



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par **l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace**
Spécialité : Mécanique des fluides

Présentée et soutenue par **Fabien MÉRY**
le 29 novembre 2010

Instabilités linéaires et rayonnement acoustique d'un écoulement sur une paroi présentant une cavité

JURY

M. Avraham Hirschberg, président
M. Christophe Airiau
M. Christophe Bailly, rapporteur
M. Grégoire Casalis, directeur de thèse
M. Jean-Christophe Robinet
M. Aloïs Sengissen
M. Denis Sipp, rapporteur

École doctorale : **Mécanique, énergétique, génie civil et procédés**

Unité de recherche : **Équipe d'accueil ISAE-ONERA EDyF**

Directeur de thèse : **M. Grégoire Casalis**

Remerciements

QUELLE dure tâche que de rédiger les remerciements !! Qu'il est délicat de rédiger ce condensé de vie qui doit être léger et amusant. Néanmoins, c'est sûrement la partie la moins polémique de ce rapport !

Je tiens tout d'abord à remercier Messieurs D. Sipp et Ch. Bailly d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse. Je souhaite exprimer également ma reconnaissance à Prof. Migo Hirschberg d'avoir accepté la présidence de cette thèse ainsi qu'à tous les membres du jury Ch. Airiau, J-C Robinet et A. Sengissen. Merci pour cette soutenance mémorable, j'aurai tenu bon face à un jury d'exception, rigoureux et perfectionniste qui ne peut que en rajouter à la valeur de ce travail.

Je remercie également MM. Cousteix et Millan, directeurs du DMAE de m'avoir accepté dans leur laboratoire et permis de réaliser cette thèse dans les meilleures conditions.

Je souhaiterais remercier maintenant celui qui m'a supporté dans tous les sens du terme tout au long de ces 3 ans sans que ce travail n'aurait pas été possible : Grégoire Casalis. Je ne saurais jamais assez louer tes qualités scientifiques, pédagogiques et humaines. Tu as su me soutenir moralement dans les moments de doute mais aussi donner l'impulsion nécessaire pour la réussite de cette entreprise. Tu m'as aidé à mettre de l'ordre dans mes idées mais surtout tu m'as appris la rigueur scientifique et la recherche. J'espère que d'autres profiteront aussi de tes lumières et que nous aurons l'occasion encore de travailler ensemble. Si tu as besoin d'un pot de rilette, n'hésite pas à m'envoyer un SMS.

Un grand merci à toute l'équipe de TrIn (Jean, Jean-Pierre, Alain) récemment agrandie en ITAC (Frank, Estelle) de m'avoir épaulé : c'est un plaisir quotidien de travailler avec vous. Je souhaite remercier tout particulièrement le très ensmatique chef de l'unité Itac, Daniel Arnal. Merci pour son accueil et sa bonne humeur. Merci à l'ensemble des gens du DMAE que j'ai pu croiser dans les couloirs (Hélène, Bertrand, Daniel, Hervé, Michel). Pas merci à Christian pour les cris dans le couloir, mais merci à Christian pour sa bonne humeur. Je tiens à remercier tout particulièrement l'indémodable Robert, fidèle parmi les fidèles de la pause café... merci pour tous ces débats.

Merci à tous les anciens doctorants (J. Marty, J. Cliquet, G. Leplat), à mes conscrits (C. Content et R. Bruce) et aux nouveaux (J. Primus O. Lebelge, G. Muzo, H. Parisot). Je tiens à remercier particulièrement les gens qui ont partagé mon bureau. Estelle, tu m'as mis le pied à l'étrier, merci. J'attends avec impatience de travailler avec toi. Bon courage avec bébé Antoine ! Pierrick Hardy, j'espère que le GSgay sera rapidement adapté sur les scooters pour réduire le bruit, bon courage pour la fin de ta thèse !! Muzo, voilà presque 8 ans que tu me suis...et je m'en lasse pas...Je te remercie pour ton amitié et les discussions "musique". T'es un bosseur, continue ca va le faire ! Je tiens enfin à remercier Sandrine, merci pour les multiples pauses café.... je lui souhaite bon courage dans son travail, j'espère pouvoir un jour travailler sur des essais avec lui....

Merci enfin pour mon nouvel employeur, l'ONERA ! Merci à l'équipe qui vient de m'accueillir (GEX/DSMA), je promets de faire tout ce que je peux pour développer l'aéroacoustique à GMT !

Je souhaite remercier mes amis (Pierre, Charlotte, Petimothée, et tous les ensmatiques) qui ont vu au quotidien l'avancée de la thèse. Merci tout particulièrement à Binouz et Anne pour leur soutien et leur logistique lors du jour fatidique.... Je souhaite remercier ma famille (ma mère, mes frères et ma sœur) pour son soutien qui m'a permis d'aller aussi loin. Une petite pensée pour mon frère Florent qui as dû se marrer en voyant la soutenance d'où il est ! Je tiens à remercier tout particulièrement le professeur Dominique Méry qui n'est autre que mon père qui a su éveiller en moi la vocation pour la recherche. La passion, c'est contagieux !

Enfin, les derniers mots de cette longue tirade seront pour la femme de ma vie, Mathilde. Merci mon amour de ton soutien et surtout d'avoir accepté mes absences, ma fatigue et ma mauvaise humeur tout au long de ces trois ans. Je lui dédie tout particulièrement ce travail. Désormais, nous serons fatigués tous les deux : parents, c'est le projet de tout une vie.

*Cherchons comme cherchent ceux qui doivent trouver et trouvons comme trouvent ceux qui doivent chercher encore.
Car il est écrit : celui qui est arrivé au terme ne fait que commencer.*

Saint Augustin.

Table des matières

Table des figures	x
Liste des tableaux	xi
Introduction	1
I État de l'art	5
I.1 Physique des écoulements de cavité	5
1.1 Les mécanismes dominants	6
1.2 Influence des principaux paramètres des écoulements de cavité	12
1.3 Cavités cylindriques	15
I.2 Stabilité linéaire d'écoulements	17
2.1 Méthode perturbative	17
2.2 Tour d'horizon de la théorie de stabilité linéaire en mécanique des fluides	17
2.3 Stabilité d'écoulement de cavité	27
2.4 Méthodes pour l'aéroacoustique et stabilité	28
 Partie 1 : Stabilité globale d'écoulement au-dessus d'une cavité à haut nombre de Reynolds	 33
II Ecoulement de base	37
II.1 Mise en place des simulations numériques	38
1.1 Configurations physiques	38
1.2 Simulation aux grandes échelles	38
II.2 Choix de l'écoulement de base pour la stabilité	43
2.1 Écoulement moyen	43
2.2 Écoulement de base	44
 III Stabilité linéaire 2D globale d'écoulement de cavité rectangulaire	 49
III.1 Théorie de stabilité linéaire 2D globale appliquée au cas de la cavité	50
1.1 Méthode perturbative	50
1.2 Formulation en mode normal	51
1.3 Caractérisation du système d'équations aux dérivées partielles	52
III.2 Procédure numérique : résultats pour $U_\infty = 70$ m/s	52
2.1 Interpolation du champ de base	52
2.2 Résolution par éléments finis	53
2.3 Méthode d'Arnoldi	55
III.3 Analyse de la sensibilité numérique	56
3.1 Méthode de recherche de mode propre	56

3.2	Raffinement du maillage et conditions aux limites loin de la cavité	56
3.3	Résultats et analyse	59
Partie 2 : Confrontation entre la théorie de stabilité linéaire 2D globale et le champ instationnaire LES		69
IV Comparaison des modes dominants issus de la partie instationnaire des LES et des modes de stabilité pour une cavité rectangulaire		71
IV.1	Résultats instationnaires LES	72
1.1	Présentation des outils d'analyse du signal	72
1.2	Résultats et analyses	74
IV.2	Comparaison stabilité linéaire et instationnaires LES	77
2.1	Comparaison fréquentielle	77
2.2	Comparaison des modes	80
2.3	Bilan	86
V LES avec vitesse d'entrée lentement variable		91
V.1	Paramétrage du calcul	92
1.1	Mise en place des simulations	92
V.2	Analyse à haute résolution du signal de pression	94
2.1	Principe de la méthode	94
2.2	HRogram du senseur de pression pour les simulations S_1 et S_2	95
V.3	Processus de sélection des modes dominants et analyse non-linéaire	98
3.1	Processus de sélection des modes	98
3.2	Analyse des effets non-linéaires	101
VI Cavité Cylindrique		103
VI.1	Écoulement de base	104
1.1	Simulation aux grandes échelles	104
1.2	Choix de l'écoulement de Base	105
VI.2	Étude de stabilité et comparaison avec la partie instationnaire de la LES	107
Partie 3 : Vers l'acoustique		113
VII Stabilité linéaire 2D globale pour la prévision de l'acoustique d'écoulement de cavité		115
VII.1	Méthode hybride conventionnelle : méthode de Kirchhoff	116
1.1	Présentation de la méthode	116
1.2	Application au cas de la cavité rectangulaire	118
VII.2	Méthode hybride nouvelle : stabilité linéaire 2D globale	119
2.1	Modes de Kelvin Helmholtz en champ lointain	119
2.2	Reconstruction du champ acoustique par méthode des moindres carrés	124
Conclusion et perspectives		129
Partie 4 : Annexes		133
A Stabilité d'une couche de cisaillement infiniment mince		135
A.1	Cas incompressible	135
A.2	Cas compressible	138

TABLE DES MATIÈRES

2.1	Résultats numériques	140
B	Application de la théorie de stabilité globale pour une cavité de rapport d'aspect différent	143
C	Essais expérimentaux sur la cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$ sur le banc B2A	145
C.1	Présentation du dispositif expérimental	145
1.1	Banc B2A	145
1.2	Cavité étudiée et conditions aérodynamiques	145
C.2	Résultats	146
2.1	Présentation des spectres obtenus	146
2.2	Interprétation	146
	Bibliographie	151

Table des figures

1	Détail d'un A318, dessous de la voilure : cavité cylindrique. Photo de l'auteur.	2
I.1	Définitions des dimensions d'une cavité rectangulaire	6
I.2	Description schématique de la boule de couplage aéroacoustique-instabilités pour un écoulement de cavité.	7
I.3	Les trois formes de l'interaction tourbillon-coin, d'après Rockwell et al. [71] . .	8
I.4	Émission acoustique des cavités rectangulaires (photographies Schlieren, $M = 0.64, 0.7$ et 0.8 , Karamcheti [36])	9
I.5	Modèle simplifié d'un écoulement au-dessus d'une cavité selon Rossiter [74] . .	10
I.6	Résultats expérimentaux de Block. $\circ L/D = 0.66$. $\square L/D = 1.08$. $\diamond L/D = 2$. En pointillés : formule d'East (1-8), en traits discontinus : formule de Block (1-6), en traits continus : maximum de la pression fluctuante pour une impédance acoustique donnée de la cavité, d'après Block [7].	11
I.7	Détail d'un A318, dessous de la voilure : cavité cylindrique. Photo de l'auteur.	15
I.8	Rayonnement acoustique à 2 kHz d'un Boeing 777 en phase d'approche. D'après [15]	16
I.9	Densité spectrale de pression (Pa^2/Hz) à 1 m de la cavité en fonction de la vitesse incidente. Échelle de couleur entre 30 et 100 dB, d'après [45]	16
I.10	Schéma d'un écoulement cisaillé discontinu	19
I.11	Profil de vitesse au sein d'une couche limite 2D, ondes de Tollmien-Schlichting	21
I.12	Champ de vitesse d'un écoulement de Poiseuille dans une conduite rectangulaire, d'après Robitaille [70]	23
I.13	Représentation de l'écoulement de ligne de partage (écoulement de Hiemenz), d'après Robitaille [70]	23
I.14	Profil de vitesse de couche limite sur une aile en flèche, Crossflow	25
I.15	Schéma de la configuration calculée dans la simulation numérique directe (DNS) de microrugosités sur plaque plane d'après Piot [59]	26
I.16	Composante longitudinale de la vitesse de l'écoulement de base d'après Piot [59]	26
I.17	Ligne de courant de l'écoulement de Taylor-Culick (typique d'écoulement de booster), d'après Chedevergne [12]	26
I.18	Comparaison de la fluctuation de vitesse normal dans la couche de mélange pour une cavité de rapport d'aspect $L/D = 2$. $M = 0.6$ et $Re_\theta = 56$ d'après [76] . .	28
I.19	Comparaison entre la méthode Euler linéarisée (calcul effectué à l'ECL, à gauche) et la stabilité (PSE, à droite) d'un jet chaud supersonique pour un nombre de Strouhal $St=0.3$ et $m=1$: évolution spatiale de la pression acoustique, d'après Piot [61]	31
II.1	Séparation des échelles et de transfert d'énergie d'un spectre d'énergie cinétique turbulente	40
II.2	Domaine de calcul LES : dimensions	42
II.3	Vue en perspective du domaine de calcul LES : conditions d'entrée/sortie . . .	43

II.4	Vitesse et pression moyenne d'écoulement de cavité rectangulaire, $U_\infty = 70$ m/s	45
II.5	Zoom sur la vitesse moyenne longitudinale dans la couche de mélange ainsi que les grandeurs RMS des fluctuations de vitesse	46
III.1	Maillage typique pour un calcul de stabilité	57
III.2	Modes de Kelvin-Helmholtz I et II. Iso-valeurs du module de la fluctuation de pression pour le mode I ($St_I = 0.51$) et II ($St_{II} = 0.94$), $U_\infty = 70$ m/s.	60
III.3	Modes de Kelvin-Helmholtz III et IV. Iso-valeurs du module de la fluctuation de pression pour le mode III ($St_{III} = 1.32$) et IV ($St_{IV} = 1.97$), $U_\infty = 70$ m/s.	61
III.4	Visualisation de la configuration pour le cas de la stabilité locale	62
III.5	Profil moyen de vitesse longitudinale extrait de la LES et profil tangentiel correspondant	63
III.6	Relation de dispersion entre la longueur d'onde et le nombre de Strouhal	64
III.7	Comparaison entre la stabilité locale et la stabilité biglobale en milieu de cavité : fonction propre de fluctuation de vitesse normale	65
III.8	Comparaison entre la stabilité locale et la stabilité biglobale en milieu de cavité : fonction propre de fluctuation de vitesse longitudinale et pression	66
III.9	Comparaison entre la stabilité locale et la stabilité globale en milieu de cavité : Nombre de Strouhal fonction de la longueur d'onde	67
IV.1	Position du point de mesure pour le calcul des spectres de fluctuation de pression.	75
IV.2	Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 50 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$	76
IV.3	Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 70 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$	77
IV.4	Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 90 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$	78
IV.5	Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 110 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$	79
IV.6	Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 120 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$	80
IV.7	Fluctuations de vitesse normale v (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{KHII}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.	82
IV.8	Fluctuations de pression p (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{KHII}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.	82
IV.9	Fluctuations de vitesse longitudinale u (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{KHII}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.	83
IV.10	Fluctuations de vitesse normale (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz III (St_{KHIII}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 938$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.	83
IV.11	Fluctuations de pression (Partie réelle) . Mode de Kelvin-Helmholtz IV (St_{KHIV}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1480$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.	84
IV.12	Fluctuations de vitesse normale (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz I (St_{KHI}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 468$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 90$ m/s.	85

TABLE DES FIGURES

IV.13	Fluctuations de pression (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz IV (St_{KHIV}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1460$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 90$ m/s.	85
IV.14	Fluctuations de vitesse normale (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz I (St_{KHI}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 495$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 110$ m/s.	86
IV.15	Fluctuations de vitesse normale (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz IV (St_{KHIV}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1880$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 110$ m/s.	87
IV.16	Bilan entre l'approche LES instationnaire, l'approche de stabilité et l'approche classique empirique	88
V.1	Spectrogrammes nombre de Mach-nombre de Strouhal du capteur de pression pour la simulation S_1 , comparaison de deux résolutions spectrales et temporelles différentes	93
V.2	Signaux bruts et reconstruits de la fluctuation de pression pour la simulation S_1 , Signal brut trait rouge, Signal reconstruit tirets bleus	95
V.3	Zoom sur les signaux bruts (traits pleins) et reconstruits de la fluctuation de pression pour la simulation S_1 , Signal brut trait rouge, Signal reconstruit tirets bleus	96
V.4	HRogram des fluctuations de pression pour la simulation S_1 , reconstruction du signal brut sur 9 modes	97
V.5	Confrontation en terme de nombre de Strouhal de S_1 (\square) et S_2 (\circ) des HRograms	98
V.6	Confrontation en terme de nombre de Strouhal du HRogram de la simulation S_1 et des résultats instationnaires pour des vitesses incidentes fixes	99
V.7	Confrontation en terme de nombre de Strouhal du HRogram de la simulation S_1 , des résultats LES pour des vitesses incidentes fixes, des résultats des calculs de stabilité et de la formule de East du mode trois quarts d'onde	100
V.8	Confrontation en terme de nombre de Strouhal du HRogram de la simulation S_1 , des résultats LES pour des vitesses incidentes fixes, des résultats des calculs de stabilité, de la formule de East du mode quart d'onde et de la formule du mode trois quart d'onde	101
V.9	Réponse non-linéaire de la cavité : zoom du HRogram sur la zone 85 à 110 m/s. Les \blacksquare correspondent à 3 fois le mode I.	102
VI.1	Géométrie de référence du projet AEROCAR et domaine de calcul	104
VI.2	Point de mesure de la fluctuation de pression pour la simulation numérique de la cavité cylindrique	104
VI.3	Confrontation de l'écoulement moyen de la simulation cavité cylindrique et des expériences [45]	105
VI.4	Spectres des 3 senseurs d'après [53]	106
VI.5	Plan médian pour l'étude de stabilité	106
VI.6	Comparaison des épaisseurs intégrales caractéristiques de l'écoulement entre le cas cylindrique dans le plan médian (symboles) et le cas rectangulaire 2D (ligne)	107
VI.7	Comparaison de la fluctuation de vitesse normale à l'écoulement (partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{II}) (a) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance de la LES de la cavité cylindrique (b)	109
VI.8	Comparaison de la fluctuation de vitesse longitudinale à l'écoulement (partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{II}) (a) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance de la LES de la cavité cylindrique (b)	110

VI.9	Densité spectrale de pression (Pa^2/Hz) à 1 m de la cavité en fonction de la vitesse incidente. Échelle de couleur entre 30 et 100 dB, d'après [45]	110
VII.1	Surface de Kirchoff $y = 0.04$	118
VII.2	Fluctuations de pression du mode KH I en champ lointain	120
VII.3	Fluctuations de pression du mode KH II en champ lointain	121
VII.4	Comparaison entre les fluctuations de pression (niveau de couleur) du mode KH II et le mode résonant principal $f = 630$ Hz par la méthode de Kirchhoff (en trait) en champ lointain	122
VII.5	Directivité P_{rms} du mode KH II et de la fréquence de résonance en dB par rapport à la référence $20\mu Pa$ en champ lointain.	123
VII.6	Comparaison entre les fluctuations de pression (niveau de couleur) du mode KH III et le mode résonant principal $f = 938$ Hz par la méthode de Kirchhoff (en trait) en champ lointain	124
VII.7	Diagramme de directivité à $3D$ du centre de la cavité, comparaison de la méthode des moindres carrés et la méthode de Kirchhoff	126
VII.8	Diagramme de directivité à $5D$ du centre de la cavité, comparaison de la méthode des moindres carrés et la méthode de Kirchhoff	127
A.1	Schema pour le cas du cisaillement infiniment mince	135
A.2	Nombre de Strouhal en fonction de λ dans le cas du cisaillement pur incompressible	140
A.3	Partie réelle des perturbations \hat{v} , \hat{u} et \hat{p} pour le cisaillement pur	140
A.4	Partie imaginaire des perturbation \hat{v} , \hat{u} et \hat{p} pour le cisaillement pur	141
A.5	Nombre de Strouhal et ω_i en fonction du nombre de Mach pour $\lambda = 1$	141
B.1	Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 50 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 0.7$	143
B.2	Fluctuations de vitesse verticale v (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz IV (St_{KHIV}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1595$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 50$ m/s pour une cavité de rapport d'aspect $L/D = 0.7$	144
C.1	schéma du banc B2A	146
C.2	Densité spectrale du microphone pour différents nombres de Mach incidents	147
C.3	Modes résonnants en fonction du nombre de Mach incident sur le banc B2A, formule de Block (modes de Rossiter) et formule de East	148
C.4	Intensité en dB des modes I et II résonnants en fonction du nombre de Mach incident sur le banc B2A	149

Liste des tableaux

I.1	Table des paramètres du modèle de Rossiter [74]	9
I.2	Différents cas de stabilité hydrodynamique (seulement en linéaire et pour l'instabilité primaire)	18
I.3	Type d'écoulement en fonction de la théorie	20
I.4	Proposition de classification des différentes théories de stabilité	27
II.1	Simulations aux grandes échelles effectuées dans le cadre de la thèse	38
II.2	Principaux paramètres des domaines de calcul pour une vitesse d'entrée de 70 m/s	42
II.3	Caractéristiques de la couche limite incidente des simulations numériques . . .	43
III.1	Jeux de conditions aux limites intéressantes	58
III.2	Convergence de ω_r pour différentes tailles de domaine et pour différents raffinements de maillage, $U_\infty = 70$ m/s.	59
IV.1	Largeur L du lobe principal en fonction de la durée d'observation, et rapport A entre la densité spectrale de puissance du pic principal et du lobe secondaire (en dB)	73
IV.2	Nombre de Strouhal des modes de Rossiter prévus par la formule de Block, nombre de Strouhal des modes de Kelvin-Helmholtz issus du calcul de stabilité et nombre de Strouhal des fréquences résonantes issues de l'instationnaire LES pour le rapport d'aspect $L/D = 1$ pour $U_\infty = 50, 70, 90, 110$ et 120 m/s	81
VI.1	Comparaison entre le nombre de Strouhal prévu par la formule de Block et le nombre de Strouhal des modes de Kelvin-Helmholtz pour le cas 2D et le cas cylindrique pour un écoulement de 70 m/s	108
VII.1	Sensibilité des coefficients pour la reconstruction du champ acoustique à partir des modes propres en fonction des données initiales	125

Introduction

De nos jours, le trafic aérien se développe toujours plus rapidement. La construction de nouveaux avions et de nouveaux aéroports semble inéluctable pour garantir cette expansion effrénée. Cependant, l'émergence des politiques écologiques "développement durable" impose de nouvelles règles pour le développement et le contrôle de ce trafic. La notion de pollution est au cœur de ces nouveaux règlements. Désormais, la pollution par les gaz à effet de serre constitue un élément que les constructeurs aéronautiques doivent prendre en compte dans la construction de leurs futurs avions. Sur le même plan, la pollution sonore des aéronefs devient de plus en plus une contrainte pour le développement du trafic aérien : le riverain des aéroports n'accepte plus le bruit issu de ce trafic. La réduction de bruit des aéronefs est donc une préoccupation centrale dans la politique de développement durable. Les grands constructeurs s'intéressent particulièrement aux problèmes liés à l'aéroacoustique : il faut comprendre, prévoir et contrôler les bruits des avions.

Airbus travaille depuis de nombreuses années dans cet esprit. Le moteur est la source de bruit dominante au décollage (bruit de jet), alors qu'en phase d'approche le bruit de l'avion provient pour plus de la moitié du bruit aérodynamique. Les trains d'atterrissage, les becs de bord d'attaque, les volets hypersustentateurs sont des équipements susceptibles de faire du bruit en phase d'approche. Il est impossible de supprimer ces équipements car ils sont indispensables au bon fonctionnement d'un avion. La figure 1 montre une cavité cylindrique présente sur l'intrados de la voilure des ailes. Au fond de cette cavité, un système pyrotechnique s'active en cas d'incendie ou de surpression dans les réservoirs de carburant. Le dimensionnement de cette cavité est figé dans la mesure où cet élément de sécurité doit garantir une évacuation rapide du carburant et satisfaire toutes les contraintes de certification. Cette cavité est présente dans l'ensemble de la gamme Airbus.

Lors de la phase d'approche, ce type de cavité fait un bruit très marqué en fréquence : elle émet un sifflement intense gênant pour le voisinage des aéroports jusqu'à récemment. Airbus avait peu de données sur ce phénomène et donc peu de solutions pour y remédier.

À la demande d'Airbus, la FRAE (Fondation pour la Recherche Aéronautique et l'Espace) finance le projet AEROCV qui consiste à analyser et simuler le couplage aéroacoustique de cavité cylindrique à partir d'études théoriques, numériques et expérimentales. Le LMFA (Ecole Centrale de Lyon), Dynfluid (ENSAM) et l'ONERA participent à ce projet. Cette thèse s'inscrit dans ce projet et particulièrement dans l'analyse et la modélisation du bruit de ces cavités via une approche stabilité linéaire.

Dans les années 60, beaucoup de financements de l'armée américaine ont permis à certains précurseurs d'étudier expérimentalement les cavités de trappes de missiles [36, 74, 39, 7]. Rossiter[74] est le premier à avoir proposé une formule semi-empirique de prévision des modes susceptibles d'apparaître associée à une description phénoménologique du mécanisme physique qui génère ces modes. Ces études ont été uniquement expérimentales et sur des cavités rectangulaires. Les formules obtenues sont rapides à mettre en œuvre et donnent des résultats satisfaisants mais ont été paramétrées expérimentalement ce qui implique un nouveau paramétrage



Figure 1 — *Détail d'un A318, dessous de la voilure : cavité cylindrique. Photo de l'auteur.*

pour chaque cas considéré.

Beaucoup plus récemment, l'évolution fulgurante de la puissance de calcul a permis la simulation satisfaisante d'écoulement dans des conditions de vol [40, 41]. Ces études ont souvent été menées à haut nombre de Reynolds et pour des écoulements en haut-subsonique (cela correspond typiquement au régime de croisière des avions civils). Les résultats permettent de donner une bonne description de l'ensemble des phénomènes impliqués moyennant quelques jours de calculs. D'autres études [28, 27] ont proposé des études nettement plus orientées vers l'aéroacoustique pour des cavités soumises à des écoulements typiques de phase d'approche à bas nombre de Reynolds. Une description du champ acoustique lointain a été donc obtenu. Ce type de calcul est intéressant mais nécessite de gros moyens de calcul encore délicats à mettre en place.

La théorie de stabilité d'un écoulement permet de modéliser et de déterminer les caractéristiques spatio-temporelles des modes propres qui sont susceptibles de perturber plus ou moins, suivant la configuration traitée, l'écoulement considéré. Des analyses de la stabilité d'écoulements de cavité [76, 10, 9] ont permis de comprendre les mécanismes des écoulements de cavités. Ces études sont menées à bas nombre de Reynolds et proposent des résultats théoriquement intéressants mais loin des conditions de vol.

L'ensemble de ces études a permis de décrire avec précision des écoulements de cavité rectangulaire expérimentalement, numériquement et théoriquement. Cependant, les études numériques et théoriques ont souvent été menées dans une gamme de nombre de Reynolds faible et restreinte et les outils de modélisation du champ acoustique restent compliqués à mettre en œuvre. Peu d'études numériques dans des conditions réelles d'approches permettent une connaissance globale du problème.

Le sujet de cette étude consiste à utiliser la théorie de stabilité comme un outil d'identification et de compréhension des processus à l'origine du bruit rayonné pour des cavités rectangulaires mais aussi cylindriques dans des conditions réalistes de phase d'approche (i.e. grand nombre

de Reynolds). Puis, en s'inspirant des études d'instabilités d'écoulement de jet (supersonique principalement), ce travail permet de modéliser le bruit rayonné à partir des instabilités intrinsèques obtenues par la théorie de stabilité. Cette étude propose une méthode alternative aux méthodes de propagation acoustique classique. La cohabitation entre des résultats de simulations aux grandes échelles, de stabilité linéaire et d'expérience pour un écoulement turbulent sur une cavité contribue à l'originalité de cette étude.

La démarche consiste dans un premier temps à faire une étude bibliographique détaillée des écoulements de cavité. La littérature afférente est abondante pour ce sujet, il est donc important de comprendre avec précision les mécanismes des cavités soumis à des écoulements typiques de phase d'approche. Une présentation de la théorie de stabilité linéaire appliquée aux écoulements est proposée afin de bien clarifier l'intérêt de cet outil dans leur analyse et la prévision du bruit. Ces travaux sont ensuite organisés en trois parties. La première partie consiste à mettre en place le calcul de stabilité au-dessus d'une cavité rectangulaire à grand nombre de Reynolds. Pour cela, il a fallu déterminer et calculer un écoulement de base pour la stabilité à partir de simulations aux grandes échelles. La suite de cette partie est destinée à la description et la validation de la méthode employée.

La deuxième partie consiste à appliquer cette méthode pour différentes vitesses d'écoulements sur des cavités rectangulaires et de confronter les résultats obtenus à la partie instationnaire de la LES et ainsi de caractériser les mécanismes à l'origine du bruit de cavité. Une simulation aux grandes échelles avec vitesse d'entrée lentement variable est réalisée dans le but de confirmer numériquement les mécanismes de sélection des modes impliqués dans la résonance des cavités en fonction de la vitesse incidente. La fin de cette partie est consacrée à l'application de la méthode au cas cylindrique. Les résultats de cette partie ont donné lieu à plusieurs publications dans des conférences avec actes [47, 50, 48, 49]

La troisième et dernière partie a pour but de relier les instabilités intrinsèques calculées dans la partie précédente à l'acoustique issue de méthodes classiques de propagation afin de proposer une nouvelle modélisation de l'acoustique des cavités rectangulaires.

Une conclusion récapitule les principaux résultats de cette étude et propose des pistes à suivre pour aller plus loin sur ces sujets. A la fin de ce manuscrit, trois annexes sont disponibles. La première propose une étude de stabilité linéaire d'une couche de cisaillement infiniment mince comme un complément théorique. La deuxième annexe concerne une application de la méthode de stabilité linéaire sur des cavités à haut nombre de Reynolds pour des rapports d'aspect différents. Enfin la troisième annexe est une présentation d'expériences d'écoulements de cavité rectangulaire réalisée à l'ONERA très récemment sur le banc B2A du DMAE.

Chapitre

I

État de l'art

Aperçu

I.1	Physique des écoulements de cavité	5
1.1	Les mécanismes dominants	6
1.2	Influence des principaux paramètres des écoulements de cavité	12
1.3	Cavités cylindriques	15
I.2	Stabilité linéaire d'écoulements	17
2.1	Méthode perturbative	17
2.2	Tour d'horizon de la théorie de stabilité linéaire en mécanique des fluides	17
2.3	Stabilité d'écoulement de cavité	27
2.4	Méthodes pour l'aéroacoustique et stabilité	28

I.1 Physique des écoulements de cavité

LES écoulements présentant des oscillations de pression auto-entretenues se rencontrent dans une multitude de systèmes physiques, allant des tuyaux comprenant des embranchements [88] ou de brusques élargissements suivis de contractions, aux jets impactants, voire à des résonateurs acoustiques de Helmholtz. Tous ces systèmes cités se caractérisent par l'existence d'un décollement massif et donc par la présence d'une couche de mélange. Dans la plupart des cas, cette couche de mélange interagit avec un obstacle. C'est le cas par exemple de la flûte à bec, qui constitue un bon exemple de résonateur acoustique de Helmholtz : une couche de mélange vient impacter un biseau et créer un son.

Les écoulements de cavité constituent une large sous-classe de cette gamme d'écoulements. La littérature consacrée à l'étude de ces phénomènes est relativement abondante. Il convient de noter qu'il existe un certain nombre de synthèses sur le sujet dont celle réalisée par Larchevêque [40] dans le cadre de sa thèse de doctorat ou encore celle réalisée par Gloerfelt [26] dans le cadre d'une "lecture serie" dispensée au VKI. Néanmoins, les cas traités correspondent bien souvent à des cavités de type parallélépipédique. Les articles concernant des cavités de géométrie complexe (e.g. les cavités cylindriques) sont encore rares [15, 54, 45, 53]. Ce qui suit s'inscrit dans ce cadre de cavités parallélépipédiques, un état de l'art concernant la cavité cylindrique sera effectué en fin de section. Cet état de l'art n'est pas une synthèse exhaustive sur les cavités mais une synthèse ciblée sur la problématique de notre travail qui s'inscrit dans une optique plus appliquée (ou industrielle) que théorique (ou fondamentale).

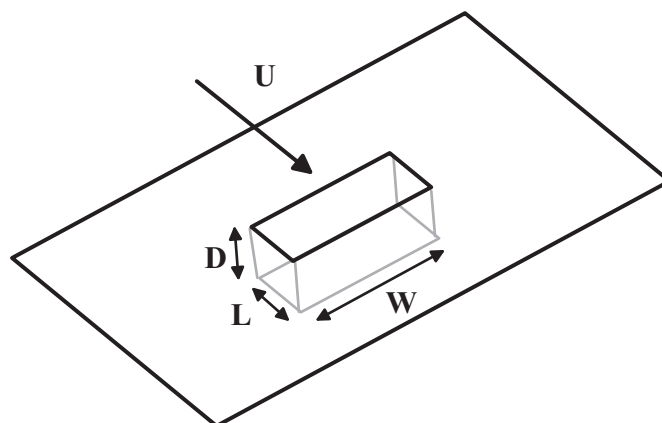


Figure I.1 — Définitions des dimensions d'une cavité rectangulaire

1.1 Les mécanismes dominants

Les cavités placées dans des écoulements se trouvent dans beaucoup de systèmes industriels. Chaque système a ses propres contraintes liées au bruit rayonné. Ainsi une maîtrise et une prévision de ce bruit sont indispensables pour la conception et la production de systèmes industriels respectant toutes les contraintes inhérentes à son usage.

Initialement, les premières études [74] concernaient des trappes à missile pour l'aéronautique militaire. On retrouve des cavités dans l'aéronautique civile (trappes de train d'atterrissage, dispositif hypersustentateur, dispositif d'évacuation d'urgence de carburant ...). Les cavités sont aussi présentes dans l'automobile (césure de portes, toit ouvrant....) ou encore dans le transport ferroviaire (emplacement du pantographe, césure entre les wagons...). La tendance actuelle est à la réduction du bruit lié aux transports ce qui implique un contrôle et une prévision de ce bruit. Étant donné la large gamme des systèmes contenant des cavités, on comprend très vite que la problématique concernant la cavité en écoulement est vaste.

On caractérise une cavité par sa longueur L , sa profondeur D et sa largeur W , voir figure I.1. On définit un nombre de Reynolds pour la cavité $Re_L = \frac{U_\infty L}{\mu}$ avec μ la viscosité et U_∞ la vitesse incidente, qui s'appuie sur la longueur de la cavité et l'écoulement affleurant. Les rapports d'aspect L/D ou encore L/W ont une grande importance dans la physique de la cavité, voir ci-après dans la suite de ce chapitre. La variété des applications industrielles implique une large variété de dimensions de cavité. Si on analyse les différentes configurations ci-dessus, il y a une gamme de vitesses des écoulements impliqués extrêmement large : en terme de nombre de Mach, on parcourt de $M = 0$ (cas du transport routier) à $M > 3$ (cas militaire). On note plusieurs études de cavités sous écoulement subsonique [14, 80, 63], transsonique [74, 36, 39] et supersonique [32, 74].

Encore une fois la variété des applications industrielles implique une variété de paramètres pour le contrôle, la compréhension et la prévision du bruit de cavité. La nature de la couche limite incidente (laminaire/turbulente) [27], l'épaisseur de la couche limite incidente [77, 76], la thermique des parois [38], l'élasticité des parois constituent un nombre de paramètres influençant le bruit de cavité dans des proportions plus ou moins importantes et plus ou moins bien connues. La difficulté réside dans l'analyse de la contribution au bruit rayonné de chaque paramètre. En somme, les écoulements de cavité constituent un problème complexe multi-paramètre et où l'aérodynamique et l'acoustique sont fortement couplées.

Les premières études du bruit aérodynamique des cavités ouvertes ont débuté avec Karamcheti [36] en 1955. Rossiter [74], Heller [32], Plumbee [63] et Krishnamurty [39] ont prolongé ces travaux expérimentaux pour des cavités usuellement peu profondes et pour des fortes vitesses

d'écoulement ($0.8 < M < 3$).

Les effets des écoulements de basse vitesse ($M < 0.4$) ont été étudiés expérimentalement par Block [7] ou encore East [19] et notamment les phénomènes de résonances présents dans les cas des cavités profondes.

Les cavités sont sujettes à des phénomènes d'oscillations (boucle de rétroaction et aux phénomènes de résonance de type Helmholtz) : on note l'apparition de structures instationnaires dont il faudra étudier les caractéristiques. Nous introduisons alors le nombre de Strouhal (St), qui est un nombre sans dimension décrivant les mécanismes de circulation oscillante. On le définit de la manière suivante :

$$St = \frac{fL}{U_\infty} = \frac{\omega L}{2\pi U_\infty}$$

avec $f = \omega/2\pi$ la fréquence d'émission de tourbillons.

Physiquement, il représente le rapport du temps d'advection sur le temps caractéristique de l'instationnarité.

Boucle de rétroaction

La plupart de ces oscillations et celles qui nous intéressent dans le cadre de cette étude trouvent leur origine dans des phénomènes purement hydrodynamiques : la boucle de rétroaction.

Les phénomènes de boucle de rétroaction sont très courants et ont été largement mis en évidence expérimentalement. Karamcheti [36] et Rossiter [74] sont les premiers à avoir traité ce mode particulier et à avoir tenté de l'expliquer. Les origines physiques de ce phénomène sont très classiques : c'est un phénomène auto-entretenu issu du couplage entre l'aéroacoustique et les instabilités de couche de mélange (voir figure I.2).

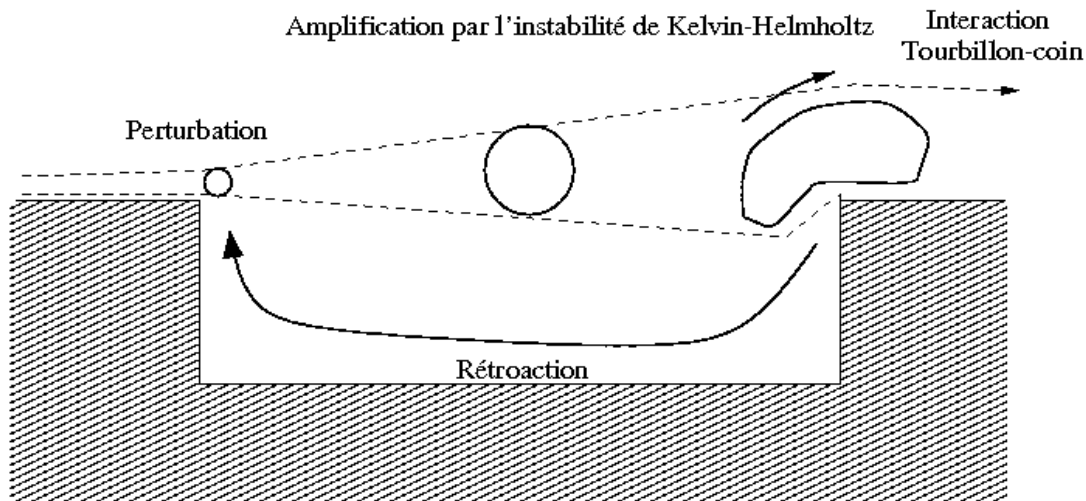


Figure I.2 — Description schématique de la boucle de couplage aéroacoustique-instabilités pour un écoulement de cavité.

On décompose cette boucle selon deux phases distinctes. La première correspond à un processus d'amplification-convection de petites perturbations de l'écoulement existant initialement à proximité du coin amont de la cavité. En effet, les couches de mélange se développant au-dessus d'une cavité présentent un profil de vitesse possédant un point d'inflexion qui les rend instables selon la théorie des instabilités hydrodynamiques. L'instabilité de couche de mélange amplifie les perturbations initiales qui croissent en taille jusqu'à former de grandes structures tourbillonnaires tout en étant convectées vers l'aval. Les structures tourbillonnaires viennent alors interagir avec le coin aval. Cette interaction peut prendre aléatoirement et de manière intermittente trois formes différentes [71] suivant que le tourbillon interagissant avec la structure

est éjecté hors de la cavité, est coupée par le coin ou rentre dans la cavité. La figure I.3 présente une visualisation expérimentale de chacune de ces trois situations.



Figure I.3 — *Les trois formes de l'interaction tourbillon-coin, d'après Rockwell et al. [71]*

La seconde phase est liée à une rétroaction à distance engendrée par l'interaction du tourbillon avec le coin aval qui vient créer de nouvelles perturbations à proximité du coin amont. Pour les écoulements compressibles, la longueur d'onde des perturbations acoustiques est bien souvent du même ordre de grandeur que la longueur de la cavité. La rétroaction s'effectue donc par voie acoustique au travers de l'intense champ de pression engendré par l'impact des structures tourbillonnaires avec le coin aval de la cavité.

Au niveau du coin aval, la conversion à l'impact des structures tourbillonnaires en ondes de pression est généralement expliquée par le processus d'entrée et de sortie de masse. Heller et Bliss [32] proposent une description précise de la rétroaction. Lors de l'arrivée du tourbillon au voisinage du coin, la couche de mélange est défléchie, ce qui crée une zone de compression puis engendre l'émission d'une onde de pression.

Les petites structures issues des instabilités de couche de mélange sont bien distinctes des grosses structures de basse fréquence observées plus en aval au sein de la couche de mélange. L'une des explications pour l'unification de ce paradoxe est l'interaction collective, voir [23, 40], souvent observée pour des jets impactants ; les petites structures tourbillonnaires de régions de la couche de mélange se rapprochent les unes des autres puis s'enroulent par induction mutuelle pour ne former qu'une seule structure de taille beaucoup plus importante. La condition pour observer un tel phénomène est que l'excitation acoustique se produise à des fréquences très inférieures aux fréquences naturelles d'instabilités de la couche de mélange [40, 23].

La boucle de rétroaction se trouve à l'origine de pics observés dans les spectres de pression à l'intérieur de la cavité et en dehors de celle-ci. Ces pics sont de niveaux élevés. Ainsi les fluctuations de pression relevées expérimentalement sont supérieures à 150 dB pour les écoulements subsoniques [36]. Les caractéristiques de fréquences et d'amplitude des pics dépendent d'un grand nombre de caractères géométriques et physiques.

La figure I.4 montre l'émission acoustique des cavités rectangulaires pour différents nombres de Mach de l'écoulement subsonique incident. Il est important de noter que la directivité du son est dirigée vers l'amont de l'écoulement, au moins pour les configurations concernées par la figure I.4.

Afin d'être complet, il est logique de mentionner les résonances liées à des effets aéroélastiques. En effet, on peut observer un accord fréquentiel entre des modes propres du bâti de la cavité et l'impact des tourbillons issus de la couche de mélange. Ces résonances peuvent atteindre de très fortes amplitudes, au point de constituer une menace pour l'intégrité de la structure.

La littérature fournit beaucoup de modélisations de la boucle de rétroaction permettant de prédire la fréquence de résonance. Mais les propositions concernant les amplitudes de ces oscillations sont rares. L'une des modélisations fréquentielles de la boucle de rétroaction d'un écoulement de cavité est due à Rossiter [74], c'est la plus employée. Rossiter s'inspire des travaux de Powell [65] sur le problème connexe du "edge tone" (création de bruit à l'impact d'un jet sur un biseau), il propose la formule empirique suivante qui tient compte de la dépendance en L/D

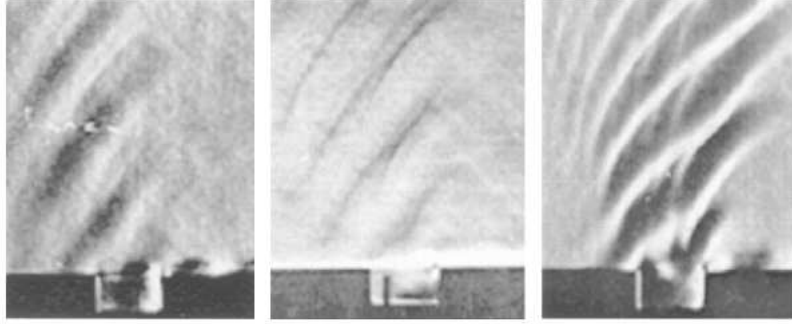


Figure I.4 — Émission acoustique des cavités rectangulaires (photographies Schlieren, $M = 0.64, 0.7$ et 0.8 , Karamcheti [36])

observée expérimentalement et du temps de retour acoustique :

$$f_n = \frac{U_\infty}{L} \frac{n - \alpha_v(L/D)}{M + \frac{1}{\kappa}} \quad (1-1)$$

avec α_v et κ des données expérimentales, M le nombre de Mach, L la longueur de la cavité et

L/D	1	2	4	6	8	10
α_v	0.25	0.25	0.25	0.38	0.54	0.58
κ	0.61	0.66	0.57	0.57	0.57	0.57

Tableau I.1 — Table des paramètres du modèle de Rossiter [74]

n le nombre de tourbillons.

Rossiter propose une interprétation phénoménologique (voir figure I.5) qui justifie cette formule au moyen de l'écriture d'une relation de phase entre :

- des tourbillons se propageant vers l'aval à la vitesse $U_c = \kappa U_\infty$ avec une longueur d'onde λ_v
- des ondes de pression se propageant vers l'amont à la vitesse du son dans la cavité c et présentant une longueur d'onde λ_a , avec

$$f = \frac{\kappa U_\infty}{\lambda_v}$$

et

$$f = \frac{c}{\lambda_a}$$

A l'instant $t = 0$, une onde de pression est émise à partir du coin aval de la cavité, alors que l'onde de pression émise précédemment la plus proche du bord amont se situe à une distance $m_a \lambda_a$ du bord aval. Au même instant, le dernier tourbillon à avoir franchi le coin aval se situe à une distance $\alpha_v \lambda_v$ de celui-ci. À l'instant $t = t'$, l'onde de pression la plus proche du bord amont atteint ce dernier et entraîne l'émission d'un nouveau tourbillon, alors que le tourbillon situé au-delà du bord aval a parcouru la distance supplémentaire $U_c t'$. Pour chacun de ces deux phénomènes physiques, il est possible d'écrire :

$$m_v \lambda_v = L + \alpha_v \lambda_v + U_c t' \quad (1-2)$$

et dans le même intervalle de temps, le paquet d'ondes dans la cavité s'est déplacé de la distance ct' , d'où :

$$L = m_a \lambda_a + ct' \quad (1-3)$$

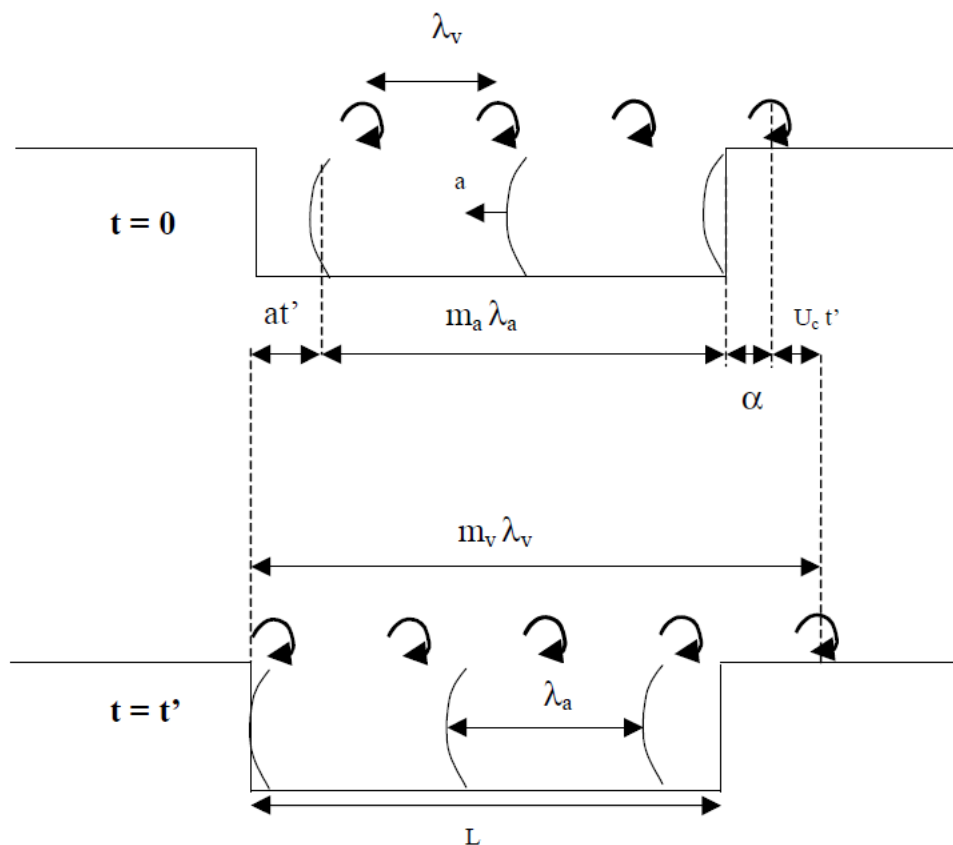


Figure I.5 — *Modèle simplifié d'un écoulement au-dessus d'une cavité selon Rossiter [74]*

En substituant t' dans chaque équation, on obtient :

$$\frac{m_v \lambda_v - L - \alpha_v \lambda_v}{\kappa U_\infty} = \frac{L - m_a \lambda_a}{c} \quad (1-4)$$

En notant, $U_\infty = aM$ avec a la vitesse du son à l'extérieur de la cavité, et en introduisant f , on obtient :

$$f = \frac{U_\infty}{L} \frac{m_v + m_a - \alpha_v}{M \frac{a}{c} + \frac{1}{\kappa}} \quad (1-5)$$

Or, pour des écoulements subsoniques la différence de vitesse du son entre l'intérieur et l'extérieur de la cavité est d'au plus 10% et est donc négligeable en première approximation ; enfin on suppose en outre que la somme $m_v + m_a$ est un entier. On obtient bien la formule de Rossiter. Cette formule fonctionne très bien dans le cas d'écoulement proche d'un régime transonique pour les faibles nombre de Reynolds.

Il convient de discuter du paramètre α_v . Ce paramètre traduit un retard à l'émission après impact du tourbillon. Classiquement, on considère un retard d'un quart de période ($\alpha_v = 0.25$). On note dans la littérature d'autres valeurs pour ce paramètre voire un changement de signe de ce paramètre [77] (ce qui implique une avance de phase).

Pour des régimes de nombre de Mach inférieur à 0.4, d'autres modèles fournissent de meilleurs résultats. Block [7] a tenté de tenir compte dans la formule des effets du rapport L/D :

$$f_n = \frac{U_\infty}{L} \frac{n}{M(1 + \frac{0.514}{L/D}) + \frac{1}{\kappa}} \quad (1-6)$$

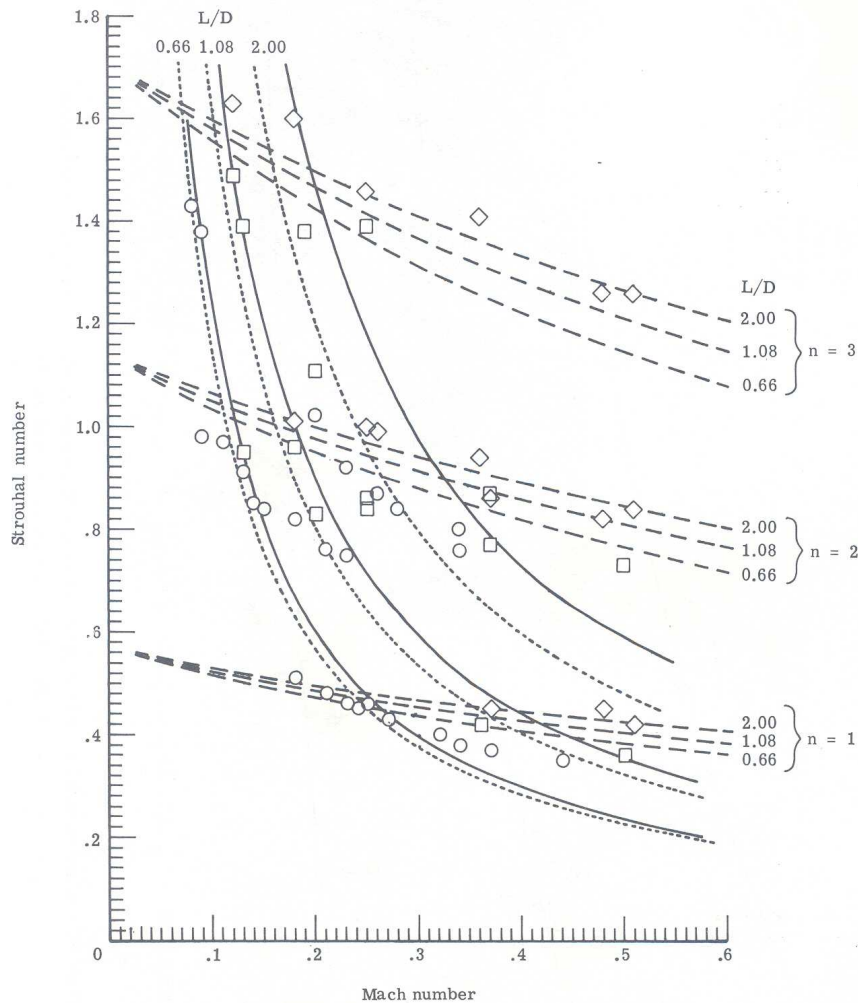


Figure I.6 — Résultats expérimentaux de Block. \circ $L/D = 0.66$. \square $L/D = 1.08$. \diamond $L/D = 2.00$. En pointillés : formule d'East (1-8), en traits discontinus : formule de Block (1-6), en traits continus : maximum de la pression fluctuante pour une impédance acoustique donnée de la cavité, d'après Block [7].

En l'occurrence ce modèle prévoit un déphasage nul. Les résultats expérimentaux présentés figure I.6 de Block semblent montrer que la formule établie par Block fonctionne dans une gamme de nombres de Mach inférieurs à 0.4 et pour des rapports d'aspect de cavité inférieurs à 1.

Coïncidence de résonance

Même lorsque la boucle de rétroaction constitue la physique dominante d'un écoulement de cavité, il peut exister conjointement au sein de la cavité d'autres phénomènes moins énergétiques. Il peut y avoir coexistence, avec ou sans interaction, de deux formes de résonance : la boucle aéroacoustique principale et des modes propres acoustiques de cavité excités par la couche de mélange. Les fréquences de ces modes propres peuvent être estimées en considérant, en l'absence d'écoulement, une cavité avec cinq parois rigides et une ouverture sur la face supérieure. Avec cette simplification, on obtient :

$$f_{n_x, n_y, n_z} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{2D}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{W}\right)^2} \quad (1-7)$$

avec n_x, n_y, n_z des entiers, L la longueur, D la profondeur, W l'envergure de la cavité et c_0 la célérité du son.

East [19] montre qu'un accord fréquentiel entre la boucle de rétroaction et les modes de résonance pour des écoulements de faible vitesse externe ($M < 0.4$) attaquant des cavités profondes ($L/D < 1$) est possible. Dans le prolongement du travail d'East, Block [7] a corroboré les résultats de ce dernier en montrant expérimentalement que le mode dominant émerge de manière très nette s'il y a coïncidence entre le mode appelé "quart d'onde" ($n_x = 0, n_y = 1, n_z = 0$) et l'un ou l'autre mode issu de la rétroaction.

