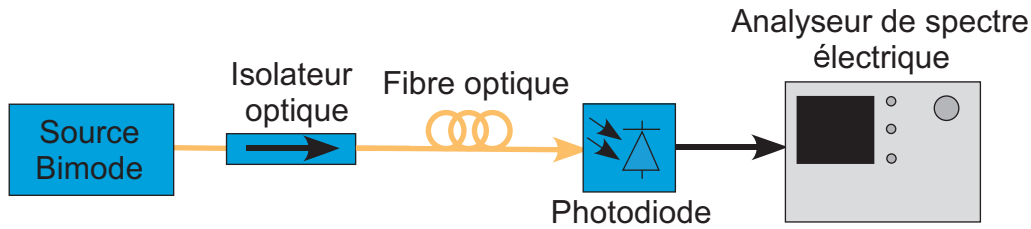


FIG. 1.18 – Oscillateur utilisant un laser bimode.

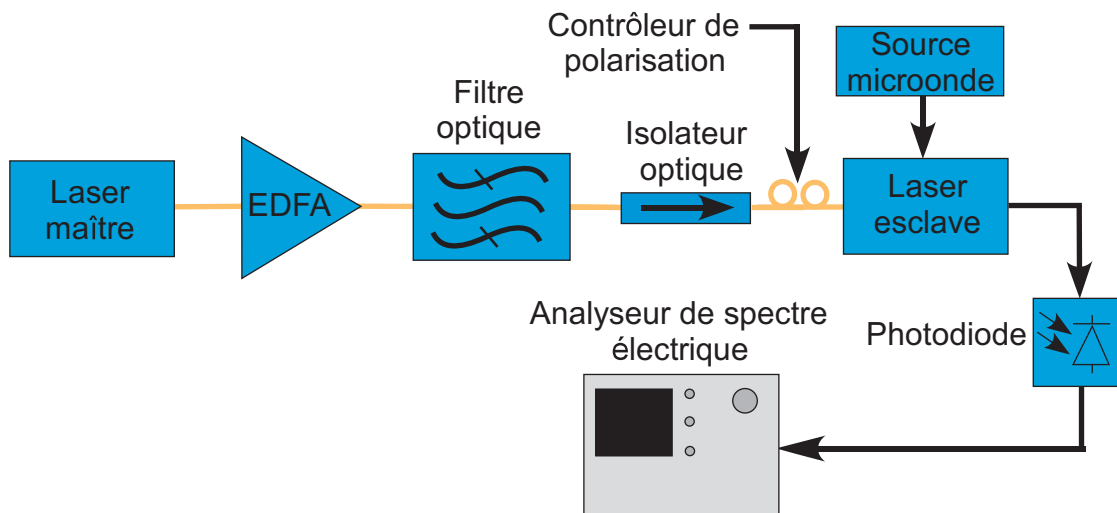


FIG. 1.19 – Oscillateur utilisant deux lasers en configuration maître-esclave.

domaine du terahertz [19]). En revanche, les performances en terme de largeur spectrale, de bruit et de stabilité restent généralement bien en-deçà de celles atteintes par les méthodes décrites ci-dessous.

1.4.2.2 Génération d'harmoniques.

La génération d'harmoniques s'appuie sur l'utilisation de composants dans leur zone de fonctionnement non-linéaire pour générer des harmoniques.

Utilisation de composants électrooptiques. Une configuration simple consiste à moduler un faisceau optique à l'aide d'un modulateur électro-optique avec un signal de référence de forte amplitude afin de générer des harmoniques. Il est également possible d'utiliser la non-linéarité d'un modulateur de phase [22][23]. L'une des configurations les plus stables utilisant ce composant, actuellement étudiée au laboratoire MOSE [24] est représentée à la figure 1.20. Une diode laser émet un faisceau optique en continu dont la polarisation est ajustée, via un contrôleur de polarisation avant de traverser un séparateur de polarisation. L'onde optique est alors injectée dans un modulateur de phase, dont le signal de modula-

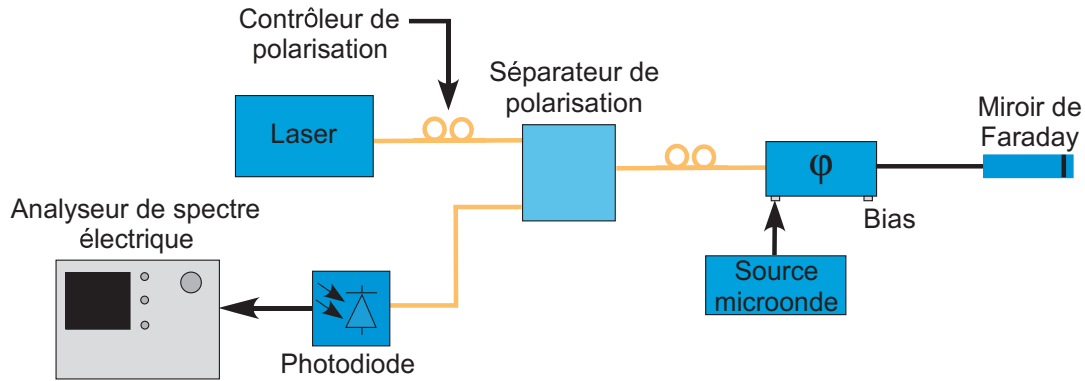


FIG. 1.20 – Oscillateur utilisant la génération d'harmoniques.

tion est fourni par une source microonde de référence, avant d'être réfléchi par un miroir de Faraday, générant ainsi une onde réfléchi orthogonale à l'onde incidente. L'utilisation du miroir de Faraday permet de conserver l'orthogonalité des polarisations et d'améliorer la stabilité du système par l'annulation des effets de perturbations environnementales (température notamment). Le faisceau optique réfléchi passe alors dans le modulateur de phase en sens inverse puis dans le séparateur de polarisation. Le signal de sortie, modulé en amplitude, est ensuite photodéecté. Cette méthode requiert une modulation en phase de l'onde réfléchi, ce qui implique un délai d'aller-retour bien précis, qu'il est possible d'ajuster soit en changeant la longueur de la fibre, soit en modifiant la fréquence. Enfin, il est possible de privilégier l'un ou l'autre des harmoniques du signal microonde photodéecté en modifiant l'amplitude du signal de modulation (on ne peut cependant pas faire disparaître les harmoniques indésirables). La figure 1.21 représente le spectre de sortie du générateur d'harmoniques. Le signal de référence a une fréquence de 900 MHz et le pic du quatrième harmonique (ici privilégié) est à 3,6 GHz. Notons que le bruit de phase d'un signal dont la fréquence est multiplié par N subit généralement, lors de cette multiplication, une dégradation environ égale à, en dB, $20 \log N$. Il est également évident ici que le bruit de phase du signal généré est directement lié à la qualité du signal de référence.

Laser en mode non linéaire [25][26][27]. Cette méthode exploite le fait qu'un laser en mode impulsionnel génère un grand nombre d'harmoniques. Il est alors possible de ne sélectionner, via le filtre optique, que deux fréquences, qui seront ensuite photodéectées, après amplification optique (EDFA) (figure 1.22).

De façon générale, la génération harmonique de fréquence se heurte au problème de la répartition de la puissance sur de nombreux harmoniques, dont la plupart sont inutiles. Les signaux générés sont, par conséquent, en général de faible puissance.

1.4.2.3 Oscillateur optoélectronique bouclé

Cette architecture, initialement évoquée par Neyer et Voges [28], consiste à convertir l'énergie lumineuse fournie par une diode laser émettant en continu en un signal microonde de bonne voire très bonne pureté spectrale (son étude sera effectuée au chapitre 2). Il s'agit d'une architecture bouclée comportant la diode de pompe émettant un faisceau optique modulé en intensité, via un modulateur électro-optique. Le signal modulé est alors injecté dans une fibre optique, puis photodéecté. Le signal microonde ainsi obtenu est alors

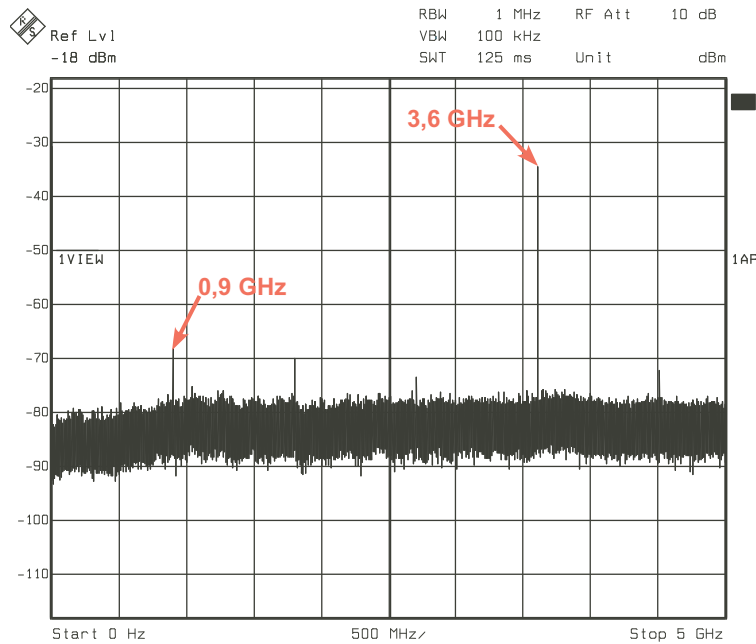


FIG. 1.21 – Spectre du générateur d'harmoniques. Le signal de référence est à 900 MHz. Le générateur est réglé pour obtenir le maximum de puissance à 3,6 GHz.

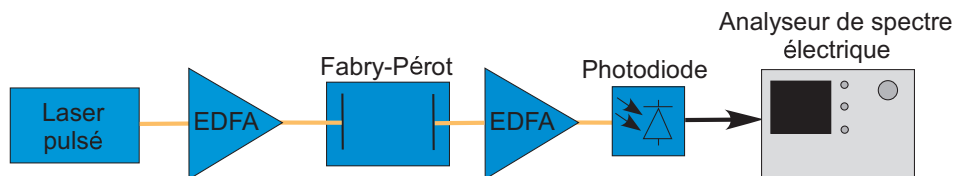


FIG. 1.22 – Oscillateur basé sur un laser en fonctionnement non-linéaire.

filtré, amplifié et rebouclé sur le port de modulation du modulateur (figure 1.23)[29]. La fibre optique joue le rôle de ligne à retard et permet d'obtenir un facteur de qualité des oscillations élevé.

1.4.3 Comparaison des performances des différents types d'oscillateurs.

Le tableau 1.2 recense les performances des différents oscillateurs relevées dans la littérature.

Nous pouvons voir au travers de ce tableau que l'oscillateur opto-microonde présente de bonnes performances, comparables à celles des oscillateurs purement microondes. Il permet ainsi de générer un signal de haute fréquence présentant une bonne pureté spectrale. L'un des atouts de ce type d'oscillateur est par ailleurs de disposer d'une sortie optique permettant de transmettre le signal microonde par voie optique, tirant parti de la faible atténuation des fibres optiques.

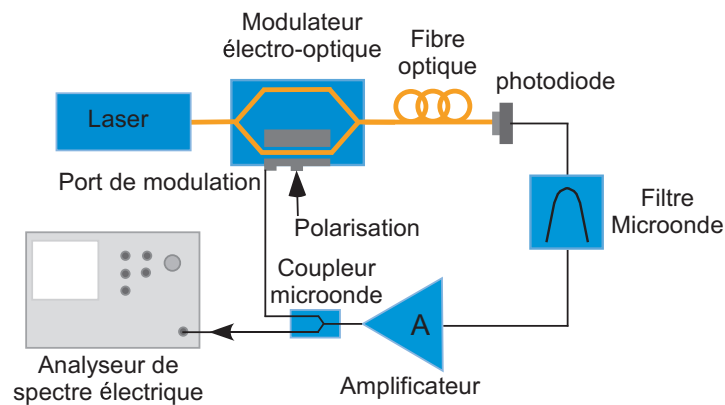


FIG. 1.23 – Oscillateur opto-microonde bouclé.

Oscillateurs Microondes					
Type d'oscillateur	Plage de fréquence d'utilisation	Bruit de phase	Facteur de qualité	Réjection des harmoniques	Stabilité
BAW	de 0,5 à 5 GHz	-112 dBc/Hz @10 kHz à 2 GHz	10^5	-40 dBc	5 à 10 ppm/°C
SAW	de 70 MHz à 2,5 GHz	-130 dBc/Hz @1 kHz à 1 GHz	10^5	-	2 ppm/°C
YIG	de 2 à 50 GHz	-130 dBc/Hz @100 kHz à 10 GHz, -100 dBc/Hz @100 kHz à 40 GHz	>4000 à 10 GHz	-	-
Cavité métallique	bande L-C	-180 dBc/Hz @10 kHz à 10 GHz	10 000	-20 dBc	-
DRO	de 2 à 40 GHz	-160 dBc/Hz @1 kHz à 10 GHz (saphir)	>100 000 (saphir)	-	± 1 ppm/°C
Oscillateurs Opto-Microondes					
Type d'oscillateur	Plage de fréquence d'utilisation	Bruit de phase	Largeur spectrale	Réjection des harmoniques	Stabilité
Deux Lasers indépendants	de 1 GHz à quelques 100 GHz	-	50 kHz	-	-
Configuration maître-esclave	de 1 GHz à quelques 10 GHz	-100 dBc/Hz @100 kHz à 50 GHz	-	-	-
Laser bi-mode	de 1 GHz à quelques 100 GHz	-80 dBc/Hz @10 kHz à 40 GHz	10 Hz	-	-
Génération d'harmoniques	quelques GHz à quelques 10 GHz	dépend de la référence	-	-	-
Oscillateur opto-microonde	de quelques 100 MHz à GHz	-143 dBc/Hz @10 kHz à 10 GHz	<10 Hz	-90 dBc	<10 ppm/°C

TAB. 1.2 – Comparaison des performances des différents oscillateurs.

Chapitre 2

Oscillateur optoélectronique

Dans ce chapitre, nous allons modéliser l'oscillateur optoélectronique simple boucle puis double boucle et en mesurer les performances notamment en terme de pureté spectrale. Nous présenterons dans un premier temps les composants utilisés puis établirons les équations qui régissent les performances de l'oscillateur au travers de la fonction de transfert en boucle ouverte puis fermée. Nous utiliserons ensuite le modèle de Leeson afin d'estimer le bruit de phase de l'oscillateur avant de présenter les résultats obtenus expérimentalement.

2.1 Modélisation de l'oscillateur simple boucle

2.1.1 Eléments constitutifs de l'oscillateur

2.1.1.1 La diode laser

Il s'agit d'une diode laser de type DFB (Distributed Feedback) à $1,55 \mu\text{m}$ permettant d'atteindre une puissance optique d'émission en continu de 50 mW (voir la caractéristique P(I) figure 2.1). Par ailleurs, la valeur du bruit d'intensité relatif (RIN , voir paragraphe 2.2.1) mesuré pour un courant de polarisation de 150 mA (courant de polarisation nécessaire pour le fonctionnement en double boucle, voir paragraphe 2.4) est de $-135 \text{ dB} \cdot \text{Hz}^{-1}$ à 12 GHz. La largeur spectrale mesurée de cette source laser est de 1 MHz.

2.1.1.2 Le Modulateur

Afin de réaliser la modulation de la porteuse optique, nous avons utiliser un modulateur électro-optique UTP de type Mach-Zehnder. Celui-ci présente une bande passante de 18 GHz, une impédance d'entrée de 50 ohms, une tension demi-onde $V_{\pi DC}$ égale à 6,4 volts et des pertes d'insertion d'environ 5 à 6 dB.

2.1.1.3 La fibre optique

La fibre optique utilisée dans l'oscillateur est de la fibre monomode (diamètre de coeur d'environ $9 \mu\text{m}$) SMF 28 Corning. Les pertes de ce type de fibre sont typiquement de l'ordre de $0,2 \text{ dB/km}$.

2.1.1.4 Les photodétecteurs

Deux photodiodes (Lasertron et Ortel) ont été nécessaires pour réaliser l'oscillateur en configuration double-boucle (paragraphe 2.4). Elles présentent une bande passante de 15 GHz, une responsivité de $0,9 \text{ A/W}$ et une impédance de sortie de 50 ohms.

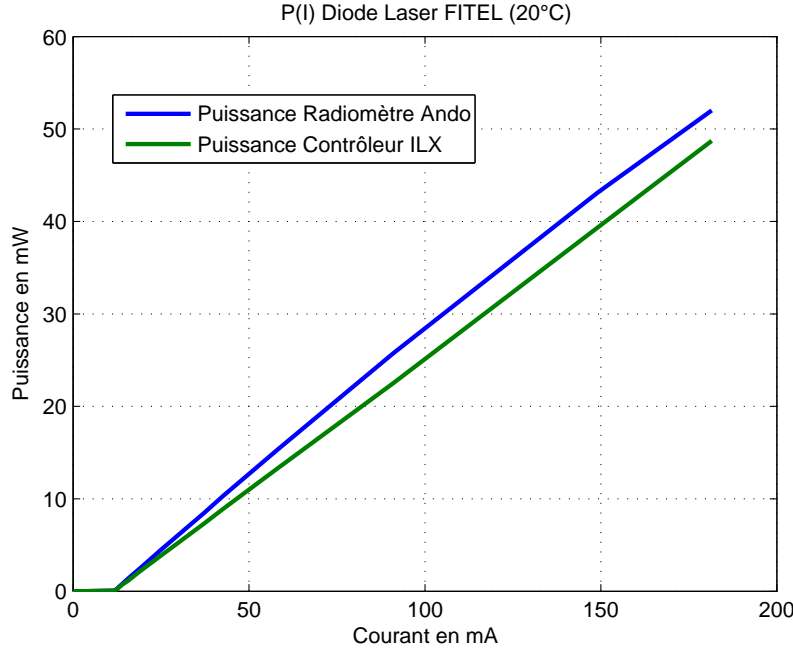


FIG. 2.1 – Caractéristique courant-puissance de la diode laser Fitel (relevée au radiomètre et à l'ILX).

2.1.1.5 Le filtre micro-onde

Le filtrage microonde est réalisé grâce à un filtre passe-bande à cavité de EWT (Eastern Wireless Telecomm, Inc.), de fréquence centrale 12 GHz et de bande passante à -3 dB d'environ 20 MHz. Les pertes d'insertion sont d'environ 2,5 dB. Les paramètres S sont donnés à la figure 2.2. Le facteur de qualité de ce filtre est égal à environ 600.

2.1.1.6 L'amplificateur micro-onde

Afin d'assurer un gain de boucle suffisant dans l'oscillateur, nous avons utilisé un amplificateur microonde SMP présentant une figure de bruit égale à 2 et un point de compression à 1 dB de 23 dBm. Les résistances d'entrée et de sortie sont toutes deux égales à $50\ \Omega$. Le gain maximal de l'amplificateur se trouve à environ 12 GHz (voir figure 2.3) et dépasse 40 dB. Aussi, le filtre précédemment décrit a été fabriqué spécialement pour cette fréquence.

2.1.2 Fonction de transfert en boucle ouverte

L'oscillateur en boucle ouverte est représenté à la figure 2.4. Considérons un signal $V(t)$ appliqué en entrée, c'est-à-dire sur le port de modulation du modulateur électrooptique. Nous allons déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte.

Transmittance optique du modulateur électro-optique

$$H_{mod} = \frac{P_{mod}^{sortie}}{P_{mod}^{entree}} = \alpha \cos^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \frac{\pi V(t)}{V_{\pi RF}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \right] \quad (2.1)$$

$$H_{mod} = \frac{\alpha}{2} \left[1 + M \cdot \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \frac{\pi V(t)}{V_{\pi RF}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \right] \quad (2.2)$$

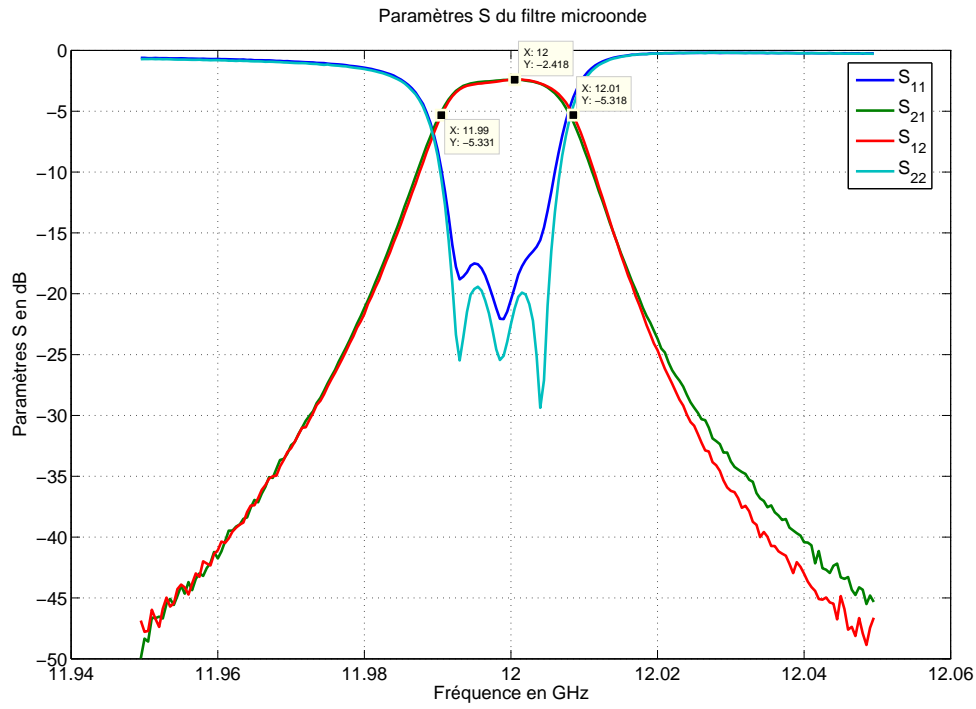


FIG. 2.2 – Paramètres S du filtre microonde.

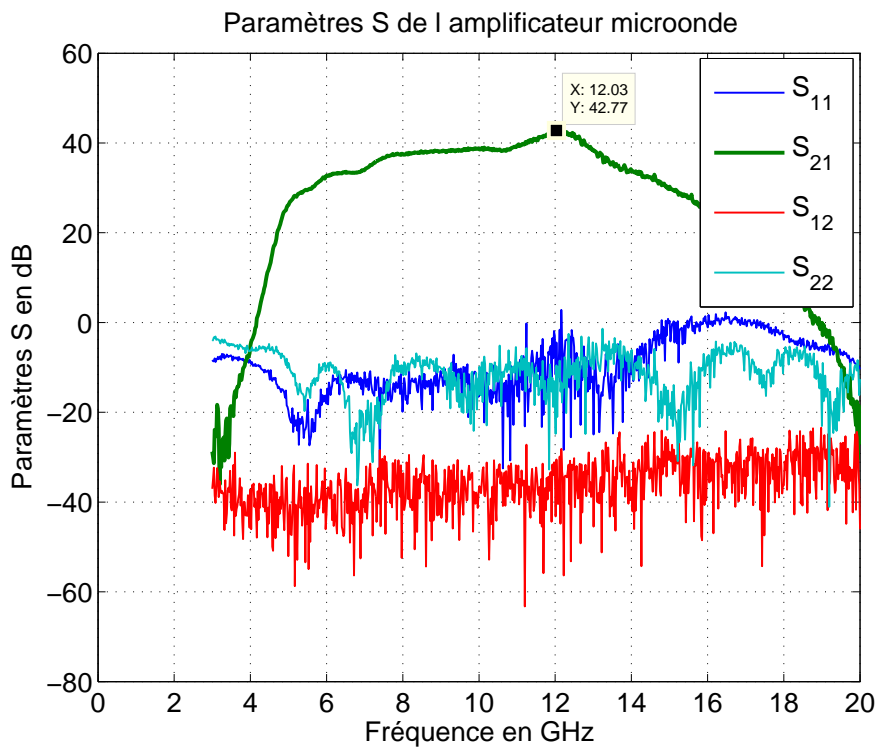


FIG. 2.3 – Paramètres S de l'amplificateur microonde.

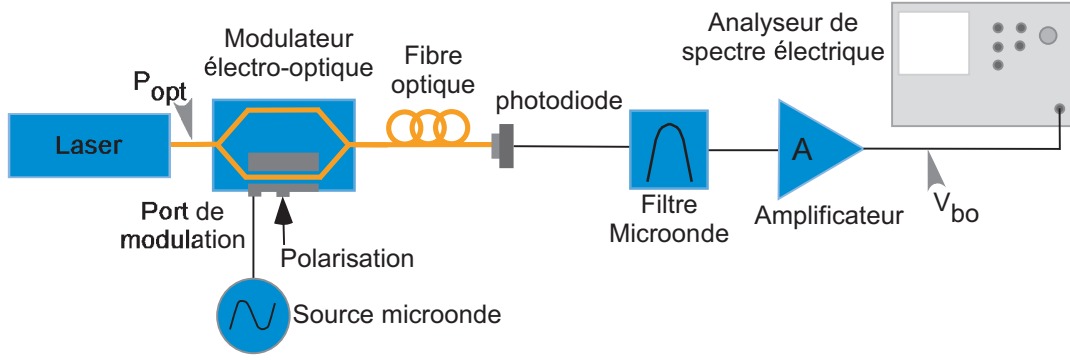


FIG. 2.4 – Schéma de l'oscillateur optoélectronique en boucle ouverte.

où M est l'indice de modulation, que nous prendrons égal à un dans la suite de l'étude, α désigne les pertes d'insertion du modulateur, θ_{RF} permet de prendre en compte le désaccord de vitesse entre les ondes guidées optiques et hyperfréquences, θ_{DC} représente l'autopolarisation éventuelle, $V_{\pi DC}$ et $V_{\pi RF}$ désignent respectivement les tensions demi-onde DC et RF. Le modulateur utilisé comporte en réalité une autopolarisation à $\frac{V_{\pi DC}}{2}$. De ce fait, nous aurons $\theta_{DC} = \frac{\pi}{2}$. Nous adopterons dans la suite les notations suivantes :

- R_{ph} : résistance de charge du photodétecteur
- $\bar{S} = S \cdot \exp(j\phi_s)$: responsivité de la photodiode
- $\bar{F} = F \cdot \exp(j\phi_F)$: transmittance du filtre
- $\bar{G}_A = G_A \cdot \exp(j\phi_A)$: gain en tension de l'amplificateur micro-onde
- $\bar{A} = A \cdot \exp(-j\omega\tau_{FO})$: fonction de transfert de la fibre optique
- $\bar{\alpha}_E = \alpha_E \cdot \exp(j\phi_E)$: pertes électriques

Nous pouvons donc écrire le photocourant et la tension générés en sortie de photodiode :

$$\bar{I}_{ph} = \bar{S} \cdot \bar{A} \cdot \bar{H}_{mod} \cdot P_{opt} = \bar{S} \cdot \bar{A} \cdot \frac{\alpha}{2} \left[1 + M \cdot \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \frac{\pi V(t)}{V_{\pi RF}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \right] P_{opt} \quad (2.3)$$

$$\bar{V}_{ph} = R_{ph} \cdot \bar{S} \cdot \bar{A} \cdot \bar{H}_{mod} \cdot P_{opt} \quad (2.4)$$

La tension en sortie de l'amplificateur micro-onde, juste avant rebouclage sur le modulateur électro-optique est donc donnée par :

$$\begin{aligned} \bar{V}_{bo} &= \bar{G}_A \cdot \bar{\alpha}_E \cdot \bar{F} \cdot R_{ph} \cdot \bar{S} \cdot \bar{A} \cdot \bar{H}_{mod} \cdot P_{opt} \\ &= \bar{G}_A \cdot \bar{\alpha}_E \cdot \bar{F} \cdot R_{ph} \cdot \bar{S} \cdot \bar{A} \cdot \frac{\alpha}{2} \left[1 + M \cdot \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \frac{\pi V(t)}{V_{\pi RF}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \right] P_{opt} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Linéarisation de la fonction de transfert du modulateur. La transmittance du modulateur peut être développée en série de Bessel, faisant ainsi apparaître les différentes composantes fréquentielles du signal.

$$\cos(m \sin \omega t) = J_0(m) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p}(m) \cos(2p\omega t) \quad (2.6)$$

$$\sin(m \sin \omega t) = 2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p-1}(m) \sin[(2p-1)\omega t] \quad (2.7)$$

$$\cos(m \cos \omega t) = J_0(m) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p J_{2p}(m) \cos(2p\omega t) \quad (2.8)$$

$$\sin(m \cos \omega t) = -2 \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p J_{2p-1}(m) \cos[(2p-1)\omega t] \quad (2.9)$$

Soit donc un signal micro-onde en entrée du modulateur :

$$V(t) = V_0 \sin(\omega_e t + \phi_0) \quad (2.10)$$

et posons :

$$\bar{V}_c = \bar{G}_A \cdot \bar{\alpha}_E \cdot \bar{F} \cdot R_{ph} \cdot \bar{S} \cdot \bar{A} \cdot \frac{\alpha P_{mod}^{Pentree}}{2} \quad (2.11)$$

Alors la tension en sortie de l'amplificateur s'écrit :

$$\bar{V}_{bo} = \bar{V}_c \left[1 + M \cdot \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \frac{\pi V_0 \sin(\omega_e t + \phi_0)}{V_{\pi RF}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \right] \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{bo} = & \bar{V}_c + \bar{V}_c \cdot M \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \cos \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \sin(\omega_e t + \phi_0) \right) \\ & - \bar{V}_c \cdot M \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \sin \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \sin(\omega_e t + \phi_0) \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

D'après 2.6 et 2.7, nous pouvons écrire :

$$\cos \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \sin(\omega_e t + \phi_0) \right) = J_0 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p} \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \cos(2p(\omega_e t + \phi_0)) \quad (2.14)$$

$$\sin \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \sin(\omega_e t + \phi_0) \right) = 2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p-1} \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \sin((2p-1)(\omega_e t + \phi_0)) \quad (2.15)$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} \bar{V}_{bo} = & \bar{V}_c \\ & + \bar{V}_c \cdot M \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \left[J_0 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) + 2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p} \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \cos(2p(\omega_e t + \phi_0)) \right] \\ & - \bar{V}_c \cdot M \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \left[2 \sum_{p=1}^{\infty} J_{2p-1} \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \sin((2p-1)(\omega_e t + \phi_0)) \right] \end{aligned} \quad (2.16)$$

Remarque 1 : Le signal de sortie comporte de nombreux harmoniques en raison du caractère non-linéaire du modulateur électro-optique.

Remarque 2 : Si le désaccord de vitesse entre les ondes guidées optique et microonde est négligeable, on a $\theta_{RF} \simeq 0$.

Remarque 3 : Si la condition de la remarque 2 est remplie, on a :

- pour une autopolarisation imposant $\theta_{DC} = \frac{\pi}{2}$ et $V_{DC} = 0(2\pi)$, tous les harmoniques paires sont nuls.
- pour une autopolarisation imposant $\theta_{DC} = \frac{\pi}{2}$ et $V_{DC} = \frac{\pi}{2}(2\pi)$, tous les harmoniques impaires sont nuls.

La formule (2.16) constitue l'expression exacte de la tension disponible en sortie de l'amplificateur micro-onde sans tenir compte du filtrage. Nous allons maintenant procéder à quelques simplifications : seules les composantes fréquentielles du premier harmonique (de fréquence angulaire ω_e) et les composantes continues vont être conservées. Par ailleurs, dans la suite, nous ne tiendrons pas compte de ϕ_0 . Il s'agit de la phase (arbitraire) du signal de modulation qui n'apporte rien au calcul. Soit τ le délai total imposé dans la boucle. La tension en boucle ouverte (en sortie de l'amplificateur micro-onde) est alors donnée par :

$$\begin{aligned}\overline{V_{bo}} &= \overline{V_c} \\ &+ \overline{V_c} \cdot M \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_0 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \\ &- 2\overline{V_c} \cdot M \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \sin \omega_e \tau\end{aligned}\quad (2.17)$$

Après filtrage passe-bande, la composante continue est supprimée et seule est conservée la composante de fréquence angulaire ω_e pour peu qu'elle soit dans la bande passante du filtre et de l'amplificateur micro-onde. Alors :

$$\overline{V_{bo}} = -2\overline{V_c} \cdot M \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \sin \omega_e \tau \quad (2.18)$$

L'expression (2.18) représente la tension réellement présente en sortie de l'amplificateur, donc en fin de boucle. Nous pouvons ainsi définir le gain en boucle ouverte $\overline{G_{bo}}$ tel que $\overline{V_{bo}} = \overline{G_{bo}} \cdot V(\tau)$:

$$\overline{G_{bo}}(V_0) = -2\frac{\overline{V_c}}{V_0} \cdot M \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \quad (2.19)$$

Ce gain n'est pas linéaire en fonction de l'amplitude du signal V_0 . Cependant, nous pouvons effectuer un développement de Taylor de la fonction de Bessel afin d'exprimer le gain petit signal. Lorsque l'indice n de la fonction de Bessel est fixé et que z tend vers 0, on a [30] :

$$J_n(z) = \left(\frac{1}{2} z \right)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{1}{4} z^2 \right)^k}{k! \Gamma(n+k+1)} \quad (2.20)$$

avec, si n est un naturel : $\Gamma(n+1) = n!$. Nous pouvons donc écrire :

$$J_1\left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}}\right) \simeq \frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}} - \frac{\left(\frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}}\right)^3}{2} + \frac{\left(\frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}}\right)^5}{12} \quad (2.21)$$

et au troisième ordre :

$$J_1\left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}}\right) \simeq \frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}} - \frac{\left(\frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}}\right)^3}{2} \quad (2.22)$$

On en déduit le gain petit signal $\overline{G_{ps}}$:

$$\overline{V_{bo}} = -\overline{V_c} \cdot M \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \sin \omega_e \tau \quad (2.23)$$

$$\overline{G_{ps}} = \frac{\partial \overline{V_{bo}}}{\partial V}(V=0) = -\frac{\pi \cdot \overline{V_c} \cdot M}{V_{\pi RF}} \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \quad (2.24)$$

Remarquons que le signe de $\overline{G_{ps}}$ change suivant la polarisation DC du modulateur. Cette expression de $\overline{G_{ps}}$ montre que, une fois les composants choisis, le gain petit signal ne dépend

que de la puissance optique d'entrée du modulateur et de sa polarisation DC. Nous pouvons exprimer le gain en boucle ouverte en fonction de ce gain petit signal :

$$\overline{G_{bo}}(V_0) = 2\overline{G_{ps}} \frac{V_{\pi RF}}{V_0 \pi} J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \quad (2.25)$$

et en utilisant (2.21) :

$$\overline{G_{bo}}(V_0) = \overline{G_{ps}} \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}} \right)^2 + \frac{1}{12} \left(\frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}} \right)^4 \right) \quad (2.26)$$

2.1.3 Fonction de transfert en boucle fermée

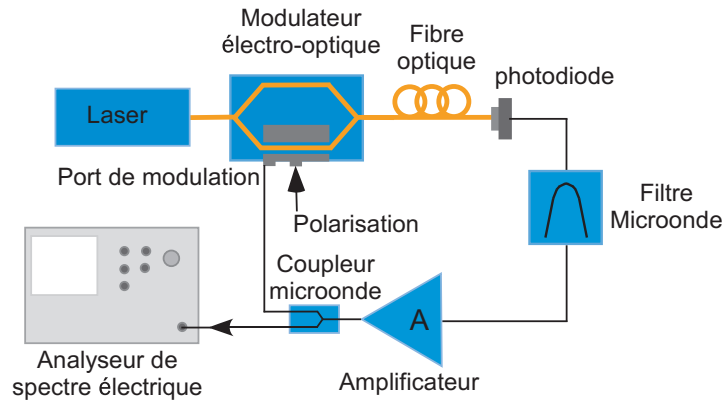


FIG. 2.5 – Schéma de l'oscillateur optoélectronique en boucle fermée.

Le bruit en entrée de l'amplificateur résulte de plusieurs processus de bruit détaillés au paragraphe 2.2. Dans l'analyse qui suit nous considérons ce bruit comme une somme infinie de sinusoïdes de phases et amplitudes aléatoires et nous ramenons toutes les sources de bruit en entrée de l'amplificateur. Dans l'expression (2.27), $\overline{V_{Bruit}}$ représente la somme des bruits générés par les composants à l'instant t à toutes les fréquences, ramenée à l'entrée de l'amplificateur et $\overline{V_B}(\omega, t)$ le bruit généré à l'instant t à la fréquence angulaire ω également ramené à l'entrée de l'amplificateur.

$$\overline{V_{Bruit}}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{V_B}(\omega, t) d\omega \quad (2.27)$$

Nous considérons dans ce qui suit que la sortie de l'amplificateur a été connectée au modulateur, créant un amplificateur bouclé. Soit τ_a le délai imposé par la traversée de l'amplificateur et τ le délai imposé par la boucle totale (donc avec l'amplificateur). Appelons $\overline{V_A}(\omega, t)$ la tension totale en entrée de l'amplificateur à l'instant t et à la fréquence angulaire ω et $\overline{V_{bf}}(\omega, t)$ la tension en boucle fermée en sortie de l'amplificateur, à l'instant t et à la fréquence ω . On a alors $\overline{V_{bf}}(\omega, t) = \overline{G_A} \cdot \overline{V_A}(\omega, t - \tau_a)$. Nous pouvons écrire :

$$\overline{V_A}(\omega, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \overline{G_{bo}}^n(V_0) \cdot \overline{V_B}(\omega, t - n\tau) \quad (2.28)$$

avec $\overline{G_{bo}} = G_{bo} \cdot \exp jn\omega\tau$. Comme la génération du bruit est un processus aléatoire, nous pouvons remplacer $\overline{V_B}(\omega, t - n\tau)$ par $\overline{V_B}(\omega, t)$ dans l'expression (2.28) et $\overline{V_A}(\omega, t - \tau_a)$ par $\overline{V_A}(\omega, t)$. Ainsi, nous avons :

$$\begin{aligned} \overline{V_{bf}}(\omega, t) &= \overline{G_A \cdot V_A}(\omega, t) = \overline{G_A \cdot V_B}(\omega, t) \sum_{n=0}^{\infty} \overline{G_{bo}}^n(V_0) \\ &= \frac{\overline{G_A V_B}(\omega, t)}{1 - G_{bo}(V_0) \cdot \exp j(\omega\tau + \phi_{DC})} \end{aligned} \quad (2.29)$$

où $\phi_{DC} = 0$ si $G_{bo} > 0$ et $\phi_{DC} = \pi$ si $G_{bo} < 0$. Nous pouvons donc exprimer les fonctions de transfert :

– en tension :

$$\frac{\overline{V_{bf}}(\omega, t)}{\overline{V_B}(\omega, t)} = \frac{\overline{G_A}}{1 - G_{bo}(V_0) \cdot \exp j(\omega\tau + \phi_{DC})} \quad (2.30)$$

– en puissance :

$$\left| \frac{\overline{V_{bf}}(\omega, t)}{\overline{V_B}(\omega, t)} \right|^2 = \frac{G_A^2}{1 + G_{bo}^2(V_0) - 2G_{bo}(V_0) \cdot \cos(\omega\tau + \phi_{DC})} \quad (2.31)$$

2.1.3.1 Fréquences d'oscillation

Les expressions (2.30) et (2.31) montrent que le spectre du signal généré par l'oscillateur comporte des pics d'oscillation régulièrement espacés dont les fréquences satisfont à :

$$\omega_{osc}\tau = 2k\pi + \phi_{DC} \quad (2.32)$$

où k est un nombre entier et $\phi_{DC} = \pi$ dans le cas d'une polarisation en quadrature négative ($V_{DC} = 0$ si l'on considère l'aupolarisation à $\theta_{DC} = \frac{\pi}{2}$), et $\phi_{DC} = 0$ dans le cas d'une polarisation en quadrature positive ($V_{DC} = \frac{V_{\pi DC}}{2}$ si l'on considère l'aupolarisation à $\theta_{DC} = \frac{\pi}{2}$). L'écart fréquentiel entre ces pics, appelé intervalle spectral libre (ISL) est donné par (figure 2.6) :

$$ISL = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{comp} + \tau_{fibre}} \quad (2.33)$$

où τ_{comp} est le délai dû aux composants et $\tau_{fibre} = \frac{nL}{c}$ est le délai dû à la fibre (n : indice de la fibre, L : longueur physique de la fibre, c : vitesse de la lumière dans le vide).

Ces raies d'oscillation correspondent aux fréquences autorisant des interférences constructives. Outre cette condition de phase, le gain de boucle doit être suffisant (supérieur à 1) pour que ces oscillations s'auto-entretiennent. Cette condition permet d'obtenir un fonctionnement monomode de l'oscillateur par un filtrage passe-bande approprié, centré sur la fréquence de fonctionnement désirée et suffisamment étroit pour atténuer les modes latéraux (figure 2.1.3.1).

2.1.3.2 Tension d'oscillation

La condition nécessaire à l'obtention d'oscillations auto-entretenuës porte sur le gain de boucle (G_{bo}), fonction de l'amplitude V_0 du signal en entrée du modulateur, que nous désignerons désormais par V_{osc} , puisque, en boucle fermée, c'est le signal d'oscillation circulant dans la boucle qui module la porteuse optique. Ce gain doit être unitaire :

$$G_{bo} = 1 = 2G_{ps} \frac{V_{\pi RF}}{V_0\pi} J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \quad (2.34)$$

Le développement de Taylor (2.26) permet alors d'exprimer la tension d'oscillation satisfaisant cette condition suivant l'ordre du développement :

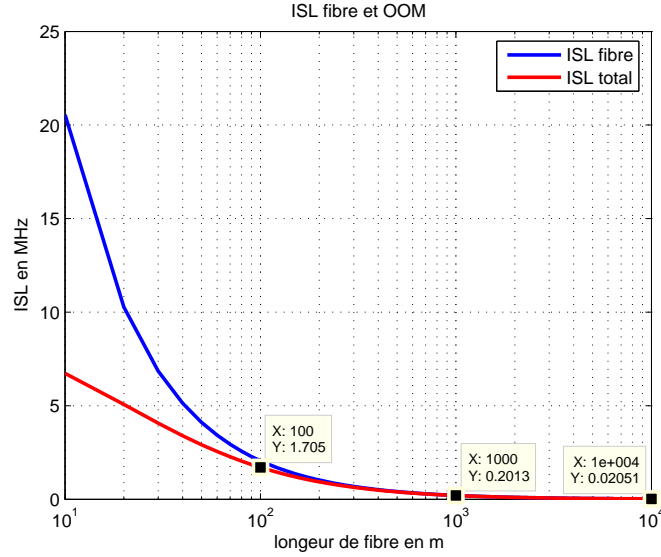


FIG. 2.6 – Intervalle spectral libre en fonction de la longueur de fibre. En rouge : ISL de l'oscillateur. En bleu : ISL dû au seul retard de la fibre. Au-delà de 100 m de fibre, le retard dû aux composants est négligeable.

– ordre 3 (2.22) :

$$V_{osc1} = \frac{2\sqrt{2}V_{\pi RF}}{\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{G_{ps}}} \quad (2.35)$$

– ordre 5 (2.21) :

$$V_{osc2} = \frac{2\sqrt{3}V_{\pi RF}}{\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{4}{G_{ps}} - 1}} \quad (2.36)$$

La figure 2.8 représente les tensions d'oscillation en fonction du gain petit signal pour les deux développements précédents et pour la résolution numérique « exacte » de l'équation (2.34). L'expression de la tension d'oscillation 2.35 suppose que le gain petit signal est supérieur à 1 (sinon la tension n'existe pas). On a donc une condition sur la puissance

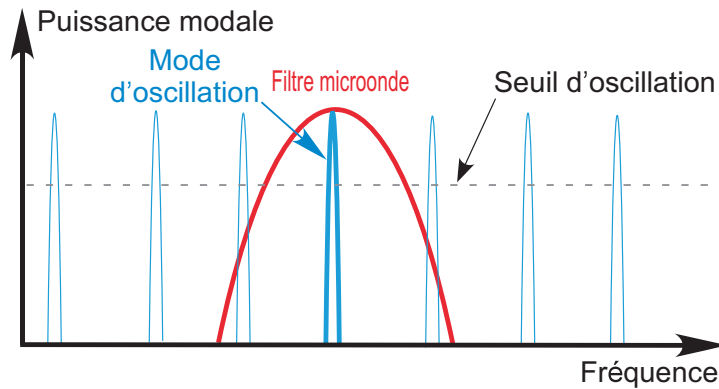


FIG. 2.7 – Modes d'oscillation.

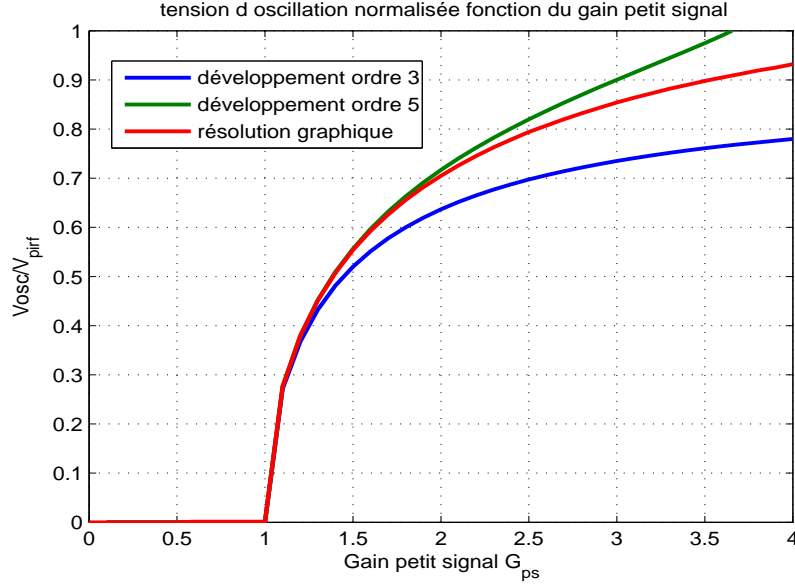


FIG. 2.8 – Tension d'oscillation normalisée par rapport à $V_{\pi RF}$ en fonction du gain petit signal.

optique minimale en entrée du modulateur (dépendante de la polarisation) pour avoir des oscillations ($G_{ps} > 1$) :

$$P_{opt}^{min} = \frac{2V_{\pi RF}}{G_A \alpha_E F R_{ph} S A \alpha \pi M \sin\left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC}\right)} \quad (2.37)$$

2.1.3.3 Puissance d'oscillation

En désignant par R_{ch} la résistance de charge de l'amplificateur, nous pouvons alors exprimer la puissance d'oscillation en sortie de l'amplificateur, juste avant rebouclage sur le modulateur :

– ordre 3 :

$$P_{osc1} = \frac{V_{osc1}^2}{2R_{ch}} = \frac{1}{R_{ch}} \left(\frac{2V_{\pi RF}}{\pi}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{G_{ps}}\right) \quad (2.38)$$

– ordre 5 :

$$P_{osc2} = \frac{V_{osc2}^2}{2R_{ch}} = \frac{6}{R_{ch}} \left(\frac{V_{\pi RF}}{\pi}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{4}{G_{ps}} - 1}\right) \quad (2.39)$$

D'après (2.35) et (2.38), les oscillations ne peuvent exister que si $G_{ps} \geq 1$. Le cas critique correspond à $G_{ps} = 1$. D'après (2.24) et (2.11), nous pouvons écrire G_{ps} de façon explicite :

$$G_{ps} = \frac{\pi \cdot G_A \cdot \alpha_E \cdot F \cdot R_{ph} \cdot S \cdot A \cdot M}{V_{\pi RF}} \frac{\alpha P_{opt}}{2} \sin\left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC}\right) \quad (2.40)$$

où P_{opt} est la puissance optique en entrée du modulateur.

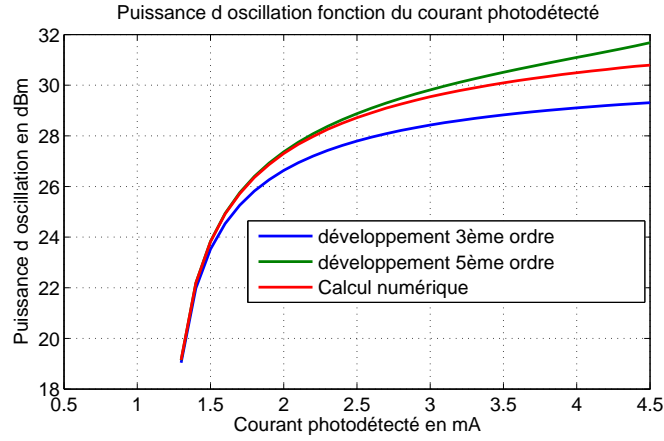


FIG. 2.9 – Puissance d'oscillation en fonction du courant photodétecté.

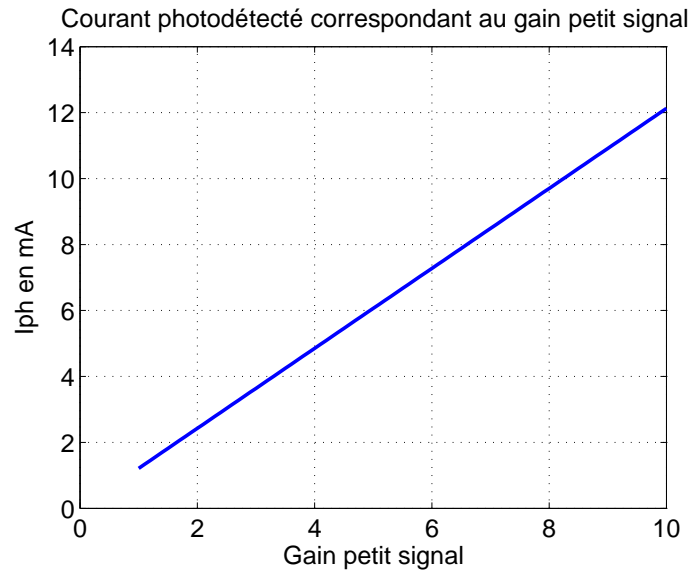


FIG. 2.10 – Correspondance entre courant photodétecté et gain petit signal.

2.1.3.4 Courant photodétecté

Rappelons que le courant photodétecté s'exprime par :

$$\overline{I_{ph}} = \overline{S \cdot \overline{A} \cdot \overline{H_{mod}} \cdot P_{opt}} = \overline{S \cdot \overline{A}} \cdot \frac{\alpha}{2} \left[1 + M \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \frac{\pi V(t)}{V_{\pi RF}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) \right] P_{opt} \quad (2.41)$$

En tenant compte du filtrage au sein de la boucle, on a :

$$\begin{aligned} \overline{I_{ph}} = & I_0 \left[1 + M \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_0 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \right] \\ & - I_0 \left[2M \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \sin(\omega t) \right] \end{aligned} \quad (2.42)$$

Deux modes de fonctionnement de l'oscillateur se présentent (figure 2.11) :

- le gain de boucle est insuffisant pour assurer les oscillations, le second terme est

absent et le courant se réduit à :

$$\overline{I_{ph}} = I_0 \left[1 + M \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_0 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \right] \quad (2.43)$$

– le gain de boucle est suffisant pour assurer les oscillations, le courant est alors donné par l'expression (2.42) et le module du photocourant est alors donné par :

$$|I_{ph}| = I_0 \sqrt{I_{ph1}^2 + I_{ph2}^2} \quad (2.44)$$

$$\text{avec } I_{ph1} = \left[1 + M \cos \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_0 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \right]$$

$$\text{et } I_{ph2} = \left[M \sin \left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC} \right) J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \right]$$

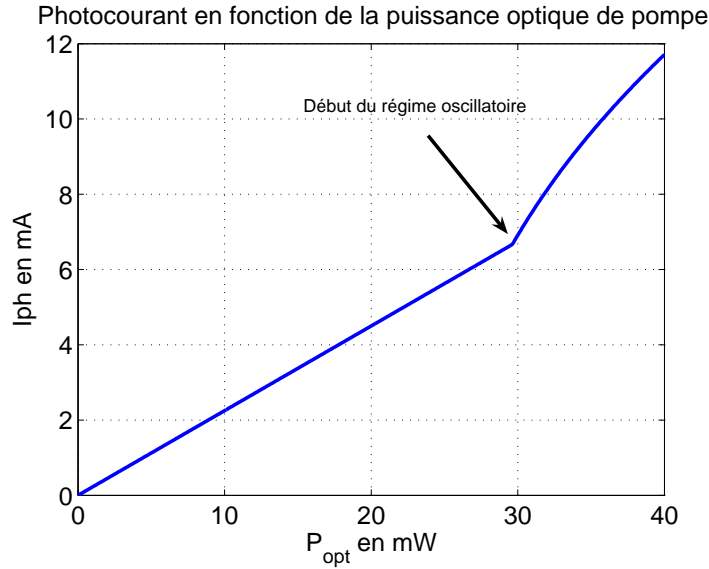


FIG. 2.11 – Evolution du photocourant lorsque la puissance optique augmente. On distingue aisément les deux régimes de fonctionnement, avec et sans oscillations. On remarque également la puissance élevée nécessaire ici pour amorcer les oscillations, imputable aux 6 dB de pertes du modulateur.