Finalement, East a proposé une formule du quart d'onde avec un correctif étalonné sur les expériences qui permet de prendre en compte les effets liés à la présence d'un écoulement :

$$St_{1/4} = \frac{f_{1/4}D}{U_\infty} \quad \text{avec} \quad f_{1/4} = \frac{c_0}{4D(1 + 0.65(\frac{L}{D})^{0.75})} \quad (1-8)$$

Pour le rapport d'aspect $L/D = 1$, entre l'équation classique du quart d'onde (1-7) et la formule de East 1-8, on a une différence entre les fréquences de :

$$\frac{f_{(0,1,0)}}{1.65} = f_{1/4}$$

Ce correctif correspond à l'effet de l'écoulement au-dessus de la cavité sur le mode quart d'onde.

La figure I.6 montre expérimentalement la coïncidence de résonance entre les modes de type Helmholtz et les modes de type Rossiter. La coïncidence de la formule d'East avec la formule de Block semble permettre de prédire le mode dominant ce qui confirme le principe d'interaction entre les modes de résonance et les modes liés à la rétroaction prévue par East.

1.2 Influence des principaux paramètres des écoulements de cavité

Influence de la géométrie

Du fait des origines aéronautiques des études initiales d'écoulements de cavité, les premières études se réfèrent au réattachement de la couche de mélange sur le fond de la cavité. Si ce réattachement se produit, la cavité est dite fermée, alors qu'elle est ouverte dans le cas contraire. Enfin, une cavité transitionnelle est associée soit à l'existence de plusieurs zones de recirculation successives mais sans réattachement de la couche de mélange, soit à une intermittence temporelle entre les deux états précédents. Il faut noter que les cavités ouvertes donnent naissance à des oscillations auto-entretenues comme décrits précédemment sous certaines conditions. En revanche, les cavités fermées conduisent à des écoulements de type marche descendante-marche montante caractérisés par des spectres de pression large bande et sans raie spectrale, ce qui indique une absence d'oscillations auto-entretenue avec boucle de rétroaction. À titre indicatif une cavité est dite ouverte pour un rapport L/D inférieur à une valeur comprise entre 6 à 8 et fermée pour un rapport L/D supérieur à une valeur comprise entre 9 et 12. Ces limites dépendent fortement de la couche limite amont ainsi que du nombre de Mach incident.

Dans cette étude, nous nous intéresserons uniquement à des cavités dites ouvertes sous écoulement. Ce genre de cavité peut donc être le siège d'oscillations auto-entretenues, le spectre de pression afférent contenant donc un certain nombre de raies spectrales. On classe les cavités ouvertes comme suit : si le rapport L/D est inférieur à 1 (respectivement supérieur), la cavité est dite profonde (respectivement peu profonde). Dans le cas de cavités profondes, les modes de résonance de type Helmholtz sont prépondérants pour des vitesses d'écoulement faibles. Quand cette dernière augmente, la résonance se superpose à la rétroaction acoustique. Pour des cavités peu profondes, plusieurs zones de recirculation peuvent se former et le mécanisme principal est la boucle de rétroaction. Des modifications en terme de traînée sont observées de part et d'autre de la limite du rapport $L/D = 1$ [73].

L'envergure des cavités W des cavités peut aussi jouer un rôle dans le rayonnement aéroacoustique. Ahuja et Mendoza [38] montrent que les fréquences acoustiques mesurées sont indépendantes de l'envergure. Par contre, le passage à une géométrie tridimensionnelle réduit l'amplitude des fluctuations acoustiques : dans le cas de cavité subsonique, d'après Gloerfelt et al. [29], pour une cavité quasi bidimensionnelle ($L/W < 1$), la cohérence des oscillations est plus forte que pour une cavité tridimensionnelle ($L/W > 1$), pour laquelle l'interaction entre les tourbillons et le coin aval est soumise à des modulations. Le contenu spectral est donc plus riche pour la cavité étroite mais le rayonnement acoustique est moins intense car la résonance aéroacoustique est moins bien établie.

Influence du nombre de Mach

L'influence du nombre de Mach incident est bien entendu le premier paramètre dont l'effet a été étudié expérimentalement. Le nombre de Mach est l'une des grandeurs importantes du mécanisme de Rossiter. Il est d'ailleurs explicitement présent dans l'ensemble des formules de type Rossiter. Il convient néanmoins de comprendre l'influence *in fine* de ce paramètre dans le cas subsonique. Pour des cavités profondes à faible nombre de Mach incident, Tam [80] a montré qu'il existe un nombre de Mach limite en dessous duquel il n'y a pas de phénomène de rétroaction. En effet, en dessous d'un certain nombre de Mach, on note un effet amortissant de la cavité : le mode quart d'onde ne fournit pas assez d'énergie pour déclencher le phénomène auto-entretenu. Les résultats expérimentaux de Tam et Block [14] confirment les conclusions de Tam [80] et montrent que pour un nombre de Mach supérieur à 0,15, on observe le déclenchement du phénomène auto-entretenu par les modes normaux de type Helmholtz.

Influence du nombre de Reynolds

En notant Re_L le nombre de Reynolds basé sur la longueur de la cavité, on sait que si celui-ci est faible ($Re_L \ll 10^5$), l'épaisseur de la couche limite est un paramètre à considérer tant il peut être extrêmement sensible sur la sélection des modes d'oscillation. Gharib et Roshko [24] ont montré que le rapport entre la longueur de la cavité et l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite laminaire incidente L/δ_θ participait à la sélection et à la présence des modes. On note Re_{δ_θ} le nombre Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite. Pour $\sqrt{Re_{\delta_\theta}} L/\delta_\theta > 780$, il y a apparition des oscillations [24]. Par ailleurs (toujours pour de faibles valeurs de Re_L), une modification de l'épaisseur de la couche de mélange (via celle de la couche limite) induit une modification de la fréquence du mode le plus amplifié par l'écoulement. En comparant différentes expériences, Tam et Block [14] remarquent une dispersion des fréquences des modes de cavité qu'ils attribuent aux variations de l'épaisseur δ_0/L de la couche limite incidente. Pour confirmer cette observation, ils effectuent des calculs de stabilité en considérant l'épaisseur de la couche de mélange constante. Ils retrouvent ainsi les fréquences observées expérimentalement. Sarohia [77] a développé un modèle pour tenir compte de l'épaississement de la couche limite à l'intérieur de la cavité. Il suppose que cette évolution est lente. Ses calculs sont basés sur la théorie de la stabilité en écoulement faiblement parallèle. Les fréquences déterminées de cette façon sont en bon accord avec ses mesures. Cependant, ces observations sont surtout valables à basses vitesses, dans le cas de couche limite laminaire ou d'une épaisseur de quantité de mouvement de la couche limite δ_θ/L grand.

Pour des nombres de Reynolds Re_L élevés ($Re_L > 10^5$), l'influence de l'épaisseur de la couche limite semble être négligeable. Plusieurs études expérimentales [34, 37] ont montré que pour des couches limites turbulentes, l'épaisseur de cette dernière ne rentrait pas en compte dans le processus de sélection des modes. Les spectres se superposent parfaitement. Des études numériques [25] ont confirmé ce comportement en reproduisant les expériences de Kégerise [37] pour des cavités de rapport d'aspect $L/D = 2$ et pour un nombre de Mach incident de $M = 0.4$. La dynamique de l'écoulement de cavité à grand nombre de Reynolds est donc indépendante

des conditions à l'amont. La diminution de l'épaisseur de la couche limite conduit à un décalage faible de la fréquence fondamentale vers les hautes fréquences. En effet, l'écoulement de cavité est non-parallèle et le taux d'évasement de la couche de mélange est très élevé à grand nombre de Reynolds [23, 41, 40] en raison du couplage avec l'acoustique. Aussi l'échelle caractéristique de l'ensemble de la boucle de rétroaction est la longueur de la cavité L , beaucoup plus grande que l'épaisseur de la couche limite amont δ_0 . La dynamique de la couche de mélange et celle de la couche limite sont donc complètement découplées et on comprend qu'une variation de δ_0 a peu d'influence sur la fréquence de l'écoulement de cavité. C'est pourquoi, les modèles de Rossiter, dans leur forme originelle [74] rendent bien compte de la réalité, bien qu'ils ne dépendent pas explicitement de l'épaisseur de la couche limite amont. Ce phénomène n'est pas propre à la cavité, Rowley et al. [76] rappelle que dans le cas d'un écoulement laminaire autour d'un cylindre par exemple, la fréquence du lâcher tourbillonnaire est indépendante du nombre de Reynolds. Les mécanismes de sélection de la fréquence sont régis par la dynamique du sillage et non par des mécanismes au niveau des couches limites à l'amont. Néanmoins, pour une diminution de l'épaisseur de couche limite, on note une augmentation du bruit de fond : dans le cas traité expérimentalement par Illy [34], $L/D = 0.42$, pour un nombre de Mach transsonique et pour deux épaisseurs δ_0 de couche limite turbulente différente (rapport 10 entre les deux), on note une augmentation de $+3dB$ du bruit de fond pour la petite couche limite. On n'observe aucune modification des fréquences de résonance et de leur amplitude. Finalement, pour des nombres de Reynolds élevés, la dynamique de l'écoulement de cavité est pilotée par la dynamique de couche de mélange et non par celle de la couche limite.

Influence de la nature de la couche limite

Le paramètre délicat pour les simulations numériques sur des cavités rectangulaires, est la nature de la couche limite. En effet, pour une simulation numérique d'aéroacoustique, la nature de la couche limite d'entrée est un problème complexe et délicat. Imposer un profil moyen turbulent ou laminaire, cela reste simple. Imposer un profil turbulent avec fluctuations est une question ouverte actuellement. Il est alors indispensable de se poser la question de l'influence de la nature de la couche limite. Comme le souligne Krishnamurty [39], la nature de la couche limite a une influence sur l'amplitude et la richesse du spectre excité : dans le cas d'une couche limite laminaire, l'amplitude des modes de cavité est plus élevée que dans le cas d'une couche limite turbulente. En revanche, le nombre de pics présents dans le spectre est plus faible. Gloerfelt [27] a montré numériquement que dans le cas d'un nombre de Reynolds modéré (environ 28000), une couche limite turbulente (i.e. profil turbulent+fluctuations) implique un contenu spectral plus riche en fréquence et un niveau de bruit diminué de quelques dB ($-8dB$) par rapport à la couche limite laminaire (profil laminaire) équivalente en terme d'épaisseur. Dans le cadre de simulations à grand nombre de Reynolds [40], on teste deux conditions d'entrée différentes : profil moyen de couche limite turbulente sans fluctuation et profil moyen de couche limite turbulente avec fluctuations. L'ajout de fluctuations au profil moyen de couche limite turbulent incident n'a aucune conséquence (ou très peu) sur les profils des vitesses moyennes et fluctuantes au sein de la couche de mélange. En fait, dans les directions longitudinales et transverses, les fluctuations de vitesse induites par le passage des ondes de pression remontant l'écoulement sont au moins du même ordre de grandeur que les fluctuations "naturelles" de la couche de mélange. Dans le cadre de la cavité cylindrique ce comportement semble aussi se vérifier [53, 57]. Encore une fois, c'est la dynamique de couche de mélange qui pilote la dynamique de l'écoulement de cavité.

1.3 Cavités cylindriques

Projet AEROCAV

Cette étude s'inscrit dans le cadre du projet AEROCAV : études numériques et expérimentales du rayonnement aéroacoustique des cavités circulaires. A l'atterrissage, les nuisances sonores proviennent des dispositifs hypersustentateurs (becs...) mais aussi de cavités de forme circulaire ou elliptique, présentes sur la voilure (voir figure I.7) et le fuselage, comme le montrent des mesures récentes obtenues en vol et en laboratoire. Ce bruit, de type sifflement, est très intense, plutôt bien marqué en fréquence, et n'apparaît cependant pas de façon systématique suivant les configurations. Le projet AEROCAV a pour objet d'étudier ce sifflement, de comprendre les mécanismes mis en jeu sur cette géométrie, et de proposer au final une démarche permettant de prédire la génération de bruit dans cette configuration afin d'optimiser la forme de ces cavités pour réduire au mieux l'émission sonore. Ce projet est financé par la Fondation de Recherche pour l'Aéronautique et l'Espace et est mené en partenariat entre l'ONERA, l'ENSAM, le CNRS et l'École Centrale Lyon (qui coordonne le projet).



Figure I.7 — *Détail d'un A318, dessous de la voilure : cavité cylindrique. Photo de l'auteur.*

Quelques notions sur les cavités cylindriques

Étant donné le contexte de l'étude il convient de faire un état de l'art de la cavité cylindrique. Des mesures récentes obtenues en vol et en laboratoire [15, 54] ont montré que le bruit rayonné

par des cavités de forme circulaire ou elliptique, présentes sur la voilure et le fuselage d'une partie de la flotte, était responsable du bruit rayonné global de l'aéronef (voir figure I.8).

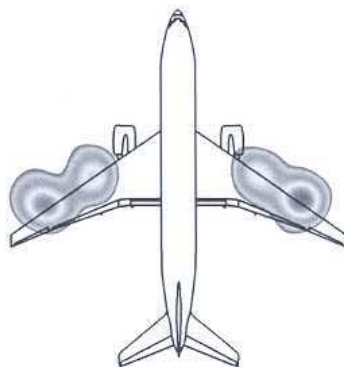


Figure I.8 — Rayonnement acoustique à 2 kHz d'un Boeing 777 en phase d'approche. D'après [15]

Par ailleurs dans le cadre d'AEROCAV, des études expérimentales [45] ont été réalisées. Sur une configuration cylindrique avec un diamètre $D = 0.1$ m et une hauteur $H = 0.1$ m et donc un rapport d'aspect $H/D = 1$, dans une configuration proche de la configuration "avion", on note l'apparition de bruit intense (à 1 m, de 95 à 110 dB) très marqué en fréquence.

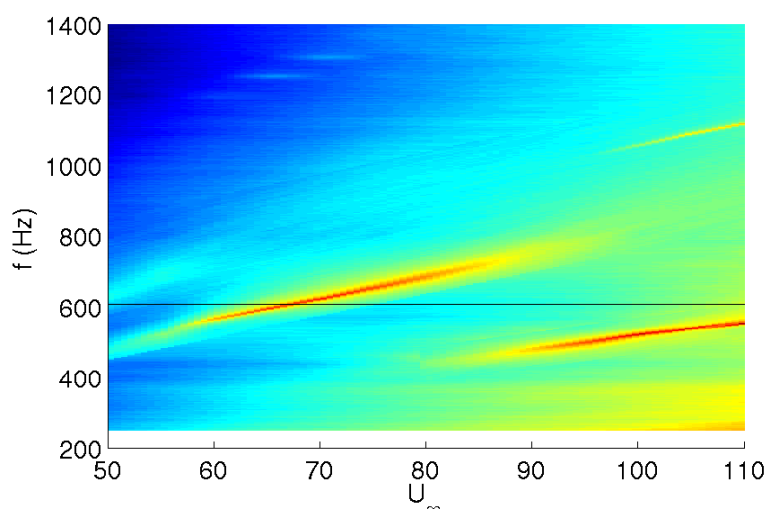


Figure I.9 — Densité spectrale de pression (Pa^2/Hz) à 1 m de la cavité en fonction de la vitesse incidente. Échelle de couleur entre 30 et 100 dB, d'après [45]

On note clairement sur la figure VI.9 la présence de deux modes distincts qui peuvent coexister (aux alentours de 90 m/s). Le mécanisme d'excitation de ces modes semblent être le même que dans les configurations rectangulaires de East : le mode quart d'onde vient exciter les modes liés à la rétroaction.

Verdugo [89] a mené des expériences sur des rapports d'aspect proches de 1 mais pour une gamme de vitesses incidentes plus basse (5 à 55 m/s) : la formule qui semble indiquée pour la prévision des modes de Rossiter serait la formule de Block [7]. Néanmoins, pour obtenir un bon accord, il est important d'utiliser comme longueur de référence de la cavité la correction

proposée par Czech [15] : $L_{cor} = \sqrt{\pi} \frac{D}{2}$.

I.2 Stabilité linéaire d'écoulements

2.1 Méthode perturbative

On rappelle que la méthode perturbative consiste à considérer un écoulement de base dont on connaît une solution et à laquelle on superpose une perturbation infinitésimale. Le principe d'une étude de stabilité par méthode perturbative est de superposer une petite perturbation qui rompt la symétrie de l'écoulement de base. L'écoulement de base n'est pas nécessairement un écoulement stationnaire sur lequel on impose une perturbation instationnaire ¹.

Les grandeurs qui définissent l'état et le mouvement de l'écoulement instantané, soient les composantes de vitesse, la pression et dans le cas compressible, la température et la masse volumique, notées de façon générique \tilde{q} s'écrivent alors comme la somme d'une grandeur de base, caractérisant l'écoulement de base, notée \bar{Q} , et d'une petite perturbation, notée \hat{q} .

Si l'opérateur \mathcal{E} désigne les équations générales du mouvement alors formellement la solution pour l'écoulement instantané vérifie :

$$\mathcal{E}(\tilde{q}) = \mathcal{E}(\bar{Q} + \hat{q}) = 0$$

L'écoulement de base est solution de : $\mathcal{E}(\bar{Q}) = 0$.

Sous l'hypothèse de perturbations infinitésimales, on linéarise les équations par un développement de Taylor :

$$0 = \mathcal{E}(\bar{Q} + \hat{q}) = \mathcal{E}(\bar{Q}) + \mathcal{L}(\bar{Q}).\hat{q} + \dots$$

On néglige les termes non-linéaires et finalement, les équations aux perturbations sont finalement décrites par l'application linéaire d'un opérateur dépendant de l'écoulement de base :

$$\mathcal{L}(\bar{Q}).\hat{q} = 0$$

Le même processus s'applique aussi pour les conditions aux limites.

Ainsi ces équations linéaires homogènes associées à des conditions aux limites homogènes représentent le problème de stabilité à résoudre. Les simplifications permettant la résolution du problème de stabilité se situent à deux niveaux intimement liés : la modélisation de l'écoulement de base et la modélisation de la perturbation, la première ayant naturellement des conséquences sur la dernière. Nous verrons dans la suite comment nous considérons ces perturbations.

2.2 Tour d'horizon de la théorie de stabilité linéaire en mécanique des fluides

On définit un système d'axe (O, x, y, z) . Nous allons tenter de présenter les différentes théories utilisées en fonction des écoulements étudiés et ainsi dresser un état de l'art sur la stabilité d'écoulement. Nous allons aussi essayer de proposer une nomenclature pour chaque cas qui sera au moins valable pour le reste de ce mémoire. C'est l'objet du tableau 2.2.

¹On peut citer à titre d'exemple la théorie de Floquet sur l'étude de stabilité des ondes de Tollmien-Schlichting (instabilité dite secondaire)

Cas	Écoulement de base	Exemple d'écoulements	Perturbation en mode normal
1	$(\bar{U}(0, y, 0), 0, 0)$	écoulement cisailé discontinu	$q(y)e^{i(\alpha x - \omega t + \beta z)}$
2	$(\bar{U}(0, y, 0), 0, 0)$	écoulement de Poiseuille écoulement de Couette écoulement de Couette-Taylor	$q(y)e^{i(\alpha x - \omega t + \beta z)}$
3	$(\bar{U}(\varepsilon x, y, 0), \varepsilon \bar{V}, 0)$	couche limite en écoulement 2D [1, 90] couche de mélange [8] jet [61, 51]	$q(y)e^{i(\alpha x - \omega t + \beta z)}$ (3a) $q(x, y)e^{i(\int_{x_0}^x \alpha(\phi)d\phi - \omega t + \beta z)}$ (3b)
4	$(0, 0, \bar{W}(x, y, 0))$	écoulement de Poiseuille en section rectangulaire [70]	$q(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)}$
5	$(\bar{U}(x, y, 0), \varepsilon \bar{V}, \bar{W}(x, y, 0))$	écoulement de Hiemenz	$q(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)}$
6	$(\bar{U}(\varepsilon x, y, 0), \varepsilon \bar{V}, \bar{W}(\varepsilon x, y, 0))$	couche limite sur aile en flèche	$q(y)e^{i(\alpha x - \omega t + \beta z)}$ $q(x, y)e^{i(\int_{x_0}^x \alpha(\phi)d\phi - \omega t + \beta z)}$
7	$(\bar{U}(\varepsilon x, y, z), \varepsilon \bar{V}, \bar{W}(\varepsilon x, y, z))$	sillage de microrugosités sur plaque plane [62] décollement de couche limite [21]	$q(y, z)e^{i(\alpha x - \omega t)}$
8	$(\bar{U}(x, y), \bar{V}(x, y), 0)$	écoulement au sein des moteurs à propergol solide [12] cavité de volet hypersustentateur [43] cavité laminaire [6] cavité turbulente (présente étude)	$q(x, y)e^{i(\beta z - \omega t)}$
9	$(\bar{U}(x, y, z), \bar{V}(x, y, z), \bar{W}(x, y, z))$	jet crossflow [4]	$q(x, y, z)e^{-i\omega t}$

Tableau I.2 — *Différents cas de stabilité hydrodynamique (seulement en linéaire et pour l'instabilité primaire)*

Cas 1

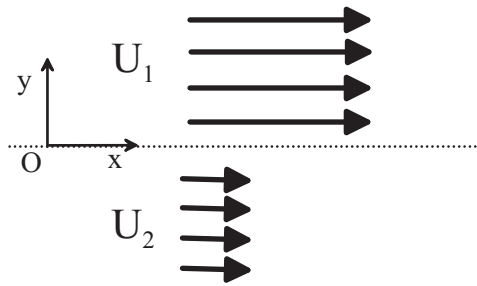


Figure I.10 — Schéma d'un écoulement cisailé discontinu

Ce premier cas a la particularité d'être complètement analytique. Il permet une résolution complète du problème. Ce cas théorique dérive de situations plus réalistes (couche de mélange, cas du jet...) que nous développerons dans les cas suivants. Cette configuration présente un double intérêt. Le premier est que son caractère analytique permet d'exprimer ce problème de stabilité en fonction de toutes les grandeurs caractéristiques du problème. La perturbation s'écrit sous la forme :

$$\hat{q} = q(y) \exp i(\alpha x - \omega t + \beta z) \quad (1-9)$$

On suppose ω complexe et α et β réels. La dépendance en temps fait intervenir un terme en $\exp(\omega_i t)$, alors que la dépendance spatiale est purement sinusoïdale. C'est la théorie temporelle. La résolution de ce problème de stabilité revient à un problème aux valeurs propre : la relation de dispersion permet de relier l'ensemble des grandeurs caractéristique du problème et d'en déduire les valeurs de ω . Cette relation est dans ce cas analytique et permet de voir de manière précise les effets liés à la tension de surface, au différentiel de vitesse ou encore aux conditions aux limites. Dans ce cas, on peut imaginer loin de l'interface diverses conditions aux limites (paroi ou infini) qui influent sur les résultats.

Le second intérêt de ce modèle théorique est l'illustration de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz dont le moteur provient du gradient de vitesse dans un écoulement qui dans ce cas, est représenté à l'extrême (discontinuité de vitesse).

Cas 2

Dans l'approche proposée dans le cadre du cas 2, on considère des écoulements qui sont tels que l'opérateur $\mathcal{L}(\bar{Q})$ ne dépend que d'une variable d'espace y , on parle classiquement de stabilité linéaire 1D. En écoulement incompressible, cela revient à ce que $\mathcal{L}(\bar{Q})$ ne soit fonction que de la vitesse et dans ce cas l'équation de continuité impose des lignes de courant parallèles.

Par exemple, on traite le cas de l'écoulement de Poiseuille laminaire qui est un écoulement visqueux monodimensionnel confiné entre deux parois situées en $y = -1$ et $y = 1$, l'axe Ox étant dirigé le long de la vitesse moyenne. Le champ de vitesse s'écrit :

$$\bar{U} = 1 - y^2 \quad \bar{V} = 0 \quad \bar{W} = 0$$

L'équation $\mathcal{L}(\bar{Q}).\hat{q} = 0$ est à coefficients constants vis-à-vis des variables de temps t et d'espace x donc admet une solution sous la forme d'un mode normal comme décrit dans le tableau. On suppose ω complexe et α et β réels : c'est encore la théorie temporelle qu'on applique dans ce cas.

L'écoulement de base est dit stable si la perturbation s'atténue et instable dans le cas contraire (voir tableau I.3), pour $\omega_i = 0$, on parle de stabilité neutre. L'ensemble des points neutres constitue la courbe neutre. On peut ainsi déterminer les paramètres critiques (par

	théorie spatiale	théorie temporelle
stable	$\alpha_i > 0$	$\omega_i < 0$
instable	$\alpha_i < 0$	$\omega_i > 0$
neutre	$\alpha_i = 0$	$\omega_i = 0$

Tableau I.3 — *Type d'écoulement en fonction de la théorie*

exemple le nombre de Reynolds ou ω) conduisant à un seuil de stabilité au delà duquel il existe une gamme de fréquences conduisant à une amplification des modes propres. Ainsi, une variation de ces paramètres critiques au cours du temps peut conduire à une déstabilisation et une modification de l'écoulement de base via une amplification d'un mode instable.

Dans le cas où on considère un écoulement de base unidirectionnel, par exemple de Poiseuille, et au sein duquel on cherche les perturbations dans le plan (x, y) , l'équation en petite perturbation obtenue s'appelle l'équation de Orr-Sommerfeld [18]. Ces valeurs propres (ω ou α suivant la théorie employée) se déduisent à partir de la relation de dispersion qui contrairement au cas 1 ci-dessus n'est pas explicite.

Pour ce type d'écoulement ayant une seule direction d'inhomogénéité et un champ de vitesse à une composante, on peut nommer la théorie de stabilité mise en jeu, théorie de stabilité linéaire 1D.

Cas 3a

De manière classique, ce type d'écoulement est typique de la stabilité de couche limite 2D. La formulation sous mode normale des perturbations permet de calculer les très célèbres ondes de Tollmien-Schlichting, responsables de la transition laminaire-turbulent.

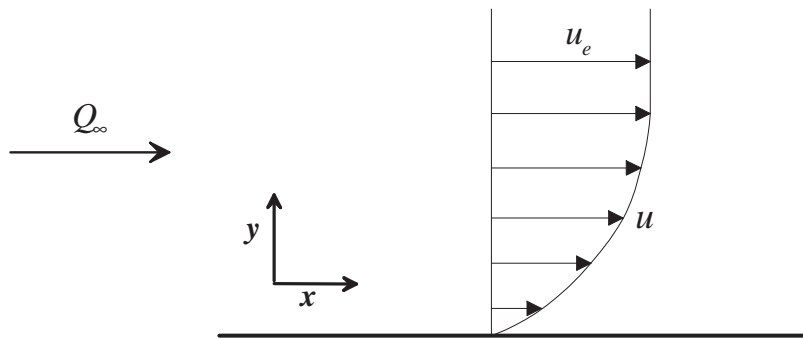
Dans le cas du jet, de la couche de mélange [8] ou de la couche limite 2D, on considère que les variations dans la direction x sont suffisamment faibles pour être négligées. Par conséquent, on peut faire une étude de stabilité à une abscisse x fixée. On dispose alors de deux théories suivant la nature réelle ou complexe des nombres α et ω . Pour ω réel, la dépendance en temps est purement sinusoïdale, la dépendance en x est sinusoïdale modulée par la fonction $\exp(-\alpha_i x)$ où α_i désigne la partie imaginaire de α . On parle alors de théorie spatiale. Le tableau I.3 présente la qualification de l'écoulement en théorie spatiale. Inversement, pour α réel, la dépendance en temps fait intervenir un terme en $\exp(\omega_i t)$, alors que la dépendance spatiale est purement sinusoïdale. Il s'agit dans ce cas de la théorie temporelle, présentée jusqu'à présent.

Il faut bien saisir que dans ces cas présentés, la stabilité de ces écoulements est extrinsèque à l'écoulement au sens où c'est un système constamment "alimenté" (par des fluctuations à l'écoulement incident et des perturbations à la paroi (e.g. microrugosité)). Dans ce cas, l'abscisse x choisie dans le calcul de la stabilité de l'écoulement conditionne et influe sur le résultat. Cela justifie l'existence d'une théorie spatiale. Le cas du jet est un problème complètement non-borné alors que la couche limite 2D est partiellement bornée.

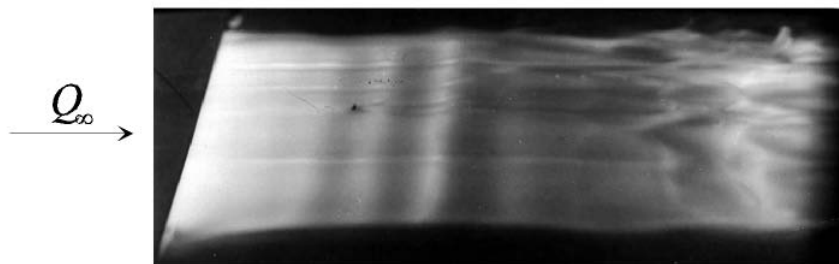
Dans le cas de la couche limite sur plaque plane, on peut prendre la perturbation sous forme de modes non nécessairement normaux : c'est le cas dans la thèse de Vermeersch [90] sur les croissances transitoires.

Cas 3b

Dans le cadre d'écoulement de jet ou encore de couche limite 2D, l'écoulement n'est pas strictement parallèle : on parle d'écoulement faiblement non-parallèle. Les grandeurs qui sont, localement, strictement indépendantes de x (i.e dans le sens du jet pour l'exemple considéré) dans l'approche parallèle (fonction d'amplitude q , nombre complexe α , vitesse moyenne longitudinale \bar{U}) peuvent dépendre de x dans le cas de théorie non-parallèle, mais faiblement. On utilise classiquement pour le cas de la couche limite, le principe des équations de stabilité parabolisées



(a) Profils de vitesse sur plaque plane



(b) Ondes de Tollmien-Schlichting

Figure I.11 — Profil de vitesse au sein d'une couche limite 2D, ondes de Tollmien-Schlichting

(PSE) [1], cette approche est aussi mise en œuvre dans les cas de jets [61]. Le nombre α caractérise complètement la dépendance en x des fluctuations dans la théorie classique, il ne quantifie ici que la partie dominante de la dépendance en x , on écrira :

$$|\alpha|^2 q \gg |\alpha| \frac{\partial q}{\partial x} \gg \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} \quad (1-10)$$

où q représente une fluctuation de vitesse ou de pression. L'idée classique des théories en écoulement faiblement non-parallèle est de conserver les termes $|\alpha|^2 q$ et $|\alpha| \partial q / \partial x$, mais de négliger les dérivées secondes pour ne calculer que les termes dominants des effets non-parallèles. Négliger les termes de second ordre permet par ailleurs de paraboliser (ou presque...) les équations de stabilité. Par ailleurs, le nombre complexe α apparaît toujours comme une inconnue. Les méthodes classiques consistent à obtenir un problème aux valeurs propres, comme en théorie parallèle, où la valeur propre, le nombre α , se déduit d'une relation de dispersion. L'idée fondamentale et originale de Herbert [33] est de calculer indirectement α par un autre type de relation : une condition de normalisation des fonctions d'amplitude des fluctuations qui permet de lever l'ambiguïté de la dépendance en x entre la fonction d'amplitude et le terme exponentiel tout en assurant au mieux la véracité de 1-10. On intègre alors les PSE par une simple marche en x .

Concernant le troisième cas, c'est un prolongement sous hypothèses (parallèle ou faiblement non-parallèle, composante verticale négligeable) de la théorie décrite lors du cas 2. Une bonne dénomination du cas 3a serait théorie de stabilité linéaire locale 1D dans la mesure où l'étude de stabilité se fait sous hypothèse localement à une abscisse donnée et pour le cas 3b théorie de stabilité linéaire 2D locale.

Cas 4

Jusque dans les années 90, seules ces approches locales de la stabilité ont été utilisées. Mais le besoin d'application de la théorie à des cas d'écoulements ne présentant pas ces propriétés de parallélisme ou faiblement non parallèle a conduit au développement d'une approche non locale de la théorie de la stabilité linéaire. Plus qu'une modification de la théorie, il s'agit surtout de rendre possible la résolution du système découlant de l'écoulement choisi sans hypothèse. En effet si l'on considère le cas d'un écoulement ayant deux directions principales d'inhomogénéité, donc non parallèle, les fonctions d'amplitudes cherchées devront elles aussi dépendre des coordonnées associées à ces deux directions. Le système d'équations associé devient donc complexe puisqu'il ne dépend plus d'une seule et unique variable mais de deux. On parle de théorie de stabilité globale ou Bi-globale [85, 86].

La première application est à mettre au crédit de Tatsumi et Yoshimura [83] qui en 1990 ont mis en évidence les modes d'instabilité de l'écoulement de Poiseuille en canal de section rectangulaire. Explicitons un peu cet exemple, on considère un écoulement moyen pour lequel l'opérateur $\mathcal{L}(\bar{Q})$ est fonction de deux variables d'espace x et y . Dans le cas incompressible de l'écoulement de Poiseuille, cela correspond à un champ de vitesse tridimensionnel dans le sens où le champ de vitesse comporte une composante de vitesse selon z qui dépend des autres coordonnées x et y . L'écoulement a deux directions d'inhomogénéité forte (cf figure I.12).

De la même façon, on recherche des perturbations prises sous la forme de mode normal vis-à-vis du temps et de la troisième variable spatiale. On obtient finalement un système aux dérivées partielles sous forme d'un problème aux valeurs propres généralisé :

$$P(\bar{Q}, \alpha, \omega).q(x, y) = 0$$

avec P un opérateur aux dérivées partielles en x et y . D'un point de vue conditions aux limites, le problème ainsi décrit est complètement borné et ne pose donc aucun problème lié au choix des conditions aux limites.

L'écoulement a une composante de vitesse mais deux directions d'inhomogénéité. On peut parler alors de théorie de stabilité linéaire 2D.

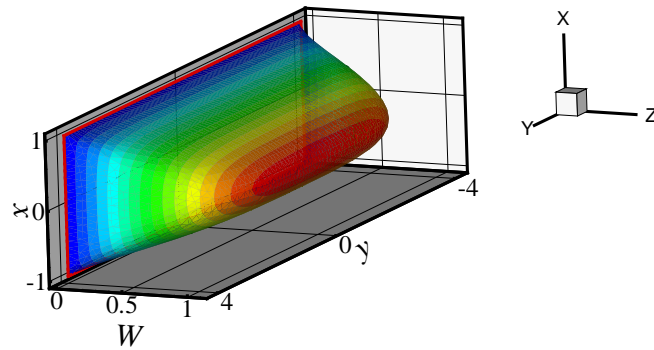


Figure I.12 — *Champ de vitesse d'un écoulement de Poiseuille dans une conduite rectangulaire, d'après Robitaille [70]*

Cas 5

Le cas 5 est le cas de l'écoulement de Hiemenz. On considère une aile supposée d'envergure infinie, placée en flèche dans un écoulement dont la vitesse à l'infini amont est Q_∞ . La topologie des lignes de courant de l'écoulement fluide parfait, dit extérieur, autour de l'aile permet de définir la notion de ligne de partage. Cette ligne est la ligne de courant de courbure minimale, située à proximité du bord d'attaque, et qui correspond à la séparation des écoulements extrados et intrados. Classiquement, l'écoulement de Hiemenz désigne l'écoulement de point d'arrêt 2D. L'écoulement de Hiemenz en flèche correspond à cette écoulement auquel on a ajouté une composante de vitesse transversale. Cet écoulement est obtenu par une solution de similitude des équations de couche limite qui correspond dans ce cas précis à une solution exacte des équations de Navier-Stokes. La figure I.13 donne une représentation schématique de l'aile avec son repère local, des lignes de courant de l'écoulement extérieur et d'un profil de vitesse transversal de couche limite. L'écoulement de base est considéré comme invariant dans la direction de z en moyenne. Ainsi, nous sommes capable de calculer la stabilité d'un écoulement ayant deux directions d'inhomogénéité et deux composantes au niveau de la vitesse. Cette exemple présente l'intérêt rare d'avoir des solutions exactes pour l'écoulement de base ce qui permet de valider des codes de stabilité. Ce problème de stabilité est partiellement borné, il contient une condition aux limites de type paroi mais le reste du problème est ouvert ce qui est plutôt complexe à gérer.

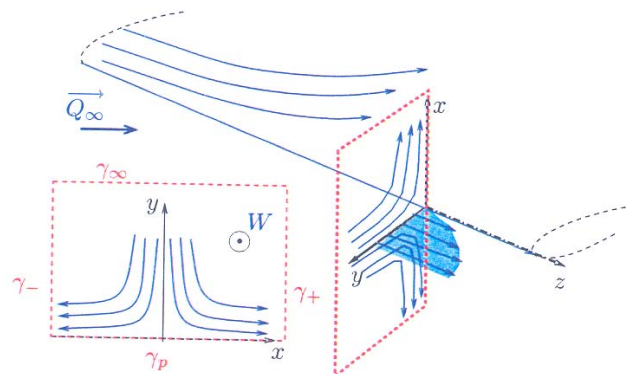


Figure I.13 — *Représentation de l'écoulement de ligne de partage (écoulement de Hiemenz), d'après Robitaille [70]*

On peut parler de théorie de stabilité linéaire 2.5D dans la mesure où l'écoulement de base est tridimensionnel avec une condition d'invariance dans une des directions.

Cas 6

L'écoulement de base du cas 5 est issu d'une solution de similitude exacte ; l'étude de stabilité de l'écoulement de Hiemenz se porte sur le point d'arrêt 2D avec un écoulement transverse. Le cas 6 se place dans le cas d'une aile en flèche après le point d'arrêt : un écoulement transverse à la ligne de courant extérieure est aussi engendré. La figure I.14 présente le type d'écoulement de base étudié. Des ondes pour lesquelles le vecteur d'onde est quasiment perpendiculaire à la ligne de courant extérieure. Ces ondes, appelées ondes transversales ou "crossflow" en anglais n'apparaissent que sur des écoulement tri-dimensionnels tel que celui de la figure I.14. Elles sont générées par une instabilité inflexionnelle du profil de vitesse transversal \bar{W} , qui est observée de manière prépondérante dans les régions où le gradient de pression est négatif. Leur longueur d'onde est de l'ordre de trois à quatre épaisseurs de couche limite. Elles ont la particularité d'être observées sous la forme d'ondes progressives ou stationnaires ($\omega = 0$). Dans ce cas bien précis, on comprend tout particulièrement l'intérêt de la théorie de stabilité spatiale dans la mesure où les instabilités observées peuvent être stationnaires mais leur développement est spatial. L'approche PSE peut aussi dans ce cas s'appliquer au cas de la couche limite sur une aile en flèche.

On peut considérer que c'est une étude de stabilité 1D locale sur un écoulement de base tri-dimensionnel moyennant les approximations d'écoulement quasi-parallèle.

Cas 7

En ce qui concerne le cas 7, dans le cadre de sa thèse, Piot [59] a appliqué la théorie de la stabilité sur des écoulements de couche limite en aval de micro-rugosités sur des plaques planes comme le présente la figure I.15. Dans ce cas précis, on peut toujours appliquer l'hypothèse des écoulements quasi-parallèles dans la direction de l'écoulement x (ce que l'on fait classiquement dans le cas de la stabilité de couche limite) mais dans le sens de l'envergure z , on ne peut plus considérer que l'écoulement est homogène (voir figure I.16). Par conséquent, il est indispensable d'utiliser une formulation globale. Ainsi, la théorie de stabilité a été appliquée dans plusieurs plans (y, z) pour différentes abscisses x .

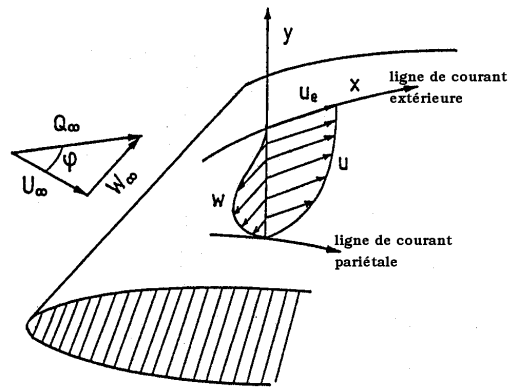
On peut considérer que c'est une étude de stabilité dans un plan, pour une abscisse donnée, on peut parler de théorie de stabilité linéaire 2D locale à une abscisse.

Cas 8

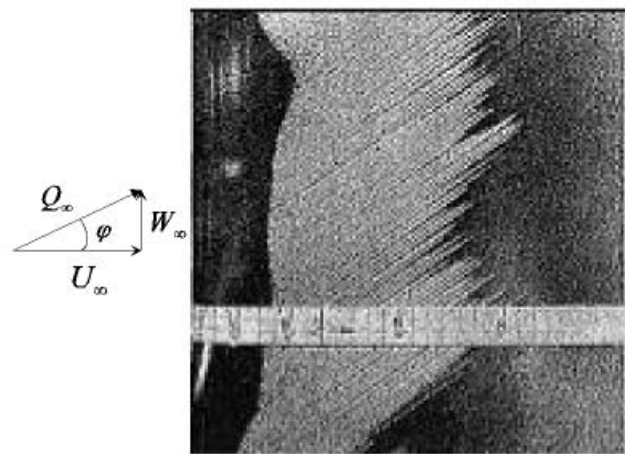
Chedevergne [12] a étudié les écoulements au sein des moteurs à propergol solide. Dans ce cas, l'écoulement moyen interne aux moteurs à propergol solide résulte d'une injection radiale de gaz à partir de la surface du propergol et accéléré le long de la chambre de combustion. On imagine qu'il ne peut s'agir d'un écoulement possédant les propriétés de parallélisme requis pour l'application locale de la stabilité locale (cas 2 et 3). La figure I.17 présente les ligne de courant d'un tel écoulement. En revanche, la symétrie cylindrique des moteurs suggère l'indépendance de cet écoulement vis-à-vis de la variable azimutale. En conséquence, l'écoulement interne de ces moteurs peut être considéré comme uniquement dépendant des deux variables longitudinale et radiale. La théorie de la stabilité linéaire appliquée à cet écoulement doit être utilisée dans son approche non locale.

L'outil de stabilité globale appliqué à l'écoulement moyen des moteurs à propergol solide fournit un ensemble de perturbations susceptibles d'apparaître au sein de cet écoulement. On obtient les instabilités intrinsèques à l'écoulement. Le champ de vitesse a deux composantes et deux directions d'inhomogénéité. On parle alors de stabilité 2D globale. Le problème de stabilité dans ce cas est borné : en $(x = 0, \forall r)$ et $(r = 0, \forall x)$, on a des parois.

Cet outil de stabilité globale semble complètement indiqué à la topologie de l'écoulement de cavité. En effet, dans le cas de cavité rectangulaire classique, on considère l'écoulement moyen est bidimensionnel avec deux directions d'inhomogénéité x et y et deux composantes de



(a) Profils de vitesse sur une aile en flèche



(b) Crossflow d'après Arnal [16]

Figure I.14 — Profil de vitesse de couche limite sur une aile en flèche, Crossflow

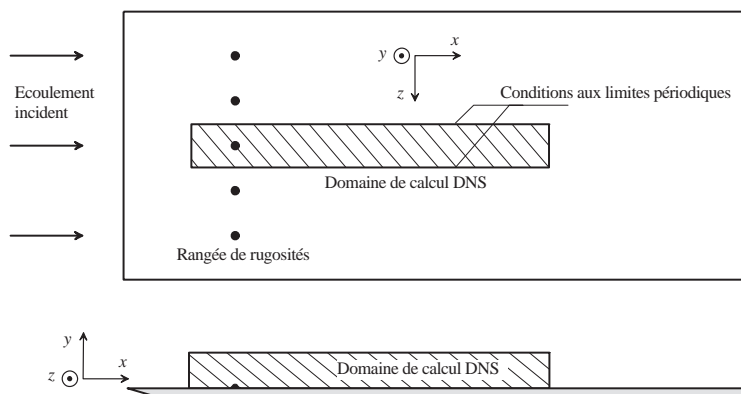


Figure I.15 — Schéma de la configuration calculée dans la simulation numérique directe (DNS) de microrugosités sur plaque plane d'après Piot [59]

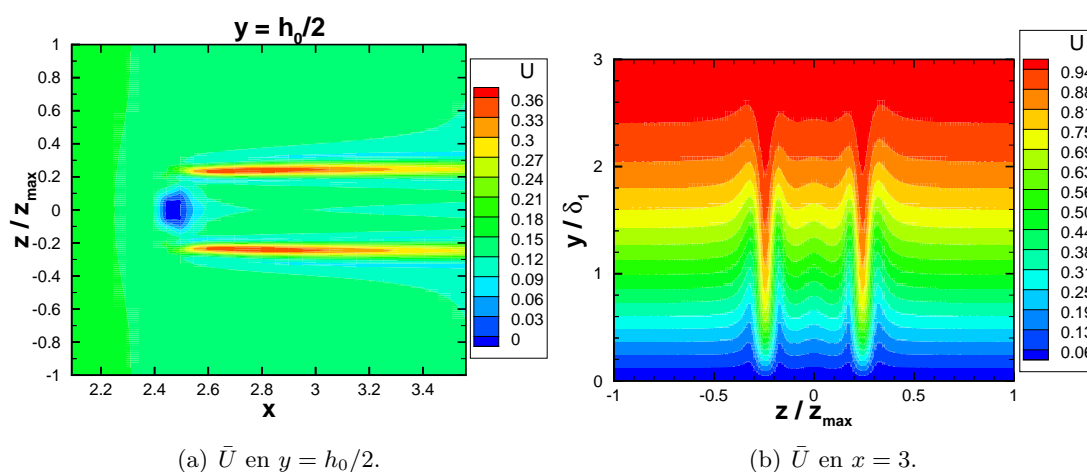


Figure I.16 — Composante longitudinale de la vitesse de l'écoulement de base d'après Piot [59]

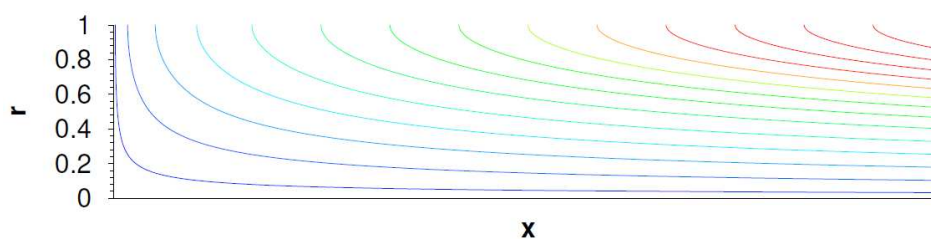


Figure I.17 — Ligne de courant de l'écoulement de Taylor-Culick (typique d'écoulement de booster), d'après Chedevergne [12]

vitesse \bar{U} et \bar{V} . Dans le sens de l'envergure, l'écoulement est considéré comme nul en moyenne. L'outil de stabilité globale appliqué à l'écoulement moyen d'une cavité va fournir un ensemble de perturbations intrinsèques susceptibles d'apparaître au sein de cet écoulement.

Cas 9

Bagheri [4] a récemment calculé les modes globaux d'un jet débouchant. Le jet a un champ de vitesse tridimensionnel et trois directions d'inhomogénéité. La perturbation est prise sous forme d'un mode normal $q(x, y, z)e^{-i\omega t}$: on peut parler de théorie de stabilité linéaire 3D globale étant donné qu'on a une description des modes impliqués sans approximation ni hypothèse d'invariance (en ce qui concerne les variables d'espace).

Cas	Proposition de nomenclature
Cas 1 et 2	Théorie de stabilité linéaire 1D
Cas 3a et 6	Théorie de stabilité linéaire 1D locale
Cas 4	Théorie de stabilité linéaire 2D
Cas 5	Théorie de stabilité linéaire 2.5D
Cas 3b et 7	Théorie de stabilité linéaire 2D locale
Cas 8	Théorie de stabilité linéaire 2D globale
Cas 9	Théorie de stabilité linéaire 3D globale

Tableau I.4 — Proposition de classification des différentes théories de stabilité

Le tableau I.4 propose une nomenclature de la théorie utilisée en fonction de l'écoulement de base. Ce tableau montre l'étendu des théories et formulations employées pour l'étude de la stabilité d'écoulement. Cette nomenclature proposée décrit le contexte théorique de notre étude : c'est une description du paysage de la théorie de stabilité linéaire d'écoulement.

2.3 Stabilité d'écoulement de cavité

Concernant la cavité, plusieurs études [76, 10] de couche de mélange dans une cavité ont permis de tirer des conclusions sur ce phénomène. La plupart des études sont des études de stabilité pour des écoulements considérés localement parallèles cas 3a dans la classification précédente. Par ailleurs, la viscosité intervient très peu dans la dynamique d'instabilité de la cavité. Ainsi, la théorie de stabilité linéaire 1D locale selon Rowley [76, 75] donne une bonne prévision de la forme des perturbations aux fréquences de résonance des modes de Rossiter tout comme la vitesse de convection de ces perturbations. La figure I.18 d'après [76] présente une comparaison entre les fluctuations de vitesse normale suivant différentes méthodes (DNS, Stabilité sur la DNS, et Stabilité sur des profils en tangente hyperbolique). Ce cas est à très bas nombre de Reynolds et à nombre de Mach modéré.

Plus récemment, des études linéaires classiques sur des écoulements turbulents (la théorie de stabilité linéaire 1D) issus d'expérience ont été publiées [93]. D'autre part, la stabilité linéaire classique a permis de mettre en place des procédures de contrôle de bruit [56] de cavité.

Il existe peu de résultats concernant la stabilité linéaire 2D globale de la cavité avec écoulement affleurant. De très récentes publications [10, 9, 6, 5] permettent d'avoir une idée sur les résultats auxquels on peut s'attendre. Néanmoins, ces publications ont été faites sur des cas de DNS, donc à relativement bas nombre de Reynolds, nous sommes donc loin des applications industrielles attendues pour le problème de rayonnement aéroacoustique de cavité.

Brès [10] a calculé la stabilité globale à partir des équations compressibles visqueuses pour de faibles nombres de Reynolds. Dans sa configuration, il a montré que le rapport $\lambda/D = 1$ avec λ , la longueur d'onde, est plutôt intéressant car les instabilités de cette longueur d'onde grandissent exponentiellement alors que les autres instabilités sont amorties. Brès propose une étude paramétrique en ratio L/D , en nombre de Mach et en nombre de Reynolds. L'épaisseur

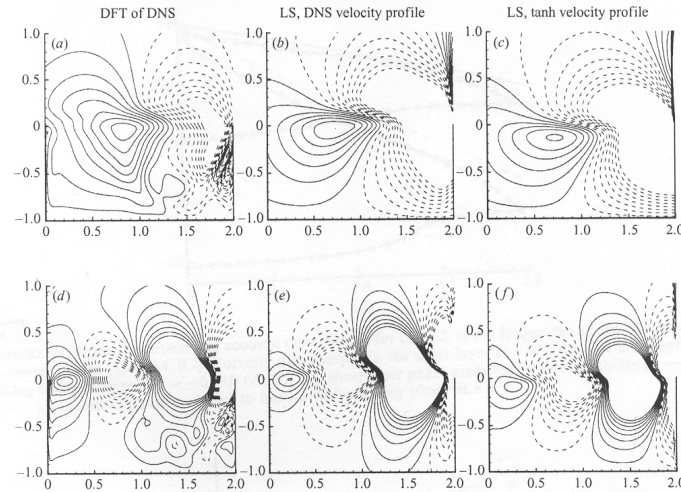


Figure I.18 — Comparaison de la fluctuation de vitesse normale dans la couche de mélange pour une cavité de rapport d'aspect $L/D = 2$. $M = 0.6$ et $Re_\theta = 56$ d'après [76]

de quantité de mouvement de la couche limite initiale ainsi que le rapport d'aspect ne semblent pas jouer de rôle important sur le nombre de Strouhal ($St = \omega_r D / 2\pi U_\infty$) du mode dominant $\omega = \omega_r + i\omega_i$ contrairement au cas 1D. Le nombre de Strouhal issu du calcul de stabilité est un ordre de grandeur plus bas que le nombre de Strouhal du mode de Rossiter.

En ce qui concerne les instabilités globales, les fréquences de résonance sont beaucoup plus basses que dans le cas 1D. Le nombre de Mach et le nombre de Reynolds basé sur D semblent avoir une influence non négligeable sur l'évolution des instabilités (changement de comportement). Selon Brès [9], les instabilités observées seraient des instabilités centrifuges qui se traduisent par l'apparition de paires de tourbillons contrarotatifs. Il se base le scalaire η ainsi défini :

$$\eta(x, y) = - \frac{\partial \|\underline{r}(x, y) \times \bar{\underline{U}}(x, y)\|^2}{\partial r}$$

où $\underline{r}(x, y) = (x - x_c, y - y_c)$, avec (x_c, y_c) le centre de la cavité, et $r = \|\underline{r}(x, y)\|$ distance au centre, et $\bar{\underline{U}}(x, y) = (\bar{U}, \bar{V})$ le champ de vitesse moyen. Il considère que l'écoulement est instable si $\eta > 0$, c'est le critère de Rayleigh.

Il convient de noter un certain nombre d'études de stabilité globale connexes comme la cavité entraînée [35] qui permet justement la compréhension des phénomènes d'instabilités centrifuges mis en exergue par Brès. D'autre part, d'autres études concernent la réduction de modèle [5, 6] dans des configurations d'écoulement de cavité en régime laminaire. Une décomposition POD permet d'isoler et de comprendre l'influence de certains paramètres sur la stabilité d'écoulement laminaire de cavité. Cette réduction de modèle est réalisée dans l'optique de contrôler les écoulements de cavité. Enfin, il est à mentionner les études largement plus applicatives telles les instabilités d'écoulement de bec hypersustentateur réalisées dans le cadre de la thèse de Florian Longueueu [43].

2.4 Méthodes pour l'aéroacoustique et stabilité

Les deux sections précédentes présentent la physique des écoulements de cavité et quelques principes sur la théorie de la stabilité. Nous allons maintenant présenter quelques méthodes de calcul aéroacoustique numérique, particulièrement la stabilité comme moyen de prévision du bruit dans le cas du bruit de jet. Finalement, cela permettra l'introduction de la problématique de cette étude.

Méthodes pour l'aéroacoustique numérique

L'approche classique pour calculer des rayonnements acoustiques consiste à utiliser l'analogie de Lighthill ou encore les méthodes de type FWH ou Kirchhoff qui permet de calculer le bruit engendré par un écoulement instationnaire dans un milieu propagatif au repos ou non. L'analogie suppose alors que ce problème est équivalent à celui composé d'une source acoustique qui rayonne des ondes acoustiques dans un milieu considéré comme entièrement au repos. On peut en effet considérer que l'écoulement instationnaire est quasi-incompressible, ce qui signifie que les fluctuations de pression qui ont lieu dans la région proche de l'écoulement sont dominées par des effets inertiels plutôt que de compressibilité. Cette pression est alors appelée la pression hydrodynamique, elle ne se propage pas dans le milieu, et constitue le pseudo-son. Loin de l'écoulement on parle de pression acoustique. On suppose alors que l'on peut séparer les vraies fluctuations de pression en deux termes comme proposé dans [72] :

$$p' = p'_0 + p'_1$$

où p'_0 est le pseudo-son et p'_1 la pression acoustique. Cette dernière est à l'origine du bruit. Elle se propage dans tout le milieu sous la forme d'une onde acoustique forcée par le pseudo-son :

$$\Delta p'_1 - \frac{1}{c_0^2} \partial_{tt} p'_1 = \frac{1}{c_0^2} \partial_{tt} p'_0$$

en notant c_0 la vitesse du son dans le milieu considéré. Cette équation n'est que l'application de l'analogie de Lighthill avec $\frac{1}{c_0^2} \partial_{tt} p'_0$ le terme source. En somme, selon Lighthill, un écoulement instationnaire est source de son. Dans le cas d'un jet, le modèle couramment utilisé pour appliquer cette analogie est de considérer que le jet est un quadripole. Le bruit rayonné est alors un monôme de la vitesse du jet (à la puissance 8). Ce résultat classique est une approximation grossière qui est souvent utilisée comme illustration pour des cours d'aéroacoustique. Dans la réalité, cette approximation est très restrictive et ne décrit pas tous les phénomènes, il n'y a pas par exemple, prise en compte des effets liés à l'écoulement porteur.

Une autre possibilité pour déterminer le bruit rayonné d'un écoulement est alors de calculer l'écoulement instationnaire qui produit le son en même temps que le champ acoustique résultant, en utilisant les équations de la mécanique des fluides et en tenant compte des effets de compressibilité. Le bruit aérodynamique est un problème complexe associant des mécanismes qui, bien que relevant tous de la mécanique des fluides, comportent une grande diversité d'échelles spatiales et temporelles, notamment entre les zones sources (structures turbulentes de faible corrélation spatio-temporelle) et la région de propagation acoustique (ondes de grande corrélation spatio-temporelle).

On peut calculer directement tout le champ aérodynamique ainsi que le champ acoustique par des méthodes dites de Direct Noise Computation (DNC) [28]. Ce sont des simulations aux grandes échelles des équations de Navier-Stokes avec des schémas d'ordre élevé qui permettent le calcul du champ aérodynamique et du champ acoustique. Cette méthode nécessite d'énormes moyens de calcul étant donné le raffinement nécessaire du maillage afin d'obtenir un champ acoustique satisfaisant et suffisamment lointain.

Une autre famille de méthode repose sur le calcul du champ aérodynamique complet dans un domaine restreint par des simulations classiques (LES, RANS) et de les coupler avec des méthodes de propagation pour en déduire le champ acoustique lointain. La génération du bruit peut être (partiellement) simulée par une méthode de CFD (Computational Fluid Dynamics) instationnaire, tandis que la propagation, elle, ne peut l'être que par une méthode CAA (Computational AeroAcoustics). Le possible chaînage de ces méthodes mène à l'approche hybride telle que celle utilisée à l'ONERA, notamment dans le cadre de la prévision du bruit de profil [68]. Un tel chaînage CFD/CAA peut être vu comme un « couplage faible », c'est-à-dire un couplage univoque CFD/CAA n'autorisant pas la rétroaction de l'acoustique sur l'aérodynamique.

En outre, il implique de pouvoir transmettre les événements acoustiques depuis la CFD vers la CAA qui, ensuite, les fera se propager. Voici quelques méthodes présentées :

- Méthodes intégrales : Kirchhoff [53, 84] et FW-H [84]. Le principe de ces méthodes s'appuie sur les formulations de Lighthill. La simulation numérique (RANS, LES) fournit l'ensemble des sources acoustiques et une intégration sur une surface ou un volume de contrôle permet de propager l'acoustique et ainsi d'obtenir un champ lointain avec ou sans écoulement porteur. Nous décrirons et utiliserons en détail ces techniques dans le dernier chapitre de ce mémoire.
- Méthodes type BEM (méthodes d'éléments de frontière). C'est une technique de résolution du problème de diffraction par une surface, du champ acoustique émis par une distribution de sources acoustiques (obtenues à partir d'un calcul RANS ou LES). En se plaçant dans le domaine de l'acoustique linéaire, dans un fluide non visqueux et en l'absence d'écoulement, il s'agit de résoudre l'équation de Helmholtz sur le champ total. Cette méthode permet de prendre en compte les effets liés à des surfaces solides mais ne tient pas compte des effets liés à un écoulement porteur non nul.
- Méthode d'Euler linéarisée [68, 84]. Sur le même principe, on calcule le champ aérodynamique et acoustique dans un domaine restreint et on propage dans un grand domaine, les fluctuations de pression et de vitesses obtenues dans une zone de recouvrement au moyen des équations d'Euler linéarisées (LEE). Cela permet de tenir compte de l'écoulement porteur complexe et ainsi de tenir compte de tous les effets de diffraction liés à un écoulement porteur non uniforme.

Les deux premières méthodes sont particulièrement utilisées pour des calculs de type industriels et de nombreux logiciels commerciaux (Sysnoise, par exemple) existent.

La stabilité comme méthode de calcul aéroacoustique : cas du jet

Le bruit rayonné par un jet supersonique [81] comprend trois composantes :

- le bruit de mélange turbulent ;
- le bruit large bande associé à un choc ou à une succession de chocs ;
- le "screech tone".

Le bruit de mélange turbulent est prédominant à l'aval du jet, le bruit de large bande associé à un choc est le plus intense à l'amont du jet, et pour des jets circulaires les screech tones rayonnent essentiellement vers l'amont. Les deux dernières composantes ne sont présentes que lorsque le jet n'est pas parfaitement adapté. En effet, il se forme alors dans le faisceau du jet des cellules de choc quasi-périodiques, et ces cellules sont piégées à l'intérieur du jet par la couche de mélange entourant ce dernier. Le bruit large bande est généré par la faible interaction entre ces cellules et les structures turbulentes du jet se propageant vers l'aval. Les screech tones correspondent eux à l'émergence dans le spectre mesuré à l'amont du jet de fréquences fondamentales discrètes. L'origine de ce phénomène n'est pas encore clairement connue. Le bruit de mélange turbulent comprend lui-même deux composantes : le bruit généré par les grosses structures turbulentes et celui généré par la turbulence de petite échelle. Ce dernier n'a pas encore d'explication bien claire. Il ne constitue néanmoins que le bruit de fond d'un jet, la partie dominante du bruit étant créée par les grosses structures turbulentes. Ces dernières sont considérées par de nombreux auteurs, et particulièrement par C.K.W Tam, comme équivalentes à des ondes d'instabilités se propageant dans le jet. Elles rayonnent du bruit lorsqu'elles se propagent vers l'aval du jet à des vitesses supersoniques par rapport à la vitesse du son ambiante (c'est à dire de celle du fluide extérieur au jet) ; elles génèrent alors à l'extérieur du jet des ondes de Mach, analogues à celles générées par un écoulement supersonique le long d'un mur ondulé. Pour la plupart des jets, les ondes d'instabilité que l'on y observe sont des ondes de Kelvin-Helmholtz. Pour les jets supersoniques très rapides, deux autres types d'ondes apparaissent, des ondes dites subsoniques et supersoniques (en référence à leur vitesse de phase par rapport à la

vitesse du son dans l'écoulement ambiant), qui ont des caractéristiques très différentes de celles de Kelvin-Helmholtz, et qui ont été étudiées dans la thèse de C. Millet [51]. Elles sont générées par la présence d'un système d'ondes de Mach à l'intérieur du jet, dont l'existence provient du fait que la vitesse $u_j - c$ est supérieure à la vitesse du son dans le jet, en notant u_j la vitesse du jet et c la vitesse de phase de l'onde. Cette vitesse $u_j - c$ représente donc la vitesse du jet dans le référentiel se déplaçant à la vitesse de phase de l'onde d'instabilité.

Le bruit rayonné par un jet subsonique provient de phénomènes complexes, très différents de ceux en jeu dans les jets supersoniques, et qui sont moins bien compris. De manière surprenante, les caractéristiques spectrales et la directivité du son sont bien plus faciles à prédire dans le cas supersonique que dans le cas subsonique. Nous avons vu précédemment que les grosses structures de la turbulence étaient le générateur principal de bruit dans les jets supersoniques. Dans les jets subsoniques, celles-ci ne sont pas efficaces, la partie principale du bruit étant produite au contraire par la turbulence de petite échelle. Plus précisément, on peut mettre en évidence la production de son due à trois types d'interactions [30] :

- ondes linéaires d'instabilité - turbulence de petite échelle
- turbulence de petite échelle - turbulence de petite échelle
- ondes linéaires d'instabilité - ondes linéaires d'instabilité

Tam et Morris [82] se sont intéressés au troisième mécanisme. Ils ont notamment montré que l'interaction entre des ondes d'instabilité d'amplitude constante se déplaçant à une vitesse subsonique ne produit aucun son rayonné. Mais si l'on tient compte du phénomène de croissance puis décroissance spatiale de l'amplitude de ces ondes, leur interaction peut produire des ondes se déplaçant à des vitesses supersoniques, et qui alors rayonnent du son. Ce phénomène est d'autant plus important que le jet subsonique est chaud.

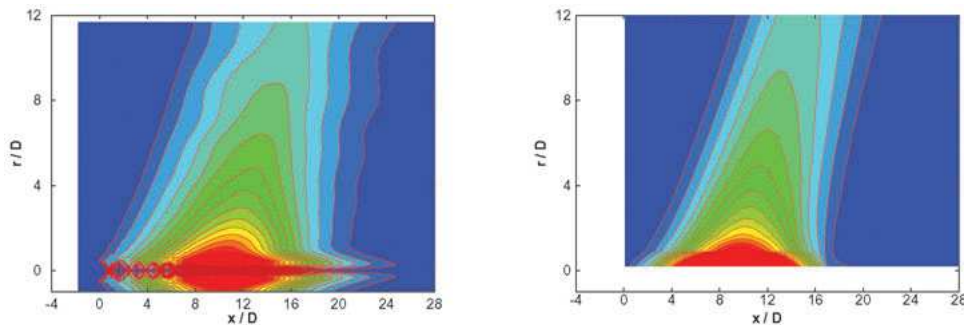


Figure I.19 — *Comparaison entre la méthode Euler linéarisée (calcul effectué à l'ECL, à gauche) et la stabilité (PSE, à droite) d'un jet chaud supersonique pour un nombre de Strouhal $St=0.3$ et $m=1$: évolution spatiale de la pression acoustique, d'après Piot [61]*

D'autres études ont montré l'intérêt d'utiliser la stabilité comme moyen de calcul de champ acoustique proche et lointain de manière précise [51, 61]. La figure I.19 présente la comparaison entre deux méthodes de calcul aéroacoustique avec notamment le calcul de stabilité comme un moyen de calcul de ce champ aéroacoustique.

L'objectif général de la thèse s'inscrit directement dans cette méthodologie. En s'appuyant sur le lien qui existe entre l'acoustique et la stabilité dans le cadre du jet, cette étude consiste à explorer une méthodologie similaire pour les écoulements de cavité. Dans le cadre du jet, classiquement, on récupère numériquement ou encore via des expériences un champ de vitesse moyenne du jet et le calcul de stabilité permet d'en déduire un champ acoustique proche. Étant donné l'importance de la dynamique de la couche de mélange dans les écoulements de cavité, une étude reprenant les principes de l'acoustique du jet semble judicieuse. Par conséquent, à partir de simulations numériques, on crée un champ de vitesse moyenne d'un écoulement sur une cavité turbulente. Une étude de stabilité de cet écoulement est ensuite réalisée dans le but de trouver une nouvelle modélisation du bruit d'un écoulement de cavité turbulente. Cela constitue toute

l'originalité de l'étude.

Ce chapitre consacré à la revue bibliographique des sujets traités a permis de poser les bases pour la suite de l'étude. Nous avons d'un côté un aperçu des phénomènes impliqués dans la dynamique de la cavité et de l'autre un outil d'analyse d'écoulement à savoir la théorie de stabilité linéaire qui a fait ses preuves pour l'analyse de divers applications complexes [12, 60, 70, 51]. La dernière partie de ce chapitre était destinée à une revue des moyens numériques de prévision du bruit et une introduction rapide de l'intérêt de la théorie de la stabilité pour la prévision du bruit dans le cadre du bruit de jet.

À l'instar du cas du jet, la dynamique de la couche de mélange pour le cas de la cavité est primordiale dans la génération du bruit ; une étude de stabilité semble intéressante pour affiner la compréhension des mécanismes de la génération du bruit et le calcul champ acoustique lointain. Par ailleurs, la complexité des écoulements de cavité nécessite l'utilisation d'un outil précis pour l'étude de stabilité : la topologie de l'écoulement impose d'utiliser la théorie de stabilité linéaire 2D globale.

S'il existe un certain nombre d'études sur des écoulements de cavité à bas nombre de Reynolds [76, 10], l'étude d'écoulement de cavité de rapport d'aspect proche de $L/D = 1$ soumis à des vitesses incidentes faibles ($M < 0.4$) pour des nombres de Reynolds réalistes ($Re_D > 10^4$) constitue l'originalité de la présente étude.

Première partie

Stabilité globale d'écoulement
au-dessus d'une cavité à haut
nombre de Reynolds

Cette partie présente la mise en place du calcul de stabilité. Dans un premier temps nous présentons les méthodes numériques qui permettent d'obtenir un écoulement de base, donnée d'entrée du calcul de stabilité. Nous détaillons ensuite la modélisation ainsi que la procédure numérique pour le calcul de stabilité de l'écoulement. Des exemples seront donnés sur le cas de vitesse $U_\infty = 70$ m/s.

Chapitre

II

Écoulement de base

Aperçu

II.1	Mise en place des simulations numériques	38
1.1	Configurations physiques	38
1.2	Simulation aux grandes échelles	38
II.2	Choix de l'écoulement de base pour la stabilité	43
2.1	Écoulement moyen	43
2.2	Écoulement de base	44

Ce chapitre donne une introduction des différents outils de simulations aux grandes échelles. Il ne constitue pas une nouvelle synthèse sur les différents modèles LES mais permet de clarifier les méthodes numériques employées ainsi que les conditions de calcul utilisées. On justifiera les différents choix à partir de travaux antérieurs [28, 40, 41, 53]. Une présentation rapide du code Flu3M et des modèles mis en jeu est disponible dans ce chapitre. Par ailleurs, nous présentons l'écoulement de base, donnée d'entrée du calcul de stabilité issu des simulations numériques.

II.1 Mise en place des simulations numériques

1.1 Configurations physiques

Nous traitons des cavités rectangulaires de longueur $L = 0.1$ m et de profondeur $D = 0.1$ m avec des rapports d'aspect $L/D = 1$. L'adimensionnement de la cavité se fait à partir de la profondeur D . Concernant l'envergure W de la cavité, nous choisissons $W = 2.5D$, la cavité est donc bidimensionnelle eu égard à la terminologie donnée au chapitre précédent. En terme d'écoulement moyen, la composante dans le sens de l'envergure pourra être considérée comme nulle en moyenne temporelle. L'écoulement incident est perpendiculaire à la direction de l'envergure de la cavité. Le nombre de Mach incident est typique d'une phase d'"approche". La couche limite incidente est (dans l'expérience [45]), turbulente, d'épaisseur $\delta \simeq 15$ mm à 0.2 m en amont de la cavité : nous verrons dans la suite comment nous implémenterons ce genre de condition d'entrée du calcul.

Le tableau II.1 répertorie les différents cas traités dans le cadre de cette étude. Chaque cas permet d'une part d'obtenir un champ moyen comme écoulement de base pour l'étude de stabilité mais permet aussi d'obtenir un champ instationnaire pour la comparaison avec les résultats de stabilité.

Rapport d'aspect L/D	0.7	1
$U_\infty = 50$ m/s, $M = 0.143$	X	X
$U_\infty = 70$ m/s, $M = 0.2$		X
$U_\infty = 90$ m/s, $M = 0.26$		X
$U_\infty = 110$ m/s, $M = 0.31$		X
$U_\infty = 120$ m/s, $M = 0.34$		X

Tableau II.1 — *Simulations aux grandes échelles effectuées dans le cadre de la thèse*

Le cas de référence pour notre étude est le cas $L/D = 1$ et $U_\infty = 70$ m/s, encadré dans le tableau II.1.

1.2 Simulation aux grandes échelles

Du fait du couplage aéroacoustique fort des écoulements de cavité, le fluide étudié est assimilé à un fluide newtonien compressible non-pesant vérifiant l'hypothèse de Stokes ainsi que les lois de gaz parfaits et de conduction thermique de Fourier. Les équations régissant la dynamique et la thermodynamique d'un tel fluide s'écrivent alors sous forme conservative de la façon suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) & = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) & = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}[(\rho E + p)u_i] & = \frac{\partial}{\partial x_j}(\tau_{ij}u_i) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \end{cases} \quad (2-1)$$

où

$$\tau_{ij} = \mu(T) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$$

La viscosité dynamique du fluide $\mu(t)$ est reliée empiriquement à la température par l'intermédiaire de la loi de Sutherland qui s'écrit :

$$\mu(T) = \mu_{ref} \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{3/2} \frac{T + 110.4}{T_0 + 110.4}$$

où $T_{ref} = 273.16$ K et $\mu_{ref} = 1.711 \cdot 10^{-5}$ kg/m/s représentent les température et viscosité dynamique de référence pour l'air. On prend $T_0 = 265.95$ K.

L'équation de conservation de l'énergie peut prendre de multiples formes. Une des plus répandue dans le cadre de calculs numériques d'écoulements compressibles est la forme faisant intervenir l'énergie totale ρE donnée par :

$$\rho E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_i u_i$$

Le vecteur flux de chaleur est donné par :

$$q_i = -\kappa(T) \frac{\partial T}{\partial x_i}$$

avec κ la conductivité thermique du fluide.

En introduisant le nombre de Prandtl Pr :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{\kappa}$$

et en supposant celui-ci constant pour l'écoulement considéré, κ est donné par :

$$\kappa(T) = \frac{\mu(T) C_p}{Pr} \quad Pr = 0.72$$

avec C_p la chaleur massique du fluide.

Enfin, la loi d'état des gaz parfaits permet de fermer le système d'équations par la relation :

$$\frac{p}{\rho} = rT$$

avec $r = 287.1$ J/kg/K.

Principes

Les écoulements turbulents sont caractérisés par une gamme continue de structures tourbillonnaires de plus en plus petites jusqu'à l'ultime échelle dite de Kolmogorov imposée par la viscosité du fluide. Idéalement il faut simuler l'intégralité de ces degrés de libertés, ce qui implique de s'assurer que la simulation numérique est à même de représenter correctement l'ensemble des échelles de l'écoulement. Cette approche est connue sous le nom de simulation numérique directe. Cependant, pour peu que le nombre de Reynolds de l'écoulement dépasse quelques milliers, les exigences en terme de puissance informatique requise deviennent prohibitives car la plage de fréquences à représenter augmente avec le nombre de Reynolds. En effet, à partir de considérations dimensionnelles appliquées à un écoulement homogène turbulent isotrope en équilibre, il est possible de montrer que le rapport entre la dimension caractéristique des plus grosses structures de l'écoulement (échelle intégrale L_0) et l'échelle des plus petites structures existantes (échelle dissipative de Kolmogorov η) se comporte comme $L_0/\eta \simeq Re_{L_0}^{3/4}$. En prenant en compte la tridimensionnalité intrinsèque de la turbulence et les contraintes de l'intégration numérique qui font que le pas de temps varie approximativement linéairement avec le pas d'espace, il vient finalement que le coup de la simulation directe montre une dépendance en $(L_0/\eta)^4 = Re_{L_0}^3$.

Pour un écoulement à nombre de Reynolds supérieur à celui accessible par simulation numérique directe, le principe de la simulation des grandes échelles est de réduire fortement le nombre de degrés de liberté à calculer en tirant parti de la séparation d'échelles entre des gammes de structures aux caractéristiques différentes :

- les grosses structures, anisotropes, dont la dynamique est imposée par l'écoulement "extérieur". Dans le cas d'une turbulence à l'équilibre, ce sont ces structures les plus larges qui fixent la quantité d'énergie à dissiper par les plus petites structures.

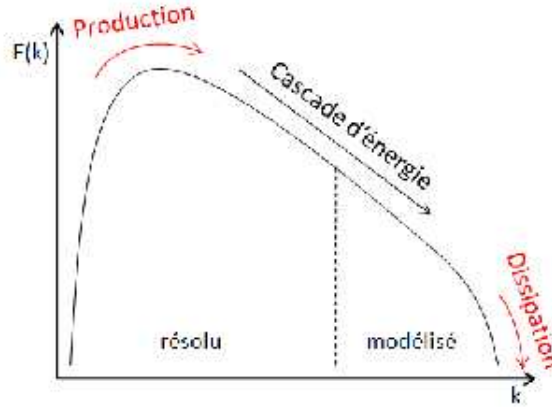


Figure II.1 — Séparation des échelles et de transfert d'énergie d'un spectre d'énergie cinétique turbulente

- les petites structures de nature homogène et isotrope qui jouent essentiellement un rôle de captation, de transfert puis de dissipation de l'énergie.

Ainsi, en simulation des grandes échelles, les plus grosses structures, qui sont porteuses de la majeure partie de l'énergie cinétique de l'écoulement, sont calculées explicitement, alors que les structures de taille inférieure sont modélisées, comme le présente la figure II.1.

Il convient de noter que cette modélisation est grandement facilitée d'un côté par les nombreux développements théoriques consacrés à l'étude de la turbulence homogène isotrope et de l'autre par la nature dissipative des petites échelles qui présente des avantages en terme de stabilité des schémas numériques.

Pour effectuer explicitement la séparation d'échelles, un filtrage homogène non-idempotent¹ passe-bas, noté $\bar{\cdot}$ des équations de Navier-Stokes est utilisé pour supprimer les plus petites structures. Le filtrage doit vérifier un certain nombre de propriétés que nous ne développerons pas ici. Les caractéristiques mathématiques du filtrage sont présentées dans [66]. Le filtrage invoqué n'est pas appliqué directement au problème mais remplacé implicitement par la projection sur le maillage dans ces simulations

De manière analogue à l'opérateur de moyenne au sens de Reynolds, les filtrages ne sont pas bien adaptés aux équations de Navier-Stokes en régime compressible car ils sont à l'origine d'un nombre très important de termes inconnus. En s'inspirant de la démarche proposée par Favre [22], pour les équations de Navier-Stokes en moyenne d'ensemble, un filtrage $\tilde{\cdot}$ pondéré par la masse volumique est choisi. On obtient finalement les équations de Navier-Stokes filtrées suivantes [91] :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} = A_1 + A_2 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{E}) + \frac{\partial}{\partial x_i} [(\bar{\rho} \tilde{E} + \bar{p}) \tilde{u}_i] - \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{\tau}_{ij} \tilde{u}_i) + \frac{\partial \tilde{q}_i}{\partial x_i} = -B_1 - B_2 - B_3 + B_{4-7} \end{array} \right. \quad (2-2)$$

¹Soit ϕ une grandeur physique que l'on souhaite résoudre par simulation des grandes échelles. La partie résolue (grandes échelles) est obtenue par application du filtre à ϕ , la partie dite de sous mailles ϕ' à modéliser étant définie comme la différence entre ϕ et $\bar{\phi}$, impliquant la décomposition suivante : $\phi = \bar{\phi} + \phi'$. Une conséquence importante de la non-idempotence du filtrage est que : $\bar{\phi}' = \phi - \bar{\phi} = \bar{\phi} - \bar{\phi} \neq 0$

Nous allons développer les termes A_i de manière précise car ce sont ces termes qui sont modélisés. Le premier terme de sous-maille A_1 correspond à un coefficient du tenseur de Reynolds augmenté de termes liés à la non-idempotence du filtrage :

$$A_1 = -\frac{\partial}{\partial x_j} [\bar{\rho}(\widetilde{u_i u_j} - \widetilde{u_i} \widetilde{u_j})]$$

Le seconde terme de sous-maille A_2 fait intervenir $\bar{\tau}_{ij}$ et $\widetilde{\tau}_{ij}$:

$$A_2 = \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \widetilde{\tau}_{ij})$$

D'après l'effet dissipatif des petites échelles captant l'énergie des grosses structures [20], on peut relier la partie déviatrice de terme A_1 à une viscosité de sous-maille :

$$A_1^d = -\bar{\rho} \nu_{sm} \left(\frac{\partial \widetilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \widetilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \widetilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$$

Il reste désormais à modéliser ce terme ν_m de viscosité de sous maille. On utilise un modèle d'échelles mixtes sélectif. Ce modèle est proposé par Sagaut [66] et étendu aux écoulements compressibles par Lenormand [42]. Ce modèle requiert la définition d'une échelle de longueur (similaire aux modèles de type Smagorinsky [79]) et d'une échelle temporaire basée sur une coupure sur l'énergie cinétique de sous-maille.

Sur la base de tests a priori effectués par Vreman [91] la contribution du terme de sous maille A_2 est supposée négligeable par rapport à celle du terme A_1 et est de fait ignorée. Par ailleurs, les termes de B_{4-7} sont explicités et détaillés dans [91, 40, 53]. Ces termes sont négligés.

Les termes $B_1 + B_2$ sont modélisés [66, 41] au moyen de la viscosité de sous maille et le terme B_3 est calculé grâce aux méthodes numériques implicites employées [41].

Code Flu3M

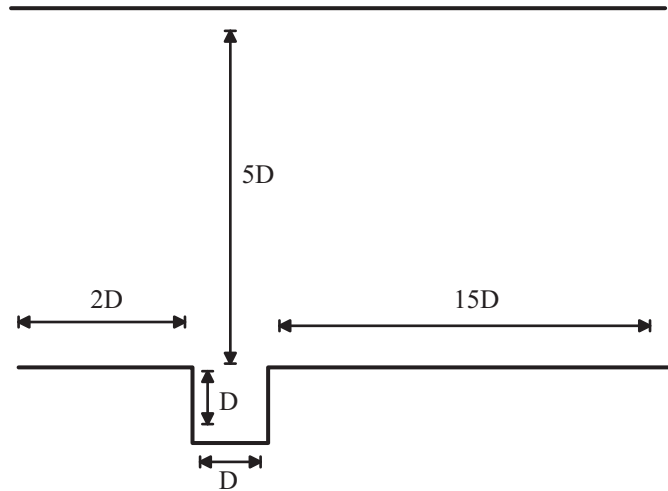
Le code Flu3M est un code Navier Stokes aux différences finies. C'est un code ONERA développé actuellement par Marc Terracol et Ivan Mary. Dans la présente étude, le schéma spatial utilisé est le modèle AUSM+(P) "Advection Upstream Splitting Method" [46] : il est d'ordre 2.

En ce qui concerne la résolution temporelle, pour s'affranchir des problèmes de stabilité, un schéma implicite est préféré : c'est un schéma aux différences finies décentré d'ordre 2 basé sur le développement proposé par Gear. La résolution du système non-linéaire s'effectue au moyen d'une méthode itérative de type Newton-Raphson, décrit de manière plus précise dans [58, 17]. Concernant les conditions aux limites, deux conditions majeures sont à considérer dans le cadre de cette étude : les parois rigides et les conditions d'entrées/sorties non réfléchissantes.

Concernant les parois rigides, les simulations numériques sont effectuées en utilisant une extension pour la LES de la méthode analytique bicouche de Gongalves [31], des détails sur ce développement sont présents dans [41]. Les fortes amplitudes acoustiques générées par le passage d'écoulement au-dessus d'une cavité nécessitent un traitement particulier pour les entrées et sorties du domaine. Le code Flu3M présente des conditions aux limites permettant ce type de traitement [41, 87, 58] en se basant sur une méthode des caractéristiques.

Conditions de calcul

Le domaine de calcul est représenté sur la figure II.2. Ces dimensions de domaine ont été choisies pour éviter tout parasite lié à l'acoustique brutale des écoulements de cavité. Mincu [53, 52] justifie ces tailles de domaine dans le cas de cavités cylindriques et rectangulaires.


Figure II.2 — *Domaine de calcul LES : dimensions*

Nombres de cellules	Δy^+	Nombres de cellules dans δ_ω^0	CFL max
2.5 millions	28	8	13

Tableau II.2 — *Principaux paramètres des domaines de calcul pour une vitesse d'entrée de 70 m/s*

Dans la figure II.3, on peut voir le domaine de calcul. Pour les faces rouges, nous appliquons une condition aux limites de type adhérence. Pour la face verte de sortie, nous imposons une pression de sortie. Pour la face jaune, au-dessus du domaine nous imposons une pression ainsi qu'une vitesse (vitesse incidente). Pour les faces latérales (bleu clair), nous imposons une condition de périodicité sur chacune d'elles. Concernant la face bleue d'entrée de domaine, nous imposons un profil moyen turbulent (profil en puissance) ainsi que la pression correspondante. Dans ces conditions de calcul (en terme de nombre de Reynolds), la couche limite devient brutalement turbulente lorsqu'elle débouche sur la cavité. Étant donné les nombres de Reynolds importants mis en jeu, l'influence de l'épaisseur de couche limite ainsi que la nature de la couche limite (i.e profil turbulent avec ou sans fluctuation) n'est pas importante [37, 34, 25, 11, 57] en terme de spectre acoustique (niveaux comparables et mêmes fréquences mises en jeu). Concernant le maillage à la paroi, la couche limite est discrétisée par environ 40 points dans δ_{99} . Proche de la paroi, la taille de la première maille est d'environ 10^{-4} m et la loi géométrique pour les cellules est de 1.05. Les parois de la cavité sont discrétisées de la même manière. Le premier point est en $y^+ \simeq 28$. Par conséquent, un modèle de loi de paroi est nécessaire : nous utilisons le modèle bi-couche développé par Gonçalves et adapté pour le calcul LES [41]. D'après ce qui a été préconisé dans plusieurs études [28, 40, 41, 53], nous discrétisons la couche de mélange par environ 8 cellules dans δ_ω^0 l'épaisseur de vorticité définie par :

$$\delta_\omega^0 = \frac{U_\infty}{\max_y \left[\frac{\partial \bar{u}(x_0, y)}{\partial y} \right]}$$

Dans l'envergure, nous choisissons une discrétisation avec environ 50 cellules [41]. En moyenne, un maillage comporte environ 2.5 millions de points. Le nombre maximal de CFL est de 13 pour 6 sous itérations (méthode itérative de Newton-Raphson) et un pas de temps de 0.00003 s.

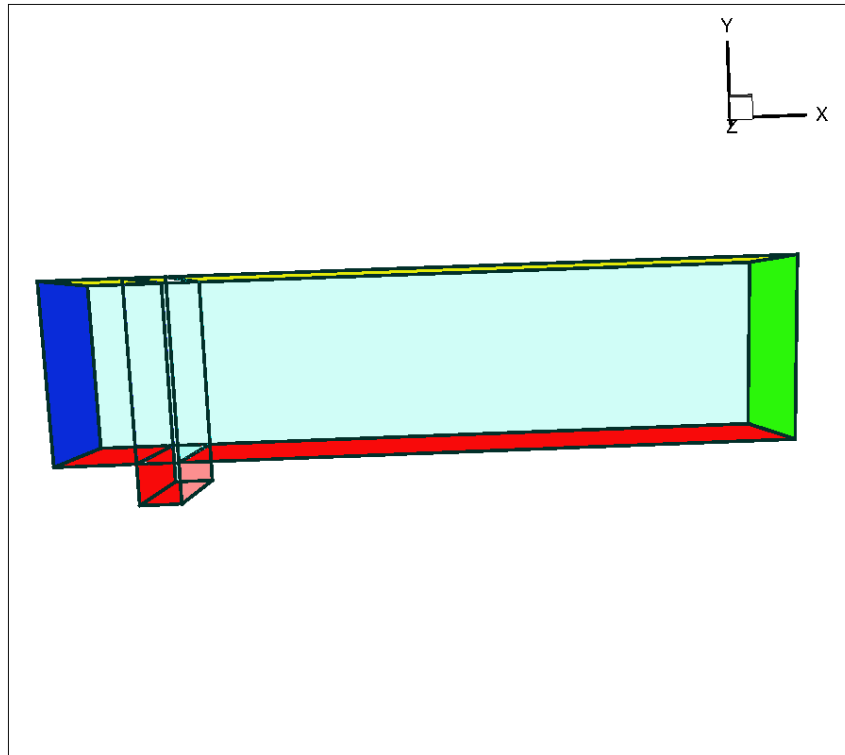


Figure II.3 — Vue en perspective du domaine de calcul LES : conditions d'entrée/sortie

U_∞	nombre de Mach	Re_D	L/δ_θ^0	L/δ_ω^0
50 m/s	0.14	322 000	970	436
70 m/s	0.2	460 000	679	305
90 m/s	0.26	591 000	510	226
110 m/s	0.31	723 000	182	178
110 m/s	0.34	793 000	174	162

Tableau II.3 — Caractéristiques de la couche limite incidente des simulations numériques

II.2 Choix de l'écoulement de base pour la stabilité

2.1 Écoulement moyen

Afin d'obtenir un écoulement moyen satisfaisant et comme l'ensemble des phénomènes d'écoulement de cavité est plutôt basse fréquence, il est important de faire une moyenne temporelle classique sur un grand nombre de périodes du mode principal. Dans le cas $U_\infty = 70$ m/s, nous obtenons un champ moyen satisfaisant pour 120 périodes du mode principal i.e $f_{principale} \simeq 650$ Hz. La figure II.4 présente les deux composantes \bar{u} et \bar{v} de la vitesse et la pression \bar{p} , ainsi que les vecteurs vitesse de l'écoulement moyen. Il est à noter que la composante moyenne de la vitesse transversale W n'est pas présentée car sa valeur moyenne en temps est nulle. On remarque la cellule de recirculation au centre de la cavité ainsi qu'une petite recirculation au niveau du bord amont de la cavité et enfin deux petites recirculations dans chaque coin du fond de la cavité. La composante de vitesse verticale ainsi que le zoom sur la vitesse longitudinale (figure II.5) dans la couche de mélange permet de se rendre compte de l'inhomogénéité de ces composantes de vitesse dans la direction longitudinale ainsi que dans la direction verticale. L'étude de stabilité d'un tel écoulement nécessite une formulation globale. On peut noter que la couche de mélange s'épaissit lorsque l'on parcourt la cavité. Par ailleurs, on peut vérifier en grossissant beaucoup

que, contrairement à ce que pourrai laisser croire cette figure, on a adhérence au fond de la cavité!

Les fluctuations liées à la turbulence sont tri-dimensionnelles. La figure II.5 présente les fluctuations RMS de vitesse. On peut se rendre compte que la turbulence dans la couche de mélange est bien établie et tri-dimensionnelle. L'écoulement en moyenne temporelle est bi-dimensionnel $(\bar{u}, \bar{v}, 0)$.

Nous pouvons faire un certain nombre d'hypothèses simplificatrices pour cet écoulement. Étant donné que nous travaillons à bas Mach, nous pouvons faire les hypothèses suivantes :

- Température constante
- Pression moyenne et densité moyenne considérées comme constante (voir figure II.4)

Cela est valable pour tous les autres cas de calcul que nous aborderons dans cette thèse.

2.2 Écoulement de base

Le choix de l'écoulement de base pour la stabilité est particulièrement délicat.

Dans le cadre d'étude de stabilité du jet [61, 51], on utilise comme écoulement de base l'écoulement moyen issu de LES ou encore d'approximation par tangente hyperbolique de profils de vitesse expérimentaux. Les écoulements considérés sont turbulents. Comme le cas du jet, nous utilisons un écoulement moyen comme écoulement de base dans la présente étude. En effet, une étude de stabilité de l'écoulement moyen d'un jet permet une prévision de l'acoustique en champ proche². Les écoulements moyens de jet sont turbulents et ne sont donc absolument pas solutions des équations de Navier-Stokes.

Jusqu'à présent, les études de stabilité d'écoulement de cavité ont été réalisées pour des écoulements à bas nombre de Reynolds [5, 10]. L'intérêt de ces études était d'étudier les premières bifurcations et l'émergence des premières instabilités d'écoulement. Sipp et Lebedev [78] ont notamment montré que les écoulements moyens de cavité ouverte sont marginalement stable pour des nombres de Reynolds super-critiques ($Re = 4140$). Les fréquences issues de l'analyse de stabilité du champ moyen reproduisent celles du cycle non-linéaire, i. e. celles de l'écoulement.

Les écoulements de base de ces études vérifient les équations de Navier-Stokes puisqu'issus de résolution directe des équations de Navier-Stokes (DNS). Dans le cas d'écoulement laminaire, il est possible de calculer un écoulement stationnaire solution des équations de Navier-Stokes. Superposer à ce type d'écoulement une perturbation instationnaire et d'en étudier les modes instables constituent une étude classique de stabilité.

Dans notre cas, nous travaillons sur des écoulements de cavités à grand nombre de Reynolds ($Re_L > 10^5$) : les écoulements sont fortement turbulents. En d'autres termes, l'écoulement considéré est issu de bifurcations successives linéaires puis non-linéaires de l'écoulement de base laminaire. L'étude de stabilité de ce type d'écoulement est théoriquement possible en espérant suivre par méthode de Newton, les bifurcations successives de l'écoulement. Une DNS de cette écoulement permettrait d'obtenir une description exhaustive et rigoureuse de l'ensemble des phénomènes régissant les écoulements de cavité. Cependant, ces méthodes pour cette gamme de nombre de Reynolds est clairement inaccessible dans l'état des moyens de simulation numérique actuels. En effet, le couplage aéroacoustique associé aux non-linéarités de la turbulence nécessite des schémas et des maillages impossible à mettre en œuvre à l'heure actuelle. Les simulations aux grandes échelles (LES) permettent d'obtenir des résultats satisfaisants de ces écoulements. Le résultat des LES est instationnaire et ne vérifie pas strictement les équations de Navier-Stokes. Nous sommes donc dans une impasse pour l'étude de stabilité de cette gamme d'écoulement de cavité. Il est nécessaire de faire un certain nombre d'hypothèses a priori, afin de permettre l'étude de stabilité de cet écoulement.

En pratique, nous avons un écoulement turbulent au-dessus d'une cavité. L'écoulement est fortement instationnaire. Si on considère la moyenne temporelle de l'écoulement décrit dans le

²Cette assertion est admise pour des jets supersoniques ; pour des jets subsoniques la question reste ouverte.

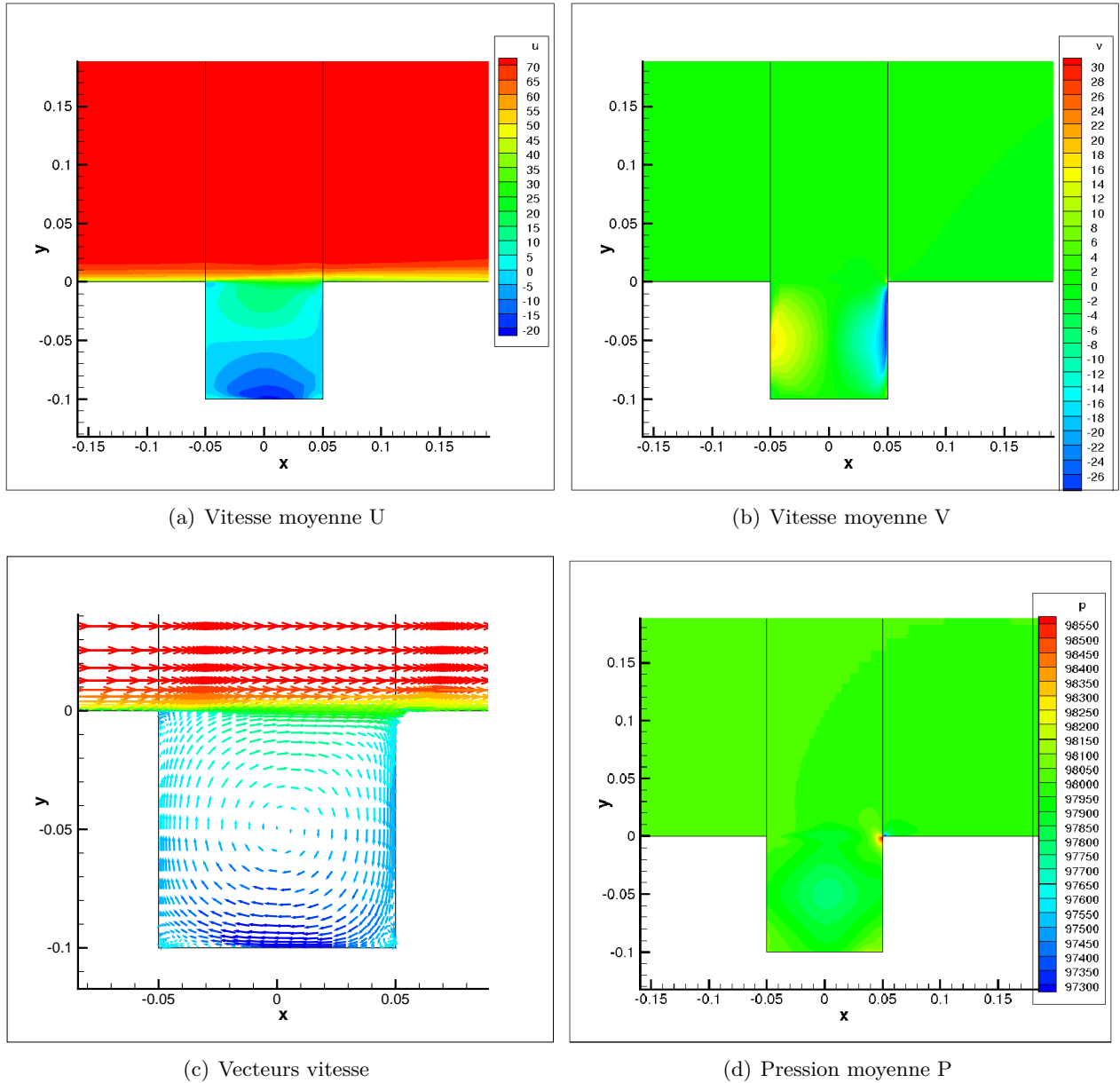


Figure II.4 — Vitesse et pression moyenne d'écoulement de cavité rectangulaire, $U_\infty = 70 \text{ m/s}$

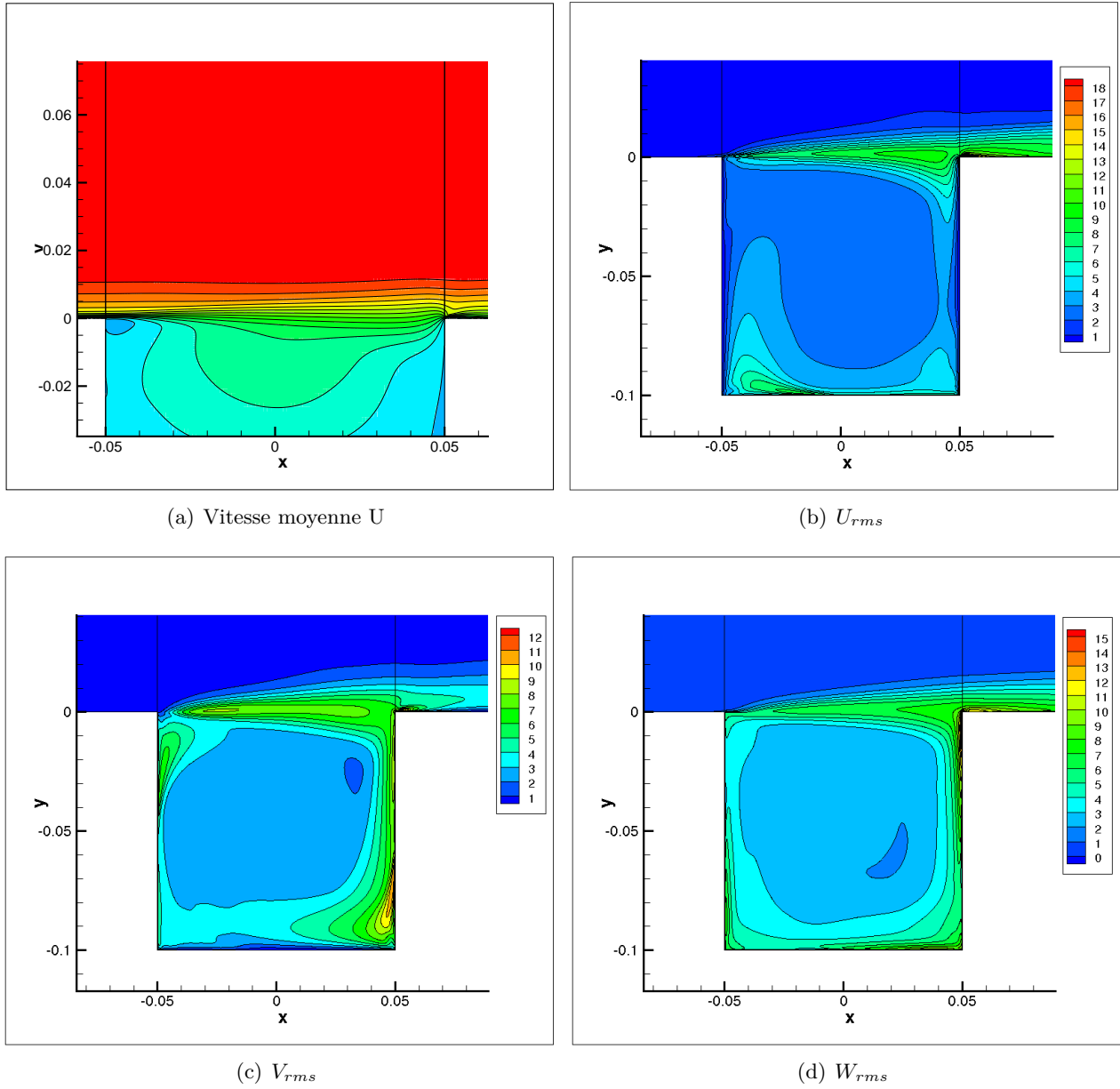


Figure II.5 — Zoom sur la vitesse moyenne longitudinale dans la couche de mélange ainsi que les grandeurs RMS des fluctuations de vitesse

paragraphe précédent, l'écoulement ainsi obtenu est stationnaire mais ne vérifie pas en toute rigueur les équations de Navier-Stokes. Les effets non-linéaires de la turbulence modifient l'écoulement moyen. On fait alors ici l'hypothèse que des structures cohérentes sont à l'origine du bruit : les fréquences observées se superposent à l'écoulement moyen. On suppose en fait que les structures cohérentes se superposent à la turbulence.

Nous faisons aussi l'hypothèse que l'intensité de ces structures ne modifie pas l'écoulement moyen (i.e. qu'elles sont d'amplitude suffisamment faible pour qu'une approche linéaire soit faite). Nous supposons que les modes responsables du bruit ont une faible amplitude et que leur émergence résulte d'un processus linéaire.

Dans le premier chapitre, nous nous sommes efforcés de comprendre le mécanisme physique qui engendre le bruit de cavité. Les instabilités de couche de mélange semblent jouer un rôle très important : c'est leur amplification puis leur interaction avec le coin aval de la cavité qui initie toute la boucle de rétroaction. On suppose finalement que le bruit rayonné provient de structures cohérentes qui se superposent à l'écoulement moyen.

À l'instar du jet, le mécanisme responsable de ces structures cohérentes est complètement lié à la présence d'un gradient de vitesse entre l'extérieur et l'intérieur de la cavité : c'est le moteur de l'instabilité [18]. Par conséquent, une étude de stabilité ne prenant en compte que les effets liés au profil de vitesse inflexionnel constitue une modélisation suffisante. Tout comme les études du jet, les équations d'Euler compressibles linéarisées autour de l'écoulement moyen issu de la LES semblent convenir pour mettre en exergue l'essentiel des phénomènes à l'origine du bruit. La formulation compressible permettra d'explorer une nouvelle modélisation du bruit rayonné à partir de ces structures cohérentes (comme le cas du jet). Le profil moyen de vitesse de la couche de mélange contient les effets non-linéaires liés à la viscosité (turbulence), la forme de la couche de mélange est directement relié aux effets de viscosité. On supposera par ailleurs que l'écoulement moyen est solution des équations d'Euler ce qui n'est pas vrai en toute rigueur. L'écoulement moyen issu de la LES prend en compte les effets de viscosité puisqu'il résulte d'une résolution des équations de Navier-Stokes filtrées ; les équations d'Euler sont des équations non-visqueuses.

Ces hypothèses sont très fortes et a priori injustifiables mais la complexité du problème nécessite ce genre d'hypothèse. Nous proposons, ici une modélisation à partir des équations d'Euler (i.e. non-visqueuses) qui permet d'approcher la compréhension des phénomènes responsables du bruit et éventuellement de proposer un modèle de prévision du bruit rayonné. L'écoulement de base employé pour l'étude de stabilité sera donc l'écoulement moyen et l'étude de stabilité portera sur les équations d'Euler linéarisées. On considère le champ moyen pour l'étude de stabilité car finalement on ne dispose de rien d'autre à grand nombre de Reynolds. Les limites de ce choix sont inconnues.

Yokoyama [93] ou encore Panickar [56] proposent des études de stabilité linéaire 1D locale à partir d'écoulements de cavité issus d'expérience : ces écoulements sont pleinement turbulents. L'objectif de cette étude s'inscrit clairement dans cette lignée en fournissant un résultat plus complet grâce à la formulation de stabilité linéaire 2D globale qui permet de prendre en compte la géométrie ainsi que l'écoulement qui est fortement bidimensionnel.

Ce chapitre a permis l'introduction des outils pour la simulation numérique des écoulements de cavités étudiés. L'écoulement moyen issu du calcul LES constituera l'écoulement de base pour le calcul de stabilité. Étant donné le caractère turbulent de l'écoulement considéré ainsi que les limitations techniques et théoriques actuelles, nous devons faire un choix d'écoulement de base qui repose sur un ensemble d'hypothèses que l'on pense raisonnables. Comme le cas du jet, nous supposons que les instabilités responsables de la génération du bruit sont intrinsèques à l'écoulement et qu'elles se superposent à la turbulence.

L'écoulement moyen issu du calcul LES est utilisé comme écoulement de base pour l'étude de stabilité : c'est une modélisation du problème tout en ayant bien conscience d'un certain nombre de phénomènes que nous ne décrirons pas à travers cette modélisation.

Chapitre



Stabilité linéaire 2D globale d'écoulement de cavité rectangulaire

Aperçu

III.1	Théorie de stabilité linéaire 2D globale appliquée au cas de la cavité	50
1.1	Méthode perturbative	50
1.2	Formulation en mode normal	51
1.3	Caractérisation du système d'équations aux dérivées partielles	52
III.2	Procédure numérique : résultats pour $U_\infty = 70$ m/s	52
2.1	Interpolation du champ de base	52
2.2	Résolution par éléments finis	53
2.3	Méthode d'Arnoldi	55
III.3	Analyse de la sensibilité numérique	56
3.1	Méthode de recherche de mode propre	56
3.2	Raffinement du maillage et conditions aux limites loin de la cavité	56
3.3	Résultats et analyse	59

Cette partie présente les équations mises en jeu ainsi que les méthodes numériques pour le problème de stabilité. Une description précise de la procédure numérique ainsi que les résultats sur le cas $U_\infty = 70$ m/s pour un rapport d'aspect $L/D = 1$ seront proposés dans ce chapitre. Une comparaison avec la théorie de stabilité locale est proposée en fin de chapitre afin d'appuyer la pertinence des résultats obtenus en stabilité linéaire 2D globale.

III.1 Théorie de stabilité linéaire 2D globale appliquée au cas de la cavité

Le champ de vitesse de l'écoulement de cavité parallélépipédique est de la forme :

$$(\bar{U}(x, y, 0), \bar{V}(x, y, 0), 0)$$

Le problème considéré est de géométrie bidimensionnelle. Nous allons donc réaliser une étude de stabilité linéaire 2D globale.

1.1 Méthode perturbative

L'écoulement de base est l'écoulement moyen turbulent issu d'une simulation aux grandes échelles. Nous cherchons à trouver des instabilités intrinsèques à cet écoulement moyen qui viennent se superposer à l'écoulement turbulent.

L'étude de stabilité a été conduite en considérant les équations d'Euler sous forme compressible, auxquelles vient s'ajouter l'équation de l'énergie sous forme entropique. Ce choix d'équation focalise notre étude sur les instabilités issus de la présence du gradient de vitesse dans la couche de mélange. Les instabilités liées à la viscosité (stabilité de couche limite) sont volontairement écartées de notre étude.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \underline{\nabla} \rho \cdot \underline{u} + \rho \underline{\nabla} \cdot \underline{u} = 0 \\ \frac{\partial \underline{u}}{\partial t} + \underline{\nabla} \underline{u} \cdot \underline{u} = -\frac{1}{\rho} \underline{\nabla} p \\ \frac{\partial S}{\partial t} + \underline{\nabla} S \cdot \underline{u} = 0 \end{array} \right. \quad (3-1)$$

avec $\underline{u} = (u(x, y), v(x, y))$ le vecteur vitesse et $S = C_V \ln \frac{p}{\rho^\gamma}$ l'entropie.

La théorie de la stabilité linéaire 2D globale d'un écoulement consiste dans un premier temps, à introduire de façon systématique des petites perturbations dans un écoulement de base (dans le cas présent, l'écoulement de base est l'écoulement moyen issu de la LES). Chaque grandeur physique est décomposée en une partie moyenne et une partie fluctuante (ou perturbation). Soit q une grandeur physique, on note \bar{q} sa partie moyenne et \tilde{q} sa partie fluctuante $q = \bar{q} + \tilde{q}$. On introduit cette décomposition dans l'équation (3-1) que l'on linéarise autour de ces perturbations. L'hypothèse des petites perturbations permet de négliger les termes quadratiques en la perturbation. On note $\bar{U} = (\bar{U}(x, y), \bar{V}(x, y), 0)$, le champ de vitesse moyen issu du calcul LES, $\bar{\rho}$ la densité et \bar{s} l'entropie.

On obtient le système d'équations linéarisées suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \underline{\nabla} \tilde{\rho} \cdot \bar{U} + \underline{\nabla} \bar{\rho} \cdot \tilde{u} + \tilde{\rho} \underline{\nabla} \cdot \bar{U} + \bar{\rho} \underline{\nabla} \cdot \tilde{U} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \underline{\nabla} \bar{U} \cdot \tilde{u} + \underline{\nabla} \tilde{u} \cdot \bar{U} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \underline{\nabla} (\bar{p} + \tilde{p}) \\ \frac{\partial \tilde{s}}{\partial t} + \underline{\nabla} \tilde{s} \cdot \bar{U} + \underline{\nabla} \bar{s} \cdot \tilde{u} = 0 \end{array} \right. \quad (3-2)$$

D'après le chapitre précédent, on fait l'hypothèse que le gradient de pression moyenne et le gradient de densité moyenne sont nuls (voir chapitre II).

Donc, le système (3-2) devient

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \underline{\nabla} \tilde{\rho} \cdot \bar{U} + \bar{\rho} \underline{\nabla} \cdot \tilde{u} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \underline{\nabla} \bar{U} \cdot \tilde{u} + \underline{\nabla} \tilde{u} \cdot \bar{U} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \underline{\nabla} \tilde{p} \\ \frac{\partial \tilde{s}}{\partial t} + \underline{\nabla} \tilde{s} \cdot \bar{U} = 0 \end{array} \right. \quad (3-3)$$

L'entropie moyenne est reliée à la pression moyenne et à la densité moyenne au travers de la formule $S = C_v \ln \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}^\gamma}$ par l'intermédiaire de la capacité calorifique à volume constant C_v et du rapport de chaleur spécifique γ . La linéarisation de cette relation permet de relier simplement $\hat{\rho}(x, y)$, $\hat{p}(x, y)$ et $\hat{s}(x, y)$:

$$\tilde{s} = C_V \frac{\tilde{p}}{\bar{p}} - \gamma C_V \frac{\tilde{\rho}}{\bar{\rho}}$$

Nous introduisons l'adimensionnement suivant : les vitesses sont adimensionnées par U_∞ , les distances par la profondeur D de la cavité et enfin le temps par le rapport D/U_∞ . On définit la vitesse du son comme étant $c_0 = \sqrt{\gamma r \bar{T}} = \sqrt{\frac{\gamma \bar{p}}{\bar{\rho}}}$ et le nombre de Mach $M = U_\infty/c_0$.