2.1.4 Analyse spectrale du signal d'oscillation

Nous allons maintenant nous intéresser aux caractéristiques spectrales du signal d'oscillation : bruit de phase, largeur de raie et facteur de qualité. Dans ce qui suit, la fréquence f représente la fréquence de Fourier telle que $f_{reelle} = \frac{\omega}{2\pi} = f_{osc} + f$, autrement dit, il s'agit de la fréquence d'offset par rapport à la fréquence d'oscillation qui satisfait à la condition 2.32. Considérons donc l'amplitude d'un bruit blanc $V_B(f_{reelle})$ généré à la fréquence f_{reelle} en entrée de l'amplificateur. La puissance de ce signal en entrée de l'amplificateur, $P_B(f_{reelle})$ et sa densité spectrale de puissance $S_B(f_{reelle})$ sont liées par :

$$P_B(f_{reelle}) = \frac{|V_B(f_{reelle})|^2}{2R_e} = S_B(f_{reelle}) \cdot \Delta f \quad (2.45)$$

où Δf est la bande passante du système. D'après la transmittance en puissance (2.31) et l'expression de la puissance de bruit (2.45), nous pouvons exprimer la densité spectrale

de puissance du signal en sortie de l'amplificateur, que nous normalisons par rapport à la puissance d'oscillation :

$$S_{bf}(f_{osc} + f) = \frac{P_{bf}(f_{osc} + f)}{\Delta f \cdot P_{osc}} = \frac{\frac{G_A^2 \cdot S_B(f_{osc} + f)}{P_{osc}}}{1 + |G_{bo}(V_0)|^2 - 2G_{bo}(V_0) \cdot \cos 2\pi(f_{osc} + f)\tau} \quad (2.46)$$

qui peut également s'exprimer par rapport à la fréquence d'oscillation ($\omega_{osc}\tau = 0 \pmod{2\pi}$ d'après (2.32)) :

$$S_{bf}(f) = \frac{P_{bf}(f)}{\Delta f \cdot P_{osc}} = \frac{\frac{G_A^2 \cdot S_B(f)}{P_{osc}}}{1 + |G_{bo}(V_0)|^2 - 2G_{bo}(V_0) \cdot \cos 2\pi f\tau} \quad (2.47)$$

2.1.4.1 Rapport signal à bruit

Nous avons défini auparavant $S_B(f)$ comme la densité spectrale de puissance de bruit ramenée à l'entrée de l'amplificateur. $\frac{P_{osc}}{G_A^2}$ représente la puissance d'oscillation avant passage par l'amplificateur. Le numérateur de l'expression (2.47) représente donc le rapport bruit sur signal en entrée de l'amplificateur (en Hz^{-1}) :

$$RBS = \frac{G_A^2 \cdot S_B(f)}{P_{osc}} \quad (2.48)$$

la normalisation par P_{osc} impose :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_{bf}(f) \cdot df = 1 \quad (2.49)$$

Et en considérant l'hypothèse d'un mode dont la puissance est concentrée dans une bande de largeur spectrale très inférieure à l'intervalle spectral libre, nous pouvons nous contenter d'une intégration sur l'intervalle $[-\frac{1}{2\tau}, \frac{1}{2\tau}]$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} S_{bf}(f) \cdot df = \int_{-\frac{1}{2\tau}}^{+\frac{1}{2\tau}} S_{bf}(f) \cdot df = \int_{-\frac{1}{2\tau}}^{+\frac{1}{2\tau}} \frac{\frac{G_A^2 \cdot S_B(f)}{P_{osc}}}{1 + G_{bo}^2(V_0) - 2G_{bo}(V_0) \cdot \cos 2\pi f\tau} df = 1 \quad (2.50)$$

En considérant $f \ll \frac{1}{\tau}$, nous avons $\cos 2\pi f\tau \simeq 1$ et l'intégrale (2.49) donne ($S_B(f)$ est supposé constant sur l'intervalle d'intégration) :

$$\frac{G_A^2 \cdot S_B(f)}{P_{osc} \cdot \tau} = (1 - G_{bo})^2 \quad (2.51)$$

soit :

$$G_{bo} = 1 - \sqrt{\frac{RBS}{\tau}} \quad (2.52)$$

2.1.4.2 Largeur spectrale

Au voisinage de la fréquence d'oscillation ($f \ll \frac{1}{\tau}$), nous pouvons écrire

$$\cos 2\pi f\tau \simeq 1 - \frac{(2\pi f\tau)^2}{2} \quad (2.53)$$

Cette approximation est utile pour obtenir une expression analytique simple de la largeur spectrale de la raie d'oscillation et du facteur de qualité. En effet, on a alors :

$$S_{bf}(f) \simeq \frac{RBS}{(1 - G_{bo}(V_0))^2 + G_{bo}(V_0) \cdot (2\pi f\tau)^2} \quad (2.54)$$

Alors :

$$S_{bf}(0) = \frac{RBS}{(1 - G_{bo}(V_0))^2} \quad (2.55)$$

La largeur spectrale à mi-hauteur Δf_{FWHM} (Full Width at Half-Maximum) est déduite de (2.54) et (2.55) en écrivant que :

$$S_{bf}\left(\pm \frac{\Delta f_{FWHM}}{2}\right) = \frac{S_{bf}(0)}{2} = \frac{RBS}{2(1 - G_{bo}(V_0))^2} \quad (2.56)$$

Ce qui, en utilisant (2.52), conduit à :

$$\Delta f_{FWHM} \simeq \frac{\sqrt{RBS}}{\pi\tau^{\frac{3}{2}}} \quad (2.57)$$

2.1.4.3 Facteur de qualité

Le facteur de qualité est alors défini par :

$$Q = \frac{f_{osc}}{\Delta f_{FWHM}} = \frac{f_{osc} \cdot \pi\tau^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{RBS}} \quad (2.58)$$

Remarquons, d'après les expressions (2.57) et (2.58), que la qualité des oscillations sera d'autant meilleure que le rapport bruit à signal sera faible (d'où l'importance de diminuer les sources de bruit) et que τ sera grand, ce qui revient, en pratique, à utiliser des fibres optiques de grandes longueurs. En revanche, l'allongement de la fibre a pour conséquence un resserrement fréquentiel des modes (2.33), ce qui rend le filtrage, pour un fonctionnement monomode, plus difficile (un filtre étroit induit des pertes d'insertion et un coût élevés).

2.2 Description des sources de bruit

Le bruit est nécessaire au démarrage des oscillations mais est également responsable de la dégradation de leur qualité. Les sources de bruit sont multiples : diode laser (via le bruit d'intensité), les processus de diffusion Rayleigh dans la fibre optique, le bruit de grenaille dans le photodétecteur, le bruit thermique des éléments résistifs (photodétecteur, amplificateur).

2.2.1 bruit d'intensité de la diode laser (RIN)

La diode laser présente des fluctuations d'intensité, phase et fréquence même lorsque le laser est polarisé par un courant parfaitement constant. Ces fluctuations proviennent essentiellement des interférences optiques entre les photons issus de l'émission stimulée et les photons issus de l'émission spontanée. Chaque photon émis spontanément ajoute au champ cohérent généré par l'émission stimulée une petite composante de champ de phase aléatoire, qui en perturbe l'amplitude et la phase [31][32]. Il en résulte des variations d'intensité (et de phase) du champ émis par la diode que l'on quantifie par le bruit d'intensité relatif (RIN), défini comme le rapport de la valeur quadratique des fluctuations de puissance optique dans une bande de 1 Hz à la fréquence f et le carré de la puissance optique moyenne émise :

$$RIN(f) = \frac{\langle \Delta P(f)^2 \rangle}{P_0^2} \quad (2.59)$$

En général, ce bruit est fonction de la fréquence (bruit coloré) mais compte-tenu de la faible bande de fréquence sur laquelle est mesuré le bruit de phase, la valeur du RIN peut être considérée comme constante (bruit localement blanc).

2.2.2 bruit de grenaille (shot noise)

Ce bruit, généré au niveau du photodétecteur, tire son origine de la nature granulaire du courant électrique et du passage des porteurs à travers la barrière de potentiel. Chaque génération de paire électron-trou crée un pulse de courant électrique. Un flux de photons incidents sur le photodétecteur génère donc un flux de pulses électriques qui, additionnés tous ensemble, constituent le photocourant [33][31]. Le caractère aléatoire du flux de photons incidents est donc transformé en courant d'intensité fluctuante. Ce courant s'écrit :

$$I_{ph}(t) = I_0 + i_{shot}(t) \quad (2.60)$$

où $I_0 = S.P_0$ (S est la responsivité de la photodiode et P_0 la puissance optique incidente moyenne) et i_{shot} représente les fluctuations de courant du bruit de grenaille. La densité spectrale du courant de bruit de grenaille est donnée par $S_{shot} = 2qI_0$, où q désigne la charge de l'électron. Ce bruit est donc blanc. La valeur quadratique moyenne de la composante de fluctuation de courant dans une bande de fréquence Δf est donnée par :

$$\langle i_{shot}^2(t) \rangle = 2qI_0\Delta f \quad (2.61)$$

2.2.3 bruit thermique (ou bruit de Johnson ou de Nyquist)

A une température différente du zéro absolu, les électrons s'agitent de façon aléatoire dans le conducteur, ce qui se manifeste par l'apparition de fluctuations de courant à ses bornes, même en l'absence de différence de potentiel. La résistance de charge R_{ph} de la photodiode ajoute donc des fluctuations de courant $i_{th}(t)$ au courant photogénéré [33][31][34]. La densité spectrale de puissance de bruit est donnée par $S_{th}(f) = k_B.T$, où k_B est la constante de Boltzmann, T la température en Kelvin. Il s'agit donc d'un bruit blanc dont la valeur dépend de la température. Cette résistance de charge bruyante peut être modélisée par un circuit équivalent de Norton comprenant, en parallèle, une résistance idéale non bruyante et une source de courant dont la valeur quadratique moyenne est donnée, pour une bande de fréquence Δf , par :

$$\langle i_{th-ph}^2(t) \rangle = \frac{4.k_B.T.\Delta f}{R_{ph}} \quad (2.62)$$

Outre le photodétecteur, l'amplificateur micro-onde génère lui-même du bruit thermique, pris en compte par sa résistance d'entrée ainsi que son facteur de bruit. Comme précédemment, ce bruit est modélisé par une source équivalente de courant de bruit. La moyenne quadratique des fluctuations de courant de bruit générées par l'amplificateur, dans une bande de fréquence Δf est donnée par :

$$\langle i_{th-amp}^2(t) \rangle = 4.k_B.T.\Delta f \frac{(F_n - 1)}{R_e} \quad (2.63)$$

où R_e est la résistance d'entrée de l'amplificateur et F_n son facteur de bruit. La contribution totale du bruit thermique est donc donnée par :

$$\langle i_{th}^2(t) \rangle = 4.k_B.T.\Delta f \left(\frac{1}{R_{ph}} + \frac{F_n - 1}{R_e} \right) \quad (2.64)$$

2.2.4 Conversion de bruit de phase optique en bruit d'intensité dans la fibre optique

La conversion du bruit de phase optique (fluctuations de fréquence de la porteuse optique) en fluctuations d'intensité a lieu lorsque des réflexions multiples donnent naissance

à des signaux retardés qui interfèrent avec le signal d'origine. Ces réflexions parasites se produisent au sein de la fibre optique et sont de plusieurs natures : la diffusion Raman stimulée, la diffusion Brillouin stimulée, la diffusion Rayleigh réfléchie et la double diffusion Rayleigh.

2.2.4.1 Effets non-linéaires

Lorsque le champ électromagnétique est intense, la réponse de la fibre optique devient non-linéaire et donne naissance à des phénomènes de diffusion non élastiques (une partie de l'énergie du champ électromagnétique est transférée au milieu) : la diffusion Raman et la diffusion Brillouin. Ces deux phénomènes peuvent être décrits comme la diffusion d'un photon incident en un photon de moindre énergie, la différence occasionnant l'apparition d'un phonon (optique dans le cas de la diffusion Raman, acoustique dans le cas de la diffusion Brillouin). Leur contribution n'est notable que pour des puissances optiques injectées dans la fibre relativement élevées.

Diffusion Brillouin stimulée (DBS) : ce type de diffusion, qui a lieu uniquement dans la direction contra-propagative, se produit lorsque le faisceau incident crée une onde acoustique par électrostriction (tendance d'un système à devenir plus dense en présence d'un champ électrique). Celle-ci module alors l'indice de réfraction du milieu et crée ainsi un réseau de Bragg. Le décalage en fréquence occasionné est alors dû à l'effet Doppler associé au déplacement du réseau à la vitesse du son dans le milieu. Ce phénomène ne devient important qu'à partir d'une certaine puissance injectée dans la fibre. La puissance critique P_{cr} , définie comme le point où la moitié de la puissance d'entrée est perdue aux profit de fréquences nouvellement générées, est donnée par la relation [31][32] :

$$P_{cr} \cdot L_{eff} \simeq 21 \left(1 + \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_B} \right) \frac{A_{eff}}{g_B} \quad (2.65)$$

où g_B est le gain DBS ($\simeq 5 \cdot 10^{-11} m/W$ pour les fibres de silice), $A_{eff} = \pi w^2$ est l'aire effective du coeur où w est la taille du spot ($A_{eff} \simeq 70 \mu m^2$), $\Delta\nu_B$ est la largeur spectrale Brillouin (typiquement 10 à 100 MHz), $\Delta\nu$ la largeur spectrale de la diode laser et L_{eff} , la longueur effective d'interaction, est donnée par :

$$L_{eff} = [1 - \exp(-\alpha L)] / \alpha \quad (2.66)$$

où α représente les pertes de la fibre (0,2 dB/km) et L la longueur réelle de la fibre. La figure 2.12 représente l'évolution de la puissance critique en fonction de la longueur de la fibre. Les valeurs obtenues montrent que ce phénomène peut potentiellement constituer une source de bruit supplémentaire. En effet, pour des longueurs de fibre dont la longueur se situe entre 1000 et 10 000 mètres, la puissance critique se rapproche de la puissance injectée par la source laser dans la fibre. Notons cependant que ce phénomène induit une diffusion dans le sens contra-propagatif et que la détection des photons ainsi diffusés nécessite une réflexion à l'entrée de la fibre puis la traversée de toute la longueur de la fibre, ou une seconde diffusion, ce qui peut atténuer fortement ce bruit.

Diffusion Raman stimulée (DRS) : ce type de diffusion se produit lorsque des photons du faisceau incident cèdent une partie de leur énergie sous forme de phonons optiques et créent ainsi des photons de moindre énergie. L'énergie absorbée amène alors les molécules de silice dans un état excité. Tout comme la diffusion Brillouin, ce phénomène ne devient important qu'à partir d'une certaine puissance injectée dans la fibre et la puissance critique

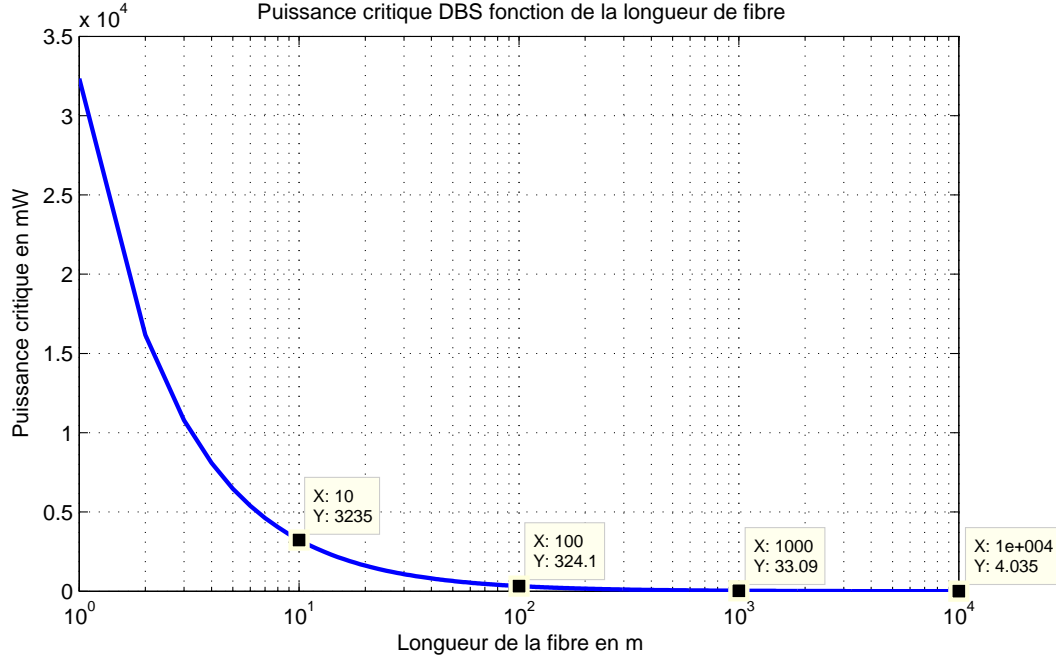


FIG. 2.12 – Puissance critique fonction de la longueur de la fibre pour la diffusion Brillouin stimulée.

P_{cr} (dont la définition est la même que dans le cas de la DBS) est donnée par la relation [31][32] :

$$P_{cr} \cdot L_{eff} \simeq 16 \cdot \frac{A_{eff}}{g_R} \quad (2.67)$$

où g_R est le gain DRS ($\simeq 6,5 \cdot 10^{-14} m/W$ à $1,55 \mu m$), $A_{eff} = \pi w^2$ est, comme précédemment l'aire effective du coeur où w est la taille du spot ($A_{eff} \simeq 70 \mu m^2$) et L_{eff} , la longueur effective d'interaction, est donnée par la relation 2.66. La figure 2.13 représente l'évolution de la puissance critique en fonction de la longueur de la fibre. Ce phénomène est tout à fait négligeable, compte-tenu des puissances mises en jeu dans notre cas (quelques dizaines de milliwatts, tout au plus, alors que les puissances critiques pour les longueurs de fibres utilisées sont au moins de l'ordre du watt). Il apparaît donc que la diffusion Raman stimulée peut être négligée dans le modèle sans risque d'imprécision notable.

2.2.4.2 Diffusion Rayleigh

La diffusion Rayleigh est l'un des mécanismes qui contribuent fortement, non seulement à l'atténuation de la puissance optique au cours de sa propagation dans la fibre, mais également au processus de bruit de l'oscillateur. Ce type de diffusion doit son origine à de microscopiques fluctuations de densité de la silice, formées lors de la fabrication de celle-ci, elles-mêmes responsables de fluctuations de l'indice de réfraction à une échelle inférieure à celle de la longueur d'onde. Le bruit engendré par ce phénomène peut être décomposé de la façon suivante :

- la double diffusion Rayleigh (DDR), qui se caractérise par une première diffusion d'une petite partie de la puissance optique incidente dans la direction contrapropagative, puis une seconde diffusion dans la direction co-propagative. Les photons ainsi diffusés, aléatoirement déphasés, s'ajoutent alors au faisceau cohérent et génèrent des fluctuations de son intensité. Ce processus de bruit, bien que son origine

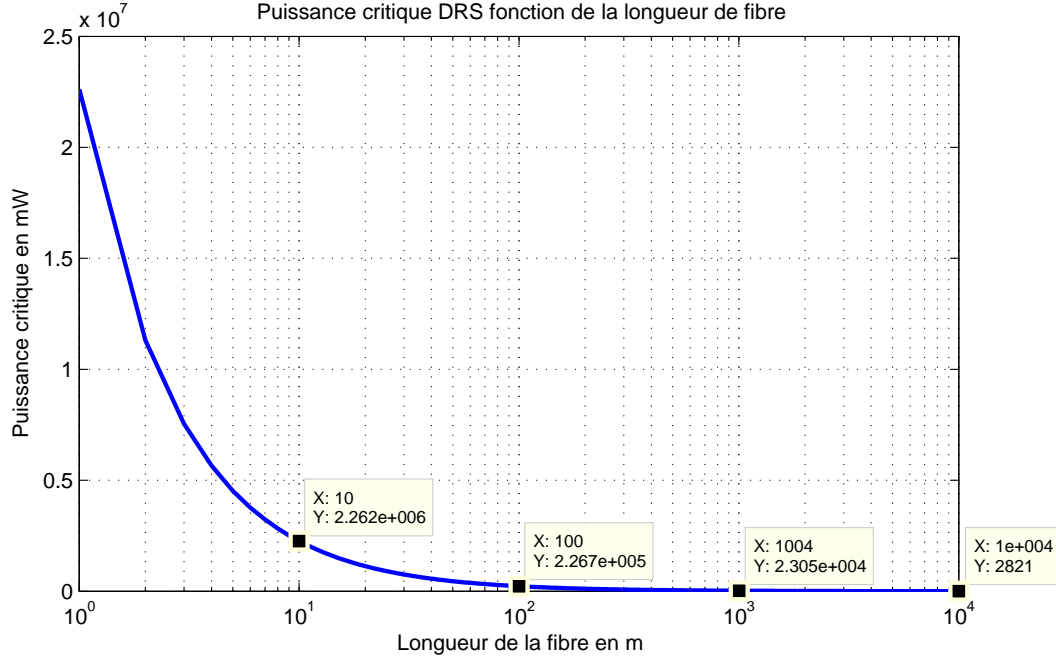


FIG. 2.13 – Puissance critique fonction de la longueur de la fibre pour la diffusion Raman stimulée.

soit différente, produit les mêmes effets que le bruit d'intensité relatif de la diode laser (paragraphe 2.2.1) et c'est pourquoi, nous le modéliserons comme tel dans la suite. Ce RIN associé à la double diffusion Rayleigh a pour expression [35],[36],[32] :

$$RIN_{DDR}(f) = \frac{4S_{diff}^2 \alpha_s L_{effDDR}}{\pi \Delta\nu} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (2.68)$$

où, pour une fibre monomode de diamètre $9 \mu\text{m}$ et à 1550 nm , $S_{diff} = 1.10^{-3}$ est la fraction de lumière diffusée dans toutes les directions capturée dans le coeur de la fibre et redirigée vers le photodétecteur, $\alpha_s = 3, 2.10^{-2} \text{ km}^{-1}$ est le coefficient de diffusion (Rayleigh)[37], $L_{effDDR} = L - \frac{1-e^{-2\alpha L}}{2\alpha}$ enfin, $\Delta\nu$ est la largeur spectrale de la source et f la fréquence de Fourier.

- la diffusion Rayleigh réfléchie (DRR), trouve son origine dans un processus similaire au précédent, à ceci près que la seconde diffusion est remplacée par une réflexion à l'entrée de la fibre. Ce bruit est également pris en compte sous la forme d'un bruit d'intensité relatif [35],[36],[32] :

$$RIN_{DRR}(f) = \frac{4.R_p.S_{diff}.\alpha_s.L_{effDRR}}{\pi \Delta\nu} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (2.69)$$

où R_p est le coefficient de réflexion sur le connecteur en entrée de la fibre et $L_{effDRR} = \frac{1-e^{-2\alpha L}}{2\alpha}$. La figure 2.14 illustre l'importance relative des deux processus de diffusion Rayleigh. En égalisant les expressions (2.68) et (2.69), nous pouvons déterminer la longueur de fibre critique pour laquelle $RIN_{ddr} = RIN_{drr}$ et donc le bruit prépondérant des deux processus de diffusion Rayleigh en fonction du coefficient de réflexion en entrée de la fibre R_p et de la longueur de celle-ci (figure 2.15)

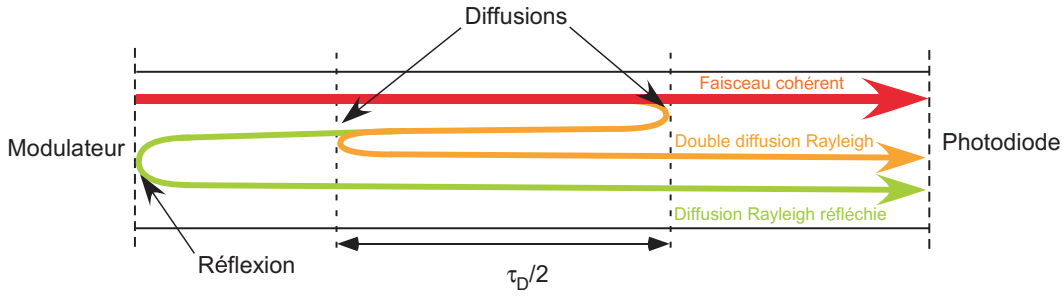


FIG. 2.14 – Illustration de la diffusion Rayleigh réfléchie et de la double diffusion Rayleigh dans la fibre optique.

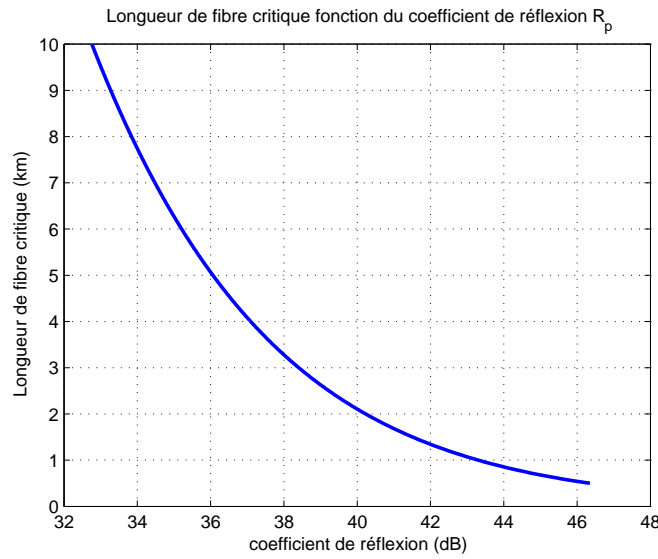


FIG. 2.15 – Longueur de fibre critique ($RIN_{DDR} = RIN_{DRR}$) en fonction du coefficient de réflexion R_p en entrée de la fibre. Au dessus de la courbe, la double diffusion Rayleigh est prédominante, en-dessous, c'est la diffusion Rayleigh réfléchie qui prédomine.

2.3 Application du modèle de Leeson

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, l'oscillateur peut être vu comme un amplificateur contre-réactionné par un élément sélectif en fréquence, la ligne à retard, essentiellement constituée par la fibre optique (figure 2.16).

En utilisant la relation établie au chapitre 1 :

$$S_{\varphi}(f) = \left(1 + \frac{1}{f^2} \left(\frac{f_{osc}}{2Q_L} \right)^2 \right) S_{\phi}(f) \quad (2.70)$$

nous allons déterminer le bruit de phase en sortie de l'oscillateur, après l'amplificateur microonde. Nous devons donc calculer la densité spectrale de bruit de phase $S_{\phi}(f)$ en entrée de l'amplificateur. Pour cela, nous faisons l'hypothèse que les différents bruits sont non corrélés et que, par conséquent, le bruit total est la somme des contributions en bruit des différents éléments. La figure 2.17 représente le schéma équivalent de Norton comportant les sources de courant associées aux sources de bruit ainsi que les résistances de sortie de

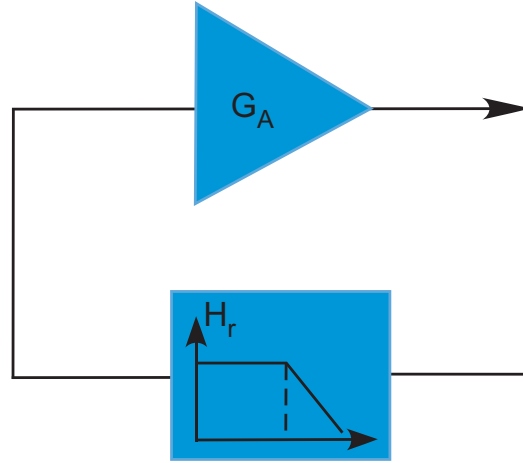


FIG. 2.16 – Modèle utilisé pour décrire l'oscillateur.

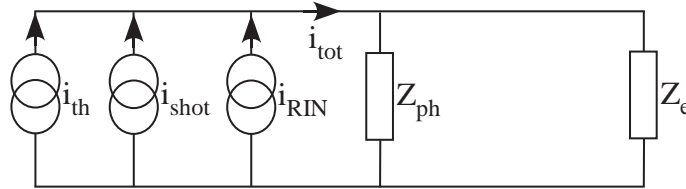


FIG. 2.17 – Schéma électrique de Norton représentatif des sources de bruit.

la photodiode et d'entrée de l'amplificateur. D'après cette figure, nous pouvons écrire le courant rms de bruit total i_{tot} traversant l'impédance Z_e (impédance d'entrée de l'amplificateur) :

$$i_{tot} = \frac{Z_{ph}}{Z_{ph} + Z_e} \cdot \sqrt{i_{shot}^2 + i_{th}^2 + i_{RIN}^2} \quad (2.71)$$

La puissance de bruit en entrée de l'amplificateur est donnée par :

$$P_B = Z_e \cdot \langle i_{tot}^2 \rangle = Z_e \cdot \left(\frac{Z_{ph}}{Z_{ph} + Z_e} \right)^2 \cdot (\langle i_{shot}^2 \rangle + \langle i_{th}^2 \rangle + \langle i_{RIN}^2 \rangle) \quad (2.72)$$

Soit d'après (2.59), (2.61), (2.64), (2.68), (2.69) :

$$\begin{aligned} P_B &= Z_e \cdot \langle i_{tot}^2 \rangle \\ &= Z_e \cdot \left(\frac{Z_{ph}}{Z_{ph} + Z_e} \right)^2 \cdot (2 \cdot q \cdot I_{ph} \cdot \Delta f + 4 \cdot k_B \cdot T \cdot \Delta f \left(\frac{1}{R_{ph}} + \frac{F_n - 1}{R_e} \right) \\ &\quad + (RIN + RIN_{ddr} + RIN_{drr}) \Delta f \cdot I_{ph}^2) \end{aligned} \quad (2.73)$$

où I_{ph} désigne le courant moyen photodéecté. La densité spectrale de bruit en entrée de l'amplificateur s'exprime donc par :

$$\begin{aligned} S_B(f) &= Z_e \cdot \left(\frac{Z_{ph}}{Z_{ph} + Z_e} \right)^2 \cdot [2 \cdot q \cdot I_{ph} + 4 \cdot k_B \cdot T \left(\frac{1}{R_{ph}} + \frac{F_n - 1}{R_e} \right) \\ &\quad + (RIN + RIN_{ddr} + RIN_{drr}) I_{ph}^2] \end{aligned} \quad (2.74)$$

Nous pouvons donc déterminer la densité spectrale de bruit de phase en entrée de l'amplificateur :

$$S_{\phi}(f) = \frac{G_A^2 \cdot S_B(f)}{P_{osc}} \quad (2.75)$$

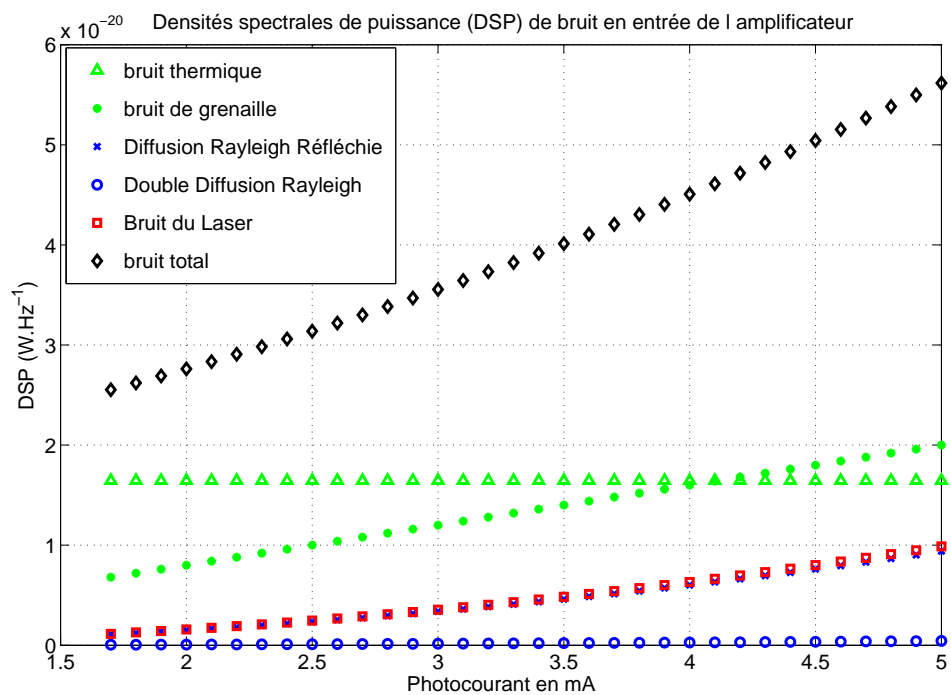
Cette quantité représente le rapport bruit sur signal RBS, précédemment défini. Il reste néanmoins à prendre en compte le bruit Flicker de l'amplificateur. Ce bruit, également appelé bruit de scintillement ou bruit en $1/f$, est lié aux pièges créés dans le matériau constituant le transistor par des impuretés et des défauts du réseau cristallin. Ces pièges peuvent capter et libérer les porteurs d'une manière aléatoire. Comme les constantes de temps associées à ce processus sont élevées, la densité spectrale de bruit qui en résulte est distribuée principalement vers les basses fréquences [34]. Nous introduisons donc, dans l'expression (2.70), une fréquence de coupure f_{fl} , permettant la prise en compte de ce bruit :

$$S_{\phi}(f) = \left(1 + \frac{1}{f^2} \left(\frac{f_{osc}}{2Q_L}\right)^2\right) \frac{G_A^2 \cdot S_B(f)}{P_{osc}} \left(1 + \frac{f_{fl}}{f}\right) \quad (2.76)$$

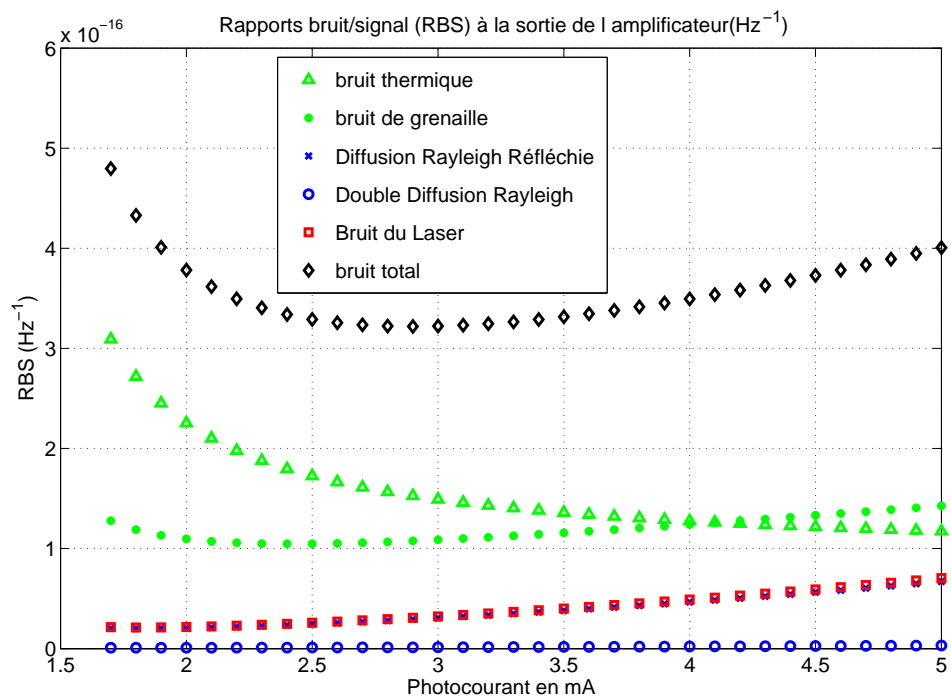
Les figures 2.18, 2.19 et 2.20 représentent les densités spectrales de puissance associées à chaque source de bruit et les rapports signal à bruit correspondants. Notons qu'une valeur de RIN (pour le laser) de -165 dB/Hz a été considérée ici pour un fonctionnement à 1 GHz en simple boucle. Il apparaît que pour une fibre courte de 100 m , les bruits prépondérants sont le bruit thermique et le bruit de grenaille. Lorsque celle-ci s'allonge, les bruits de diffusion Rayleigh augmentent fortement et surpassent les autres sources de bruit. Lorsque la longueur augmente, c'est d'abord le bruit de diffusion Rayleigh réfléchi qui domine mais ensuite, pour des longueurs plus importantes (à partir de 2000 m , conformément à la figure 2.15, pour un coefficient de réflexion de 40 dB), la double diffusion Rayleigh prédomine (figure 2.20). La fibre optique constitue donc dans ce cas la source de bruit majeure (la valeur du bruit d'intensité relatif a été pris égal à -165 dB/Hz). Les figures 2.21 et 2.22 représentent la largeur spectrale et le facteur de qualité de la raie d'oscillation pour une longueur de fibre de 1000 m , calculés à partir des relations 2.57 et 3.50.

Enfin, la figure 2.23 donne une estimation numérique du bruit de phase d'un oscillateur simple boucle à 1 GHz . On remarque que l'allongement de la fibre optique permet de diminuer significativement le bruit de phase de l'oscillateur. Cependant, comme l'a montré la figure ??, cela a également pour conséquence de réduire l'intervalle spectral libre. Le problème est alors de trouver un filtre microonde suffisamment étroit pour ne sélectionner qu'un seul mode, ce qui devient difficile à haute fréquence, comme à la figure 2.24, qui représente le spectre d'un oscillateur à 12 GHz .

Conclusion : l'oscillateur simple boucle permet d'obtenir des performances intéressantes en terme de pureté spectrale. Cependant, comme nous l'avons mentionné auparavant, la montée en fréquence se heurte au problème du filtrage micro-onde (figure 2.24). En effet, pour maintenir un niveau de bruit de phase bas, l'utilisation de fibres optiques de grandes longueurs est nécessaire, ce qui induit un intervalle spectral libre faible. Or, à partir de quelques gigahertz, il devient difficile, sous peine de pertes d'insertion importantes et de coût élevé, de trouver des filtres présentant des facteurs de qualité suffisamment élevés pour ne conserver qu'un seul mode. La solution pour contourner ce problème est l'utilisation d'une architecture double boucle, combinant le faible bruit de phase apporté par une boucle longue à l'intervalle spectral libre important apporté par une boucle courte.

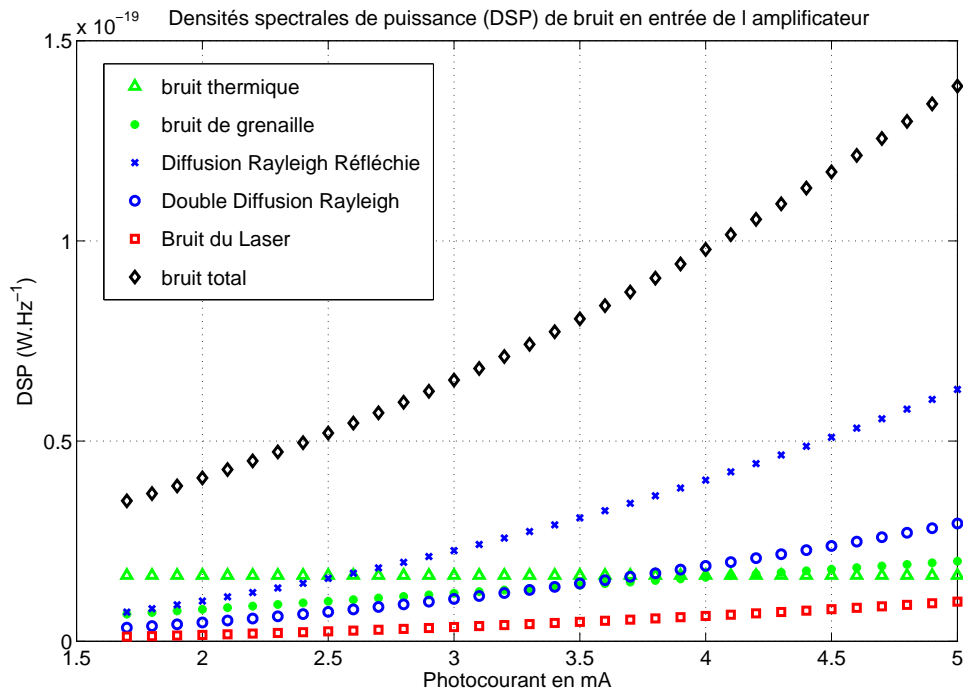


(a) Densités spectrales de puissance de bruit

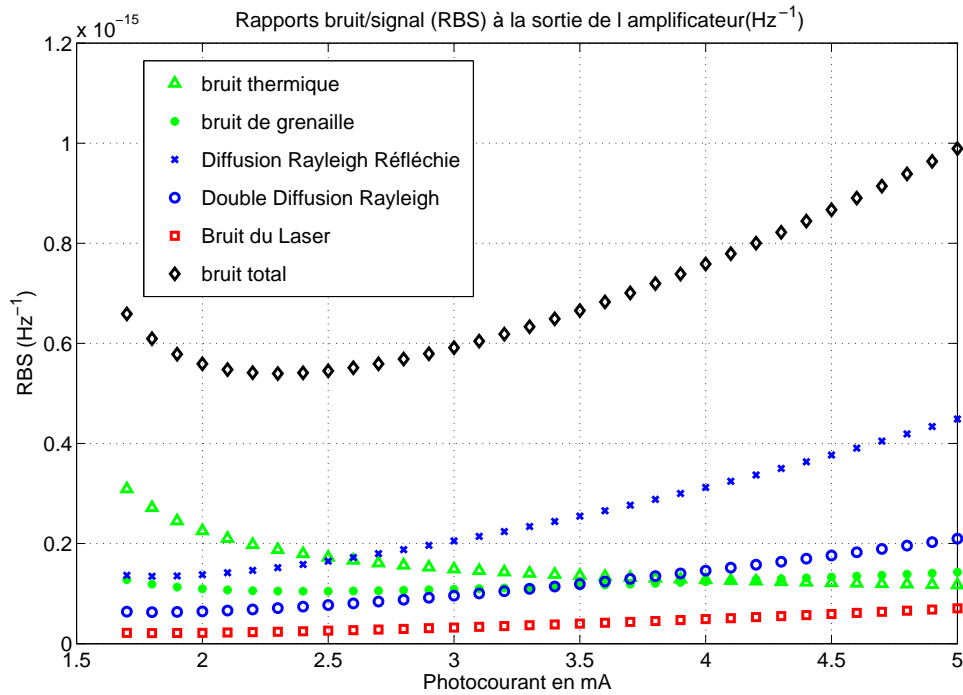


(b) Rapports signal à bruit

FIG. 2.18 – Densités spectrales de puissance et rapports signal à bruit des différentes contributions en bruit à l'entrée de l'amplificateur pour une longueur de fibre de 100 m.

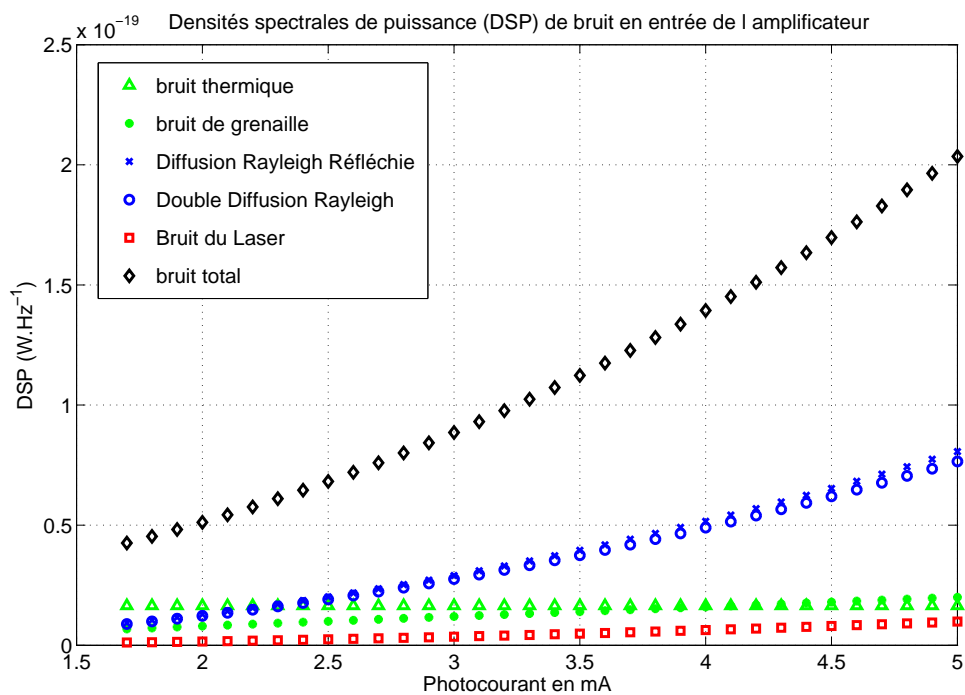


(a) Densités spectrales de puissance de bruit

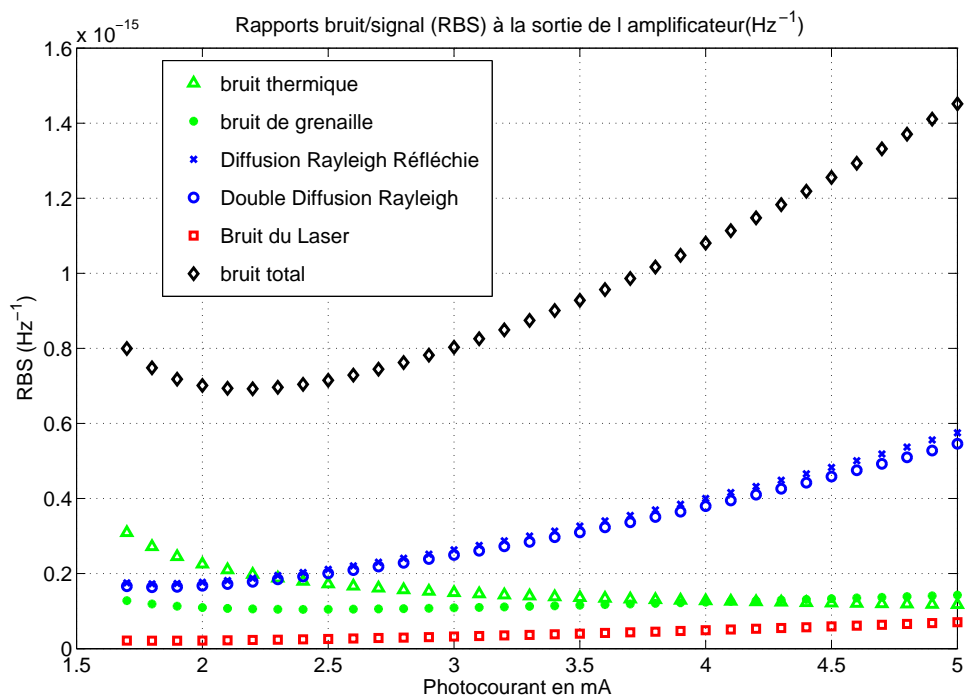


(b) Rapports signal à bruit

FIG. 2.19 – Densités spectrales de puissance et rapports signal à bruit des différentes contributions en bruit à l'entrée de l'amplificateur pour une longueur de fibre de 1000 m.



(a) Densités spectrales de puissance de bruit



(b) Rapports signal à bruit

FIG. 2.20 – Densités spectrales de puissance et rapports signal à bruit des différentes contributions en bruit à l'entrée de l'amplificateur pour une longueur de fibre de 2000 m.

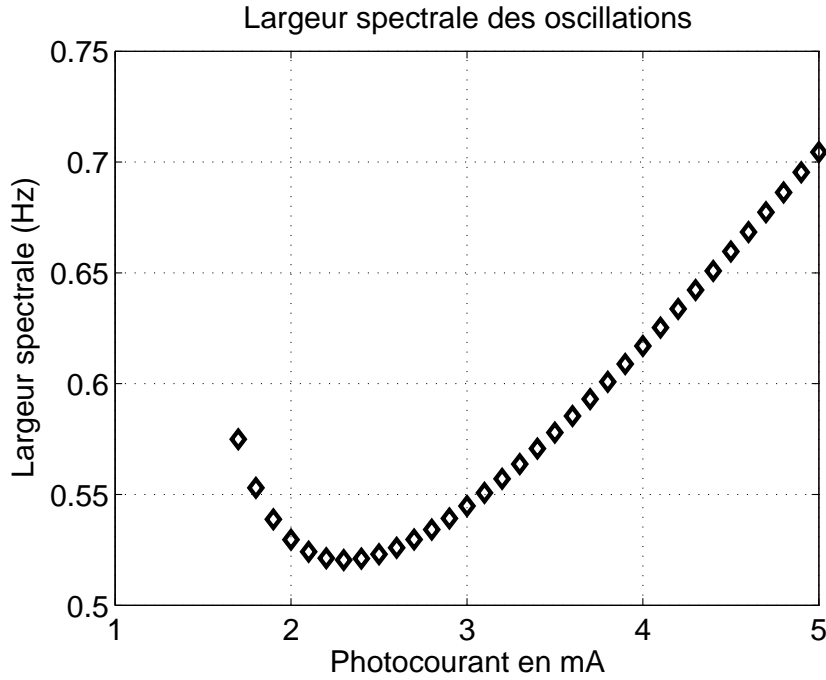


FIG. 2.21 – Largeur spectrale théorique de la raie d'oscillation pour une longueur de fibre de 1000 m.

2.4 Modélisation de l'oscillateur double-boucle

Dans cette partie, nous allons présenter les principaux résultats relatifs à l'oscillateur double boucle ainsi que ses performances en terme de bruit de phase.

2.4.1 Principe de fonctionnement

L'oscillateur double boucle se différencie de la configuration simple boucle par la présence de deux lignes à retard de longueurs différentes (dont les délais sont essentiellement imposés par les fibres optiques). Pour cela, un diviseur de puissance optique est placé directement en sortie du modulateur électrooptique et chaque sortie est connectée à une fibre optique. Les deux ondes optiques modulées sont alors photodétectées séparément puis les signaux microondes sont recombinaés via un sommateur. Chaque boucle génère un peigne de modes dont les intervalles spectraux libres sont très différents si les longueurs de fibres le sont aussi. Grâce à un déphaseur placé dans l'une des boucles, il est possible d'en accorder continûment les fréquences d'oscillation, de façon à synchroniser deux modes issus de chacune des boucles (fig 2.25). Ainsi, en fixant le gain de chacune des boucles à une valeur proche mais inférieure au seuil d'oscillation, dans le cas où aucune synchronisation n'est réalisée, aucun mode ne parvient à s'auto-entretenir, le gain de chaque boucle étant insuffisant. En revanche, lorsque la synchronisation est réalisée, le gain combiné des deux boucles à la fréquence d'oscillation devient suffisant pour faire émerger un mode du bruit.