On obtient finalement le système :

$$\left\{ \begin{array}{l} M^2 \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \bar{U}_{,x} \tilde{u} + \bar{U}_{,y} \tilde{v} + \bar{u} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \bar{V}_{,x} \tilde{u} + \bar{V}_{,y} \tilde{v} + \bar{U} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} + \bar{V} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (3-4)$$

avec la notation $\bullet_{,k} = \frac{\partial \bullet}{\partial k}$

Concernant les conditions aux limites, cela constitue toujours un défi dans les problèmes de stabilité en mécanique des fluides lorsque les frontières du domaines de calcul ne coïncident pas avec des limites physiques (paroi par exemple). La seule condition physique pour ce système est l'annulation de la fluctuation de vitesse normale à chaque paroi. Les conditions aux limites pour le reste du domaine sont développées dans la partie analyse de la sensibilité numérique (§ III.3.2).

1.2 Formulation en mode normal

Afin d'étudier les perturbations, il est utile de modéliser leur forme mathématique. En effet, le système (3-4) est un système différentiel aux dérivées partielles de résolution numérique a priori très délicate. On peut cependant modéliser ces perturbations en utilisant la stationnarité, les invariances géométriques de l'écoulement moyen et la linéarité. Ainsi, on va les rechercher sous la forme dite de mode normal

$$\tilde{q}(x, y, t) = \hat{q}(x, y) \exp(-i\omega t) \quad (3-5)$$

avec $\hat{q}(x, y)$ et ω complexes. Finalement, on obtient un système de 3 équations aux dérivées partielles en $(\hat{p}(x, y), \hat{u}(x, y), \hat{v}(x, y))$. En formulation modale, le système (3-4) devient :

$$\begin{cases} M^2(-i\omega\hat{p} + \bar{U}\hat{p}_{,x} + \bar{V}\hat{p}_{,y}) + (\hat{u}_{,x} + \hat{v}_{,y}) = 0 \\ (-i\omega\hat{u} + \bar{U}_{,x}\hat{u} + \bar{U}_{,y}\hat{v} + \bar{U}\hat{u}_{,x} + \bar{V}\hat{u}_{,y}) + \hat{p}_{,x} = 0 \\ (-i\omega\hat{v} + \bar{V}_{,x}\hat{u} + \bar{V}_{,y}\hat{v} + \bar{U}\hat{v}_{,x} + \bar{V}\hat{v}_{,y}) + \hat{p}_{,y} = 0 \end{cases} \quad (3-6)$$

1.3 Caractérisation du système d'équations aux dérivées partielles

On souhaite maintenant caractériser mathématiquement le système d'équations aux dérivées partielles. Pour cela, on cherche les équations des surfaces caractéristiques du problème. On note

$$\mathbf{R}^t = (\hat{u}, \hat{v}, \hat{p})$$

On cherche à mettre le système sous la forme

$$A \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x} + B \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y} = G$$

L'hypersurface Σ d'équation implicite $\phi(x, y) = 0$ est caractérisée par l'équation $A \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x} + B \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y} = G$ si et seulement si on a $\det(A \frac{\partial \phi}{\partial x} + B \frac{\partial \phi}{\partial y}) = 0$ en tout point de Σ . On peut alors déterminer la nature du système en déterminant celle des racines de l'équation $\det(A\xi_1 + B\xi_2) = 0$.

Le calcul du déterminant donne

$$\det(Ax + By) = 0 \iff (\bar{U}x + \bar{V}y)^2 (M^2(\bar{U}x + \bar{V}y)^2 - (x^2 + y^2)) = 0 \quad (3-7)$$

Dans tous les cas (que l'on fixe x ou y), on remarque que l'équation (3-7), admet une solution réelle double en x et en y . Et l'équation admet des racines complexes conjuguées si et seulement si on a

$$M^2(\bar{U}^2 + \bar{V}^2) - 1 < 0$$

autrement dit si et seulement si la condition suivante

$$M < 1$$

est respectée. Cette condition sur le nombre de Mach (écoulement subsonique) est vérifiée dans le cadre de notre étude.

On peut donc en déduire que le système est mixte : il n'y a pas de direction de propagation de l'information privilégiée. Cela ne pose pas de contre-indication théorique a priori pour l'usage d'éléments finis. Si on passait en supersonique, la conclusion quant à la méthode de résolution ne serait pas la même dans la mesure où le système serait hyperbolique donc serait susceptible de présenter des discontinuités qui posent des difficultés avec les méthodes de résolutions classiques (contre-indication totale avec les éléments finis classiques).

III.2 Procédure numérique : résultats pour $U_\infty = 70$ m/s

2.1 Interpolation du champ de base

La résolution du système (3-8) nécessite la donnée d'un champ moyen de vitesse ainsi que les gradients correspondants. En sortie de calcul LES, nous récupérons le champ de vitesse moyen ainsi que les gradients de vitesse définis aux noeuds du maillage. Il s'agit ensuite d'interpoler ce champ sur un maillage qui nous servira pour le calcul de stabilité¹.

¹Nous le décrivons dans la suite du mémoire

Considérons T_h^0 et T_h^1 deux triangulations du domaine Ω . On considère une fonction $f(x, y)$ définie par morceau sur chaque vertex (ou sommet) de l'espace T_h^0 . On souhaite interpoler la fonction f en trouvant la fonction g définie sur l'espace T_h^1 telle que $\forall q \in T_h^1, g(q) = f(q)$. Freefem propose un algorithme très efficace en $N^1 \log N^0$ avec N^i les nombres de vertices dans chaque espace de triangulation. Présentons l'algorithme mis en jeu en 5 étapes, au départ on construit un *quadtree*² pour les vertices de T_h^0 , pour chaque q^1 vertex de T_h^1 :

- On recherche la cellule du *quadtree* qui contient q^1 .
- On recherche le vertex q_j^0 le plus proche de q^1 .
- On choisit un triangle $T_k^0 \in T_h^0$ qui contient q_j^0 .
- On calcule les coordonnées barycentriques $\{\lambda_j\}_{j=1,2,3}$ du point q^1 dans T_k^0 :
 - si toutes les coordonnées barycentriques sont positives on va à l'étape suivante.
 - si l'une des coordonnées barycentriques est négative on remplace T_k^0 par le triangle adjacent opposé q_i^0 et on reboucle sur cette étape.
 - si deux coordonnées barycentriques sont négatives on prend au hasard l'un des deux triangles adjacent.
- On calcule $g(q^1)$ sur T_k^0 par interpolation linéaire de f :

$$g(q^1) = \sum_{j=1,2,3} \lambda_j f(q_j^0)$$

Étant donné l'étape finale de la méthode (interpolation linéaire de type lagrangienne sur 3 points), l'erreur de l'interpolation est celle des méthodes d'interpolation lagrangienne.

2.2 Résolution par éléments finis

Formulation faible

L'objet d'étude est la stabilité d'un écoulement moyen issu d'un calcul LES. Nous devons projeter les équations de la stabilité dans un espace discrétisé. Classiquement, les méthodes spectrales [13, 61, 70] sont préférées afin de garantir un niveau de précision satisfaisant. Etant donné la complexité de la géométrie considérée, l'utilisation des méthodes spectrales semble fastidieuse à mettre en place. Il a donc été préféré l'utilisation d'éléments finis. L'utilisation de cette méthode au sein de l'ONERA a été introduite et développée par Olivier Marquet [55] au DAFE sur des problèmes plutôt fondamentaux.

Cette méthode se divise en deux étapes :

- définir une formulation faible des équations aux dérivées partielles à résoudre,
- discrétiser spatialement cette formulation faible.

Cette dernière étape a été effectuée en utilisant le logiciel libre FreeFem++ développé par Frédéric Hecht, Olivier Pironneau, Antoine Le Hyaric et Kohji Ohtsuka (voir Freefem++.org).

On note Ω le domaine physique et Γ , ses frontières. On considère l'ensemble des applications continues sur $\bar{\Omega}$, l'adhérence de Ω et différentiables sur Ω , de carré sommables sur $\bar{\Omega}$ et de gradient de carré sommable sur $\bar{\Omega}$ (ou de dérivées partielles de carré sommable, ce qui revient au même avec un nombre fini de variables). Nommons cet espace $H_1(\Omega)$ que l'on plonge dans un espace de Sobolev. On note $H_1^0(\Omega)$ le sous espace vectoriel de $H_1(\Omega)$ dont les fonctions sont nulles sur le bord Γ . On définit l'espace $X = (H_0^1(\Omega))^3$. Pour obtenir la formulation faible du problème (3-6), on multiplie l'équation de quantité de mouvement et l'équation de continuité (linéarisées) par une fonction test $(\tilde{q}_1, \tilde{q}_2, \tilde{q}_3) \in X$. Il s'agit d'une multiplication au sens du produit intérieur défini par $(a, b) = \int_\Omega a^T \cdot b$, pour des fonctions $(a, b) \in X^2$. Dans notre cas

²Un quadtree est une structure de données de type arbre dans laquelle chaque nœud peut compter jusqu'à quatre fils. Les quadtrees sont le plus souvent utilisés pour partitionner un espace bidimensionnel en le subdivisant récursivement en quatre nœuds.

précis, à partir des équations (3-6), on obtient :

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega} (M^2(-i\omega\hat{p} + \bar{U}\hat{p}_{,x} + \bar{V}\hat{p}_{,y}) + (\hat{u}_{,x} + \hat{v}_{,y})) \cdot \tilde{q}_1 \\
 & + ((-i\omega\hat{u} + \bar{U}_{,x}\hat{u} + \bar{U}_{,y}\hat{v} + \bar{U}\hat{u}_{,x} + \bar{V}\hat{u}_{,y}) + \hat{p}_{,x}) \cdot \tilde{q}_2 \\
 & + ((-i\omega\hat{v} + \bar{V}_{,x}\hat{u} + \bar{V}_{,y}\hat{v} + \bar{U}\hat{v}_{,x} + \bar{V}\hat{v}_{,y}) + \hat{p}_{,y}) \cdot \tilde{q}_3 = 0
 \end{aligned} \tag{3-8}$$

Concernant les termes d'ordre 1 dans la formulation faible, on peut faire des intégrations par partie. Il se trouve que cela ne présente aucun intérêt dans notre cas.

Discrétisation spatiale

On définit dans un premier temps un maillage de l'espace Ω . Pour cela, on positionne les frontières Γ du domaine de calcul et on utilise le mailleur de FreeFem++ qui crée automatiquement une triangulation T_h de l'espace Ω . Cette triangulation est composée de n_t triangles dont les sommets sont appelés des vertices. On définit le triangle $T_k \in T_h$ et ses sommets q^i . Le nombre de triangles définissant cette triangulation, et donc le raffinement de la discrétisation spatiale, est ajusté en précisant le nombre de sommets se trouvant sur chacune des frontières du domaine.

On définit les espaces $X_h \subset X$ comme un sous-espace fonctionnel discret des espaces fonctionnels continus X . Si $(\hat{u}, \hat{v}, \hat{p})$ est un élément de l'espace continu X , on note $(\hat{u}_h, \hat{v}_h, \hat{p}_h)$ son approximation discrète, élément de l'espace X_h . On peut alors écrire la formulation variationnelle (3-8) sous une forme discrète :

$$\begin{aligned}
 & \int_{T_h} (M^2(-i\omega\hat{p}_h + \bar{U}\hat{p}_{h,x} + \bar{V}\hat{p}_{h,y}) + (\hat{u}_{h,x} + \hat{v}_{h,y})) \cdot \tilde{q}_1 \\
 & + ((-i\omega\hat{u}_h + \bar{U}_{,x}\hat{u}_h + \bar{U}_{,y}\hat{v}_h + \bar{U}\hat{u}_{h,x} + \bar{V}\hat{u}_{h,y}) + \hat{p}_{h,x}) \cdot \tilde{q}_2 \\
 & + ((-i\omega\hat{v}_h + \bar{V}_{,x}\hat{u}_h + \bar{V}_{,y}\hat{v}_h + \bar{U}\hat{v}_{h,x} + \bar{V}\hat{v}_{h,y}) + \hat{p}_{h,y}) \cdot \tilde{q}_3 = 0
 \end{aligned} \tag{3-9}$$

Soit maintenant $\{\Phi_i\}_{i=1..N}$ une base de l'espace X_h avec $N = \dim(X_h)$. Dans cette base, $(\hat{u}_h, \hat{v}_h, \hat{p}_h)$ peuvent alors s'exprimer comme

$$(\hat{u}_h, \hat{v}_h, \hat{p}_h) = \sum_{i=1}^N (\hat{u}_i, \hat{v}_i, \hat{p}_i) \Phi_i$$

Pour décrire $\{\Phi_i\}_{i=1..N}$, on utilise les éléments $P1b$ pour les vitesses ainsi que la pression. $P1$ sont l'ensemble des polynomes de R^2 de degré inférieur ou égal à 1 :

$$P1 = \{q \in H^1(\Omega) | \forall T_k \in T_h, q|_{T_k} \in P1\}$$

Les fonctions de base de l'espace $P1$ sont définies sur un triangle T_k par

$$\phi_i(x, y) = a_i^k + b_i^k x + c_i^k y$$

avec $(x, y) \in T_k$ et $\phi_i(q^i) = 1$ et $\phi_i(q^j) = 0$ si $i \neq j$.

réfère au noeud bulle ajouté au centre de l'élément, celui-ci permet d'enrichir le champ de vitesse

Pour définir les éléments $P1b$, pour chaque triangle $T_k \in T_h$, on définit la fonction suivant $Bulle(x, y) = (\lambda_{k1}(x, y), \lambda_{k2}(x, y), \lambda_{k3}(x, y))$: $Bulle(x, y)$ est nulle sur la frontière de l'élément T_k , $Bulle(x, y) = 1$ au noeud ajouté au centre du triangle T_k . La fonction $Bulle(x, y)$ vérifie la propriété d'orthogonalité.

On pose la fonction :

$$\beta_k(x, y) = 27\lambda_{k1}\lambda_{k2}\lambda_{k3}$$

appelée fonction *bubble*. Cette fonction a les caractéristiques suivantes : $\forall (x, y) \in \partial T_k$, $\beta_k(x, y) = 0$ et pour q^{k_b} le centre du triangle T_k défini par les sommets $q^{k_1}, q^{k_2}, q^{k_3}$, $\beta(q^{k_b}) = 1$.

L'ajout de la bulle permet d'enrichir l'élément $P1$ et d'ajouter une inconnue (un point) de plus par triangle (centre du triangle). Cependant, ce type d'élément a tendance à augmenter le coût numérique d'intégration. Les détails sur cet élément $P1b$ se retrouvent dans le manuel utilisateur de Freefem++ (voir www.freefem++.org).

Traitement numérique des conditions aux limites

Nous allons utiliser essentiellement des conditions aux limites de type Dirichlet.³ Les conditions de Dirichlet sont imposées par une méthode de pénalisation.

2.3 Méthode d'Arnoldi

Après projection dans l'espace éléments finis on obtient un problème aux valeurs propres discrétisé sous la forme :

$$Aq = \omega Bq \quad (3-10)$$

A et B sont deux matrices à valeurs complexes et de type matrice creuse⁴. Les matrices considérées sont très grandes et ne permettent pas une résolution de problème aux valeurs propres par des méthodes classiques capables de calculer tout le spectre. Pour résoudre le problème aux valeurs propres, nous utilisons la méthode itérative d'Arnoldi : elle permet le calcul partiel du spectre. Il faut choisir une valeur cible σ , proche des valeurs propres qui nous intéressent, mais qui n'est pas elle-même une valeur propre. La matrice $A - \sigma B$ est alors inversible et on peut écrire le problème aux valeurs propres sous la forme

$$(A - \sigma B)^{-1} Bq = \frac{1}{\omega - \sigma} q$$

On se retrouve avec un problème aux valeurs propres classique de type $CX = \lambda X$, en posant $C = ((A - \sigma B)^{-1} B)$. Ses valeurs propres sont $\lambda = \frac{1}{\omega - \sigma}$ et ses vecteurs propres sont les mêmes que ceux du problème initial (3-10). L'algorithme Arnoldi, qui est codé dans la librairie ARPACK [2] et a été introduit au DMAE par T. Féraïlle et C. Robitaille lors de leur thèse respective, permet de calculer les valeurs propres de C de plus grand module, qui correspondent en fait aux valeurs propres ω de notre problème les plus proches de la cible σ . Son principe est le suivant. On construit à partir d'un vecteur initial quelconque X_0 le sous-espace de Krylov $K_m(C, X_0)$ de dimension $M \ll \dim(C)$ qui est engendré par les combinaisons linéaires de $\{X_0, CX_0, \dots, C^{M-1}X_0\}$. On note Q_m la matrice formée à partir des vecteurs de la base orthonormale du sous-espace de Krylov $K_m(C, X_0)$ construit de telle manière que l'on ait :

$$CQ_m = Q_m H_m + r_m e_m^T$$

où (e_m, \dots, e_m) est la base canonique et H_m une matrice de Hessenberg, une matrice complexe de dimension $M \times M$ vérifiant $(H_m)_{ij} = 0$ pour $i > j + 1$. Le vecteur r_m est un vecteur résiduel de la projection de C sur le sous-espace de Krylov. On itère sur la valeur de la norme de r_m en changeant le vecteur initial X_0 de manière à la minimiser, car lorsque cette dernière est nulle les valeurs propres de la matrice de Hessenberg (facilement calculables) sont égales aux valeurs

³Une description complète de ces conditions aux limites sera faite dans la suite du mémoire

⁴Le caractère creux des matrices mises en jeu est complètement lié à la formulation éléments finis des équations. Les méthodes utilisées jusqu'ici au département (méthode de collocation spectrale) conduisent en revanche à des matrices pleines

propres de plus grand module de C , que nous recherchons. En pratique alors que la dimension de C est de 150000, l'utilisation de l'algorithme d'Arnoldi avec des sous-espaces propres de dimension $M = 100$ permet de capter correctement une vingtaine de valeurs voisines de la cible sachant qu'il faut ensuite analyser chaque résultat afin d'en tirer celles qui nous intéressent comme nous le verrons dans la suite.

III.3 Analyse de la sensibilité numérique

3.1 Méthode de recherche de mode propre

Cette section permet d'expliquer la méthode employée pour trouver des modes propres dits physiques ou encore indépendants du maillage. En effet, les équations d'Euler linéarisées ont le désavantage de présenter des spectres difficilement analysables comme on le fait classiquement dans le cas des équations de Navier-Stokes linéarisées. Selon des communications privées avec J.-C. Robinet, la forme des équations ne permet pas une convergence complète de ω : on peut converger sur la partie réelle de ω mais il paraît très difficile de converger sur la partie imaginaire de ω .

Classiquement, on cherche des modes instables ($\omega_i > 0$), stables ($\omega_i < 0$) ou encore marginaux ($\omega_i = 0$). Dans notre cas et étant donné la particularité des équations mises en jeu, nous nous intéresserons uniquement aux modes vérifiant $\omega_i > 0$. Nous renonçons à obtenir une valeur convergée pour ω_i . Cette méthode ne propose pas une hiérarchisation des modes propres en fonction de la partie imaginaire de ω_i . Par ailleurs, aucune analyse de type réceptivité des modes ne sera faite dans cette étude : nous expliquerons à l'aide d'autres outils l'activation éventuelle de tel ou tel mode.

3.2 Raffinement du maillage et conditions aux limites loin de la cavité

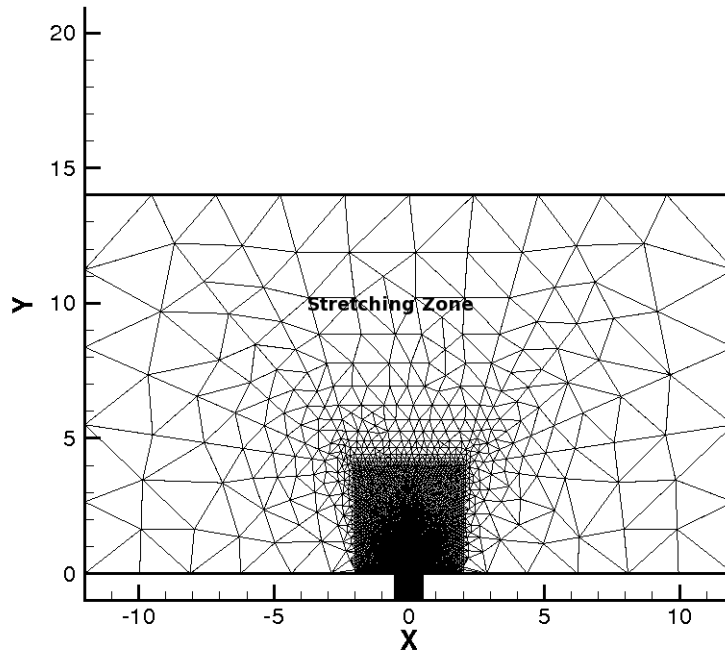
Raffinement du maillage

L'instabilité mise en jeu est l'instabilité de Kelvin-Helmholtz (KH). L'instabilité KH est provoquée par un fort gradient de vitesse dans une couche de mélange. Elle a la particularité d'être concentrée dans la zone de couche de mélange. Par conséquent, il est logique de faire un maillage en conséquence. Un raffinement du maillage au niveau de la couche de mélange permet de capter les instabilités KH. On teste plusieurs types de raffinement sur cette frontière afin d'être sûr que les modes isolés sont bien physiques : nous disposons de 300 à 400 vertices sur la ligne de partage entre l'extérieur et l'intérieur de la cavité, cela garantit plus de 50 vertices dans la couche de mélange. Il convient de souligner que le calcul LES, dans le cas $U_\infty = 70$ m/s, contient 150 cellules sur la ligne de partage. La figure III.1 présente la topologie de maillage que l'on obtient dans ces conditions.

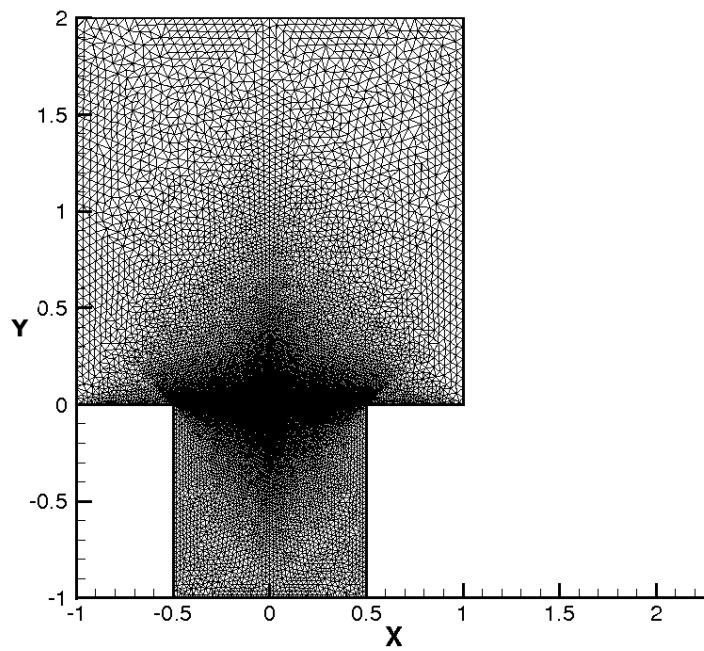
Conditions aux limites loin de la cavité

Concernant les conditions aux limites aux parois Γ_p , les fluctuations de vitesse normale à la paroi sont nulles : cela se traduit par une condition de Dirichlet sur la composante de vitesse normale à une paroi.

La difficulté réside dans les conditions aux limites en amont, en aval et sur la frontière supérieure du domaine, ce sont des conditions aux limites sur des frontières artificielles Γ_a . Il n'y a pas de solution universelle concernant ces conditions aux limites. Nous en avons testé certaines, nous présentons dans le tableau III.1 les conditions aux limites parmi les plus concluantes. Il est important de souligner que les éléments finis permettent de laisser un certain nombre de conditions aux limites libres (jeu 3, jeu 4 et jeu 6); dans le cas des jeux 3 et 4, on laisse la pression libre.



(a) Zone de calcul et zone d'étirement



(b) Zoom sur la zone de calcul (a)

Figure III.1 — *Maillage typique pour un calcul de stabilité*

Jeu de conditions aux limites	condition sur \hat{u}	condition sur \hat{v}	condition sur \hat{p}
Jeu 1	$\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \hat{v}}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \hat{p}}{\partial x} = 0$
Jeu 2	$\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \hat{v}}{\partial x} = 0$	$\hat{p} = 0$
Jeu 3	$\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial \hat{v}}{\partial x} = 0$	-
Jeu 4	$\hat{u} = 0$	$\hat{v} = 0$	-
Jeu 5	$\hat{u} = 0$	$\hat{v} = 0$	$\hat{p} = 0$
Jeu 6	-	-	-

Tableau III.1 — *Jeux de conditions aux limites intéressantes*

Le choix de conditions aux limites est toujours très délicat dans les problèmes de stabilité. Pour le cas de la stabilité d'écoulement de couche limite, le caractère extrinsèque des instabilités mises en jeu impose un choix difficile en fonction des frontières (aval, amont et supérieure). En effet, le caractère convectif du phénomène nécessite des conditions aux limites différentes entre l'amont, l'aval et la frontière supérieure. Dans notre cas et avec la formulation choisie (i.e. équations d'Euler linéarisées), nous choisissons de ne pas résoudre le problème de stabilité lié à la couche limite amont et la couche limite aval : les perturbations dans l'ensemble des couches limites ne sont pas calculées. Dans notre cas, les frontières Γ_a jouent un rôle identique étant donné l'objectif de l'étude (acoustique de cavité via une étude de stabilité). Par conséquent, on impose le même jeu de conditions aux limites sur chacune de ces frontières Γ_a .

Le choix d'un jeu de conditions aux limites réside dans le nombre de Spurious mode issu du calcul par Arnoldi. Nous appelons les Spurious mode les modes non physiques donc inutiles pour notre étude qui proviennent de la discrétisation du problème ainsi que de la méthode utilisée. La présence de branches continues liées aux équations d'Euler ne facilite pas la lisibilité des spectres obtenus. Il se trouve que les jeux 1,2,3 et 6 fournissent énormément de Spurious mode et il est impossible de discerner des pulsations qui semblent se détacher du nuage de point. Les jeux 4 et 5 sont les meilleures configurations : il reste beaucoup de Spurious mode mais certains modes semblent se détacher. Étant donné que l'objectif de la thèse est de voir l'influence des modes dans l'acoustique de la cavité, il convient de faire des calculs sur des grands domaines et de transporter des fluctuations de pression et de vitesses très petites. Les jeux 4 et 5 peuvent conduire à des réflexions de fluctuation de pression. Par conséquent, on ajoute au domaine de calcul une zone d'étirement où les mailles sont très lâches ce qui permet de dissiper ces fluctuations de pression proches des frontières de l'écoulement. Ce type de traitement est indispensable pour éviter que ces ondes réfléchies viennent polluer les modes considérés. La figure III.1(b) présente la topologie de maillage employée *in fine* pour notre étude. Nous préférons donc utiliser cette topologie de maillage avec le jeu 5 afin d'éviter toute réflexion de fluctuation de pression qui perturberait le calcul du mode propre. Il est à noter néanmoins, que étant donné l'intensité et la concentration du phénomène à la zone de mélange l'effet des conditions aux limites jeu 4 ou jeu 5 n'est pas perceptible dans la zone de la couche de mélange sur les fluctuations et sur la partie réelle de la pulsation propre ω_r .

D'une manière générale, les calculs ont été menés avec les conditions aux limites du jeu 5 avec une zone d'étirement de 10 fois la cavité et des tailles de domaine de calcul variables pour assurer la convergence en ω_r . Cette procédure permet une convergence satisfaisante pour notre étude.

Concrètement, nous faisons un tir par la méthode d'Arnoldi autour d'une cible (avec $\sigma_i > 0$) où nous demandons un certain nombre de valeurs propres (une centaine). Les valeurs propres qui se détachent d'un nuage de points sont analysées et si la forme des modes propres ressemble à des modes de KH, i.e. concentrés dans la couche de mélange, nous faisons varier la cible, le nombre de mailles, et le domaine de calcul afin d'obtenir une convergence en ω_r .

Cette étude se démarque des études conventionnelles de stabilité : nous ne cherchons pas une maîtrise complète de la convergence au sens classique du terme. Nous avons conscience de véhiculer un certain nombre de biais liés à la forme même des équations de stabilité considérées (branches continues), à la méthode numérique d'ordre bas, à l'interpolation d'un champ de base calculé par une autre méthode numérique. Nous recherchons une convergence de la forme des modes et de la pulsation ω_r en fonction du nombre de points de maillage, du raffinement de ce dernier de la taille du domaine considéré.

3.3 Résultats et analyse

Modes de Kelvin-Helmholtz

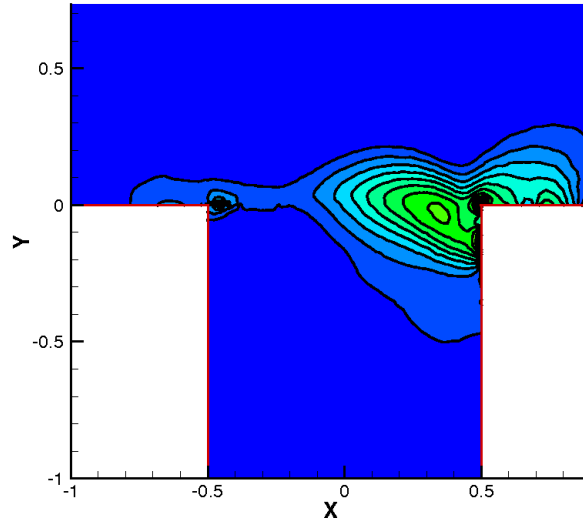
Lorsque que l'on trouve un candidat intéressant pour un mode i.e. le mode comporte une structure cohérente et concentrée dans la couche de mélange, nous cherchons à obtenir une partie réelle de sa pulsation ω_r convergée. Il faut remarquer que les fonctions propres sont plus robustes que la pulsation. Il est alors important de faire jouer un certain nombre de paramètres tels que le nombre de points total du calcul de stabilité et le raffinement dans la zone de mélange ou encore la taille du domaine afin de garantir une convergence de la partie réelle de la pulsation. La partie réelle de la pulsation ω_r est indépendante du maillage et des conditions aux limites. Le tableau III.2 présente précisément cette variation de paramètres et montre une convergence autour de certaines valeurs distinctes de ω_r .

Taille de la zone de calcul Hauteur X Longueur	Nombre de triangle	Mode I	Mode II	Mode III	Mode IV
2D X 3D	32721	$\omega_r = 3.20$			
	39258		$\omega_r = 5.88$	$\omega_r = 8.31$	$\omega_r = 12.36$
4D X 5D	32158	$\omega_r = 3.21$			
	34210		$\omega_r = 5.89$		$\omega_r = 12.39$
5D X 7D	45228			$\omega_r = 8.32$	
20D X 15D	37937	$\omega_r = 3.22$	$\omega_r = 5.91$	$\omega_r = 8.29$	$\omega_r = 12.37$
20D X 20D	29107		$\omega_r = 5.89$		

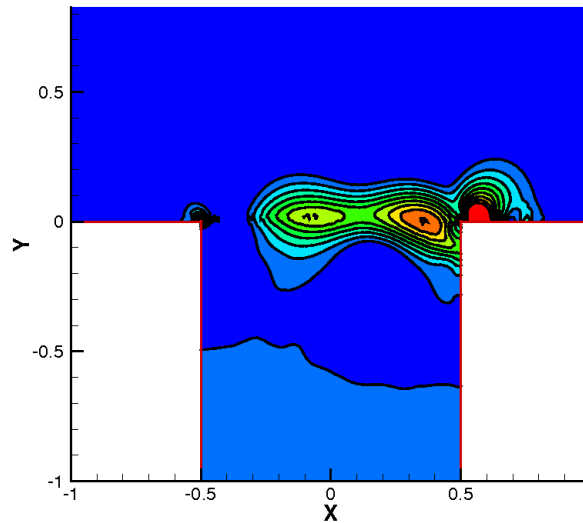
Tableau III.2 — Convergence de ω_r pour différentes tailles de domaine et pour différents raffinements de maillage, $U_\infty = 70$ m/s.

Revenons sur la dénomination des modes (mode I, mode II,...) telle qu'elle est indiquée dans le tableau III.2 ainsi que sur la structure spatiale des modes associés. Dans les figures III.2 et III.3, nous présentons les iso-valeurs du module de la fluctuation de pression. On peut ainsi souligner la présence de structures : le nombre de structures conditionne le nom du mode. L'essentiel des modes est concentré dans la couche de mélange, 90% de l'énergie est exclusivement situé dans la zone de couche de mélange. Étant donné que ces modes sont concentrés dans la couche de mélange et étant donné le moteur de l'instabilité (profil de vitesse inflexionnel), les modes obtenus sont des modes de Kelvin-Helmholtz (KH). Ainsi, le mode KH I a une structure, le mode KH II a deux structures, ainsi de suite. Cette concentration des modes à la couche de

mélange explique par ailleurs l'indépendance des modes aux différentes conditions aux limites (jeu 4 et jeu 5).



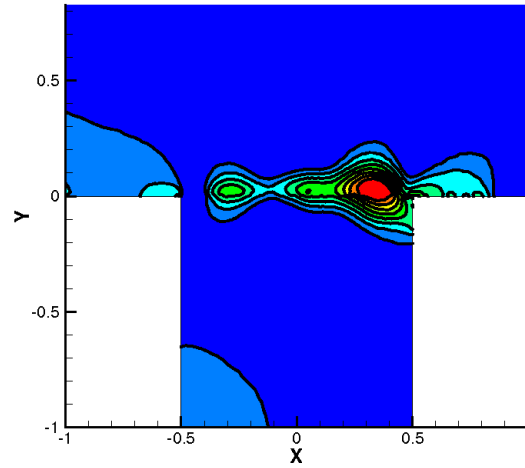
(a) mode I



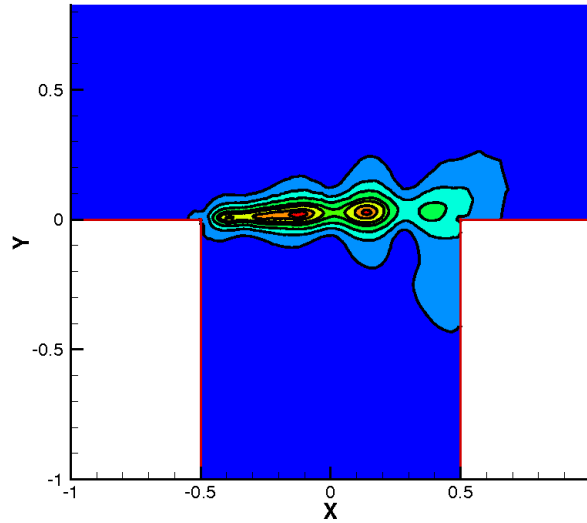
(b) mode II

Figure III.2 — Modes de Kelvin-Helmholtz I et II. Iso-valeurs du module de la fluctuation de pression pour le mode I ($St_I = 0.51$) et II ($St_{II} = 0.94$), $U_\infty = 70$ m/s.

Nous présentons les quatre premiers modes mais il est clair qu'il est possible de calculer les modes suivant (V, VI, VII...), i.e. des modes avec plus de structure. Nous verrons dans la suite de l'étude plus de détails concernant ces modes présentés. Ces résultats présentent une modélisation qui contient toutefois un certain nombre d'incertitudes. Le choix de l'écoulement de base reste à ce stade très discutable, beaucoup d'autres paramètres pourraient influencer cet écoulement de base ce qui rendrait caduque cette étude. Malgré une certaine indépendance des modes vis-à-vis des conditions aux limites, la procédure employée pour déterminer ces modes reste très largement empirique. À ce stade de l'étude, cette modélisation est en mal de validation.



(a) mode III



(b) mode IV

Figure III.3 — Modes de Kelvin-Helmholtz III et IV. Iso-valeurs du module de la fluctuation de pression pour le mode III ($St_{III} = 1.32$) et IV ($St_{IV} = 1.97$), $U_{\infty} = 70$ m/s.

Une première validation est l'application de méthode plus conventionnelle (théorie de stabilité 1D locale). La comparaison avec l'approche 1D va aussi permettre de déterminer l'apport de la théorie de stabilité 2D globale dans le problème de la cavité.

Validation de la stabilité 2D globale par la stabilité 1D locale

Nous allons étudier la stabilité linéaire 1D (i.e théorie locale) du profil de vitesse au milieu de la cavité ce qui permettra de s'affranchir des effets des bords de la cavité tout en comparant ces résultats au calcul biglobal. Nous réalisons une étude de la stabilité 1D d'une couche de mélange compressible [8] avec une condition particulière en ce qui concerne le traitement des conditions aux limites pour le fond de la cavité. L'écoulement de base est issu d'un profil de vitesse hyperbolique dans la cavité étalonné sur l'écoulement moyen au centre de la cavité de la simulation LES de la forme :

$$\frac{\bar{U}}{U_\infty} = \frac{1}{2} \left(1 + \tanh\left(\frac{y}{2\theta}\right) \right)$$

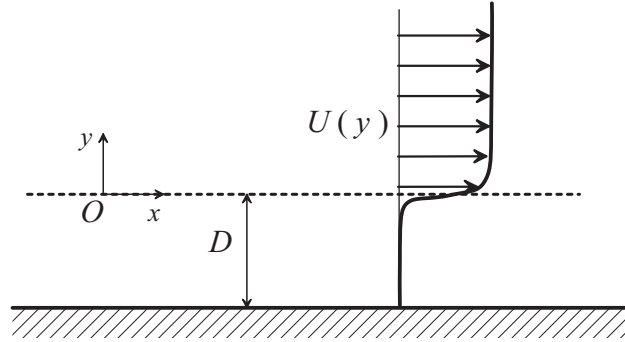


Figure III.4 — *Visualisation de la configuration pour le cas de la stabilité locale*

Nous allons donc calculer la stabilité linéaire d'une couche de mélange 1D, $\bar{U}(y)$ d'un gaz parfait se mouvant dans la direction x , avec des variations selon y seulement ; l'écoulement est en effet supposé indépendant de x (voir figure III.4). On utilise le même adimensionnement que pour le cas biglobal.

On introduit les perturbations dans les équations d'Euler que l'on linéarise autour de cette perturbation. On obtient ainsi le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \tilde{v} \frac{d\bar{U}}{dy} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \\ \frac{\partial \tilde{v}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} \\ M^2 \left(\frac{\partial \tilde{p}}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} = 0 \end{array} \right. \quad (3-11)$$

La troisième équation est obtenue par combinaison de l'équation de continuité, de l'équation d'entropie et de l'hypothèse des gaz parfaits. La forme modale de la perturbation s'écrit :

$$(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{p}) = (\hat{u}(y), \hat{v}(y), \hat{p}(y)) \exp(i(kx - \omega t)) \quad (3-12)$$

avec k complexe et ω réel. Finalement en remplaçant dans (3-11), on obtient :

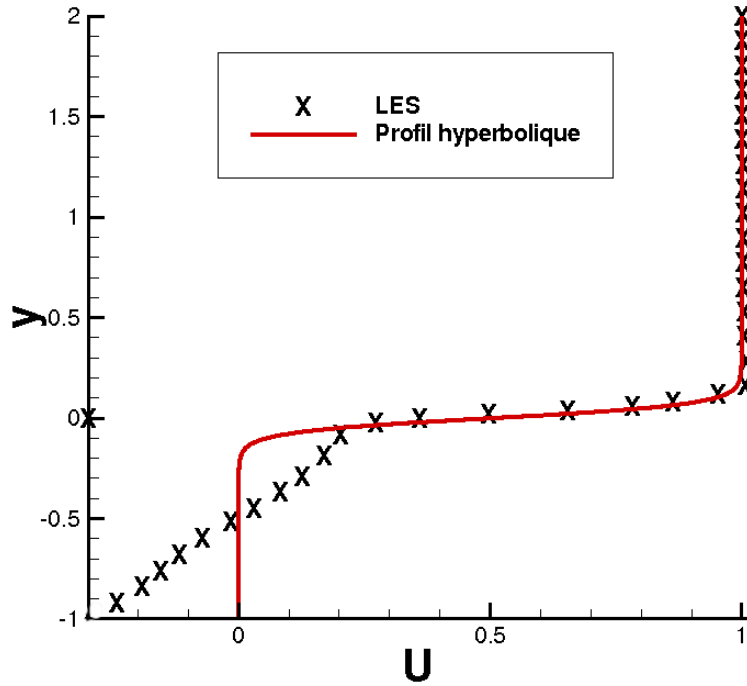


Figure III.5 — Profil moyen de vitesse longitudinale extrait de la LES et profil tangentiel correspondant

$$\begin{cases} -i\omega\hat{u} + \bar{U}'\hat{v} &= -ik\hat{p} - ik\bar{U}\hat{u} \\ -i\omega\hat{v} + \hat{p}' &= -ik\bar{U}\hat{v} \\ -i\omega M^2\hat{p} + \hat{v}' &= -ikM^2\bar{U}\hat{p} - ik\hat{u} \end{cases} \quad (3-13)$$

En fluide parfait, la vitesse normale à la paroi est nulle :

$$\hat{v}(-1) = 0$$

Lorsque l'on utilise (3-13) pour résoudre le spectre, il convient de considérer que très loin de la paroi les perturbations s'amortissent et peuvent être considérées comme nulles :

$$\hat{v}(+\infty) = 0$$

On peut simplifier ce système en une équation différentielle du second ordre en la pression. On obtient donc l'équation suivante :

$$\hat{p}'' - \frac{2k}{k\bar{U} - \omega} \bar{U}_{,y} \hat{p}' + \left(M^2(\omega - k\bar{U})^2 - k^2 \right) \hat{p} = 0 \quad (3-14)$$

L'équation classique de Rayleigh (3-14) admet une condition aux limites à la paroi (dédue de l'équation (3-13)) :

$$\hat{p}'(-1) = 0$$

Loin de la paroi, on peut considérer que le gradient de vitesse est nul, par conséquent, l'équation (3-14) se simplifie en :

$$\hat{p}'' + \left(M^2(\omega - k)^2 - k^2 \right) \hat{p} = 0 \quad (3-15)$$

qui est une équation linéaire à coefficient constant. On note

$$\gamma = \pm \sqrt{M^2(\omega - k)^2 - k^2}$$

on détermine le signe de γ en fonction du choix : $Re(\gamma) \geq 0$. Les solutions sont de la forme :

$$\hat{p} = A \exp(-\gamma y) + B \exp(\gamma y)$$

avec A et B les constantes d'intégration. Comme les perturbations s'amortissent loin de la paroi, on impose $B = 0$.

D'où loin de la paroi, on obtient :

$$\hat{p}' + \gamma \hat{p} = 0 \tag{3-16}$$

On obtient une solution exponentielle qui s'atténue loin de la cavité.

Dans un premier temps, nous utilisons (3-14) pour calculer le spectre des valeurs propres du système puis un algorithme de Newton permet de calculer les vecteurs propres et les valeurs propres intéressantes à partir de (3-16). Chacun des deux programmes est basé sur la collocation spectrale.

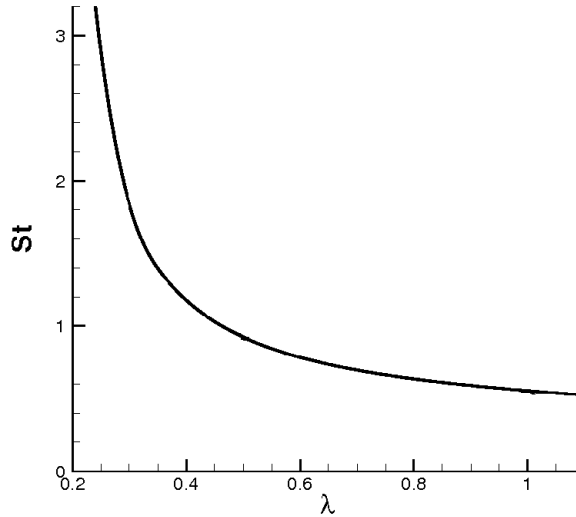
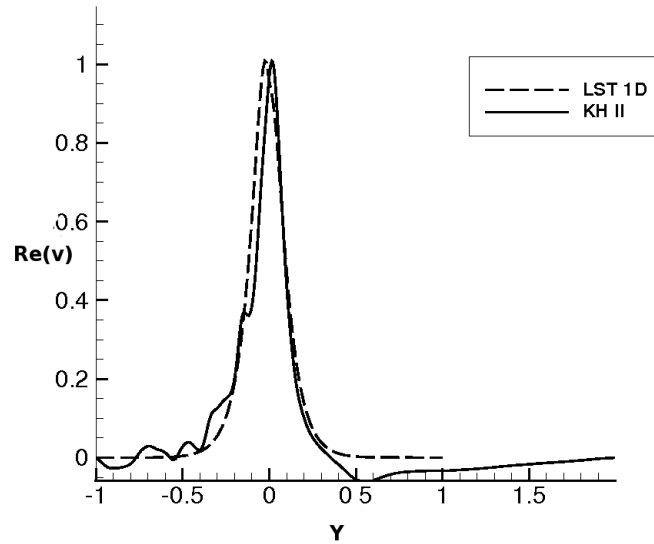


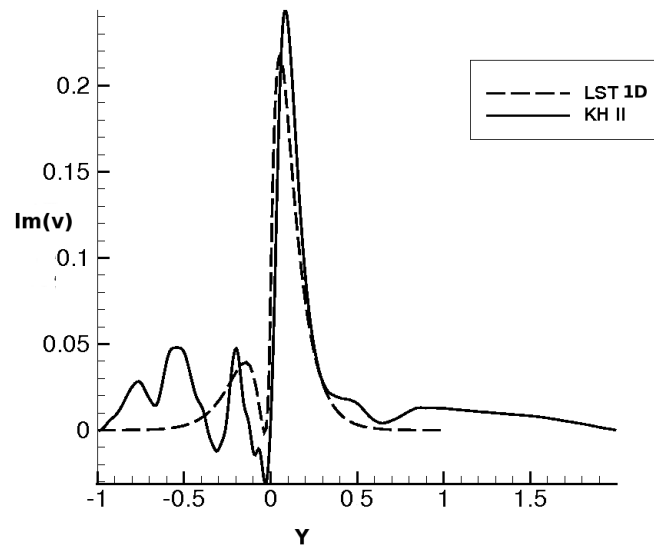
Figure III.6 — Relation de dispersion entre la longueur d'onde et le nombre de Strouhal

Finalement, on peut relier la longueur d'onde $\lambda = \frac{2\pi}{k_r}$ au nombre de Strouhal. Dans la figure III.6, on représente cette relation. En guise de validation, nous allons comparer les résultats de la stabilité globale 2D et de la stabilité 1D locale. Prenons le mode KH II au centre de la cavité. Ce mode a un nombre de Strouhal $St_{KHII} = 0.92$. En utilisant la relation de dispersion figure III.6, on obtient un nombre d'onde λ proche de 0.5. Cette longueur d'onde est cohérente avec la longueur d'onde que l'on peut observer dans le cas du mode KH II dans le cadre de la stabilité globale. Il est donc intéressant de comparer en guise de validation la stabilité 1D au centre de la cavité avec le mode KH II au centre de la cavité (voir figure III.2 : en gros deux structures sur la longueur de la cavité). Les résultats de stabilité sont toujours définis à une constante complexe près. Nous allons donc normaliser par la même constante les résultats de stabilité 1D et 2D. Nous utilisons la partie réelle de la fluctuation de vitesse normale à la paroi pour faire coïncider les modes (voir figure III.7). On remarque un très bon accord entre la stabilité 1D et la stabilité 2D pour ce qui est de la partie imaginaire de la fluctuation de vitesse normale. La partie réelle de fluctuation de pression ainsi que la partie réelle de fluctuation

de vitesse longitudinale pour le cas 1D sont aussi comparées avec la stabilité 2D en utilisant la constante de normalisation déterminée avec la partie réelle de fluctuation de vitesse normale. On note encore une fois un accord satisfaisant. Ce genre de résultats permet en outre de confirmer que les modes mis en exergue sont bien des modes de Kelvin Helmholtz. L'enjeu maintenant est de comprendre le lien entre la théorie classique et la théorie globale.



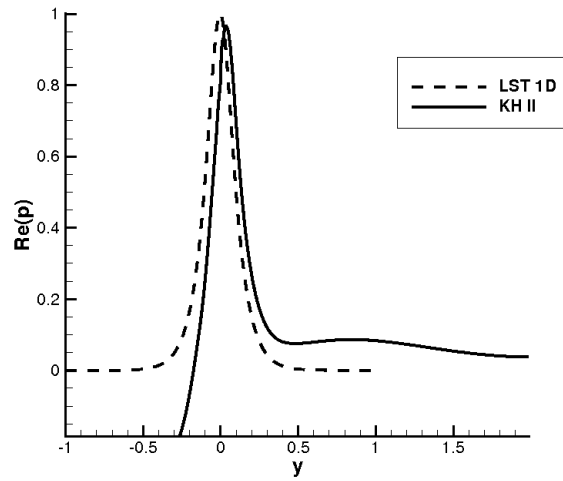
(a) Partie réelle



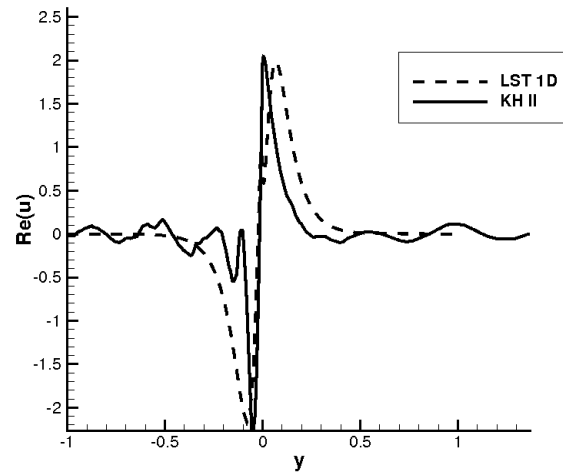
(b) Partie imaginaire

Figure III.7 — Comparaison entre la stabilité locale et la stabilité biglobale en milieu de cavité : fonction propre de fluctuation de vitesse normale

La théorie de stabilité globale ne définit pas de longueur d'onde *a priori* mais cette longueur d'onde est fixée par les conditions aux limites. Si on regarde sommairement les modes KH calculés par la théorie globale, on peut en déduire une pseudo-longueur d'onde λ' . En effet, la numérotation des modes KH (I, II, III, IV, etc) correspond au nombre de structures sur la longueur de la cavité. Sommairement, on peut donc dire que le mode I a une pseudo-longueur



(a) Partie réelle fluctuation de pression



(b) Partie réelle fluctuation de vitesse longitudinale

Figure III.8 — *Comparaison entre la stabilité locale et la stabilité biglobale en milieu de cavité : fonction propre de fluctuation de vitesse longitudinale et pression*

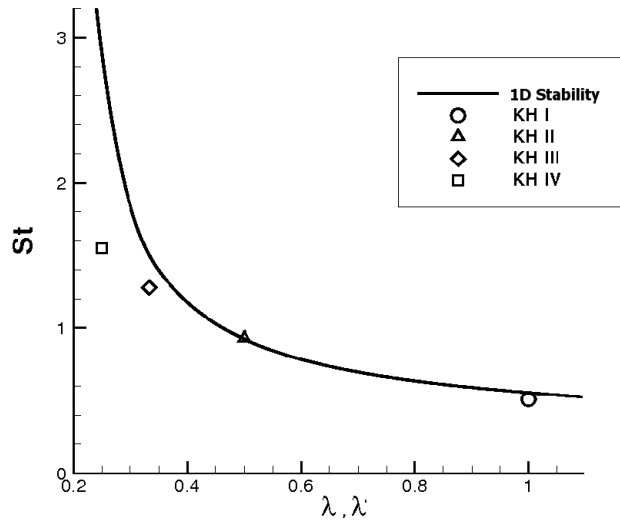


Figure III.9 — *Comparaison entre la stabilité locale et la stabilité globale en milieu de cavité : Nombre de Strouhal fonction de la longueur d'onde*

d'onde de la taille de la cavité donc $\lambda' = 1$ car il contient une seule structure dans la longueur de la cavité. Le mode II a donc une pseudo-longueur d'onde de $\lambda' = 1/2$ car il contient 2 structures dans la longueur de la cavité ; le mode III a donc une pseudo-longueur d'onde de $\lambda' = 1/3$ car il contient 3 structures et enfin le mode IV a donc une pseudo-longueur d'onde de $\lambda' = 1/4$ car il contient 4 structures dans la longueur de la cavité. La stabilité classique fournit des résultats pour un nombre de Strouhal donné. Par conséquent, on peut faire un balayage en nombre de Strouhal des modes instables pour obtenir la longueur d'onde correspondante.

La figure III.9 présente le nombre de Strouhal en fonction de la longueur d'onde pour un écoulement moyen basé sur l'écoulement au centre de la cavité issu de la LES avec la théorie de stabilité locale. On a superposé les résultats de la stabilité globale avec la notion de pseudo-longueur d'onde introduite plus haut. Les résultats entre les deux théories sont encore en assez bon accord (compte tenu de la définition de λ' et de la différence des écoulements de base utilisés). Finalement, la théorie de stabilité 2D fournit une discrétisation des modes alors que la stabilité 1D locale fournit un continuum des modes possibles à travers la relation entre le Strouhal et la longueur d'onde.

Rowley [76], dans le cadre de sa thèse a mis au point un code de calcul de stabilité s'appuyant sur la théorie classique. Il a calculé la stabilité de profils hyperboliques successifs dans la cavité et a ainsi reconstruit la forme spatiale des modes et l'a comparé avec des résultats issus de DNS pour valider cette méthode. Dans notre approche, il n'y a aucun *a priori* : la théorie globale permet la sélection des longueurs d'onde et permet donc une discrétisation des modes possibles. Nous verrons dans la suite la comparaison avec la partie instationnaire des LES.

Nous avons présenté dans cette partie comment l'étude de stabilité est mise en place en terme d'écoulement de base, d'équations considérées et de méthodes numériques employées. Cette méthode fournit des résultats convergés en terme de pulsation et de forme : ce sont les modes de Kelvin-Helmholtz. Ils sont cohérents avec l'approche standard de stabilité linéaire 1D locale et donnent un complément d'information en proposant des modes discrets pour une configuration donnée.

La théorie de stabilité locale fournit un continuum de longueurs d'ondes. La théorie de stabilité globale permet une discrétisation et une sélection des fréquences impliquées. C'est probablement la prise en compte des conditions aux limites (bords de la cavité) qui permet cette sélection des fréquences. Bien entendu l'évolution dans le sens de l'écoulement de la couche de mélange (effet non parallèle) est aussi prise en compte dans la théorie globale au contraire de la théorie classique.

La stabilité linéaire 2D globale d'un écoulement turbulent au-dessus d'une cavité constitue un nouvel outil d'analyse de l'écoulement que nous utiliserons dans la partie suivante. Pour le moment, le choix de l'écoulement de base comme la partie moyenne du champ de vitesse n'est pas validé. La partie suivante tentera de justifier ce choix d'écoulement de base à la lumière des résultats instationnaires de la LES.

Deuxième partie

Confrontation entre la théorie de stabilité linéaire 2D globale et le champ instationnaire LES

Chapitre

IV

Comparaison des modes dominants issus de la partie instationnaire des LES et des modes de stabilité pour une cavité rectangulaire

Aperçu

IV.1	Résultats instationnaires LES	72
1.1	Présentation des outils d'analyse du signal	72
1.2	Résultats et analyses	74
IV.2	Comparaison stabilité linéaire et instationnaires LES	77
2.1	Comparaison fréquentielle	77
2.2	Comparaison des modes	80
2.3	Bilan	86

Ce chapitre permet d'appliquer la théorie de la stabilité linéaire 2D globale à plusieurs cas de vitesse incidente pour une cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$ et de confronter les résultats obtenus à la partie instationnaire des calculs LES. On rappelle que la partie moyenne de ces derniers permet d'obtenir le champ de base, donnée d'entrée de l'étude de stabilité.

IV.1 Résultats instationnaires LES

1.1 Présentation des outils d'analyse du signal

Méthodes numériques

Cette partie sera dédiée à la présentation des outils qui vont permettre l'analyse du signal instationnaire : l'approche classique de transformée de Fourier discrète, ainsi que la méthode du périodogramme. Ce sont des méthodes dites *non paramétriques*

Les simulations LES permettent d'obtenir des signaux fonction du temps. Si l'on considère un signal $v(t)$, sa transformée de Fourier au point $\xi = 2\pi f \in \mathbb{R}$ est donnée par :

$$\hat{v}(\xi) = \int_{\mathbb{R}} e^{-it\xi} v(t) dt \quad (4-1)$$

C'est une définition mathématique. En réalité, on ne connaît de la fonction v que N échantillons $v_n = v(t_n)$, les valeurs discrètes t_n , $n = 0 \dots N - 1$, étant espacées de Δt . On parle de signal échantillonné à la fréquence $F_s = 1/\Delta t$ avec une durée d'observation $T = (N - 1)/F_s$.

On définit la transformée de Fourier discrète du signal v à la fréquence f par :

$$\hat{v}_N(f) = \sum_{n=0}^{N-1} v_n e^{-i2\pi n f / F_s} \quad (4-2)$$

Elle est exprimée aux N points fréquentiels $f_j = F_s j / N$, pour $j = 0 \dots N - 1$, où elle prend les valeurs :

$$\hat{v}_j = \hat{v}_N(f_j) = \sum_{n=0}^{N-1} v_n e^{-i2\pi n j / N} \quad (4-3)$$

Afin de représenter le "contenu" fréquentiel du signal, on calcule la densité spectrale de puissance (PSD¹) définie par la formule suivante $P_j = |\hat{v}_j|^2 / N$. Lorsque l'on trace P_j en fonction de f_j on obtient ce que l'on appelle communément un spectre : le spectre représente la répartition de l'énergie du signal en fonction de la fréquence. Ce genre d'outil est donc indispensable à l'étude des phénomènes instationnaires des cavités. Concrètement, la simulation LES fournit des résultats sous forme d'échantillons d'une grandeur physique : l'analyse de Fourier de ces échantillons permet une détection des modes impliqués dans la résonance.

Cependant quelques réserves théoriques à propos de l'outil sont à citer. En effet, La fonction $\hat{v}_N(f)$ est F_s -périodique, il est impossible de distinguer dans le spectre la contribution des fréquences f et $F_s - f$. C'est ce qu'on appelle le phénomène de "repliement du spectre" (aliasing en anglais) : cela impose que la fréquence d'échantillonnage F_s doit être supérieure ou égale au double de la plus haute fréquence que l'on souhaite capter dans le spectre (c'est le théorème de Nyquist-Shannon).

Dans le cadre de l'étude, nous étudions un signal réel issu des équation filtrée de Navier-Stokes (LES), le spectre est symétrique par rapport à la valeur $F_s/2$, donc seules les $N/2$ premières valeurs du spectre donnent une information utile. Pour un signal donné, la durée d'observation du signal est de $T = (N - 1)/F_s$; ce paramètre est essentiel pour la qualité du spectre obtenu. En effet, calculer la transformée de Fourier discrète d'un signal par la formule précédente revient à calculer la transformée de Fourier du signal v , discrétisé sur une durée illimitée, avec ce qui est appelé une fenêtre rectangulaire : en d'autres termes, la fenêtre représente un signal unitaire pour $t \in [t_0, t_N = t_0 + T]$ et nul pour les autres valeurs de t . La transformée de Fourier de ce produit est égale à la convolution des transformées de Fourier du signal illimité et de la fenêtre. Il est donc essentiel d'étudier le spectre de la fenêtre car le spectre obtenu ne représente pas le spectre réel du signal v , mais un spectre altéré par le spectre de la fenêtre. Ce dernier comporte un pic

¹acronyme de "power spectral density"

	L	A (dB)
rectangulaire	$\frac{2}{TF_s}$	-13
Hahn	$\frac{4}{TF_s}$	-32
Blackman	$\frac{6}{TF_s}$	-59

Tableau IV.1 — *Largeur L du lobe principal en fonction de la durée d'observation, et rapport A entre la densité spectrale de puissance du pic principal et du lobe secondaire (en dB)*

central et des lobes secondaires et la largeur du pic central influe sur la résolution fréquentielle : la transformée de Fourier discrète ne peut distinguer deux fréquences discrètes que si elles sont écartées de plus de la moitié de la largeur L du pic central. Cela se traduit par la relation sur l'écart dimensionnel Δf :

$$\frac{\Delta f}{F_s} > L/2$$

Or, la largeur L étant proportionnelle à $1/(N-1)$, la relation précédente donne une valeur limite de Δf en fonction de la durée d'observation T . Les lobes secondaires ont eux une influence sur la répartition d'énergie entre les différentes fréquences. Ils induisent l'apparition d'énergie là où il n'y en a pas dans le spectre réel (non fenêtré) : ceci dépend du rapport entre l'amplitude du pic principal du spectre de la fenêtre et le lobe secondaire. Plus le lobe secondaire est faible, moins il y a d'énergie en plus. Il est important d'étudier rapidement le spectre des différentes fenêtres utilisées en traitement du signal. Le tableau IV.1 donne les valeurs asymptotiques (lorsque $N \rightarrow +\infty$) des caractéristiques des principales fenêtres utilisées.

On remarque qu'il n'existe pas de fenêtrage capable de garantir à la fois une bonne résolution fréquentielle et un rapport entre le lobe principal et secondaire satisfaisant. C'est donc la nature du problème et ce que l'on cherche *in fine* qui oriente le choix de la fenêtre. Dans le cadre de cette étude, nous favorisons l'aspect "résolution fréquentielle" nous allons donc utiliser un fenêtrage de type rectangulaire afin de bien capter les fréquences impliquées. Nous sommes conscient que la répartition d'énergie comportera certaines erreurs.

Le moyen le plus immédiat pour obtenir l'estimation du spectre d'un signal est d'appliquer directement le calcul discret via un algorithme de type FFT (Fast-Fourier Transform), puis de calculer le spectre. Cette approche présente cependant des inconvénients :

- Le signal discret est de durée finie T , ce qui signifie qu'il résulte du produit de convolution entre le signal et la fenêtre employée. Dans l'espace de Fourier, ceci se traduit par un étalement de l'énergie d'une bande de fréquence jusqu'à des fréquences relativement éloignées en une succession de pics d'amplitudes décroissantes.
- Il est possible de montrer pour des signaux gaussiens que la variance d'un tel estimateur à une fréquence donnée est égale au carré de la valeur moyenne de l'estimateur à cette même fréquence. Sa variance est de l'ordre de la quantité à estimer !

Dans le cadre de l'étude, nous nous intéressons à des signaux de spectres turbulents larges bandes comprenant des raies plus ou moins marquées se superposant à la turbulence. Opter pour un estimateur qui pose des problèmes sur des signaux de type gaussiens peut être néfaste quant aux spectres effectivement calculés par cette méthode.

Le périodogramme modifié proposé par Welch permet de traiter conjointement ces deux inconvénients pré-cités au prix d'une perte en résolution spectrale. Le signal comprenant N échantillons est divisé en N_b blocs de taille M se chevauchant approximativement sur une longueur de $M/2$, avec M une puissance de deux afin de tirer avantage des algorithmes de FFT. Le nombre de blocs N_b est donné par :

$$N_b = \text{Ent}\left(\frac{2N}{M} - 1\right)$$

Sur chacun de ces N_b blocs, le signal \hat{v}^{M_j} , où j est l'indice du bloc, est prémultiplié par la

fenêtre proposée par Welch :

$$\zeta = 1 - \left(\frac{k - M/2}{M/2} \right) \quad k = 1, \dots, M$$

Comme cette fenêtre présente une transformée de Fourier caractérisée par une décroissance vers zéro plus rapide qu'un sinus cardinal (fenêtre rectangulaire), l'énergie spectrale du signal à une fréquence donnée est étalée sur une plage fréquentielle plus réduite qu'en l'absence de fenêtrage, moyennant un léger élargissement du pic central. L'algorithme de FFT est ensuite appliqué sur le signal puis le spectre $P_v^{M_j}$ correspondant au j ème bloc est calculé, avec une résolution spectrale égale à $\frac{1}{M\Delta t}$. Enfin, ce spectre est normalisé de manière à vérifier le théorème de Parseval. Ainsi, le contenu énergétique du signal, altérée par le fenêtrage, est restitué dans son intégralité et il n'est plus nécessaire de se préoccuper de la normalisation des transformées de Fourier retenue dans les routines FFT utilisées.

En procédant de cette manière, la variance de l'estimateur est réduite d'une valeur proportionnelle à N_b . Le spectre obtenu par l'estimateur se présente donc comme une enveloppe aléatoire autour de la valeur du spectre réel, avec une moyenne :

$$P_{v_{estimateur}} = P_v \left(1 \pm \frac{1}{\frac{11}{9} N_b} \right)$$

Au final, le choix du couple (N_b, M) résulte d'un compromis entre résolution du spectre et niveau d'incertitude, tout en ne perdant pas de vue que la taille M des blocs doit être suffisante pour englober au moins une période de tous les phénomènes physiques recherchés.

Point de mesures

Le point de mesure principal est situé en $x = 0.008$ m et $y = 0.03$ m, c'est à dire qu'il est situé légèrement en aval de la cavité par rapport au centre de la cavité et au-dessus de la couche de mélange. La figure IV.1 illustre la position de ce capteur. Si l'écoulement moyen s'obtient au bout d'un temps de calcul raisonnable (40 h CPU sur ordinateur vectoriel), la partie instationnaire nécessite beaucoup d'itérations afin d'obtenir suffisamment d'échantillons pour que le calcul de spectre soit révélateur des phénomènes observés.

En ce qui concerne l'échantillonnage, nous stockons les résultats avec un pas de temps $\Delta t = 0.000003$ s et nous conservons environ 100 000 à 150 000 échantillons ce qui représente un signal de $t = 0.3$ s que nous considérons comme suffisant dans la mesure où cela représente environ plus de 200 périodes des fréquences principales attendues. Par exemple, la fréquence principale du cas $U_\infty = 70$ m/s est aux alentours de 700 Hz d'après la formule de Block qui prévoit les modes de Rossiter ce qui garantit 210 périodes de ce phénomène résonnant. Les autres fréquences impliquées sont plus importantes donc il y a encore plus de périodes du phénomène. Nous appliquons la méthode de Welch pour calculer la densité spectrale de la fluctuation de pression issue des données du capteur considéré. Nous prenons un nombre de blocs $N_b \simeq 20$ et un nombre d'échantillons par bloc $M \simeq 10240$ avec des fenêtres rectangulaires pour garantir une meilleure résolution spectrale. Finalement, notre résolution spectrale est d'environ $\Delta f = 28$ Hz ce qui est suffisant pour détecter des raies issues du mécanisme de Rossiter. Nous allons dans la suite nous intéresser aux pics qui émergent de manière claire au niveau du spectre.

1.2 Résultats et analyses

Nous présentons dans ce paragraphe l'ensemble des résultats instationnaires concernant la cavité rectangulaire pour des vitesses différentes. Les figures IV.2, IV.3, IV.4, IV.5 et IV.6 présentent les densités spectrales pour le capteur situé au-dessus de la cavité. On remarque

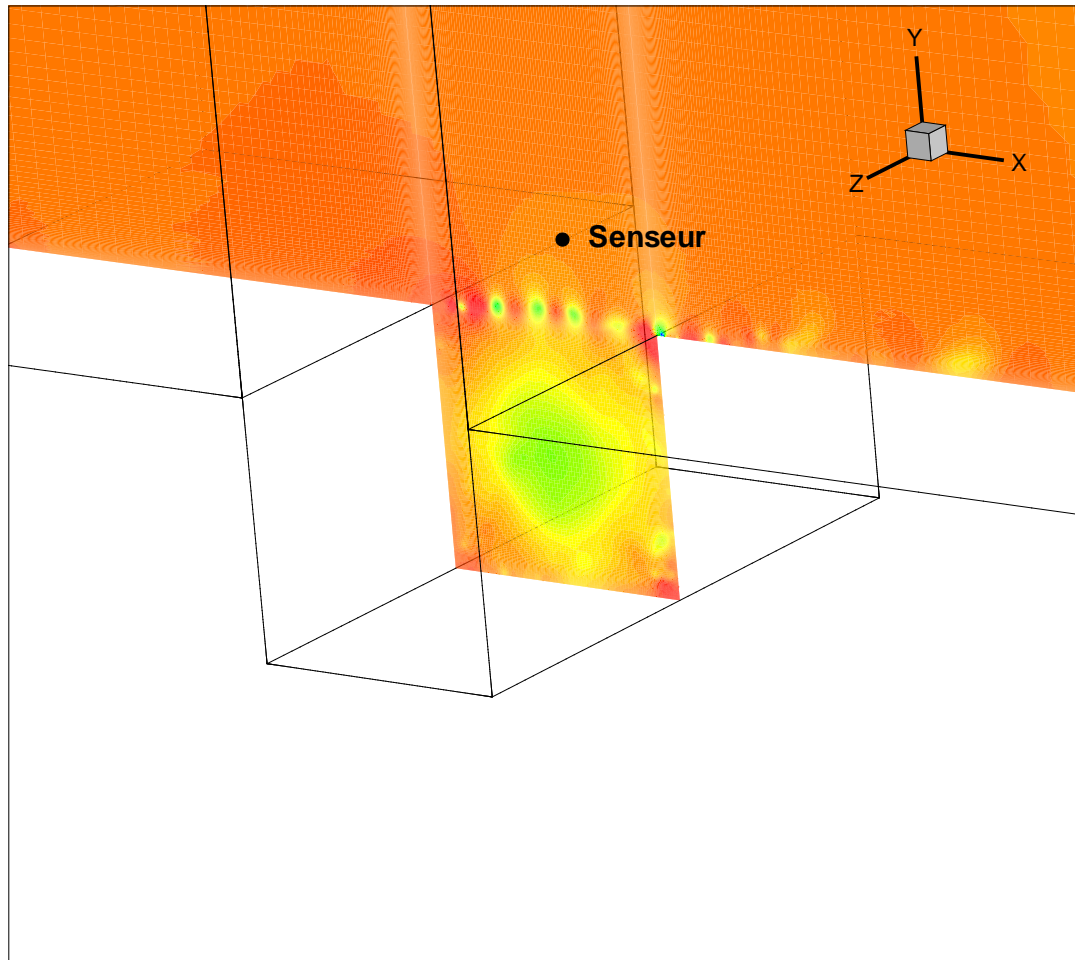


Figure IV.1 — Position du point de mesure pour le calcul des spectres de fluctuation de pression.

d'une manière générale, pour chaque cas de vitesse, un ou plusieurs pics de forte intensité (plus de 100 dB) caractéristiques du bruit de cavité. Il faut noter la présence de bruit large bande lié à la turbulence. Des pics de forte intensité se superposent à ce bruit large bande. Cette constatation donne les prémices d'une justification pour le choix de l'écoulement de base dans le problème de stabilité. En effet, le fait que les modes impliqués dans la résonance de la cavité se superpose à la turbulence, constitue l'un des arguments en faveur de l'utilisation de l'écoulement moyen comme écoulement de base pour le problème de stabilité.

La figure IV.2 présente le spectre pour une vitesse incidente de 50 m/s. On remarque un pic principal important (120 dB) pour une fréquence $f = 485$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal de $St = \frac{fD}{U_\infty} = 0.97$. Par ailleurs, on ne peut pas affirmer que d'autres pics semblent émerger du spectre. C'est le mode principal. Si on compare simplement ce nombre de Strouhal trouvé avec le résultat de la formule de Block présenté dans le Chapitre I, le mode impliqué est le mode II de Rossiter. En effet, le nombre de Strouhal du mode de Rossiter prévu par la formule de Block est $St_{RosII} = 1.08$, soit une valeur comparable au nombre de Strouhal obtenu sur le spectre.

La figure IV.3 présente le spectre pour une vitesse incidente de 70 m/s. Ce cas nous intéresse particulièrement car il constitue notre cas de référence pour l'ensemble de l'étude et particulièrement pour la mise en place de l'étude de stabilité. On note un pic principal qui émerge largement du bruit large bande (pic à plus de 105 dB). Ce pic a une fréquence $f = 630$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal $St = \frac{fD}{U_\infty} = 0.90$. Par ailleurs, on remarque 2 autres pics de moindre intensité (88 dB et 85 dB). Les deux fréquences mises en jeu sont $f = 938$ Hz et

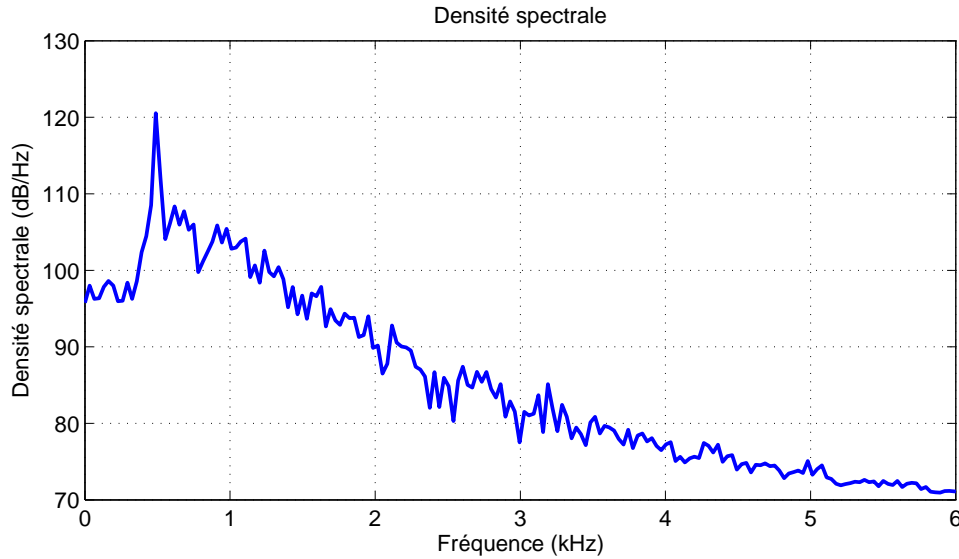


Figure IV.2 — Densité spectrale du capteur au-dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 50 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$

$f = 1477$ Hz qui correspondent à des nombres de Strouhal $St = 1.34$ et $St = 2.11$ (resp.). Dans une analyse classique, on compare ces pics relevés aux modes de Rossiter prévus par la formule de Block. Il se trouve que pour ce cas de vitesse incidente, le nombre de Strouhal correspondant au mode II de Rossiter est $St_{RosII} = 1.02$, le nombre de Strouhal correspondant au mode III de Rossiter est $St_{RosIII} = 1.53$ et enfin le nombre de Strouhal correspondant au mode IV de Rossiter est $St_{RosIV} = 2.04$. Le premier pic ($St = 0.90$) ainsi que le dernier envisagé ($St = 2.11$) correspondent respectivement au mode II et IV de Rossiter. Selon toute vraisemblance et malgré l'écart, le mode III de Rossiter $St_{RosIII} = 1.53$ correspond au pic intermédiaire $f = 938$ Hz, i.e $St = 1.34$. Jusqu'à présent nous n'avons que l'analyse spectrale et les formules semi-empiriques de type Rossiter qui permettent de statuer sur la nature des modes. Les formules de type Rossiter sont rapides à mettre en œuvre mais peuvent manquer d'"information" pour une utilisation précise. Dans le cas présent, nous supposons que le pic intermédiaire est le mode III de Rossiter. Nous verrons par la suite comment la stabilité peut être un recours et une aide au discernement de la nature du mode mis en jeu.

La figure IV.4 présente le spectre pour une vitesse incidente de 90 m/s. Dans ce cas, on remarque la présence d'un pic principal d'intensité plus importante que le cas précédent. L'intensité de ce pic principal est de 117 dB et sa fréquence $f = 468$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal $St = 0.52$. Dans ce cas, le nombre de Strouhal du mode I de Rossiter calculé par la formule de Block est $St_{RosI} = 0.49$. Par conséquent, le mode résonnant principal correspond au mode I de Rossiter. Jusqu'à présent le mode principal impliqué semblait être le mode II de Rossiter, pour ce cas de vitesse incidente (i.e $U_\infty = 90$ m/s), c'est le mode I de Rossiter qui devient principal, on vient de changer de mode principal. Nous verrons dans la suite de ce paragraphe comment on peut expliquer ce changement de mode principal. Par ailleurs, en ce qui concerne le reste du spectre, on remarque une sorte de bosse aux alentours de 1500 Hz. Le pic émergent de cette bosse a une fréquence $f = 1460$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal $St = 1.62$ ce qui situe cette fréquence entre le mode III $St_{RosIII} = 1.47$ et le mode IV de Rossiter $St_{RosIV} = 1.96$. Dans l'immédiat, nous sommes dans l'impossibilité de conclure, il y a plusieurs fréquences impliquées, la résolution spectrale ne peut surement pas permettre de bien séparer les phénomènes observés. Nous verrons par la suite que dire de cette "bosse".

La figure IV.5 présente le spectre pour une vitesse incidente de 110 m/s. On remarque le pic principal d'intensité proche de 120 dB et une fréquence de $f = 517$ Hz ce qui correspond à un

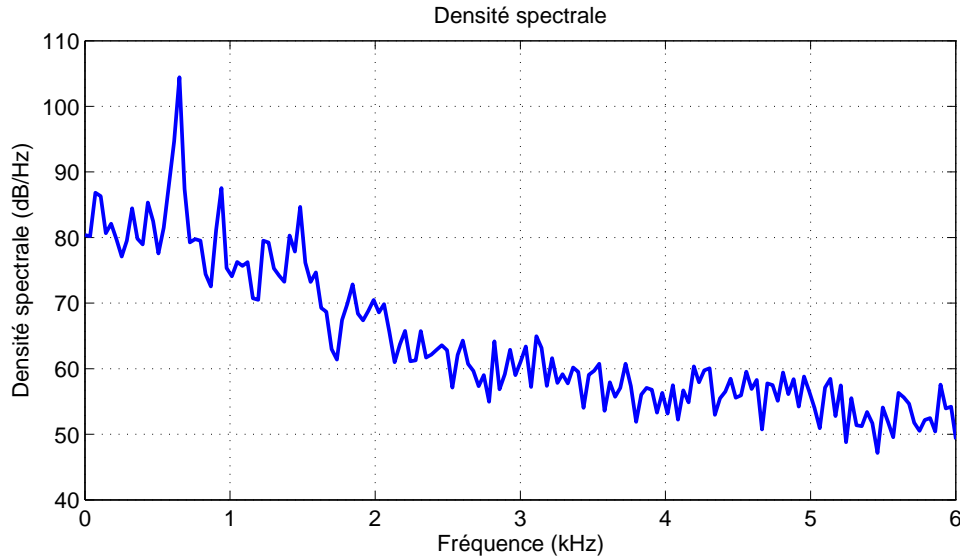


Figure IV.3 — Densité spectrale du capteur au-dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 70 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$

nombre de Strouhal $St = 0.45$. Cela correspond au mode I de Rossiter prévu par la formule de Block $St_{RosI} = 0.47$. Le mode I a une intensité légèrement accrue par rapport au cas de vitesse précédent. On remarque un second pic bien marqué d'intensité supérieure à 100 dB pour une fréquence de $f = 1881$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal $St = 1.71$. Cela semblerait correspondre au mode IV de Rossiter $St_{RosIV} = 1.88$. Comme le cas à 90 m/s, entre ces deux pics, il y a une "bosse" dont la forme ne permet pas de dégager nettement une fréquence excitée correspondant à un mode de Rossiter.

La figure IV.6 présente le spectre pour une vitesse incidente de 120 m/s. On remarque le pic principal d'intensité proche de 115 dB et une fréquence de $f = 552$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal $St = 0.46$. Cela correspond au mode I de Rossiter prévu par la formule de Block $St_{RosI} = 0.46$. On note un second pic bien marqué d'intensité supérieure à 100 dB pour une fréquence de $f = 1908$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal $St = 1.59$. C'est le mode IV de Rossiter $St_{RosIV} = 1.84$.

Nous avons été capable d'associer chaque pic à un mode de Rossiter moyennant quelques approximations. Dans ce qui se fait classiquement, on cherche le jeu de constante pour la formule de type Rossiter qui permet de faire coïncider les fréquences observées avec les prévisions de la formule. Ici, nous allons utiliser alors l'approche de stabilité. Pour chaque cas de calcul, nous sommes capable de déterminer un champ de vitesse moyen sur lequel nous allons faire une étude de stabilité et ainsi comparer les résultats instationnaires aux résultats de stabilité.

IV.2 Comparaison stabilité linéaire et instationnaires LES

2.1 Comparaison fréquentielle

Nous réalisons donc plusieurs études de stabilité et nous cherchons à calculer les modes de Kelvin-Helmholtz pour chaque cas de vitesse incidente à partir de chaque écoulement moyen en suivant la méthodologie décrite au chapitre précédent. Nous obtenons pour chaque vitesse un champ moyen en considérant environ une centaine de périodes du mode principal (aux alentours de 500 à 600 Hz). Nous calculons les modes de Kelvin-Helmholtz (modes KH) du mode I au mode IV. Seul le cas 110 m/s justifiait de calculer le mode V pour comparer avec l'ensemble des fréquences résonantes de ce cas. Nous utilisons pour chaque cas de vitesse ainsi que pour

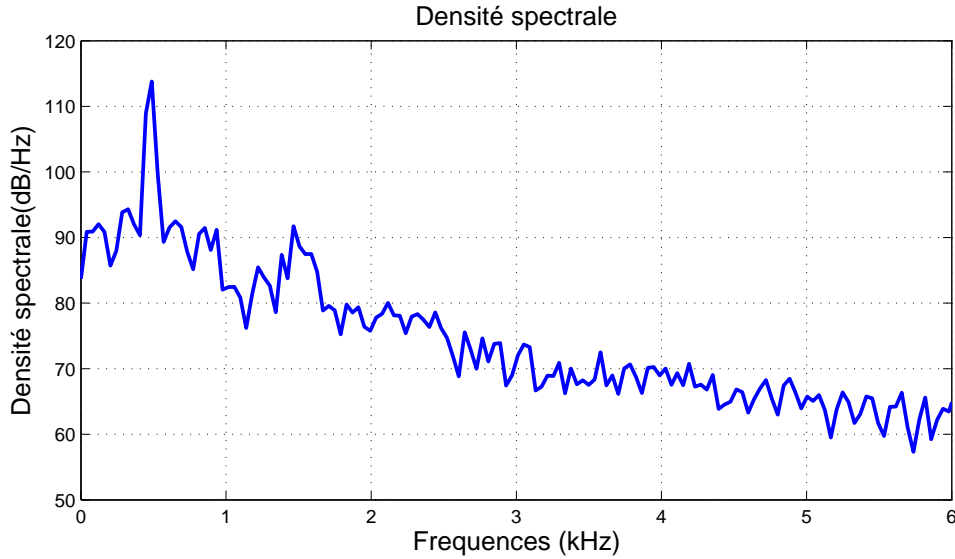


Figure IV.4 — *Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 90 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$*

chaque mode KH la même méthodologie pour garantir que les modes calculés sont des modes physiques : nous multiplions les cas de calcul pour des raffinements de maillage différents et pour des tailles de domaine de calcul différentes. Les pulsations convergées sont référencées dans le tableau 2.2. Nous avons aussi mis dans ce tableau les fréquences résonantes issues de l'analyse précédente que nous avons associées aux modes de Rossiter correspondant.

On compare les modes de Rossiter calculé par la formule de Block avec les modes de stabilité globale. On remarque un bon accord entre la formule de Block et les modes de stabilité pour les modes I et II de Rossiter. En ce qui concerne les modes III et IV , on peut noter que l'ordre de grandeur est respecté même si l'accord est moins bon que dans le cas des modes I et II. Cette première constatation au niveau du nombre de Strouhal issu de l'étude de stabilité et le nombre de Strouhal issu de la formule de Block pour le calcul des fréquences des modes de Rossiter permet de proposer une nouvelle interprétation pour la description de Rossiter. Jusqu'à présent le mécanisme de Rossiter était perçu comme un accord fréquentiel entre un nombre de tourbillons dans la couche de mélange et un temps de retour d'une onde acoustique issue de l'impact de ces tourbillons sur le bord aval de la cavité. Ce phénomène de rétroaction a trouvé une description qui a permis d'obtenir les différentes formules de Rossiter en fonction de données empiriques. Ici, notre premier résultat semble ajouter une nouvelle interprétation pour les modes de Rossiter. Dans le cadre de cette étude, nous pouvons considérer que les modes de Rossiter peuvent être vus comme des modes linéaires globaux. Cette nouvelle interprétation complète la définition classique des modes de Rossiter sans la remplacer.

Pour le moment, cette hypothèse s'appuie essentiellement sur les deux premiers modes de Rossiter pour une formule de Rossiter. Néanmoins, le calcul instationnaire LES précédemment permet de mettre en exergue des fréquences de résonance légèrement différentes de celles prévues par la formule de Block. Dans le tableau 2.2, nous avons consigné les fréquences mises en évidence par l'étude des spectres. Pour le cas $U_\infty = 50$ m/s, il y a un pic résonant pour un nombre de Strouhal $St = 0.97$, nous avons rapproché cette valeur au nombre de Strouhal issu de la formule de Block du mode de Rossiter II. La stabilité donne pour le mode II $St_{KHII} = 1.02$. On obtient un meilleur accord entre la stabilité et le résultat instationnaire qu'avec la formule de Rossiter. Cette coïncidence entre les résultats de stabilité et la partie instationnaire des LES

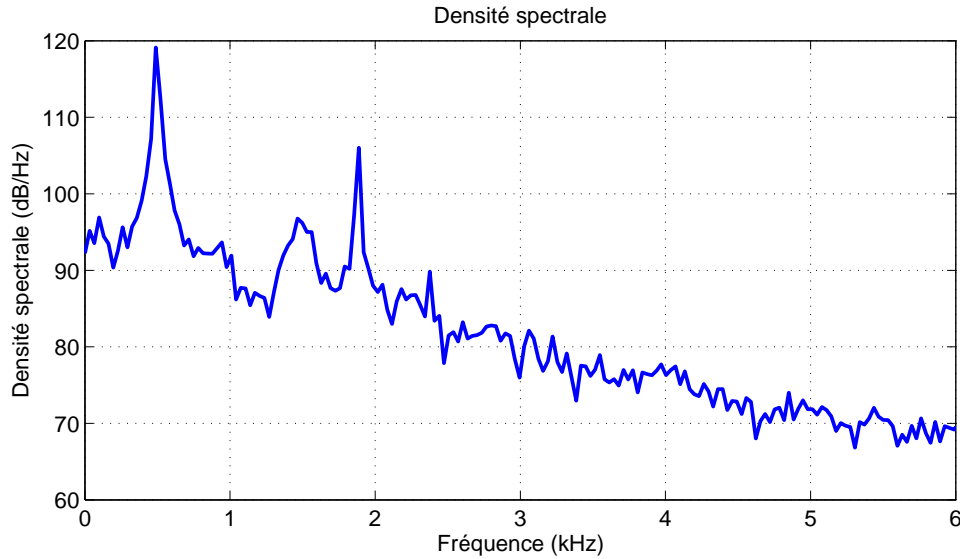


Figure IV.5 — Densité spectrale du capteur au-dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 110 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$

se retrouve aussi pour le cas $U_\infty = 70$ m/s. On avait noté trois pics émergents du spectre pour le cas $U_\infty = 70$ m/s que l'on avait associé aux modes II, III et IV de Rossiter. Le pic principal correspond à un nombre de Strouhal $St = 0.90$ et le mode II de Rossiter calculé par la formule de Rossiter est $St_{RosII} = 1.02$. La stabilité donne pour le mode II $St_{KHII} = 0.94$. Il y a donc une bonne correspondance entre les modes KH issus de la stabilité et les fréquences de résonance issues du calcul LES. Lorsque l'on s'intéresse aux deux fréquences secondaires qui émergent du spectre pour le cas $U_\infty = 70$ m/s, on note un meilleur accord globalement avec les résultats de stabilité que les prévisions de la formule de Block. En effet, si on considère le second pic qui correspond à un nombre de Strouhal $St = 1.34$, la formule de Block donne un nombre de Strouhal $St_{RosIII} = 1.53$. Le calcul de stabilité pour le mode KH III donne $St_{KHIII} = 1.32$. Le calcul de stabilité fournit une meilleure prévision. En ce qui concerne le dernier pic ($St = 2.11$), on remarque que la formule de Rossiter pour le mode IV ($St_{RosIV} = 2.04$) donne un meilleur résultat que le mode KH IV issu du calcul de stabilité $St_{KHIV} = 1.97$. La théorie de stabilité globale est un nouvel outil de prévision des modes résonants de cavité. Pour le cas $U_\infty = 70$ m/s, la stabilité permet de retrouver les modes impliqués dans la résonance de la cavité. On aurait pu prendre une autre formule de Rossiter avec d'autres paramètres qui aurait mieux fonctionné mais les résultats de stabilité ont le mérite de ne nécessiter aucun "réglage" ni "calage" de la formule. L'étude de stabilité telle que nous la menons nécessite un écoulement de base que nous prenons comme étant l'écoulement moyen du calcul LES. C'est cette seule donnée d'entrée qui contient tous les éléments pour trouver avec précision les différents modes potentiellement résonants. Les formules de type Rossiter nécessitent des paramètres de calage (déphasage, vitesse de convection), la stabilité puise ces informations dans l'écoulement moyen qui contient un certain nombre de phénomènes sur lesquels vont se superposer des modes résonants observés dans la partie instationnaire de l'écoulement. Nous sommes en train en quelque sorte de valider *a posteriori* notre hypothèse de choix d'écoulement de base.

L'accord entre la stabilité et le nombre de Strouhal des modes résonants issus de l'instationnaire se retrouve aussi pour les autres cas de vitesse (90, 110 et 120 m/s). Le mode résonant à 90 m/s correspond bien au mode KH I. Pour le cas 110 m/s, le pic principal $St = 0.45$ correspond bien au mode KH I $St_{KHI} = 0.49$, le mode secondaire $St = 1.71$ correspond au mode KH IV $St_{KHIV} = 1.67$. L'accord avec la théorie de stabilité est meilleur qu'avec la formule de Rossiter. Pour le cas 120 m/s, le pic principal $St = 0.46$ correspond bien au mode KH I $St_{KHI} = 0.46$, le

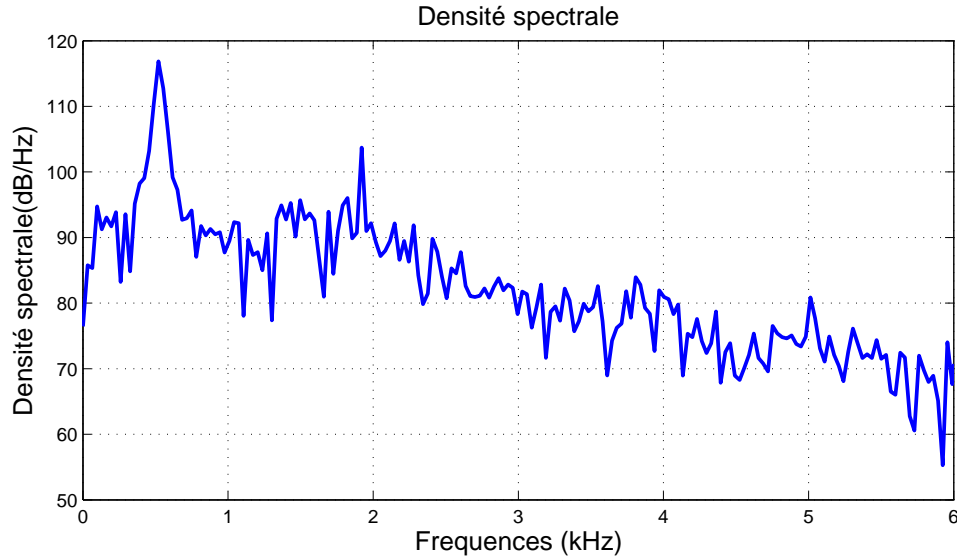


Figure IV.6 — Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 120 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 1$

mode secondaire $St = 1.59$ correspond au mode KH IV $St_{KHIV} = 1.63$. Finalement quelle que soit la vitesse incidente, l'accord avec la théorie de stabilité est meilleur qu'avec la formule de Rossiter.

2.2 Comparaison des modes

On pourrait croire que ces coïncidences sont fortuites et résultant d'un accord fréquentiel chanceux entre les modes KH et les modes résonants. Au contraire des formules de Rossiter, la stabilité fournit non seulement une fréquence pour chaque mode mais aussi une représentation spatiale. Il est donc intéressant de confronter spatialement les modes KH à la partie instationnaire LES.

Nous allons donc réaliser des transformées de Fourier discrètes aux fréquences de résonance du champ de vitesse et de pression. Pour ce faire, nous allons stocker 3000 échantillons de plan de champs de vitesse et de pression instantanées pour un pas de temps $\Delta t = 0.00003$. Pour chaque fréquence de résonance, nous allons comparer les résultats de ces transformées de Fourier aux modes KH correspondant. Il est à rappeler que les résultats de stabilité sont définis à une constante complexe près. Nous allons donc étalonner chaque cas en un point du calcul instationnaire et conserver cette constante complexe multiplicative pour l'ensemble du domaine et des grandeurs considérées.

La figure IV.7 présente la partie réelle de la fluctuation de vitesse normale pour le mode de Kelvin-Helmholtz II obtenue par le calcul de stabilité ainsi que la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES pour le cas $U_\infty = 70$ m/s. On normalise le résultat de stabilité ce qui définit une constante complexe. Puis, on utilise cette même constante pour les autres grandeurs (p et u). Au niveau de la représentation proposée dans la figure IV.7, les échelles de niveau de couleur sont identiques dans l'une et l'autre approche. On remarque que les représentations spatiales sont comparables en terme de forme mais aussi en terme de niveau. Jusqu'à présent, nous avons un accord fréquentiel entre les fréquences résonantes et certains modes de stabilité : il se trouve que l'accord n'est pas uniquement fréquentiel mais aussi spatial. Par conséquent, les modes de stabilité de Kelvin-Helmholtz semblent correspondre aux modes instationnaires impliqués dans les résonances. Finalement, les fréquences responsables du bruit de cavité résultent d'une superposition de structures cohérentes

	I	II	III	IV
St Mode de Rossiter, 50 m/s	0.54	1.08	1.62	2.16
St Mode stabilité, 50 m/s	0.51	1.02	1.34	2.08
St Fréquences de résonance LES, 50 m/s	0.97			
St Mode de Rossiter, 70 m/s	0.51	1.02	1.53	2.04
St Mode stabilité, 70 m/s	0.51	0.94	1.32	1.97
St Fréquences de résonance LES, 70 m/s	0.90			
St Mode de Rossiter, 90 m/s	0.49	0.98	1.47	1.96
St Mode stabilité, 90 m/s	0.50	0.93	1.31	1.83
St Fréquences de résonance LES, 90 m/s	0.52			
St Mode de Rossiter, 110 m/s	0.47	0.94	1.41	1.88
St Mode de stabilité, 110 m/s	0.49	0.93	1.30	1.67
St Fréquences de résonances LES, 110 m/s	0.45			
St Mode de Rossiter, 120 m/s	0.46	0.92	1.38	1.84
St Mode de stabilité, 120 m/s	0.46	0.93	1.29	1.63
St Fréquences de résonances LES, 120 m/s	0.46			

Tableau IV.2 — Nombre de Strouhal des modes de Rossiter prévus par la formule de Block, nombre de Strouhal des modes de Kelvin-Helmholtz issus du calcul de stabilité et nombre de Strouhal des fréquences résonantes issues de l'instationnaire LES pour le rapport d'aspect $L/D = 1$ pour $U_\infty = 50, 70, 90, 110$ et 120 m/s

sur un écoulement de base qui est l'écoulement moyen.

Afin de valider cette conclusion, il est nécessaire de vérifier cet accord pour les autres grandeurs p et u en conservant la même constante complexe d'adimensionnement utilisée pour la figure IV.7. La figure IV.8 présente la partie réelle de fluctuations de pression pour le mode de Kelvin-Helmholtz II obtenue par le calcul de stabilité ainsi que la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES pour le cas $U_\infty = 70$ m/s. On note encore un très bon accord en terme de forme de mode mais aussi en terme de niveau. Cela semble confirmer que les modes de stabilité sont bien les modes responsables du bruit de cavité et correspondent finalement à des structures cohérentes.

La figure IV.9 présente la partie réelle de fluctuations de vitesse longitudinale pour le mode de KH II obtenu par le calcul de stabilité ainsi que la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES pour le cas $U_\infty = 70$ m/s. Nous avons utilisé la même constante complexe d'adimensionnement et on remarque que l'accord est toujours aussi satisfaisant.

La figure IV.10 présente la partie réelle de fluctuations de vitesse normale pour le mode de Kelvin-Helmholtz III obtenue par le calcul de stabilité ainsi que la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 938$ Hz de la partie instationnaire de la LES pour le cas $U_\infty = 70$ m/s. Au niveau de la comparaison avec les résultats en fréquence des modes de Rossiter prévus par la formule de Block, on avait noté un écart non négligeable entre l'approche instationnaire LES et l'approche mode de Rossiter : il y avait une mauvaise prévision du mode III de Rossiter par la formule de Block. La comparaison de la forme spatiale des modes confirme que la fréquence de résonance $f = 938$ Hz correspond au mode KH III et par extension au mode III de Rossiter. Au niveau du résultat instationnaire, le long de la paroi aval de la cavité il est à remarquer la présence de petites structures que nous ne retrouvons pas dans l'approche de stabilité. Cela s'explique de manière simple par le fait que la formulation de stabilité s'appuie sur les équations "fluide parfait" ce qui implique une non-prise en compte des effets de viscosité. Par ailleurs, l'essentiel des phénomènes observés confirme que le mécanisme des instabilités repose uniquement sur le profil de vitesse inflexionnel lié à la couche de mélange. Ce mécanisme seul permet d'expliquer l'apparition de structures cohérentes à l'origine du bruit de cavité.

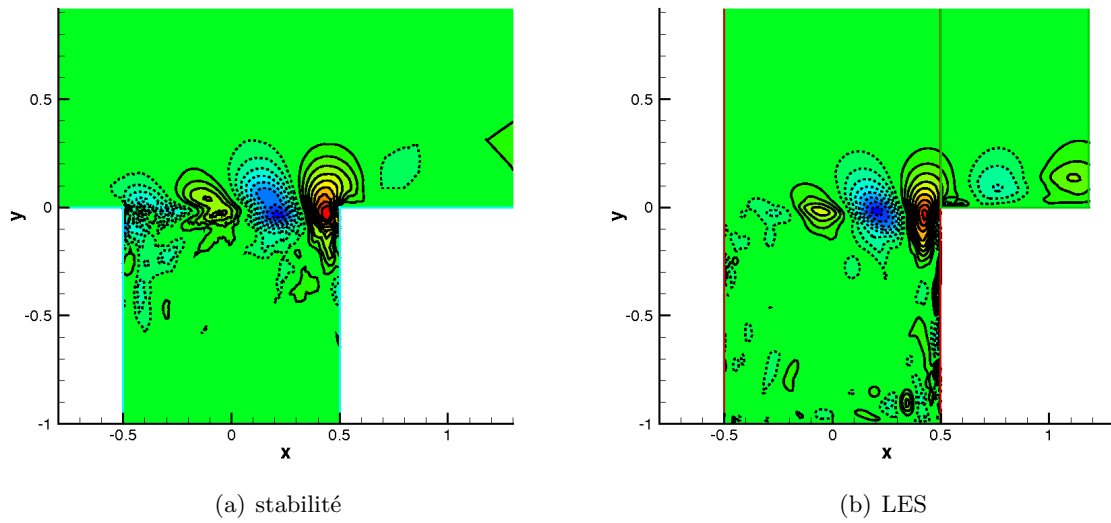


Figure IV.7 — *Fluctuations de vitesse normale v (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{KHII}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.*

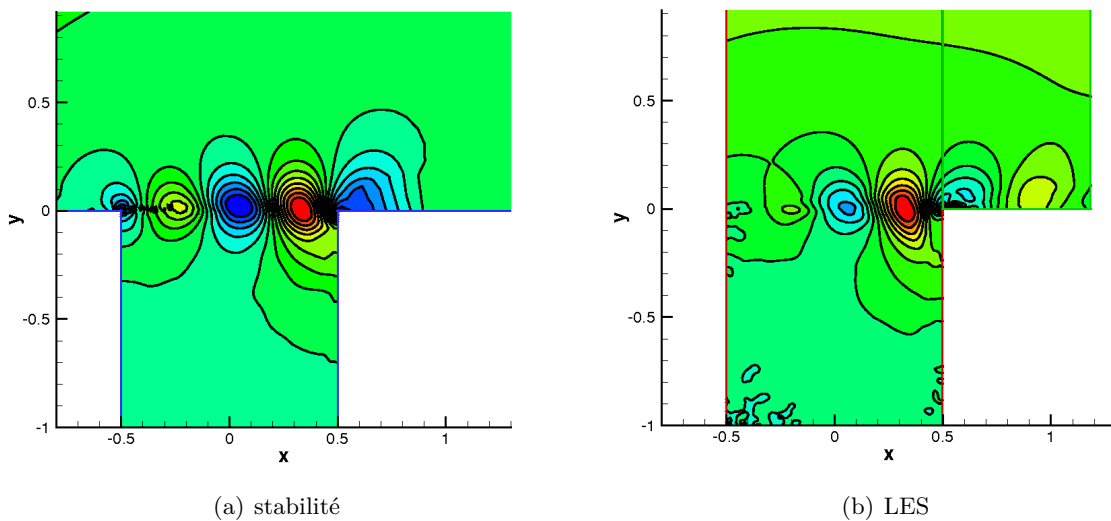


Figure IV.8 — *Fluctuations de pression p (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{KHII}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.*

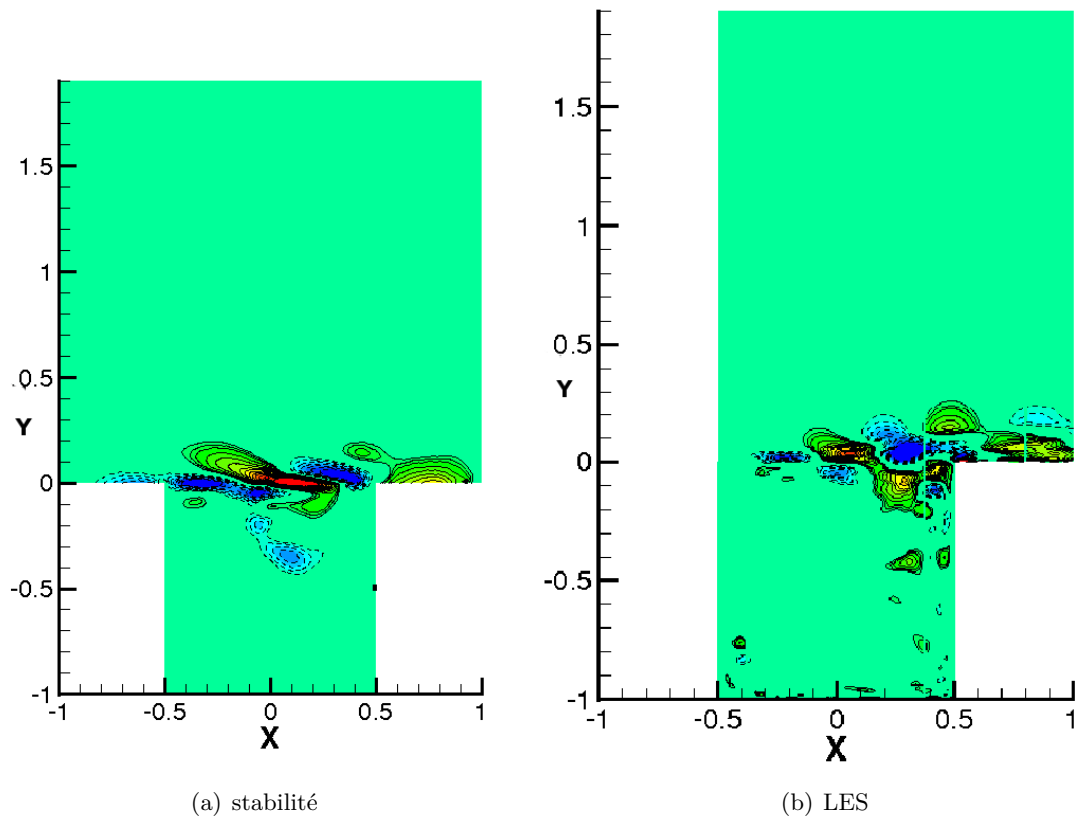


Figure IV.9 — *Fluctuations de vitesse longitudinale u (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{KHII}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 630$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.*

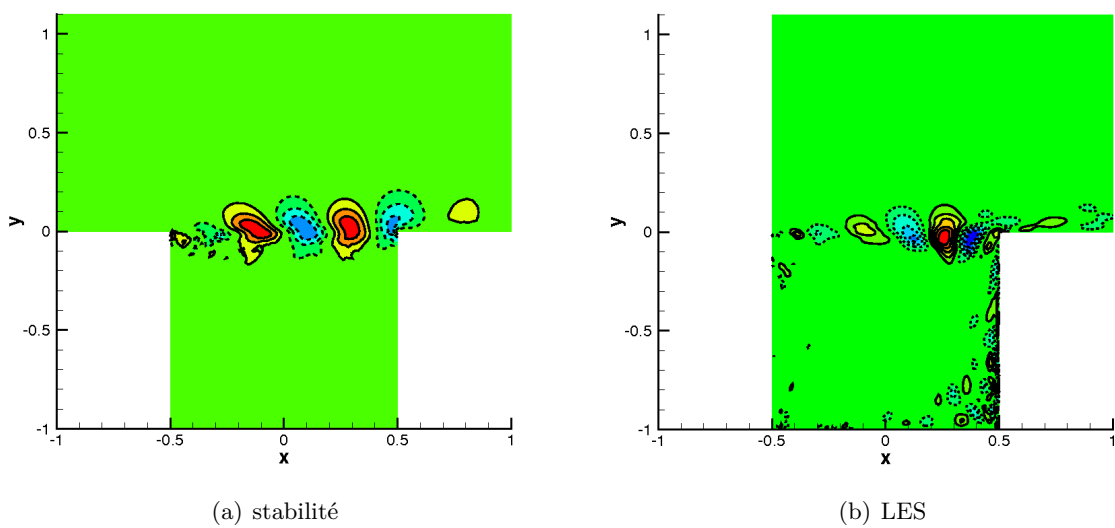


Figure IV.10 — *Fluctuations de vitesse normale (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz III (St_{KHIII}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 938$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.*

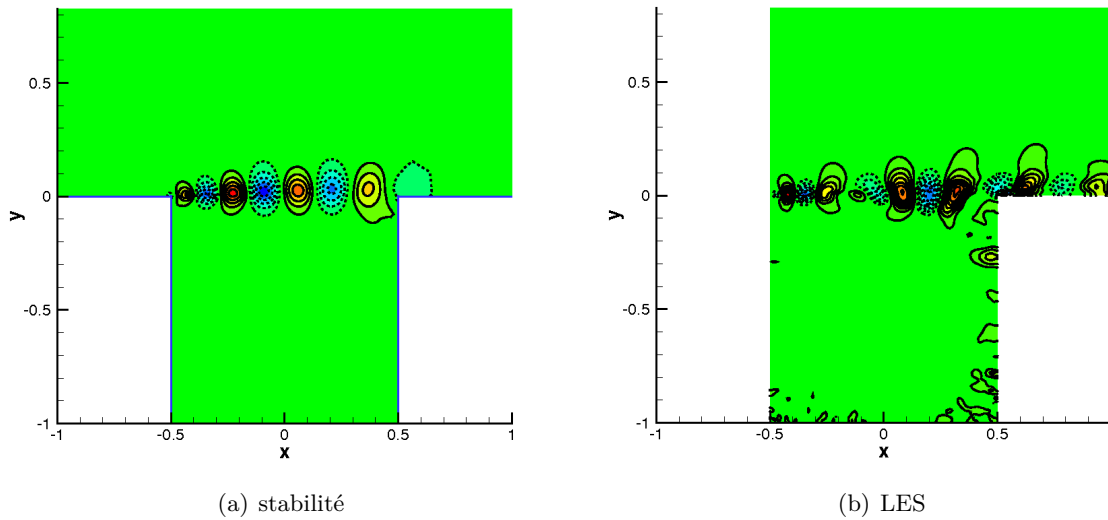


Figure IV.11 — *Fluctuations de pression (Partie réelle) . Mode de Kelvin-Helmholtz IV (St_{KHIV}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1480$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 70$ m/s.*

La figure IV.11 présente la partie réelle de fluctuations de pression pour le mode de Kelvin-Helmholtz IV obtenu par le calcul de stabilité ainsi que la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1480$ Hz de la partie instationnaire de la LES pour le cas $U_\infty = 70$ m/s ce qui confirme encore l'accord spatial des modes de stabilité et les modes de stabilité de Kelvin-Helmholtz.

La figure IV.13 permet de comprendre le cas de la "bosse" sur le spectre pour $U_\infty = 90$ m/s. La fréquence qui semblait se détacher de cette bosse était $f = 1460$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal $St = 1.62$. Dans l'approche classique, on aurait eu tendance à rapprocher cette fréquence de résonance avec le mode III de Rossiter ou le mode IV de Rossiter. Avec notre étude de stabilité, la fréquence émergeant de la bosse est plus proche du mode KH IV $St_{KHIV} = 1.83$ que du mode KH III $St_{KHIII} = 1.31$. Nous allons donc comparer la forme des modes entre le mode KH IV et la transformée de Fourier discrète du champ de pression à $f = 1460$ Hz. La figure IV.13 montre que la forme du mode impliqué est clairement différent de la forme des modes KH. En effet, la partie réelle de fluctuation de pression a une forme de "gellule" bien régulière alors que le mode impliqué dans la résonance a une forme nettement moins régulière. Cela montre que la fréquence mise en exergue ne correspond pas à un mode KH. Les formes observées dans le cas instationnaire sont plus complexes. Les autres fréquences que l'on observe sur la bosse donne des résultats similaires. Une hypothèse est de dire que bosse est issue d'effets non-linéaires que nous étudierons dans la suite de l'étude. Finalement, l'étude de stabilité permet de mieux décrire les fréquences résonantes observées et d'effectuer un tri des phénomènes impliqués.