2.4.2 Fonction de transfert en boucle fermée

Nous utiliserons les mêmes notations qu'au 2.1 avec cependant quelques variantes :

- R_{ph1} et R_{ph2} : résistances de charge des photodétecteurs 1 et 2
- $\overline{S}_1 = S_1 \cdot \exp(j\phi_{s1})$ et $\overline{S}_2 = S_2 \cdot \exp(j\phi_{s2})$: responsivités des photodétecteurs 1 et 2

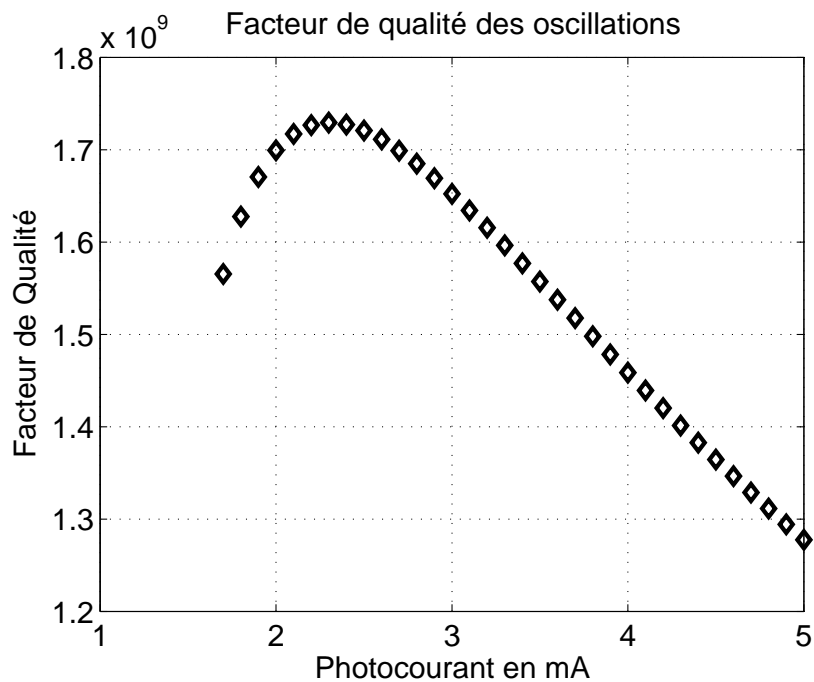


FIG. 2.22 – Facteur de qualité théorique du signal d’oscillation pour une longueur de fibre de 1000 m.

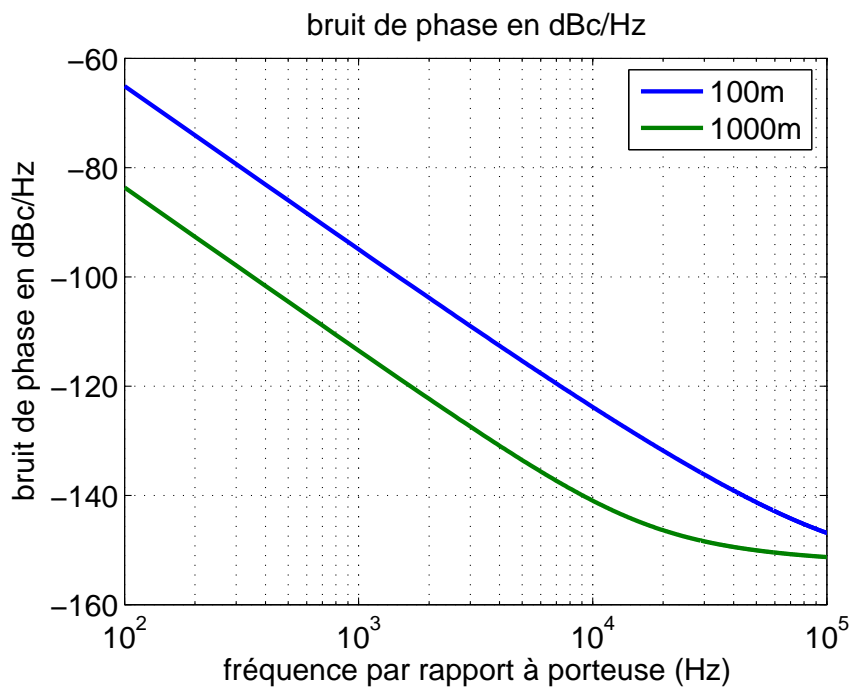


FIG. 2.23 – Estimation numérique du bruit de phase de l’oscillateur simple boucle, confirmée expérimentalement lors d’une étude précédente menée au laboratoire MOSE : bruit de phase expérimental mesuré : -130 dBc/Hz @ 10 kHz [29].

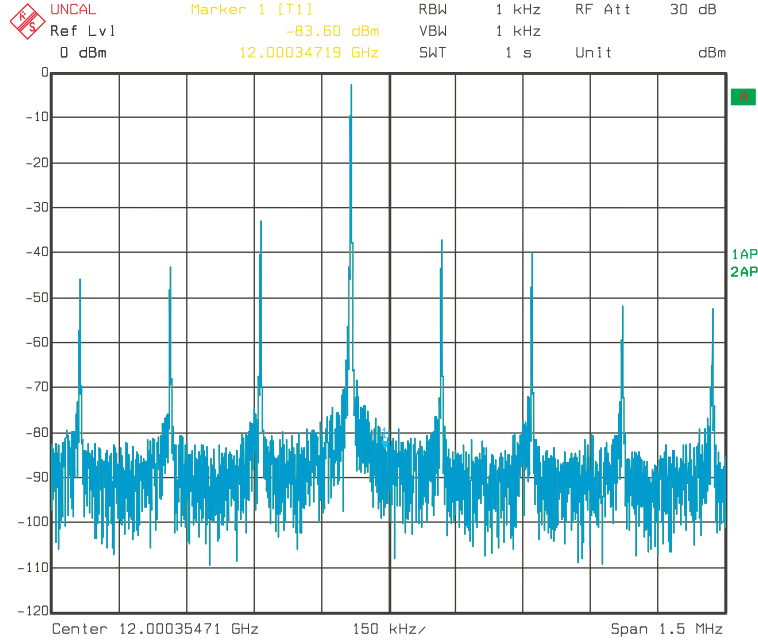


FIG. 2.24 – Spectre d'oscillation de l'oscillateur simple boucle à 12 GHz. On remarque le caractère fortement multimode de cette configuration avec une réjection des modes latéraux inférieure à 40 dB.

- $\overline{F} = F \cdot \exp(j\phi_F)$: fonction de transfert du filtre microonde
- $\overline{G}_A = G_A \cdot \exp(j\phi_A)$: gain en tension de l'amplificateur micro-onde
- $\overline{A}_1 = A_1 \cdot \exp(-j\omega\tau_{FO1})$ et $\overline{A}_2 = A_2 \cdot \exp(-j\omega\tau_{FO2})$: fonctions de transfert des fibres optiques 1 et 2
- C_1 et C_2 : fractions de puissances optiques injectées respectivement dans la fibre 1 et dans la fibre 2.
- $\overline{\alpha}_E = \alpha_E \cdot \exp(j\phi_E)$: pertes électriques

La figure 2.25 montre l'architecture de l'oscillateur en double boucle. Les boucles 1 (courte) et 2 (longue) comportent des éléments identiques : diode laser, modulateur, amplificateur. Posons :

$$\overline{V}_{com} = \overline{G}_A \cdot \overline{\alpha}_E \cdot \overline{F} \cdot \frac{\alpha P_{mod}^{entree}}{2} \quad (2.77)$$

En reprenant la démarche du 2.1, nous pouvons ainsi définir le gain en boucle ouverte de chacune des boucles :

- boucle 1 :

$$\overline{G}_{bo1} = -2 \frac{\overline{V}_{c1}}{V_0} \cdot M \sin\left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC}\right) J_1\left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}}\right) \quad (2.78)$$

$$\text{avec } \overline{V}_{c1} = \overline{V}_{com} \cdot R_{ph1} \cdot \overline{S}_1 \cdot \overline{A}_1 \cdot C_1$$

- boucle 2 :

$$\overline{G}_{bo2} = -2 \frac{\overline{V}_{c2}}{V_0} \cdot M \sin\left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC}\right) J_1\left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}}\right) \quad (2.79)$$

$$\text{avec } \overline{V}_{c2} = \overline{V}_{com} \cdot R_{ph2} \cdot \overline{S}_2 \cdot \overline{A}_2 \cdot C_2$$

Nous pouvons ici exprimer à nouveau le gain petit signal similaire au (2.24) :

$$\overline{G}_{ps} = -\frac{\pi \cdot \overline{V}_{com} \cdot M}{V_{\pi RF}} \sin\left(\frac{\pi V_{DC}}{V_{\pi DC}} + \theta_{RF} + \theta_{DC}\right) \quad (2.80)$$

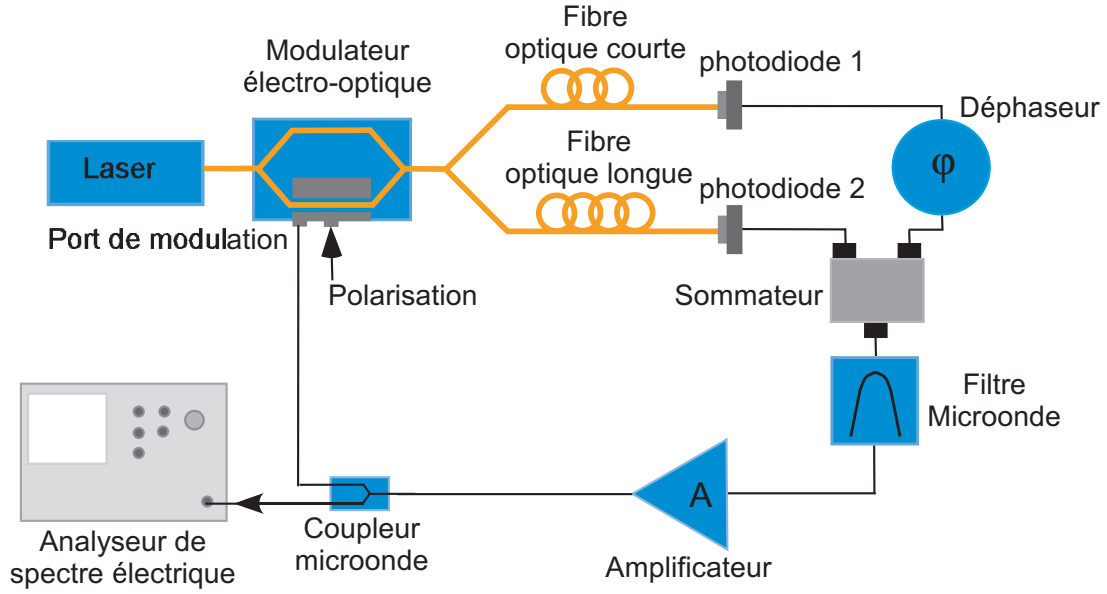


FIG. 2.25 – Schéma de l'oscillateur optoélectronique double boucle.

Nous pouvons alors réécrire les gains en boucle ouverte :

$$\overline{G_{bo1}} = 2 \cdot \overline{G_{ps}} \cdot \frac{V_{\pi RF}}{\pi V_0} \cdot R_{ph1} \cdot \overline{S_1} \cdot \overline{A_1} \cdot C_1 \cdot J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \quad (2.81)$$

$$\overline{G_{bo2}} = 2 \cdot \overline{G_{ps}} \cdot \frac{V_{\pi RF}}{\pi V_0} \cdot R_{ph2} \cdot \overline{S_2} \cdot \overline{A_2} \cdot C_2 \cdot J_1 \left(\frac{\pi V_0}{V_{\pi RF}} \right) \quad (2.82)$$

En reprenant les notations de la relation (2.28) :

$$\overline{V_A}(\omega, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (G_{bo1}(V_0) \cdot \exp -j(\omega\tau_1 + \phi_{DC}) + G_{bo2}(V_0) \cdot \exp -j(\omega\tau_2 + \phi_{DC}))^n \overline{V_B}(\omega, t) \quad (2.83)$$

La tension $V_{bf}(\omega, t)$ en sortie de l'amplificateur micro-onde est alors donnée par l'expression :

$$\begin{aligned} \overline{V_{bf}}(\omega, t) &= \overline{G_A} \sum_{n=0}^{\infty} (G_{bo1}(V_0) \cdot \exp -j(\omega\tau_1 + \phi_{DC}) + G_{bo2}(V_0) \cdot \exp -j\omega\tau_2 + \phi_{DC})^n \overline{V_B}(\omega, t) \\ &= \frac{\overline{G_A} \cdot \overline{V_B}(\omega, t)}{1 - (G_{bo1}(V_0) \cdot \exp -j(\omega\tau_1 + \phi_{DC}) + G_{bo2}(V_0) \cdot \exp -j(\omega\tau_2 + \phi_{DC}))} \end{aligned} \quad (2.84)$$

Nous pouvons alors exprimer le gain en tension :

$$\frac{\overline{V_{bf}}(\omega, t)}{\overline{V_B}(\omega, t)} = \frac{\overline{G_A}}{1 - (G_{bo1}(V_0) \cdot \exp -j(\omega\tau_1 + \phi_{DC}) + G_{bo2}(V_0) \cdot \exp -j(\omega\tau_2 + \phi_{DC}))} \quad (2.85)$$

et le gain en puissance :

$$\left| \frac{\overline{V_{bf}}(\omega, t)}{\overline{V_B}(\omega, t)} \right|^2 =$$

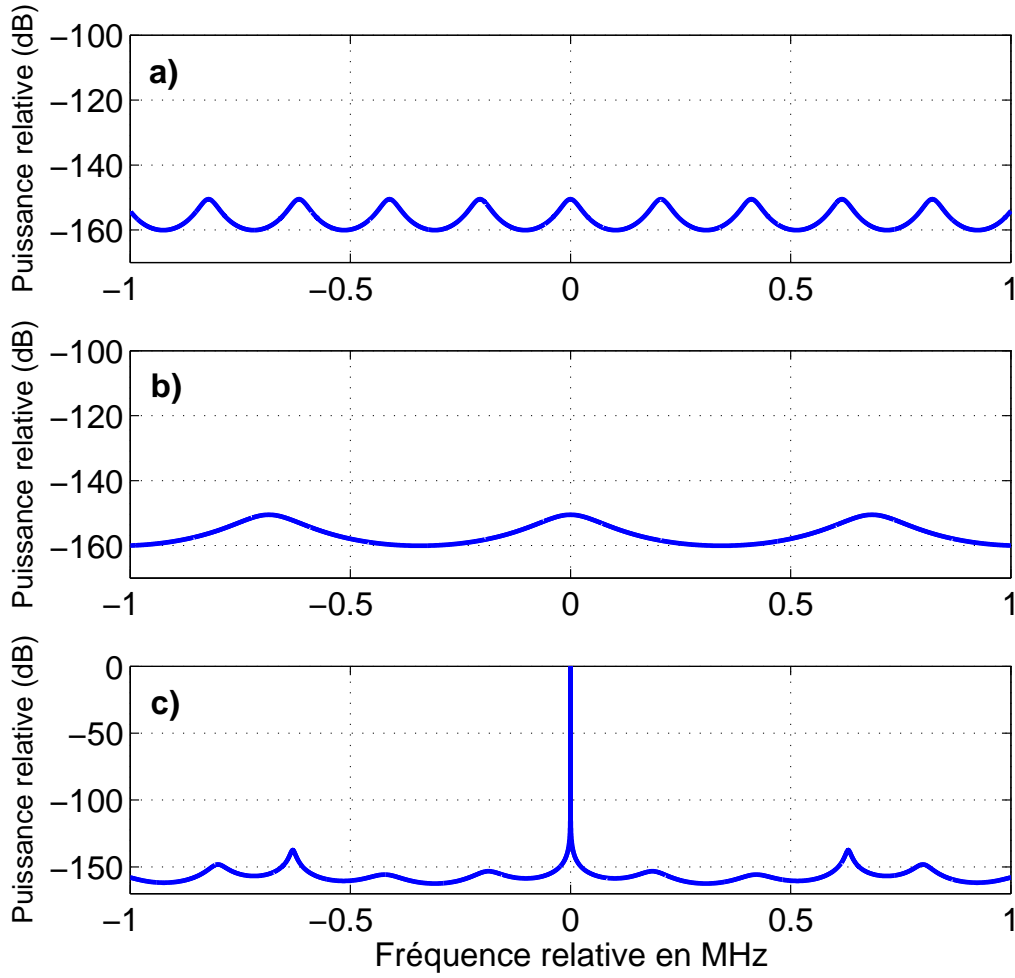


FIG. 2.26 – Simulation des modes d'oscillation de chaque boucle et mode résultant de l'oscillateur. a) Boucle longue seule $G_{bo1} = 0.5$, $G_{bo2} = 0$ (1000 m) b) Boucle courte seule $G_{bo1} = 0$, $G_{bo2} = 0.5$ (300 m) c) Oscillateur en double boucle $G_{bo1} = 0.5$, $G_{bo2} = 0.5$. Les puissances sont exprimées par rapport à la puissance pic du spectre en double boucle.

$$1 + G_{bo1}^2 + G_{bo2}^2 + 2.G_{bo1}(V_0).G_{bo2}(V_0). \cos \omega(\tau_1 - \tau_2) - 2(G_{bo1}(V_0). \cos(\omega\tau_1 + \phi_{DC}) + G_{bo2}(V_0). \cos(\omega\tau_2 + \phi_{DC})) \quad (2.86)$$

La figure (2.26) représente les puissances des modes dans chacune des boucles, sous le seuil d'oscillation ainsi que le mode d'oscillation résultant de la synchronisation des deux boucles, à partir de la relation 2.86.

2.4.3 Condition d'oscillation

Lorsque le gain de chaque boucle est inférieur à l'unité, les oscillations ne peuvent démarrer de façon indépendante dans aucune des boucles. Cependant, lorsque les longueurs de boucle satisfont toutes deux à (2.32), on a :

$$\omega\tau_1 + \phi_{DC} = 2k\pi \quad (2.87)$$

$$\omega\tau_2 + \phi_{DC} = 2p\pi \quad (2.88)$$

$$\omega(\tau_1 - \tau_2) = 2(k - p)\pi \quad (2.89)$$

et le gain combiné des deux boucles à cette fréquence devient suffisant pour permettre aux oscillations de s'amorcer. Dans ces conditions, la puissance disponible en sortie de l'amplificateur est donnée par :

$$P_{osc}(\omega) = \frac{G_A^2 \frac{V_B^2(\omega)}{2R_{ch}}}{1 + G_{bo1}^2 + G_{bo2}^2 + 2.G_{bo1}(V_0).G_{bo2}(V_0) - 2(G_{bo1}(V_0) + G_{bo2}(V_0))} \quad (2.90)$$

Alors, les conditions de gain pour que les oscillations aient lieu sont données par :

$$1 + G_{bo1}^2 + G_{bo2}^2 + 2.G_{bo1}(V_0).G_{bo2}(V_0) - 2(G_{bo1}(V_0) + G_{bo2}(V_0)) = 0 \quad (2.91)$$

Et si de plus $G_{bo1} = G_{bo2} = G_{bo}$, la condition précédente se réduit à :

$$1 - 2G_{bo} = 0 \quad (2.92)$$

La condition pour que les oscillations démarrent est alors $G_{bo} = 0,5$. Remarquons que ce cas particulier correspond à $R_{ph1}.S_1.A_1.C_1 = R_{ph2}.S_2.A_2.C_2$. Le facteur 2 dans la relation (2.92) montre que la puissance dans chacune des boucles pourra être ici deux fois moindre par rapport au cas simple boucle. Pour déterminer la tension d'oscillation, on utilise (2.81), (2.82), (2.21), (2.22) pour résoudre :

$$G_{bo1} = G_{bo2} = \frac{1}{2} \quad (2.93)$$

soit, par exemple :

– développement au troisième ordre :

$$G_{bo1} = \frac{1}{2} = G_{ps}.R_{ph1}.S_1.A_1.C_1 \left(1 - \frac{\left(\frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}} \right)^2}{2} \right) \quad (2.94)$$

$$V_{osc} = \frac{2\sqrt{2}V_{\pi RF}}{\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{2.G_{ps}.R_{ph1}.S_1.A_1.C_1}} \quad (2.95)$$

$$P_{osc} = \frac{V_{osc}^2}{2R_{ch}} = \frac{1}{R_{ch}} \left(\frac{2V_{\pi RF}}{\pi} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{2.G_{ps}.R_{ph1}.S_1.A_1.C_1} \right) \quad (2.96)$$

– développement au cinquième ordre :

$$G_{bo1} = \frac{1}{2} = G_{ps}.R_{ph1}.S_1.A_1.C_1 \left(1 - \frac{\left(\frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}} \right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{\pi V_0}{2V_{\pi RF}} \right)^4}{12} \right) \quad (2.97)$$

$$V_{osc} = \frac{2\sqrt{3}V_{\pi RF}}{\pi} \sqrt{1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{4}{2.G_{ps}.R_{ph1}.S_1.A_1.C_1}} - 1} \quad (2.98)$$

$$P_{osc} = \frac{V_{osc}^2}{2R_{ch}} = \frac{6}{R_{ch}} \left(\frac{V_{\pi RF}}{\pi} \right)^2 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{4}{2.G_{ps}.R_{ph1}.S_1.A_1.C_1}} - 1 \right) \quad (2.99)$$

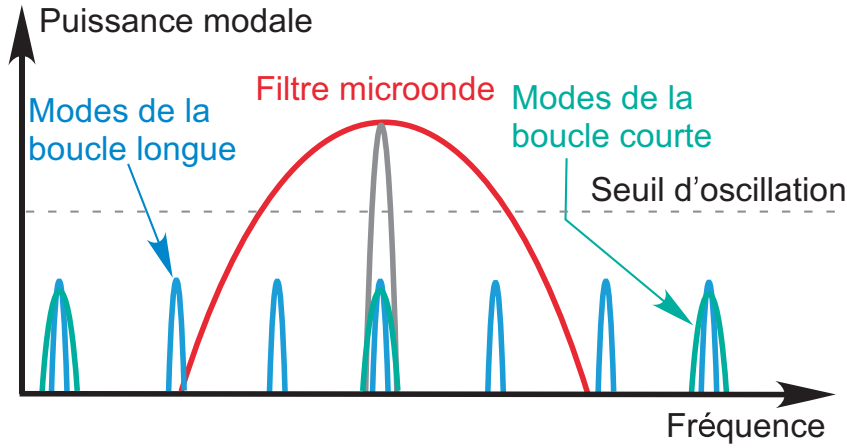


FIG. 2.27 – Modes d'oscillation de chaque boucle et mode résultant de l'oscillateur.

2.4.4 Analyse spectrale du signal d'oscillation en double boucle

2.4.4.1 Rapport signal à bruit

Par analogie avec l'expression 2.47, nous pouvons définir la densité spectrale normalisée du signal d'oscillation par :

$$S_{bf}(f) = \frac{\frac{G_A^2 \cdot S_B(f)}{P_{osc}}}{1 + G_{bo1}^2 + G_{bo2}^2 + 2 \cdot G_{bo1}(V_0) \cdot G_{bo2}(V_0) \cdot \cos 2\pi f(\tau_1 - \tau_2) - 2(G_{bo1}(V_0) \cdot \cos 2\pi f\tau_1 + G_{bo2}(V_0) \cdot \cos 2\pi f\tau_2)} \quad (2.100)$$

Comme dans le cas simple boucle, nous faisons l'hypothèse que $f \ll \frac{1}{\tau_1}$ et $f \ll \frac{1}{\tau_2}$, ce qui permet d'écrire en première approximation que $\cos 2\pi f(\tau_1 - \tau_2) \simeq \cos 2\pi f\tau_1 \simeq \cos 2\pi f\tau_2 \simeq 1$. En utilisant l'hypothèse $G_{bo1} = G_{bo2} = G_{bo}$, et en reprenant la démarche du 2.1.4.1 (notamment la condition de normalisation), on a :

$$\frac{G_A^2 \cdot S_B(f)}{P_{osc} \cdot \tau} = (1 - 2G_{bo})^2 \quad (2.101)$$

où τ désigne le délai de la boucle la plus longue, soit :

$$G_{bo} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{RSB}{\tau}} \quad (2.102)$$

2.4.4.2 Largeur spectrale

Les hypothèses $f \ll \frac{1}{\tau_i}$, où $i=1$ ou 2 , permettent d'écrire :

$$\cos 2\pi f\tau_i \simeq 1 - \frac{(2\pi f\tau_i)^2}{2} \quad (2.103)$$

Alors, on a, de façon similaire au cas simple boucle (2.54) :

$$S_{bf}(f) = \frac{RSB}{(1 - 2G_{bo})^2 - G_{bo}^2 (2\pi f(\tau_1 - \tau_2))^2 + G_{bo} ((2\pi f\tau_1)^2 + (2\pi f\tau_2)^2)} \quad (2.104)$$

$$S_{bf}(0) = \frac{RSB}{(1 - 2G_{bo})^2} \quad (2.105)$$

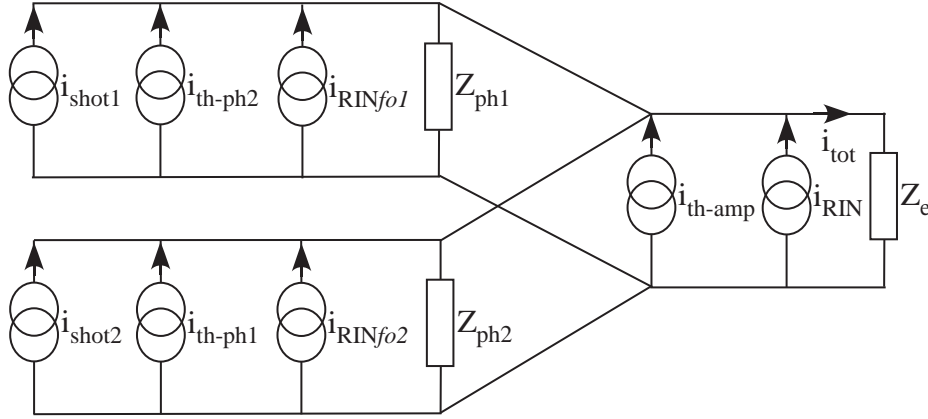


FIG. 2.28 – Schéma électrique équivalent représentant les différentes sources de bruit.

et la largeur spectrale à mi-hauteur est obtenue en résolvant :

$$S_{bf}(\pm \frac{\Delta f_{FWHM}}{2}) = \frac{S_{bf}(0)}{2} = \frac{RSB}{2(1 - 2G_{bo})^2} \quad (2.106)$$

ce qui conduit à :

$$\Delta f_{FWHM} = \frac{2(1 - 2G_{bo})}{\sqrt{G_{bo} [(2\pi\tau_1)^2 + (2\pi\tau_2)^2 - G_{bo}(2\pi)^2(\tau_1 - \tau_2)^2]}} \quad (2.107)$$

Dans cette expression, la densité spectrale de bruit en entrée de l'amplificateur, $S_B(f)$, doit tenir compte des bruits générés dans chacune des boucles. A l'exception du RIN de la diode laser, nous traiterons les bruits générés dans chacune des boucles de façon indépendante, sauf pour les composants communs (amplificateur microonde)(2.28).

Par analogie avec l'expression de la densité spectrale de bruit en entrée de l'amplificateur dans le cas simple boucle (2.108), nous pouvons écrire dans le cas double boucle :

$$\begin{aligned} S_B(f) = & Z_e \cdot Z_{equ}^2 (2 \cdot q \cdot I_{ph1} + 2 \cdot q \cdot I_{ph2} + 4 \cdot k_B \cdot T) \left(\frac{1}{R_{ph1}} + \frac{1}{R_{ph2}} + \frac{F_n - 1}{R_e} \right) \\ & + (RIN + RIN_{ddr1} + RIN_{drr1}) I_{ph1}^2 \\ & + (RIN + RIN_{ddr2} + RIN_{drr2}) I_{ph2}^2 \end{aligned} \quad (2.108)$$

avec :

$$Z_{equ} = \frac{R_{ph1} \cdot R_{ph2}}{R_{ph1} \cdot R_e + R_{ph2} \cdot R_e + R_{ph1} \cdot R_{ph2}} \quad (2.109)$$

Les expressions précédentes permettent de mettre en évidence que dans le cas d'un oscillateur multiboucle, les performances, notamment en terme de bruit, de largeur spectrale, sont « moyennées » (la boucle courte dégrade les performances de la boucle longue). C'est le prix à payer pour obtenir un fonctionnement monomode.

2.4.5 Spectres

Les figures 2.29(a), 2.29(b), 2.29(c) montrent les spectres expérimentaux de l'oscillateur double boucle utilisant des fibres de longueurs 300 m et 1000 m. On note une bonne adéquation avec la simulation des spectres, figure 2.26. Cette configuration permet ainsi

d'abaisser considérablement le niveau des modes latéraux (« spurious ») par rapport à la configuration simple boucle. Il est, en théorie, possible d'abaisser encore ce niveau en utilisant des configurations multiboucles (3 ou plus), dont les longueurs sont premières entre elles, de façon à ne réaliser l'accord que pour un seul et unique mode [38]. Cependant, le nombre de boucles augmente la complexité du montage, dont le gain en performances est discutable.

2.4.6 Bruit de phase

Nous avons procédé à une mesure du bruit de phase de l'oscillateur en double boucle pour différentes combinaisons de longueurs de fibre. Je tiens ici à remercier Jean-François Dutrey, du département Temps-Fréquence du Centre National d'Etudes Spatiales de Toulouse, pour sa disponibilité et pour avoir permis de mener à bien ces mesures. Les courbes expérimentales sont données figure 2.30.

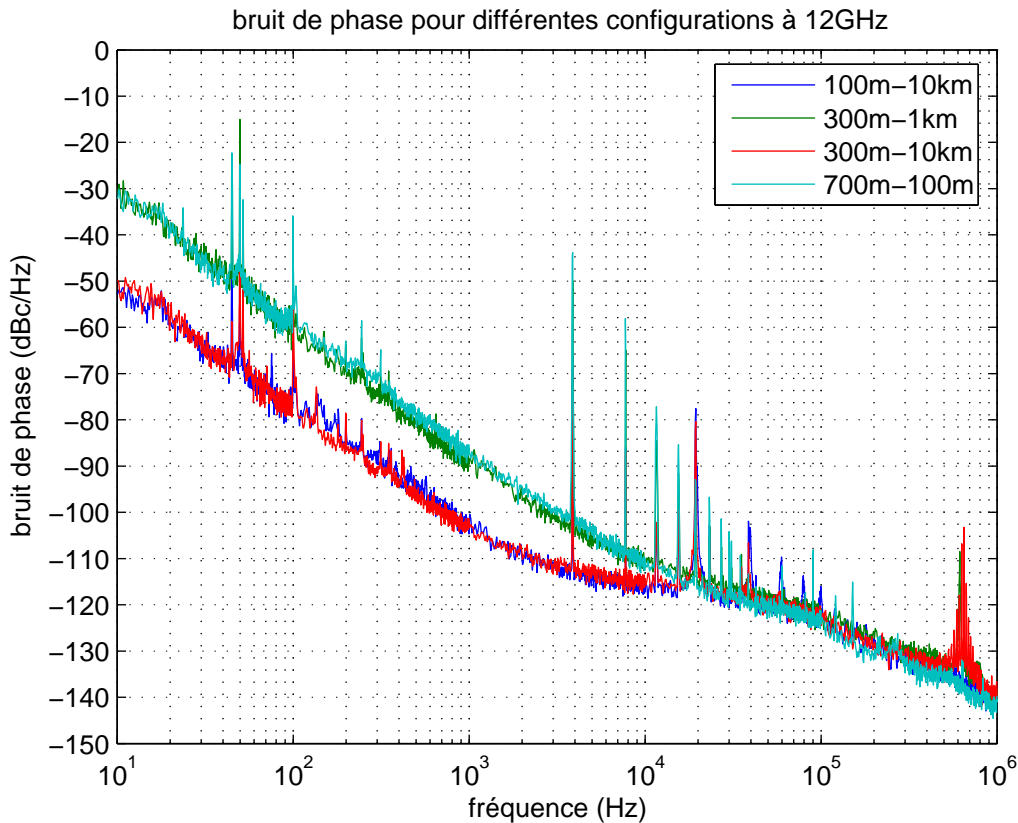
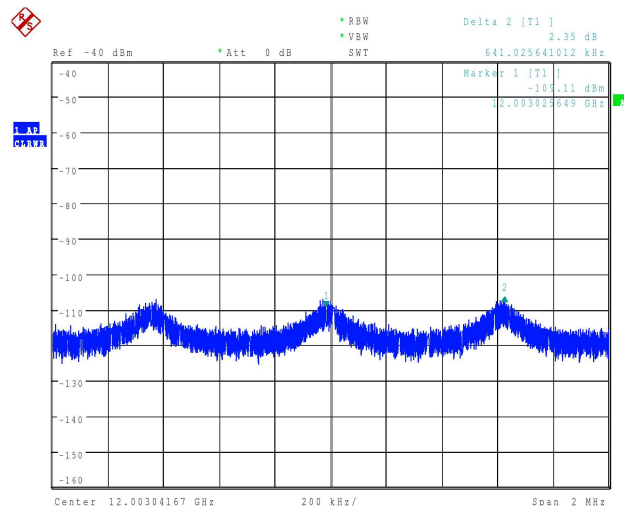


FIG. 2.30 – Bruit de phase mesuré pour différentes configurations de l'oscillateur double boucle.

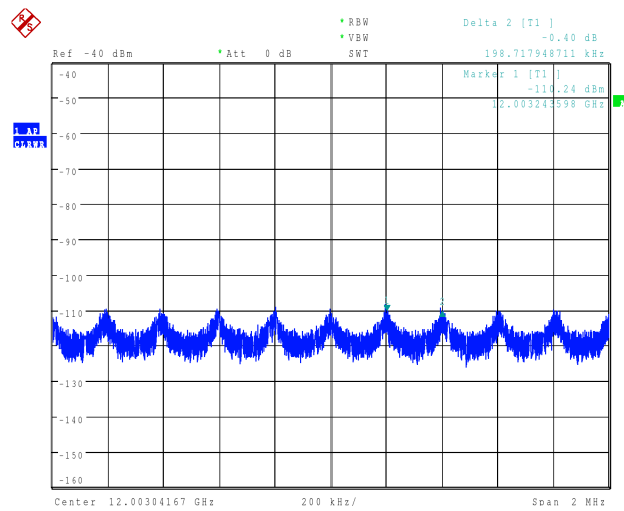
Comme on pouvait s'y attendre, les meilleures performances sont obtenues pour les architectures faisant intervenir la plus grande longueur de fibre (10 000 mètres).

2.4.7 Stabilité moyen terme

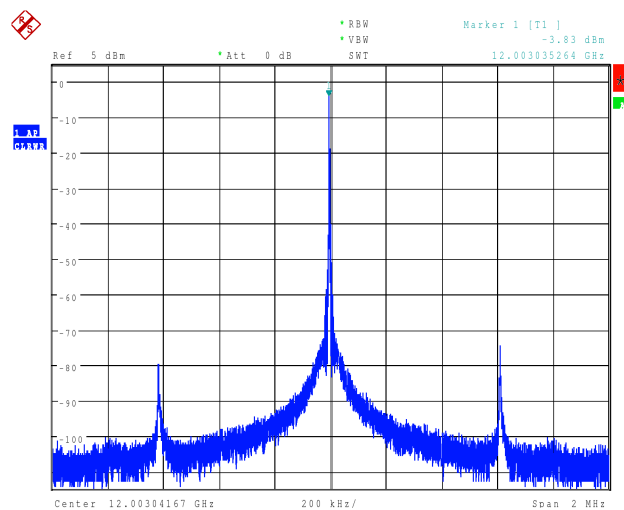
D'après le paragraphe 2.1.3.1, les fréquences d'oscillation correspondant à une boucle dont le retard introduit est τ sont données par : $f_{osc} = \frac{1}{\tau} \left(k - \frac{1}{2} \right)$. Une variation de tempéra-



(a) Boucle courte sous le seuil d'oscillation.



(b) Boucle longue sous le seuil d'oscillation.



(c) Spectre d'oscillation résultant de la synchronisation des deux boucles.

FIG. 2.29 – Spectres de l'oscillateur double boucle à 12 GHz (span : 2 MHz).

ture, principale cause d'instabilité à moyen terme, induit une variation des caractéristiques physiques de la fibre (principale responsable du délai de la boucle). Cela se traduit par une modification du retard τ et donc, une modification des fréquences de résonance des modes associés à chaque boucle :

$$\frac{\Delta f_{osc}}{\Delta \tau} = \frac{f_{osc}}{\tau} \quad (2.110)$$

Comme $\tau = \frac{n \cdot L}{c}$, on a :

$$\frac{d\tau}{dT} = \frac{1}{c} \left(\frac{dn}{dT} \cdot L + n \cdot \frac{dL}{dT} \right) \quad (2.111)$$

En supposant la dilatation thermique de la fibre négligeable devant les perturbations induites par la variation de l'indice de réfraction de la fibre en température, et en supposant une variation d'indice de $10^{-5}/\text{degré}$ ([39]), la simulation du spectre fréquentiel de l'oscillateur double boucle en fonction de la température est donnée à la figure 2.31.

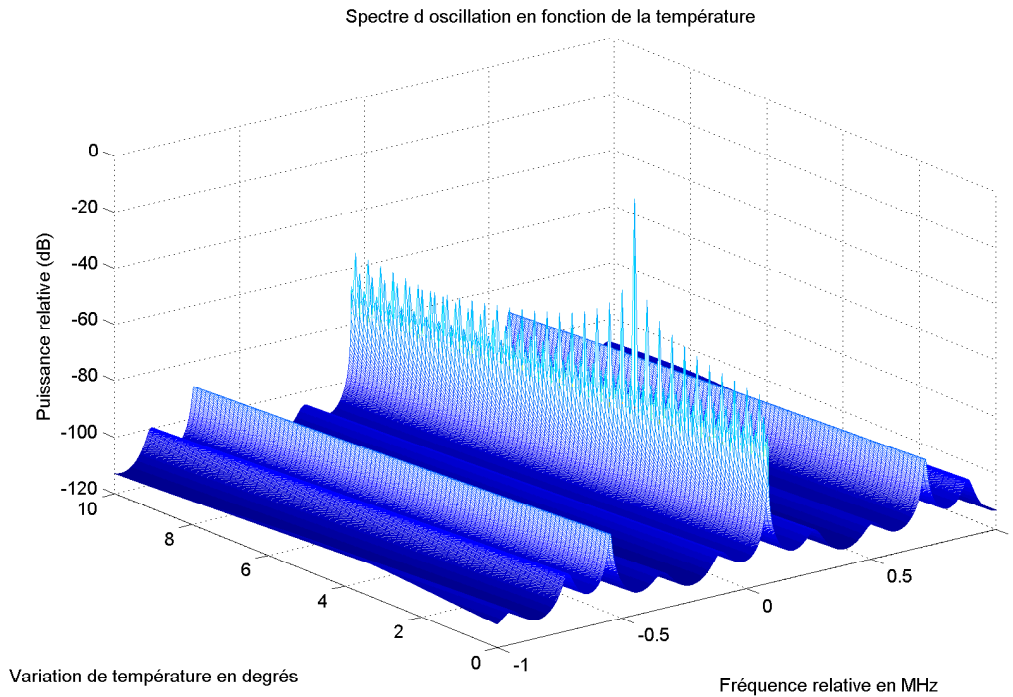


FIG. 2.31 – Spectre en fréquence de l'oscillateur double boucle (longueurs de fibre : 300 et 1000 m) soumis à une variation de température.

Il apparaît que la sensibilité en température de l'oscillateur est importante. Alors que dans le cas simple boucle, la variation de température n'occasionne « que » une variation de la fréquence d'oscillation, dans la configuration double boucle, elle détermine directement la génération ou non du signal d'oscillation. La température modifie en effet la phase relative de chaque boucle, conduisant à leur désynchronisation et à la disparition du signal d'oscillation. Sur le plan expérimental, cet impact s'est fait ressentir par la perte de la raie d'oscillation en laissant l'oscillateur évoluer à température ambiante. Cela montre l'importance et la nécessité de la thermostatisation du système, pour en garantir la stabilité et même le fonctionnement.

2.4.8 Accordabilité

La fréquence d'oscillation est déterminée en ajustant la phase relative des deux boucles afin de créer des interférences constructives pour lesquelles, le gain de boucle est suffisant pour qu'elles s'auto-entretiennent. En déphasant le signal de la boucle courte (qui présente l'intervalle spectral libre (ISL) le plus grand), il est alors possible de choisir le mode de la boucle longue avec lequel il s'accordera pour générer le signal d'oscillation. Il s'agit donc ici d'un accord discret (figure 2.32). En pratique, on peut imaginer un accord continu en plaçant un second déphaseur dans la boucle longue, ajoutant ainsi un degré de liberté sur les fréquences d'oscillation des modes de cette boucle. La figure 2.33 montre un exemple d'accord en fréquence discret pour l'architecture double boucle (300 m - 1000 m).

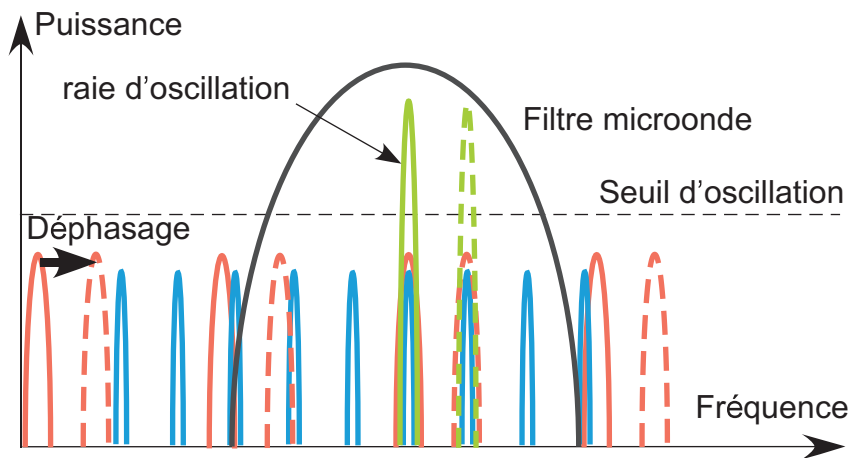


FIG. 2.32 – Principe d'accord de l'oscillateur double boucle par déphasage dans la boucle courte.

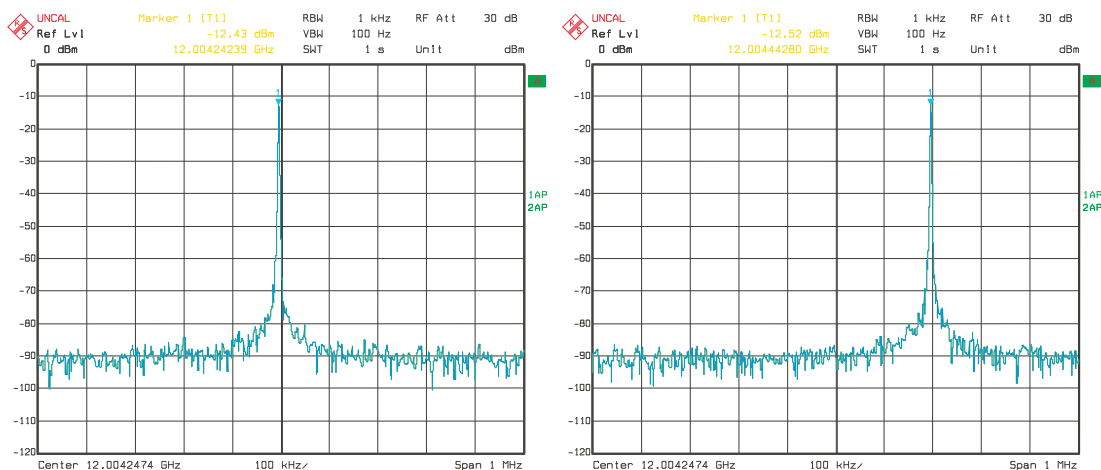


FIG. 2.33 – Accord discret de l'oscillateur double boucle par déphasage dans la boucle courte. Le pas d'accord est de 200 kHz, correspondant à l'ISL de la boucle longue.

Conclusion

Ce chapitre 2 nous a permis de modéliser l'oscillateur optoélectronique en simple et double boucle. Il est apparu nécessaire d'adopter une configuration double boucle en raison de la difficulté à obtenir un fonctionnement monomode par simple filtrage microonde. La configuration double boucle permet de pallier ce problème par l'utilisation de deux boucles de longueurs différentes et par ajustement de leur phase relative. Nous avons ainsi réalisé un oscillateur ne générant qu'un mode d'oscillation à 12 GHz présentant un bruit de phase de $-115 \text{ dBc/Hz} @ 10 \text{ kHz}$ de la porteuse. Aujourd'hui, les recherches sur ce type d'oscillateurs se tournent vers les possibilités de miniaturisation, voire d'intégration du système, en particulier en s'affranchissant de la nécessité de recourir à des fibres optiques, trop volumineuses et impossible à intégrer. Aussi, l'un des thèmes actuellement très étudiés concerne les microrésonateurs optiques à très grands facteurs de qualité. C'est l'objet des chapitres 3 et 4.

Chapitre 3

Etude des microsphères

Dans ce chapitre, nous allons présenter les principales notions relatives aux microsphères de silice en tant que résonateur optique. Après un bref tour d'horizon des principaux types de résonateurs et matériaux utilisés, nous décrirons les modes de galerie dans une sphère diélectrique ainsi que leurs caractéristiques telles que leur distribution spatiale et leur facteur de qualité.

3.1 Présentation des microrésonateurs optiques à modes de galerie

3.1.1 Historique

La découverte des modes de galerie (Whispering Gallery Modes (WGM), en anglais) date d'environ un siècle par Lord Rayleigh. Il s'aperçut en effet qu'une personne chuchotant d'un côté du dôme de la cathédrale Saint-Paul de Londres pouvait être entendue par une autre personne située à l'opposé et ce, malgré la distance les séparant. L'explication de ce phénomène acoustique, qui fait appel aux modes de galerie, se retrouve dans le domaine électromagnétique, en particulier, lorsqu'il est question de résonateurs diélectriques. La description de ces modes électromagnétiques a débuté très tôt : le problème de la diffusion d'une onde électromagnétique plane par des sphères diélectriques a été traité voilà près d'un siècle par Mie (1908)[40], Debye a décrit les sphères diélectriques en 1909, Richtmyer a pour la première fois utilisé le terme de « résonateurs diélectriques » et avancé que ce type de résonateur pouvait atteindre des facteurs de qualité très élevés en 1939[41] tandis que Stratton a traité de façon exhaustive la modélisation électromagnétique des sphères diélectriques dans un ouvrage paru en 1941[42]. Bien que les résonateurs diélectriques aient été utilisés dans un premier temps essentiellement dans le domaine micro-onde, la première observation de modes de galerie dans le domaine optique a eu lieu en 1961[43]. Cependant, les premières utilisations de ces modes dans le domaine optique se réduisaient aux mesures de caractéristiques physiques de particules (taille, indice...), avant que des techniques de fabrication permettant l'obtention de résonateurs optiques présentant des facteurs de qualité très élevés ne voient le jour. Ces dernières années, les recherches sur ces résonateurs se sont considérablement accrues et aujourd'hui, l'utilisation des microrésonateurs optiques couvre un large spectre d'applications allant des télécommunications (filtrage, multiplexage[44][45]...) aux capteurs d'accélération[46], à la réduction de la largeur spectrale des lasers[47]...

3.1.2 Différents types de résonateurs optiques et différents matériaux

Jusqu'il y a quelques années encore, les résonateurs optiques étaient généralement constitués de deux miroirs ou plus. Cependant, le résonateur Fabry-Pérot, ainsi que ses variantes à plus de deux miroirs, présentent de multiples inconvénients lorsqu'un facteur de qualité très élevée est nécessaire[48][49][50] :

- Difficulté pour obtenir des miroirs de très bonne qualité de surface
- Difficulté d'assemblage et d'alignement
- Encombrement important, miniaturisation difficile
- Grande sensibilité aux vibrations mécaniques
- Sensibilité aux variations de températures
- Coûts élevés

Bien que certains de ces inconvénients soient également valables pour les cavités diélectriques, ils peuvent être contournés plus aisément. Les principaux avantages des résonateurs à modes de galerie par rapport au Fabry-Pérot sont :

- un volume réduit puisque ces résonateurs ont des dimensions allant de quelques dizaines de micromètres à quelques millimètres. Cela permet notamment une stabilisation en température plus aisée que pour les résonateurs Fabry-Pérot.
- intégration facilitée du fait de ces faibles volumes
- fabrication est relativement simple
- faible coût
- facteur de qualité élevé sur une large gamme de longueurs d'onde.

3.1.2.1 Les matériaux utilisés

Les matériaux utilisés pour la réalisation des microrésonateurs optiques à base de cavités diélectriques sont maintenant nombreux : silice, silice sur silicium, silicium, silicium sur isolant (SOI, Silicon On Insulator), polymères, semiconducteurs III-V (GaAs, InP, GaInAsP,...), matériaux cristallins (saphir, niobate de lithium, fluorure de calcium). Le choix du matériau pour la fabrication du microrésonateur est déterminé par le type d'applications souhaitées ainsi que les performances attendues.

Le facteur de qualité d'un résonateur étant le reflet de sa capacité à confiner l'énergie sur une longue durée et généralement défini comme le rapport de l'énergie stockée sur l'énergie dissipée (pendant une période de temps), la recherche de son optimum passe notamment par la minimisation des pertes intrinsèques du matériau et des pertes par diffusion Rayleigh. Dans cette optique, bien que des matériaux amorphes tels que la silice puissent présenter des atténuations très faibles, les composés cristallins semblent être les meilleurs choix. Les cristaux présentent en effet moins de pertes que les matériaux amorphes puisqu'ils ont théoriquement une structure parfaite, sans défaut ni inclusion[49]. De plus, contrairement à la silice, leurs caractéristiques ne se dégradent pas ou peu au contact de l'atmosphère puisque les molécules d'eau et les ions OH^- n'y diffusent pas. Enfin, la fenêtre de transparence de beaucoup de ces cristaux est particulièrement large, ce qui en autorise l'utilisation dans de nombreuses applications. Cependant, les cristaux ne se prêtent pas à la fusion puisqu'elle détruit la structure du cristal tandis que le processus de solidification forme une surface rugueuse multifacette, source de pertes importantes par diffusion. Au contraire, la fusion de matériaux tels que la silice permet de produire, grâce aux forces de tension superficielle, des cavités de très grandes qualités de surface, autorisant des facteurs de qualité proches de la limite ultime imposée par l'absorption. Aujourd'hui, il a été toutefois démontré qu'il est possible d'obtenir des cavités cristallines présentant des facteurs de qualité analogues à ceux obtenus avec des cavités formées par les tensions superficielles, par de simples techniques de polissage, permettant ainsi la préservation de

la structure du cristal[51][52]. La figure 3.1 montre une estimation des limites ultimes des facteurs de qualité que l'on peut atteindre pour différents matériaux. Le fluorure de calcium se révèle ainsi être le plus propice à l'obtention de facteurs de qualité très élevés.

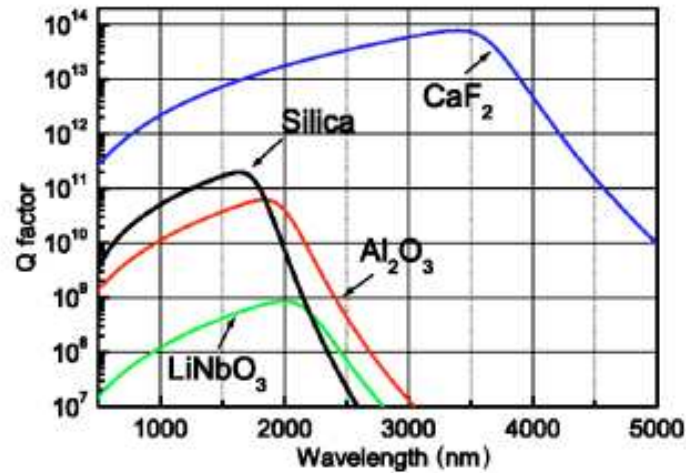


FIG. 3.1 – Estimation de la limite du facteur de qualité de quelques matériaux obtenue par extrapolation en longueur d'onde à partir des meilleures données expérimentales (d'après [52]).

3.1.2.2 Les différents types de cavités diélectriques

Le spectre des modes ainsi que leurs répartitions spatiales sont très dépendants de la forme et de la dimension du résonateur. Les formes les plus communes sont : la sphère, le disque, l'anneau (ou tore)(Fig. 3.2.a., b., c.). La sphère est le type de résonateur le plus simple à obtenir, le procédé permettant de lui donner sa forme étant basé sur les tensions superficielles de surface. Ce type de résonateur possède ainsi une très bonne qualité de surface. Mais les procédés de fabrication actuels (polissage[52], épitaxie en phase vapeur[40], lithographie[23]) permettent également d'obtenir des résonateurs en forme de disque ou d'anneau dont les dimensions peuvent être submicrométriques et ne présentant que de très petits défauts de surface (à une échelle nanométrique[52]).

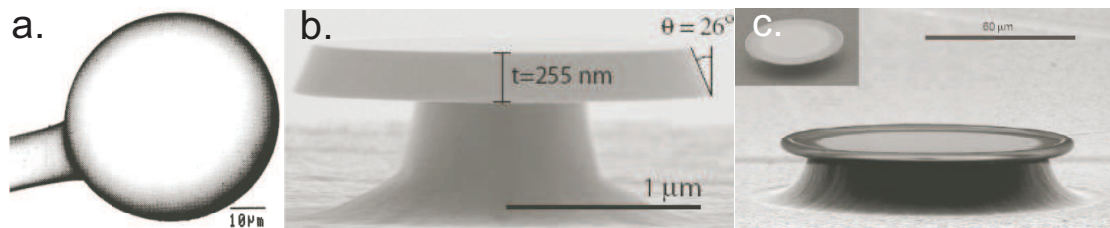


FIG. 3.2 – Exemples de résonateurs typiques : a. Microsphère de silice b. Microdisque en semiconducteur III-V c. Microtore de silice.

3.1.2.3 Performances des différents types de microrésonateurs

Le tableau suivant présente un état de l'art des facteurs de qualité mesurés pour différents types de microrésonateurs et pour différents matériaux¹.

Matériau	Microdisque	Microanneau	Microsphère
Silice (SiO_2)	$\sim 10^6(1,55\mu m)$ [53]	$\sim 3,2 \cdot 10^6(1,55\mu m)$ [?]	$\sim 8 \cdot 10^9(0,67\mu m)$ [54]
Fluorure de Calcium (CaF_2)	$\sim 2 \cdot 10^{10}(1,31\mu m)$ [52]	–	–
Saphir (Al_2O_3)	$\sim 10^9(1,31\mu m)$ [52]	$\sim 6,2 \cdot 10^8(1,31\mu m)$ [51]	–
Niobate de Lithium ($LiNbO_3$)	$\sim 2 \cdot 10^8(1,31\mu m)$ [52]	$\sim 2 \cdot 10^8(1,31\mu m)$ [51]	–
Silicium (Si)	$\sim 5 \cdot 10^6(1,5\mu m)$ [55]	$\sim 10^4(1,31\mu m)$ [56]	–
Semiconducteur III-V	$\sim 7 \cdot 10^3(1,55\mu m)$ [57]	–	–
Polymère	–	$\sim 1,3 \cdot 10^5(1,30\mu m)$ [58]	–

TAB. 3.1 – Recensement de quelques facteurs de qualité relevés dans la littérature pour différents types de résonateurs et pour différents matériaux. Les valeurs données entre parenthèses sont les longueurs d'onde auxquelles ont été effectuées les mesures.

Comme le montrent les valeurs indiquées, les microdisques et microtores permettent désormais d'atteindre des performances semblables à celles des microsphères. Ces types de résonateurs se prêtent particulièrement à l'intégration. Cependant, leur fabrication requiert des procédés spécifiques (épitaxie, lithographie, polissage...) et extrêmement précis pour pouvoir atteindre des précisions de fabrication à l'échelle nanométrique et obtenir ainsi des qualités de surface équivalentes à celles des résonateurs formés par tension superficielle.

3.1.3 Intérêt de l'utilisation de microrésonateurs optiques dans l'oscillateur optoélectronique

Le fonctionnement de l'oscillateur optoélectronique fibré pour la génération de signaux hyperfréquences étant maintenant éprouvé, l'amélioration majeure consiste en sa miniaturisation. Exceptée la fibre optique, tous les composants constitutifs de l'oscillateur (diode laser, modulateur, photodétecteur, filtre et amplificateur microonde) peuvent être intégrés grâce à des procédés de micro-fabrication. Les microcavités optiques, grâce à leurs temps de stockage de l'énergie élevés (plusieurs microsecondes), correspondant à des longueurs de fibres de plusieurs centaines de mètres, peuvent remplacer les volumineuses bobines de fibres nécessaires à l'obtention de faibles bruits de phase[59]. Par ailleurs, les facteurs de qualité extrêmement élevés atteints par certains microrésonateurs permettent de réaliser des opérations de filtrage optique, autorisant potentiellement la suppression du filtre microonde. Enfin, on peut mentionner la réalisation de modulateurs électro-optiques à base de microrésonateur[60].

3.1.4 Description des modes de galerie

Les modes de galerie en optique, parfois aussi appelés Morphology Dependent Resonances (MDR), et plus souvent Whispering Gallery Modes (WGM), sont associés à des cavités résonnantes (sphères, disques ou anneaux diélectriques) générant des trajets circulaires d'une onde. La lumière injectée dans une telle cavité se propage via des réflexions totales internes sur les parois du résonateur sous incidence quasi-rasante (figure 3.3.a). Ces modes de galerie correspondent donc à de la lumière capturée dans une « orbite » circulaire juste à la surface de la structure. Cette lumière se propage dans une région annulaire, limitée par la surface de la sphère et une caustique interne (cercle délimitant l'enveloppe

¹Bien que la forme amorphe soit utilisée dans la fabrication des sphères, en raison de la fusion nécessaire pour leur élaboration, et permette d'obtenir des facteurs de qualité très élevés (voir tableau), la forme cristalline de la silice, le quartz, constitue intrinsèquement un meilleur matériau.

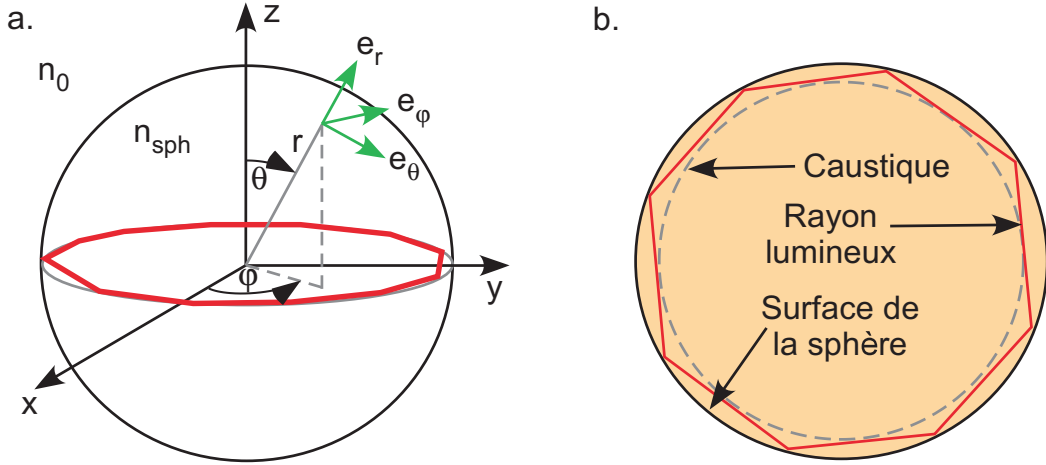


FIG. 3.3 – a. Réflexions totales internes du faisceau dans la sphère (en rouge) et système de coordonnées adopté pour le calcul électromagnétique. b. Projection sur le plan équatorial du trajet des rayons lumineux.

des rayons lumineux) (figure 3.3.b). Ces modes sont fortement localisés, confinés dans une ceinture proche du plan équatorial par la courbure de la sphère dans la direction polaire. Ils apparaissent à des fréquences discrètes qui dépendent de l'indice de réfraction n_{sph} , du rayon de la sphère R_{sph} et de la longueur d'onde utilisée. Ils sont caractérisés par deux polarisations (TE et TM) et 3 nombres entiers (parfois qualifiés de quantiques en raison de l'analogie faite entre ces modes et les niveaux d'énergie dans un puits de potentiel en physique quantique) l , m et n . Le nombre n donne le nombre d'extrema de l'amplitude du champ électromagnétique dans la direction radiale. La quantité $l - |m| + 1$ donne le nombre d'extrema dans la direction polaire. Des valeurs opposées de m correspondent à des ondes se propageant en sens inverse dans le résonateur. Pour une valeur fixée de l , m peut prendre toutes les valeurs entières telles que $|m| \leq l$. Le cas $|m| = l$ correspond au meilleur confinement de l'onde au voisinage du plan équatorial. Il est important de noter que dans le cas d'une sphère parfaite, tous les modes ayant même l et même n mais avec des valeurs différentes de m ont la même fréquence de résonance. Ces modes sont donc dégénérés. La dégénérescence est levée dès lors que la sphère présente une ellipticité non nulle. Chaque mode est caractérisé par une constante de propagation dont la projection sur la surface de la sphère est β_l , où l est le numéro du mode :

$$\beta_l = \frac{\sqrt{l(l+1)}}{R_{sph}} \quad (3.1)$$

La projection de cette constante de propagation sur l'équateur est β_m et a pour valeur :

$$\beta_m = \frac{m}{R_{sph}} \quad (3.2)$$

Ces deux grandeurs β_l et β_m sont parallèles à la surface de la sphère. Leurs expressions seront justifiées dans le calcul électromagnétique. Notons dès à présent que le plan équatorial est défini comme le cercle (de même centre que celui de la sphère) passant par le point le plus proche du coupleur, utilisé pour exciter les modes. C'est dans ce plan que les modes de galerie qui nous intéressent seront couplés.

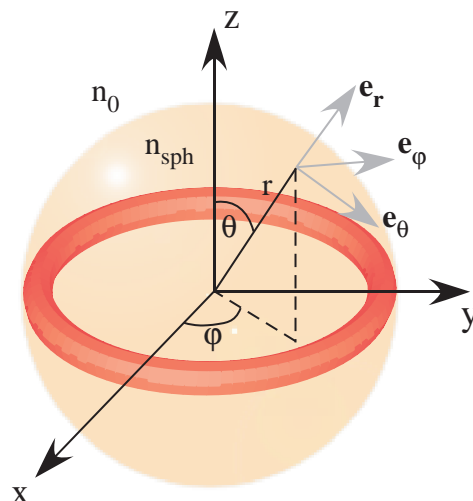


FIG. 3.4 – Système de coordonnées utilisé pour la description du champ électromagnétique dans la sphère.

3.1.5 Approche géométrique

Considérons une sphère d'indice n_{sph} baignant dans un milieu d'indice n_0 (dans notre cas il s'agira d'air d'indice égal à 1) et un rayon lumineux se réfléchissant à l'interface air-sphère avec un angle d'incidence i (Fig. 3.5). L'angle critique i_c pour cet interface est donné par $i_c = \arcsin(n_0/n_{sph})$. Si l'angle d'incidence i est inférieur à l'angle critique alors le rayon est réfracté et l'intensité lumineuse dans la sphère décroît rapidement après seulement quelques réflexions. En revanche, si cet angle d'incidence est supérieur à l'angle critique, le rayon subit des réflexions totales internes et la lumière reste ainsi confinée dans la sphère [61].

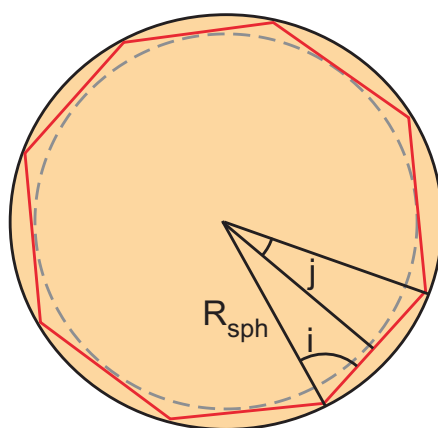


FIG. 3.5 – Les modes de galerie par l'optique géométrique.

Compte-tenu de la forme sphérique du résonateur, tous les rayons se propagent dans un même plan, décrivant une trajectoire polygonale dont la caustique intérieure est un cercle

de rayon $r = R_{sph} \cos \mathbf{j}$ avec $\mathbf{j} = \pi/l$ où l est égal au nombre de sommets du polygone. La condition de retour en phase, permettant des interférences constructives, caractéristiques des modes de galerie, est donnée par la relation $l.n_{sph}.2.R_{sph}.\sin \mathbf{j} = p.\lambda_0$ où p est un entier (l'effet Goos-Hänchen, qui introduit un déphasage à chaque réflexion, n'est pas pris en compte ici). En introduisant le paramètre de taille $x = 2\pi R_{sph}/\lambda_0$ où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide, et en se plaçant dans le cas des incidences rasantes, on a pour $p = l$:

$$\sin\left(\frac{\pi}{l}\right) \simeq \frac{\pi}{l} \quad (3.3)$$

soit

$$n_{sph}.x = \frac{\pi}{\sin\left(\frac{\pi}{l}\right)} \simeq l \quad (3.4)$$

Ainsi l représente approximativement le nombre de longueurs d'ondes contenues dans un tour de cavité (à condition que l soit grand). L'intervalle spectral libre (ISL) d'une cavité représente l'écart en fréquence entre deux modes de numéros consécutifs (l et $l+1$) successifs. Cette définition, communément utilisée pour les cavités Fabry-Pérot (FP), est un peu ambiguë en ce qui concerne les microsphères car le spectre des modes est très complexe. Cependant, en faisant une analogie directe avec la cavité Fabry-Pérot, un résonateur tel qu'une microsphère peut être représenté comme un FP rebouclé sur lui-même, de telle manière que le périmètre correspond à l'espacement des miroirs. En effectuant cette analogie, les modes qui déterminent l'ISL sont les modes successifs qui ont la même structure transverse. Alors pour un résonateur de rayon R_{sph} et d'indice n_{sph} , l'ISL est donné, en première approximation, par :

$$ISL = \frac{c}{2\pi n_{sph} R_{sph}} \quad (3.5)$$

$$\Delta\lambda_{ISL} = \frac{\lambda_0^2}{2\pi n_{sph} R_{sph}} \quad (3.6)$$

L'évolution de l'ISL de la sphère en fonction de son rayon en utilisant les expressions 3.5 et 3.6 est donnée figure 3.6. Nous verrons que ces valeurs se révèlent proches des valeurs exactes fournies par le calcul électromagnétique.

3.2 Calcul théorique : approche électromagnétique

3.2.1 Expression analytique des modes

3.2.1.1 Expressions générales

Dans le calcul électromagnétique, nous utiliserons les coordonnées sphériques usuelles comme représentées figure 3.4. Soit $\vec{G}(r, \theta, \varphi, t)$ le champ électrique ou magnétique. L'équation d'onde dans un diélectrique homogène et isotrope s'écrit :

$$\nabla^2 \vec{G} - \varepsilon\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{G}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad (3.7)$$

En raison de la linéarité de cette équation, tout champ électromagnétique de variation temporelle arbitraire peut être décomposé en une somme de solutions harmoniques de pulsations ω_i . C'est pourquoi, nous considérerons dans la suite une fonction \vec{G} dont la dépendance temporelle sera en $e^{j\omega t}$. Nous écrirons donc :

$$\vec{G}(r, \theta, \varphi, t) = \vec{F}(r, \theta, \varphi) e^{j\omega t} \quad (3.8)$$

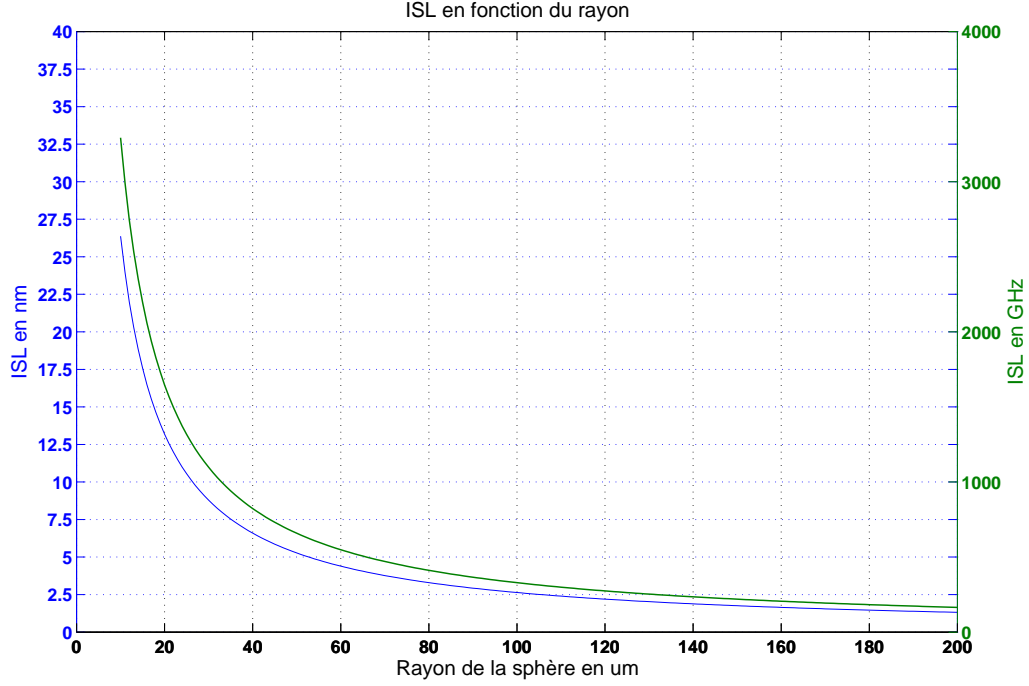


FIG. 3.6 – Evolution de l'intervalle spectral libre en fonction du rayon de la sphère pour $n_{sph} = 1,45$ et $\lambda_0 = 1,55 \mu m$.

où $\vec{F}(r, \theta, \varphi)$ représente la dépendance spatiale du mode considéré. L'équation se réécrit pour cette solution harmonique :

$$\nabla^2 \vec{F} + k^2 \vec{F} = \vec{0} \quad (3.9)$$

avec $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu_0$ et nous ne nous intéresserons plus désormais qu'aux variations spatiales de la fonction \vec{F} . Hansen a montré en 1937 qu'il était possible de générer une base de vecteurs d'ondes sphériques solutions de l'équation 3.9. Considérons une fonction scalaire ψ solution de l'équation scalaire :

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad (3.10)$$

Soit \vec{r} un rayon vecteur. Alors, les trois vecteurs \vec{L} , \vec{M} et \vec{N} définis par 3.11, 3.12 et 3.13 sont chacun solution de l'équation d'onde vectorielle 3.9.

$$\vec{L} = \nabla \psi \quad (3.11)$$

$$\vec{M} = \nabla \times \vec{r} \psi = \vec{L} \times \vec{r} \quad (3.12)$$

$$\vec{N} = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{M} \quad (3.13)$$

Les deux vecteurs \vec{M} et \vec{N} satisfont tout deux à l'équation d'onde vectorielle 3.9 et possèdent toutes les propriétés d'un champ électromagnétique. Ils satisfont à l'équation d'onde, aux équations en divergence et rotationnel. Le problème de la recherche de solutions à l'équation d'onde vectorielle 3.9 se ramène donc à la résolution de l'équation scalaire 3.10. L'équation d'onde scalaire s'écrit en coordonnées sphériques :

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) + k^2 \psi = 0 \quad (3.14)$$

La symétrie sphérique, l'homogénéité, l'isotropie du système considéré ainsi que l'invariance des conditions aux limites par rotation selon θ et φ conduisent à séparer les variables et écrire ψ sous la forme :

$$\psi(r, \theta, \varphi) = f(r) \cdot g(\theta) \cdot h(\varphi) \quad (3.15)$$

Les équations 3.14 et 3.15 permettent d'aboutir à trois équations différentielles découplées :

$$\frac{d^2 h}{d\varphi^2} + \lambda_\varphi h = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left(\sin \theta \frac{dg}{d\theta} \right) + \left(\lambda_r - \frac{\lambda_\varphi}{\sin^2 \theta} \right) g = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{df}{dr} \right) - (\lambda_r - k^2 r^2) f = 0 \quad (3.18)$$

où λ_φ et λ_r sont des constantes de séparation dont le choix est déterminé par la nécessité physique qu'en tout point de l'espace le champ prenne une valeur unique.

Solution de l'équation 3.16 : en posant $\lambda_\varphi = m^2$, les solutions de l'équation s'écrivent :

$$h(\varphi) = N_\varphi \cdot e^{\pm jm\varphi} \quad (3.19)$$

Les propriétés du milieu sont indépendantes de l'angle φ . La condition de phase pour obtenir des interférences constructives impose que la partie réelle de m soit un entier. Cette partie réelle de m peut être positive ou négative, ce qui correspond physiquement, à une propagation de l'onde dans un sens ou dans l'autre dans la sphère. Notons que 3.16 et 3.19 justifient (pour les modes confinés au voisinage de la surface de la sphère) l'expression de la projection de la constante de propagation sur l'équateur donnée par la relation 3.2.

Solution de l'équation 3.17 : pour résoudre cette équation, en se ramenant à une équation de type connu, il est nécessaire de procéder à un changement de variable. En posant $\mu = \cos \theta$ et $\lambda_r = l(l+1)$, on aboutit à la nouvelle équation différentielle :

$$\frac{d}{d\mu} \left[(1 - \mu^2) \frac{dg}{d\mu} \right] + \left[l(l+1) - \frac{m^2}{1 - \mu^2} \right] g = 0 \quad (3.20)$$

où m peut prendre les valeurs entières de $-l$ à l . Il s'agit d'une équation de Legendre dont la solution s'écrit :

$$P_l^{(m)}(\mu) = \frac{(1 - \mu^2)^{\frac{m}{2}}}{2^l l!} \frac{d^{l+m}}{d\mu^{l+m}} (u^2 - 1)^l \quad (3.21)$$

avec $\mu = \cos \theta$ et où les fonctions $P_l^{(m)}$ désignent les polynômes de Legendre associés.

Solution de l'équation 3.18 : cette équation se réécrit :

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{df}{dr} + \left(k^2 - \frac{\lambda_r}{r^2} \right) f = 0 \quad (3.22)$$

où $\lambda_r = l(l+1)$. Il s'agit d'une forme spéciale de l'équation de Bessel dont les solutions sont :

– fonction de Bessel sphérique de première espèce :

$$j_l(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} J_{l+\frac{1}{2}}(x) \quad (3.23)$$

– fonction de Bessel sphérique de deuxième espèce :

$$y_l(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} Y_{l+\frac{1}{2}}(x) \quad (3.24)$$

– fonction de Hankel sphérique :

$$h_l^{(1),(2)}(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} H_{l+\frac{1}{2}}^{(1),(2)}(x) \quad (3.25)$$

En raison de la divergence de la fonction y_l en $r = 0$ seule la fonction de Bessel de première espèce peut être retenue pour la description du champ à l'intérieur de la sphère. La fonction de Hankel permet de prendre en compte le caractère radiatif du champ à l'extérieur de la sphère.

Solution scalaire de l'équation de Helmholtz : nous avons défini $\psi(r, \theta, \varphi) = f(r).g(\theta).h(\varphi)$, soit :

– à l'intérieur de la sphère :

$$\psi(r, \theta, \varphi) = C_1 \cdot j_l(kr) \cdot P_l^{(m)}(\cos \theta) \cdot e^{\pm jm\varphi} \quad (3.26)$$

– à l'extérieur de la sphère :

$$\psi(r, \theta, \varphi) = C_2 \cdot h_l^{(1),(2)}(k_0 r) \cdot P_l^{(m)}(\cos \theta) \cdot e^{\pm jm\varphi} \quad (3.27)$$

où C_1 et C_2 sont des constantes restant à déterminer, k_0 est le vecteur d'onde dans le vide (nous considérerons qu'il est identique dans l'air) et $k = n_{sph} k_0$. Pour plus de facilité nous écrivons la solution scalaire sous la forme suivante ² :

$$\psi(r, \theta, \varphi) = C_i \cdot z_l(kr) \cdot P_l^{(m)}(\cos \theta) \cdot e^{\pm jm\varphi} \quad (3.28)$$

où $i = 1, 2$ et

$$z_l(kr) = \begin{cases} j_l(kr) & \text{si } r \leq R_{sph} \\ h_l^{(1),(2)}(k_0 r) & \text{si } r > R_{sph} \end{cases}$$

En rappelant qu'en coordonnées sphériques on a :

$$\nabla U = \begin{bmatrix} \frac{\partial U}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \end{bmatrix}$$

on en déduit les expressions des vecteurs \vec{M}_{lm} et \vec{N}_{lm} en coordonnées sphériques :

$$\vec{M}_{lm} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \\ -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-jm}{r \sin \theta} z_l(kr) P_l^m(\cos \theta) e^{jm\varphi} \\ -\frac{z_l(kr)}{r} \frac{dP_l^m(\cos \theta)}{d\theta} e^{jm\varphi} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\vec{N}_{lm} = \frac{1}{k} \nabla \times \vec{M}_{lm} = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{r \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

²La solution est parfois écrite en fonction des harmoniques sphériques $Y_l^m(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)}{4\pi(l+m)}} \cdot P_l^m(\cos \theta) \cdot e^{\pm jm\varphi}$

On a donc : $kN_{lm}^{(r)} = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{r \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2}$ où $N_{lm}^{(r)}$ désigne la composante radiale de \vec{N}_{lm} qui se réécrit $\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) - \frac{m^2}{\sin^2 \theta} \psi + kr N_{lm}^{(r)} = 0$. Comme ψ doit satisfaire l'équation 3.17, on a par identification $N_{lm}^{(r)} = \frac{\lambda_r}{kr} \psi$. Pour les composantes $N_{lm}^{(\theta)}$ et $N_{lm}^{(\varphi)}$, il suffit d'appliquer les formules de dérivation :

$$\frac{dP_l^m(x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} P_l^{m+1}(x) - \frac{mx}{1-x^2} P_l^m(x) \quad (3.31)$$

avec $P_l^{m+1}(x) = 0$ si $m \geq l$

$$z_l'(x) = z_{l-1}(x) - \frac{l+1}{x} z_l(x) = \frac{l}{x} z_l(x) - z_{l+1}(x) = \frac{1}{2l+1} [lz_{l-1}(x) - (l+1)z_{l+1}(x)] \quad (3.32)$$

Alors :

$$\vec{N}_{lm} = \begin{bmatrix} \frac{l(l+1)}{kr} z_l(kr) P_l^m(\cos \theta) e^{-jm\varphi} \\ \frac{1}{kr} \frac{\partial}{\partial r} (r z_l(kr)) \frac{\partial P_l^m(\cos \theta)}{\partial \theta} e^{-jm\varphi} \\ -\frac{jm}{kr \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} (r z_l(kr)) P_l^m(\cos \theta) e^{-jm\varphi} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Ainsi, les expressions données par 3.29 et 3.33 sont les expressions générales pour décrire le champ électromagnétique dans la sphère. Remarquons que les divergences de \vec{M}_{lm} et \vec{N}_{lm} sont nulles, que le rotationnel de \vec{M}_{lm} est proportionnel à \vec{N}_{lm} et que le rotationnel de \vec{N}_{lm} est proportionnel à \vec{M}_{lm} . Ainsi \vec{M}_{lm} et \vec{N}_{lm} ont les qualités requises pour représenter les champs électrique et magnétique. Les vecteurs \vec{M}_{lm} et \vec{N}_{lm} constituent ainsi une base de vecteurs solutions de l'équation de propagation en coordonnées sphériques. La divergence de \vec{L}_{lm} n'est en revanche pas nulle. Ce vecteur n'intervient donc pas ici dans l'expression du champ.

3.2.1.2 Cas particulier des modes de galerie

Les équations de Maxwell s'écrivent, compte-tenu de nos hypothèses :

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \quad (3.34)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \mu_0 \vec{H} \quad (3.35)$$

Si l'on considère les modes fortement localisés au voisinage du plan équatorial, c'est-à-dire présentant une inclinaison très faible ($m \sim l$) le plan d'incidence est alors quasiment confondu avec le plan équatorial de la sphère. Alors, dans le cas TE, le champ électrique est constitué de quasiment une seule composante qui est E_θ , les composantes E_r et E_φ étant négligeables. Le champ électrique peut alors être modélisé par le vecteur \vec{M}_{lm} : la composante $M_{lm}^{(\varphi)}$ est négligeable devant $M_{lm}^{(\theta)}$ au voisinage du plan équatorial et pour $m \sim l$. Dans ce cas particulier, on note également que le champ magnétique, modélisé par le vecteur \vec{N}_{lm} a une composante selon θ quasi-nulle. Ces approximations tombent en défaut lorsque $l-m$ grandit, l'inclinaison des modes devenant trop importante. Cependant, ce dernier cas ne nous intéresse pas étant donné la nature des modes très confinés que nous recherchons et du fait des techniques de couplage qui génèrent dans la sphère des modes présentant des inclinaisons faibles par rapport au plan équatorial (voir chapitre 4 sur le couplage). Le même raisonnement sur les composantes peut être réitéré dans le cas TM. Alors, on a, à une constante multiplicative près, dépendant de la puissance optique incidente :

pour un mode TE :

$$\vec{E} \simeq E_\theta \cdot \vec{e}_\theta = -\frac{j m}{\sin \theta} z_l(kr) P_l^m(\cos \theta) e^{j m \varphi} \cdot \vec{e}_\theta \quad (3.36)$$

$$\vec{H} = \frac{j}{\omega \mu_0} \nabla \times (E_\theta \cdot \vec{e}_\theta) = \frac{j}{\omega \mu_0} \left[j \frac{m}{r \sin \theta} E_\theta \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{d(r E_\theta)}{dr} \vec{e}_\varphi \right] \quad (3.37)$$

pour un mode TM :

$$\vec{H} \simeq H_\theta \cdot \vec{e}_\theta = -\frac{j m}{\sin \theta} z_l(kr) P_l^m(\cos \theta) e^{j m \varphi} \cdot \vec{e}_\theta \quad (3.38)$$

$$\vec{E} = -\frac{j}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r} \nabla \times (H_\theta \cdot \vec{e}_\theta) = \frac{j}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[j \frac{m}{r \sin \theta} H_\theta \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{d(r H_\theta)}{dr} \vec{e}_\varphi \right] \quad (3.39)$$

3.2.2 Position des résonances

3.2.2.1 Equation caractéristique

Pour déterminer complètement les solutions, il reste à prendre en compte les conditions aux limites. Il faut assurer la continuité des composantes tangentielles des champs \vec{E} et \vec{H} à l'interface entre l'intérieur (indice n_{sph}) et l'extérieur (indice n_0) de la sphère. Ces relations de continuité se traduisent par les équations caractéristiques :

pour un mode TE :

$$\frac{[n_{sph} x j_l(n_{sph} x)]'}{j_l(n_{sph} x)} = \frac{[x h_l^{(2)}(x)]'}{h_l^{(2)}(x)} \quad (3.40)$$

pour un mode TM :

$$\frac{[n_{sph} x j_l(n_{sph} x)]'}{n_{sph}^2 j_l(n_{sph} x)} = \frac{[x h_l^{(2)}(x)]'}{h_l^{(2)}(x)} \quad (3.41)$$

avec :

$$x = \frac{2\pi R_{sph}}{\lambda_0} \quad (3.42)$$

x est le paramètre de taille (le « ' » indique une dérivation par rapport à l'argument de la fonction de Bessel ou Hankel). Notons que ces équations montrent que la valeur de m n'intervient pas dans le calcul des résonances de la sphère. Les modes ne différant entre eux que par la valeur de m présentent donc les mêmes longueurs d'onde de résonance : ils sont dégénérés. Cette dégénérescence est levée dans le cas de résonateurs présentant une ellipticité non nulle. La résolution de ces équations caractéristiques permet d'obtenir les valeurs de x et donc les longueurs d'onde de résonance. En pratique, la résolution numérique de ces équations est possible et permet d'avoir une vue graphique des résonances, comme dans le cas de la théorie de Mie qui étudie la diffusion de la lumière par des particules de grande dimension devant la longueur d'onde (voir paragraphe 3.3). Cependant, cette méthode est coûteuse en temps de calcul. Il est possible de développer asymptotiquement les fonctions de Bessel, pour les grandes valeurs de l (sphères de grands diamètres devant la longueur d'onde) apparaissant dans les équations caractéristiques et d'obtenir une formule générale de position des résonances ainsi que l'intervalle spectral libre (ISL).

3.2.2.2 Formule asymptotique de position des résonances

Le développement asymptotique en puissance de $(l + 1/2)^{-1/3}$ des fonctions de Bessel de l'équation caractéristique conduit à l'expression tronquée donnant la position des résonances [62][63][64][65] :

$$x_{l,n} = \frac{l + \frac{1}{2}}{n_{sph}} - \frac{\alpha_n}{n_{sph}} \left(\frac{l + \frac{1}{2}}{2} \right)^{\frac{1}{3}} - \frac{p}{\sqrt{n_{sph}^2 - 1}} + \frac{3}{10n_{sph}} \alpha_n^2 2^{-\frac{2}{3}} (l + \frac{1}{2})^{-\frac{1}{3}} - \frac{n_{sph}^2 p (\frac{2p^2}{3} - 1) \alpha_n}{2^{\frac{1}{3}} (l + \frac{1}{2})^{\frac{2}{3}} (n_{sph}^2 - 1)^{\frac{3}{2}}} + O((l + \frac{1}{2})^{-1}) \quad (3.43)$$

où $x_{l,n}$ est le paramètre de taille, α_n est la n -ième racine de la fonction d'Airy, $p = 1$ s'il s'agit d'un mode TE et $p = \frac{1}{n_{sph}}$ s'il s'agit d'un mode TM. A titre d'exemple, le tableau 3.2 recense les positions des résonances pour une sphère de diamètre 100 microns et d'indice 1,46 au voisinage de la longueur d'onde 1,55 μm et pour n variant de 1 à 3.

Type de Mode	l	n	Valeur de x	λ	ISL $f(l+1) - f(l)$
TE	283	1	201,6703	1,5578	5,3 nm
TE	284	1	202,3650	1,5524	5,3 nm
TE	285	1	203,0596	1,5471	
TE	274	2	201,8041	1,5568	5,3 nm
TE	275	2	202,5062	1,5514	5,3 nm
TE	276	2	203,2084	1,5460	5,3 nm
TE	266	3	201,4579	1,5594	5,4 nm
TE	267	3	202,1663	1,5540	5,4 nm
TE	268	3	202,8747	1,5485	
TM	283	1	201,9560	1,5556	5,4 nm
TM	284	1	202,6507	1,5502	5,2 nm
TM	285	1	203,3454	1,5450	
TM	274	2	202,0816	1,5546	5,3 nm
TM	275	2	202,7838	1,5492	5,3 nm
TM	276	2	203,4859	1,5439	
TM	266	3	201,7283	1,5573	5,3 nm
TM	267	3	202,4368	1,5519	5,3 nm
TM	268	3	203,1453	1,5465	

TAB. 3.2 – Résonances et ISL pour quelques valeurs de l et n autour de $\lambda = 1,55 \mu m$. A cette longueur d'onde un ISL de 5,3 nm correspond à environ 650 GHz.

3.2.2.3 Intervalle spectral libre

L'expression du pseudo-ISL, c'est-à-dire l'écart fréquentiel entre deux modes (l, m, n) et $(l + 1, m, n)$ se déduit de l'expression précédente. On a ainsi [62] :

$$ISL = \frac{c}{2\pi R_{sph}} [x_{l+1,n} - x_{l,n}] = \frac{c}{2\pi R_{sph}} \left[\frac{1}{n_{sph}} + \frac{2^{-\frac{1}{3}}}{3n_{sph}} \alpha_n (l + \frac{1}{2})^{-\frac{2}{3}} - \frac{2^{-\frac{2}{3}}}{10n_{sph}} \alpha_n^2 (l + \frac{1}{2})^{-\frac{4}{3}} + O((l + \frac{1}{2})^{-2}) \right] \quad (3.44)$$

3.2.3 Représentation du champ dans la sphère

Comme le montrent les figures 3.7 et 3.8, n donne le nombre d'extrema radiaux du profil de champ. Lorsque n augmente, le champ pénètre plus profondément vers le centre de la sphère, tandis que la décroissance de l'amplitude du champ évanescent à l'extérieur de la sphère devient moins rapide. Les modes dont la valeur de n est élevée présentent par conséquent un confinement moins important. La dépendance orthoradiale (polaire) des

modes est définie par les polynômes de Legendre (figure 3.9). Il apparaît clairement que le confinement maximal dans la direction polaire est obtenu pour $m = l$. Enfin, la figure 3.10 représente l'amplitude du champ dans le plan équatorial (r, φ) et dans un plan orthogonal (r, θ) de différents modes TE (les axes sont ceux de la figures 3.4). La valeur de l a été prise volontairement petite ($l=20$) pour plus de clarté. On retrouve ici le nombre d'extrema radiaux égal à n ainsi que le nombre d'extrema dans la direction polaire égal à $l - |m| + 1$.

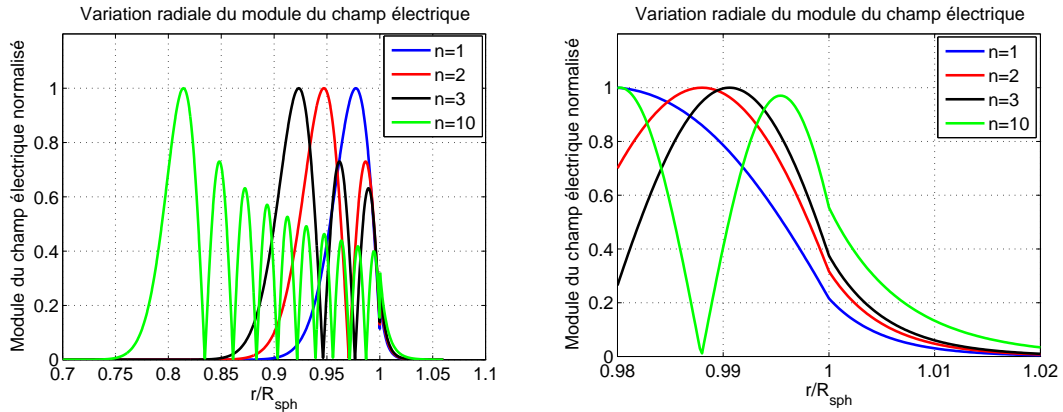


FIG. 3.7 – Variations radiales du module du champ électrique pour $l=283$, pour une sphère de 100 microns de diamètre pour différentes valeurs de n (modes TE).

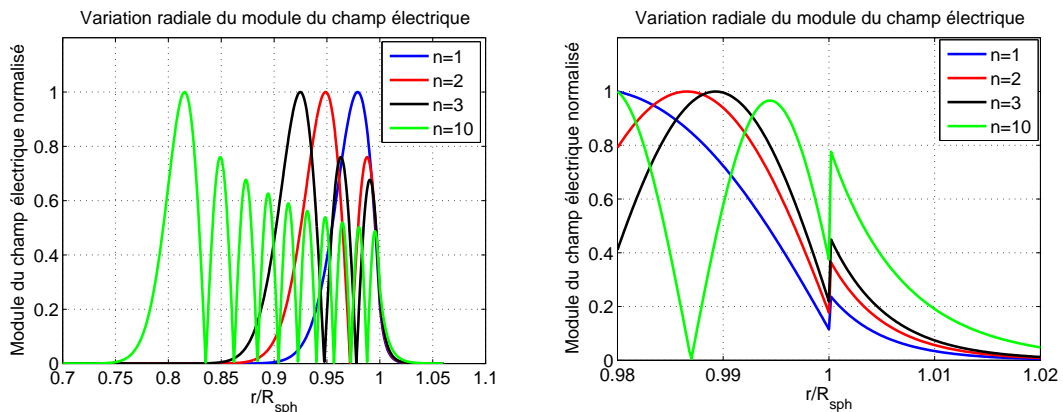
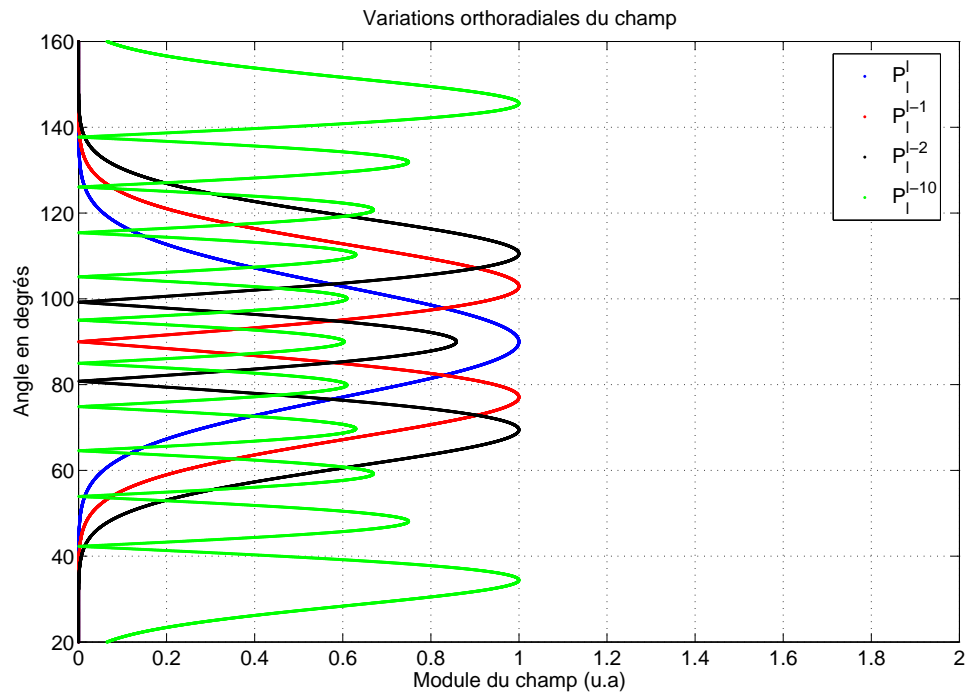


FIG. 3.8 – Variations radiales du module du champ électrique pour $l=283$, pour une sphère de 100 microns de diamètre pour différentes valeurs de n (modes TM). On note la discontinuité du champ électrique à l'interface air-sphère dans le cas TM.

FIG. 3.9 – Variation polaire du module du champ. $l=20$.

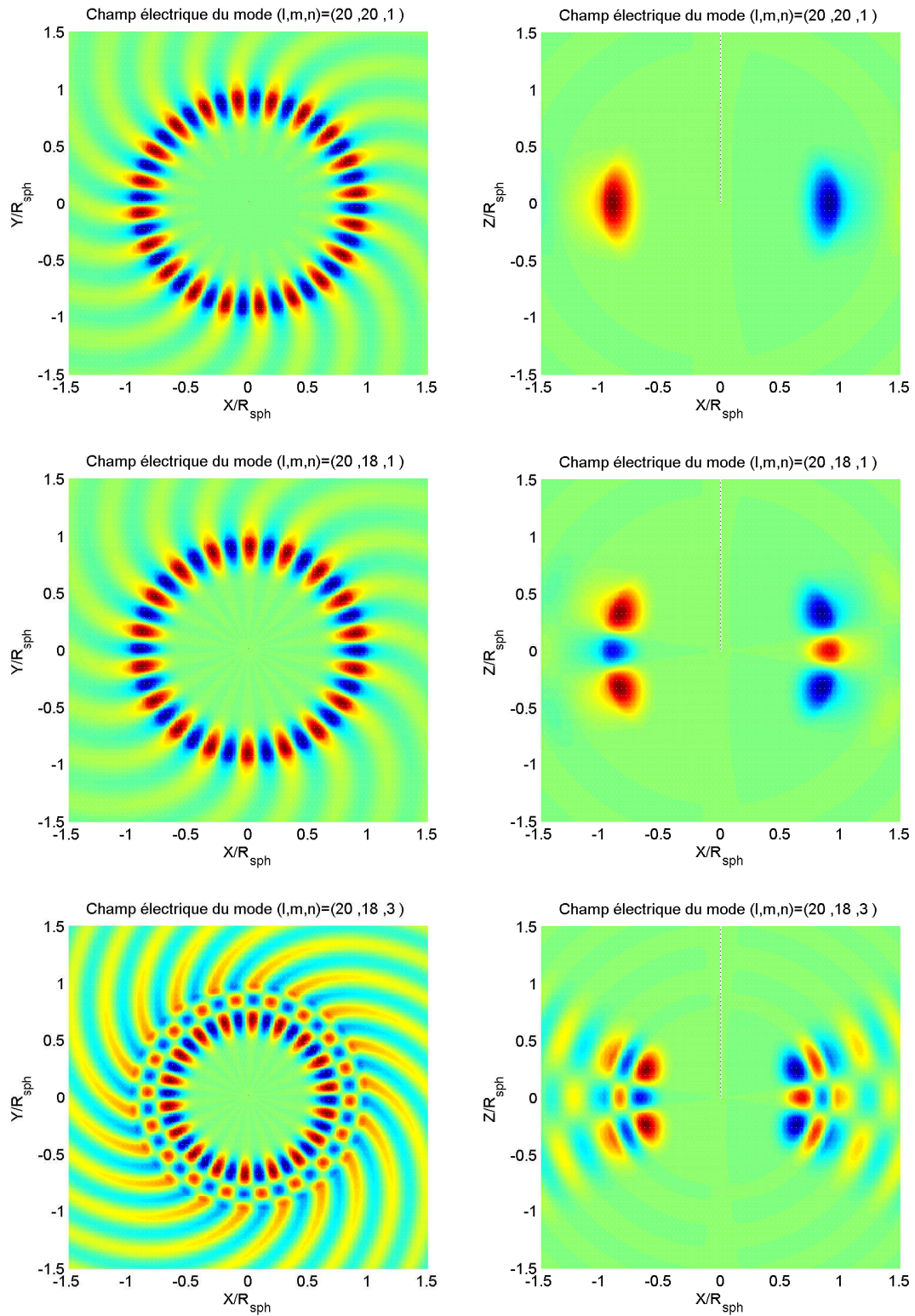


FIG. 3.10 – Distribution du champ électrique pour différents modes TE.

3.3 Théorie de Mie

Cette théorie a été introduite par Mie en 1908 pour modéliser la diffusion élastique d'une onde plane par une particule de grande dimension par rapport à la longueur d'onde. Cette théorie peut être avantageusement mise à profit dans l'étude des microsphères en permettant d'obtenir une vision graphique du spectre de résonance des sphères ainsi qu'une estimation précise des valeurs de longueurs d'onde de résonance et de leur facteur de qualité par la recherche des pôles des coefficients a_l et b_l . L'efficacité de diffusion E_{diff} représente la capacité de la particule à emmagasiner de l'énergie optique puis à la rediffuser. L'expression de cette efficacité de diffusion est ([62], [64], [65], [66], [67], [68], [69]) :

$$E_{diff} = \frac{2}{x^2} \sum_{l=1}^{+\infty} (2l+1) (|a_l|^2 + |b_l|^2) \quad (3.45)$$

où x est le paramètre de taille précédemment défini par l'expression (3.42). Les coefficients a_l et b_l sont définis par :

$$a_l = \frac{j_l(x)[n_{sph}xj_l(n_{sph}x)]' - n_{sph}^2 j_l(n_{sph}x)[xj_l(x)]'}{h_l^{(2)}(x)[n_{sph}xj_l(n_{sph}x)]' - n_{sph}^2 j_l(n_{sph}x)[xh_l^{(2)}(x)]'} \quad (3.46)$$

$$b_l = \frac{j_l(x)[n_{sph}xj_l(n_{sph}x)]' - j_l(n_{sph}x)[xj_l(x)]'}{h_l^{(2)}(x)[n_{sph}xj_l(n_{sph}x)]' - j_l(n_{sph}x)[xh_l^{(2)}(x)]'} \quad (3.47)$$

L'annulation des dénominateurs de ces coefficients correspond à l'égalisation des deux membres de l'équation caractéristique, si bien que d'un point de vue pratique, la résolution de l'équation caractéristique revient à rechercher les pôles de ces coefficients (a_l pour les modes TM, b_l pour les modes TE). Dans le tracé de E_{diff} , ces pôles se traduisent par des pics de diffusion, qui correspondent à des résonances de la microsphère. Cependant, ces résonances n'ont pas lieu pour des valeurs de x purement réelles. La valeur de la partie imaginaire de x détermine alors la finesse de la résonance et donc son facteur de qualité (voir paragraphe 3.4 sur le facteur de qualité des sphères). Pour calculer numériquement E_{diff} , il est nécessaire de tronquer la somme infinie [66] :

$$l_{max} = \begin{cases} x + 4x^{\frac{1}{3}} + 1 & \text{pour } 0.02 \leq x \leq 8 \\ x + 4.05x^{\frac{1}{3}} + 2 & \text{pour } 8 < x < 4200 \\ x + 4x^{\frac{1}{3}} + 2 & \text{pour } 4200 \leq x \leq 20\,000 \end{cases} \quad (3.48)$$

La figure 3.11 montre un tracé typique de l'efficacité de diffusion d'une sphère en fonction du paramètre de taille (ici c'est le diamètre de la sphère qui varie à longueur d'onde constante). Cette courbe montre une forte croissance de l'efficacité de diffusion lorsque le paramètre de taille augmente à partir de la limite de Rayleigh ($x \ll 1$, donc pour des sphères de dimensions très inférieures à la longueur d'onde), cette efficacité tend vers la limite 2. Le spectre global consiste en de rapides oscillations superposées à des variations lentes [69]. L'agrandissement d'une zone de la figure 3.11 laisse apparaître de multiples pics de résonance (figure 3.12). Enfin, la figure 3.13 montre comment la théorie de Mie peut permettre de déterminer le facteur de qualité associé à une résonance. Ce facteur de qualité ne prend en compte que les pertes radiatives dues à la courbure de la sphère (sauf si la valeur de l'indice est prise complexe permettant d'y intégrer une atténuation). Ce facteur de qualité s'exprime par :

$$Q_{rad} = \frac{Re(x_{l,n})}{2Im(x_{l,n})} \quad (3.49)$$

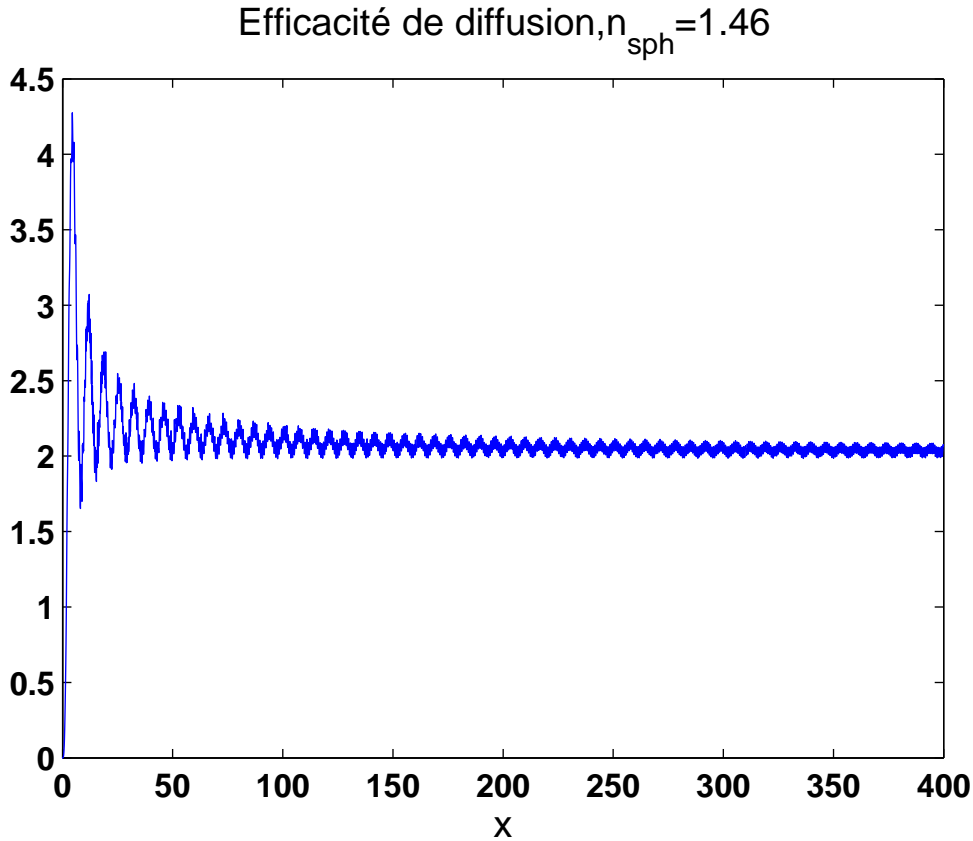


FIG. 3.11 – Efficacité de diffusion en fonction du paramètre de taille à longueur d’onde constante.