La figure IV.12 présente la partie réelle de la fluctuation de vitesse normale pour le mode de Kelvin-Helmholtz I obtenue par le calcul de stabilité ainsi que la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 468$ Hz de la partie instationnaire de la LES pour le cas $U_\infty = 90$ m/s On remarque encore un très bon accord entre les deux approches ce qui confirme la réinterprétation des modes de Rossiter comme étant des modes de stabilité. De plus, pour le cas 70 m/s le mode principal était clairement le mode KH II alors qu'ici, même si l'analyse fréquentielle permettait déjà de conclure, nous avons la confirmation que le mode principal responsable du bruit est le mode KH I. La figure IV.14 montre le même accord entre

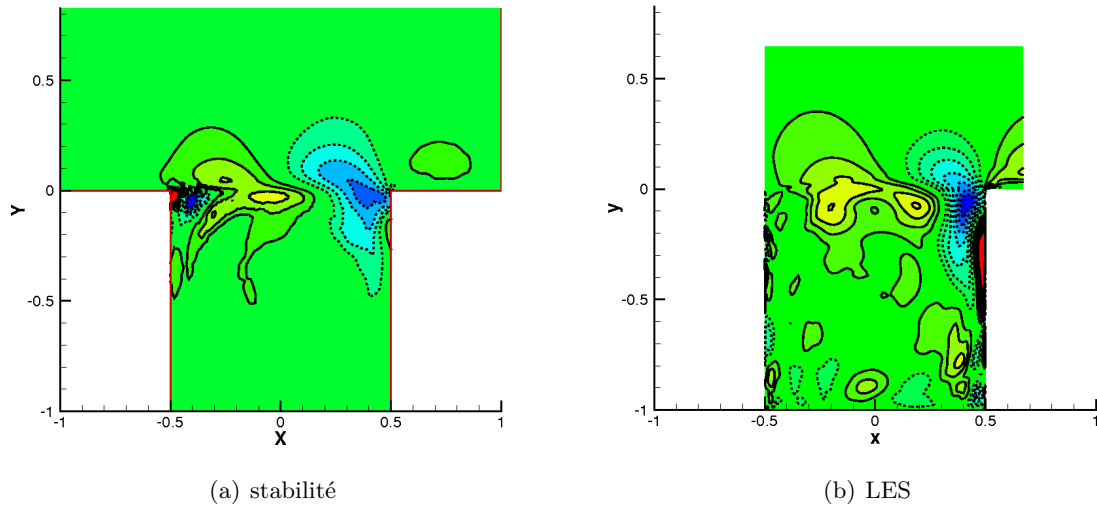


Figure IV.12 — *Fluctuations de vitesse normale (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz I (St_{KHI}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 468$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 90$ m/s.*

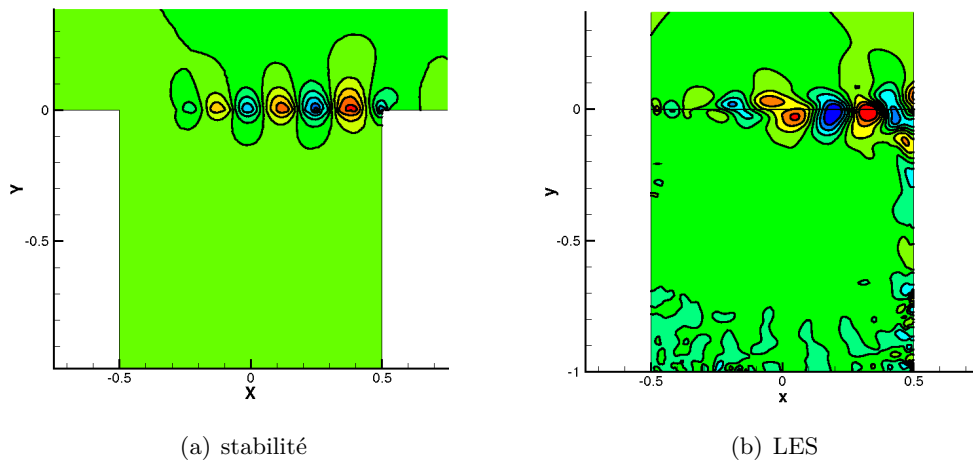


Figure IV.13 — *Fluctuations de pression (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz IV (St_{KHIV}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1460$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 90$ m/s.*

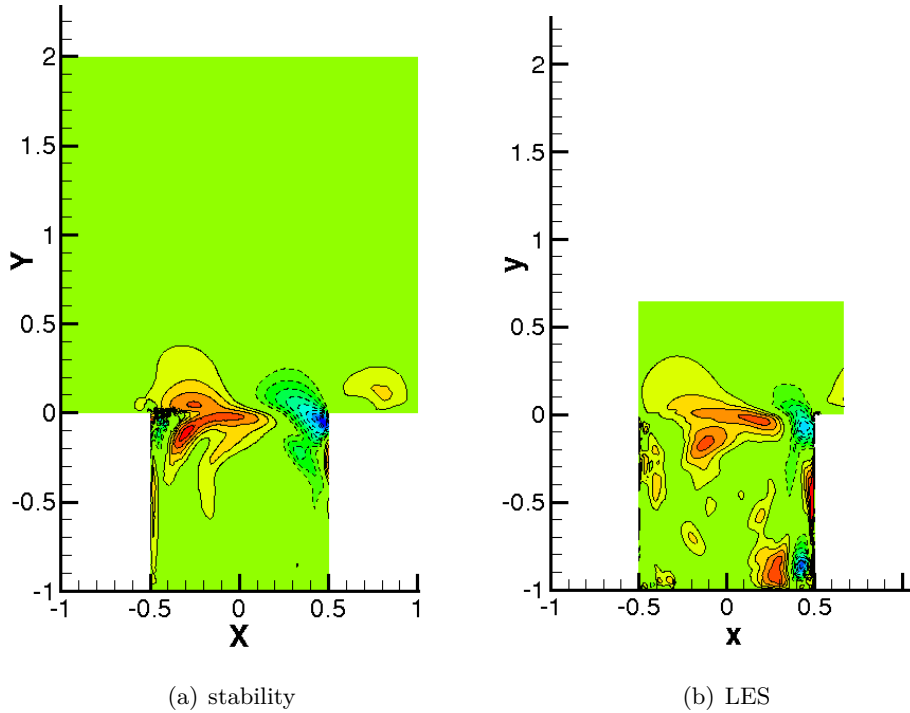


Figure IV.14 — *Fluctuations de vitesse normale (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz I (St_{KHI}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 495$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 110$ m/s.*

le mode KH I et le mode résonnant obtenu par le calcul de la partie instationnaire.

La figure IV.15 présente la partie réelle de fluctuations de vitesse normale pour le mode de Kelvin-Helmholtz IV obtenue par le calcul de stabilité ainsi que la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1880$ Hz de la partie instationnaire de la LES pour le cas $U_\infty = 110$ m/s. L'accord spatial est encore bon : c'est bien le mode KH IV qui émerge du spectre à une fréquence $f = 1880$ Hz. En ce qui concerne la bosse au niveau du spectre à $U_\infty = 110$ m/s, comme le cas à $U_\infty = 90$ m/s, ce n'est pas un mode KH. Nous entrerons dans le détail de ces anomalies lors du chapitre suivant.

2.3 Bilan

La figure IV.16 synthétise l'ensemble des résultats de cette partie et permet finalement de confronter les différents résultats telle que l'étude de stabilité, les résultats instationnaires et les résultats classiques empiriques des formules de type Rossiter (formule de Block). Un petit rappel bibliographique s'impose ici. East [19] a donné une explication au comportement des cavités profondes sous écoulement à faible nombre de Mach. Selon lui, il y aurait une coïncidence entre les modes résonants de type quart d'onde et les modes de Rossiter. East a d'ailleurs proposé une formule corrigée du quart d'onde (tenant compte des effets de l'écoulement affleurant à partir d'expérience). La figure IV.16 représente en fonction du nombre de Mach, les modes de Rossiter prévus par la formule de Block et le mode quart d'onde. On remarque qu'il y a une intersection entre les modes de Rossiter et le mode quart d'onde corrigé par East. Les résultats instationnaires représentés par des formes géométriques sont aussi indiqués sur la figure IV.16. En ce qui concerne les modes dominants, le mécanisme proposé par East semble valide : pour une vitesse incidente de 50 m/s ($M = 0.14$) et 70 m/s ($M = 0.2$), les modes principalement excités sont les modes de Rossiter II étant donné que la courbe du quart d'onde est proche de ce mode ; pour une vitesse incidente de 90 m/s ($M = 0.26$) à 120 m/s ($M = 0.34$) les modes

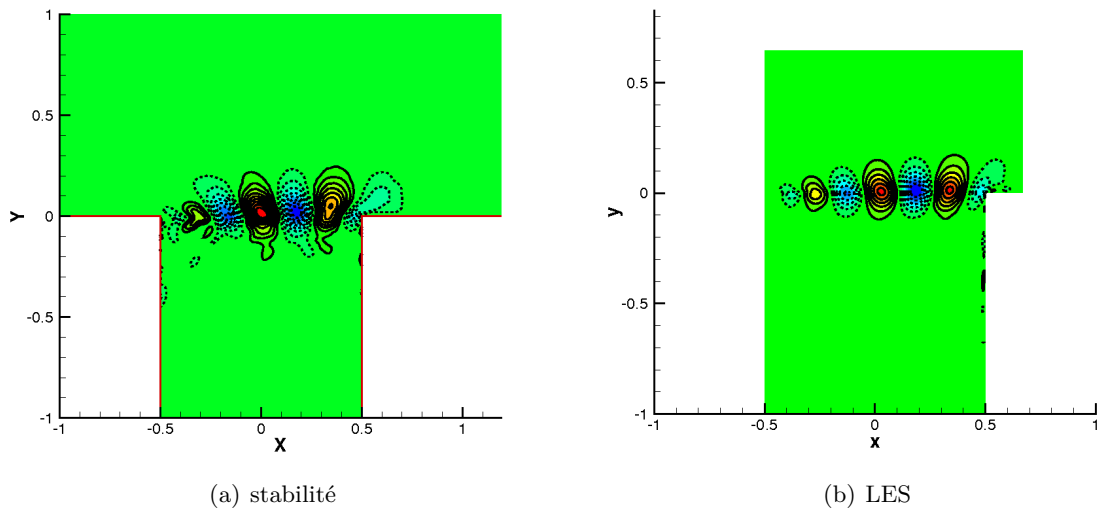


Figure IV.15 — *Fluctuations de vitesse normale (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz IV (St_{KHIV}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1880$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 110$ m/s.*

principalement excités sont les modes de Rossiter I étant donné que la courbe du quart d'onde est proche de ce mode.

De plus, l'étude de stabilité permet de retrouver les modes de Rossiter prévus par la formule de Block. On note que les modes I et II de Rossiter coïncident avec les modes KH I et KH II (resp.). Cette coïncidence n'est pas que fréquentielle, le paragraphe précédent a confirmé que les modes calculés par la théorie de la stabilité correspondaient bien aux modes impliqués dans la résonance de la cavité et que dans certains cas, le calcul de stabilité fournit un résultat plus précis en terme de fréquence que la formule de Block sans réglage de constantes, et fournit plus d'informations en terme de forme des modes impliqués. Les autres modes KH que l'on ne retrouve pas dans l'approche instationnaire sont sûrement présents mais ne sont pas suffisamment excités pour émerger du spectre.

D'autre part, d'autres phénomènes peuvent apparaître qu'il est difficile d'analyser sur la seule base d'un spectre. Le cas $U_\infty = 90$ ms en est la meilleure illustration : l'étude de stabilité permet au moins de dire que cette bosse n'est pas un mode global ou encore de Rossiter mais provient d'une autre interaction que nous allons tenter d'investir dans la suite de cette étude.

Ainsi, la stabilité fournit un outil qui permet de décrire précisément les modes impliqués et ainsi d'exclure toute confusion de mode avec une analyse uniquement fréquentielle. Par contre, si la stabilité fournit des résultats plus précis spatialement et fréquentiellement, elle ne permet pas de prévoir l'excitation et la sélection des modes émergents.

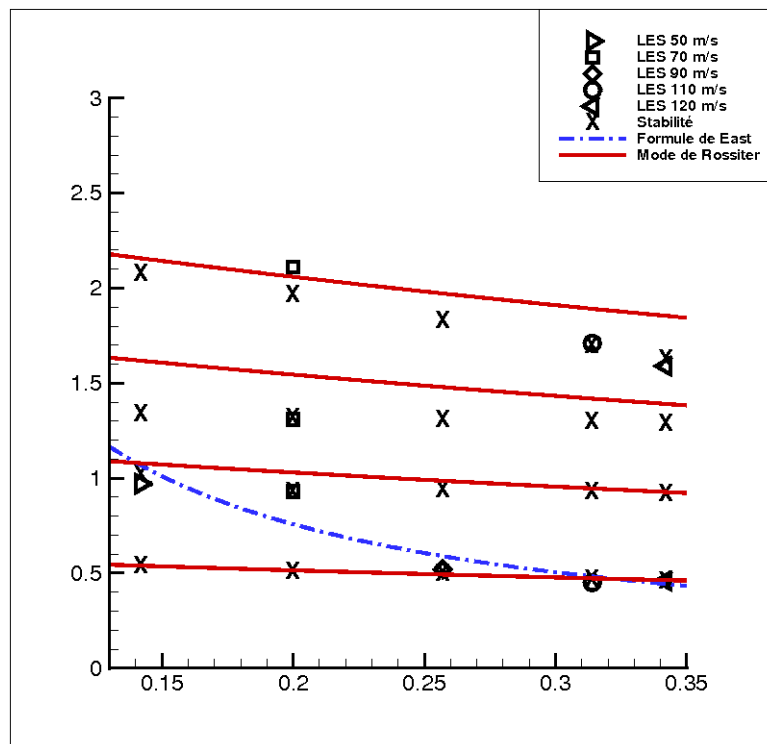


Figure IV.16 — Bilan entre l'approche LES instationnaire, l'approche de stabilité et l'approche classique empirique

Dans cette partie, nous avons appliqué la théorie de stabilité sur plusieurs écoulements incidents. Nous avons comparé à la partie instationnaire issue des calculs LES aux résultats des calculs de stabilité. Les modes de Kelvin-Helmholtz calculés par la méthode de stabilité coïncident fréquemment aux modes de Rossiter calculés par la formule de Block. Ces modes de Kelvin-Helmholtz coïncident aussi avec les modes résonants issus des calculs instationnaires. Les modes responsables du bruit que l'on observe sur la partie instationnaire de l'écoulement sont des modes globaux de Kelvin-Helmholtz : c'est une réinterprétation des modes de Rossiter.

De plus, la comparaison des modes KH avec la partie instationnaire de l'écoulement permet de justifier les divers choix d'écoulement de base et de système d'équations pour l'étude de stabilité. En effet, l'hypothèse principale concernant le choix de l'écoulement moyen pour l'écoulement de base est de considérer que les modes résonants sont des modes linéaires qui se superposent à la turbulence. Nous pouvons observer cela sur les spectres instationnaires en notant que les divers pics se superposent à la turbulence. L'accord fréquentiel des pics avec les modes KH confirme le choix de l'écoulement moyen comme écoulement de base. Par ailleurs, la formulation choisie est la formulation "fluide parfait" (équations d'Euler linéarisées). L'accord entre les modes KH et la partie instationnaire semble confirmer que le seul mécanisme essentiel pour la génération du bruit réside dans le profil inflexionnel de vitesse lié à la couche de mélange. Cela confirme une mécanique semblable à la mécanique de génération de bruit dans le cadre du jet.

Néanmoins, l'étude de stabilité ne fournit aucune information sur le processus de sélection et d'excitation des modes observés. Seul le mécanisme de East semble expliquer quelque peu le mode de sélection des modes impliqués. Cela constituera la suite de l'étude.

Chapitre

V

LES avec vitesse d'entrée lentement variable

Aperçu

V.1	Paramétrage du calcul	92
1.1	Mise en place des simulations	92
V.2	Analyse à haute résolution du signal de pression	94
2.1	Principe de la méthode	94
2.2	HRogram du senseur de pression pour les simulations S_1 et S_2	95
V.3	Processus de sélection des modes dominants et analyse non-linéaire	98
3.1	Processus de sélection des modes	98
3.2	Analyse des effets non-linéaires	101

Ce chapitre permet de clarifier et comprendre le processus de sélection des modes impliqués dans la résonance. Pour ce faire, nous allons faire une simulation LES avec une vitesse d'entrée lentement variable et ainsi de réaliser un balayage de 50 à 120 m/s des phénomènes pour une cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$.

V.1 Paramétrage du calcul

Afin de compléter l'étude menée jusqu'à présent, nous allons réaliser un balayage en vitesse incidente de 50 à 120 m/s ainsi qu'un balayage de 70 à 120 m/s sur la cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$. Afin d'analyser le comportement de la cavité, nous allons utiliser le même senseur que pour le chapitre précédent et stocker un certain nombre d'échantillons de pression qui permettra de comprendre les phénomènes mis en jeu lors d'un balayage en vitesse au dessus de la cavité.

1.1 Mise en place des simulations

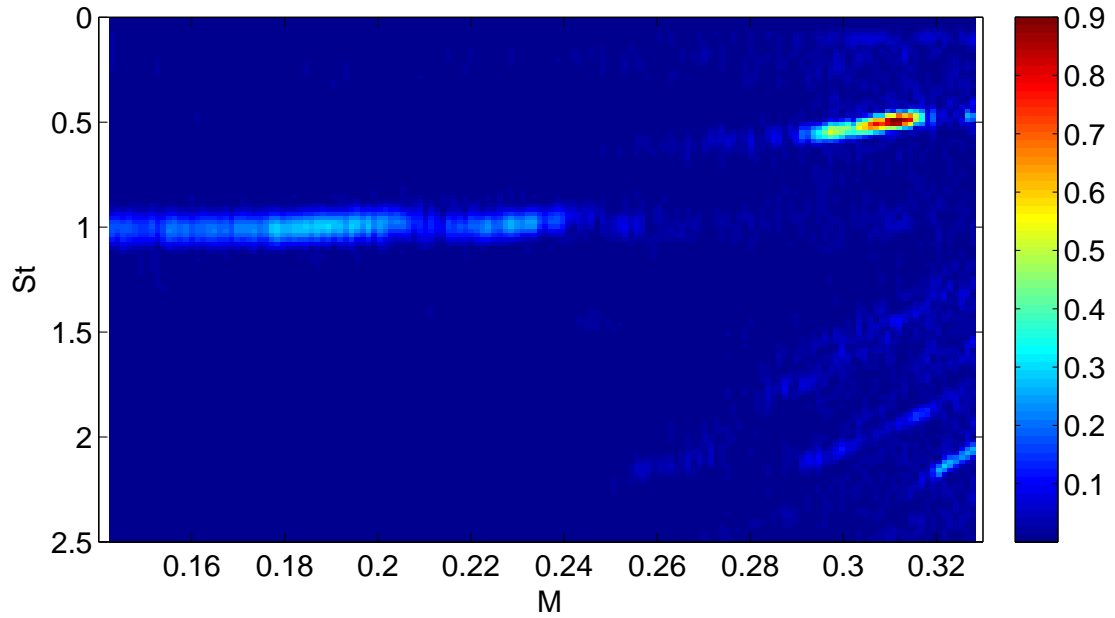
Le principe de ces simulations est de modifier à chaque pas de temps la vitesse d'entrée. Dans un souci de simplification de la simulation et pour alléger le traitement numérique à chaque pas de temps, l'épaisseur de couche limite restera fixe et le profil de vitesse d'entrée est le même que les cas précédents. Étant donné la faible influence de l'épaisseur de couche limite, nous considérons que ce choix n'influera que très peu sur le résultat final. Nous conservons le même pas de temps $\Delta t = 3.10^{-6}$ s, identique aux cas précédents. Nous partons de cas que nous espérons suffisamment convergés (cas $U_\infty = 50$ m/s et $U_\infty = 70$ m/s). Nous appellerons U_0 la vitesse initiale de la simulation. Une modification de la vitesse d'entrée implique une modification sensible des termes convectifs de l'équation de quantité de mouvement projetée sur x . Cela peut poser des problèmes de stabilité numérique. Pour que le calcul reste stable numériquement, il faut que la loi de progression de la vitesse soient très lente, i.e. la loi de progression doit avoir une dérivée nulle à l'origine avec une pente très faible. D'autre part, il faut que la simulation dure un temps raisonnable (moins de 6 mois!!!) Par conséquent, il faut augmenter la progression au cours du temps afin d'être sûr d'avoir balayé un intervalle de vitesse significatif. On choisit cette progression :

$$U_\infty(t) = 10\left(\frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{24}\right) + U_0 \quad (5-1)$$

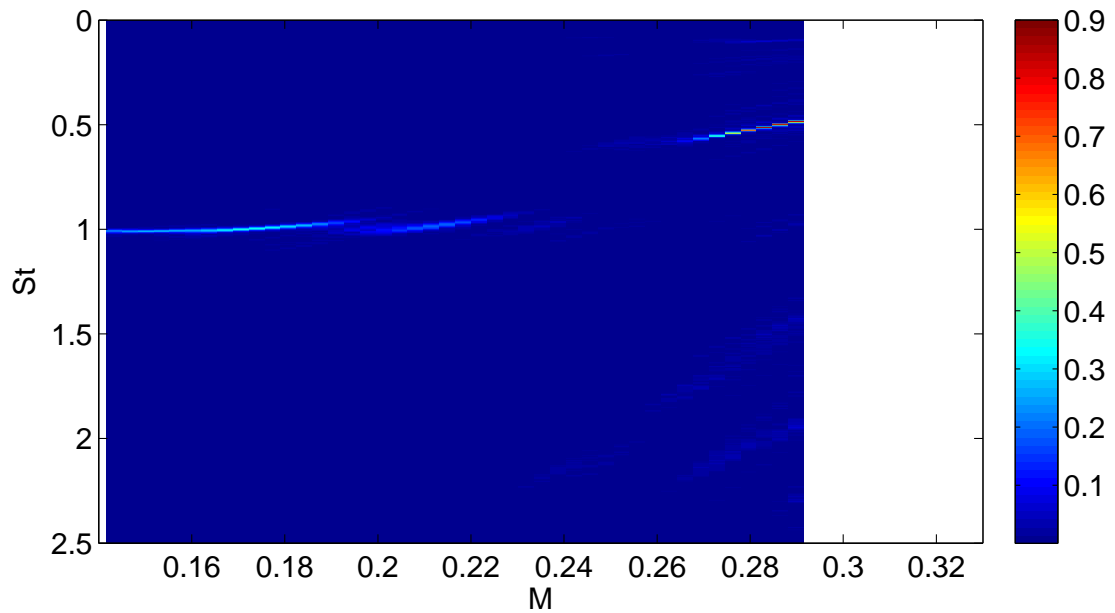
La loi de progression (5-1) permet de relier le temps de simulation à la vitesse d'entrée et contient toutes les caractéristiques indispensables pour ces simulations. La première simulation S_1 balaie de 50 m/s à 124 m/s ce qui implique un temps de simulation de 2.9 s environ : cela représente 1 mois et demi de calcul sur ordinateur vectoriel en multi-processeur (4 processeurs vectoriels). La seconde simulation S_2 balaie de 70 m/s à 123 m/s ce qui implique un temps de simulation de 2.6 s environ. Nous utilisons le même senseur de pression que pour les autres cas décrits précédemment. Nous stockons 1 échantillon à chaque pas de temps ce qui fait un nombre total d'échantillons avoisinant le million. Classiquement, pour traiter ce genre de données brutes, lorsque finalement on veut étudier l'évolution en fonction du temps du contenu fréquentiel d'un signal, on utilise la transformée de Fourier à fenêtre glissante. On représente les données sous forme d'un diagramme temps-fréquence (que l'on peut transformer en diagramme vitesse-fréquence dans notre cas), l'échelle de la légende variant en fonction de l'amplitude de la densité spectrale de puissance. Cette méthode étant basée sur la transformée de Fourier discrète, elle est concernée par la résolution fréquentielle. Il faut faire un compromis temps/fréquence : une bonne résolution fréquentielle implique une perte de sensibilité temporelle.

Sans entrer dans l'analyse physique de ce que l'on observe dans la figure V.1, le spectrogramme avec une bonne résolution temporelle résout l'ensemble des vitesses balayées mais avec une résolution spectrale inexploitable. Le spectrogramme avec une bonne résolution spectrale donne un résultat tronqué (jusque $M = 0.29$, i.e 100 m/s). Par ailleurs, la résolution spectrale optimisée est de l'ordre de 10 Hz étant donné la fenêtre utilisée ce qui ne suffit pas pour bien observer les phénomènes proches. Il faut alors employer une méthode B dite à haute résolution, une méthode paramétrique qui permet de traiter des signaux sur des fenêtres temporelles courtes avec une résolution spectrale satisfaisante.

B



(a) Spectrogramme, bonne résolution temporelle



(b) Spectrogramme, bonne résolution spectrale

Figure V.1 — Spectrogrammes nombre de Mach-nombre de Strouhal du capteur de pression pour la simulation S_1 , comparaison de deux résolutions spectrales et temporelles différentes

V.2 Analyse à haute résolution du signal de pression

2.1 Principe de la méthode

Les méthodes dite à *haute résolution* (HR), présentent l'avantage de s'affranchir de la limitation sur la résolution fréquentielle de l'analyse de Fourier. Contrairement à cette dernière, qui représente le signal dans un domaine transformé (celui des fréquences), les méthodes HR sont des méthodes d'estimation *paramétrique*, au sens où elles supposent que le signal suit un modèle d'évolution donné, dont on cherche à évaluer les paramètres. Dans notre cas, nous utilisons le modèle de signal dit *ESM* (Exponential Sinusoidal Model), qui représente le signal comme une somme de sinusoides modulées exponentiellement :

$$v(t) = \sum_{k=0}^{K-1} A_k z_k^t \quad (5-2)$$

où $A_k \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ représente une amplitude et où les pôles $z_k \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ représentent des sinusoides de fréquence $f_k \in \mathbb{R}$ modulées exponentiellement : B

$$z_k = e^{\delta_k} e^{i2\pi f_k}$$

Le nombre K est appelé l'ordre du modèle. Pour évaluer les paramètres de ce modèle, les amplitudes A_k et les pôles z_k , nous utilisons l'algorithme développé par Roland Badeau au cours de sa thèse [3]. C'est une adaptation de l'algorithme ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques), développé par Roy. Les détails de tous ces algorithmes ne sont pas donnés ici, ils peuvent être trouvés dans la thèse de Roland Badeau.

Le principe général consiste à observer le signal sur des fenêtres temporelles de longueur $N \geq K$, de manière similaire à ce qui est fait pour la transformée de Fourier à fenêtre glissante. Ainsi, pour tout instant d'analyse t_a , on considère la fenêtre temporelle $\{t_a - l + 1 \dots t_a + n - 1\}$ où les entiers n et l vérifient $N = n + l - 1$ et on définit le B vecteur $\mathbf{v}(t_a) = [v(t_a - l + 1), \dots, v(t_a + n - 1)]^T$, de dimension N . Pour tout $z \in \mathbb{C}$, on pose $\mathbf{x}(z) = [1, z, \dots, z^{N-1}]^T$. On a donc $\mathbf{v}(t_a) = \sum_{k=0}^{K-1} A_k z_k^{t_a - l + 1} \mathbf{x}(z_k)$. Cette égalité peut être réécrite sous la forme d'un produit :

$$\mathbf{v}(t_a) = \mathbf{X}^N \mathbf{J}^{t_a - l + 1} \mathbf{A}$$

où $\mathbf{A} = [A_0, \dots, A_{K-1}]^T$ est un vecteur de dimension K , $\mathbf{J} = \text{diag}(z_0, \dots, z_{K-1})$ est une matrice diagonale de dimension $K \times K$ et $\mathbf{X}^N = [\mathbf{x}(z_0), \dots, \mathbf{x}(z_{K-1})]$ est une matrice de Vandermonde de dimension $N \times K$:

$$\mathbf{X}^N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ z_0 & z_1 & \dots & z_{K-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ z_0^{N-1} & z_1^{N-1} & \dots & z_{K-1}^{N-1} \end{bmatrix}$$

L'algorithme de la méthode HR consiste à estimer les pôles z_k et les amplitudes A_k en utilisant des propriétés de cette matrice de Vandermonde.

Au final, on peut associer à chaque instant d'analyse t_a K fréquences f_k et taux d'atténuation δ_k , ainsi qu'une amplitude A_k . Plus cette dernière est grande, plus la sinusoides modulée associée est importante dans le signal. Ces résultats sont représentés sous la forme d'un "HRogram" qui, par analogie au spectrogramme de la méthode de transformée de Fourier à fenêtre glissante, est un diagramme temps/fréquence dont l'échelle de la légende varie selon les valeurs des amplitudes A_k estimées. La résolution fréquentielle de ce type de méthode est infinie (limitée en pratique par la précision des machines).

2.2 Hrogram du senseur de pression pour les simulations S_1 et S_2

Paramétrage de la méthode et résultats

Une première application de la méthode sur le signal brut a révélé la présence de modes basses fréquences qui n'ont aucune réalité. Cela provient d'un biais de la méthode. Pour atténuer ce phénomène, nous avons procédé à un filtrage du signal brut. Nous avons filtré les basses fréquences (< 90 Hz) ainsi que les très hautes fréquences qui ne nous intéressent pas dans le cadre de notre étude (> 10000 Hz) au moyen d'un filtre de Butterworth d'ordre 3. Le paramétrage de la méthode est délicat : il faut trouver le meilleur jeu de constantes afin d'avoir une reconstruction satisfaisante. Cela nécessite une comparaison entre le signal brut et le signal reconstruit. Nous fixons une taille de fenêtre $N = n + l - 1 = 256$ avec $n = 128$ et $l = 129$ et nous reconstruisons le signal sur 9 modes. La figure V.3 permet de juger de la pertinence de la reconstruction.

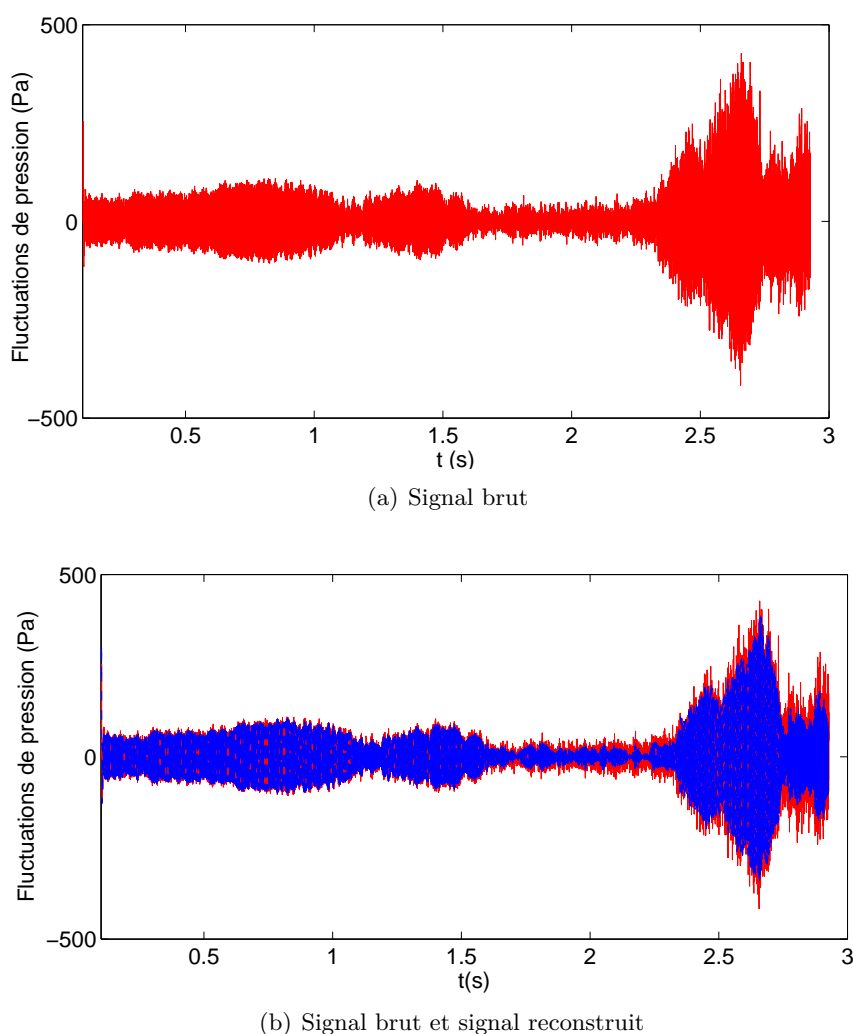


Figure V.2 — Signaux bruts et reconstruits de la fluctuation de pression pour la simulation S_1 , Signal brut traité rouge, Signal reconstruit tirets bleus

Le signal brut a la particularité de présenter de fortes variations en terme de fréquence mais aussi en terme d'amplitude ce qui justifie encore l'usage de méthodes HR. Par contre, il faut justement être particulièrement attentif à toutes les zones pour le contrôle de la qualité de la reconstruction. Pour $t < 1.6$ s, le zoom sur une partie de cette zone montre que la reconstruction est idéale. Pour $t > 2.3$ s, le zoom sur cette partie ainsi que la vue d'ensemble permet de

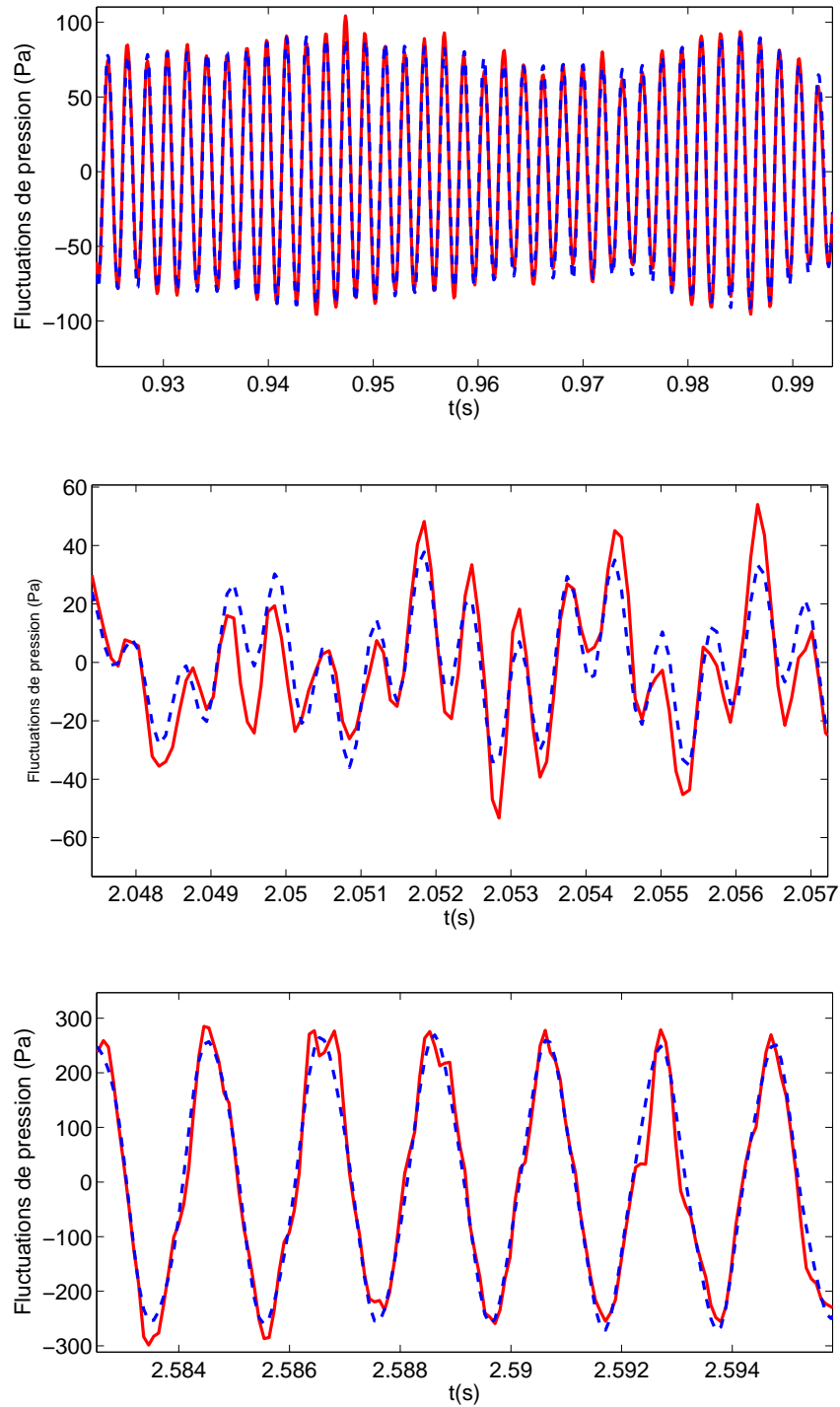


Figure V.3 — Zoom sur les signaux bruts (traits pleins) et reconstruits de la fluctuation de pression pour la simulation S_1 , Signal brut trait rouge, Signal reconstruit tirets bleus

considérer aussi que la reconstruction est satisfaisante. La zone intermédiaire $1.6 < t < 2.3$ est particulièrement délicate étant donné que le signal brut est particulièrement irrégulier. Néanmoins, un zoom sur une partie de cette zone permet de se rendre compte que le résultat reste raisonnable. Étant donné le caractère aléatoire et fortement non-linéaire du signal, il est évidemment difficile à décomposer uniquement sur 9 modes sinusoïdaux. Nous considérons toutefois que la décomposition proposée est satisfaisante et que 9 modes permettront une bonne description des fréquences dominantes mises en jeu.

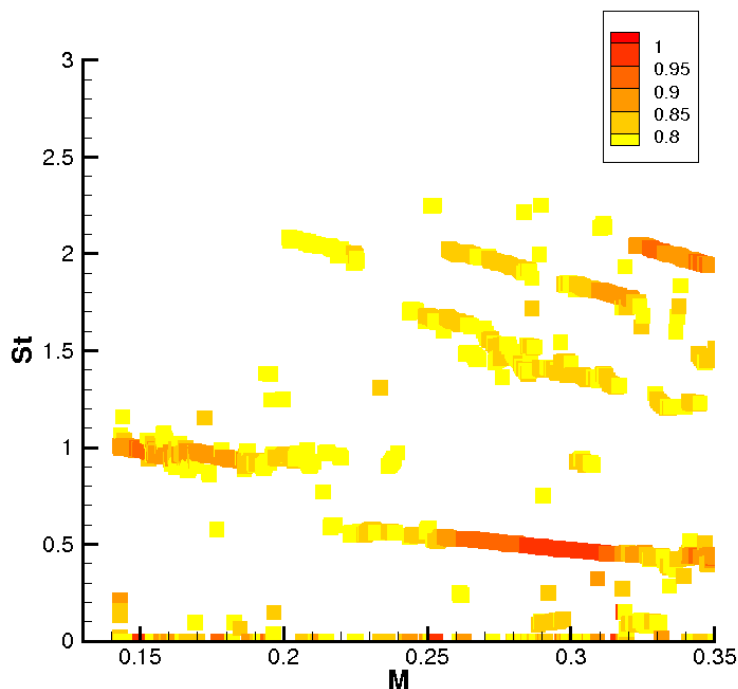


Figure V.4 — HRogram des fluctuations de pression pour la simulation S_1 , reconstruction du signal brut sur 9 modes

Validation des résultats

La validation de ce type de simulation est délicate. Contrairement, à un calcul à une vitesse donnée où l'on dispose des données expérimentales, la validation est délicate. C'est pour cela que nous avons réalisé une autre simulation avec un point de départ différent et nous allons confronter les deux HRograms. Le point de départ est différent mais la progression est la même ce qui implique que dans la simulation S_2 , nous passerons plus de temps aux alentours de 70 m/s que dans le cas de la simulation S_1 ce qui permettra de garantir une certaine consistance pour les résultats que l'on trouve. Nous avons donc superposé les deux HRograms issus des deux simulations S_1 et S_2 . La figure V.5 présente cette confrontation en terme de nombre de Strouhal des deux HRograms de S_1 et S_2 . On note un accord satisfaisant en terme de fréquence sur la plage commune aux deux simulations. Cela permet donc de valider la loi de progression qui semble être consistante vis à vis des fréquences excitées en fonction de la vitesse.

B Une autre façon de valider ces résultats est de les confronter aux résultats "statiques", c'est-à-dire les résultats des simulations numériques B pour des vitesses incidentes fixes.

La figure V.6 présente les nombres de Strouhal résonants issus des calculs instationnaires du chapitre précédent pour des vitesses incidentes fixées ainsi que le HRogram de la simulation S_1 . À 50 m/s, la fréquence de résonance mis en exergue par le HRogram comme étant une fréquence de résonance correspond à la fréquence de résonance du cas statique. À 70 m/s, la fréquence

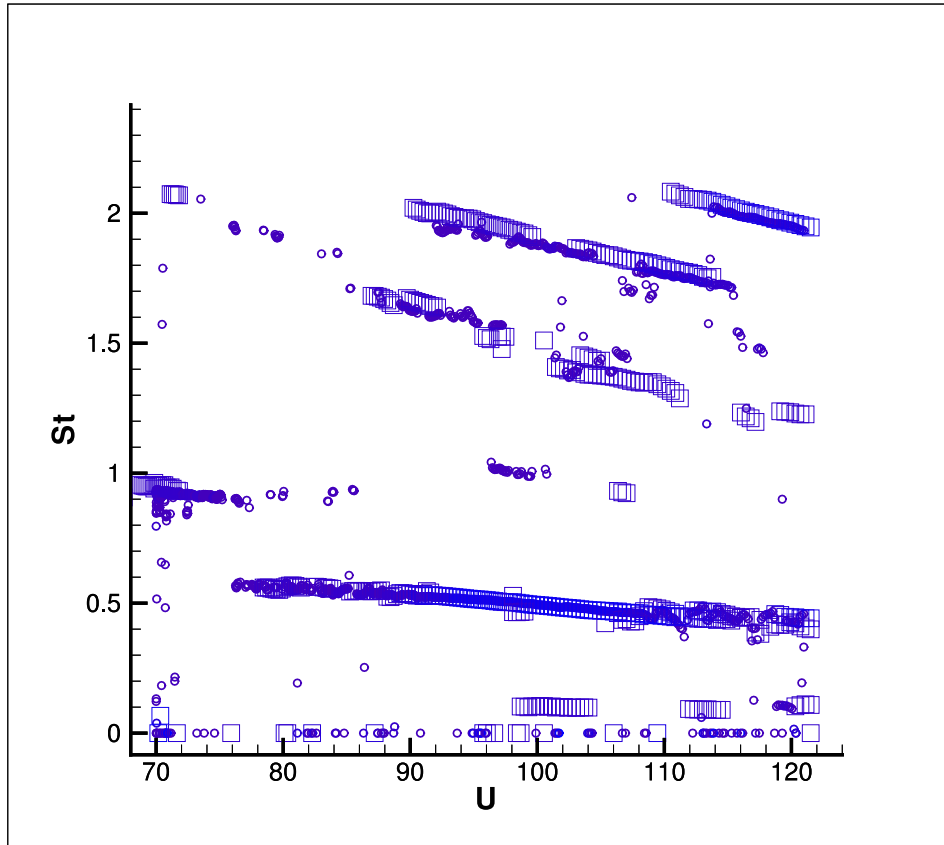


Figure V.5 — Confrontation en terme de nombre de Strouhal de S_1 (\square) et S_2 (\circ) des HRograms

principale du HRogram correspond à la fréquence principale du cas statique. Par ailleurs, les deux autres sont aussi retrouvées dans le cas de la simulation S_1 . À 90 m/s ainsi qu'aux autres vitesses (110 et 120 m/s) les résonances principales des cas statiques coïncident avec la simulation S_1 . Néanmoins, on note l'apparition d'autres modes qu'on ne perçoit pas forcément de manière claire dans le cadre des simulations "statiques" ce qui peut s'expliquer par le défaut de résolution spectrale satisfaisante pour les cas statiques. D'autre part, dans le cadre des simulations S_1 et S_2 , on ne veille pas à ce que les effets d'installation ou les formes de régime transitoire soient terminés. Pour les simulations "statiques", on garantit un temps de simulation avant le stockage des échantillons qui garantit que l'écoulement est bien établi. Pour les modes coïncidants, il est important d'être indulgent sur des résultats qui ne se superpose pas parfaitement, les simulations de type S_1 sont bien différentes des simulations "statiques" en terme de collection de données et d'échantillonnage. En effet, pour un cas statique, on collecte beaucoup de données alors que dans le cas des écoulements avec vitesse incidente variable, la vitesse augmente constamment, on ne peut collecter énormément de données pour "une" vitesse donnée. De plus, les méthodes employées pour déterminer les fréquences de résonance sont complètement différentes.

V.3 Processus de sélection des modes dominants et analyse non-linéaire

3.1 Processus de sélection des modes

La figure V.7 permet de confronter les résultats de stabilité au HRogram et ainsi d'appréhender les mécanismes de sélection des modes dominants. Dans un premier temps, il faut insister

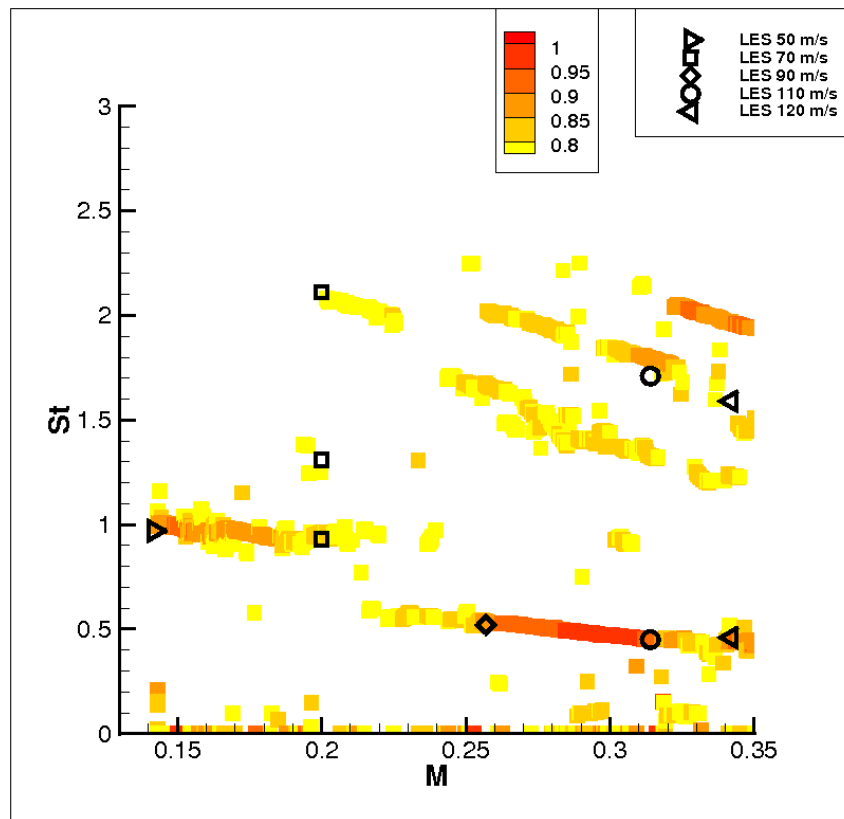


Figure V.6 — Confrontation en terme de nombre de Strouhal du HRogram de la simulation S_1 et des résultats instationnaires pour des vitesses incidentes fixes

sur la coïncidence des modes de stabilité avec les modes mis en valeur dans la simulation S_1 . Les modes KH I et II coïncident avec les modes excités lors du balayage. À partir d'une certaine vitesse, le mode KH II n'est plus excité mais peut apparaître par moment et c'est la confrontation entre l'approche de stabilité et la méthode du HRogram qui permet de qualifier le mode excité. Les modes KH III et IV semblent aussi coïncider aux données du HRogram. En ce qui concerne l'accord des modes KH III et KH IV l'accord est très bon à partir du cas 110 m/s, i.e. $M = 0.31$. L'accord entre les résultats de la stabilité et le HRogram est dans l'ensemble satisfaisant.

Ce type de tracé permet de confirmer l'hypothèse de East [19] à savoir qu'il peut y avoir coïncidence entre le mode quart d'onde et les modes de Rossiter. Ici, la simulation S_1 permet de valider cette hypothèse car la méthode HR permet de suivre avec quelle intensité l'un ou l'autre mode se comporte en fonction de la vitesse incidente. On représente sur la figure V.7 la formule du quart d'onde corrigée par East à partir de données expérimentales et on se rend compte que l'excitation de l'un des modes KH dépend de la valeur du mode quart d'onde. En effet, pour des vitesses comprises entre 50 et 75 m/s, le mode KH II est excité par le mode quart d'onde. On remarque d'ailleurs que précisément à l'intersection entre le mode KH II et le mode quart d'onde prévu par la formule de East, la réponse du mode KH II est maximale en intensité. Pour des vitesses aux alentours de 75 m/s, on remarque que le mode excité n'est plus le mode KH II mais le mode KH I, il y a un saut de fréquence à cet endroit. Conjointement, le mode quart d'onde issu de la formule de East est précisément entre les deux valeurs des modes KH I et KH II. Lorsque l'on augmente la vitesse au delà de 75 m/s, c'est le mode KH I qui est particulièrement excité jusqu'à une valeur maximale qui coïncide avec l'intersection entre le mode KH I et le mode quart d'onde. Autrement dit, cette étude permet de valider la formule déterminée empiriquement par East sur le quart d'onde sous écoulement. Et permet de donner une explication phénoménologique quant à l'excitation des différents modes c'est une validation

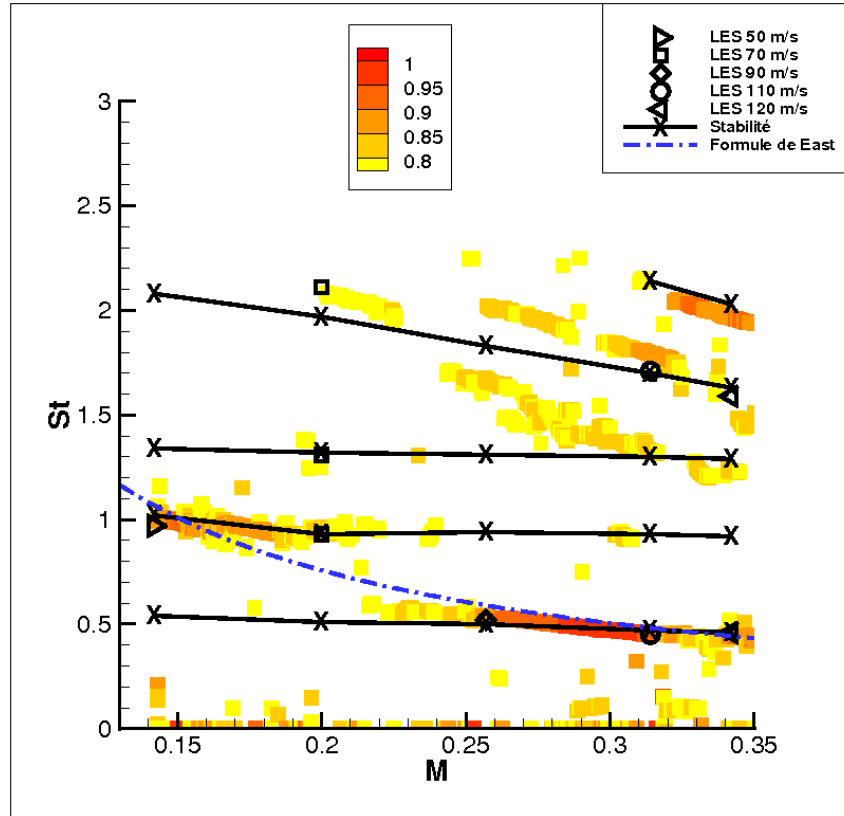


Figure V.7 — Confrontation en terme de nombre de Strouhal du HRogram de la simulation S_1 , des résultats LES pour des vitesses incidentes fixes, des résultats des calculs de stabilité et de la formule de East du mode trois quarts d'onde

du mécanisme proposé par East. Jusqu'à présent, on soupçonnait cette coïncidence ; désormais, on illustre cette coïncidence.

Ce qui est particulièrement intéressant est qu'à partir de 110 m/s, i.e. $M = 0.31$, il y a un mode qui est fortement excité mais que par ailleurs, on ne détecte pas sur les cas statiques. Un calcul de stabilité à 110 et 120 m/s du mode KH V, c'est à dire un mode de Kelvin-Helmholtz qui comprend 5 structures. On trouve pour le cas 110 m/s, un nombre de Strouhal pour le mode KH V $St_{KHV} = 2.15$. On trouve pour le cas 120 m/s, un nombre de Strouhal pour le mode KH V $St_{KHV} = 2.03$. Finalement, les modes excités lors du balayage en vitesse à partir de de 110 m/s, i.e. $M = 0.31$ sont les modes KH V. L'excitation de ce mode à partir d'une vitesse donnée est difficilement explicable mais on peut dire que cette excitation du mode KH V provient sûrement d'une coïncidence avec un autre mode de cavité.

La formule de East est de la forme $St = \frac{1}{4M(1+k)}$ avec k déterminé empiriquement. Dans notre cas étant donné que le mode V est fortement excité et qu'il émerge fortement du HRogram. On peut se dire que le mécanisme est le même et que cela provient d'une coïncidence entre le mode KH V et un mode de cavité d'ordre supérieur. On considère que c'est le trois quart d'onde qui semble exciter le mode KH V. C'est l'intensité de la réponse du mode V qui justifie le choix du mécanisme. En reprenant la forme de la formule de East, on peut proposer une formule du mode trois quart d'onde sous écoulement, en réglant la constante k . Avec $k = 0.09$, on obtient la formule suivante valable pour une cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$:

$$St_{3/4} = \frac{3}{4M(1+0.09)} \quad (5-3)$$

La figure V.8 récapitule l'ensemble des données et permet de montrer que la formule du trois

quart d'onde est clairement adaptée au problème envisagé.

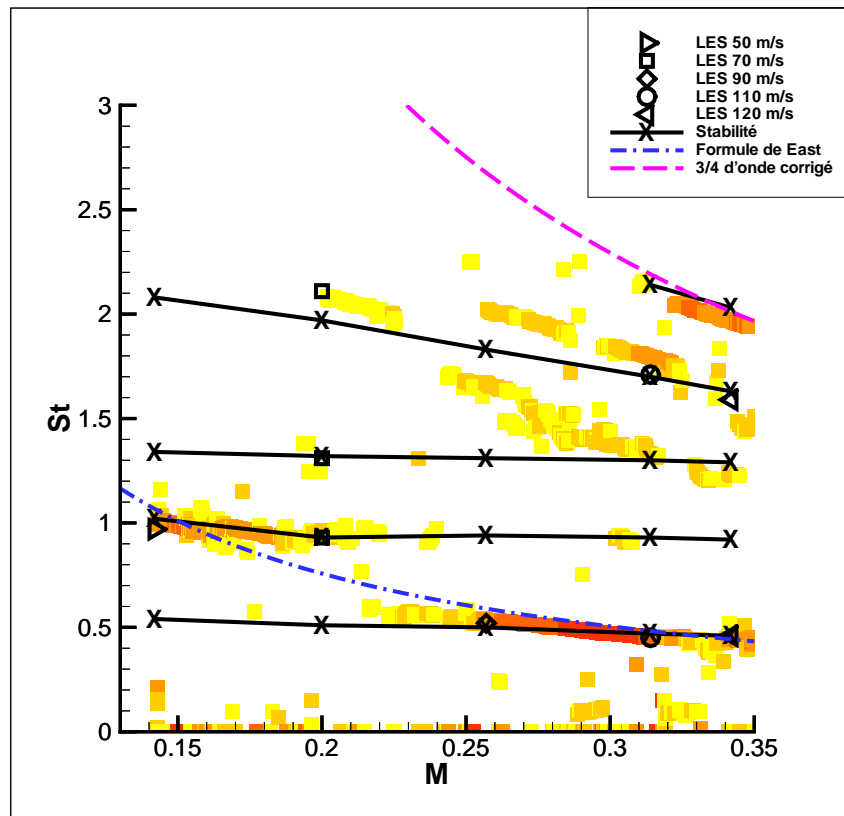


Figure V.8 — Confrontation en terme de nombre de Strouhal du Hrogram de la simulation S_1 , des résultats LES pour des vitesses incidentes fixes, des résultats des calculs de stabilité, de la formule de East du mode quart d'onde et de la formule du mode trois quart d'onde

3.2 Analyse des effets non-linéaires

Dans le chapitre précédent pour les cas 90 et 110 m/s, on avait observé une sorte de "bosse" au niveau des spectres sans pouvoir expliquer ce à quoi cela correspondait. La figure V.9 propose un zoom sur cette zone particulière. On remarque que dans cette zone c'est le mode I qui est particulièrement amplifié étant donné l'interaction avec le mode quart d'onde. Dans le cadre des oscillations de poussée dans les moteurs à propergol solide [13], il se trouve que lorsque des modes linéaires sont fortement amplifiés, on observe des modes non-linéaires qui apparaissent.