3.4 Facteur de qualité et largeur spectrale des résonances

3.4.1 Facteurs de dégradation et expression générale du facteur de qualité

Les pertes d’une cavité résonante constituent un paramètre important, souvent exprimé en terme de facteur de qualité. Ce dernier est lié à la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la résonance, la fréquence ou longueur d’onde de résonance λ_0 , la durée de vie des photons τ par :

$$Q = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = \omega\tau \quad (3.50)$$

avec $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$. Plusieurs mécanismes, décrits ci-après, contribuent aux pertes du résonateur, pouvant être chacun associé à un facteur de qualité :

- Les pertes liées à l’absorption du matériau : $Q_{\text{absorption}}$
- Les pertes par diffusion liées à l’état de surface du résonateur : Q_{diff}
- Les pertes par diffusion Rayleigh : Q_{Ray}
- Les pertes radiatives liées à la courbure du résonateur : Q_{rad}
- Les pertes liées au couplage du résonateur (ce sont les seules « pertes » utiles) : Q_{couplage}

Le facteur de qualité global du résonateur résultant de toutes ces contributions est donné par :

$$\frac{1}{Q_{\text{total}}} = \frac{1}{Q_{\text{absorption}}} + \frac{1}{Q_{\text{diff}}} + \frac{1}{Q_{\text{Ray}}} + \frac{1}{Q_{\text{rad}}} + \frac{1}{Q_{\text{couplage}}} \quad (3.51)$$

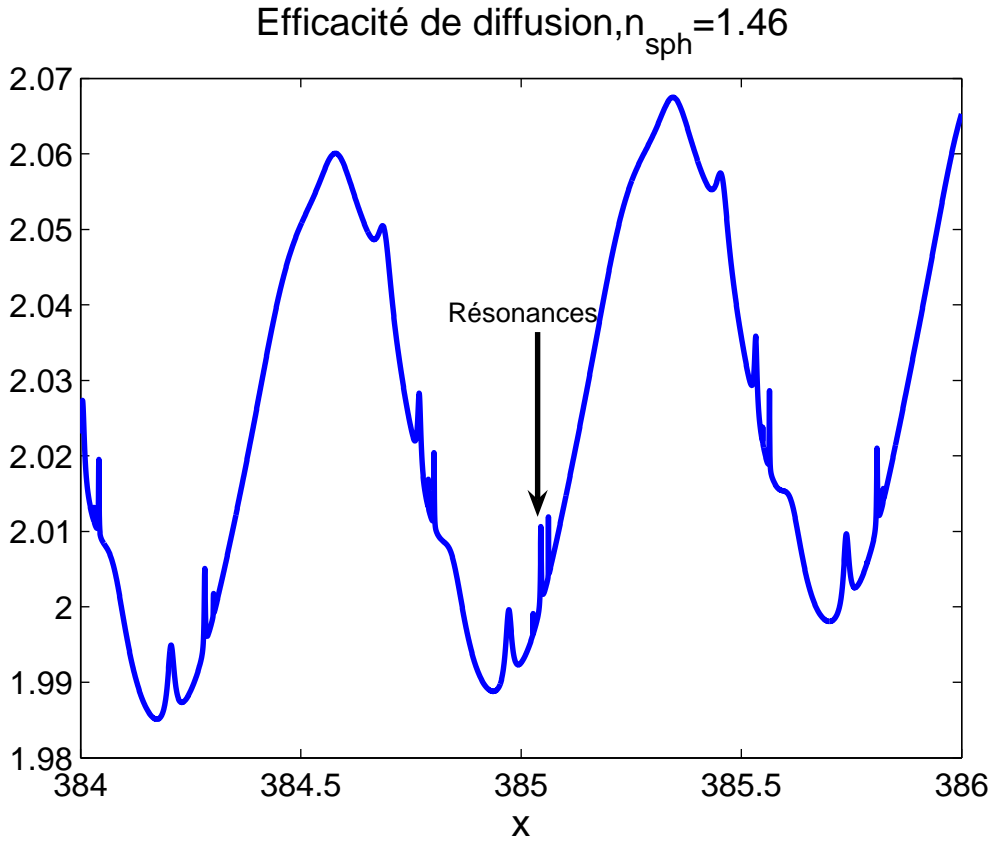


FIG. 3.12 – Agrandissement de la figure 3.11. Efficacité de diffusion en fonction du paramètre de taille à longueur d'onde constante.

3.4.2 Limite ultime du facteur de qualité : L'atténuation du matériau

3.4.2.1 Absorption du matériau

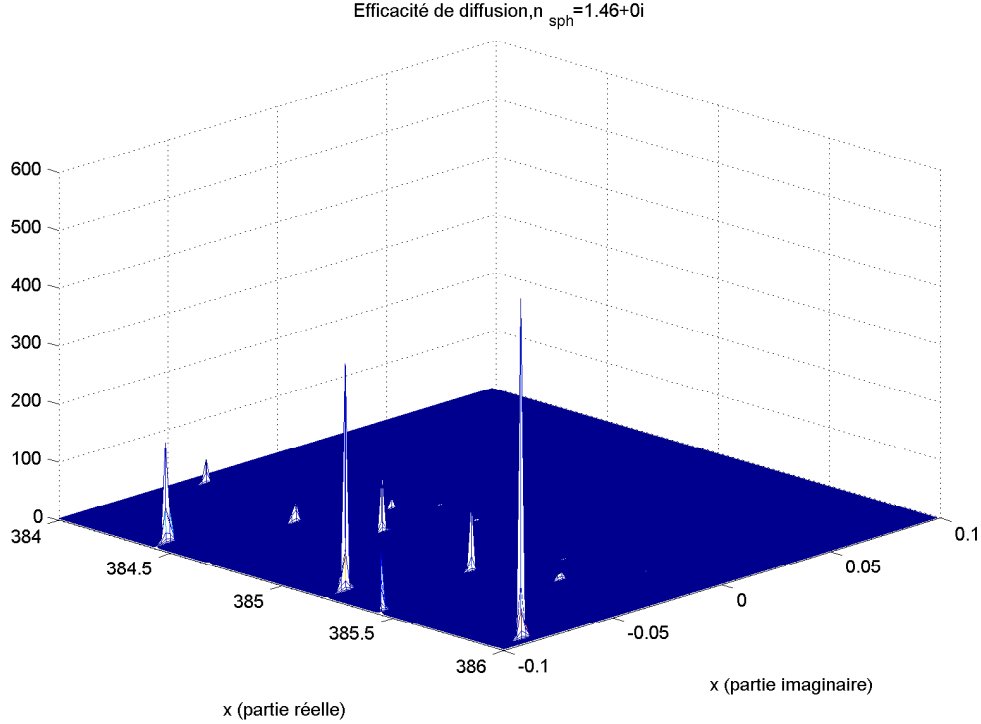
La limite ultime du facteur de qualité est déterminée par l'atténuation, c'est-à-dire les pertes intrinsèques et extrinsèques du matériau ainsi que la diffusion Rayleigh. L'absorption intrinsèque a lieu aux longueurs d'onde correspondant aux résonances électroniques et vibrationnelles de certaines molécules. Dans le cas de la silice, l'absorption intrinsèque à $1,55 \mu\text{m}$ induit des pertes inférieures à $0,03 \text{ dB/km}$ [70]. L'absorption extrinsèque est due à la contamination du matériau par des impuretés. La principale source d'absorption extrinsèque est la présence de vapeur d'eau. L'absorption peut être minimisée par l'utilisation de matériaux cristallins tels que par exemple le fluorure de calcium CaF_2 (voir paragraphe 3.1.2). Le coefficient de qualité lié à ces pertes par absorption s'exprime par :

$$Q_{\text{absorption}} = \frac{2\pi n_{sph}}{\lambda_0 \alpha_{abs}} \quad (3.52)$$

où n_{sph} est l'indice de réfraction de la sphère, λ_0 est la longueur d'onde et α_{abs} est le coefficient d'absorption linéique.

3.4.2.2 Diffusion Rayleigh dans une microsphère de silice

La diffusion Rayleigh est un mécanisme de pertes important des résonateurs optiques qui, comme dans les fibres optiques, résulte d'inhomogénéités microscopiques (aux di-


 FIG. 3.13 – Exemple de résonances dans le plan complexe des x .

mensions inférieures à la longueur d'onde) de densité au sein du matériau. Cependant, ce mécanisme ne peut être modélisé par la diffusion de volume, habituellement utilisée, en raison de la géométrie du résonateur. Dans le cas de la sphère, l'expression du facteur de qualité relatif à la diffusion Rayleigh de volume (« internal scattering ») peut s'exprimer par [71] :

$$Q_{Ray} = K_{TE, TM} \frac{2\pi n_{sph}}{\lambda_0 \alpha_{is}} \quad (3.53)$$

avec $\alpha_{is} = \frac{8\pi^3}{3\lambda^4} n_{sph}^8 p^2 k_B T \beta_T$ où $\beta_T = 8.10^{12} \text{cm}^2/\text{dyn}$ est la compressibilité isothermique, k_B est la constante de Boltzman, T est la température effective de solidification (1500 K pour la silice), $p \simeq \frac{(n_{sph}^2 - 1)}{n_{sph}^4}$ (pour la silice) est le coefficient de Pockels d'optoélasticité à cette température, $K_{TE} = 2,8$ et $K_{TM} = 9,6$.

3.4.3 Pertes par diffusion de surface

Après la fabrication des microsphères, des impuretés se déposent rapidement à la surface de celles-ci si elles ne se trouvent pas dans un environnement confiné. De plus de l'eau, issue de l'humidité de l'air commence à constituer une fine pellicule sur le résonateur. Il en résulte une rapide dégradation du facteur de qualité dès les premières minutes suivant la fabrication suivie d'une longue période de stabilisation qui peut durer plusieurs mois. Un environnement optimal pour parer à ce type de dégradation serait de placer la sphère dans un environnement sous vide. Se pose alors le problème de l'accès à celle-ci pour réaliser le couplage. Il faut également mentionner les imperfections de la surface de la sphère (et des résonateurs en général) qui constituent également une source de diffusion. Le facteur de qualité associé aux pertes par diffusion de surface s'exprime par [72] :

$$Q_{diff} = \frac{\lambda^2 D}{2\pi^2 \sigma^2 B} \quad (3.54)$$

où D est le diamètre de la sphère, σ et B sont respectivement la taille rms et la longueur de corrélation des inhomogénéités de surface (exemple de valeurs pour la silice : $\sigma=0,3$ nm ; $B=3$ nm).

3.4.4 Pertes par diffraction

Les pertes radiatives ont lieu en raison de la courbure de la surface de la sphère. Lorsque la partie réelle de l'argument de la fonction de Hankel devient égale à l'ordre de la fonction, à une distance suffisante de la sphère, le champ devient radiatif (cela a lieu à une distance d'environ $n_s p h / \lambda_0$ de la surface de la sphère). Cela fait donc apparaître une caustique extérieure, origine apparente des radiations : c'est la caustique de radiation. Le phénomène physique par lequel la puissance contenue dans la sphère est transmise au travers de la zone évanescente est l'effet tunnel optique (optical tunneling) ou réflexion totale frustrée. Ces modes pour lesquels la caustique extérieure est au-delà de la surface de la sphère mais à une distance finie portent le nom de tunneling leaky modes [73]. Lorsque le champ devient propageant au-delà de la caustique extérieure, cela traduit la diffraction de la lumière par la surface courbe de la bille. Ce phénomène se traduit par un facteur de qualité associé aux pertes radiatives [74]. Néanmoins, pour les sphères que nous utilisons, d'un diamètre de plusieurs dizaines de microns, ce facteur de qualité est supérieur de plusieurs ordres de grandeur à celui associé aux pertes intrinsèques du matériau (pour des sphères de dimensions supérieures à 15 μm les pertes radiatives deviennent négligeables par rapport aux sources de pertes précédemment décrites).

3.5 Fabrication des microsphères

Les microsphères utilisées lors de nos expériences ont été réalisées au sein du laboratoire FOTON de l'ENSSAT à Lannion. Je tiens, à ce sujet, à remercier Patrice Féron et Laura Gisha pour leur accueil, leurs conseils, et m'avoir donné l'opportunité de fabriquer des microsphères de silice.

3.5.1 Techniques de fabrication des microsphères

Trois techniques, essentiellement, permettent de réaliser des microsphères :

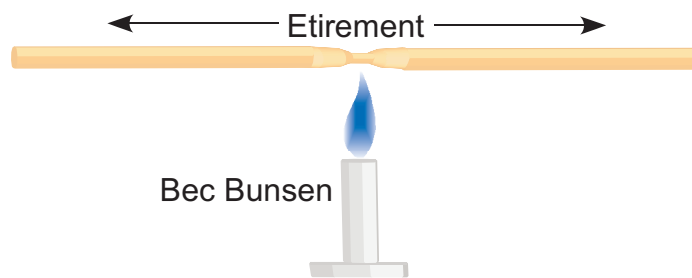
- Utilisation d'une torche à plasma et de poudre de silice (figure 3.14(a)). Le principal intérêt de cette technique est la possibilité d'utiliser toute sorte de verre et notamment du verre dopé pour la fabrication de sphères actives. Les diamètres des sphères ainsi fabriquées oscillent en général entre 50 et 200 μm .
- Utilisation d'une soudeuse de fibres. Dans ce cas, grâce à un programme spécifique de la soudeuse, on vient fondre directement l'extrémité d'une fibre. Les diamètres des sphères obtenues par cette méthode oscillent généralement entre 200 et 400 μm environ.
- Utilisation d'un laser à CO_2 . Il s'agit là d'un moyen d'obtenir des sphères de grandes tailles (plusieurs millimètres de diamètre).

3.5.2 Protocole de fabrication des sphères

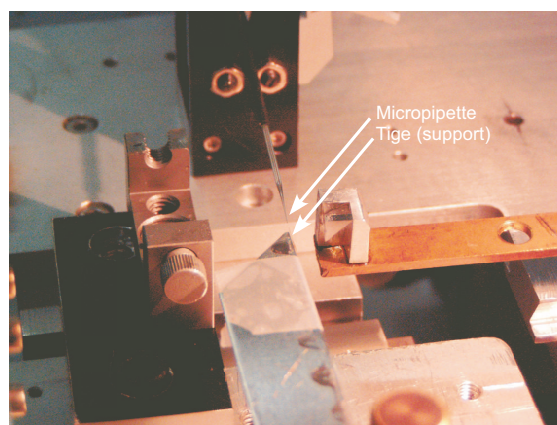
Les microsphères utilisées à Supaéro ont été réalisées par la première technique, qui comporte plusieurs étapes :



(a) Torche à plasma utilisée pour la fabrication des microsphères à l'ENSSAT, Lannion.



(b) Fabrication de la tige, support de la sphère.



(c) Fixation de la sphère à la tige. La sphère est maintenue au bout de la micropipette par aspiration.

FIG. 3.14 – Processus de fabrication des microsphères.

1. Réduction d'une poudre de silice dans un mortier.
2. Réglage de la température de la torche à plasma. Celle-ci utilise un mélange argon-oxygène, qu'il convient de modifier pour ajuster la température.
3. Introduction de la poudre de silice dans le plasma et récupération des sphères dans une coupelle (figure 3.14(a)). Lors de la fusion de la silice, les particules fondues s'agglomèrent et prennent naturellement une forme sphérique grâce à l'action des tensions superficielles. Les dimensions des sphères ne sont pas contrôlables mais les sphères formées à chaque introduction de silice sont nombreuses et de tailles variées, permettant la sélection au microscope des sphères suivant la taille désirée.
4. Fabrication de tiges de silice jouant le rôle de supports des sphères. Ces tiges sont réalisées à partir de fibres standards par fusion et étirement rapide jusqu'à la rupture (figure 3.14(b)). La tige obtenue est coupée à un endroit, choisi au microscope, du taper ainsi formé pour obtenir le diamètre souhaité.
5. La dernière étape consiste à fixer la sphère sur la tige. Pour cela, une sphère est prélevée dans la coupelle grâce à une micropipette munie d'un système d'aspiration. La sphère et la tige sont ensuite mis en contact grâce à des mécaniques de déplacement micrométriques, sous binoculaire, puis collées grâce à une colle photodurcissante (figure 3.14(c)).

Conclusion

Ce chapitre 3 nous a permis de mentionner les principaux types de résonateurs, ainsi que les principaux matériaux utilisés et les performances que l'on peut en attendre. Nous avons ensuite décrit les modes de galerie et modélisé le champ électromagnétique et les principales caractéristiques (spectre, facteur de qualité) associés à ces modes dans une sphère de silice. Cette étude va nous permettre, au chapitre 4, de voir comment il est possible d'exciter ces modes de galerie, notamment au travers d'un prisme, et d'estimer quantitativement les performances d'un tel système.

Chapitre 4

Couplage des microsphères

Dans ce chapitre, nous allons présenter brièvement les différentes techniques de couplage permettant de générer des modes de galerie dans la microsphère avant de nous focaliser sur la technique utilisant un prisme. Nous décrirons alors le champ électromagnétique issu du prisme et utiliserons la théorie des modes couplés (modifiée pour le cas de guides courbes) afin de déterminer les équations du couplage. Enfin, nous présenterons le dispositif expérimental mis en oeuvre pour la réalisation du couplage.

4.1 Techniques de couplage

Le plus gros obstacle dans l'utilisation pratique des microrésonateurs est la difficulté de réaliser un couplage efficace de la lumière. Un tel couplage ne requiert pas seulement l'ajustement de la fréquence du faisceau d'excitation mais également celui du moment angulaire (par rapport au centre de la microsphère) en accord avec celui de la résonance. Un tel couplage ne peut être réalisé par illumination directe avec une onde plane. Les meilleures efficacités de couplage sont obtenues par des techniques générant un champ évanescent dans lequel est placé le résonateur.

Diverses méthodes utilisant le couplage par champ évanescent sont utilisées :

- le prisme
- la fibre optique étirée
- la fibre optique érodée ou enterrée
- le prisme fibré hybride

Ces diverses techniques de couplage sont représentées à la figure 4.1.

4.1.1 Le prisme

La première technique, la plus ancienne, consiste à utiliser un prisme. Dans cette technique un faisceau laser est dirigé sur l'une des faces de façon à obtenir une réflexion totale interne à la surface du prisme. Il en résulte l'apparition d'un champ évanescent à l'extérieur du prisme. Sous certaines conditions d'incidence, en plaçant la sphère dans le champ ainsi généré, il est possible d'exciter des modes de galerie dans le résonateur (figure 4.1.a)). Cette méthode est très flexible, permettant l'accord de phase en changeant l'angle d'incidence du faisceau incident (avec tout de même la condition que l'angle d'incidence satisfasse la condition de réflexion interne totale). Cependant cette technique présente l'inconvénient d'être volumineuse et donc, de se prêter difficilement à l'intégration. Du point de vue des performances, le prisme n'est pas aussi efficace que les nouvelles techniques de couplage telles que la fibre étirée. Cependant, le couplage par prisme demeure une technique robuste et la moins sensible à certains facteurs perturbateurs tels que les vibrations mécaniques.

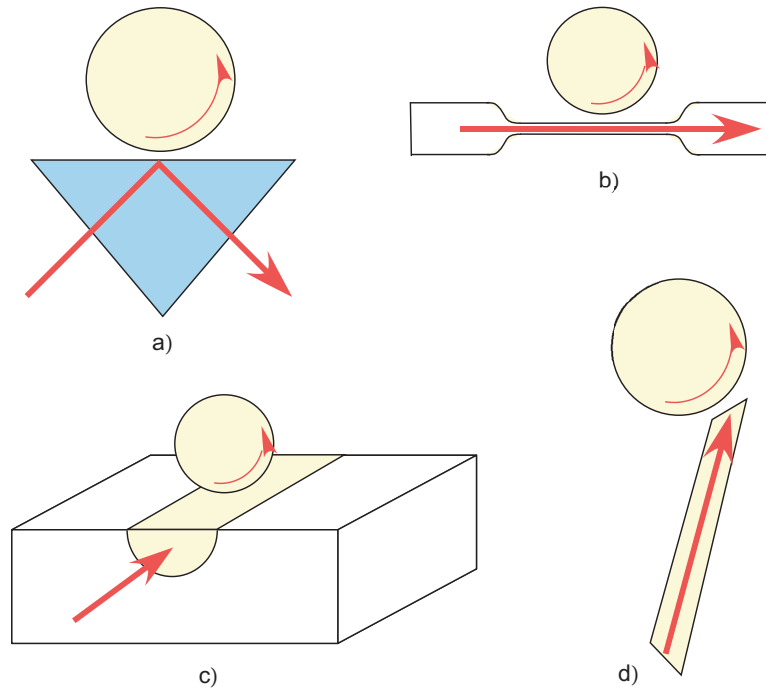


FIG. 4.1 – Différentes méthodes de couplage par champ évanescent. a) prisme de fort indice. b) Fibre amincie. c) fibre semi-enterrée. d) fibre polie.

4.1.2 la fibre monomode étirée

La seconde méthode est la fibre étirée (figure 4.1.b)) qui constitue un moyen de couplage puissant dans la mesure où il permet un ajustement fin de la constante de propagation des modes en contrôlant l'épaisseur de la fibre. De plus les fibres optiques présentent une faible atténuation (<0.2 dB/km), et sont compactes. En outre, l'emploi d'une fibre optique comme coupleur signifie que l'onde incidente et n'importe quelle onde qui interagit avec elle ou bien qui est générée par la cavité peut être utilisée dans un système tout fibré comportant des composants standards. Enfin, ce type de coupleur présente une facilité d'alignement et d'intégration bien supérieure aux dispositifs non fibrés. L'amincissement de la fibre, le plus souvent réalisé par chauffage, est tel que le champ optique présent dans la fibre s'étend à l'extérieur ce qui lui permet d'interagir avec un résonateur. Le principal inconvénient de ce composant est que la zone amincie de la fibre est très fine (souvent inférieure à $5 \mu\text{m}$) et par conséquent, extrêmement fragile. Dans la figure 4.1 b), la structure consiste en une région « taperisée » d'environ 3 à 5 cm dans laquelle une transition progressive a lieu entre une fibre optique classique devenant progressivement un cylindre diélectrique, l'énergie optique étant guidée par l'interface air-gaine.

4.1.3 le coupleur Half-Block

La troisième méthode est le coupleur « half-block ». Il est constitué d'une fibre optique « enterrée » dans du verre ou dans un bloc de métal. La fibre est polie jusqu'au coeur permettant ainsi l'accès aux modes optiques (figure 4.1.c)). L'inconvénient le plus significatif

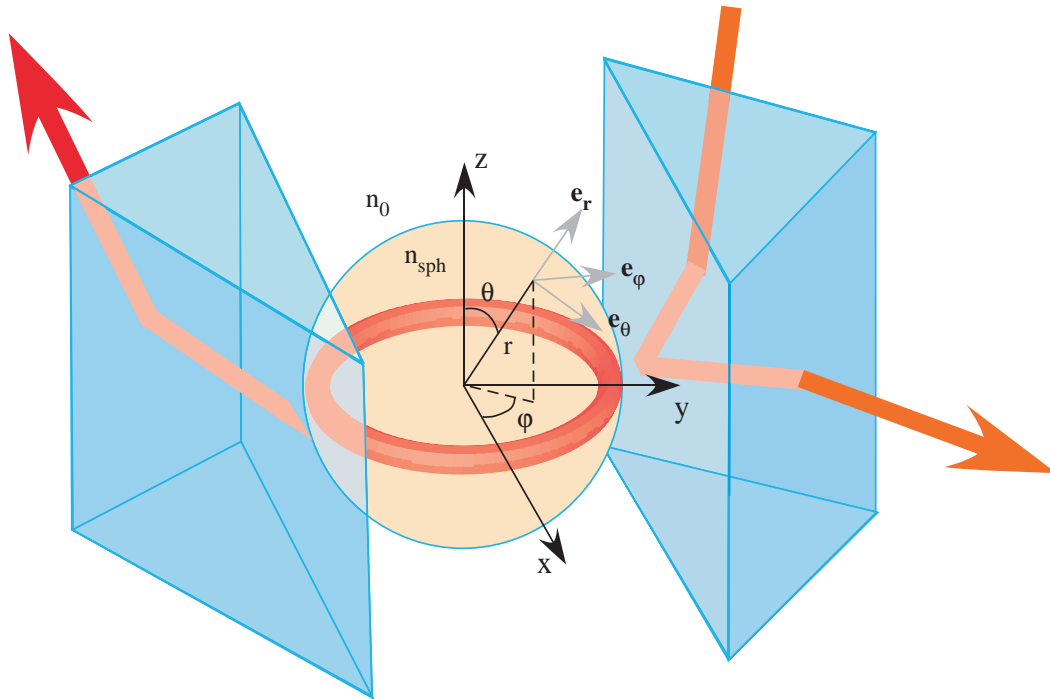


FIG. 4.2 – Principe du couplage par prisme.

de cette technique est la perte de lumière par fuite des modes de la sphère dans la gaine et dans le bloc qui l'entoure. Une variante de ce type de coupleur consiste à ne polir que la gaine de la fibre et n'en laisser qu'une infime épaisseur. Mais ce type de technique présente une efficacité de couplage limitée.

4.1.4 La fibre polie

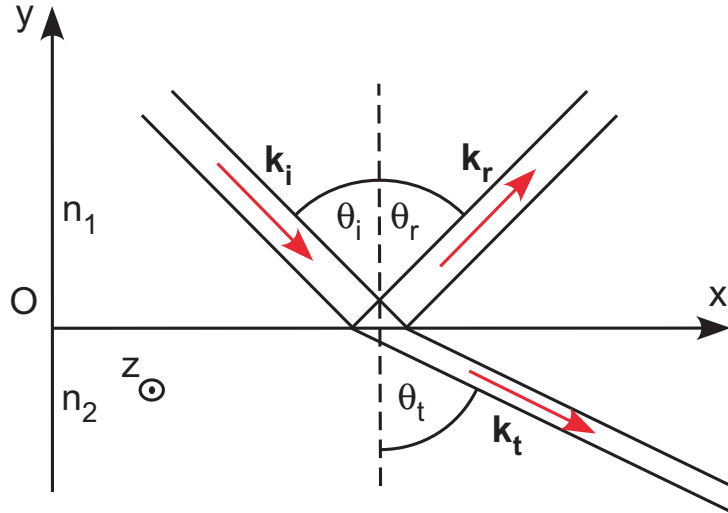
La quatrième méthode combine les avantages de l'insertion de lumière dans les guides et du couplage avec les prismes. Dans cette méthode, une fibre est polie selon un angle plat, qui se comporte alors comme une surface de réflexion interne totale pour la lumière guidée par la fibre (figure 4.1.d)). Ainsi, la méthode du « prisme fibré » élimine la plupart des étapes d'alignement nécessaires pour les coupleurs prismatiques classiques. Cependant, cette technique est très sensible aux vibrations et est donc très délicate à mettre en oeuvre.

4.2 Couplage par prisme

L'excitation des modes de galerie dans la microsphère peut être obtenue en plaçant la cavité dans le champ évanescent généré par la réflexion totale interne (TIR : Total Internal Reflection) de l'onde optique sur l'une des faces du prisme (figure 4.2).

Deux conditions sont nécessaires pour obtenir un couplage efficace :

1. Accord de la phase (de l'onde du guide et de celle de la cavité)
2. Recouvrement suffisant des ondes du guide et de la cavité.


 FIG. 4.3 – Réflexion d'une onde à l'interface de deux milieux diélectriques ($n_2 < n_1$).

4.2.1 Etude de l'onde évanescente issue du prisme

Considérons deux milieux d'indice n_1 et n_2 et une onde plane incidente arrivant sur le dioptre entre ces deux milieux (figure 4.3). Les lois gouvernant la réflexion et la réfraction d'ondes planes sont les lois de Snell-Descartes pour les directions de propagation et les lois de Fresnel pour les amplitudes et phases des ondes.

Considérons une onde plane se réfléchissant sur le dioptre constitué de l'interface entre n_1 et n_2 . Le plan d'incidence est confondu avec xOy . L'origine des coordonnées coïncide avec l'interface entre le prisme et l'air.

Le champ incident s'exprime alors par :

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{i0} \cdot \exp j(\omega_i t - \vec{k}_i \cdot \vec{r}) \quad (4.1)$$

où \vec{k}_i désigne le vecteur de l'onde incidente, ω_i la pulsation et \vec{r} désigne le vecteur position. De même, les ondes réfléchies et transmises sont respectivement définies par :

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{r0} \cdot \exp j(\omega_r t - \vec{k}_r \cdot \vec{r}) \quad (4.2)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{t0} \cdot \exp j(\omega_t t - \vec{k}_t \cdot \vec{r}) \quad (4.3)$$

Les conditions aux limites pour les composantes tangentes du champ électrique imposent :

$$\vec{e}_r \times (\vec{E}_i + \vec{E}_r) = \vec{e}_r \times \vec{E}_t \quad (4.4)$$

Comme cette équation doit être satisfaite en tout point de l'interface et quel que soit t , on a nécessairement $\omega_i = \omega_r = \omega_t$, aussi nous ne nous préoccupons plus de la dépendance temporelle. Nous avons aussi $k_{ix} = k_{rx} = k_{tx}$ en $y = 0$, soit $n_1 \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_r = n_2 \sin \theta_t$. Nous pouvons écrire :

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{i0} \cdot \exp -j\vec{k}_i \cdot \vec{r} = \vec{E}_{i0} \cdot \exp j(k_0 n_1 \cos \theta_i y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.5)$$

où $\beta = k_0 n_1 \sin \theta_i$ (on considère ici une invariance par translation selon z).

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{r0} \cdot \exp -j\vec{k}_r \cdot \vec{r} = \vec{E}_{r0} \cdot \exp j(k_0 n_1 \cos \theta_r y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.6)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{t0} \cdot \exp -j\vec{k}_t \cdot \vec{r} = \vec{E}_{t0} \cdot \exp j(k_0 n_1 \cos \theta_t y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.7)$$

Une onde quelconque arrivant sur le dioptre constitué par l'interface entre les milieux n_1 et n_2 peut être décomposée en la superposition d'une onde TE et d'une onde TM. Les conditions aux limites sont différentes suivant la polarisation de l'onde. Il est donc intéressant de décrire les deux cas de figure.

Remarque : Considérons un champs \vec{A} s'écrivant $\vec{A} = \vec{A}_0 \cdot \exp -j(\vec{k} \cdot \vec{r}) = \vec{A}_0 \cdot \exp -j(k_x x + k_y y + k_z z)$, on a :

$$\nabla \times \vec{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \end{pmatrix} = -j\vec{k} \times \vec{A} \quad (4.8)$$

Ainsi, comme $\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H}$ et $\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}$, on a :

$$\vec{H} = \frac{1}{\omega\mu_0}\vec{k} \times \vec{E} \quad (4.9)$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{\omega\epsilon_0\epsilon_r}\vec{k} \times \vec{H} \quad (4.10)$$

Rappelons que l'on a nécessairement continuité des composantes tangentielles des champs à l'interface :

$$\vec{e}_y \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) = \vec{0} \quad (4.11)$$

$$\vec{e}_y \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = \vec{0} \quad (4.12)$$

Mode TE : le vecteur \vec{E} est orthogonal au plan d'incidence ($\vec{E}_i = E_i \cdot \vec{e}_z$).

Le champ incident s'écrit :

$$\vec{E}_i = E_{i0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -j\vec{k}_i \cdot \vec{r} = E_{i0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp j(k_0 n_1 \cos \theta_i y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.13)$$

$$\vec{H}_i = -\frac{1}{\omega\mu_0}(k_0 n_1 \cos \theta_i \vec{e}_x + k_0 n_1 \sin \theta_i \vec{e}_y) \cdot E_{i0} \cdot \exp j(k_0 n_1 \cos \theta_i y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.14)$$

Le champ réfléchi s'écrit :

$$\vec{E}_r = E_{r0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -j\vec{k}_r \cdot \vec{r} = E_{r0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -j(k_0 n_1 \cos \theta_r y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.15)$$

$$\vec{H}_r = -\frac{1}{\omega\mu_0}(k_0 n_1 \cos \theta_r \vec{e}_x - k_0 n_1 \sin \theta_r \vec{e}_y) \cdot E_{r0} \cdot \exp -j(k_0 n_1 \cos \theta_r y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.16)$$

Le champ transmis s'écrit :

$$\vec{E}_t = E_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -j\vec{k}_t \cdot \vec{r} = E_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp j(k_0 n_2 \cos \theta_t y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.17)$$

$$\vec{H}_t = -\frac{1}{\omega\mu_0}(k_0 n_2 \cos \theta_t \vec{e}_x + k_0 n_2 \sin \theta_t \vec{e}_y) \cdot E_{t0} \cdot \exp j(k_0 n_2 \cos \theta_t y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.18)$$

Les conditions aux limites 4.11 et 4.12 imposent que en $y = 0$, $E_{i0} + E_{r0} = E_{t0}$ et $-n_1 \cdot \cos \theta_i \cdot E_{i0} + n_1 \cdot \cos \theta_r \cdot E_{r0} = -n_2 \cdot \cos \theta_t \cdot E_{t0}$. Alors les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude s'écrivent :

$$\Gamma_{TE} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_r + n_2 \cos \theta_t} \quad (4.19)$$

$$T_{TE} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = 1 + \Gamma_{TE} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_r + n_2 \cos \theta_t} \quad (4.20)$$

Mode TM : le vecteur \vec{H} est orthogonal au plan d'incidence ($\vec{H}_i = H_i \cdot \vec{e}_z$).
Le champ incident s'écrit :

$$\vec{H}_i = H_{i0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -j\vec{k}_i \cdot \vec{r} = H_{i0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp j(k_0 n_1 \cos \theta_i y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.21)$$

$$\vec{E}_i = \frac{1}{\omega \epsilon_0 n_1^2} (k_0 n_1 \cos \theta_i \vec{e}_x + k_0 n_1 \sin \theta_i \vec{e}_y) \cdot H_{i0} \cdot \exp j(k_0 n_1 \cos \theta_i y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.22)$$

Le champ réfléchi s'écrit :

$$\vec{H}_r = H_{r0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -j\vec{k}_r \cdot \vec{r} = H_{r0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -j(k_0 n_1 \cos \theta_r y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.23)$$

$$\vec{E}_r = -\frac{1}{\omega \epsilon_0 n_1^2} (k_0 n_1 \cos \theta_r \vec{e}_x - k_0 n_1 \sin \theta_r \vec{e}_y) \cdot H_{r0} \cdot \exp -j(k_0 n_1 \cos \theta_r y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.24)$$

Le champ transmis s'écrit :

$$\vec{H}_t = H_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -j\vec{k}_t \cdot \vec{r} = H_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp j(k_0 n_2 \cos \theta_t y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.25)$$

$$\vec{E}_t = -\frac{1}{\omega \epsilon_0 n_2^2} (k_0 n_2 \cos \theta_t \vec{e}_x + k_0 n_2 \sin \theta_t \vec{e}_y) \cdot H_{t0} \cdot \exp j(k_0 n_2 \cos \theta_t y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.26)$$

Les conditions aux limites 4.11 et 4.12 imposent que en $y = 0$, $H_{i0} + H_{r0} = H_{t0}$ et $\frac{1}{n_1} \cos \theta_i \cdot H_{i0} - \frac{1}{n_1} \cos \theta_r \cdot H_{r0} = \frac{1}{n_2} \cos \theta_t \cdot H_{t0}$. Alors les coefficients de réflexion et de transmission en amplitude s'écrivent :

$$\Gamma_{TM} = \frac{H_{r0}}{H_{i0}} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \quad (4.27)$$

$$T_{TM} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = 1 + \Gamma_{TM} = \frac{2n_2 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_t + n_2 \cos \theta_i} \quad (4.28)$$

Lorsque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique $\theta_c = \arcsin(\frac{n_2}{n_1})$, on a alors réflexion totale et $\sin \theta_t = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i \geq 1$:

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = -j\sqrt{\sin^2 \theta_t - 1} = -j\sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_i - 1} \quad (4.29)$$

Dans ce cas, les coefficients de réflexion Γ_{TE} et Γ_{TM} ont un module égal à 1 et l'amplitude de l'onde réfléchie est égale à l'amplitude de l'onde incidente. Il s'établit alors un régime d'onde stationnaire dans le milieu 1 (prisme) selon l'axe y. Les coefficients de réflexion s'écrivent alors :

$$\Gamma_{TE} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\cos \theta_i - j\sqrt{\sin^2 \theta_i - \frac{n_2^2}{n_1^2}}}{\cos \theta_i + j\sqrt{\sin^2 \theta_i - \frac{n_2^2}{n_1^2}}} = e^{-2j\phi} \quad (4.30)$$

avec

$$\phi = \arctan \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - \frac{n_2^2}{n_1^2}}}{\cos \theta_i} \right) \quad (4.31)$$

$$\Gamma_{TM} = \frac{H_{r0}}{H_{i0}} = \frac{\frac{n_2^2}{n_1^2} \cos \theta_i - j\sqrt{\sin^2 \theta_i - \frac{n_2^2}{n_1^2}}}{\frac{n_2^2}{n_1^2} \cos \theta_i + j\sqrt{\sin^2 \theta_i - \frac{n_2^2}{n_1^2}}} = e^{-2j\varphi} \quad (4.32)$$

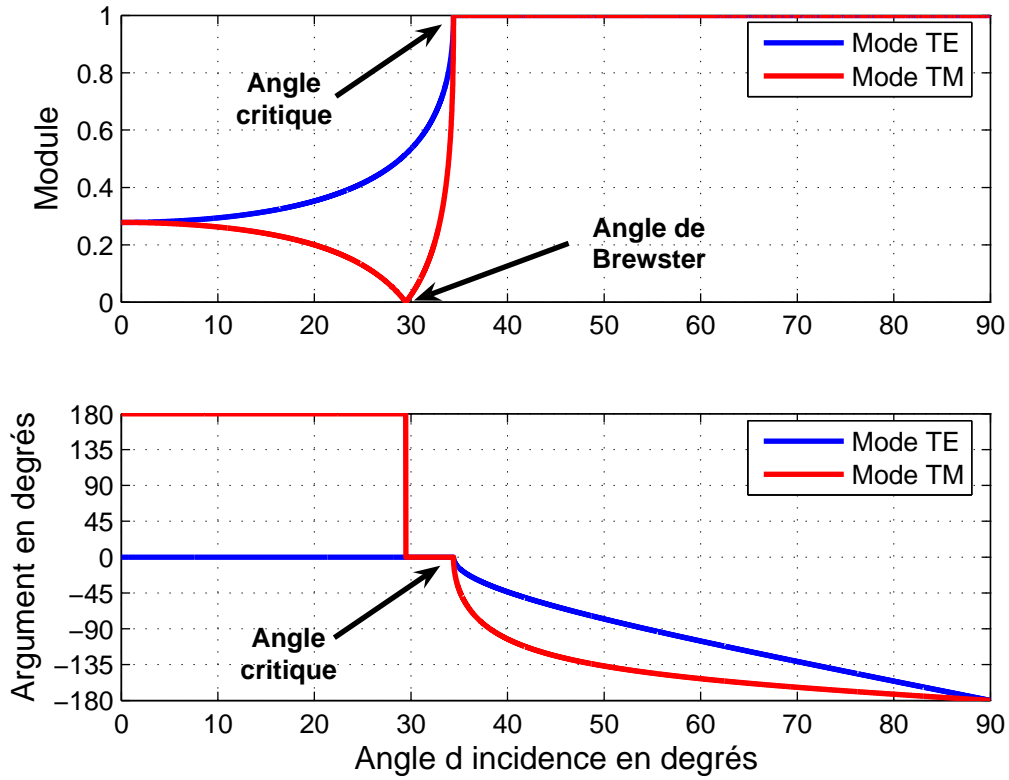


FIG. 4.4 – Coefficients de réflexion pour l'interface prisme ($n=1,77$)-air ($n=1$) en fonction de l'angle d'incidence pour un mode TE et un mode TM.

avec

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\sqrt{\sin^2 \theta_i - \frac{n_2^2}{n_1^2}}}{\frac{n_2^2}{n_1^2} \cos \theta_i} \right) \quad (4.33)$$

La figure 4.4 montre l'évolution des coefficients de réflexion pour les modes TE et TM à l'interface prisme-air en fonction de l'angle d'incidence.

Comme le montrent ces expressions et ces figures, la réflexion d'une onde sur un dioptre avec un angle d'incidence supérieur à l'angle critique s'accompagne, du point de vue électromagnétique, d'un déphasage dépendant des indices des milieux, de l'angle d'incidence et de la polarisation TE ou TM de l'onde. On peut également noter l'existence d'un angle d'incidence (ici d'environ 29 degrés) pour lequel le coefficient de réflexion est nul pour le mode TM. Il s'agit de l'angle de Brewster. Pour cet angle particulier, l'onde réfléchi est polarisée purement TE. Lorsque l'angle d'incidence est supérieur à l'angle critique, bien que la puissance issue du milieu 1 ne soit pas transmise au milieu 2, un champ électromagnétique est présent dans le milieu 2. L'onde présente dans le milieu 2 a alors pour vecteur d'onde \vec{k}_t qui se décompose comme suit :

$$\vec{k}_t = -\frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot \vec{e}_y + \beta \cdot \vec{e}_x \quad (4.34)$$

Ce vecteur d'onde laisse clairement apparaître une composante imaginaire pure du vecteur d'onde dans la direction orthogonale à la face du prisme. Il est alors aisé d'écrire l'expression du champ électromagnétique dans l'air :

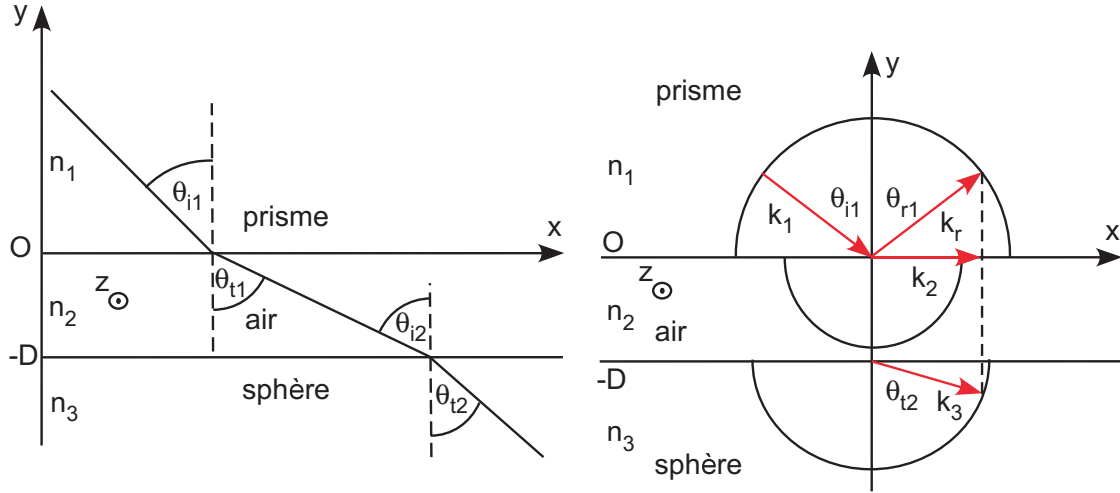


FIG. 4.5 – Vecteurs d'onde dans les différents milieux.

Dans le gap d'air entre le prisme et la sphère :

Cas TE :

$$\vec{E}_t = E_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.35)$$

$$\vec{H}_t = -\frac{k_0 \cdot n_2}{\omega \mu_0} \cdot (\cos \theta_t \cdot \vec{e}_x + \sin \theta_t \cdot \vec{e}_y) \cdot E_{t0} \cdot \exp(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.36)$$

 où $\cos \theta_t$ est défini par 4.29.

Cas TM :

$$\vec{H}_t = H_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.37)$$

$$\vec{E}_t = \frac{k_0 \cdot n_2}{\omega \epsilon_0 n_2^2} \cdot (\cos \theta_t \cdot \vec{e}_x + \sin \theta_t \cdot \vec{e}_y) \cdot H_{t0} \cdot \exp(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot y) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.38)$$

toujours avec $\cos \theta_t$ défini par 4.29. Comme le montrent ces expressions, E_t et H_{ty} dans le cas TE (resp. H_t et E_{ty} dans le cas TM) sont en phase, ce qui traduit un flux de puissance réelle dans la direction parallèle à l'interface (selon Ox). En revanche, E_t et H_{tx} (resp. H_t et E_{tx}) sont déphasés de $\pi/2$ puisque $\cos \theta_t$ est imaginaire pur. Il n'y a donc aucun flux de puissance réelle dans la direction orthogonale à l'interface. Ce type d'onde particulière, se déplaçant parallèlement à l'interface et dont le champ décroît exponentiellement dans la direction orthogonale est connu sous le nom d'onde de surface. N'oublions pas que nous souhaitons, au final, coupler l'onde au(x) mode(s) d'une microsphère de silice. La figure 4.5 permet de déterminer les vecteurs d'onde dans les différents milieux. Les rayons des demi-cercles sont proportionnels à l'indice du milieu dans lequel ils sont tracés. En adoptant les notations de la figure 4.5, on a dans le cas général :

$$\vec{k}_1 = k_0 \cdot (n_1 \cdot \sin \theta_{i1} \cdot \vec{e}_x - n_1 \cdot \cos \theta_{i1} \cdot \vec{e}_y) \quad (4.39)$$

$$\vec{k}_2 = k_0 \cdot (n_2 \cdot \sin \theta_{t1} \cdot \vec{e}_x - n_2 \cdot \cos \theta_{t1} \cdot \vec{e}_y) = k_0 \cdot (n_2 \cdot \sin \theta_{i2} \cdot \vec{e}_x - n_2 \cdot \cos \theta_{i2} \cdot \vec{e}_y) \quad (4.40)$$

$$\vec{k}_3 = k_0 \cdot (n_3 \cdot \sin \theta_{t2} \cdot \vec{e}_x - n_3 \cdot \cos \theta_{t2} \cdot \vec{e}_y) \quad (4.41)$$

Pour assurer la continuité de la composante tangentielle du champ, on a nécessairement :

$$n_1 \cdot \sin \theta_{i1} = n_2 \cdot \sin \theta_{t1} = n_2 \cdot \sin \theta_{i2} = n_3 \cdot \sin \theta_{t2} \quad (4.42)$$

On se place dans le cas d'un angle d'incidence supérieur à l'angle critique pour l'interface prisme/sphère. On a donc dans le gap d'air entre le prisme et la sphère :

$$\cos \theta_t1 = -j \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \theta_i1 - 1} \quad (4.43)$$

$$\cos \theta_t2 = -j \sqrt{\frac{n_1^2}{n_3^2} \sin^2 \theta_i1 - 1} \quad (4.44)$$

Dans la sphère : Nous pouvons alors écrire les expressions des champs issus du prisme s'étendant dans le milieu 3 (la sphère) dans le cas d'un angle d'incidence supérieur à l'angle critique pour l'interface prisme-sphère :

Cas TE :

$$\vec{E}_t = E_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp(-k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot D) \cdot \exp(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_3^2} \cdot (y + D)) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.45)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_t &= -\frac{k_0 \cdot n_3}{\omega \mu_0} \cdot (\cos \theta_t \cdot \vec{e}_x + \sin \theta_t \cdot \vec{e}_y) \cdot E_{t0} \cdot \exp(-k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot D) \\ &\quad \cdot \exp(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_3^2} \cdot (y + D)) \cdot \exp -j\beta x \end{aligned} \quad (4.46)$$

où $\cos \theta_t$ est défini par 4.44.

Cas TM :

$$\vec{H}_t = H_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp(-k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot D) \cdot \exp(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_3^2} \cdot (y + D)) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_t &= \frac{k_0 \cdot n_2}{\omega \epsilon_0 n_2^2} \cdot (\cos \theta_t \cdot \vec{e}_x + \sin \theta_t \cdot \vec{e}_y) \cdot H_{t0} \cdot \exp(-k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_2^2} \cdot D) \\ &\quad \cdot \exp(k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_i - n_3^2} \cdot (y + D)) \cdot \exp -j\beta x \end{aligned} \quad (4.48)$$

toujours avec $\cos \theta_t$ défini par 4.44.

La figure 4.6 représente la variation du champ électrique dans et hors du prisme pour différents angles d'incidence. Remarquons également que la vitesse de phase de cette onde de surface, présente dans le milieu 2, dans la direction Ox est inférieure à celle d'une onde dans le même milieu. Il s'agit d'une onde lente.

$$v_{px} = \frac{\omega}{k_t \sin \theta_t} < \frac{\omega}{k_2} \quad (4.49)$$

A l'inverse, dans le milieu 1, la vitesse de phase dans la direction Ox est supérieure à celle d'une onde dans ce milieu. Il s'agit d'une onde rapide.

$$v_{px} = \frac{\omega}{k_t \sin \theta_t} > \frac{\omega}{k_1} \quad (4.50)$$

Comme la composante de \vec{k}_2 selon l'axe y est imaginaire pure, il est évident que l'onde ne se propage pas dans cette direction. L'amplitude du champ décroît exponentiellement dans le milieu 2. En revanche, l'onde se propage selon l'axe x avec une constante de propagation β , identique à celle de l'onde se propageant dans le milieu 1. La réflexion totale interne donne

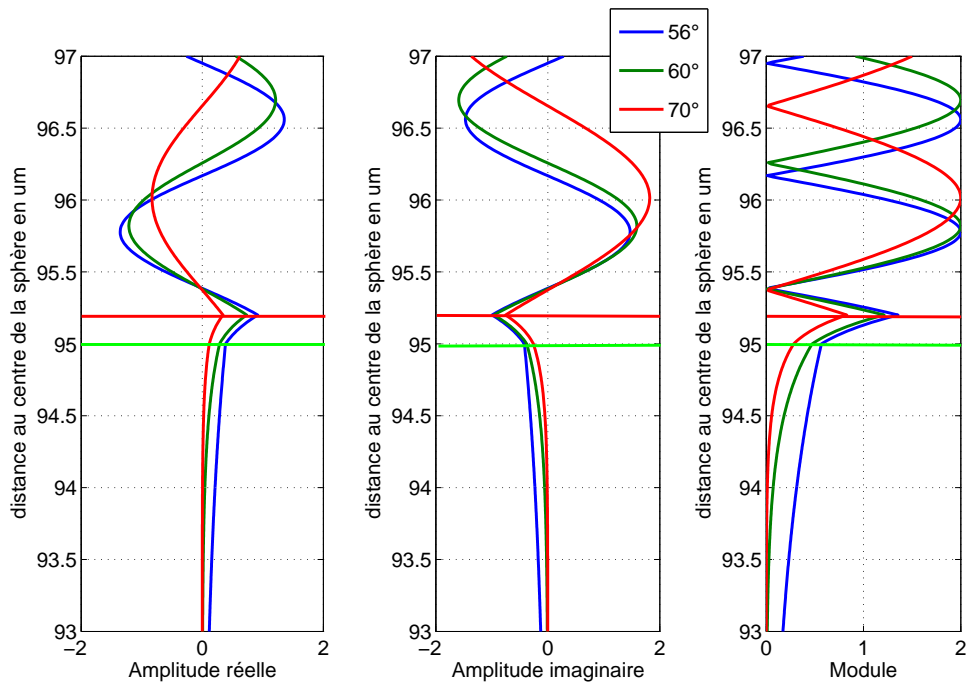


FIG. 4.6 – Champ électrique du mode TE. Les lignes horizontales rouge et verte représentent respectivement l’interface prisme/air et l’interface air/sphère. Les indices du prisme et de la sphère sont respectivement de 1,77 et 1,46. Les angles d’incidence figurent en légende. Le gap d’air est de $0,2\mu m$. Le rayon de la sphère est de $95\mu m$.

naissance à une onde réfléchie de même amplitude que l’onde incidente mais déphasée. Tout se passe comme si la réflexion totale n’avait pas rigoureusement lieu à l’interface réelle entre les deux milieux 1 et 2 mais très légèrement décalée par rapport à la surface, dans le milieu 2. Cette réflexion de l’onde sur le dioptre s’accompagne donc d’un décalage spatial. Cet effet est appelé décalage de Goos-Hänchen (figure 4.7). Ce phénomène a également lieu dans les sphères diélectriques lors de la réflexion de l’onde optique sur la surface de la sphère.

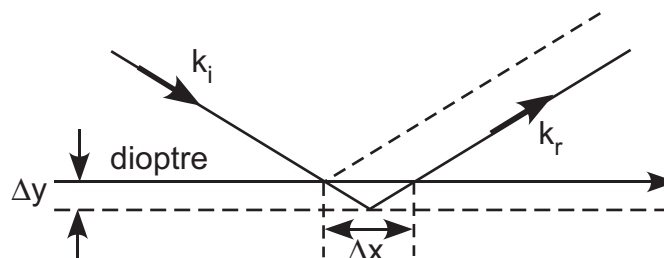


FIG. 4.7 – Déphasage induit lors d’une réflexion totale interne sur une surface diélectrique (effet Goos-Hänchen).

4.2.2 Théorie des modes couplés

4.2.2.1 Théorie des modes couplés pour des guides droits et parallèles

Nous ne donnons dans ce paragraphe que les équations des modes couplés nécessaires à la compréhension de ce qui suit. Pour plus de précisions, le détail des calculs figure en annexe pour arriver à ces expressions (Annexe A). Considérons deux guides droits parallèles, indicés 1 et 2, invariants par translation selon x , dont les profils d'indice sont donnés figure 4.8. On s'intéresse à un mode TE :

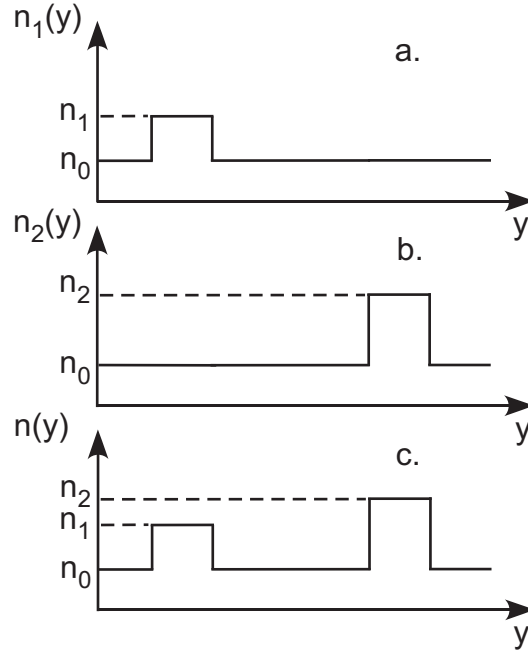


FIG. 4.8 – Profils d'indice : a. du guide 1, b. du guide 2, c. de la structure globale constituée des deux guides.

$$\vec{E}_i(x, y, z) = E_{zi}(x, y, z) \cdot \vec{e}_z \quad (4.51)$$

avec $i = 1, 2$ et $\vec{E}_i(x, y, z)$ est le champ du guide i . Pour un mode TM, il suffit de remplacer E par H . L'équation d'onde s'écrit alors :

$$\nabla^2 E_{zi} + k_0^2 n_i^2(x, y, z) E_{zi} = 0 \quad (4.52)$$

Afin d'alléger les notations et comme le champ est polarisé selon z , nous ne nous intéresserons dans la suite qu'à la composante du champ selon z et écrirons donc les équations sous forme scalaire. Considérant une propagation selon x , on a :

$$\vec{E}_i(x, y, z) = E_{zi}(y, z) \cdot \exp -j\beta_i x \cdot \vec{e}_z \quad (4.53)$$

(l'origine commune des guides est prise en $x = 0$ et les constantes de propagation sont, compte-tenu de la géométrie, invariantes par translation selon x).

$$\nabla_T^2 E_{zi} + (k_0^2 n_i^2(x, y, z) - \beta^2) E_{zi} = 0 \quad (4.54)$$

avec $\nabla_T = \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$. Pour décrire le coupleur, on définit une distribution d'indice $n(y)$. Nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un couplage faible, aussi, nous pouvons décrire le

champ global du coupleur \vec{E} comme une superposition des champs de chacun des guides pris isolément, pondérés par des coefficients A_1 et A_2 dont les valeurs peuvent dépendre de l'abscisse (on suppose dans cette hypothèse que les modes de chaque guide ne sont pas perturbés par la présence du second guide). Ainsi :

$$E(x, y, z) = A_1(x)E_1(y, z) \exp -j\beta_1 x + A_2(x)E_2(y, z) \exp -j\beta_2 x \quad (4.55)$$

La théorie des modes couplés permet alors d'écrire (voir annexe A) :

$$\frac{dA_1(x)}{dx} + jc_1 \exp(-j.\Delta\beta.x).A_2(x) = 0 \quad (4.56)$$

$$\frac{dA_2(x)}{dx} + jc_2 \exp(+j.\Delta\beta.x).A_1(x) = 0 \quad (4.57)$$

avec :

$$c_1 = \frac{k_0^2}{2\beta_1} \left[\frac{\iint_{section} (n_1^2(y) - n_0^2).E_2(y, z).E_1^*(y, z).dy.dz}{\iint_{section} E_1(y, z).E_1^*(y, z).dy.dz} \right] \quad (4.58)$$

$$c_2 = \frac{k_0^2}{2\beta_2} \left[\frac{\iint_{section} (n_2^2(y) - n_0^2).E_1(y, z).E_2^*(y, z).dy.dz}{\iint_{section} E_2(y, z).E_2^*(y, z).dy.dz} \right] \quad (4.59)$$

(le symbole * traduit la conjugaison).

Ces équations aux modes couplés montrent clairement l'importance de l'accord de phase (phase matching) $\Delta\beta$ entre les champs de chacun des modes.

4.2.2.2 Théorie des modes couplés modifiée appliquée aux guides non parallèles

Dans ce paragraphe nous considérons deux guides arbitrairement courbés l'un par rapport à l'autre. Nous allons ici établir les équations du couplage pour des guides arbitrairement courbés, puis nous transposerons, au paragraphe suivant, le résultat au cas du couplage entre un prisme et une sphère. Afin de prendre en compte les courbures de chacun des guides de façon indépendante, nous considérons les abscisses curvilignes s et t relatives respectivement aux guides 1 et 2 (figure 4.9). Posons :

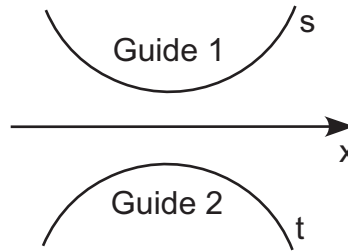


FIG. 4.9 – Cas de deux guides arbitrairement courbés.

$$E(x, y, z) = A_1(s).E_{1T} \cdot \exp \left(-j \int_{s_0}^s \beta_1(s).ds \right) + A_2(t).E_{2T} \cdot \exp \left(-j \int_{t_0}^t \beta_2(t).dt \right) \quad (4.60)$$

que l'on peut également écrire sous la forme :

$$E(x, y, z) = \psi_1(s).E_{1T}(y, z) + \psi_2(t).E_{2T}(y, z) \quad (4.61)$$

avec $\psi_1(s) = A_1(s). \exp\left(-j \int_{s_0}^s \beta_1(s).ds\right)$ et $\psi_2(t) = A_2(t). \exp\left(-j \int_{t_0}^t \beta_2(t).dt\right)$.

Si les deux guides avaient une symétrie de réflexion par rapport à l'axe de propagation, il suffirait de considérer les coefficients de couplage c_1 et c_2 comme simplement dépendant de x . Dans le cas de guides arbitrairement courbés, la difficulté réside dans le fait que les fronts d'onde n'ont pas d'orientation particulière claire par rapport à une direction de propagation commune aux deux guides. M. Matsuhara et A. Watanabe [75] puis D.R. Rowland et J. D. Love [76] ont cependant utilisé une idée intuitive pour modéliser l'interaction de deux guides courbes donnant des résultats en accord avec ceux fournis par des méthodes plus complexes. Théoriquement, la totalité du champ du guide 2 (resp. 1) doit contribuer à modifier, en chaque point, le champ du guide 1 (resp. 2). Toutefois, un calcul rigoureux se révélerait trop complexe. Afin de simplifier le modèle, on considère que seul le champ du guide 2 (resp. 1) à une certaine position s influe sur le champ du guide 1 (resp. 2) à la position t . Considérons donc le champ du guide 1 localisé dans une zone d'étendue spatiale infinitésimale ds centrée sur le point G_1 situé à l'abscisse s et le champ du guide 2 localisé dans une zone d'étendue spatiale infinitésimale dt centrée sur le point G_2 à l'abscisse t (figure 4.10). Le champ au point G_1 contribuera au champ au point G_2 si les deux points sont suffisamment proches (G'_1 et G'_2 sont trop éloignés pour que les champs en ces points aient une contribution mutuelle non négligeable) et si les constantes de propagation ont des valeurs suffisamment proches pour obtenir un accord de phase dans la zone de proximité des guides. Les deux points d'interaction considérés sont alors tels que $\xi_1 = \xi_2 = \xi$ (angles

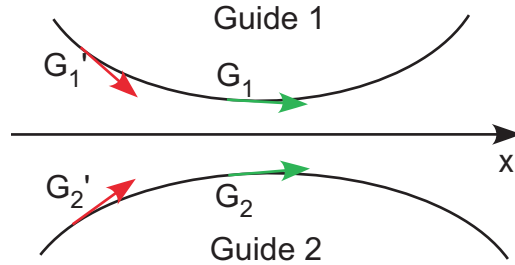


FIG. 4.10 – zone d'interaction des guides et couplage point à point.

entre les tangentes aux guides aux points d'interaction considérés et la ligne reliant ces points, figure 4.11). Cette hypothèse, à priori correcte seulement pour des guides droits se révèle être une bonne approximation pour des guides modérément courbés, ce qui est vérifié dans le cas des sphères utilisées, pour lesquelles le rayon est tel que $R_{sph} \gg \lambda_0$. En effet, le couplage faisant intervenir des ondes évanescentes qui, par définition, présentent une faible étendue spatiale, il est évident que seuls les champs des guides situés en des points proches l'un de l'autre auront une influence notable sur le couplage. Par analogie avec la théorie des modes couplés pour des guides droits (voir Annexe B), on a dans le cas de deux guides courbes :

$$d\psi_1(s) = -j\beta_1(s).\psi_1(s).ds - jc_1\psi_2(t).dt \quad (4.62)$$

$$d\psi_2(t) = -j\beta_2(t).\psi_2(t).dt - jc_2\psi_1(s).ds \quad (4.63)$$

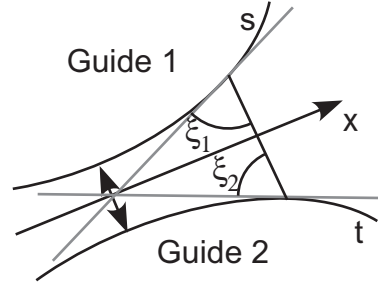


FIG. 4.11 – Points d'interaction considérés pour le calcul du couplage entre les deux guides.

Remarque : La variation globale de puissance le long de la structure constituée des deux guides sur une longueur infinitésimale est donnée par :

$$d(\psi_1(s) \cdot \psi_1^*(s) + \psi_2(t) \cdot \psi_2^*(t)) = -j(\beta_1(s) - \beta_1^*(s))\psi_1(s)\psi_1^*(s)ds - j(\beta_2(t) - \beta_2^*(t))\psi_2(t)\psi_2^*(t)dt + 2\text{Re}(j(c_2^*dt - c_1ds)\psi_1^*(s)\psi_2(t)) \quad (4.64)$$

Si le couplage a lieu sans pertes, alors le troisième terme est nul et on a alors : $c_2^*dt = c_1ds$

Soit c_0 le coefficient de couplage de deux guides parallèles séparés de la distance d . Cette distance d correspond à la distance minimale séparant deux points d'interaction des guides courbes. En ces points, les tangentes aux guides sont parallèles et le couplage des guides courbes est localement identique à celui de guides droits. Lorsque l'on s'écarte de cette position, les coefficients de couplage s'écrivent [76] :

$$c_1 = c_0 \cdot \cos(\pi - 2\xi) \cdot \sqrt{\frac{dt}{ds}} \quad (4.65)$$

$$c_2 = c_0 \cdot \cos(\pi - 2\xi) \cdot \sqrt{\frac{ds}{dt}} \quad (4.66)$$

Par ailleurs, toujours par analogie avec les guides droits, on peut écrire les équations aux modes couplés :

$$\frac{dA_1(s)}{ds} + jc_1 \exp -j \left(\int_{t_0}^t \beta_2(t)dt - \int_{s_0}^s \beta_1(s)ds \right) A_2(t) = 0 \quad (4.67)$$

$$\frac{dA_2(t)}{dt} + jc_2 \exp +j \left(\int_{t_0}^t \beta_2(t)dt - \int_{s_0}^s \beta_1(s)ds \right) A_1(x) = 0 \quad (4.68)$$

Après quelques manipulations calculatoires sur ces équations figurant dans l'Annexe B, on montre que les amplitudes modales A_1 et A_2 satisfont aux équations :

$$\frac{d^2 A_1(s)}{ds^2} + j2P_1 \frac{dA_1(s)}{ds} + D_1^2 A_1(s) = 0 \quad (4.69)$$

$$\frac{d^2 A_2(t)}{dt^2} + j2P_2 \frac{dA_2(t)}{dt} + D_2^2 A_2(t) = 0 \quad (4.70)$$

avec :

$$P_1 = \frac{1}{2} \left[\left(\beta_2(t) \frac{dt}{ds} - \beta_1(s) \right) + \frac{j}{c_1} \frac{dc_1}{ds} \right] \quad (4.71)$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \left[\left(\beta_1(s) \frac{ds}{dt} - \beta_2(t) \right) + \frac{j}{c_2} \frac{dc_2}{dt} \right] \quad (4.72)$$

$$D_1 = \sqrt{c_1 c_2 \frac{dt}{ds}} \quad (4.73)$$

$$D_2 = \sqrt{c_1 c_2 \frac{ds}{dt}} \quad (4.74)$$

Les deux équations différentielles du second ordre ainsi obtenues ne sont pas résolubles analytiquement en raison des coefficients qui ne sont pas constants. Il est en revanche possible de diviser la zone de couplage en n tronçons $[s_0, s_n]$, $[t_0, t_n]$, de longueur suffisamment faible pour considérer ces coefficients comme constants sur chaque tronçon (figure 4.12). La solution obtenue sur chacun des tronçons est alors raccordée à celles des tronçons contigus en assurant la continuité de la solution globale à chaque interface. Ainsi, en considérant

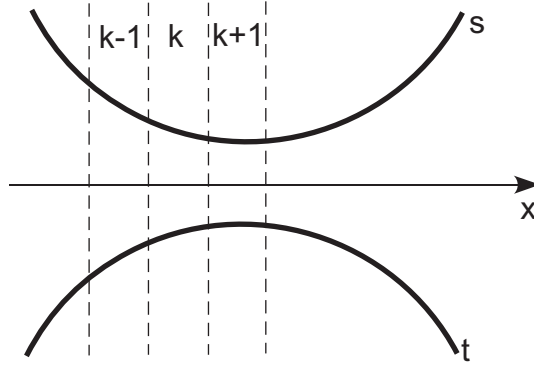


FIG. 4.12 – Découpage de la zone de couplage en n tronçons sur chacun desquels les paramètres sont considérés constants.

les coefficients constants sur chaque intervalle, les équations se présentent sous la forme d'équations différentielles d'ordre deux à coefficients constants. La résolution de ces équations figurant également en annexe B permet alors d'obtenir une relation matricielle liant les amplitudes modales $A_1(s_k)$ et $A_2(t_k)$ aux amplitudes modales $A_1(s_{k-1})$ et $A_2(t_{k-1})$:

$$\begin{bmatrix} A_1(s_k) \\ A_2(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}(s_{k-1}, s_k) & j b_{12}(s_{k-1}, s_k) \\ j b_{21}(t_{k-1}, t_k) & b_{22}(t_{k-1}, t_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1(s_{k-1}) \\ A_2(t_{k-1}) \end{bmatrix} \quad (4.75)$$

(Les expressions des coefficients b_{ij} figurent en annexe).

En utilisant la représentation matricielle de chaque segment de la zone de couplage, il est alors possible d'obtenir les amplitudes modales en sortie de la zone de couplage en fonction de celles en entrée par simple multiplication des matrices représentant chaque tronçon :

$$\begin{bmatrix} A_1(s_n) \\ A_2(t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(s_0, s_n) & j a_{12}(s_0, s_n) \\ j a_{21}(t_0, t_n) & a_{22}(t_0, t_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1(s_0) \\ A_2(t_0) \end{bmatrix} \quad (4.76)$$

avec :

$$\begin{bmatrix} a_{11}(s_0, s_n) & j a_{12}(s_0, s_n) \\ j a_{21}(t_0, t_n) & a_{22}(t_0, t_n) \end{bmatrix} = \prod_{k=n}^1 \begin{bmatrix} b_{11}(s_{k-1}, s_k) & j b_{12}(s_{k-1}, s_k) \\ j b_{21}(t_{k-1}, t_k) & b_{22}(t_{k-1}, t_k) \end{bmatrix} \quad (4.77)$$

L'expression (4.77) désigne alors la matrice d'interaction de la zone de couplage. Remarquons que l'on a par ailleurs :

$$\begin{bmatrix} \Psi_1(s) \\ \Psi_2(t) \end{bmatrix} =$$

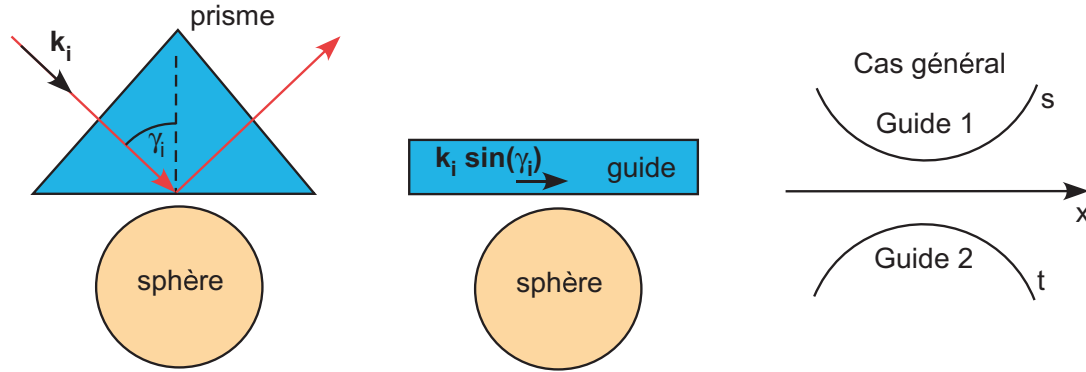


FIG. 4.13 – Modélisation du couplage par prisme par le couplage entre deux guides courbes.

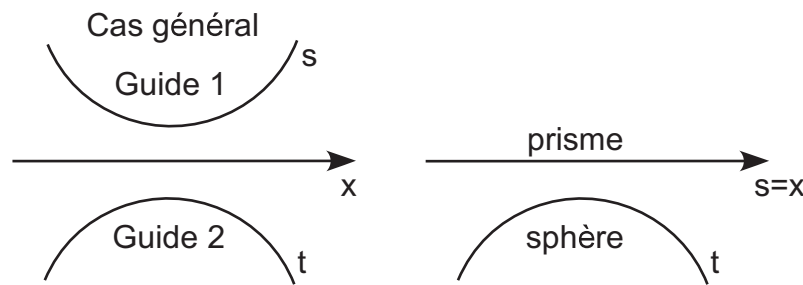


FIG. 4.14 – Cas particulier du couplage entre le prisme et la sphère.

$$\begin{bmatrix} a_{11}(s_0, s) \cdot \exp\left(-j \int_{s_0}^s \beta_1(s) ds\right) & ja_{12}(s_0, s) \cdot \exp\left(-j \int_{s_0}^s \beta_1(s) ds\right) \\ ja_{21}(t_0, t) \cdot \exp\left(-j \int_{t_0}^t \beta_2(t) dt\right) & a_{22}(t_0, t) \cdot \exp\left(-j \int_{t_0}^t \beta_2(t) dt\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_1(s_0) \\ \Psi_2(t_0) \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

La signification physique de la matrice d'interaction apparaît alors clairement. Si l'on suppose un flux de puissance arrivant dans la zone de couplage uniquement par le guide 1, la condition initiale est donc : $\Psi_1(s_0) = 1$ et $\Psi_2(t_0) = 0$. $|a_{11}(s_0, s)|^2$ représente donc la fraction de puissance restant dans le guide 1 à l'abscisse curviligne s , tandis que $|a_{21}(t_0, t)|^2$ représente la puissance transférée au guide 2 à l'abscisse curviligne t . De même, $|a_{22}(t_0, t)|^2$ représente la fraction de puissance restant dans le guide 2 à l'abscisse curviligne t , tandis que $|a_{12}(s_0, s)|^2$ représente la puissance transférée au guide 1 à l'abscisse curviligne s .

4.2.3 Application au cas du guide et de la microsphère

La théorie développée précédemment peut être avantageusement mise à profit afin de déterminer les amplitudes modales en sortie de la zone de couplage en fonction des amplitudes en entrée. Le prisme peut en effet être modélisé du point de vue de la sphère par un guide droit dans lequel l'onde se propage avec un vecteur d'onde $k_g = k_i \cdot \sin \gamma_i$. A cette condition, le champ évanescent du guide est identique au champ évanescent généré par la réflexion totale de l'onde sur la face du prisme. La modélisation se rapporte alors au cas plus général du couplage entre deux guides courbes. La relation de correspondance entre les deux points considérés pour le couplage est, en adoptant les notations de la figure 4.15

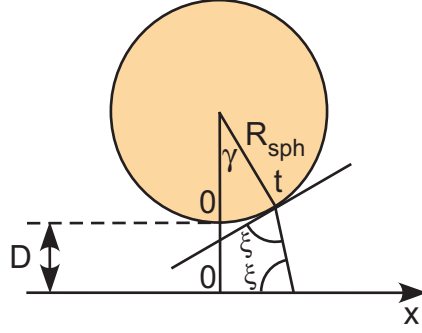


FIG. 4.15 – Schéma du dispositif de couplage.

[76] :

$$\frac{x}{2R_{sph} + D} = \tan\left(\frac{t}{2R_{sph}}\right) \quad (4.79)$$

Alors :

$$\frac{dt}{dx} = \frac{2R_{sph}}{2R_{sph} + D} \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{2R_{sph} + D}\right)^2} = \frac{1}{1 + \frac{D}{2R_{sph}} + \frac{x^2}{2R_{sph}(2R_{sph} + D)}} \quad (4.80)$$

Il est intéressant de remarquer qu'en raison de la courbure de la sphère par rapport au prisme, les calculs de couplage ont fait apparaître une constante de propagation effective (qui apparaît dans les équations précédentes) correspondant à la projection de la constante de propagation du mode de la sphère sur l'axe de propagation x :

$$\beta_{2eff} = \beta_2 \left(1 - \frac{D}{2R_{sph}} - \frac{x^2}{2R_{sph}(2R_{sph} + D)}\right) \simeq \beta_2 \left(1 - \frac{D}{2R_{sph}} - \left(\frac{x}{2R_{sph}}\right)^2\right) \quad (4.81)$$

Cette équation montre l'évolution de la constante de propagation, lorsque l'on s'éloigne de la surface de la sphère et que l'onde se déplace suivant x (figure 4.16).

Le front d'onde voit sa vitesse de phase augmenter lorsque la distance au centre de courbure augmente jusqu'à une certaine limite. Cette variation de la constante de propagation joue un rôle majeur dans le processus de couplage puisque celui-ci nécessite un accord de phase pour être efficace. Pour illustrer le processus de couplage, prenons une expression simple du coefficient c_0 :

$$c_0 = \frac{1}{\lambda} \exp\left(-\frac{1}{\lambda}D\right) \quad (4.82)$$

En prenant dans cet exemple $D = 2\lambda$ et $R = 65\lambda$, nous calculons les coefficients a_{ij} en fonction de l'abscisse curviligne s . Les résultats sont représentés aux figures 4.17 et 4.18.

L'importance de l'accord de phase apparaît clairement sur cette figure : une valeur bien précise du rapport des deux constantes de propagation permet un transfert de puissance optimal. La distance séparant les deux guides est également primordiale : une distance trop importante rend le processus de couplage inefficace, mais une distance trop faible est également inefficace. En effet, dans ce dernier cas, la puissance transférée du guide 1 vers le guide 2 est retransférée du guide 2 vers le guide 1. Trois configurations de couplage sont donc possibles :

- le sous-couplage : dans ce cas, peu de puissance est transférée du guide 1 vers le guide 2. C'est le cas si la distance séparant les deux guides est trop importante et/ou si les constantes de propagation sont très différentes.

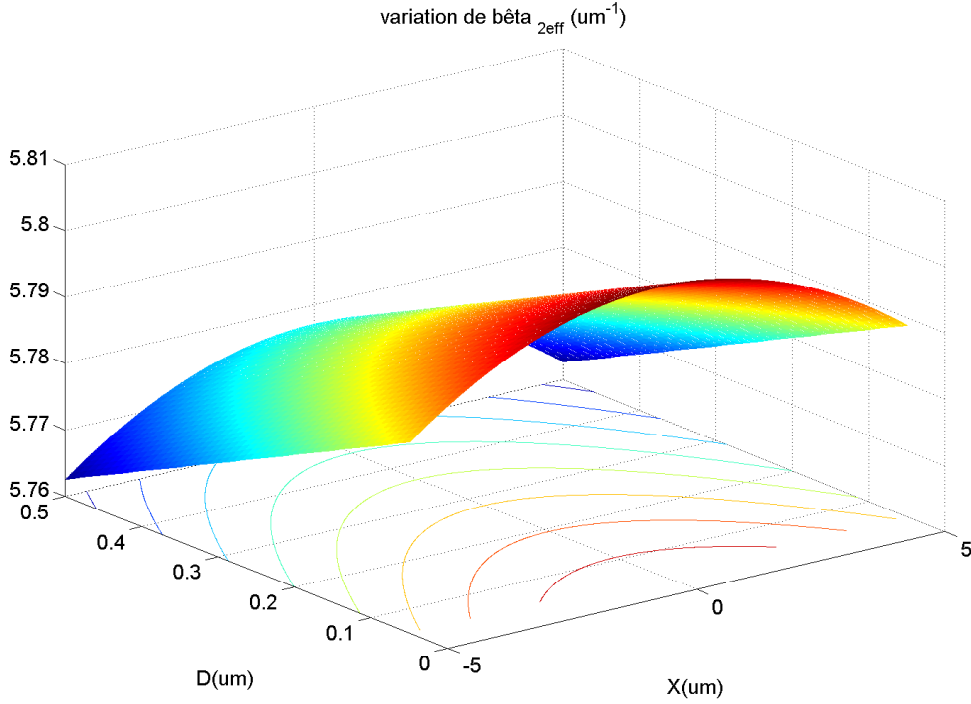


FIG. 4.16 – Variations de la constante de propagation β_{2eff} suivant x et D (Rayon de la sphère : $50 \mu m$).

- le sur-couplage : dans ce cas, toute la puissance du guide 1 est transférée vers le guide 2 mais une partie de la puissance ainsi présente dans le guide 2 est de nouveau transférée vers le guide 1. Il peut même s'établir un régime de va-et-vient de la puissance sur une certaine longueur de la zone de couplage. ce cas de figure se produit lorsque les constantes de propagation des ondes se propageant dans les deux guides sont accordées mais que la distance les séparant est trop faible.
- le couplage critique : c'est la configuration optimale que l'on recherche et dans laquelle la totalité de la puissance est transférée du guide 1 vers le guide 2 sans retour.

La figure 4.19 illustre ces trois cas de figure.

Il reste bien entendu à définir le coefficient de couplage c_0 (correspondant aux points où les deux guides sont les plus proches). Dans le cas du coefficient de couplage du prisme (guide 1) à la sphère (guide 2), on a :

$$c_0 = \frac{k_0^2}{2\beta_{sph}} \int_0^{R_{sph}} \int_0^\pi (n_{sph}^2(r, \theta) - n_0^2) \vec{e}_p(r, \theta) \cdot \vec{e}_{sph}^*(r, \theta) \cdot dr \cdot r \cdot d\theta \quad (4.83)$$

De façon analogue, dans le cas du couplage de la sphère (guide 1) au prisme (guide 2), on a :

$$c_0 = \frac{k_0^2}{2\beta_p} \iint_{prisme} (n_{sph}^2(r, \theta) - n_0^2) \vec{e}_p^*(r, \theta) \cdot \vec{e}_{sph}(r, \theta) \cdot dr \cdot r \cdot d\theta \quad (4.84)$$

où \vec{e}_{sph} et \vec{e}_p sont les champs normalisés correspondant aux modes de la sphère et du prisme respectivement.

Rappelons ici les expressions des champs mis en jeu issus du prisme et de la microsphère. Dans le cas du couplage du prisme à la sphère (injection du signal dans la sphère), le champ issu du prisme s'étendant dans la sphère s'écrit :

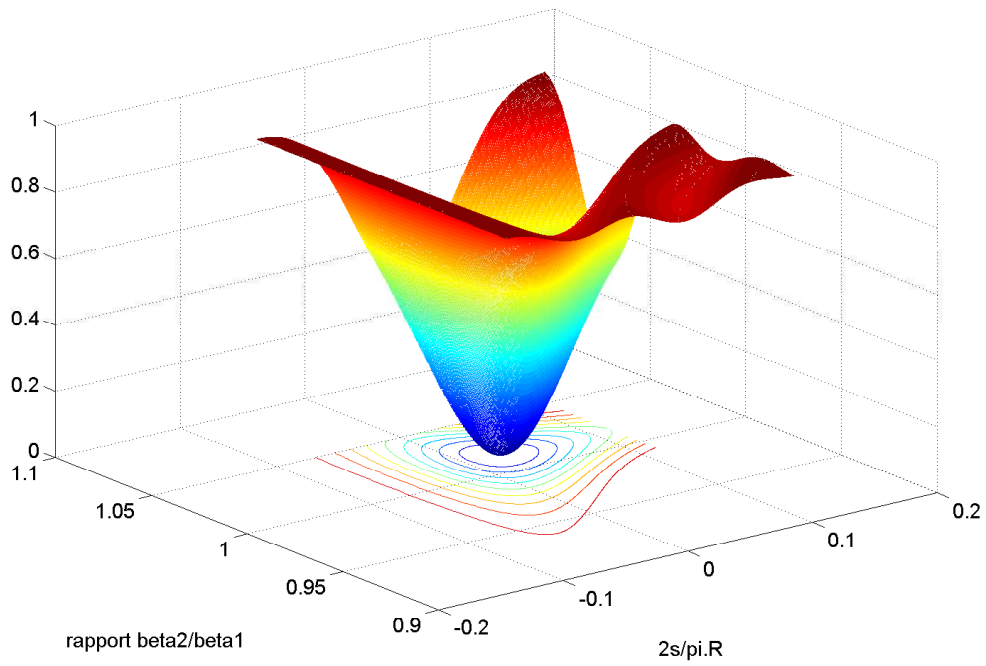
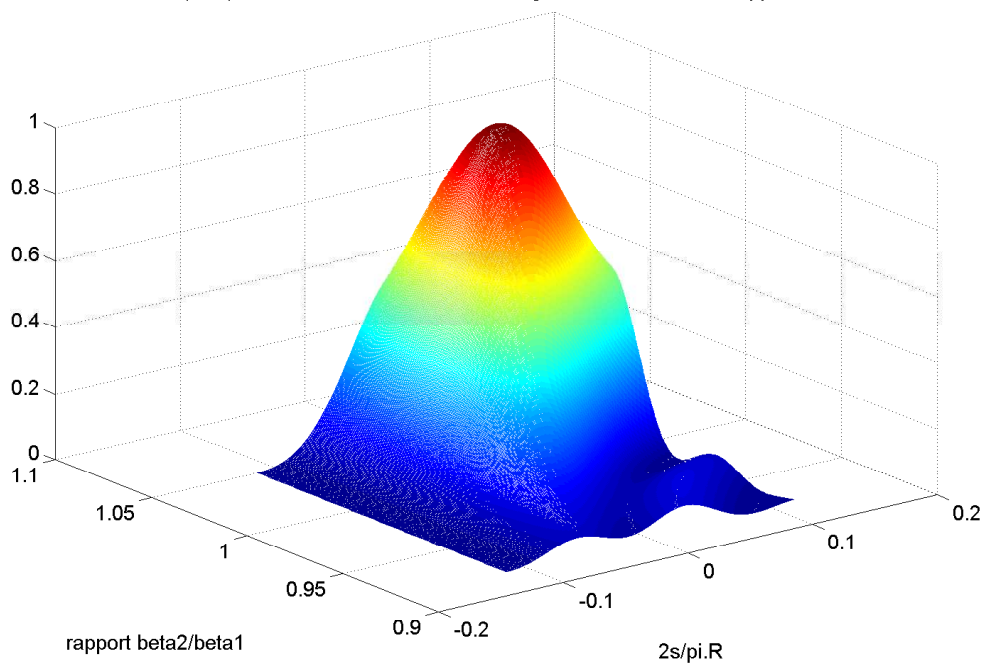
Paramètre $|A_{11}|^2$ en fonction de l'abscisse curviligne normalisée et du rapport β_2/β_1 Paramètre $|A_{21}|^2$ en fonction de l'abscisse curviligne normalisée et du rapport β_2/β_1 

FIG. 4.17 – Variations de $|a_{11}(s_0, s)|^2$ et $|a_{21}(s_0, s)|^2$ en fonction de l'abscisse curviligne s et du rapport $\frac{\beta_2}{\beta_1}$ (vue 1).

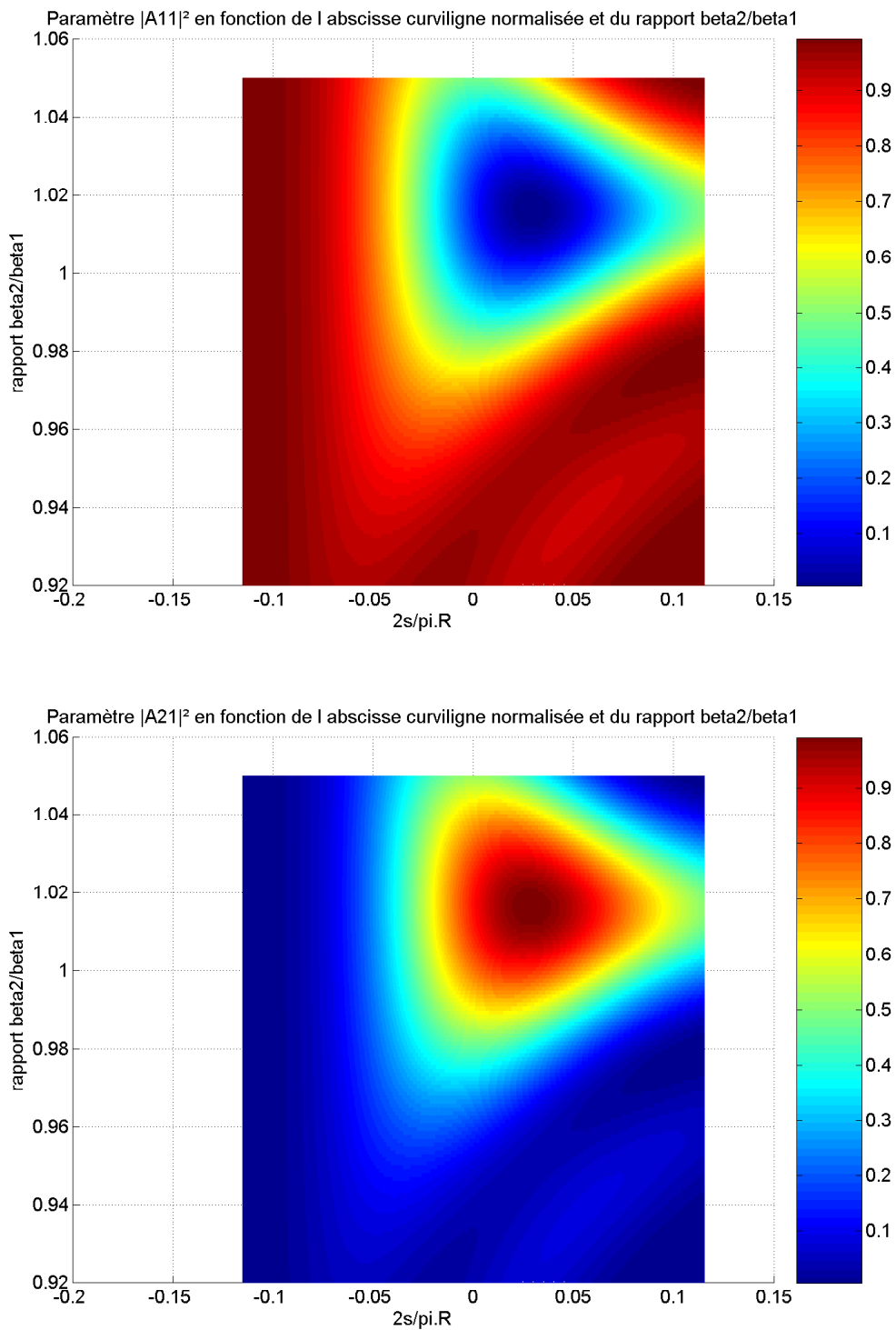


FIG. 4.18 – Variations de $|a_{11}(s_0, s)|^2$ et $|a_{21}(s_0, s)|^2$ en fonction de l'abscisse curviligne s et du rapport $\frac{\beta_2}{\beta_1}$ (vue 2).

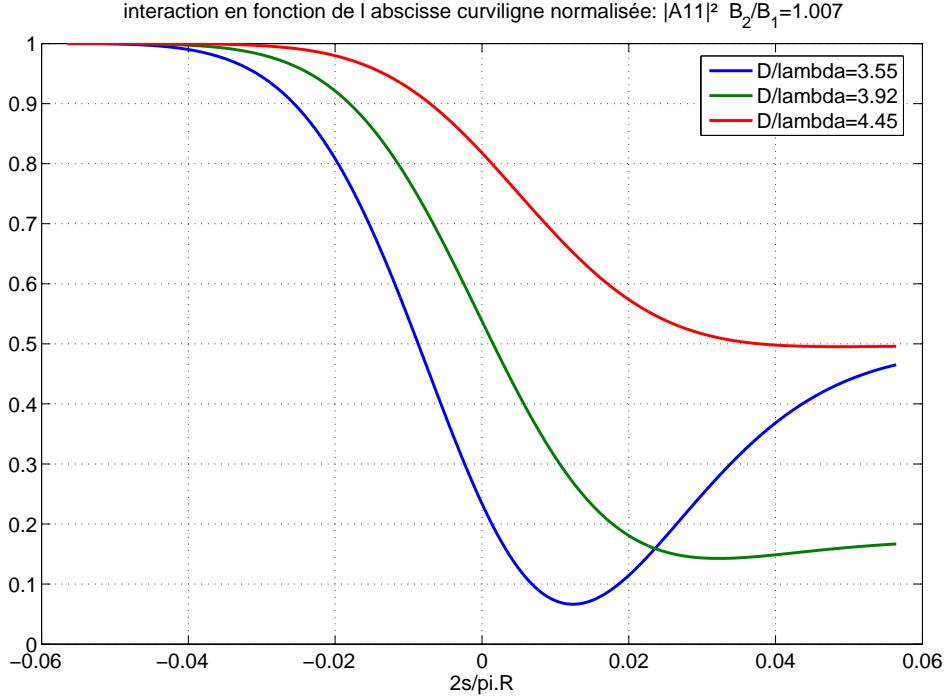


FIG. 4.19 – Variations de $|a_{11}(s_0, s)|^2$ en fonction de l'abscisse curviligne s et de la distance entre les deux guide. La courbe bleue reflète un régime de surcouplage, la courbe rouge montre un régime de sous-couplage, la courbe verte représente un régime proche du couplage critique.

Cas TE :

$$\vec{E}_t = E_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \gamma_i - n_2^2} D \cdot \exp k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \gamma_i - n_3^2} (y + D) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.85)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_t = & -\frac{E_{t0}}{\omega \mu_0} k_0 \cdot n_3 (\cos \gamma_t \vec{e}_x + \sin \gamma_t \vec{e}_y) \exp -k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \gamma_i - n_2^2} D \\ & \cdot \exp k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \gamma_i - n_3^2} (y + D) \cdot \exp -j\beta x \end{aligned} \quad (4.86)$$

Cas TM :

$$\vec{H}_t = H_{t0} \cdot \vec{e}_z \cdot \exp -k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \gamma_i - n_2^2} D \cdot \exp k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \gamma_i - n_3^2} (y + D) \cdot \exp -j\beta x \quad (4.87)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_t = & \frac{H_{t0}}{\omega \epsilon_0 n_3^2} k_0 \cdot n_3 (\cos \gamma_t \vec{e}_x + \sin \gamma_t \vec{e}_y) \exp -k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \gamma_i - n_2^2} D \\ & \cdot \exp k_0 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \gamma_i - n_3^2} (y + D) \cdot \exp -j\beta x \end{aligned} \quad (4.88)$$

avec $\cos \gamma_t = -j \sqrt{\frac{n_1^2}{n_3^2} \sin^2 \gamma_{i1} - 1}$.

Le champ de la sphère est donné par les expressions (3.36), (3.37), (3.39), (3.38). Remarquons par ailleurs qu'au voisinage du plan équatorial et si la zone de couplage est peu étendue, nous avons (et compte-tenu des notations adoptées) $\vec{e}_\theta \simeq \vec{e}_z$ et $\vec{e}_r \simeq \vec{e}_y$. Pour

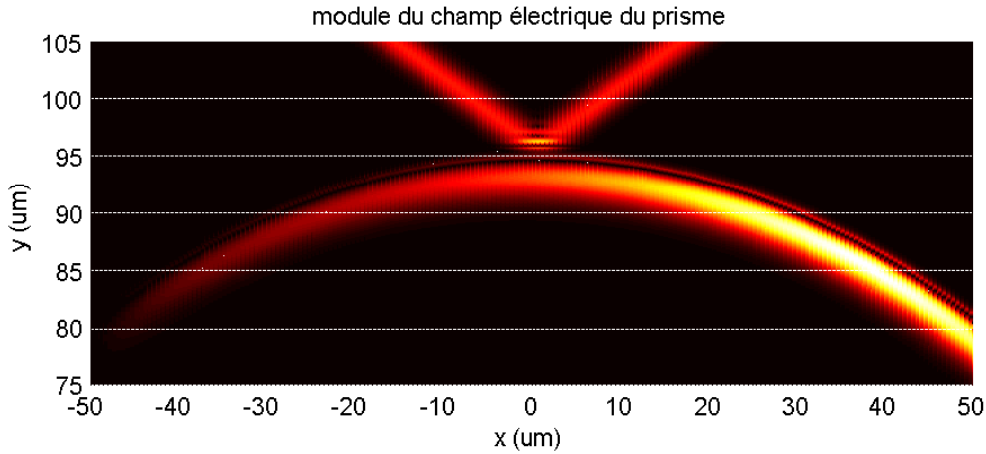


FIG. 4.20 – Processus de couplage du prisme à la sphère.

calculer c_0 , il est nécessaire de procéder à quelques approximations. Nous avons en effet modélisé le champ dans et hors du prisme par la réflexion d'une onde plane sur l'une des faces du prisme. En réalité, l'onde évanescente est générée par la réflexion d'un faisceau optique issu d'un focaliseur dont la taille minimale du spot au niveau de la face du prisme est de l'ordre de $7 \mu\text{m}$ (donnée constructeur). Nous pondérons donc la valeur du champ du prisme pour le calcul du coefficient par une gaussienne de largeur $7 \mu\text{m}$. Dans cette approximation, nous avons donc appliqué un filtre spatial à une onde plane pour limiter l'étendue du faisceau. Les faisceaux sont donc considérés comme parallèles, ce qui n'est pas tout à fait exact en réalité. Par ailleurs, nous avons vu au chapitre 3 que la dépendance polaire des modes est donnée par les polynômes de Legendre associés. Le mode fondamental peut être modélisé de façon approchée par une gaussienne de largeur $1/\sqrt{l}$ radian. Dans le cas d'une sphère de $95 \mu\text{m}$ de diamètre, la valeur de l permettant d'obtenir une résonance autour de la longueur d'onde $1,55 \mu\text{m}$ est de l'ordre de 545. L'étendue du mode, à la surface de la sphère, dans la direction radiale est donc de l'ordre de $4 \mu\text{m}$. Compte-tenu de ces données, la figure 4.20 montre une simulation du processus de couplage du prisme à la sphère. Le modèle doit cependant être amélioré, cette simulation ne reflétant pas la réalité du couplage entre le prisme et la sphère.

Jusqu'ici, nous avons modélisé la partie relative à une zone de couplage. Le dispositif utilisé dans l'oscillateur optoélectronique utilise deux prismes. Le premier pour coupler l'énergie optique dans la sphère, le second pour extraire le signal. C'est l'objet du paragraphe suivant.

4.3 Modèle général pour un résonateur couplé (double couplage par prisme).

Nous allons utiliser les paramètres de couplage définis précédemment pour décrire le comportement global du système constitué de la sphère et des deux prismes. Cette modélisation va permettre de déterminer l'expression de l'amplitude du signal disponible en sortie du second prisme en fonction de celle du signal injecté en entrée du premier prisme. La nomenclature adoptée est celle de la figure 4.21.

Exprimons les relations reliant les amplitudes modales du champ en entrée et en sortie des zones de couplage en fonction des matrices d'interaction :

$$\begin{bmatrix} A_1(s_n) \\ A_2(t_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(s_0, s_n) & ja_{12}(s_0, s_n) \\ ja_{21}(t_0, t_n) & a_{22}(t_0, t_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1(s_0) \\ A_2(t_0) \end{bmatrix} \quad (4.89)$$

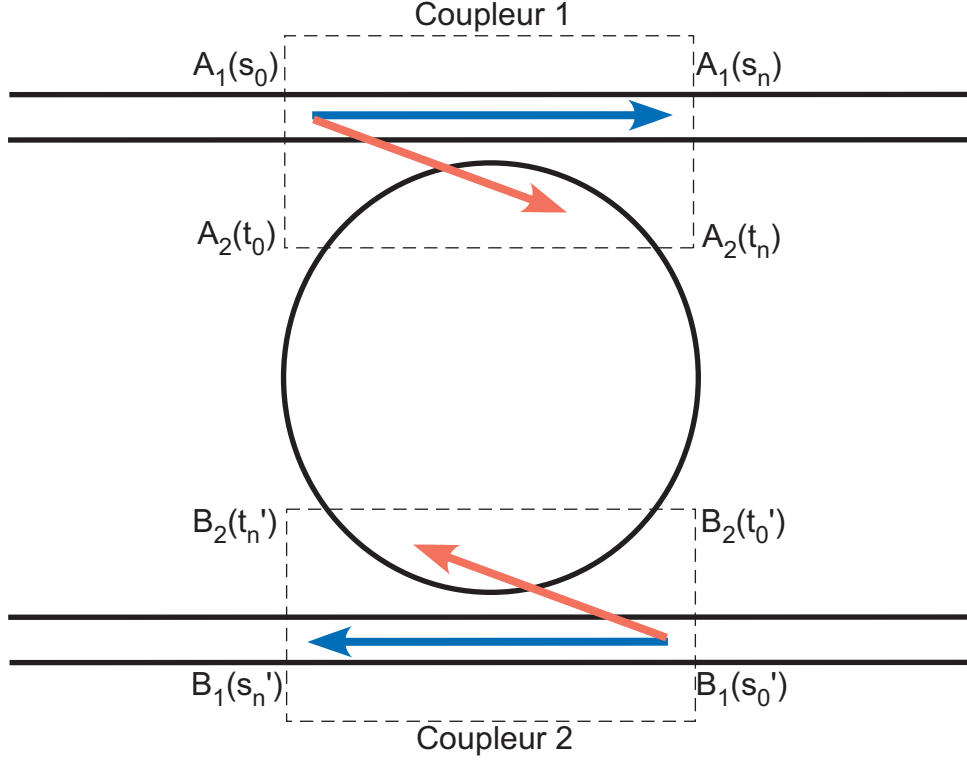


FIG. 4.21 – Schéma général du système de couplage pour l'injection et la récupération du signal dans la microsphère.

$$\begin{bmatrix} B_1(s'_n) \\ B_2(t'_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_{11}(s'_0, s'_n) & ja'_{12}(s'_0, s'_n) \\ ja'_{21}(t'_0, t'_n) & a'_{22}(t'_0, t'_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1(s'_0) \\ B_2(t'_0) \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

où A_1 , A_2 , B_1 et B_2 sont les amplitudes modales des champs comme indiqué sur la figure 4.21. Remarque : on ne peut pas, à priori, considérer que les deux matrices de transfert sont identiques puisque les distances séparant la sphère de chacun des prismes ne sont pas nécessairement égales. En supposant que $B_2(s'_0) = 0$, étant donné que la puissance optique sera introduite dans le dispositif uniquement par le prisme 1 et en remarquant que :

$$B_2(t'_0) = A_2(t_n) \exp\left(-j \int_{t_n}^{t'_0} \beta_{sph} t . dt\right) \quad (4.91)$$

$$A_2(t_0) = B_2(t'_n) \exp\left(-j \int_{t'_n}^{t_0} \beta_{sph} t . dt\right) \quad (4.92)$$

nous pouvons écrire la fonction de transfert en amplitude du système global constitué de la sphère et des dispositifs de couplage :

$$B_1(s'_n) = \frac{-a'_{12}(s'_0, s'_n) . a_{21}(t_0, t_n) \exp -j \int_{t_n}^{t'_0} \beta_{sph} t . dt}{1 - a_{22}(t_0, t_n) . a'_{22}(t'_0, t'_n) . \exp -j \int_{t_n}^{t'_0} \beta_{sph} t . dt . \exp -j \int_{t'_n}^{t_0} \beta_{sph} t . dt} \quad (4.93)$$

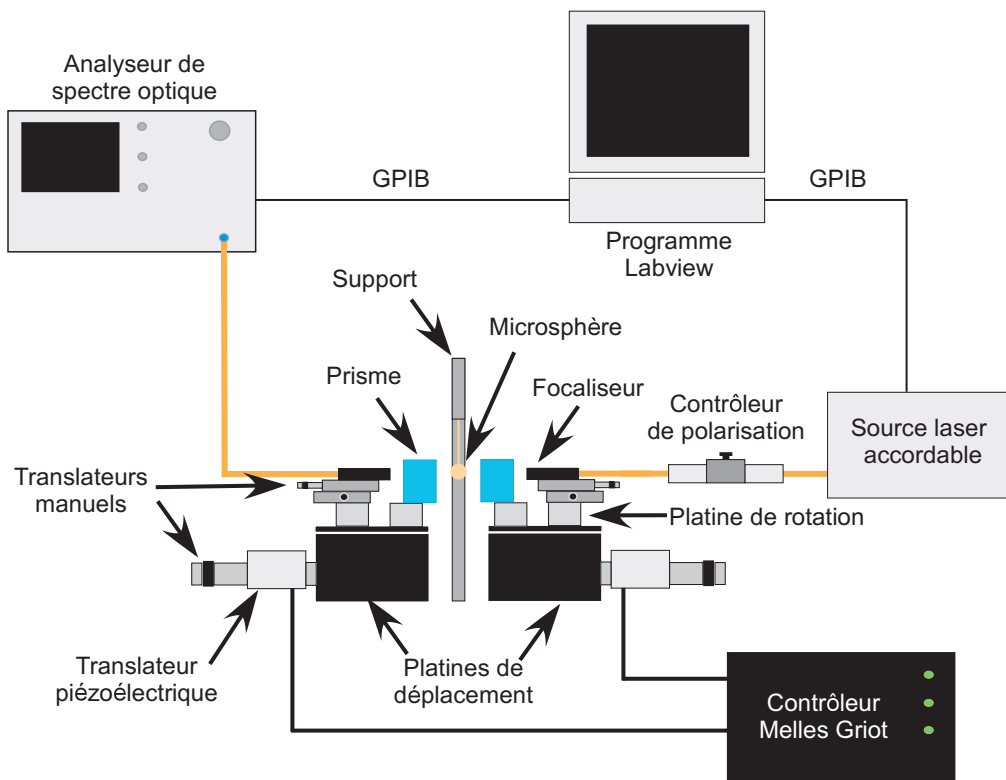


FIG. 4.22 – Banc de mesure.