Dans le cadre de notre étude, si on multiplie par 3 les fréquences du Hrogram correspondant au mode KH I, on remarque que le résultat se superpose avec un certain nombre de fréquences excitées. La figure V.9 montre cette coïncidence entre le Hrogram et trois fois le mode I. Cette conjecture est appuyée par le fait que dans cette zone là le mode I est particulièrement excité. Par conséquent, tout est présent pour qu'un mode non linéaire émerge. Nous ne pouvons pas donner de réponse quant à l'excitation de ce mode précis, cela nécessiterait une analyse plus approfondie de cette zone. Cette conjecture permet donc de donner des éléments d'explication pour la présence de "bosse" dans les spectres "statiques" pour des vitesses $U_\infty = 90$ et $U_\infty = 110$ m/s.

Cette conjecture est à prendre avec précaution et ne constitue pas une vérité absolue mais simplement une proposition d'explication. Il est important de souligner que les résultats de la stabilité pour le mode KH III sont symptomatiques dans la mesure où les fréquences obtenues pour l'ensemble des cas statiques sont constantes. Cela témoigne d'une complexité toute par-

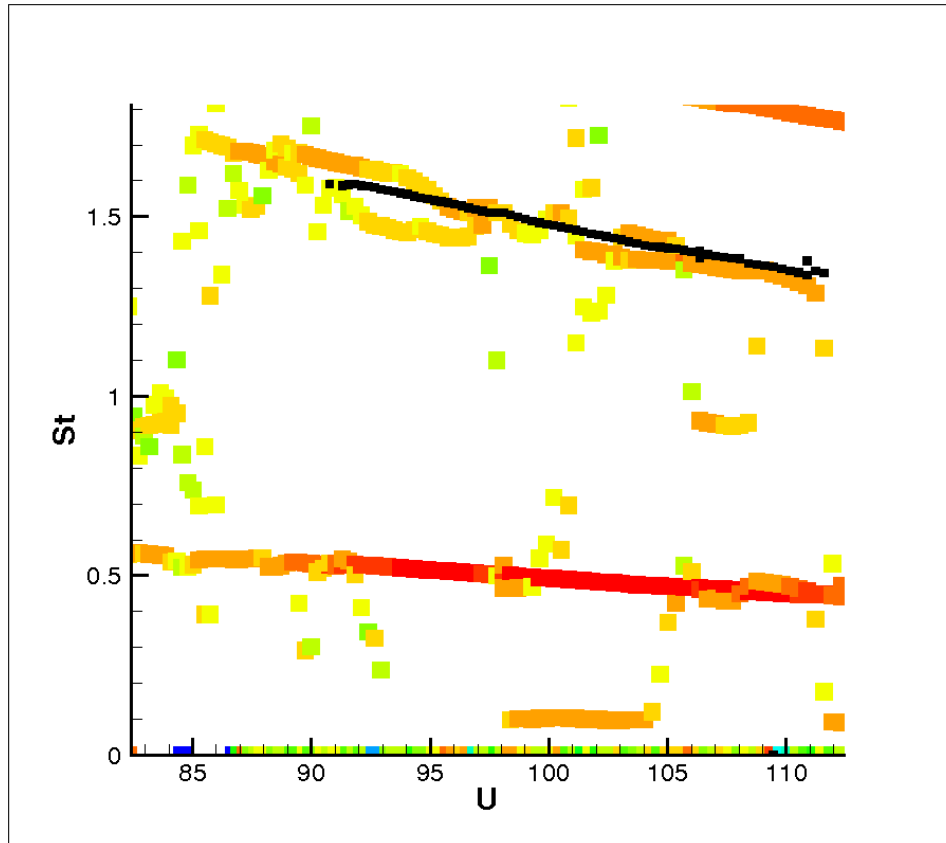


Figure V.9 — Réponse non-linéaire de la cavité : zoom du HRogram sur la zone 85 à 110 m/s. Les ■ correspondent à 3 fois le mode I.

ticulière pour cette zone où il est difficile de statuer sur l'origine du mode KH III (mode de Rossiter ou non ?) et de l'origine des phénomènes observés.

Ce chapitre a consisté à simuler numériquement un balayage en vitesse sur la cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$ pour mieux comprendre le comportement de la cavité en fonction de la vitesse de l'écoulement incident. Grâce à la méthode haute résolution et aux LES, on obtient une cartographie du comportement des cavités : cette simulation montre l'excitation successive des modes KH en fonction de la vitesse incidente. Le résultat est en accord avec les cas "statiques" ainsi que les résultats de la stabilité. Ce balayage a permis de valider numériquement le mécanisme de East qui, jusqu'à présent, a été intuité uniquement expérimentalement. De plus, lors des fortes réponses de la cavité, et notamment aux alentours de 90 à 120 m/s, où l'excitation du mode KH I est maximum, on remarque une réponse particulière de la cavité. Tout porte à croire que cette réponse originale est issue de l'excitation d'un mode non linéaire.

Chapitre

VI

Cavité Cylindrique

Aperçu

VI.1	Ecoulement de base	104
1.1	Simulation aux grandes échelles	104
1.2	Choix de l'écoulement de Base	105
VI.2	Étude de stabilité et comparaison avec la partie instationnaire de la LES . . .	107

Ce chapitre est une application de la théorie de stabilité globale à un cas industriel pour l'étude des mécanismes responsables du bruit rayonné. C'est la cavité cylindrique de rapport d'aspect hauteur sur diamètre $H/D = 1$ présent sur une plaque plane. Ce cas constitue le cadre et le contexte de la présente étude. Ce chapitre présente l'intérêt de confronter des résultats issus de simulation numériques, d'expérience et de la stabilité.

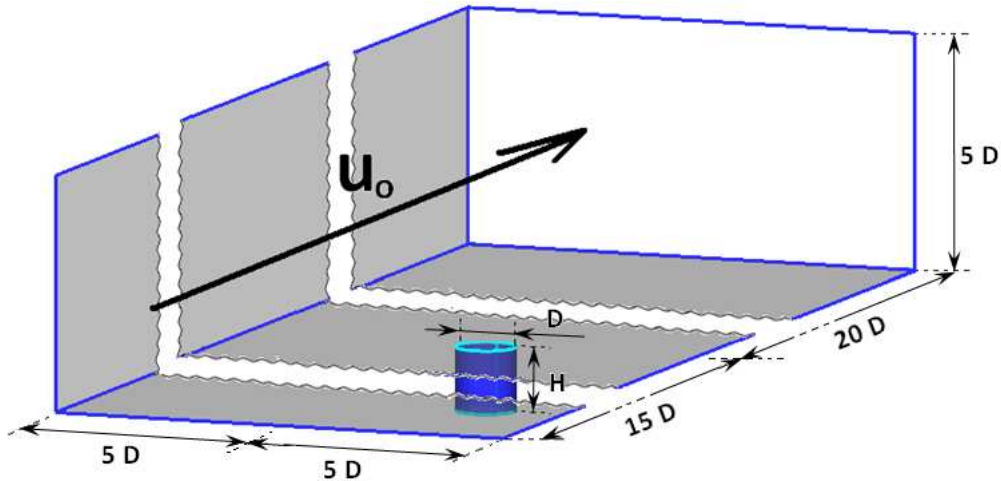


Figure VI.1 — Géométrie de référence du projet AEROCAR et domaine de calcul

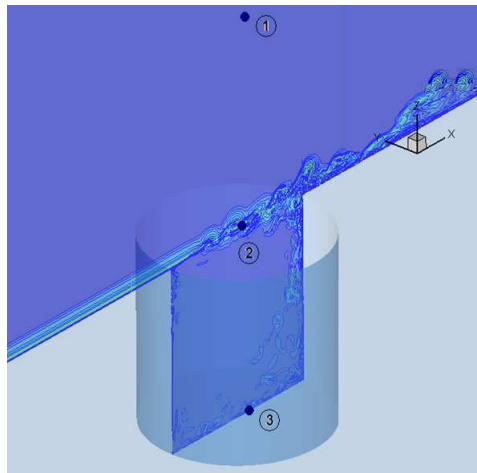


Figure VI.2 — Point de mesure de la fluctuation de pression pour la simulation numérique de la cavité cylindrique

VI.1 Écoulement de base

1.1 Simulation aux grandes échelles

Paramètres du calcul

Le cas de référence de cavité cylindrique de coefficient de forme $H/D = 1$ a été choisi dans le cadre du projet AEROCAR car il répond à un besoin exprimé par l'avionneur impliqué dans le projet, Airbus-France. Ce type de cavité est présent sur les ailes des avions, ce qui justifie l'approximation de plan quasi infini. Les autres paramètres de l'écoulement ont été choisis en fonction des considérations et observations issues de travaux expérimentaux pour ce type de cavité. L'ensemble des caractéristiques du calcul sont référencées dans la thèse de Mincu [52].

La figure VI.1 présente le domaine de calcul. La vitesse incidente est $U_\infty = 70$ m/s. Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la cavité est d'environ 460 000. La couche limite est un profil de vitesse moyen basé sur l'expérience d'une épaisseur $\delta = 15$ mm. Ce calcul comporte environ 13 millions de points avec au minimum 40 points dans la couche limite. En somme, les conditions que nous avons choisies pour le cas rectangulaire sont les mêmes conditions que l'étude de la cavité cylindrique.

La figure VI.2 présente les points de mesure de la simulation numérique de la cavité cylin-

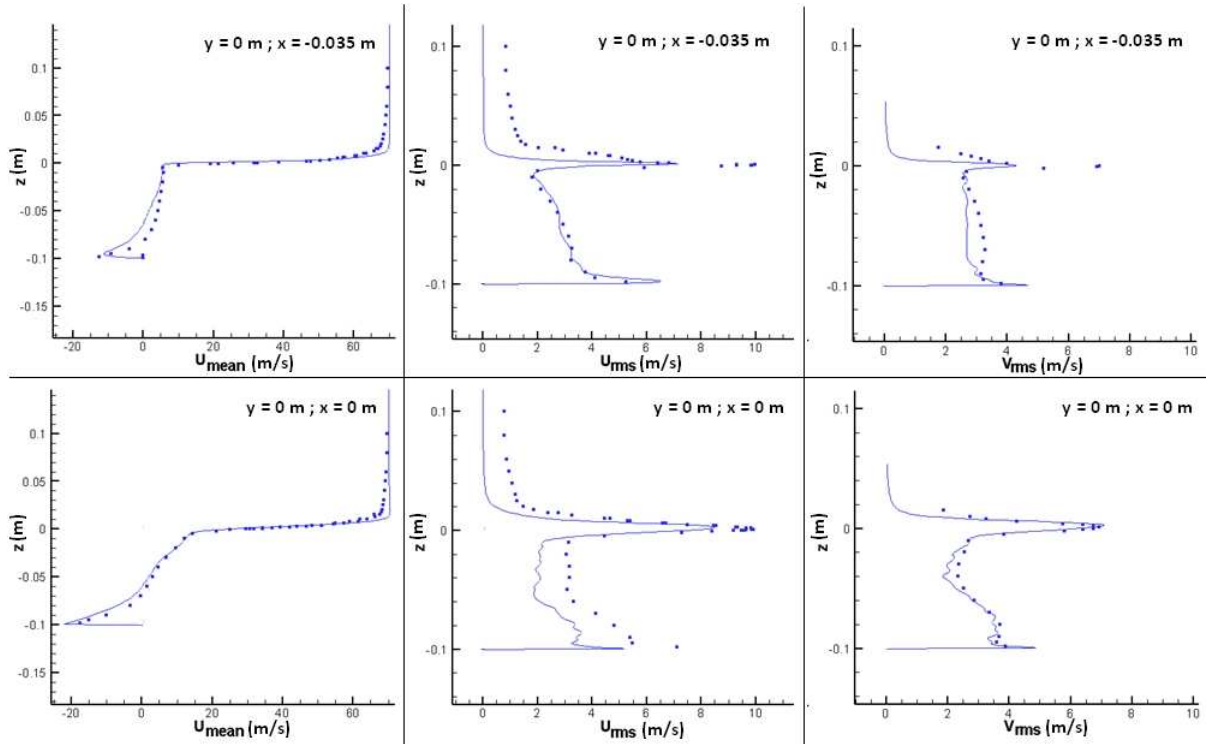


Figure VI.3 — Confrontation de l'écoulement moyen de la simulation cavité cylindrique et des expériences [45]

drique. Il y a 3 senseurs; l'un placé en fond de cavité, l'autre dans la zone de mélange et le troisième au-dessus de la cavité. Ils permettront d'analyser l'écoulement instationnaire issu de la simulation et de confronter les spectres obtenus avec l'expérience et l'étude de stabilité.

Résultats et comparaison avec l'expérience

La figure VI.3 montre une comparaison de l'écoulement moyen issu de la LES et les données expérimentales [45]. On remarque que l'accord est très satisfaisant pour les différents points de mesure considérés. Cela permet de valider les choix de paramétrage du calcul. La figure VI.4 présente les spectres des différents capteurs et montre la présence d'un pic bien marqué en fréquence.

La fréquence de résonance privilégiée $f = 667$ Hz correspond à un nombre de Strouhal basé sur le diamètre de $St = \frac{fD}{U_\infty} = 0.95$. Ce mode résonant est en excellent accord avec les mesures [53] y compris en terme de niveau. En effet, la fréquence de résonance issue des expériences est $f_{exp} = 650$ Hz ce qui correspond à un nombre de Strouhal $St_{exp} = 0.93$. Cela permet encore une fois une bonne validation du calcul réalisé par Mincu. Cette partie constitue un résumé des travaux menés par Mincu dans le cadre de sa thèse, plus de détails sont développés dans le mémoire de thèse de Mincu.

1.2 Choix de l'écoulement de Base

L'écoulement est tridimensionnel, l'étude de stabilité est toutefois limitée au plan médian ($y = 0$) à la cavité situé dans l'axe de l'écoulement principal. Dans ce plan, on suppose que l'écoulement moyen représenté par son champ de vitesse $(\bar{u}, 0, \bar{w})$ présente deux directions d'in-homogénéité : x et z , avec x la direction principale de l'écoulement et z la normale à la plaque. On met alors en oeuvre la théorie de stabilité globale 2D sur l'écoulement moyen extrait de ce plan. La figure VI.5 présente le plan choisi.

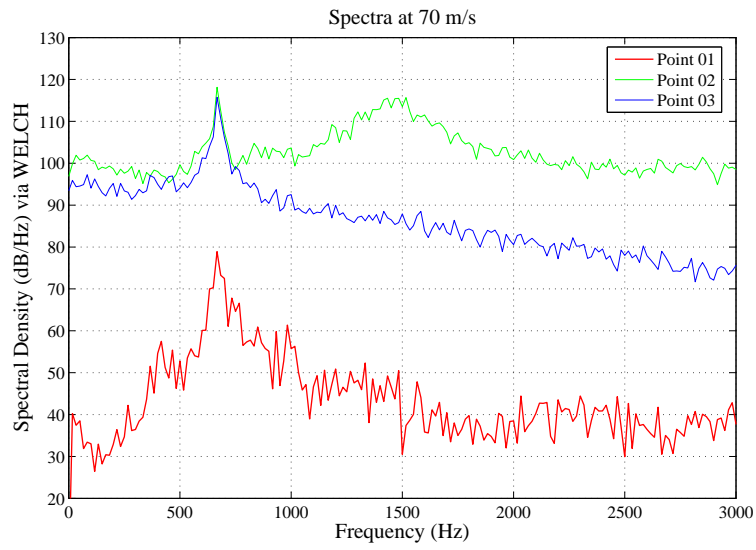


Figure VI.4 — Spectres des 3 senseurs d'après [53]

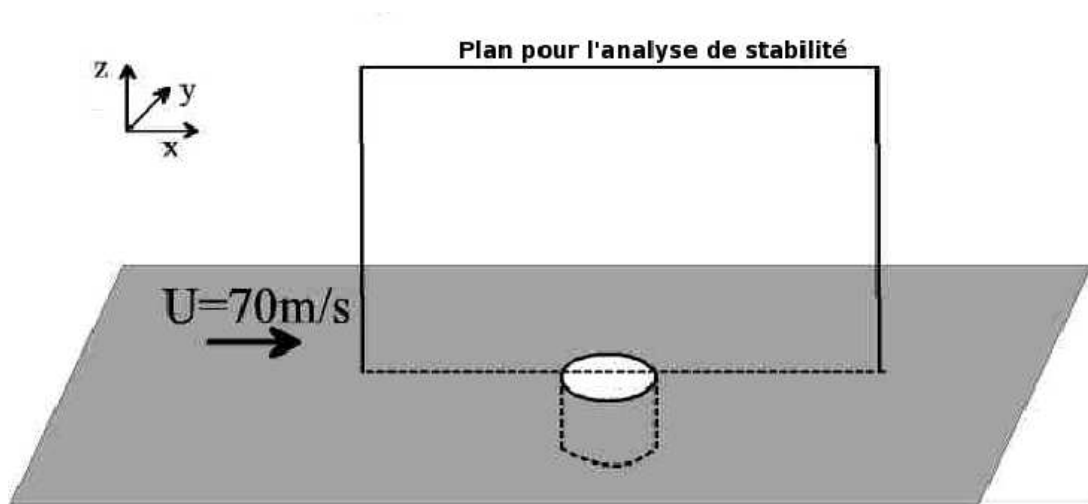


Figure VI.5 — Plan médian pour l'étude de stabilité

La limitation au plan médian est discutable dans la mesure où l'écoulement est fortement tri-dimensionnel. Néanmoins, si on compare quantitativement l'écoulement moyen dans le plan médian de la cavité cylindrique et l'écoulement moyen de la cavité rectangulaire, on note un certain nombre de similitudes. L'ensemble des phénomènes observés prend sa source dans la couche de mélange, il est donc intéressant d'étudier les caractéristiques de la couche de mélange pour les deux géométries. On définit ainsi l'épaisseur de quantité de mouvement de la couche de mélange δ_m par :

$$\delta_m(x) = \int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{\bar{u}(x, z)}{U_\infty} \left(1 - \frac{\bar{u}(x, z)}{U_\infty} \right) dz$$

avec z_{min} et z_{max} choisis de telle manière que le résultat ne varie plus et $\bar{u}(x, z)$ la vitesse moyenne. La valeur de $\frac{d\delta_m}{dx}$ est particulièrement sensible dans les études de stabilité linéaire 1D [75]. D'autre part, l'épaisseur de vorticit e δ_ω définie par :

$$\delta_\omega(x) = \frac{U_\infty}{\max_z \left[\frac{\partial \bar{u}(x, z)}{\partial z} \right]}$$

constitue un autre indicateur caractéristique de la stabilité. En effet, il caractérise le point d'inflexion du profil de vitesse. La donnée de ces deux grandeurs permet de caractériser la couche de mélange avec des grandeurs intégrales.

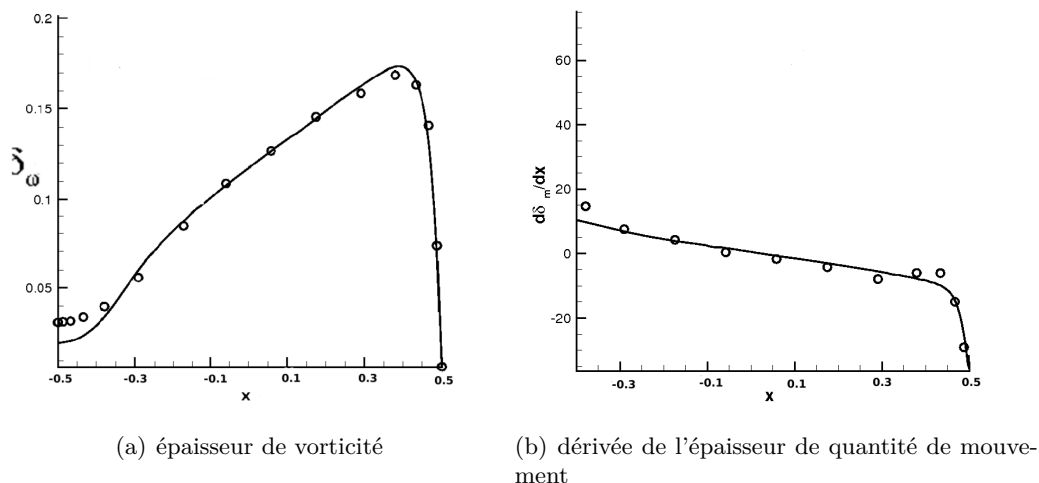


Figure VI.6 — Comparaison des épaisseurs intégrales caractéristiques de l'écoulement entre le cas cylindrique dans le plan médian (symboles) et le cas rectangulaire 2D (ligne)

La figure VI.6 présente le bon accord avec les épaisseurs intégrales entre le cas de la cavité rectangulaire et le cas de l'écoulement moyen dans un plan médian pour la cavité cylindrique. On peut donc s'attendre à des résultats de stabilité relativement proches.

VI.2 Étude de stabilité et comparaison avec la partie instationnaire de la LES

Le tableau VI.1 synthétise les résultats de l'étude de stabilité de l'écoulement moyen de la cavité rectangulaire et de l'écoulement moyen dans le plan médian de la cavité cylindrique. Ce tableau propose aussi la comparaison des résultats avec la formule de Block. Étant donné l'accord des grandeurs intégrales caractéristiques de la couche de mélange, on retrouve bien un

bon accord entre les résultats de stabilité du cas rectangulaire et les résultats de stabilité du cas cylindrique dans le plan médian. On remarque que l'accord (en terme de nombre de Strouhal) est pratiquement parfait pour les modes KH I et KH II et on note que les résultats pour les mode KH III et KH IV semblent légèrement diverger. Même si les couches de mélange sont comparables, des différences subsistent et les résultats de stabilité ne peuvent pas correspondre parfaitement. Il est essentiel de noter que l'approche "plan médian" pour le calcul de stabilité constitue une hypothèse très forte mais qui semble cependant, fournir des résultats intéressants et suffisants pour caractériser les mécanismes mis en jeu dans la génération de bruit de cavité cylindrique. Dans la simulation LES, on observe une fréquence de résonance, $f = 667Hz$ correspondant à un nombre de Strouhal de $St = 0.95$. Ce mode résonant est en excellent accord avec les mesures [53] et il est aussi en excellent accord avec le nombre de Strouhal du mode KH II. Une transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance permet de comparer la forme du mode avec le mode KH II issu du calcul de stabilité. La figure VI.7 et VI.8 présente une comparaison entre la transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance du signal instationnaire et le mode KH II issu du calcul de stabilité.

	I	II	III	IV
Nombre de Strouhal des modes KH cas 2D	0.51	0.94	1.32	1.97
Nombre de Strouhal des modes KH cas cylindrique	0.51	0.93	1.29	1.91
Nombre de Strouhal des modes de Rossiter	0.51	1.02	1.53	2.04

Tableau VI.1 — *Comparaison entre le nombre de Strouhal prévu par la formule de Block et le nombre de Strouhal des modes de Kelvin-Helmholtz pour le cas 2D et le cas cylindrique pour un écoulement de 70 m/s*

Par conséquent et malgré l'hypothèse très réductrice de prendre l'écoulement moyen dans un plan médian pour le cas cylindrique, on note un très bon accord en terme de fréquence (expérience et simulation numérique) mais aussi en terme de forme et amplitudes des modes impliqués dans le phénomène de résonance. Dans le cadre des cavités cylindriques, en dehors des résultats de résonateur de type Helmholtz (type tuyau d'orgue), il existe très peu de résultats concernant le bruit d'écoulement affleurant des cavités cylindriques. L'existence de mode de type Rossiter dans ces cavités cylindriques est une conjecture qui d'après les résultats obtenus grâce à cette étude, se confirme. Pour une cavité cylindrique de rapport d'aspect $H/D = 1$ soumise à un écoulement incident de 70 m/s, le mécanisme responsable de la génération de bruit est un mécanisme de type Rossiter. Il est aussi à souligner que les résultats obtenus pour une cavité rectangulaire et pour une cavité cylindrique sont quasi-identiques tant pour la stabilité de l'écoulement que les fréquences obtenues par simulation numérique. Mincu, dans le cadre de sa thèse, a étudié le cas d'une cavité rectangulaire de dimension $L = D = W = 0.1$ m soumise à un écoulement de 70 m/s qu'il a confronté au cas cylindrique. L'étude du champ instationnaire de vitesse et de pression a permis de montrer que les mécanismes à l'origine du bruit semblent être identiques. L'étude de stabilité confirme et appuie cette hypothèse.

Tout porte à croire que le comportement des cavités cylindriques soumises à ce type d'écoulement (haut-subsonique) semble être le même que les cavités rectangulaires soumises au même écoulement. Malheureusement, vu la complexité de ces simulations numériques, nous n'avons pu obtenir un écoulement moyen issu d'une LES sur une cavité cylindrique pour d'autres vitesses. Néanmoins, la figure VI.9 présente les résultats issus des expériences AEROCAP menées à l'ECL. A l'instar du cas rectangulaire, on note la coexistence de deux pics pour des vitesses aux alentours de 90 m/s. Ces pics peuvent être reliées aux deux premiers modes de Rossiter. Puis, lorsque l'on augmente la vitesse, seul persiste le pic correspondant au mode I. Le mécanisme de East présenté dans les chapitres précédents pourrait être une explication de ce qui se passe. Cela nécessiterait une étude largement plus complète. Nous n'avons pas à l'heure actuelle les

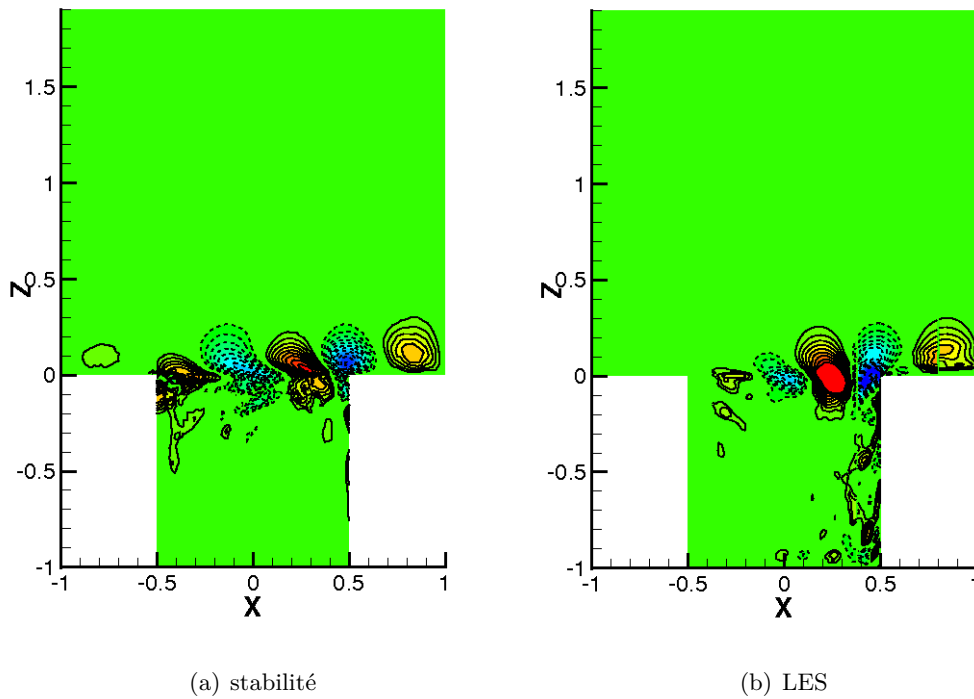


Figure VI.7 — *Comparaison de la fluctuation de vitesse normale à l'écoulement (partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{II}) (a) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance de la LES de la cavité cylindrique (b)*

données numériques suffisantes pour éprouver cette hypothèse. Ce n'est que très récemment que les premières données numériques concernant un écoulement à 90 m/s sont disponibles [44].

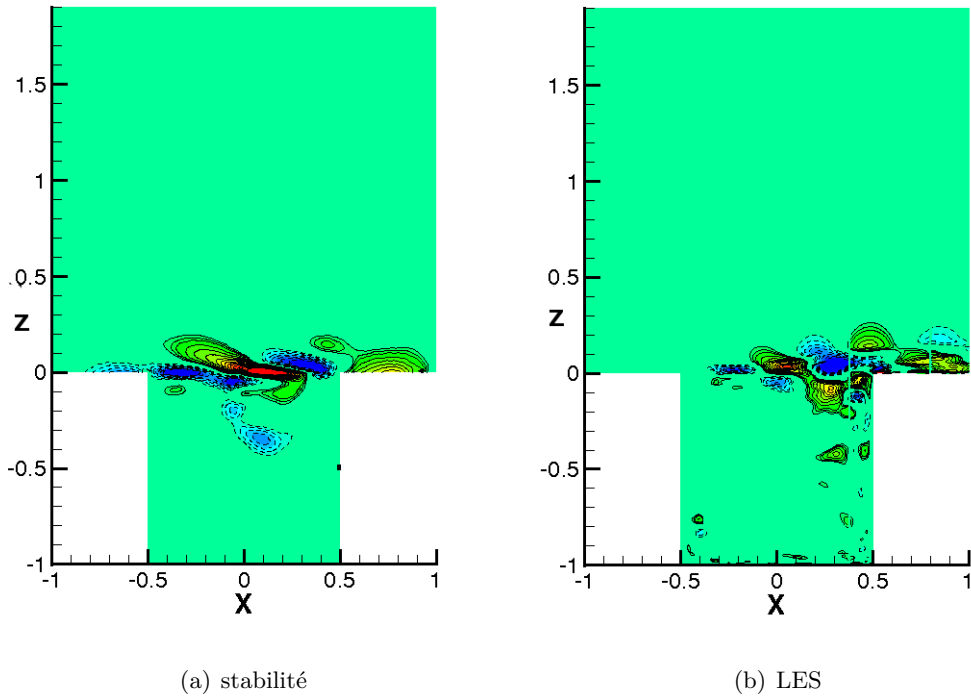


Figure VI.8 — Comparaison de la fluctuation de vitesse longitudinale à l'écoulement (partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz II (St_{II}) (a) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance de la LES de la cavité cylindrique (b)

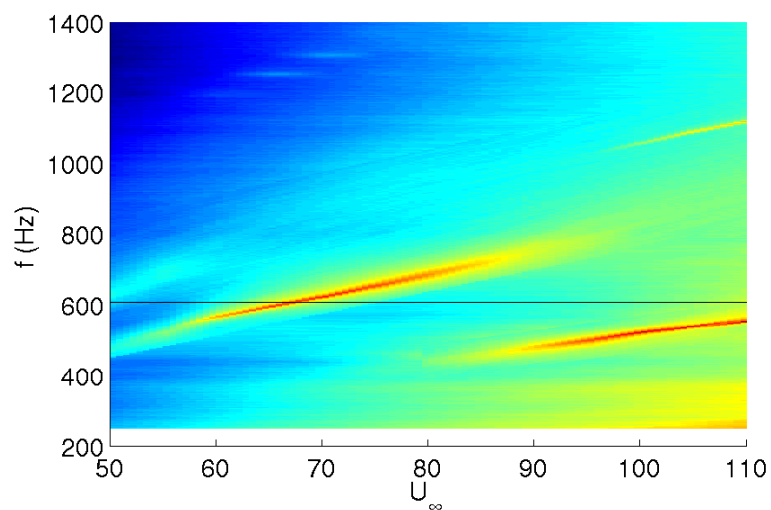


Figure VI.9 — Densité spectrale de pression (Pa^2/Hz) à 1 m de la cavité en fonction de la vitesse incidente. Échelle de couleur entre 30 et 100 dB, d'après [45]

Ce chapitre présente une application de l'outil de stabilité globale sur un cas industriel très complexe et récent. La simulation numérique LES de l'écoulement de cavité cylindrique a recréé les conditions et les résultats de l'expérience de manière satisfaisante. L'étude de stabilité globale sur l'écoulement moyen dans un plan médian à la cavité a permis de décrire et qualifier le mode responsable du bruit rayonné par la cavité cylindrique. Les conjectures actuelles concernant la cavité cylindrique optent en partie pour un mécanisme de type Rossiter pour le bruit de cavité cylindrique subsonique et de rapport d'aspect $H/D = 1$, le résultat de l'étude de stabilité a étayé ce type de conjecture. Par ailleurs, les similitudes entre le cas rectangulaire et le cas cylindrique nous incitent jusqu'à supposer que le mécanisme d'excitation des modes de Rossiter serait similaire au cas rectangulaire. C'est la coïncidence entre le mode quart d'onde de la cavité et les modes de Rossiter qui serait responsable de l'excitation des modes. Si cette conjecture est à peu près acceptée par la communauté [45] pour le cas $U_\infty = 70$ m/s. Pour des vitesses supérieures (i.e. 90 m/s), même si le comportement semble être similaire au cas rectangulaire, il est difficile d'affirmer ou d'infirmer la présence d'un mécanisme de East.

Troisième partie

Vers l'acoustique

Chapitre

VII

Stabilité linéaire 2D globale pour la prévision de l'acoustique d'écoulement de cavité

Aperçu

VII.1	Méthode hybride conventionnelle : méthode de Kirchhoff	116
1.1	Présentation de la méthode	116
1.2	Application au cas de la cavité rectangulaire	118
VII.2	Méthode hybride nouvelle : stabilité linéaire 2D globale	119
2.1	Modes de Kelvin Helmholtz en champ lointain	119
2.2	Reconstruction du champ acoustique par méthode des moindres carrés	124

Ce chapitre propose une ouverture vers l'acoustique. Nous présentons comment les résultats de stabilité peuvent constituer un moyen de prévision du champ acoustique lointain. Une comparaison entre les résultats de stabilité et une méthode conventionnelle de propagation montre l'intérêt de la stabilité dans la prévision acoustique. Une proposition de nouvelle méthode hybride de reconstruction du champ acoustique lointain à partir des modes propres est enfin présentée.

VII.1 Méthode hybride conventionnelle : méthode de Kirchhoff

1.1 Présentation de la méthode

Lighthill a proposé au début des années 1950 une équation aux dérivées partielles pour le calcul du rayonnement acoustique des perturbations engendrées par un écoulement, notamment par la turbulence qu'il contient. Cette équation, destinée principalement à la prévision du bruit de jet, est obtenue par une combinaison des équations de continuité et de quantité de mouvement de la mécanique des fluides :

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j} \quad (7-1)$$

avec

$$T_{ij} = \rho u_i u_j + (p - a_0^2 \rho) \delta_{ij} - e_{ij}$$

dans laquelle T_{ij} est le tenseur de Lighthill, a_0 la célérité du son du milieu et e_{ij} est le tenseur des contraintes visqueuses. Le membre de gauche s'apparente à un propagateur de la masse volumique et le membre de droite constitue les termes sources. Par leur nature, ces termes sources sont généralement nuls à l'extérieur d'un volume limité. S'ils peuvent être connus dans ce volume (domaine source), la résolution de l'équation 7-1 devient simple sur le plan formel (notamment par l'utilisation de la fonction de Green) et fournit (théoriquement) la masse volumique en tout point de l'espace. L'hypothèse de petites perturbations $p - p_0 = a_0^2(\rho - \rho_0)$ permet ensuite d'en déduire la pression. En pratique, il "suffit" donc de connaître précisément l'écoulement (en grandeurs instantanées) pour déterminer son rayonnement acoustique. Ffowcs Williams et Hawkings ont étendu l'approche de Lighthill en incluant la présence d'un corps solide dans l'écoulement [92]. Considérons un repère de référence dans lequel le fluide à l'infini est au repos. Soit $f(\underline{X}, t) = 0$ l'équation définissant la position au cours du temps de la surface S du corps. Cette fonction est prise telle que $f < 0$ à l'intérieur du corps, $f > 0$ à l'extérieur du corps et $\nabla f = \underline{n}$ où \underline{n} est la normale à la surface S orientée vers l'extérieur du corps. En considérant le corps comme une masse de fluide non perturbé et dans les conditions du fluide à l'infini ($\rho = \rho_0, p = p_0$ et $u = 0$), la surface S peut être vue comme une surface de discontinuité pour la masse volumique, la pression et la vitesse. L'équation de FW-H est une recombinaison exacte des équations de la mécanique des fluides sous la forme d'une équation des ondes inhomogène faisant apparaître deux termes sources surfaciques et un terme source volumique. Ffowcs Williams et Hawkings aboutissent alors à l'équation suivante pour la masse volumique à l'extérieur du corps solide.

$$\frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial x_i^2} = - \frac{\partial}{\partial x_i} [\tilde{p} n_i \delta(f)] + \frac{\partial}{\partial t} [\rho_0 v_n \delta(f)] + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij} H(f)] \quad (7-2)$$

dans laquelle $\tilde{\rho} = \rho - \rho_0$, $\tilde{p} = p - p_0$, v la vitesse locale de la surface solide $v_n = v_i n_i$, $\delta(f)$ et $H(f)$ sont respectivement les distributions de Dirac et Heavyside.

Cette équation peut être généralisée au cas d'une surface fermée perméable, par exemple une surface fictive contenant une région de production de perturbation de pression. C'est le cas de la cavité. Elle prend alors la forme suivante dans laquelle u est la vitesse locale du fluide et $u_n = u_i n_i$:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial x_i^2} = - \frac{\partial}{\partial x_i} [(\tilde{p} n_i + \rho u_i (u_n - v_n)) \delta(f)] + \frac{\partial}{\partial t} [(\rho_0 v_n + \rho (u_n - v_n)) \delta(f)] + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} [T_{ij} H(f)] \quad (7-3)$$

Comme l'équation de Lighthill, les équations (7-2) et (7-3) ne font pas d'hypothèse sur l'écoulement extérieur à la surface S . Elles prennent donc en compte aussi bien la "production" des perturbations de pression à l'intérieur et à l'extérieur de la surface S que les effets (linéaires ou non) de convection, de propagation ou de dissipation de ces perturbations à l'extérieur de la surface S . De plus, elles restent valables si le fluide à l'infini est en translation uniforme moyennant le changement de dérivées temporelles eulériennes par des dérivées temporelles convectives.

On suppose que la surface S englobe l'essentiel des termes sources. Si, en plus de toutes les sources, tous les éléments de surface réfléchissants ou absorbants sont à l'intérieur de la surface fermée S (virtuelle ou matérielle), le théorème de Kirchhoff dit que le champ rayonné par tous les éléments à l'intérieur de S est équivalent au rayonnement d'une distribution de sources sur la surface S . Finalement, le tenseur T_{ij} (effet volumique) peut être négligé.

Pour résoudre l'équation (7-3), une solution intégrale est alors obtenue par convolution avec la fonction de Green en espace libre : on utilise la fonction de Green G pour un milieu libre en translation uniforme. Goldstein propose la solution suivante pour $\tilde{p}(\underline{x}, t)$ dans son ouvrage [30] :

$$\tilde{p}(\underline{x}, t) = \int_{\tau} \int_S \left[\left(p \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial p}{\partial n} \right) + \frac{1}{a_0^2} U_1 n_1 \left(G \frac{\partial p}{\partial \tau} - p \frac{\partial G}{\partial \tau} \right) \right] dS d\tau \quad (7-4)$$

Introduisons les grandeurs caractéristiques de ce développement :

- $\underline{x} = x_i$ la position de l'observateur
- $\underline{y} = y_i$ la position de la source
- $\underline{n} = n_i$ la normale à la surface
- $\underline{U} = (U_1, 0, 0)$ la vitesse d'écoulement du milieu
- $M = \frac{U_1}{a_0}$ le nombre de Mach de l'écoulement
- $\beta^2 = 1 - M^2$ le facteur de Lorentz
- $G = \frac{\delta(g)}{4\pi d}$ avec $g = \tau - t + \sigma/a_0$ la fonction de Green pour un milieu libre 3D en translation uniforme
- $\tau = t - \frac{\sigma}{a_0}$ les instants d'émission ou temps retardé
- $\sigma = \frac{d - M(x_1 - y_1)}{\beta^2}$ la distance de Lorentz modifiée entre la source et l'observateur
- $d = \sqrt{((1 - \beta^2)\delta_{1i} + \beta^2)(x_i - y_i)^2}$ distance corrigée entre l'observateur et la source
- α l'angle entre la direction source-observateur et la normale à la surface S

On rappelle que $\frac{d}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} + U_1 \frac{\partial}{\partial y_1}$. En remplaçant la fonction de Green dans l'équation (7-4) pour un milieu libre 3D en translation uniforme, on obtient l'équation de la forme [67] :

$$p(\underline{x}, t) = \int_{\tau} \int_S F(\underline{x}, \underline{y}, \tau) \frac{\delta(g)}{4\pi} dS d\tau \quad (7-5)$$

avec

$$F = \frac{\beta^2}{d^2} \underline{n} \cdot (\underline{x} - \underline{y}) p - (1 - M^2 \delta_{1i}) n_i \frac{\partial p}{\partial y_i} + \frac{1}{a_0} \left(\frac{\underline{n} \cdot (\underline{x} - \underline{y})}{d} + M n_1 \right) \frac{\partial p}{\partial \tau}$$

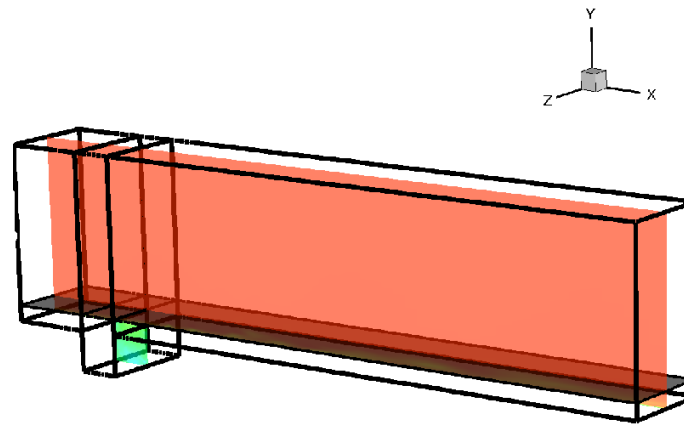
Nous utilisons la formulation dans le domaine fréquentiel [52, 64] :

$$p_{\omega}(\underline{x}, t) = \frac{1}{4\pi d} \int_S \left[M^2 \cos(\alpha) \frac{\partial p}{\partial y_1} - \frac{\partial p}{\partial n} + \left(ik(M \cos(\alpha) + \frac{n_i(x_i - y_i)}{d}) + \beta^2 \frac{n_i(x_i - y_i)}{d^2} \right) p \right] e^{i(\omega t - k\sigma)} dS \quad (7-6)$$

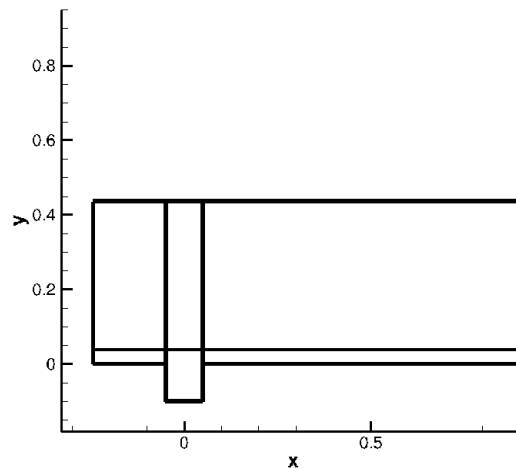
Cette formulation est utilisée à l'ONERA dans le code Kirch3D [69] que nous utiliserons. À partir des données instationnaires LES retenues sur une surface dite de Kirchhoff et avec la formulation dans le domaine spectral des équations de propagation acoustique de Kirchhoff, nous sommes capables de calculer le champ lointain : c'est une méthode hybride qui couple la LES avec le calcul de l'intégrale de Kirchhoff pour la propagation.

1.2 Application au cas de la cavité rectangulaire

Cette méthode hybride est largement employée pour des applications industrielles. Dans le cadre de sa thèse, Mincu [52] a utilisé et a adapté le code Kirch3D de l'ONERA pour le cas de la cavité cylindrique. Dans ce code, on utilise la formulation intégrale dans le domaine fréquentiel pour calculer le rayonnement en champ lointain de la cavité. L'objectif de l'application de cette méthode dans ce chapitre n'est pas une mise au point ou encore une analyse de la sensibilité de la méthode. L'objectif est la comparaison d'une méthode considérée comme classique avec une méthode nouvelle à travers l'étude de stabilité. C'est pourquoi nous nous appuyons sur des développements de référence [28, 52, 64] afin de faire nos choix techniques. Nous nous plaçons en tant qu'utilisateur et nous appuyons nos résultats sur l'expérience déjà acquise. La mise en



(a) Vue 3D



(b) Vue 2D

Figure VII.1 — *Surface de Kirchhoff $y = 0.04$*

œuvre de la méthode de Kirchhoff pour le cas de la cavité rectangulaire s'appuie sur la littérature et sur le cas de Mincu de la cavité cylindrique. La difficulté de la méthode de Kirchhoff est de déterminer la surface adéquate : il faut que la surface de Kirchhoff soit fermée et qu'elle englobe

l'ensemble des phénomènes responsables de l'acoustique. En pratique, la surface de Kirchhoff n'est pas exactement fermée. Dans le cadre de la cavité cylindrique, Mincu se contente de prendre une surface coplanaire parallèle à la plaque plane sur laquelle affleure la cavité cylindrique. Les résultats de Mincu sont satisfaisants, nous nous inspirons donc de sa méthodologie pour le choix de la surface de Kirchhoff. La figure VII.1 illustre la surface de Kirchhoff choisie pour le cas de la cavité rectangulaire. Le code Kirch3D est un code de propagation qui s'appuie sur des fonctions de Green valables en trois dimensions. Gloerfelt [28] propose une application de cette méthode sur un cas 2D ce qui impose l'usage de fonction de Green adaptée au champ acoustique bidimensionnel. Notre cas de cavité rectangulaire est bien un calcul 3D ; par conséquent appliquer une formulation 3D de la méthode de Kirchhoff reste cohérent. Néanmoins, afin d'éviter des effets indésirables, nous utiliserons les résultats uniquement pour des micros placés dans un plan $z = 0.12$ m, c'est-à-dire à mi-envergure de la cavité rectangulaire. La position de la surface de Kirchhoff est très importante car la surface de Kirchhoff doit englober l'ensemble des sources acoustiques que l'on souhaite propager et se situer dans un écoulement uniforme. L'idée est donc de placer la surface suffisamment loin des sources, c'est-à-dire de prendre une surface loin au-dessus de la cavité dans la partie où l'écoulement est uniforme. Cependant, une autre contrainte contrarie le choix de la distance de la surface de Kirchhoff par rapport à la cavité. En effet, il faut aussi garantir les résultats au niveau de la surface de Kirchhoff : il faut que la simulation LES et le maillage soient adaptés à la propagation de l'acoustique. Les moyens numériques actuels ne permettent pas d'avoir un maillage fin loin de la cavité. Une distance de 40 mm au-dessus de la cavité constitue un bon compromis pour garantir la présence de l'ensemble des phénomènes acoustiques, l'uniformité de l'écoulement ainsi que le raffinement de maillage nécessaire et satisfaisant pour éviter toute perte acoustique. Cela correspond à environ 3 épaisseurs de couche limite. Cette distance est en accord avec la littérature sur le sujet [28]. Le calcul de l'intégrale de Kirchhoff dans le domaine spectral nécessite l'évaluation du gradient de pression pour une normale à la surface envisagée et le calcul d'une transformée de Fourier. Par conséquent, on collecte un certain nombre d'échantillons suffisant pour avoir un résultat satisfaisant dans le domaine spectral. Dans notre cas, on garde un total de 1000 échantillons tous les $3 \cdot 10^{-4}$ s ce qui donne une résolution spectrale de 30 Hz ce qui est satisfaisant étant donné les mécanismes dominants très marqués en termes fréquentiels (présence de pics).

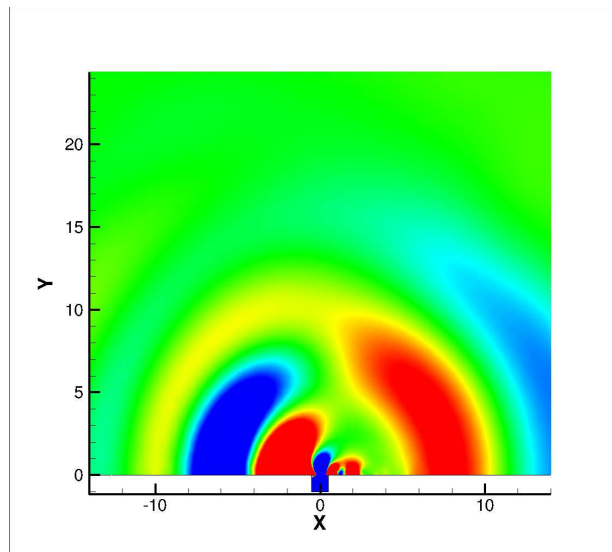
VII.2 Méthode hybride nouvelle : stabilité linéaire 2D globale

2.1 Modes de Kelvin Helmholtz en champ lointain

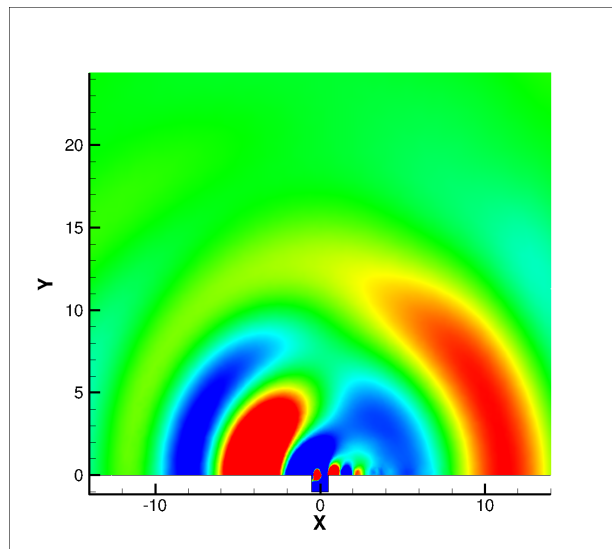
La raison d'être de cette étude est d'émettre l'hypothèse selon laquelle le bruit de cavité comporte un certain nombre de similitudes avec la génération de bruit de jet. Dans le cadre du jet turbulent supersonique, Tam et al.[81, 82] ont relié les instabilités de couche de mélange à l'acoustique du jet. Les instabilités intrinsèques à l'écoulement moyen turbulent de jet sont, dans certains cas, à l'origine d'une partie du champ acoustique rayonné ; des instabilités linéaires se superposent à l'écoulement moyen et génèrent un rayonnement acoustique. Dans le cas du jet subsonique, la discussion reste ouverte mais un certain nombre d'auteurs semblent aussi considérer les modes d'instabilités à l'origine du champ acoustique. Dans notre cas, on souhaite transposer ce mécanisme au cas de la cavité dans la mesure où le mécanisme dominant provient du profil inflexionnel de la couche de mélange, comme dans le cas du jet. Par ailleurs, ce type d'hypothèse repose sur le caractère intrinsèque des instabilités observées. Rowley [75] a montré dans son mémoire de thèse, la complexité du phénomène observé au niveau de la cavité à bas nombre de Reynolds : un contrôle en boucle fermé par POD semble impossible. Si on transpose ce résultat à un cas plus appliqué qui est le cadre de notre étude, il est raisonnable de supposer que les instabilités sont intrinsèques à l'écoulement moyen turbulent à l'instar du jet. Il est donc tout aussi raisonnable de pousser le raisonnement et de supposer que les instabilités linéaires

calculées sont à l'origine de l'acoustique.

L'idée est alors de calculer les modes de Kelvin-Helmholtz présentés précédemment mais dans un domaine de calcul plus grand et simplement d'observer ce que l'on obtient. Pour mener à bien ce type de calcul, il est nécessaire de bien gérer la zone tampon étant donné que les grandeurs susceptibles d'être observées sont petites : une zone tampon de $10D$ à $15D$ est suffisante pour absorber les ondes réfléchies par dissipation. Les figures VII.2 et VII.3 présentent la fluctuation de pression pour les modes KH I et KH II pour un domaine de calcul plus grand que présenté jusqu'à présent (typiquement, $20D$). On a volontairement saturé les niveaux afin d'observer les fluctuations de pression loin de la cavité. Le premier constat est de voir que des ondes semblent se propager dans le milieu. Si on mesure sommairement la longueur d'onde de ces ondes, on se rend compte que les fréquences mises en jeu sont dans le domaine de l'audible. Les modes KH sont à l'origine du bruit de cavité mais participent aussi au champ acoustique lointain.



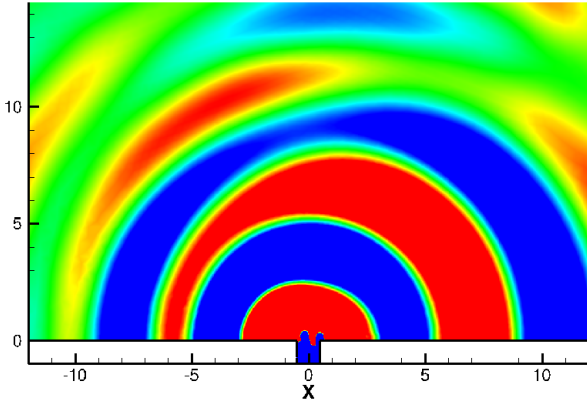
(a) $Re(p)$



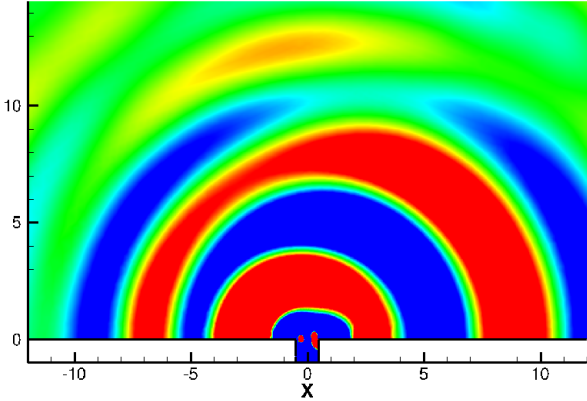
(b) $Im(p)$

Figure VII.2 — *Fluctuations de pression du mode KH I en champ lointain*

On effectue ensuite un calcul Kirchhoff à la fréquence du mode considéré et on compare les résultats de propagation par la méthode de Kirchhoff et les résultats de stabilité. La figure VII.4



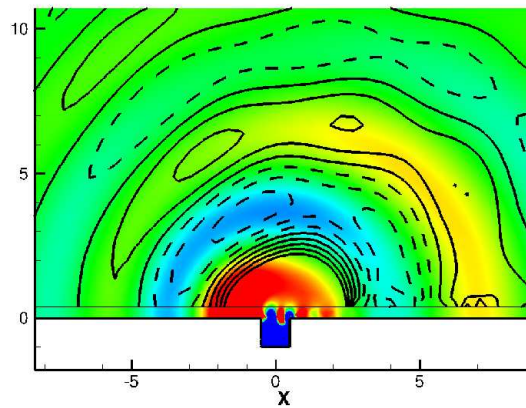
(a) $Re(p)$



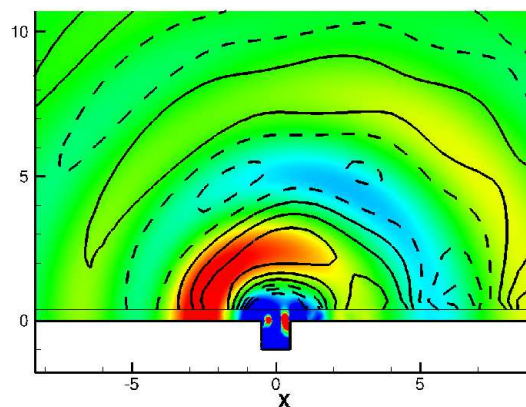
(b) $Im(p)$

Figure VII.3 — *Fluctuations de pression du mode KH II en champ lointain*

montre la comparaison entre les fluctuations de pression du mode KH II (couleurs) et le mode résonnant principal ($f = 630$ Hz) (en trait). Bien entendu les résultats de stabilité sont définis à une constante près nous avons donc fixé cette constante en fonction des résultats par la méthode de Kirchhoff. L'accord entre la théorie de stabilité et la méthode de propagation est assez satisfaisant en terme de niveaux impliqués. Dans un champ proche (une distance inférieure à 5 cavités), l'accord est meilleur ce qui est confirmé par la figure VII.5. En effet, sur les deux diagrammes de directivité à $5D$ et $10D$ du point $x = 0$ et $y = 0$, on remarque que l'accord est meilleur pour $5D$ alors que les résultats se dégradent fortement lorsque l'on s'éloigne de la cavité. On note aussi que la directivité est difficile à déterminer tant pour le calcul Kirchhoff que pour le calcul de stabilité. On remarque que la directivité est plutôt dirigée vers l'aval pour le cas de la stabilité. Il semble cependant difficile de conclure sur ce point précis. Néanmoins, l'accord global proche de la cavité est plutôt bon.