4.4 Relevé du spectre des résonances.

4.4.1 Banc de mesure.

4.4.1.1 Principe et matériels utilisés.

Le banc de mesure (fig. 4.22) comporte en premier lieu une source laser Photonetics, accordable sur une large plage de longueur d'onde ($1530 \mu\text{m}$ - $1570 \mu\text{m}$) avec une résolution minimale de 10 picomètres et délivrant une puissance maximale de 2mW. Le faisceau laser passe au travers d'un contrôleur de polarisation avant d'être acheminé vers un focaliseur Ozoptics de distance focale 8 mm. Les données constructeur indiquent que le focaliseur permet d'obtenir une taille du spot lumineux de $7 \mu\text{m}$. Le faisceau optique subit ensuite une réflexion totale sur la face du premier prisme (équilatéral, d'indice 1,77), permettant la création d'un champ évanescent qui excite alors un (ou plusieurs) mode(s) de la sphère. Une partie de la puissance optique est alors extraite de la sphère grâce à un second prisme (identique au premier) en utilisant également le champ évanescent généré par la sphère dans son voisinage. Le faisceau optique ainsi obtenu est récupéré par un focaliseur analogue à celui servant à l'injection, afin de garantir une certaine symétrie du système. Le signal est alors observé grâce à un analyseur de spectre optique.

Le coeur du système est constitué de la sphère et des prismes de couplages. Dans notre cas, nous avons choisi de placer la sphère sur un support fixe et de mouvoir les prismes

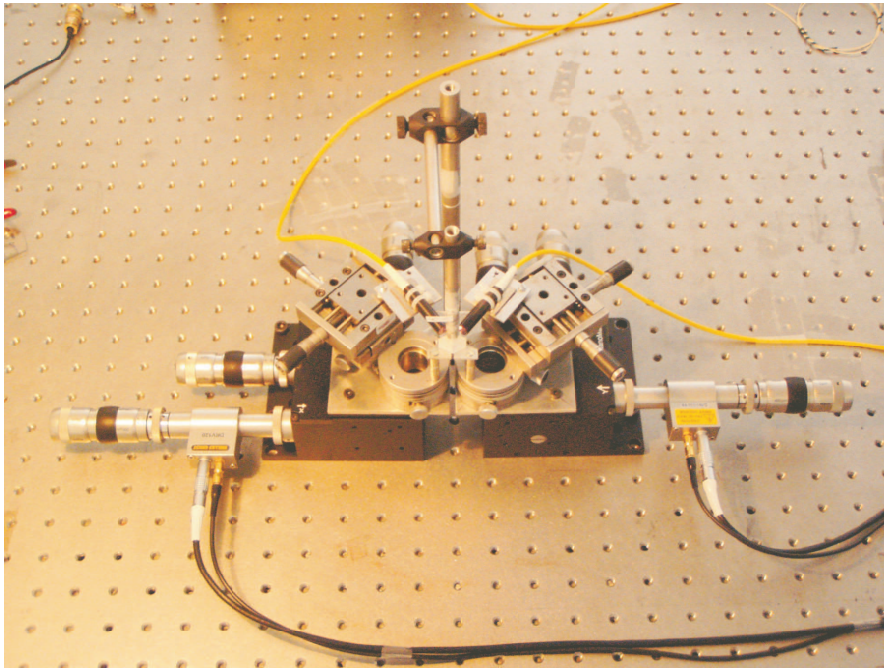


FIG. 4.23 – Photographie du dispositif de couplage.

grâce à des platines de déplacement Melles Griot munies de translateurs piézoélectriques pilotés par ordinateur (figure 4.23 et 4.24). Ces translateurs permettent de contrôler les distances sphère-prismes avec une précision de l'ordre de 10 à 20 nm, grâce à un système d'asservissement. La figure 4.23 montre une photographie de la sphère munie du système de couplage. La présence de nombreuses platines de rotation et de translation est nécessaire aux réglages de l'angle d'incidence ainsi que des positions relatives des différents éléments (prismes, sphère, focaliseurs).

Enfin, un programme utilisant le logiciel Labview a été réalisé afin d'automatiser l'acquisition, en longueur d'onde, de la fonction de transfert du système. Ce programme pilote, par bus GPIB, la source laser accordable en fixant la puissance optique émise, en incrémentant la longueur d'onde d'émission et en recherchant le pic de puissance optique en sortie du système grâce à l'analyseur de spectre optique (figure 4.25).

4.4.1.2 Mode opératoire.

La difficulté de la mesure réside dans la taille de la microsphère et dans les distances mises en jeu entre les différents éléments ainsi que dans la réalisation de l'accord de phase. Aussi, les réglages préalables doivent être particulièrement minutieux et se résument ainsi (les étapes 1 à 4 sont réalisées dans le visible, avec un laser rouge) :

1. Ajustement de l'angle d'incidence du faisceau sur la face du prisme, tout juste supérieur à l'angle critique pour l'interface prisme/sphère.
2. Réglage de la position et de la distance du focaliseur au prisme, de façon à obtenir un spot ayant la plus faible dimension possible ($7 \mu\text{m}$ en théorie).
3. Positionnement du spot lumineux sur la face du prisme au voisinage de la sphère jusqu'à observation d'un petite illumination de la sphère.
4. Répétition de la procédure de 1 à 3 avec le second prisme.



FIG. 4.24 – Interface de contrôle des translateurs piézoélectriques Melles Griot.

5. Remplacement du laser rouge par la source accordable infrarouge et recherche du maximum de puissance transmise (mesurée au radiomètre) au travers du dispositif en modifiant la polarisation de l'onde à l'aide du contrôleur de polarisation. En fonction de la polarisation, les modes TE ou TM seront excités.
6. Recherche du maximum de transmission, en jouant sur les différents degrés de liberté de positionnement des prismes par rapport à la sphère, en utilisant notamment les translateurs piézoélectriques, les translateurs manuels et les platines de rotation.
7. Lancement du programme Labview et acquisition de la fonction de transfert en puissance par balayage en longueur d'onde et mesure de la puissance optique grâce à l'analyseur de spectre optique.

4.4.2 Spectres expérimentaux.

Les relevés de spectres qui suivent ont été réalisés avec une sphère de silice de rayon $95 \mu\text{m}$. Le spectre représenté à la figure 4.26 a été réalisé en utilisant une source accordable de résolution $0,1 \text{ nm}$. Ce spectre ne permet pas de discerner à proprement parler une structure spectrale particulière, bien qu'il semble qu'il y ait une certaine périodicité. Une meilleure résolution (figure 4.27) permet cette fois aisément d'observer la périodicité du spectre. Comme le montre cette figure obtenue avec une résolution de $0,01 \text{ nm}$, le spectre comporte une variation périodique lente. L'écart entre deux grands pics successifs est d'environ $2,7 \text{ nm}$, ce qui correspond à la valeur lue sur le graphique de la figure 3.6 (chapitre 3), donnant la valeur de l'intervalle spectral libre en fonction du rayon de la sphère, pour un rayon de $95 \mu\text{m}$. A ces variations lentes se superposent des variations rapides, qui semblent, elles aussi, périodiques. Une mesure plus fine a permis de relever le spectre de transmission de façon plus précise. Le résultat se trouve à la figure 4.28. Les distances figurant en légende sont des distances relatives par rapport à une position de référence. Ces valeurs indiquent que les deux prismes ont été éloignés de la sphère. La valeur indiquée est l'éloignement par rapport à cette position de référence. On note une structure assez complexe

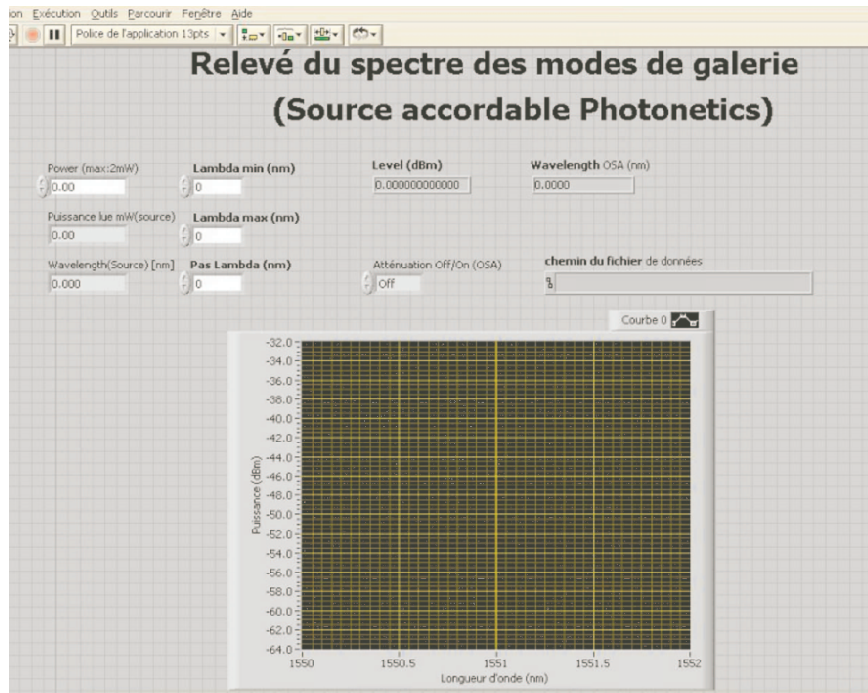


FIG. 4.25 – Face avant du programme d'acquisition de la fonction de transfert du système.

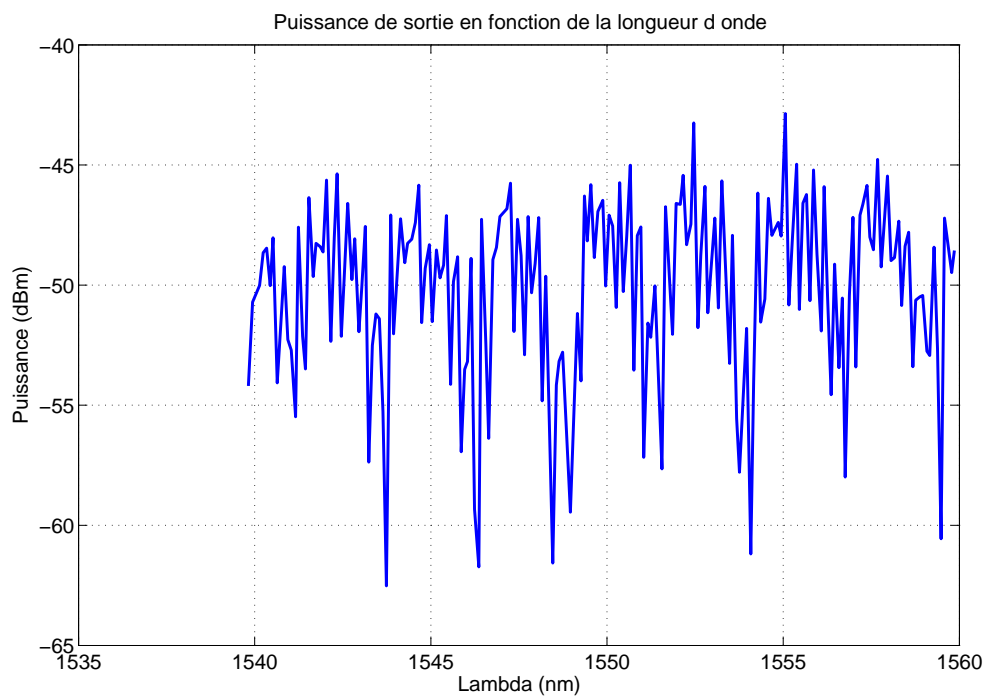


FIG. 4.26 – Fonction de transfert du système constitué de la sphère, des prismes et des focaliseurs mesurée avec une source accordable de résolution 0,1 nm.

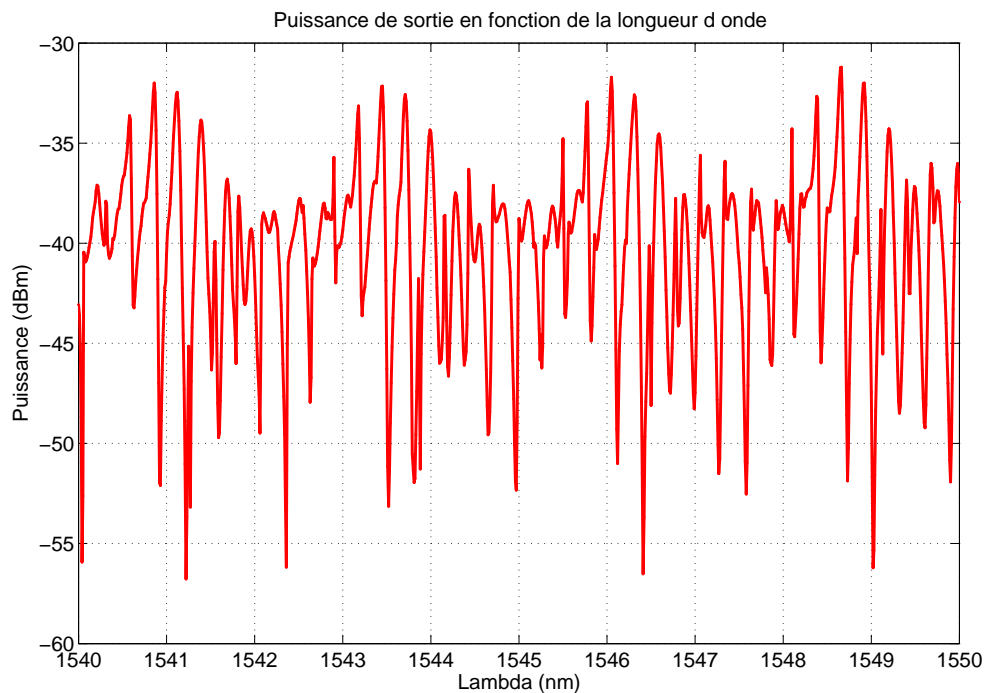


FIG. 4.27 – Fonction de transfert du système mesurée avec une source accordable de résolution 0,01 nm.

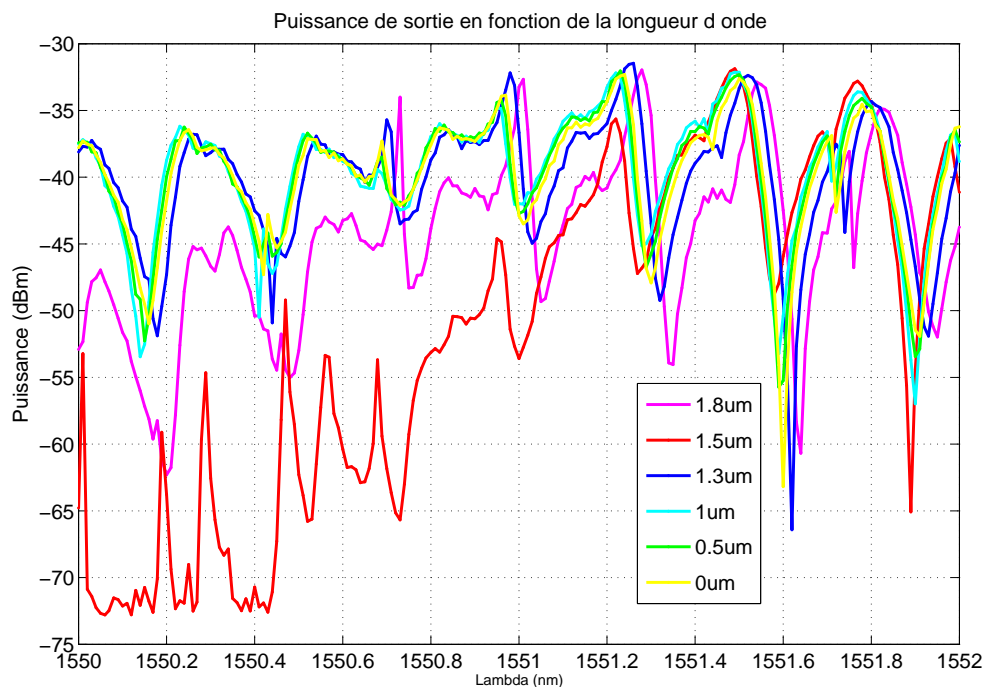


FIG. 4.28 – Fonction de transfert du système mesurée avec une source accordable de résolution 0,01 nm.

de formes qui se répètent avec une période d'approximativement 0,3 nm. Cette structure de pics rapprochés peut trouver son origine dans plusieurs mécanismes. Compte-tenu de la régularité et l'espacement de ces pics, il est possible que ceux-ci soient dûs à une levée de la dégénérescence des fréquences de résonances des modes ne différant que par leur valeur de m (l et n restant identiques). Cela a lieu lorsque la sphère présente une ellipticité non nulle, ce qui est tout à fait probable. Cependant, l'ellipticité des sphères obtenues par la technique de fabrication utilisée à Lannion ne dépasse guère quelques pourcents. Aussi, cette hypothèse de levée de dégénérescence ne suffit pas à expliquer cette structure. Un autre phénomène pouvant intervenir est le « backscattering » (rétrodiffusion) pouvant créer un phénomène d'interférences avec le signal initial. Mais l'explication la plus probable fait appel à un mécanisme plus complexe d'interaction entre les deux prismes et la sphère. Quoiqu'il en soit, on remarque la faible puissance recueillie en sortie du second prisme. Il semble donc difficilement envisageable d'utiliser ce type de dispositif en l'état dans un oscillateur optoélectronique.

Une première solution réside dans l'utilisation d'un EDFA afin d'atteindre un niveau acceptable de puissance optique. Dans notre cas, celui-ci sera cependant préférentiellement placé après le dispositif, dans la mesure où le faisceau optique doit être focalisé sur la face du premier prisme sur une très petite surface. La forte puissance issue de l'EDFA, focalisée pourrait alors endommager le prisme. Nous avons donc placé un EDFA en sortie du système de couplage, mais la puissance restait cependant insuffisante. Une autre option est envisageable qui reprend celle précédemment évoquée mais de façon différente. Elle consiste en l'utilisation de sphères dopées. Il est désormais possible de réaliser des résonateurs dopés pouvant, sous réserve d'être pompés, amplifier un signal optique. Cette alternative se révèle particulièrement séduisante puisqu'elle ne nécessite pas de composant supplémentaire, si ce n'est pour le pompage.

Par ailleurs, la difficulté à mettre en oeuvre, la fragilité et la grande sensibilité des dispositifs de couplage notamment aux vibrations, à la température, conduit naturellement à envisager des solutions plus « intégrables » utilisant des résonateurs planaires tels que des disques ou des anneaux, ainsi qu'un couplage vertical, permettant un fin réglage du couplage par épitaxie [77].

Chapitre 5

Architectures dérivées de l'oscillateur optoélectronique

Ce chapitre traite d'architectures dérivées de l'oscillateur optoélectronique bouclé.

5.1 Oscillateur optoélectronique utilisant un VCSEL à 850 nm

5.1.1 Montage

Plusieurs techniques de génération optique de signaux microondes ont été présentées au chapitre 1. Celles-ci (et notamment l'oscillateur bouclé) requièrent généralement des diodes laser monomodes ou bimodes de type DFB, dont le coût est élevé. Par ailleurs, ce type de diode présente généralement un courant de seuil d'au moins 20 mA. Les VCSELs (Vertical Cavity Surface Emitting Lasers) peuvent constituer une alternative, faible coût et moins gourmande en énergie, à l'utilisation de diodes laser DFB. Bien que la technologie actuelle des VCSELs à grandes longueurs d'ondes (1300 et 1550 nm) ne leur permettent pas encore de remplacer les diodes DFB (les puissances optiques sont encore trop faibles), ceux émettant à 850 nm se montrent plus intéressants. Nous avons réalisé un oscillateur bouclé basé sur l'utilisation d'un VCSEL multimode émettant à 850 nm et comparé ses performances à celle d'un oscillateur de même structure utilisant une diode DFB monomode émettant à 1550 nm. Dans les deux cas, l'oscillateur comporte la diode laser (DFB ou VCSEL), directement modulée, une fibre optique d'environ 100 m (multimode dans le cas du VCSEL, monomode dans le cas du DFB), un photodétecteur, un filtre passe-bande, centré sur 900 MHz et de 2 MHz de bande passante à -3 dB et un amplificateur microonde (toute la partie microonde est identique pour les deux oscillateurs). Le schéma du montage est représenté à la figure 5.1 et le principe de fonctionnement reste globalement le même que celui de l'oscillateur décrit au chapitre 2, si ce n'est que le modulateur électrooptique a été remplacé par la modulation directe (figure 5.2). Les caractéristiques comparées des composants utilisés figurent dans le tableau 5.1.

5.1.2 Résultats expérimentaux.

Les spectres d'oscillation obtenus avec ces deux oscillateurs sont représentés à la figure 5.3 pour l'oscillateur à base de VCSEL et à la figure 5.4 pour l'oscillateur à base de DFB.

Dans le cas de l'oscillateur utilisant un VCSEL, la puissance d'oscillation en sortie du coupleur est de 4 dBm à 900 MHz. Aucun mode latéral n'est suffisamment puissant pour être visible. La fibre est en effet assez courte pour rejeter les autres modes en dehors de la bande passante du filtre microonde. Le niveau de bruit de phase mesuré est de -100 dBc/Hz à 10 kHz de la porteuse et la largeur spectrale de la raie d'oscillation est inférieure à

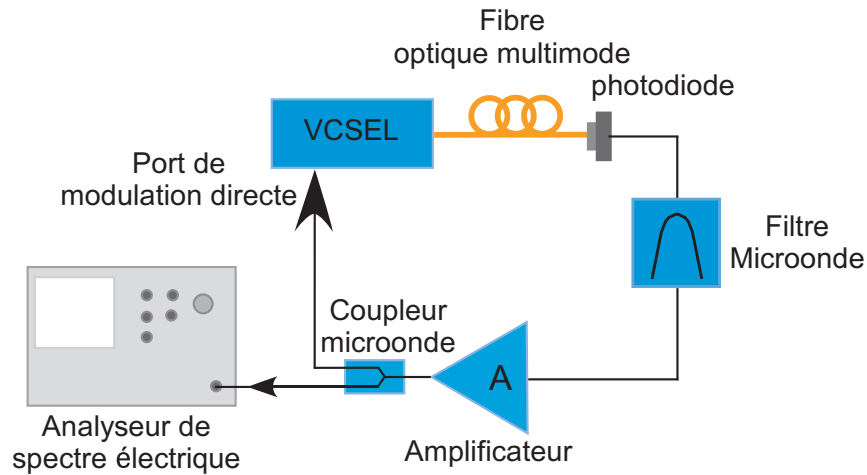


FIG. 5.1 – Schéma de l'oscillateur bouclé utilisant une diode laser (VCSEL ou DFB) en modulation directe.

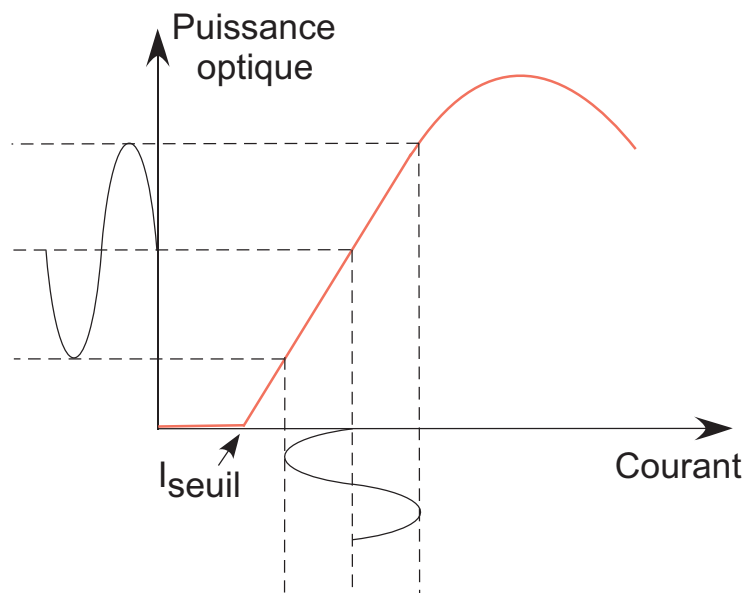


FIG. 5.2 – Modulation directe d'une diode laser.

	Oscillateur à VCSEL	Oscillateur à DFB
Courant de seuil	5 mA	13 mA
Bruit d'intensité relatif à 900 MHz	-130 dB/Hz	-138 dB/Hz
Courant de polarisation	12.5 mA	50 mA
Rendement quantique de la diode	0,06 mW/mA	0,27 mW/mA
Longueur de fibre	120 m	100 m
Responsivité de la photodiode	0,42 A/W	0,6 A/W

TAB. 5.1 – Caractéristiques des composants utilisés.

10 Hz (les mesures ont été limitées par la résolution de l'analyseur de spectre). Dans le cas de l'oscillateur utilisant une diode DFB, la puissance d'oscillation est de 10 dBm. Là encore, les modes latéraux sont très fortement atténués et le bruit de phase mesuré est de -108 dBc/Hz à 10 kHz de la porteuse et la largeur de raie est inférieure à 10 Hz. Il apparaît donc que, bien que l'oscillateur à base de VCSEL utilise un laser et une fibre multimode, le bruit de phase, la largeur spectrale et la puissance d'oscillation ne sont pas très éloignés des performances obtenues dans le cas de l'oscillateur basé sur le DFB. En outre, par rapport à l'architecture simple boucle présentée au chapitre 2, il est ici fait l'économie du modulateur électrooptique. Il est évident qu'un tel oscillateur ne peut rivaliser avec les meilleurs oscillateurs optoélectroniques (voir tableau 1.2), mais s'inscrit dans un processus visant à intégrer les oscillateurs optoélectroniques et à diminuer leur coût, tout en conservant de bonnes performances.

5.2 Génération d'impulsions optiques

5.2.1 Les principales méthodes de génération d'impulsions optiques

La génération de signaux d'horloge à des taux de répétition élevés est un sujet d'étude suscitant un intérêt toujours croissant, tant les applications dans les communications optiques haut débit sont importantes. Trois techniques principales existent pour leur génération [78] : « gain-switching » (commutation de gain), « Q-switching » (commutation de facteur de qualité), « mode-locking » (verrouillage modal). La première technique consiste en l'excitation rapide du milieu actif du laser. Ainsi, une forte inversion de population et un niveau de gain élevé sont atteints avant que le laser n'émette. Lors de l'émission, le faisceau est très intense et les niveaux excités se dépeuplent très rapidement, replaçant le laser sous le seuil. L'émission laser cesse alors et une impulsion optique est obtenue. Dans le cas d'un laser à semiconducteur, il est ainsi possible de générer des impulsions d'une durée d'une dizaine de picosecondes. La méthode du Q-switching consiste à créer des zones d'absorption saturables en série avec le milieu amplificateur, par implantation d'ions ou par la réalisation de laser multi-section, dans lequel, certaines sections ne sont pas polarisées ou polarisées en inverse. Cette technique permet la génération d'impulsions de durée plus courte que dans le cas du gain-switching et l'obtention d'impulsions très intenses (l'effet de la saturation de l'absorbant se combine simultanément avec le gain-switching, autrement dit, lorsque la saturation de la zone absorbante est atteinte, l'émission engendrée s'ajoute à celle de la zone active dont le gain dépasse alors les pertes). Enfin, le mode-locking est la technique la plus efficace pour obtenir des impulsions de durée extrêmement courte mais c'est aussi la plus complexe. Elle consiste à verrouiller en phase des modes longitudinaux de la cavité laser afin de moduler le gain du laser à une fréquence égale à la différence de fréquence (ou à un multiple) des deux modes.

5.2.2 Principe et montage

La technique présentée ici [79][80], qui appartient à la catégorie des dispositifs à commutation de gain, résulte d'une extension du concept d'oscillateur optoélectronique ayant l'avantage de pouvoir générer simplement et simultanément un signal microonde pouvant servir de référence de fréquence et des impulsions optiques dont le taux de répétition peut être ajusté par modification de la fréquence d'une source RF. Le montage reprend l'architecture de l'oscillateur utilisant une diode laser de type DFB en modulation directe, présenté au 5.1.1 auquel ont été ajoutés un coupleur RF à l'entrée du port de modulation de la diode laser (permettant d'y acheminer le signal de contre-réaction issu de la boucle

de l'oscillateur et le signal de modulation) et un coupleur optique pour pouvoir visualiser les impulsions optiques. Le schéma du montage est représenté figure 5.5.

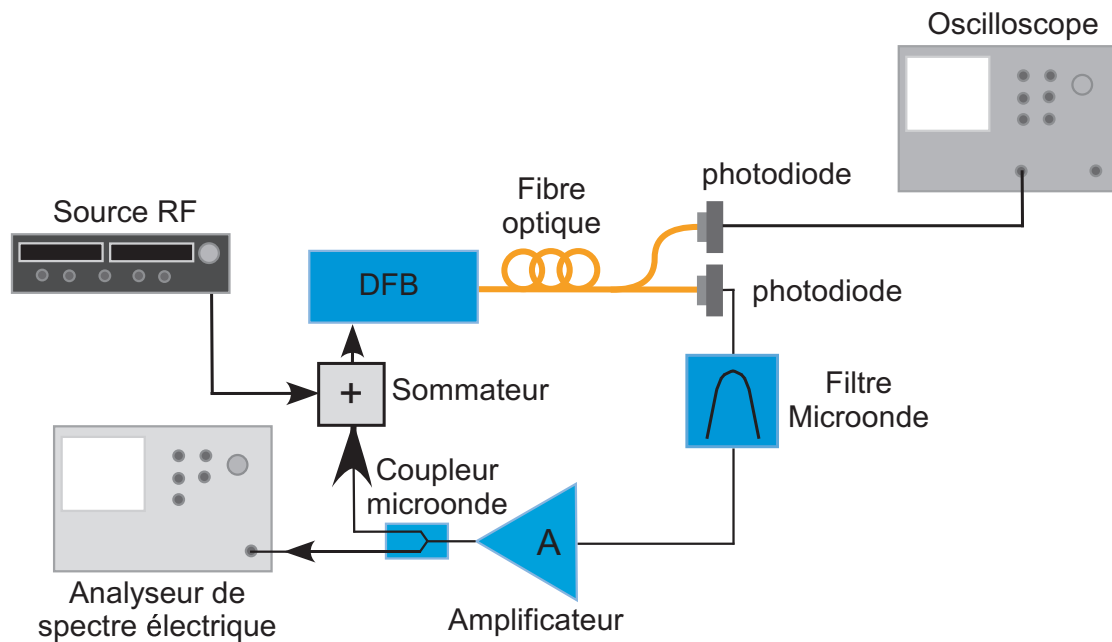


FIG. 5.5 – Schéma de l'oscillateur générant des impulsions optiques.

Afin de générer les impulsions, la diode laser est polarisée à un point de fonctionnement proche de son courant de seuil. La source RF joue alors en quelque sorte le rôle d'interrompteur, faisant passer périodiquement le courant de modulation de la diode sous le seuil d'oscillation, comme indiqué à la figure 5.6.

5.2.3 Résultats expérimentaux

La fréquence du signal de modulation issu de la source RF détermine la fréquence de répétition des impulsions optiques. Ainsi, les figures 5.7 a, b et c représentent (en jaune) les impulsions générées pour des fréquences de modulation égales respectivement à 100 MHz, 450 MHz et 900 MHz, correspondant à des périodes de 10 ns, 2.2 ns et 1.1 ns. Le signal de modulation utilisé a une puissance, en sortie de la source de 14 dBm, cependant, le sommateur RF présente des pertes d'insertion d'environ 7 dB. Les spectres de l'oscillateur correspondant aux trois fréquences mentionnées précédemment sont représentés figures 5.8(a), 5.8(b) et 5.8(c). On note une puissance relativement faible dans les deux premiers cas, qui s'explique par la nécessité de placer la diode laser à un point de fonctionnement où la puissance optique de sortie est faible (proximité du courant de seuil). En revanche, pour une fréquence de modulation de 900 MHz, on obtient une raie d'oscillation de plus forte puissance. Cela est dû au phénomène de verrouillage du mode d'oscillation de l'oscillateur (situé à 900 MHz en oscillation libre) sur le signal de référence.

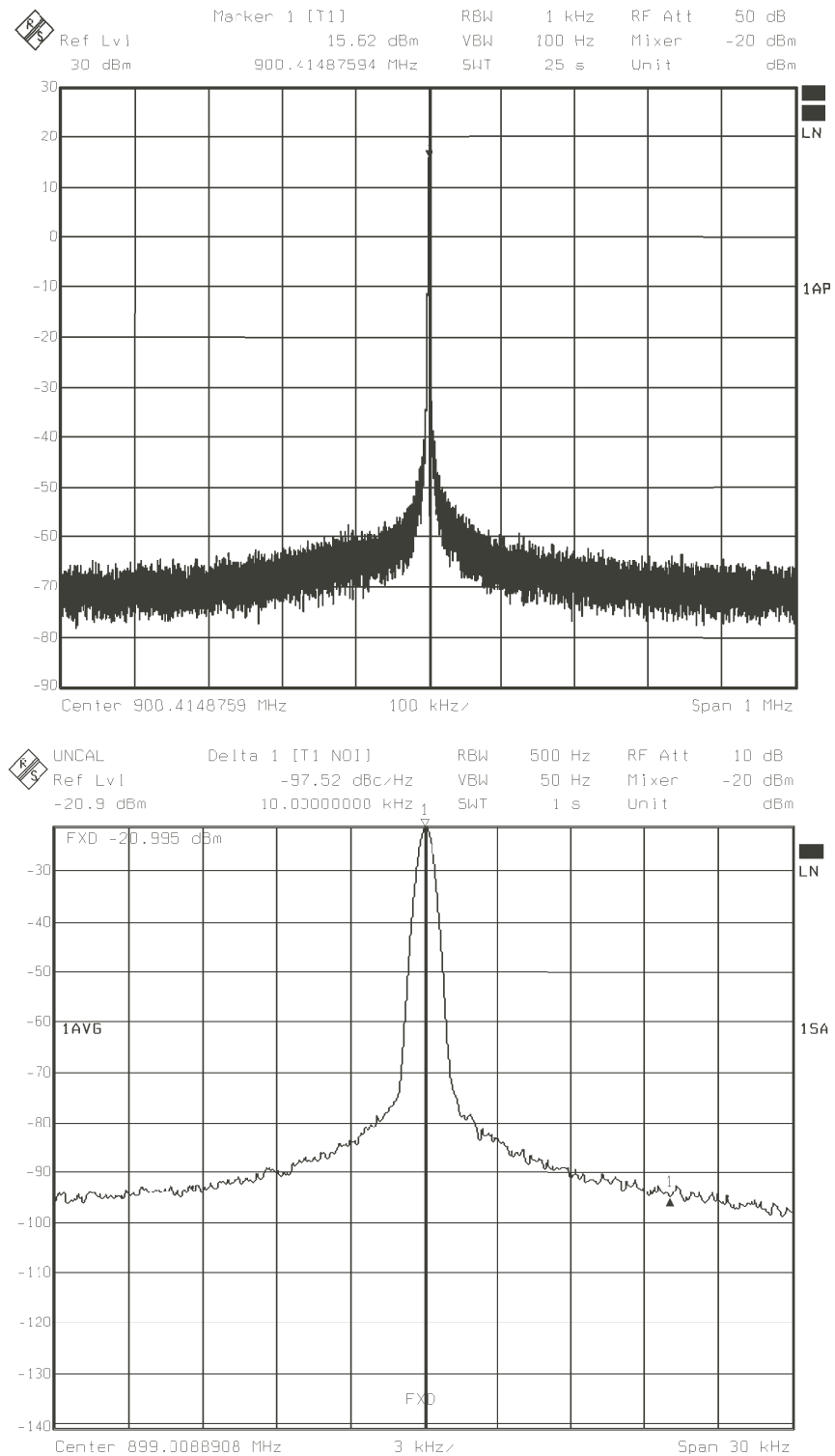


FIG. 5.3 – Spectre d'oscillation de l'oscillateur utilisant un VCSEL.

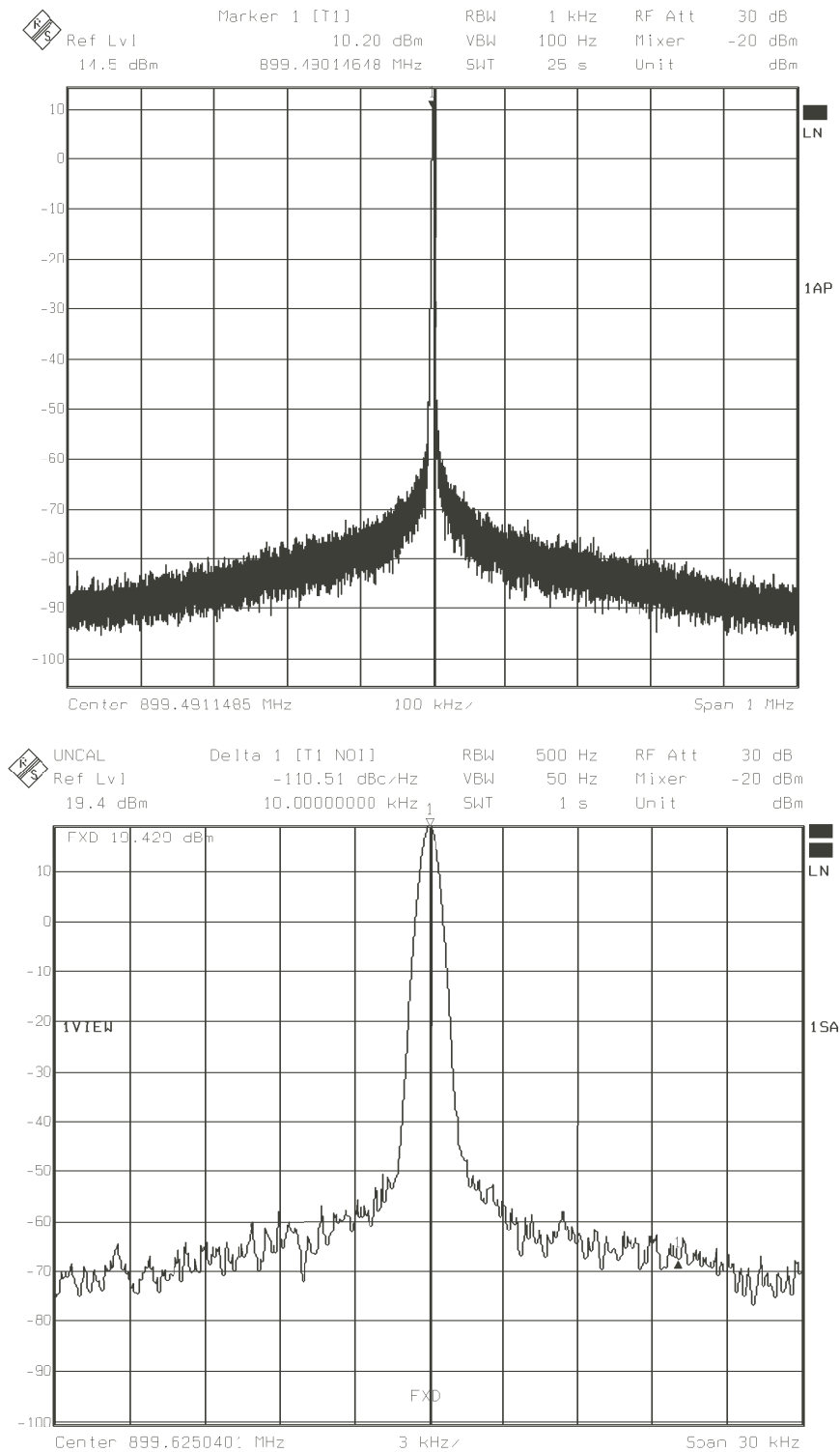


FIG. 5.4 – Spectre d'oscillation de l'oscillateur utilisant un DFB.

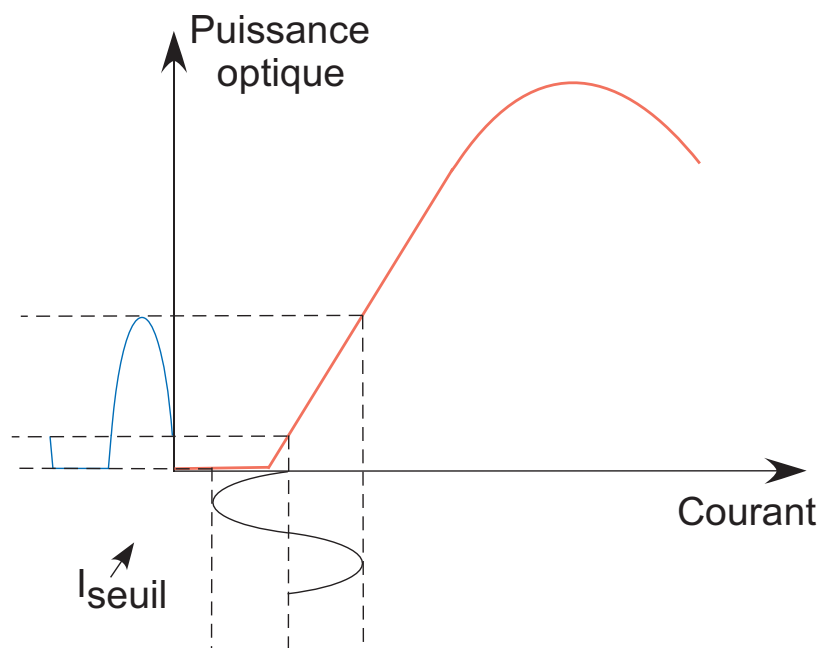


FIG. 5.6 – Point de polarisation et modulation de la diode laser pour la génération d'impulsions optiques.

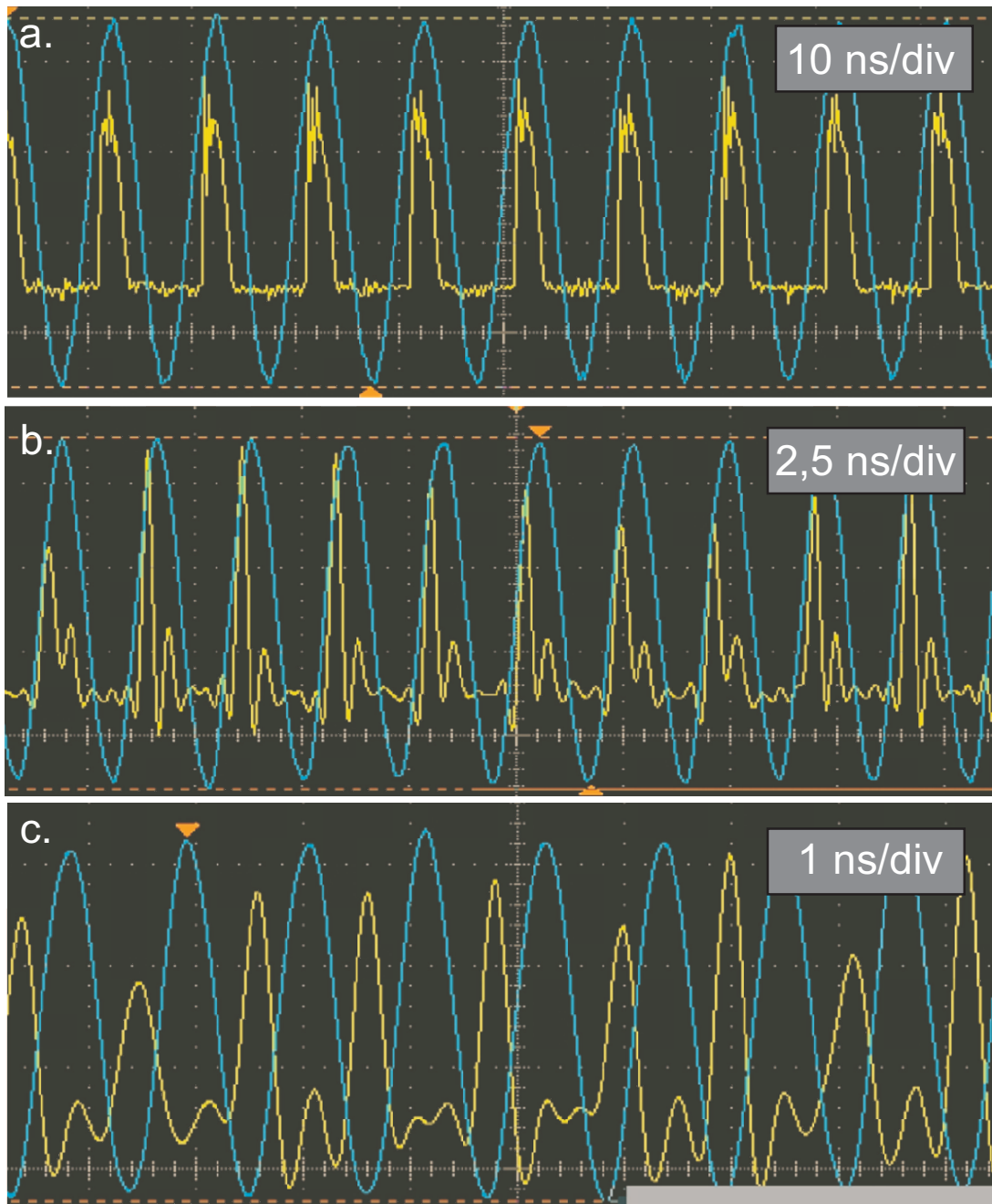
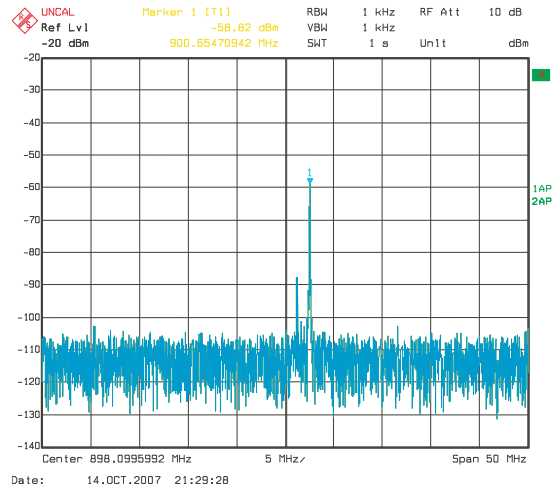
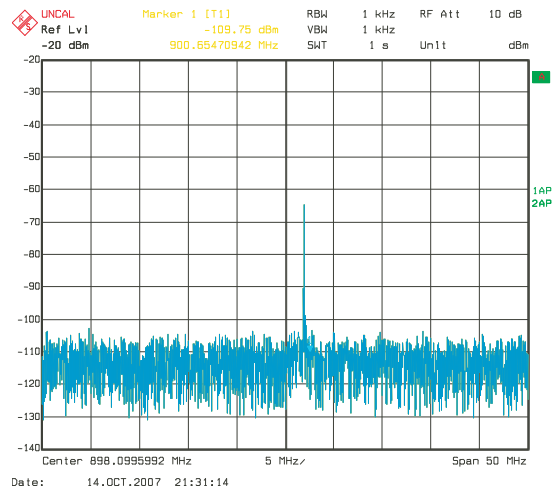


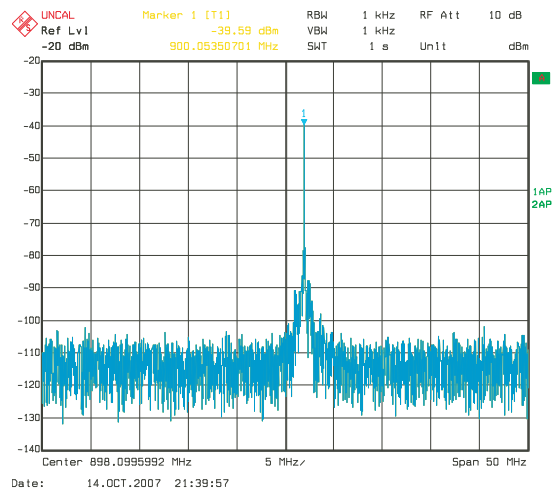
FIG. 5.7 – Mesures dans le domaine temporel des impulsions optiques obtenus pour différentes fréquences de modulation : a. 100 MHz. b. 450 MHz. c. 900 MHz. La puissance du signal RF de modulation est de 14 dBm (valeur lue sur le générateur Wiltron). La courbe bleue représente le signal de modulation (générateur Wiltron), la courbe jaune, la sortie du coupleur optique.



(a) Spectre correspondant à l'oscillogramme de la figure 5.7. a.



(b) Spectre correspondant à l'oscillogramme de la figure 5.7. b.



(c) Spectre correspondant à l'oscillogramme de la figure 5.7. c.

FIG. 5.8 – Spectres de l'oscillateur correspondant à différentes fréquences du signal d'injection, dont la puissance en sortie du générateur est de 14 dBm.

Conclusion

Le laboratoire MOSE s'est orienté depuis une dizaine d'années vers la génération optique de signaux hyperfréquences et en particulier vers des architectures bouclées, ne nécessitant qu'une seule source optique et permettant l'obtention de signaux de bonne pureté spectrale à des fréquences élevées.

Nous avons ainsi étudié une architecture d'oscillateur en anneau permettant la génération d'un signal en bande X. La configuration simple boucle s'est révélée inappropriée pour obtenir un fonctionnement monomode, tout en conservant une bonne pureté spectrale. En effet, nous avons pu voir au travers de l'étude effectuée au chapitre 2 que cette dernière est directement liée au délai imposé par la boucle de contre-réaction. L'allongement de la fibre optique permet ainsi de diminuer le niveau de bruit de phase. La contre-partie est une réduction de l'intervalle spectral libre de l'oscillateur. La difficulté réside alors dans le filtrage microonde, qui doit être suffisamment sélectif pour ne conserver qu'un seul mode. Il est cependant difficile de trouver, à des fréquences de plusieurs GigaHertz, des filtres dont la bande passante est suffisamment étroite avec des pertes d'insertion suffisamment faibles pour ne pas compromettre le fonctionnement de l'oscillateur. Ainsi, l'intervalle spectral libre de l'oscillateur est, pour une fibre de 1 km, de 200 kHz alors que le filtre passe-bande à cavité utilisé présente une bande passante à -3 dB de 20 MHz et des pertes d'insertion, alors raisonnables, de 2 dB.

Afin de pallier ce problème, nous nous sommes tournés vers une architecture double boucle permettant de concilier bonne pureté spectrale et intervalle spectral libre plus élevé. Le principe consiste à injecter le signal optique issu du modulateur dans deux fibres de longueurs différentes, puis à recombinaison électrique les signaux photodétectés indépendamment l'un de l'autre. Cela a pour conséquence de créer deux « peignes » de modes aux intervalles spectraux libres différents. En prenant soin de régler le gain de chacune des boucles juste en dessous du seuil d'oscillation, puis en ajustant la phase de l'une d'elles, on peut synchroniser deux modes afin d'obtenir un gain suffisant pour une seule fréquence d'oscillation. L'oscillateur ainsi réalisé nous a permis d'obtenir un fonctionnement monomode avec un bruit de phase de $-115 \text{ dBc/Hz} @ 10 \text{ kHz}$ de la porteuse pour une fréquence d'oscillation de 12 GHz. Par ailleurs, la nécessité de thermostatier le système a été mise en évidence. L'influence de la température, dont les effets se font essentiellement ressentir au niveau de la fibre optique, est particulièrement importante dans cette configuration : un écart de température conduit à des déphasages inégaux dans chacune des boucles et compromet alors le fonctionnement même de l'oscillateur.

Un inconvénient important de l'architecture fibrée est précisément le volume occupé par la fibre optique. L'idée, pour remédier à ce problème, est d'utiliser des microrésonateurs optiques de très grands facteurs de qualité. Les avancées en matière de fabrication de ces composants sont aujourd'hui telles que l'on parvient à obtenir des temps de confinement de l'ordre de la microseconde. Nous avons modélisé le champ électromagnétique relatif aux modes de galerie de microsphères de silice ainsi que le couplage par onde évanescente au

moyen de prismes. Un banc de mesure a par ailleurs été monté, qui a permis la détermination de la fonction de transfert d'un système composé d'une microsphère, d'un prisme servant à l'injection du signal et d'un autre prisme servant à sa récupération. Il en ressort que le couplage constitue la principale difficulté dans l'utilisation de ces composants. Les pertes associées sont importantes et une amplification optique sera nécessaire pour pouvoir les intégrer à un oscillateur. Notons à ce sujet, que des expériences d'amplification optique par des sphères dopées (sphères actives) sont déjà menées dans différents laboratoires, dont l'ENSSAT à Lannion (nous remercions d'ailleurs sincèrement Patrice Féron pour ses judicieux conseils et sa fourniture de microsphères). Cette étude constitue par conséquent une première étape vers l'intégration du système.

Nous avons également montré qu'il était possible de réaliser un oscillateur utilisant une diode laser à cavité verticale et émission par la surface (VCSEL). L'apparition de VCSELs aux grandes longueurs d'onde ($1,55 \mu\text{m}$) laisse penser qu'ils pourront, dans un futur plus ou moins proche, remplacer la diode laser de type DFB, tout en conservant les qualités relatives aux transmissions par fibre optique monomode à cette longueur d'onde (faibles pertes, faible dispersion...). Associés à des microrésonateurs actifs, ils laissent donc augurer d'une réduction considérable de la taille et du coût des oscillateurs opto-microondes.

Par ailleurs, ce type d'oscillateur (en anneau) montre une certaine polyvalence puisqu'il a également permis de générer des impulsions optiques, dont la fréquence de répétition peut être modifiée à souhait. Il sera intéressant d'étudier, à l'avenir, les possibilités de génération de diverses formes d'ondes.

Enfin, outre l'aspect d'intégration de l'oscillateur, le laboratoire oriente également ses recherches vers une diversification des méthodes de génération de signaux microondes, notamment en mettant à profit les bonnes qualités spectrales de l'oscillateur bouclé, utilisé comme source de référence pour la génération d'harmoniques. Cet aspect est actuellement étudié et laisse présager une importante montée en fréquence ($\geq 40 \text{ GHz}$).

Annexe A

Théorie des modes couplés pour des guides droits et parallèles

Considérons deux guides droits parallèles, indicés 1 et 2, invariants par translation selon x , axe de propagation, dont les profils d'indice sont donnés figure A.1 a. et b. On s'intéresse

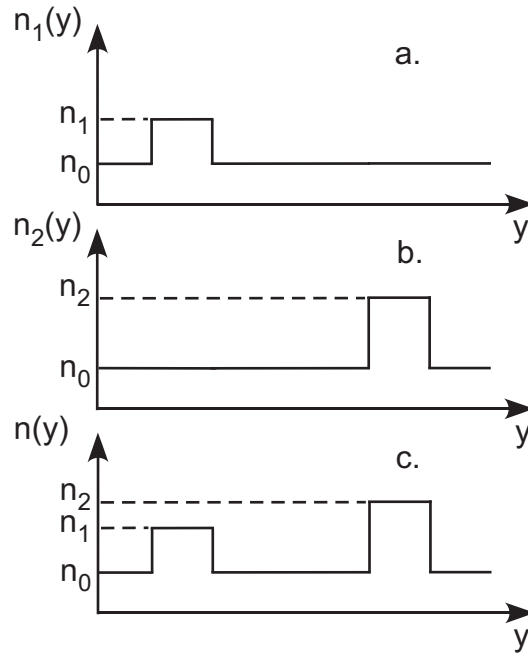


FIG. A.1 – Profils d'indice : a. du guide 1, b. du guide 2, c. de la structure globale constituée des deux guides.

à un mode TE polarisé selon y : $\vec{E}_i(x, y, z) = E_{yi}(x, y, z) \cdot \vec{e}_y$ avec $i = 1, 2$ et $\vec{E}_i(x, y, z)$ est le champ du guide i . Pour un mode TM, il suffit de remplacer E par H.

L'équation d'onde s'écrit alors :

$$\nabla^2 E_{yi} + k_0^2 n_i^2(x, y, z) E_{yi} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Afin d'alléger les notations et comme le champ est polarisé selon y , nous ne nous intéresserons dans la suite qu'à la composante du champ selon y et écrirons donc les équations sous forme scalaire. Considérant une propagation selon x , on a :

$$\vec{E}_i(x, y, z) = E_{yi}(y, z) \cdot \exp -j\beta_i x \cdot \vec{e}_y \quad (\text{A.2})$$

Alors :

$$\nabla_T^2 E_{yi} + (k_0^2 n_i^2(x, y, z) - \beta_i) E_{yi} = 0 \quad (\text{A.3})$$

où $\nabla_T = \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$. Pour décrire le coupleur, on définit une distribution d'indice $n(y)$ représentée à la figure A.1.c. Nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un couplage faible, aussi, nous pouvons décrire le champ global du coupleur, \vec{E} , comme une superposition des champs de chacun des guides pris isolément, pondérés par des coefficients A_1 et A_2 dont les valeurs peuvent dépendre de l'abscisse x (on suppose dans cette hypothèse que les modes de chaque guide ne sont pas perturbés par la présence du second guide). Ainsi :

$$E(x, y, z) = A_1(x) E_{y1}(y, z) \exp -j\beta_1 x + A_2(x) E_{y2}(y, z) \exp -j\beta_2 x \quad (\text{A.4})$$

Afin d'appliquer l'équation de propagation à E :

$$\nabla^2 E + k_0^2 n^2(x, y, z) E = 0 \quad (\text{A.5})$$

notons que :

$$\begin{aligned} \nabla^2 E &= \left[A_1(x) \nabla_T^2 E_{y1}(y, z) + \left(\frac{\partial^2 A_1(x)}{\partial x^2} - 2j\beta_1 \frac{\partial A_1(x)}{\partial x} - \beta_1^2 A_1(x) \right) E_{y1}(y, z) \right] \exp -j\beta_1 x \\ &+ \left[A_2(x) \nabla_T^2 E_{y2}(y, z) + \left(\frac{\partial^2 A_2(x)}{\partial x^2} - 2j\beta_2 \frac{\partial A_2(x)}{\partial x} - \beta_2^2 A_2(x) \right) E_{y2}(y, z) \right] \exp -j\beta_2 x \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Comme nous avons supposé que les modes de chaque guide n'étaient pas affectés par la présence de l'autre guide, nous pouvons utiliser les équations de propagation relatives à chaque guide (équation (A.3)). L'équation (A.6) devient alors :

$$\begin{aligned} \nabla^2 E &= \left[-A_1(x) k_0^2 n_1^2(x, y, z) E_{y1}(y, z) + \left(\frac{\partial^2 A_1(x)}{\partial x^2} - 2j\beta_1 \frac{\partial A_1(x)}{\partial x} \right) E_{y1}(y, z) \right] \exp -j\beta_1 x \\ &+ \left[-A_2(x) k_0^2 n_2^2(x, y, z) E_{y2}(y, z) + \left(\frac{\partial^2 A_2(x)}{\partial x^2} - 2j\beta_2 \frac{\partial A_2(x)}{\partial x} \right) E_{y2}(y, z) \right] \exp -j\beta_2 x \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Et d'après (A.7), (A.4) et (A.5), nous pouvons donc écrire :

$$\begin{aligned} &\left[-A_1(x) k_0^2 n_1^2(x, y, z) E_{y1}(y, z) + \left(\frac{\partial^2 A_1(x)}{\partial x^2} - 2j\beta_1 \frac{\partial A_1(x)}{\partial x} \right) E_{y1}(y, z) \right] \exp -j\beta_1 x \\ &+ \left[-A_2(x) k_0^2 n_2^2(x, y, z) E_{y2}(y, z) + \left(\frac{\partial^2 A_2(x)}{\partial x^2} - 2j\beta_2 \frac{\partial A_2(x)}{\partial x} \right) E_{y2}(y, z) \right] \exp -j\beta_2 x \\ &+ k_0^2 n^2(y) (A_1(x) E_{y1}(y, z) \exp -j\beta_1 x + A_2(x) E_{y2}(y, z) \exp -j\beta_2 x) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Remarquons alors que $n^2(y, z) = n_1^2(y, z) + n_2^2(y, z) - n_0^2$. L'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} &\left[\frac{\partial^2 A_1(x)}{\partial x^2} - 2j\beta_1 \frac{\partial A_1(x)}{\partial x} + k_0^2 (n_2^2(y, z) - n_0^2) A_1(x) \right] E_{y1}(y, z) \exp -j\beta_1 x \\ &+ \left[\frac{\partial^2 A_2(x)}{\partial x^2} - 2j\beta_2 \frac{\partial A_2(x)}{\partial x} + k_0^2 (n_1^2(y, z) - n_0^2) A_2(x) \right] E_{y2}(y, z) \exp -j\beta_2 x = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

La fonction $n_2^2(y, z) - n_0^2 = n^2(y, z) - n_1^2(y, z)$ peut s'interpréter comme une perturbation de la permittivité relative du guide 1 par la présence du guide 2. Il en est de même pour l'expression $n_1^2(y, z) - n_0^2 = n^2(y, z) - n_2^2(y, z)$.

Nous pouvons négliger les dérivées secondes des amplitudes $A_1(x)$ et $A_2(x)$ en supposant

une variation lente des enveloppes modales avec la distance. Introduisons par ailleurs le désaccord de phase $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ entre les deux guides d'onde :

$$\begin{aligned} & \left[-2j\beta_1 \frac{\partial A_1(x)}{\partial x} + k_0^2(n_2^2(y, z) - n_0^2)A_1(x) \right] E_{y1}(y, z) \\ & + \left[-2j\beta_2 \frac{\partial A_2(x)}{\partial x} + k_0^2(n_1^2(y, z) - n_0^2)A_2(x) \right] E_{y2}(y, z) \exp -j\Delta\beta x = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Pour parvenir à une équation dont les seules inconnues sont les fonctions $A_1(x)$ et $A_2(x)$, il est nécessaire de s'affranchir des variations transverses des champs électriques et des indices. En multipliant l'équation précédente par le champ conjugué E_{y1}^* et en intégrant sur la section transverse, nous obtenons :

$$\begin{aligned} & -2j\beta_1 \frac{\partial A_1(x)}{\partial x} \iint_{\text{section}} E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz + \\ & A_1(x) \iint_{\text{section}} k_0^2(n_2^2(y, z) - n_0^2) E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz + \\ & -2j\beta_2 \frac{\partial A_2(x)}{\partial x} \exp -j\Delta\beta x \iint_{\text{section}} E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz + \\ & A_2(x) \exp -j\Delta\beta x \iint_{\text{section}} k_0^2(n_1^2(y, z) - n_0^2) E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Procédons à quelques approximations concernant le poids relatif de chaque terme :

1. $\iint_{\text{section}} k_0^2(n_2^2(y, z) - n_0^2) E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz$: cette intégrale est négligeable. En effet, la fonction $n_2^2(y) - n_0^2$ n'est non nulle que dans le guide 2, précisément dans la région où le champ E_1 est évanescent et où la quantité $E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z)$ est très faible.
2. $\iint_{\text{section}} k_0^2(n_1^2(y, z) - n_0^2) E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz$: à contrario, cette intégrale n'est pas négligeable puisque le champ E_{y1}^* prend une valeur importante dans le guide 1, soit, dans la région où la fonction $n_1^2(y) - n_0^2$ n'est justement pas nulle.
3. $\beta_2 \frac{\partial A_2(x)}{\partial x} \exp -j\Delta\beta x \iint_{\text{section}} E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz$: cette quantité peut être négligée dans le cas où les guides ne sont pas trop proches : l'amplitude modale varie lentement et sa dérivée par rapport à x est donc faible. L'intégrale de recouvrement est alors faible.

En utilisant ces approximations, nous arrivons à une équation simplifiée :

$$\begin{aligned} & -2j\beta_1 \frac{\partial A_1(x)}{\partial x} \iint_{\text{section}} E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz + \\ & A_2(x) k_0^2 \left[\iint_{\text{section}} (n_1^2(y, z) - n_0^2) E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz \right] \exp -j\Delta\beta x = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

En effectuant la même opération que précédemment mais en multipliant cette fois par E_2^* , nous aboutissons à l'équation semblable à la précédente :

$$\begin{aligned} & -2j\beta_2 \frac{\partial A_2(x)}{\partial x} \iint_{\text{section}} E_{y2}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz + \\ & A_1(x) k_0^2 \left[\iint_{\text{section}} (n_2^2(y, z) - n_0^2) E_{y1}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz \right] \exp +j\Delta\beta x = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Les équations précédentes se réécrivent :

$$\frac{\partial A_1(x)}{\partial x} + A_2(x)j \frac{k_0^2}{2\beta_1} \left[\frac{\iint_{\text{section}} (n_1^2(y, z) - n_0^2) E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz}{\iint_{\text{section}} E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz} \right] \exp -j\Delta\beta x = 0 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\partial A_2(x)}{\partial x} + A_1(x)j \frac{k_0^2}{2\beta_2} \left[\frac{\iint_{\text{section}} (n_2^2(y, z) - n_0^2) E_{y1}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz}{\iint_{\text{section}} E_{y2}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz} \right] \exp +j\Delta\beta x = 0 \quad (\text{A.15})$$

Notons que les deux quantités :

$$\frac{\iint_{\text{section}} (n_1^2(y, z) - n_0^2) E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz}{\iint_{\text{section}} E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz} \quad (\text{A.16})$$

et

$$\frac{\iint_{\text{section}} (n_2^2(y, z) - n_0^2) E_{y1}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz}{\iint_{\text{section}} E_{y2}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz} \quad (\text{A.17})$$

ne sont pas égales, dans le cas général. Cette inégalité est en particulier vraie dans notre cas étant donnée la différence de symétrie des deux guides mis en jeu. Nous pouvons écrire les équations des modes couplés sous la forme :

$$\frac{\partial A_1(x)}{\partial x} + jc_1 A_2(x) \exp -j\Delta\beta x = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial A_2(x)}{\partial x} + jc_2 A_1(x) \exp +j\Delta\beta x = 0 \quad (\text{A.19})$$

avec :

$$c_1 = \frac{k_0^2}{2\beta_1} \left[\frac{\iint_{\text{section}} (n_1^2(y, z) - n_0^2) E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz}{\iint_{\text{section}} E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz} \right] \quad (\text{A.20})$$

$$c_2 = \frac{k_0^2}{2\beta_2} \left[\frac{\iint_{\text{section}} (n_2^2(y, z) - n_0^2) E_{y1}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz}{\iint_{\text{section}} E_{y2}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz} \right] \quad (\text{A.21})$$

Introduisons les coefficients de normalisation N_1 et N_2 , définis par :

$$N_1 = \iint_{\text{section}} E_{y1}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz \quad (\text{A.22})$$

$$N_2 = \iint_{\text{section}} E_{y2}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz \quad (\text{A.23})$$

Les coefficients de couplage se réécrivent :

$$c_1 = \frac{k_0^2}{2\beta_1 N_1} \iint_{\text{guide1}} (n_1^2(y, z) - n_0^2) E_{y2}(y, z) \cdot E_{y1}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz \quad (\text{A.24})$$

$$c_2 = \frac{k_0^2}{2\beta_2 N_2} \iint_{\text{guide2}} (n_2^2(y, z) - n_0^2) E_{y1}(y, z) \cdot E_{y2}^*(y, z) \cdot dy \cdot dz \quad (\text{A.25})$$

Les intégrales des coefficients c_1 et c_2 sont calculées uniquement sur les sections respectivement du guide 1 et du guide 2, où les fonctions $n_1^2(y, z) - n_0^2$ et $n_2^2(y, z) - n_0^2$

sont respectivement non nulles. Posons $E(x, y, z) = \psi_1(x)E_{y1}(y, z) + \psi_2(x)E_{y2}(y, z)$ avec $\psi_1(x) = A_1(x) \cdot \exp -j\beta_1 x$ et $\psi_2(x) = A_2(x) \cdot \exp -j\beta_2 x$. On a :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_1}{\partial x}(x) &= \frac{\partial A_1}{\partial x}(x) \cdot \exp -j\beta_1 x - j\beta_1 A_1(x) \cdot \exp -j\beta_1 x \\ &= \frac{\partial A_1}{\partial x}(x) \cdot \exp -j\beta_1 x - j\beta_1 \psi_1(x) \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \psi_2}{\partial x}(x) &= \frac{\partial A_2}{\partial x}(x) \cdot \exp -j\beta_2 x - j\beta_2 A_2(x) \cdot \exp -j\beta_2 x \\ &= \frac{\partial A_2}{\partial x}(x) \cdot \exp -j\beta_2 x - j\beta_2 \psi_2(x) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

En utilisant les relation (A.18) et (A.19), on arrive alors au système d'équations bien connu :

$$d\psi_1(x) = -j\beta_1 \psi_1(x)dx - jc_1 \psi_2(x)dx \quad (\text{A.28})$$

$$d\psi_2(x) = -j\beta_2 \psi_2(x)dx - jc_2 \psi_1(x)dx \quad (\text{A.29})$$

Annexe B

Théorie des modes couplés modifiée pour des guides courbes

En reprenant les notations du chapitre 4 et par analogie avec les guides droits, on peut écrire :

$$\frac{\partial A_1(s)}{\partial s} + jc_1 \exp -j \left(\int_{t_0}^t \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^s \beta_1(s) ds \right) A_2(t) = 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial A_2(t)}{\partial t} + jc_2 \exp +j \left(\int_{t_0}^t \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^s \beta_1(s) ds \right) A_1(s) = 0 \quad (\text{B.2})$$

Contrairement aux guides droits parallèles couplés, les coefficients de couplage c_1 et c_2 dépendent ici de la position :

(Remarque : $\frac{d}{ds} \left(\int_{t_0}^t \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^s \beta_1(s) ds \right) = \beta_2(t) \frac{dt}{ds} - \beta_1(s)$)

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 A_1(s)}{\partial s^2} + j \frac{\partial c_1}{\partial s} \exp -j \left(\int_{t_0}^t \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^s \beta_1(s) ds \right) A_2(t) \\ & + c_1 \left(\beta_2(t) \frac{\partial t}{\partial s} - \beta_1(s) \right) \exp -j \left(\int_{t_0}^t \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^s \beta_1(s) ds \right) A_2(t) \\ & + jc_1 \exp -j \left(\int_{t_0}^t \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^s \beta_1(s) ds \right) \frac{\partial A_2(t)}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial s} = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

En utilisant les relations (B.1) et (B.2), on aboutit à :

$$\frac{\partial^2 A_1(s)}{\partial s^2} + \left(j \left(\beta_2(t) \frac{\partial t}{\partial s} - \beta_1(s) \right) - \frac{1}{c_1} \frac{\partial c_1}{\partial s} \right) \frac{\partial A_1(s)}{\partial s} + c_1 c_2 \frac{\partial t}{\partial s} A_1(s) = 0 \quad (\text{B.4})$$

Posons :

$$P_1 = \frac{1}{2} \left[\left(\beta_2(t) \frac{\partial t}{\partial s} - \beta_1(s) \right) + \frac{j}{c_1} \frac{\partial c_1}{\partial s} \right] \quad (\text{B.5})$$

et :

$$D_1 = \sqrt{c_1 c_2 \frac{dt}{ds}} \quad (\text{B.6})$$

On a donc finalement :

$$\frac{\partial^2 A_1(s)}{\partial s^2} + j2P_1 \frac{\partial A_1(s)}{\partial s} + D_1^2 A_1(s) = 0 \quad (\text{B.7})$$

En réitérant la même procédure pour la seconde équation de couplage, on obtient les deux équations :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A_1(s)}{\partial s^2} + j2P_1 \frac{\partial A_1(s)}{\partial s} + D_1^2 A_1(s) &= 0 \\ \frac{\partial^2 A_2(s)}{\partial s^2} + j2P_2 \frac{\partial A_2(s)}{\partial t} + D_2^2 A_2(t) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

avec :

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{2} \left[\left(\beta_2(t) \frac{\partial t}{\partial s} - \beta_1(s) \right) + \frac{j}{c_1} \frac{\partial c_1}{\partial s} \right] \\ P_2 &= \frac{1}{2} \left[\left(\beta_1(s) \frac{\partial s}{\partial t} - \beta_2(t) \right) + \frac{j}{c_2} \frac{\partial c_2}{\partial t} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned} D_1 &= \sqrt{c_1 c_2 \frac{dt}{ds}} \\ D_2 &= \sqrt{c_1 c_2 \frac{ds}{dt}} \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Les deux équations différentielles du second ordre ainsi obtenues ne sont pas résolubles analytiquement en raison des coefficients qui ne sont pas constants. Il est en revanche possible de diviser la zone de couplage en n tronçons $[s_0, s_n]$, $[t_0, t_n]$ de longueur suffisamment faible pour considérer ces coefficients comme constants sur chaque tronçon (figure B.1). La solution obtenue sur chacun des tronçons est alors raccordée à celles des tronçons contigus en assurant la continuité de la solution globale à chaque interface.

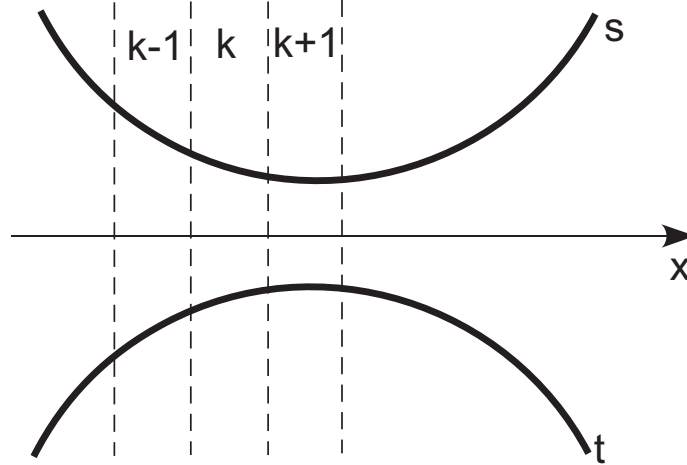


FIG. B.1 – Découpage de la zone de couplage en n tronçons sur chacun desquels les paramètres sont considérés constants.

Ainsi, en considérant les coefficients constants sur chaque intervalle, les équations se présentent sous la forme d'équations différentielles d'ordre deux à coefficients constants. La solution sur l'intervalle $[s_{k-1}, s_k]$ est alors donnée par :

$$\begin{aligned} A_1(s) &= \left[M_{1k} \cos \left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} (s - s_{k-1}) \right) + N_{1k} \sin \left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} (s - s_{k-1}) \right) \right] \\ &\quad \cdot \exp(-jP_{1k}(s - s_{k-1})) \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

P_{1k} et D_{1k} sont les valeurs moyennes de $P_1(s)$ et $D_1(s)$ sur l'intervalle $[s_{k-1}, s_k]$. De la même manière on résout l'équation en A_2 sur l'intervalle $[t_{k-1}, t_k]$:

$$A_2(t) = \left[M_{2k} \cos \left(\sqrt{P_{2k}^2 + D_{2k}^2} (t - t_{k-1}) \right) + N_{2k} \sin \left(\sqrt{P_{2k}^2 + D_{2k}^2} (t - t_{k-1}) \right) \right] \cdot \exp(-jP_{2k}(t - t_{k-1})) \quad (\text{B.12})$$

M_{1k} , M_{2k} , N_{1k} , N_{2k} sont des constantes d'intégration déterminées par les conditions aux limites : $A_1(s) = A_1(s_{k-1})$ en $s = s_{k-1}$, donc $M_{1k} = A_1(s_{k-1})$. Par ailleurs, d'après l'équation (B.1), on a :

$$\frac{\partial A_1(s)}{\partial s}(s_{k-1}) = -jc_1 \exp -j \left(\int_{t_0}^{t_{k-1}} \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^{s_{k-1}} \beta_1(s) ds \right) A_2(t_{k-1}) \quad (\text{B.13})$$

Or d'après (B.11), on a également :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1(s)}{\partial s}(s) &= \left[M_{1k} \cos \left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} (s - s_{k-1}) \right) + N_{1k} \sin \left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} (s - s_{k-1}) \right) \right] \\ &\quad \cdot (-jP_{1k}) \exp(-jP_{1k}(s - s_{k-1})) + \\ &\quad [-M_{1k} \sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} \sin \left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} (s - s_{k-1}) \right) + \\ &\quad N_{1k} \sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} \cos \left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} (s - s_{k-1}) \right)] \cdot \exp(-jP_{1k}(s - s_{k-1})) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Alors :

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1(s)}{\partial s}(s_{k-1}) &= -jM_{1k}P_{1k} + N_{1k} \sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} \\ &= -jc_1 \exp -j \left(\int_{t_0}^{t_{k-1}} \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^{s_{k-1}} \beta_1(s) ds \right) A_2(t_{k-1}) \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

D'où :

$$\begin{aligned} N_{1k} &= \frac{j}{\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2}} M_{1k} P_{1k} \\ &\quad - \frac{jc_1}{\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2}} \exp -j \left(\int_{t_0}^{t_{k-1}} \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^{s_{k-1}} \beta_1(s) ds \right) A_2(t_{k-1}) \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

On résout de la même manière les constantes d'intégration pour $A_2(t)$. On peut alors écrire :

$$\begin{bmatrix} A_1(s_k) \\ A_2(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11}(s_{k-1}, s_k) & jb_{12}(s_{k-1}, s_k) \\ jb_{21}(t_{k-1}, t_k) & b_{22}(t_{k-1}, t_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1(s_{k-1}) \\ A_2(t_{k-1}) \end{bmatrix} \quad (\text{B.17})$$

avec :

$$\begin{aligned} b_{11}(s_{k-1}, s_k) &= \left[\cos \left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} (s - s_{k-1}) \right) + \frac{jP_{1k}}{\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2}} \sin \left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2} (s - s_{k-1}) \right) \right] \\ &\quad \cdot \exp(-jP_{1k}(s - s_{k-1})) \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

$$\begin{aligned} b_{12}(s_{k-1}, s_k) = & -\frac{c_1}{\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2}} \sin\left(\sqrt{P_{1k}^2 + D_{1k}^2}(s - s_{k-1})\right) \\ & \exp -j \left(\int_{t_0}^{t_{k-1}} \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^{s_{k-1}} \beta_1(s) ds \right) \cdot \exp(-jP_{1k}(s - s_{k-1})) \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{aligned} b_{22}(t_{k-1}, t_k) = & \left[\cos\left(\sqrt{P_{2k}^2 + D_{2k}^2}(t - t_{k-1})\right) + \frac{jP_{2k}}{\sqrt{P_{2k}^2 + D_{2k}^2}} \sin\left(\sqrt{P_{2k}^2 + D_{2k}^2}(t - t_{k-1})\right) \right] \\ & \cdot \exp(-jP_{2k}(t - t_{k-1})) \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

$$\begin{aligned} b_{21}(t_{k-1}, t_k) = & -\frac{c_2}{\sqrt{P_{2k}^2 + D_{2k}^2}} \sin\left(\sqrt{P_{2k}^2 + D_{2k}^2}(t - t_{k-1})\right) \\ & \exp +j \left(\int_{t_0}^{t_{k-1}} \beta_2(t) dt - \int_{s_0}^{s_{k-1}} \beta_1(s) ds \right) \cdot \exp(-jP_{2k}(t - t_{k-1})) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Bibliographie

- [1] J. Rutman, "Characterization of phase and frequency instabilities in precision frequency sources : Fifteen years of progress," *Proceedings of the IEEE*, vol. 66, no. 9, 1978.
- [2] Hewlett-Packard, "Fundamentals of quartz oscillators," *Application Note 200-2*.
- [3] D. Leeson, "A simple model of feedback oscillator noise spectrum," *Proceedings IEEE Letter*, pp. 329–330, 1966.
- [4] E. Alik, N. Yu, L. Maleki, and E. Rubiola, "Dual photonic-delay line cross correlation method for phase noise measurement," *2004 IEEE International Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control Joint 50th Anniversary Conference*.
- [5] R. Gilmore and L. Besser, *Practical RF Circuit Design for Modern Wireless Systems, Volume II, Active Circuits and Systems*. Artech House, 2003.
- [6] A. Khanna, "Microwave oscillators : The state of the technology," *Microwave Journal*, 2006.
- [7] D. M. Pozar, *Microwave Engineering—Third Edition*. John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [8] I. Bahl and P. Bhartia, *Microwave Solid State Circuit Design - Second Edition*. John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- [9] F. H. Raab, P. Asbeck, S. Cripps, P. B. Kenington, Z. B. Popovic, N. Pothecary, J. F. Sevic, and N. O. Sokal, "Rf and microwave power amplifier and transmitter technologies - part 1," *High Frequency Electronics*, 2003.
- [10] P. André, *Conception et réalisation d'oscillateurs intégrés monolithiques micro-ondes à base de transistors sur arsénure de gallium - Thèse en électronique*. LAAS-CNRS, 1995.
- [11] Hewlett-Packard, "Fundamentals of quartz oscillators," *Application Note 200-2*.
- [12] F. L. Walls and J. R. Vig, "Fundamental limits on the frequency stabilities of crystal oscillators," *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 42.
- [13] H. Trézéguet, "Les filtres à ondes de surface," *Electronique*, no. 156, 2005.
- [14] P. Defranould and P. Wright, "Filtres à ondes de surface," *Techniques de l'Ingénieur*, no. E 2 200.
- [15] M. Aissi, *Conception de Circuits WLAN 5 GHz à Résonateurs BAW-FBAR Intégrés : Oscillateurs et Amplificateurs Filtrants - Thèse en microélectronique*. LAAS-CNRS, 2006.
- [16] Z. Fan and M. Dagenais, "Optical generation of a mhz-linewidth microwave signal using semiconductor lasers and a discriminator-aided phase-locked loop," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 45, no. 8, 1997.
- [17] L. Goldberg, R. Esman, and K. Williams, "Generation and control of microwave signals by optical techniques," *IEE-Proceedings-J*, vol. 139, no. 4, 1992.
- [18] M. Hyodo, K. Abedin, N. Onodera, and M. Watanabe, "Beat-signal synchronisation for optical generation of millimetre-wave signals," *Electronics Letters*, vol. 39, no. 24, 2003.
- [19] M. Al-Mumin, C. Kim, I. Kim, N. Jaafar, and G. Li, "Injection locked multi-section gain-coupled dual mode dfb laser for terahertz generation," *Optics Communications*, vol. 43, no. 9, pp. 186–189, 2007.

- [20] D. Wake, C. R. Lima, and P. A. Davies, "Optical generation of millimeter-wave signals for fiber-radio systems using a dual-mode dfb semiconductor laser," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no. 9, 1995.
- [21] L. Noel, D. Marcenac, and D. Wake, "Optical millimetre-wave generation technique with high efficiency, purity and stability," *Electronics Letters*, vol. 32, no. 21, 1996.
- [22] P. Hedekvist, B.-E. Olson, and A. Wiberg, "Microwave harmonic frequency generation utilizing the properties of an optical phase modulator," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 22, no. 3, 2004.
- [23] M. Varon, J.-M. Martin, A. L. Kerneç, and J.-C. Mollier, "Vcsel based oscillator for harmonic frequency generation," *Proceedings of ODIMAP V, October 2-4, 2006, Madrid, Spain*.
- [24] M. V. Duran, A. L. Kerneç, and J.-C. Mollier, "Photonic microwave harmonic generator driven by an optoelectronic ring oscillator," *International Microwave and Optoelectronics Conference, Salvador, 2007*.
- [25] D. Novak, Z. Ahmed, R. B. Waterhouse, and R. Tucker, "Signal generation using pulsed semiconductor lasers for application in millimeter-wave wireless links," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 43, no. 9, 1995.
- [26] K.-I. Kitayama, "Highly stabilized millimeter-wave generation by using fiber-optic frequency-tunable comb generator," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, no. 5, 1997.
- [27] A. Lowery and P. Gurney, "Comparison of optical processing techniques for optical microwave signal generation," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 46, no. 2, 1998.
- [28] A. Neyer and E. Voges, "High-frequency electro-optic oscillator using an integrated interferometer," *Applied Physics Letters*, vol. 40, no. 1, 1982.
- [29] M. Kaba, *Etude approfondie et réalisation d'un oscillateur opto-microondes pour applications fibrées à 1550 nm*, Thèse. Supaéro, 2003.
- [30] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*. New York : Dover Publications, Inc., 1965.
- [31] G. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems-Third Edition*. John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [32] G. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics-Third Edition*. Academic Press, 2001.
- [33] B. Saleh and M. Teich, *Fundamentals of Photonics*. John Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [34] G. Vasilescu, *Bruits et signaux parasites*. Dunod, 1999.
- [35] J. Gimlett and N. Cheung, "Effects of phase-to-intensity noise conversion by multiple reflections on gigabit-per-second dfb laser transmission systems," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 7, no. 6, pp. 888–895, 1989.
- [36] S. Wu, A. Yariv, H. Blauvelt, and N. Kwong, "Theoretical and experimental investigation of conversion of phase noise to intensity noise by rayleigh scattering in optical fibers," *Applied Physics Letter*, vol. 59, pp. 1156–1158, 1991.
- [37] H.-P. Company, *Fiber Optic Test and Measurement*. Dennis Derickson, 1998.
- [38] T. Banky, B. Horvath, and T. Berceci, "Optimum configuration of multiloop optoelectronic oscillators," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 23, pp. 1371–1380, July 2006.
- [39] T. Musha, J.-I. Kamimura, and M. Nakazawa, "Optical phase fluctuations thermally induced in a single-mode optical fiber," *Applied Optics*, vol. 21.

-
- [40] G. Mie, "Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen," *Ann. Phys. Leipzig*, vol. 25, pp. 377–445, 1908.
- [41] R. Richtmyer, "Dielectric resonator," *Journal of Applied Physics*, vol. 10, pp. 391–398, June 1939.
- [42] J. Stratton, *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill, Inc., 1941.
- [43] C. Garret, W. Kaiser, and W. Bond, "Stimulated emission into optical whispering gallery modes of spheres," *Journal of Applied Physics*, vol. 124, pp. 1807–1809, 1961.
- [44] A. Savchenkov, V. Ilchenko, A. Matsko, and L. Maleki, "High-order tunable filters based on a chain of coupled crystalline whispering gallery-mode resonators," *IEEE Phot. Tech. Lett.*, vol. 17, January 2005.
- [45] A. C. Proceedings, ed., *Microresonators as Building Blocks for VLSI Photonics, International School of Quantum Electronics, 39th Course*, (Erice, Italy), McGraw-Hill, Inc., October 2003.
- [46] J.-P. Laine, H. C. Tapalian, B. E. Little, and H. A. Haus, "Acceleration sensor based on high-q optical microsphere resonator and pedestal antiresonant reflecting waveguide coupler," *Sensors and Actuators A*, vol. 93, pp. 1–7, 2001.
- [47] V. V. Vassiliev, V. L. Velichansky, V. S. Ilchenko, M. L. Gorodetsky, L. Hollberg, and A. V. Yarovitsky, "Narrow-line-width diode laser with a high-q microsphere resonator," *Opt. Comm.*, vol. 158, pp. 305–312, 1998.
- [48] A. Matsko, A. Savchenkov, D. Strekalov, V. Ilchenko, and L. Maleki, "Review of applications of whispering-gallery mode resonators in photonics and nonlinear optics," *IPN Progress Report*, pp. 42–162, August 2005.
- [49] A. Matsko and V. Ilchenko, "Optical resonators with whispering-gallery modes-part i : Basics," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, jan./feb. 2006.
- [50] A. Matsko, A. Savchenkov, N. Yu, and L. Maleki, "Whispering-gallery-mode resonators as frequency references. i. fundamental limitations," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 24, June 2007.
- [51] V. Ilchenko, A. Savchenkov, A. Matsko, and L. Maleki, "Nonlinear optics and crystalline whispering gallery mode cavities," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, January 2004.
- [52] A. Savchenkov, V. S. Ilchenko, A. Matsko, and L. Maleki, "Kilohertz optical resonances in dielectric crystal cavities," *Phys. Rev. A*, vol. 70, no. 051804, 2004.
- [53] T. Kippenberg, S. Spillane, D. Armani, and K. J. Vahala, "Fabrication and coupling to planar high-q silica disk microcavities," *Appl. Phys. Lett.*, vol. 83, July 2003.
- [54] D. Vernooy, V. Ilchenko, H. Mabuchi, E. Streed, and H. Kimble, "High-q measurements of fused-silica microspheres in the near infrared," *Opt. Lett.*, vol. 23, February 1998.
- [55] M. Borselli, T. J. Johnson, and O. Painter, "Beyond the rayleigh scattering limit in high-q silicon microdisks : theory and experiment," *Optics Express*, vol. 13, March 2005.
- [56] L. Zhou and A. W. Poon, "Electrically reconfigurable silicon microring resonator-based filter with waveguide-coupled feedback," *Optics Express*, vol. 15, July 2007.
- [57] K. Djordjev, S.-J. Choi, S.-J. Choi, and P. D. Dapkus, "High-q vertically coupled in-plane microdisk resonators," *IEEE Phot. Tech. Lett.*, vol. 14, March 2002.
- [58] P. Rabiei, W. Steier, C. Zhang, and L. Dalton, "Polymer micro-ring filters and modulators," *J. Light. Tech.*, vol. 20, November 2002.
-

- [59] V. Ilchenko and L. M. X.S. Yao, "High-q microsphere cavity for laser stabilization and optoelectronic microwave oscillator." article du Jet Propulsion Laboratory.
- [60] V. Ilchenko, A. Savchenko, A. Matsko, and L. Maleki, "Whispering-gallery-mode electro-optic modulator and photonic microwave receiver," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 20, February 2003.
- [61] R. Long, *Couplage d'une microsphère accordable et d'une puce à atomes*. Université Paris VI, 2003.
- [62] C. Lam, P. Leung, and K. Young, "Explicit asymptotic formulas for the positions, widths, and strengths of resonances in mie scattering," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 9, pp. 1585–1592, September 1992.
- [63] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*. New York : Dover Publications, Inc., 1965.
- [64] S. Schiller, "Asymptotic expansion of morphological resonance frequencies in mie scattering," *Applied Optics*, vol. 32, April 1993.
- [65] S. Schiller and R. Byer, "High-resolution spectroscopy of whispering gallery modes in large dielectric spheres," *Optics Letters*, vol. 16, August 1991.
- [66] G. Roll, T. Kaiser, and G. Schweiger, "Controlled modification of the expansion order as a tool in mie computations," *Appl. Opt.*, vol. 37, April 1998.
- [67] P. Chylek, "Resonance structure of mie scattering : distance between resonances," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 7, September 1990.
- [68] P. Barber, J. Owen, and R. Chang, "Resonant scattering for characterization of axisymmetric dielectric objects," *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, vol. AP–30, March 1982.
- [69] P. Conwell and P. Barber, "Resonant spectra of dielectric spheres," *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 1, January 1984.
- [70] G. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems*. John Wiley & Sons, Inc., third ed., 2002.
- [71] M. Gorodetsky and A. D. Pryamikov, "Rayleigh scattering in high-q microspheres," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 17, June 2000.
- [72] M. Gorodetsky, A. Savchenkov, and V. S. Ilchenko, "Ultimate q of optical microsphere resonators," *Opt. Lett.*, vol. 21, April 1996.
- [73] A. Snyder and J. Love, *Optical Waveguide Theory*. Chapman and Hall, 1983.
- [74] B. Little, J.-P. Laine, and H. Haus, "Analytic theory of coupling from tapered fibers and half-blocks into microsphere resonators," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 17, April 1999.
- [75] M. Matsuhara and A. Watanabe, "Coupling of curved transmission lines and applications to optical directional couplers," *Journal of Optical Society of America*, vol. 65, pp. 163–168, June 1975.
- [76] D. Rowland and J. Love, "Evanescent wave coupling of whispering gallery modes of a dielectric cylinder," *IEE Proceedings-J*, vol. 140, June 1993.
- [77] K. Djordjev, S.-J. Choi, S.-J. Choi, and P. Dapkus, "High-q vertically coupled inp microdisk resonators," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 14, March 2002.
- [78] J.-M. Lourtioz, L. Chusseau, and N. Stelmakh, "Picosecond and sub-picosecond pulse generation in semiconductor lasers," *J. Phys. III*, pp. 1673–1690, September 1992.

-
- [79] J. Lasri, A. Bilenca, D. Dahan, V. Sidorov, G. Eisenstein, D. Ritter, and K. Yvind, "A self-starting hybrid optoelectronic oscillator generating ultra low jitter 10 ghz optical pulses and low phase noise electrical signals," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 14, July 2002.
- [80] P. Devgan, D. Serkland, G. Keeler, K. Geib, and P. Kumar, "An optoelectronic oscillator using an 850 nm vcsel for generating low jitter optical pulses," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 18, March 2006.
- [81] I.-S. S. Board, "Ieee standard definitions of physical quantities for fundamental frequency and time metrology – random instabilities," *IEEE Std 1139-1999*, 1999.
- [82] E. Rubiola, E. Salik, N. Yu, and L. Maleki, "Photonic-delay technique for phase-noise measurement of microwave oscillators," *J. Opt. Soc. Am. B*.
- [83] Agilent, "Phase noise characterization of microwave oscillator - frequency discriminator method," *Product Note 11729C-2*.
- [84] D. Sherer, "Design principles and test methods for low phase noise rf and microwave sources," *RF and Microwave Measurement Symposium and Exhibition - Hewlett Packard*.
- [85] A. L. Lance and W. D. Seal, "Phase noise measurements," *TRW Defense and Space Systems Equipment Management Center Metrology*, 1977.
- [86] J. Lasri, A. Bilenca, D. Dahan, V. Sidorov, G. Eisenstein, D. Ritter, and K. Yvind, "A self-starting hybrid optoelectronic oscillator generating ultra low jitter 10-ghz optical pulses and low phase noise electrical signals," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 14, July 2002.
- [87] C. M. Courties, *Etude approfondie et réalisation d'un oscillateur hybride microonde et optique fibrée monomode pour application à la détection hétérodyne à 1,5 μ m*, Thèse. Supaéro, 2000.
- [88] T. Berceli, T. Banky, and B. Horvath, "Opto-electronic generation of stable and low noise microwave signals," *IEE Proc.-Optoelectron.*, vol. 153, no. 3, pp. 119–127, 2006.
- [89] X. Yao and L. Maleki, "Multiloop optoelectronic oscillator," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 36, January), year=2000,.
- [90] X. Yao, L. Maleki, Y. Ji, G. Lutes, and M. Tu, "Dual-loop opto-electronic oscillator," *IEEE International Frequency Control Symposium*, 1998.
- [91] D. Eliyahu and L. Maleki, "Low phase noise and spurious level in multi-loop optoelectronic oscillators," *IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition*, 2003.
- [92] D. Eliyahu, K. Sariri, J. Taylor, and L. Maleki, "Opto-electronic oscillator with improved phase noise and frequency stability," *SPIE Photonic West*, 2003.
- [93] X. Yao and L. Maleki, "Optoelectronic oscillator for photonic systems," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 32.
- [94] X. Yao and L. Maleki, "Optoelectronic microwave oscillator," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 13.
- [95] "Site internet de k. j. vahala." <http://www.vahala.caltech.edu/index.html>.
- [96] V. Lefèvre-Seguin, "Whispering-gallery mode lasers with doped silica microspheres," *Elsevier Science B. V.*, 1999.
- [97] K. Srinivasan, M. Borselli, and O. Painter, "Cavity q, mode volume, and lasing threshold in small diameter algaas microdisks with embedded quantum dots," *Opt. Exp.*, vol. 14, February 2006.

- [98] D. Armani, T. Kippenberg, S. Spillane, and K. J. Vahala, "Ultra-high-q toroid microcavity on a chip," *Nature*, vol. 421, pp. 925–928, February 2003.
- [99] X. Yao and L. Maleki, "Optoelectronic microwave oscillator," *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 13, August 1996.
- [100] K. Vahala, "Optical microcavities," *Nature*, vol. 424, August 2003.
- [101] H. Haus, W. Huang, S. Kawakami, and N. Whitaker, "Coupled-mode theory of optical waveguides," *Journal of Lightwave Technology*, vol. LT-5, pp. 163–168, January 1987.
- [102] A. Yariv, "Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides," *Electronics Letters*, vol. 36, February 2000.
- [103] J.-P. Laine, B. Little, and H. Haus, "Etch-eroded fiber coupler for whispering-gallery-mode excitation in high-q silica microspheres," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 11, November 1999.
- [104] M. Caig and K. Vahala, "Highly efficient optical power transfer to whispering-gallery modes by use of a symmetrical dual-coupling configuration," *Optics Letters*, vol. 25, February 2000.
- [105] P. McIntyre and A. Snyder, "Power transfer between nonparallel and tapered optical fibers," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 64, March 1974.
- [106] J.-P. Laine, B. Little, D. Lim, H. Tapalian, L. Kimerling, and H. Haus, "Microsphere resonator mode characterization by pedestal anti-resonant reflecting waveguide coupler," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 12, August 2000.
- [107] V. Ilchenko, X. Yao, and L. Maleki, "Pigtailling the high-q microsphere cavity : a simple fiber coupler for optical whispering-gallery modes," *Optics Letters*, vol. 24, June 1999.
- [108] M. Cai, O. Painter, and K. Vahala, "Observation of critical coupling in a fiber taper to a silica-microsphere whispering-gallery mode system," *Physical Review Letters*, vol. 85, July 2000.
- [109] J. Heebner, V. Wong, A. Schweinsberg, R. Boyd, and D. Jackson, "Optical transmission characteristics of fiber ring resonators," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 40, June 2004.
- [110] B. Little, S. Chu, H. Haus, J. Foresti, and J.-P. Laine, "Microring resonator channel dropping filters," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, June 1997.
- [111] F. Lissillour, D. Messenger, G. Stéphan, and P. Féron, "Whispering-gallery-mode laser at 1.56 μm excited by a fiber taper," *Optics Letters*, vol. 26, July 2001.
- [112] K. Zhang and D. Li, *Electromagnetic Theory for Microwaves and Optoelectronics*. Springer, 1998.
- [113] A. Snyder and J. Love, *Optical Waveguide Theory*. Chapman and Hall, 1983.
- [114] F. Michelotti, A. Driessen, and M. Bertolotti, *Microresonators as Building Blocks for VLSI Photonics*. Chapman and Hall, 1983.
- [115] W. Knox, "Ultrafast technology in telecommunications," *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 6, November/December 2000.
- [116] E. Salik, N. Yu, and L. Maleki, "An ultralow phase noise coupled optoelectronic oscillator," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 19, March 2007.

Publications

Revue

- M. Varón Durán, A. Le Kernec and J.-C. Mollier, « Opto-microwave source using a harmonic frequency generator driven by a VCSEL-based ring oscillator », *Journal of the European Microwave Association*, Vol. 3, Issue 3, September 2007, pp. 248-253.

Congrès internationaux

- A. Le Kernec, M. Varón Durán and J.-C. Mollier, « Merging of Optoelectronic Techniques for Microwave Signal Generation », *2007 IEEE International Topical Meeting On Microwave Photonics*, October 3-5, 2007, Victoria, BC Canada.
- A. Le Kernec, M. Varón Durán and J.-C. Mollier, « VCSEL-based Optoelectronic Microwave Oscillator for Sensing Applications », *ODIMAP V, 5th Topical Meeting on Optoelectronic Distance/Displacement Measurements and Applications*, October 2-4, 2006, Madrid, Spain.
- M. Varón Durán, J.-M. Martin, A. Le Kernec and J.-C. Mollier, « VCSEL-based Oscillator for Harmonic Frequency Generation », *ODIMAP V, 5th Topical Meeting on Optoelectronic Distance/Displacement Measurements and Applications*, October 2-4, 2006, Madrid, Spain.
- M. Varón Durán, A. Le Kernec and J.-C. Mollier, « Opto-microwave source using a harmonic frequency generator driven by a VCSEL-based ring oscillator », *Mediterranean Microwave Symposium 2007*, May 14-16, 2007, Budapest, Hungary.
- M. Varón Durán, A. Le Kernec and J.-C. Mollier, « Photonic Microwave Harmonic Generator driven by an Optoelectronic Ring Oscillator », *2007 SBMO/IEEE MTT-S International Microwave and Optoelectronics Conference*, October 29 - November 1st, Salvador BA, Brazil.

Congrès nationaux

- A. Le Kernec, M. Varón Durán and J.-C. Mollier, « Les modes de galerie des résonateurs optiques et leur utilisation en optoélectronique-hyperfréquence », *XV^{èmes} Journées Nationales Microondes*, 23-24-25 mai 2007, Toulouse.
- M. Varón Durán, A. Le Kernec and J.-C. Mollier, « Architecture optoélectronique à base de VCSEL pour la génération harmonique de signaux microondes », *XV^{èmes} Journées Nationales Microondes*, 23-24-25 mai 2007, Toulouse.