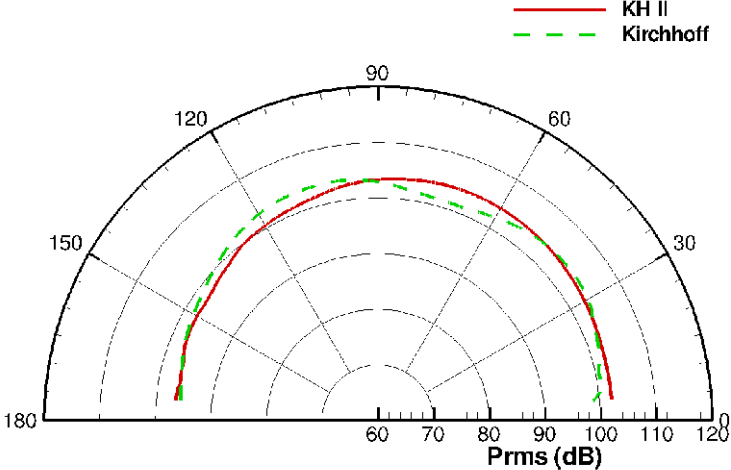
(a) $Re(p)$



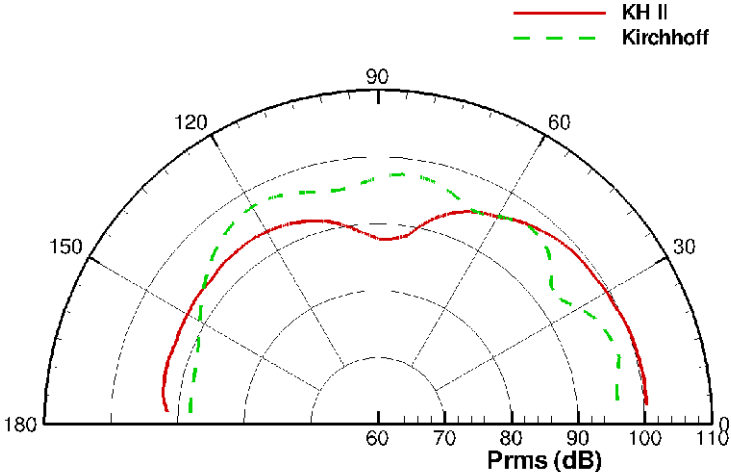
(b) $Im(p)$

Figure VII.4 — Comparaison entre les fluctuations de pression (niveau de couleur) du mode KH II et le mode résonnant principal $f = 630$ Hz par la méthode de Kirchhoff (en trait) en champ lointain

La figure VII.4 montre la comparaison entre les fluctuations de pression du mode KH III



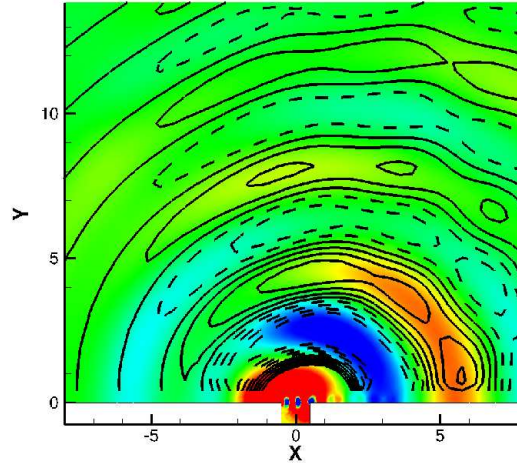
(a) Directivité à 5D



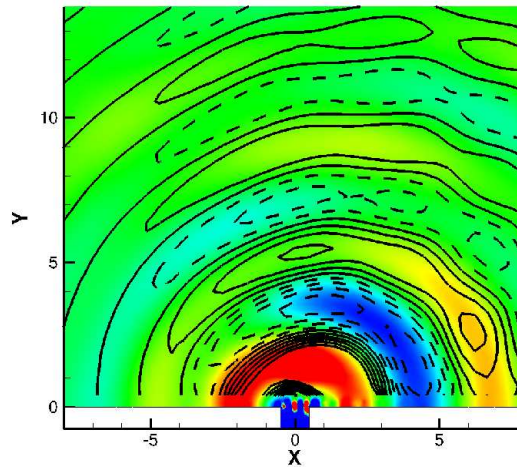
(b) Directivité à 10D

Figure VII.5 — Directivité P_{rms} du mode KH II et de la fréquence de résonance en dB par rapport à la référence $20\mu Pa$ en champ lointain.

(couleurs) et le mode résonnant principal ($f = 938$ Hz) (en trait). Cette figure permet de montrer à nouveau l'accord entre la théorie de stabilité et la méthode de propagation de type Kirchhoff. On remarque encore que l'accord est globalement bon mais que le résultat se dégrade quand on s'éloigne de la cavité (à une distance supérieure à $5D$ de la cavité).



(a) $Re(p)$



(b) $Im(p)$

Figure VII.6 — *Comparaison entre les fluctuations de pression (niveau de couleur) du mode KH III et le mode résonnant principal $f = 938$ Hz par la méthode de Kirchhoff (en trait) en champ lointain*

2.2 Reconstruction du champ acoustique par méthode des moindres carrés

Dans le cadre de sa thèse [61], Piot a reconstruit le signal issu de la DNS à partir des modes propres par une méthode des moindres carrés. Nous allons appliquer la même démarche à partir des données LES et des 4 modes propres KH obtenus par le calcul de stabilité. Nous proposons ici une nouvelle méthode hybride de propagation acoustique pour le cas de la cavité qui s'appuie sur des modes propres. On s'inspire de la méthode de Kirchhoff : on stocke l'ensemble des données instationnaires de fluctuation de pression sur une ligne située au milieu de l'envergure

de la cavité rectangulaire à 40 mm au dessus de la cavité. L'ensemble de ces données permet par méthode de moindres carrés de déterminer la contribution de chaque mode propre et ainsi de proposer une reconstruction du champ acoustique lointain à partir des modes propres.

On se place dans le plan médian. Le pas de temps d'échantillonnage est de $\Delta t = 0.00003$ s. On stocke à chaque pas de temps 90 points sur une ligne de la largeur de la cavité. On obtient un total de 1500 pas de temps de 90 points chacun. On note \hat{p}_n et ω_{rn} , la fonction propre de fluctuation de pression pour les modes KH n ainsi que la pulsation propre réelle pour les modes propres KH n issus du calcul de stabilité sur la ligne de contrôle. On cherche la combinaison de coefficients C_n tel que

$$p_{recons}(t, x, y = 0.04) = \sum_{n=1}^N Re(C_n \hat{p}_n(x, y = 0.04) e^{i\omega_{rn}t})$$

soit la plus proche possible au sens des moindres carrés de la fluctuation de pression $p_{LES}(t, x \in [-0.05, 0.05], y = 0.04, z = 0.125)$ issue du calcul LES. On reconstruit ensuite le champ obtenu avec les modes de stabilité calculés dans un grand domaine.

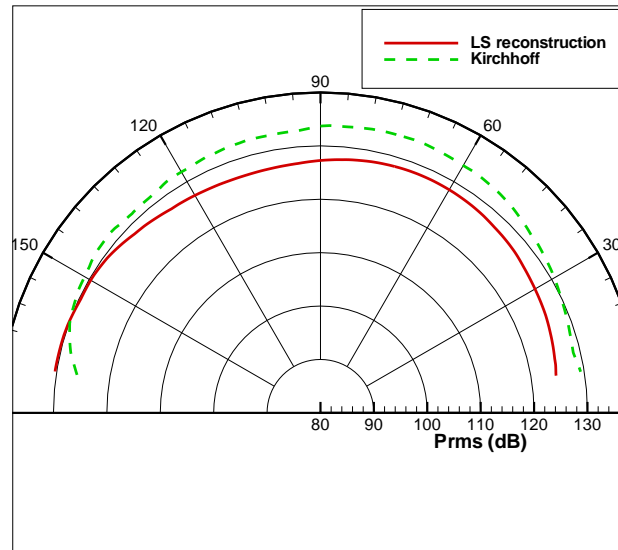
Le tableau VII.1 montre les résultats obtenus et la sensibilité des coefficients de la reconstruction au nombre de points utilisés, au nombre de pas de temps employé et au nombre de modes utilisés pour la reconstruction. Le résultat n'est pas très sensible à ces paramètres initiaux. On obtient une certaine convergence pour les coefficients de la reconstruction.

	C_n KH I	C_n KH II	C_n KH III	C_n KH IV
90 pts, 1500 échant., 3 modes	$0.3852 - i0.2443$	$-4.9579 - i5.3864$	$0.3834 - i2.4971$	-
90 pts, 1500 échant., 4 modes	$0.3756 - i0.2446$	$-4.9609 - i5.3743$	$0.3653 - i2.4954$	$-2.4852 - i3.3999$
90 pts, 1200 échant., 4 modes	$0.3832 - i0.2566$	$-4.9211 - i5.3112$	$0.3453 - i2.4450$	$-2.4454 - i3.4029$
45 pts, 1500 échant., 4 modes	$0.3546 - i0.2041$	$-4.9511 - i5.3544$	$0.3603 - i2.4441$	$-2.4752 - i3.3845$

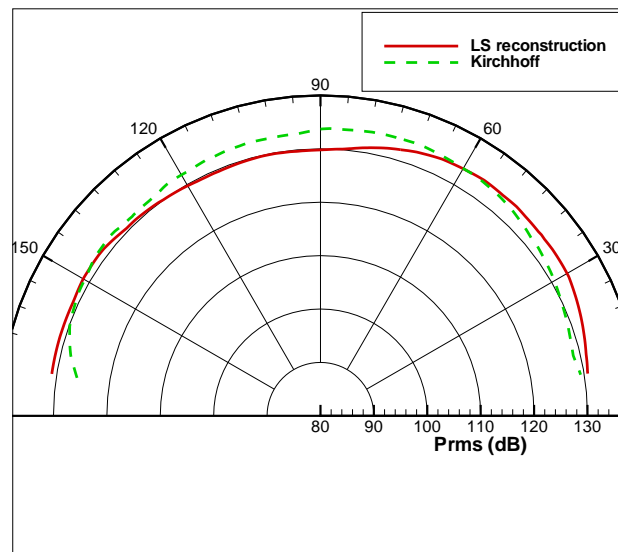
Tableau VII.1 — *Sensibilité des coefficients pour la reconstruction du champ acoustique à partir des modes propres en fonction des données initiales*

On note que la contribution des modes KH II et KH IV est particulièrement importante. Les figures VII.7 et VII.8 montrent la comparaison en champ lointain à respectivement $3D$ et $5D$ de la cavité de la méthode de Kirchhoff et de la méthode développée lors de cette étude pour une décomposition sur 3 modes puis 4 modes. On remarque qu'il est nécessaire de décomposer sur 4 modes pour avoir le meilleur accord quelle que soit la distance à la cavité. L'importance de la contribution des modes II et IV était prévisible étant donné les valeurs numériques des coefficients C_n de ces modes données dans la table 2.2. Par ailleurs, on note aussi des petites différences en terme de directivité qu'il est difficile d'expliquer : la reconstruction semble avoir une directivité légèrement aval. Néanmoins, l'accord est considéré comme honorable. On remarque que les résultats se dégradent plus on s'éloigne de la cavité. Si on s'éloigne encore plus de la cavité ($10D$ par exemple), l'accord se dégrade fortement (écart plus d'une dizaine de décibel). Cette méthode semble fonctionner pour le calcul d'un champ acoustique plutôt proche mais se dégrade assez rapidement pour un champ acoustique plutôt lointain. Cela provient sans doute d'interactions non linéaires entre les modes (à l'instar du jet subsonique). On est confronté ici à des problèmes similaires à ceux du jet subsonique quant à l'origine du bruit.

Cette méthode constitue une première tentative pour la prévision du champ acoustique via un calcul de modes propres.

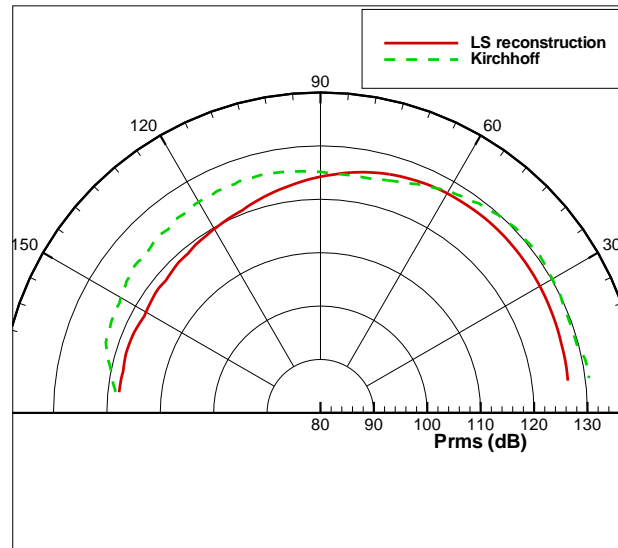


(a) Reconstruction sur 3 modes

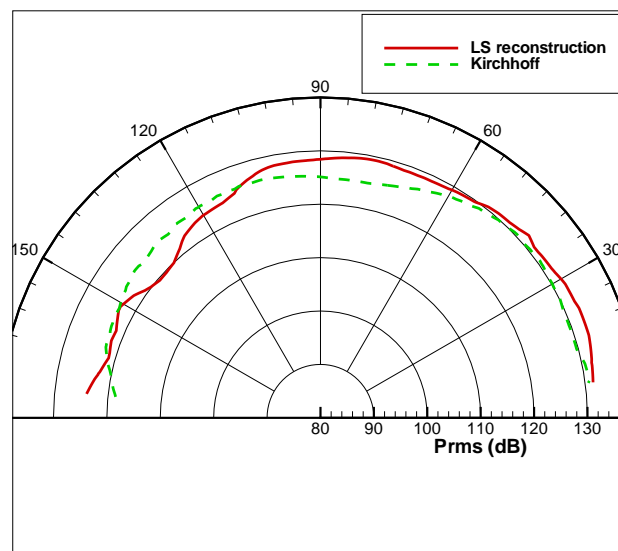


(b) Reconstruction sur 4 modes

Figure VII.7 — Diagramme de directivité à 3D du centre de la cavité, comparaison de la méthode des moindres carrés et la méthode de Kirchhoff



(a) Reconstruction sur 3 modes



(b) Reconstruction sur 4 modes

Figure VII.8 — Diagramme de directivité à $5D$ du centre de la cavité, comparaison de la méthode des moindres carrés et la méthode de Kirchhoff

Ce chapitre conclue l'ensemble de l'étude par un petit détour vers la modélisation acoustique. Le calcul des modes de stabilité pour des domaines très larges donne des résultats très prometteurs pour le calcul de champ acoustique : les calculs de stabilité sont en bon accord avec des méthodes plus conventionnelles de type Kirchhoff. Il faut souligner que l'accord entre les deux méthodes est d'autant meilleur qu'on est proche de la cavité. On note que pour un champ lointain ($10D$) l'accord est largement dégradé ce qui porte à croire que certains phénomènes ne sont pas pris en compte. Une nouvelle méthode hybride est proposée : elle consiste en une reconstruction par moindres carrés à partir des modes propres du signal de pression LES sur une ligne. Les résultats en comparaison des méthodes de type Kirchhoff sont satisfaisants plus on s'approche de la cavité, loin de la cavité on observe la même dégradation des résultats ce qui laisse supposer la présence d'interaction non linéaire entre les modes que la méthode ne peut prendre en compte actuellement. C'est en ce sens que l'on doit faire évoluer cette proposition de nouvelle méthode.

Conclusions et perspectives

Conclusions

CETTE thèse a été consacrée à l'étude de la stabilité globale d'un écoulement à grand nombre de Reynolds sur une paroi présentant une cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$ en vue de la compréhension et de l'analyse des mécanismes à l'origine du rayonnement acoustique.

L'étude de stabilité globale sur ce type d'écoulement turbulent a apporté un nouvel outil pour l'analyse des mécanismes de génération du bruit. A l'instar du jet, l'étude de stabilité a permis d'identifier et de caractériser les sources de bruit avec une approche différente de celles rencontrées classiquement pour le cas de la cavité. L'étude de stabilité a été mise en œuvre sur l'écoulement moyen fourni par un calcul LES (écoulement haut nombre de Reynolds) comme écoulement de base. Les équations d'Euler linéarisées 2D ont été résolues ce qui laisse supposer que le mécanisme prépondérant dans la génération du bruit est le gradient de vitesse dans la couche de mélange. Les modes globaux (i.e. 2D) de Kelvin-Helmholtz ainsi obtenus ont été confrontés avec succès aux résultats instationnaires des calculs LES ainsi qu'aux formules semi-empiriques de Rossiter [7, 74]. La forme des modes obtenus par transformée de Fourier de la partie instationnaire des résultats LES est en parfait accord avec les modes propres globaux de Kelvin-Helmholtz obtenus à partir de l'étude de stabilité : cela confirme bien que le mécanisme dominant responsable du bruit de cavité provient essentiellement du gradient de vitesse dans la couche de mélange. La confrontation avec les formules analytiques classiques permet de proposer une réinterprétation de la boucle de Rossiter en considérant les modes de Rossiter comme des modes globaux (au moins pour les deux premiers modes). C'est la prise en compte des conditions aux limites qui permet une discrétisation de la fréquence de résonance des différents modes de Rossiter. Par ailleurs, une simulation numérique avec balayage en vitesse incidente a permis de mettre en évidence le mécanisme de résonance proposé par East [19]. Cette simulation conjointement au cas de vitesse incidente classique ainsi qu'à l'étude de stabilité a permis de faire une cartographie du comportement de la cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$ pour des vitesses incidentes entre 50 et 120 m/s. L'application de la méthode de haute résolution (HROgram) a montré la réponse et les excitations successives des modes en fonction de la vitesse incidente. La présence d'éventuelles réponses non linéaires a été mise en exergue. Finalement, l'étude de stabilité d'un écoulement moyen issu d'une LES via les équation d'Euler linéarisée semble être une modélisation suffisante pour l'analyse des phénomènes responsables du bruit de cavité. Cette méthode a été appliquée à un cas nettement plus réaliste : la cavité cylindrique. L'étude de stabilité à partir d'un écoulement moyen 3D issu d'une LES pris dans le plan médian de la cavité a permis de retrouver les fréquences obtenues expérimentalement et numériquement. La forme des modes propres obtenus est en très bon accord avec la forme des modes obtenus par transformée de Fourier de la partie instationnaire de la LES.

D'autre part, la formulation compressible des équations de stabilité autorise une propagation des modes propres pour un domaine de calcul plus large. La comparaison des modes propres globaux de Kelvin-Helmholtz pour un large domaine (de $3D$ à $10D$) avec des méthodes de propagation

acoustique (type Kirchhoff) est satisfaisante : l'accord est bon tant dans la forme des modes que dans l'intensité. Il est néanmoins à souligner que la directivité n'est pas toujours bien représentée mais ce point est particulièrement délicat quelle que soit la méthode employée. La reconstruction par méthode des moindres carrés sur une base des modes propres globaux calculés à partir de données instationnaires issues de la LES permet de reconstruire le champ acoustique loin de la cavité. La comparaison avec les méthodes usuelles de propagation est satisfaisante dans le champ proche. Lorsque l'on s'éloigne et que l'on atteint le champ plus lointain le résultats se dégrade fortement.

Perspectives

L'originalité de cette étude réside dans le caractère grand nombre de Reynolds de l'écoulement considéré. Si pour des cas plus fondamentaux à bas nombres de Reynolds, l'influence des paramètres (couche limite incidente, rapport d'aspect, vitesse incidente...) est bien identifiée. Le fonctionnement des cavités à grand nombre de Reynolds nécessite des études complémentaires qu'il sera d'autant plus facile à réaliser dans le futur que les progrès informatiques permettront de faire des simulations plus complexes. L'étude proposée a concerné une cavité rectangulaire pour un rapport d'aspect donnée ($L/D = 1$) et pour une gamme de vitesse bas subsonique. L'annexe B propose une ébauche d'étude de l'effet du rapport d'aspect sur la sélection et la forme des modes propres pour la gamme de vitesse employée pour cette étude. Ce type d'étude paramétrique permettrait d'obtenir une meilleure compréhension des phénomènes d'accroche des modes. L'annexe C propose une étude strictement expérimentale d'une cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$ dans une conduite fermée (banc B2A) équipée de LDV ce qui permet d'obtenir un champ de vitesse moyen expérimental sur lequel il serait envisageable de faire des calculs de stabilité et de les confronter à la forme et à la fréquence des modes obtenus expérimentalement. Cette étude associée à une étude numérique de type LES constituerait, de par l'intensité et la robustesse des phénomènes observés, un cas test complet et intéressant pour le développement d'outils (prolongation des études de stabilité) pour l'acoustique mais aussi pour une étude plus fine des phénomènes mis en jeu dans le bruit de cavité. La technique LDV permet d'obtenir des champs de fluctuation de vitesse et de pression acoustique complets à confronter aux méthodes numériques et théoriques.

Concernant la cavité cylindrique, la configuration employée a permis une simplification du problème qui donne de bons résultats. Cependant, une étude plus complète des instabilités 3D ouvrirait une perspective intéressante dans la compréhension et la caractérisation de ces structures cohérentes responsables du bruit. Une étude de stabilité triglobale serait très intéressante pour les cas fortement 3D tels que la cavité cylindrique. L'approche triglobale permettrait de confirmer ou d'infirmer que l'approche de stabilité 2D est suffisante pour ce cas.

Il est important de revenir dans ce paragraphe sur l'intérêt que les constructeurs aéronautiques ont pour ces cavités. Ces cavités sont bruyantes : il faut prévoir ce bruit mais aussi le réduire. Beaucoup de propositions techniques (type "wiremesh") émergent actuellement et semblent réduire sensiblement le bruit émis par ces cavités. Cependant, aucune explication sur l'action de ces dispositifs passifs n'est satisfaisante. Une étude sur la caractérisation de ces "wiremesh" et de l'effet sur les écoulements de cavité serait très profitable pour un usage judicieux de ces procédés. L'étude de ces dispositifs dans le montage présenté dans l'annexe C permettrait d'obtenir énormément d'informations grâce à l'étude LDV.

Le calcul des modes globaux de stabilité pour le cas de la cavité semble fournir des résultats encourageants. La reconstruction du champ acoustique dans une base de modes propres est prometteuse mais il faut tenter d'explorer les possibles interactions non-linéaires entre les différents modes globaux linéaires afin d'obtenir un champ lointain satisfaisant. Cette nouvelle méthode hybride nécessite un approfondissement qui permettrait de développer un nouvel outil de prévision du bruit.

Enfin, je conclue cette étude par un petit clin d'oeil à l'une de mes premières questions que j'ai eu la chance d'avoir lors de mon premier congrès international en Grèce. Après une présentation détaillée de la méthode de stabilité globale, un canadien¹ m'a demandé : "Mais pourquoi on ne la bouche pas, cette cavité?" Je pense que cela constituerait une perspective efficace et intéressante pour Airbus... À étudier de plus près, mais je pense d'ors-et-déjà que le succès sera au rendez-vous pour la réduction de bruit !

¹peut-être un concurrent de chez Bombardier!!!

Quatrième partie

Annexes

Annexe

A

Stabilité d'une couche de cisaillement infiniment mince

Cette annexe présente une étude fondamentale sur une couche de mélange infiniment mince, cas limite de la cavité. Dans toute cette partie, nous supposons que le fluide étudié est non visqueux.

A.1 Cas incompressible

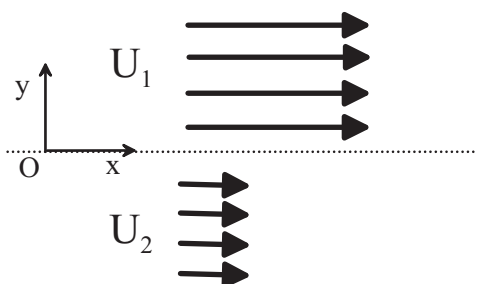


Figure A.1 — *Schema pour le cas du cisaillement infiniment mince*

En première approximation, il peut être intéressant de supposer que l'instabilité sur la cavité est de type Kelvin-Helmholtz pur, c'est-à-dire de considérer que nous avons une couche de mélange infiniment mince, sans effet de pesanteur, sans tension interfaciale entre le fluide présent dans la cavité (zone 1 : $U_1 = 0$) et le fluide situé au dessus de la cavité (zone 2 : $U_2 = U_\infty$). On suppose en outre qu'il n'y a pas d'échelle en x : la "cavité" est infiniment longue. On note D la profondeur. L'écoulement initial est classiquement irrotationnel, il doit le rester au cours du temps, et il est donc avantageux pour réduire les calculs d'introduire le potentiel des vitesses défini pour chaque fluide par : $\underline{U}_i = \underline{\nabla}(\phi_i)$ tel que :

$$\phi_1 = \phi'_1(x, y, t) \quad (1-1)$$

$$\phi_2 = U_\infty x + \phi'_2(x, y, t) \quad (1-2)$$

avec ϕ'_1 et ϕ'_2 , les perturbations du potentiel. L'équation de conservation de la masse s'écrit alors :

$$\partial_{xx}\phi_i + \partial_{yy}\phi_i = 0 \quad (1-3)$$

pour $i = 1, 2$.

Les équations de Navier-Stokes peuvent être intégrées pour donner l'équation de Bernoulli, la constante d'intégration étant uniforme dans chaque fluide :

$$\rho_i \partial_t \phi_i + \frac{\rho_i \Delta^2(\phi)}{2} + P_i = Cte_i \quad (1-4)$$

pour $i = 1, 2$.

Les conditions aux limites de la perturbation s'écrivent :

$$\partial_y \phi_1 = 0 \quad y \rightarrow -D \quad (1-5)$$

pour exprimer la condition de vitesse normale nulle à la paroi et

$$\partial_y \phi_2 = 0 \quad y \rightarrow +\infty \quad (1-6)$$

qui traduit l'atténuation des perturbations loin de la paroi. On définit ensuite l'interface géométriquement par

$$y = \eta(x, t) \quad (1-7)$$

Les conditions à l'interface sont de deux types : une conditions sur les contraintes (principe d'action/réaction) et une condition dite "cinématique" (imperméabilité de l'interface). La condition cinématique impose que, pour chaque fluide, la vitesse normale $\underline{U}_i \cdot \underline{n}$ à l'interface doit être égale à la vitesse normale $\underline{W} \cdot \underline{n}$ de l'interface :

$$\underline{U}_i \cdot \underline{n} = \underline{W} \cdot \underline{n} \quad \text{pour } i = 1, 2 \quad (1-8)$$

Le calcul détaillé de $\underline{W} \cdot \underline{n}$ en $y = \eta$ conduit à :

$$\partial_x \phi_1 \cdot -\partial_x \eta + \partial_y \phi_1 = \partial_t \eta \quad (1-9)$$

$$U_\infty + \partial_x \phi_2 \cdot -\partial_x \eta + \partial_y \phi_2 = \partial_t \eta \quad (1-10)$$

Passons à la condition interfaciale sur la contrainte. Il n'y a pas de tension superficielle donc :

$$P_1 = P_2 \quad \text{pour } y = \eta \quad (1-11)$$

Ainsi le problème est parfaitement défini par le jeu d'équations et de conditions aux limites proposées plus haut. Ce problème admet la solution de base suivante, invariante par translation suivant x , et indépendante du temps :

$$\bar{\eta}(x, t) = 0$$

$$\bar{U}_1 = 0$$

$$\bar{U}_2 = U_\infty$$

$$\bar{P}_2 = \bar{P}_1 = P_0$$

Superposons à la solution de base des perturbations des potentiels, des pressions et de la position de l'interface. On linéarise les équations vis-à-vis des perturbations, et on introduit pour ces perturbations les modes normaux :

$$(\phi_i(x, y, t), p_i(x, y, t), \eta(x, t)) = (\hat{\phi}_i(y), \hat{p}_i(y), 1) \exp(i(kx - \omega t)) \quad i = 1, 2 \quad (1-12)$$

On obtient ainsi les équations suivantes :

$$(\partial_{yy} - k^2) \hat{\phi}_i = 0 \quad i = 1, 2$$

$$-i\omega \hat{\phi}_1 + \hat{p}_1 = 0$$

$$\begin{aligned}
 -i\omega\hat{\phi}_2 + ikU_\infty\hat{\phi}_2 + \hat{p}_2 &= 0 \\
 \hat{\phi}_1(-D) &= 0 \\
 \hat{\phi}_2(y) &= 0 \quad y \rightarrow +\infty \\
 \hat{\phi}_{1,y}(0) &= -i\omega\hat{\eta} \\
 (-ik\hat{\eta})U_\infty + \hat{\phi}_{2,y}(0) &= -i\omega\hat{\eta} \\
 \hat{p}_1(0) &= \hat{p}_2(0)
 \end{aligned}$$

Les 4 dernières équations sont obtenues en linéarisant autour de zéro les conditions aux limites définies dans le paragraphe précédent.

Les solutions sont de la forme :

$$\begin{cases} \hat{\phi}_1 &= \mathbf{A}_1 e^{-ky} + \mathbf{B}_1 e^{ky} \\ \hat{\phi}_2 &= \mathbf{A}_2 e^{-ky} \end{cases} \quad (1-13)$$

avec $k > 0$ et A_1, B_1 et A_2 sont les constantes d'intégration.

En $y = -D$,

$$\partial_y \phi_1(y = -D) = -k\mathbf{A}_1 e^{kD} + k\mathbf{B}_1 e^{-kD} \quad (1-14)$$

On obtient donc le système suivant :

$$\begin{cases} k\mathbf{B}_1 - k\mathbf{A}_1 + i\omega\hat{\eta} &= 0 \\ -k\mathbf{A}_2 + (i\omega - ikU_\infty)\hat{\eta} &= 0 \\ -i\omega\mathbf{A}_1 - i\omega\mathbf{B}_1 + \mathbf{A}_2(i\omega - ikU_\infty) &= 0 \\ -k\mathbf{A}_1 e^{kD} + k\mathbf{B}_1 e^{-kD} &= 0 \end{cases} \quad (1-15)$$

Ce système est un système linéaire de 4 équations à 4 inconnues. Il admet des solutions non-triviales si son déterminant est nul ce qui constitue la relation de dispersion suivante :

$$e^{2kD} [(kU_\infty - \omega)^2 + \omega^2] + kU_\infty(2\omega - kU_\infty) = 0 \quad (1-16)$$

En utilisant les grandeurs U_∞ et D pour adimensionner (1-16), on obtient la relation adimensionnée suivante :

$$\boxed{2e^{2k}\omega^2 + 2k(1 - e^{2k})\omega + k^2(e^{2k} - 1) = 0} \quad (1-17)$$

Le discriminant de cette équation est : $\Delta = 4k^2(1 - \exp(2k))(1 + 2\exp(2k))$. Comme on suppose $k \geq 0$ alors $\Delta \leq 0$, l'équation de dispersion admet donc deux racines complexes conjuguées.

On note $\Omega = \omega_r + i\omega_i$ avec ω_i positif, une des solutions de l'équation de dispersion précédente. On définit le nombre de Strouhal par la relation suivante :

$$St = \frac{\omega_r}{2\pi}$$

avec St fonction de $\lambda = 2\pi/k$ grandeur adimensionnée par D . On trouve la relation suivante :

$$\boxed{St = \frac{\omega_r}{2\pi} = \frac{\frac{1}{\lambda}(\exp(\frac{4\pi}{\lambda}) - 1)}{2\exp(\frac{4\pi}{\lambda})}}$$

Si on considère la perturbation de longueur d'onde $\lambda = 1$, on trouve alors :

$$St(\lambda = 1) = 0.5$$

Cette valeur est très proche du mode I de Rossiter.

A.2 Cas compressible

Nous allons donc calculer le cas compressible. On note la vitesse du son :

$$a^* = \sqrt{\frac{\gamma \bar{p}^*}{\rho^*}}$$

où \bar{p}^* et ρ^* sont respectivement la pression et la densité, et γ le rapport des chaleurs spécifiques. On superpose à l'écoulement moyen des petites perturbations (u^*, v^*, p^*) des composantes de la vitesse ainsi que la pression. On adimensionnalise ces grandeurs en utilisant l'échelle de vitesse U_∞ qui correspond à l'écoulement en $y \geq 0$, l'échelle de longueur D qui correspond à la profondeur de la paroi; on obtient donc

$$\begin{aligned} (x, y) &= \frac{(x^*, y^*)}{D} & t &= \frac{t^* U_\infty}{D} & \bar{U} &= \frac{\bar{U}^*}{U_\infty} \\ (u, v) &= \frac{(u^*, v^*)}{U_\infty} \\ p &= \frac{p^*}{\rho^* U_\infty^2} \\ \theta &= \frac{\theta^*}{D} \end{aligned}$$

On définit le nombre de Mach comme étant :

$$M = \frac{U_\infty}{a^*}$$

On introduit les perturbations dans les équations d'Euler que l'on linéarise autour de cette perturbation. On obtient ainsi le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_t u + \bar{U} \partial_x u = -\partial_x p \\ \partial_t v + \bar{U} \partial_x v = -\partial_y p \\ M^2 (\partial_t p + \bar{U} \partial_x p) + \partial_x u + \partial_y v = 0 \end{array} \right. \quad (1-18)$$

La troisième équation est obtenue par combinaison de l'équation de continuité, de l'équation d'entropie et de l'hypothèse des gaz parfaits. La forme modale de la perturbation s'écrit :

$$(u_f, v_f, p_f, \eta_f) = (\hat{u}(y), \hat{v}(y), \hat{p}(y), 1) \exp [i(kx - \omega t)]$$

On suppose ω complexe et k réel. On remplace l'écriture modale dans les équations d'Euler linéarisées (1-18) et on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} -i\omega u = -ik\hat{p} - ik\bar{U}\hat{u} \\ -i\omega v + ik\bar{U}\hat{v} = \hat{p}' \\ -i\omega M^2 \hat{p} + \hat{v}' = -ikM^2 \bar{U} \hat{p} + -ik\hat{u} \end{array} \right. \quad (1-19)$$

Dans la zone 2, la pression \hat{p} vérifie l'équation suivante :

$$\hat{p}_2'' + (M^2(\omega - k)^2 - k^2) \hat{p}_2 = 0 \quad (1-20)$$

On pose $\delta = \pm\sqrt{M^2(\omega - k)^2 - k^2}$, on détermine le signe devant δ en fonction de l'hypothèse suivante $Re(\delta) \geq 0$. En qui détermine l'amortissement des perturbations à l'infini. Donc la perturbation de pression dans le domaine 2 est de la forme :

$$\hat{p}_2 = A_2 \exp(-i\sqrt{M^2(\omega - k)^2 - k^2}y)$$

avec A_2 une constante d'intégration.

Dans la zone 1, la pression \hat{p} vérifie l'équation suivante :

$$\hat{p}'' + (M^2\omega^2 - k^2)\hat{p} = 0 \quad (1-21)$$

On pose $\gamma = \pm\sqrt{M^2\omega^2 - k^2}$, on détermine le signe devant γ en fonction de l'hypothèse suivante $Re(\gamma) \geq 0$. Donc la perturbation de pression dans le domaine 1 est de la forme :

$$\hat{p}_1 = A_1 \exp(-i\sqrt{M^2\omega^2 - k^2}y) + B_1 \exp(+i\sqrt{M^2\omega^2 - k^2}y)$$

À la paroi, la vitesse normale est nulle. Donc avec l'équation (1-19), on en déduit que :

$$\hat{p}'_1(-1) = 0$$

À l'interface on a la même condition d'imperméabilité donc la même condition cinématique en $y = \eta$. En linéarisant autour de 0, on obtient les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} \hat{v}_1(0) &= -i\omega\hat{\eta} \\ -ik\hat{\eta} + \hat{v}_2(0) &= -i\omega\hat{\eta} \end{aligned}$$

De même, la condition sur les contraintes assure que à l'interface η , la pression est continue donc en linéarisant autour de 0 :

$$\hat{p}_1(0) = \hat{p}_2(0)$$

Finalement on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} \gamma\mathbf{B}_1 - \gamma\mathbf{A}_1 - \omega^2\hat{\eta} = 0 \\ \delta\mathbf{A}_2 + (k - \omega)(\omega - k)\hat{\eta} = 0 \\ \mathbf{A}_1 + \mathbf{B}_1 - \mathbf{A}_2 = 0 \\ -i\gamma\mathbf{A}_1 e^{i\gamma} + i\gamma\mathbf{B}_1 e^{-i\gamma} = 0 \end{cases} \quad (1-22)$$

Ce système est un système linéaire de 4 équations à 4 inconnues. Il admet des solutions non-triviales si son déterminant est nul ce qui constitue la relation de dispersion suivante :

$$(\gamma(e^{-i\gamma} - e^{i\gamma}) + \delta(e^{-i\gamma} + e^{i\gamma}))\omega^2 + 2\gamma k(e^{i\gamma} - e^{-i\gamma})\omega + \gamma k^2(e^{-i\gamma} - e^{i\gamma}) = 0 \quad (1-23)$$

Si on suppose que $M = 0$, on retrouve bien l'équation de dispersion du cas incompressible. Les solutions de cette équation sont difficilement accessibles analytiquement. Comme nous travaillons en théorie temporelle, on suppose que ω est complexe et k réel positif. On a donc recours à un algorithme de Newton pour trouver les éventuels modes instables. Si on considère la perturbation de longueur d'onde $\lambda = 1$ et $M = 0.2$, on trouve alors :

$$St(\lambda = 1) = 0.4999$$

qui est un résultat très proche de la valeur à $M = 0$.

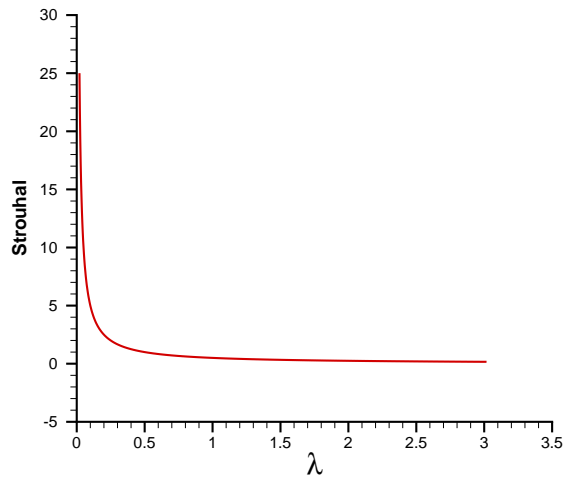


Figure A.2 — *Nombre de Strouhal en fonction de λ dans le cas du cisaillement pur incompressible*

2.1 Résultats numériques

Pour des longueurs d'onde inférieures, le nombre de Strouhal grandit exponentiellement. Dans le cas $\lambda = 1$ on trouve un Strouhal de 0.5 ce qui est relativement proche du mode I de Rossiter pour une cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$ avec un nombre de Mach=0.6 ($St_I = 0.39$). Néanmoins, si on considère les perturbations 2D comme Brès ou encore si on se place dans d'autres conditions de nombre de Mach ou de rapport de forme, l'approximation devient grossière. Cela justifie l'usage d'une méthode plus performante pour ce problème de cavité. Néanmoins, ces résultats permettent d'avoir une référence pour des calculs plus élaborés tel que le cisaillement 2D.

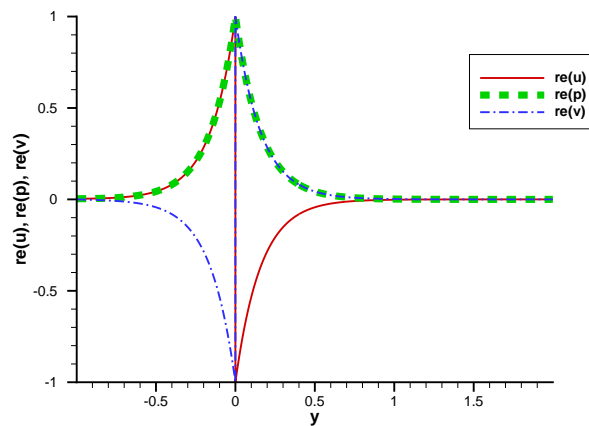


Figure A.3 — *Partie réelle des perturbations \hat{v} , \hat{u} et \hat{p} pour le cisaillement pur*

Il faut noter que la continuité en $y = 0$ est seulement vérifiée pour la pression ¹. Les perturbations de vitesse sont discontinues. On retrouve ces allures de courbe dans le cas avec épaisseur de couche de mélange développé dans la suite de ce document. Il peut être intéressant de faire une étude similaire dans le cas 2D ce qui permettra d'avoir un premier cas de référence académique

¹la pression n'est pas, a priori C^1

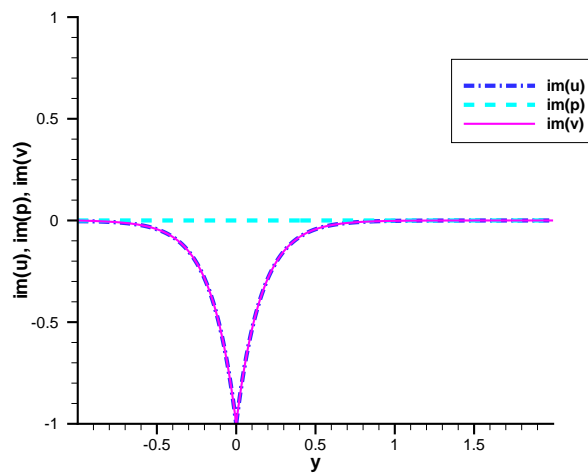


Figure A.4 — *Partie imaginaire des perturbation \hat{v} , \hat{u} et \hat{p} pour le cisaillement pur*

concernant la cavité.

L'étude du cas compressible permet de se rendre compte de l'influence du nombre de Mach. On suit le mode de Kelvin-Helmholtz pour $\lambda = 1$ et pour une progression de $M = 0$ à $M = 2$. La figure A.5 permet d'en tirer un certain nombre de conclusions sur l'effet du Mach. Il faut d'abord souligner le fait que le cas compressible tend de manière continue vers le cas incompressible quand le nombre de Mach tend vers 0. L'augmentation du nombre de Mach a un effet stabilisant d'après la baisse de ω_i . Le nombre Strouhal reste quant à lui quasi-constant.

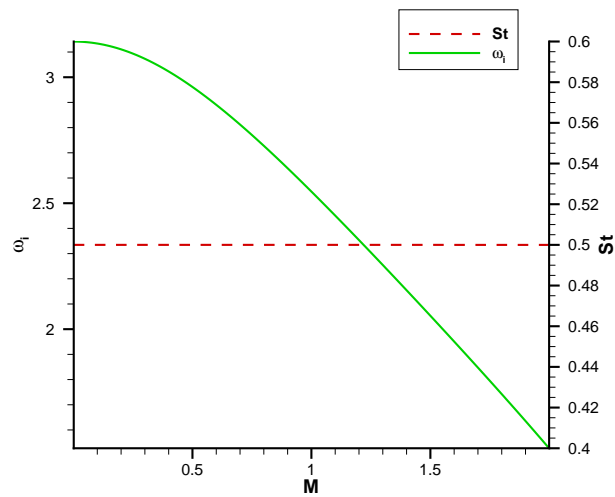


Figure A.5 — *Nombre de Strouhal et ω_i en fonction du nombre de Mach pour $\lambda = 1$*

Annexe

B

Application de la théorie de stabilité globale pour une cavité de rapport d'aspect différent

Cette annexe présente succinctement quelques résultats pour une cavité de rapport d'aspect différent ($L/D = 0.7$). Nous appliquons la même méthodologie présentée dans le cadre de ce mémoire.

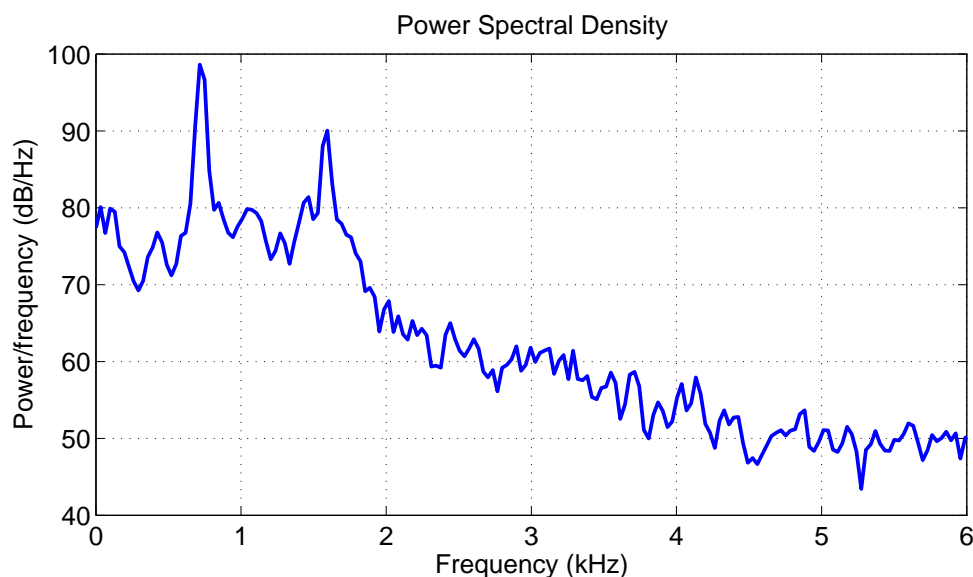


Figure B.1 — Densité spectrale du capteur au dessus de la couche de mélange pour l'écoulement à 50 m/s pour une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $L/D = 0.7$

La figure B.1 présente le spectre de fluctuation de pression pour un cas légèrement différent : on a modifié le rapport d'aspect $L/D = 0.7$. La profondeur est de $D = 0.1$ m et la longueur de la cavité est modifiée pour $L = 0.07$ m. Les conditions d'écoulement sont les mêmes que pour les cas $L/D = 1$ à 50 m/s. On remarque alors qu'il y a deux fréquences de résonance bien marquée : l'une à 716 Hz et l'autre à 1595 Hz. En terme de nombre de Strouhal, on obtient une résonance pour $St = \frac{fL}{U_\infty} = 1.002$ et $St = 2.233$. La formule de Block [7] permet de prévoir les résonances pour des cavités subsoniques de rapport d'aspect inférieur à 1. Nous sommes donc exactement dans le domaine d'application d'une telle formule. Nous sommes donc en mesure d'identifier les modes résonants à partir de la formule de Block. Le mode II de Rossiter issu de la formule de Block correspond à un nombre de Strouhal de $St_{RossiterII} = 1.05$. Par conséquent, le premier pic observé dans le spectre semble correspondre au mode II de Rossiter. Le mode IV de Rossiter issu de la formule de Block correspond à un nombre de Strouhal de $St_{RossiterIV} = 2.11$.

Ainsi le second pic observé semble correspondre au mode IV de Rossiter. Cela constitue une approche usuelle pour les cas de cavité. Dans la présente étude, nous avons utilisé la stabilité comme moyen de description précise des phénomènes impliqués dans la résonance des cavités. Par conséquent nous allons effectuer un calcul de stabilité sur l'écoulement moyen issu du calcul LES sur une cavité de rapport d'aspect $L/D = 0.7$. Nous utilisons exactement la même méthodologie et nous comparons les résultats instationnaires LES avec les résultats de la stabilité. Pour le calcul de stabilité, on s'intéresse uniquement aux modes II et IV de Kelvin-Helmholtz. Le mode KH II a un nombre de Strouhal $St_{KHII} = 0.998$ et le mode KH IV a un nombre de Strouhal $St_{KHIV} = 2.17$. En terme de fréquence, on obtient, comme dans le cas $L/D = 1$ un meilleur accord entre les modes prévus par la méthode de stabilité et les pics repérés dans le spectre B.1 qu'avec la formule empirique.

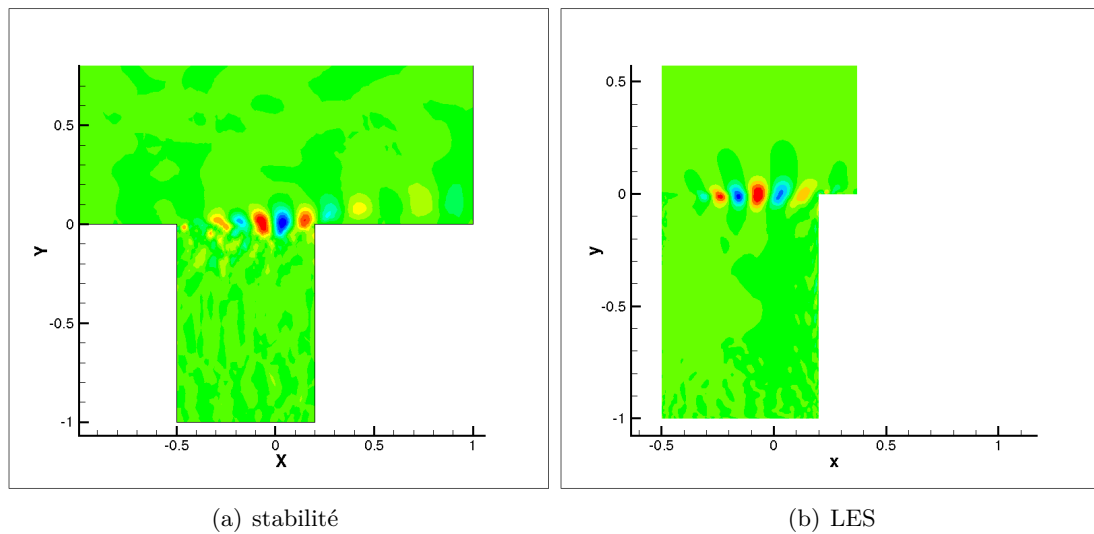


Figure B.2 — *Fluctuations de vitesse verticale v (Partie réelle). Mode de Kelvin-Helmholtz IV (St_{KHIV}) et transformée de Fourier discrète à la fréquence de résonance $f = 1595$ Hz de la partie instationnaire de la LES, $U_\infty = 50$ m/s pour une cavité de rapport d'aspect $L/D = 0.7$*

La figure B.2 propose une comparaison entre la forme du mode KH IV et le mode issu de la partie instationnaire de la LES. On obtient un très bon accord en terme de forme des modes ce qui permet de conclure de manière claire quant à la nature des modes responsables de la résonance pour la cavité soumise à un écoulement de 50 m/s de rapport d'aspect $L/D = 0.7$. Le second pic correspond à un mode de Kelvin-Helmholtz IV. On peut réaliser la même comparaison entre le mode correspondant au premier pic et le mode KH II.

Finalement, grâce à la méthode de stabilité, on est capable de décrire et prévoir précisément les fréquences mises en jeu dans la résonance de la cavité. Les deux pics que l'on observe correspondent aux modes de Kelvin-Helmholtz : seule une étude de stabilité globale permet de distinguer ce type de mode de manière complètement catégorique. La comparaison des fréquences obtenues par le calcul de stabilité et la partie instationnaire de l'écoulement conjointement à l'étude de la forme des modes impliqués permet une description des modes impliqués. L'influence du rapport d'aspect sur la résonance de la cavité constitue une perspective pour ce mémoire.

Annexe

C

Essais expérimentaux sur la cavité de rapport d'aspect $L/D = 1$ sur le banc B2A

C.1 Présentation du dispositif expérimental

1.1 Banc B2A

L'Onera a développé depuis 2004 un moyen d'essai (banc aéro-thermo-acoustique B2A) propre à mesurer de manière non-intrusive l'impédance de matériau en présence d'écoulement. Le banc B2A (voir figure C.1) est un moyen d'essai de 4m de long et de section carrée de 5 cm permettant de soumettre des échantillons de matériaux absorbants à des écoulements rasants pouvant atteindre un nombre de Mach débitant de 0.4 (à froid) et une température de 300°C. Deux haut-parleurs situés à l'amont de la cellule d'essai engendrent des ondes progressives planes sur la gamme 300-3400 Hz, avec un niveau de pression total (Over All Sound Pressure Level) allant jusqu'à 140dB.

La terminaison du conduit à l'aide d'un pavillon exponentiel permet d'obtenir un taux de réflexion des ondes acoustiques inférieur à 0.2 sur toute la gamme de fréquences. La cellule d'essai comprend deux hublots latéraux en silice de 200 mm de long, 60 mm de haut et 20 mm d'épaisseur, donnant un accès optique sur toute la section de la cellule. La paroi inférieure comprend un fond amovible de 150 mm de long et 30 mm de large, pouvant abriter des matériaux absorbants d'épaisseur maximale 100 mm. Dans notre cas, nous allons placer une cavité dans la veine d'essai et mesurer à l'aide d'une sonde microphonique B&K 4182 le le bruit émis par la cavité.

1.2 Cavité étudiée et conditions aérodynamiques

La cavité considérée est parfaitement parallélépipédique $L = D = W = 0.05$ m. Elle est donc à la limite entre une cavité dite bidimensionnelle et tridimensionnelle avec un rapport d'aspect $L/D = 1$ Nous sommes donc exactement dans le même cadre que notre étude en ce qui concerne le rapport d'aspect. La veine considérée est fermée avec des dimensions très petites, la hauteur de la veine d'essai est égale à la profondeur de la cavité. Par conséquent, la cavité est placée dans un milieu particulièrement confiné ce qui peut énormément influencer sur l'intensité et la sélection des fréquences résonnantes. Ce confinement empêche une confrontation pertinente entre les résultats issus de l'étude numérique et les résultats expérimentaux. Par ailleurs, le principe de fonctionnement du banc B2A décrit précédemment implique des conditions aérodynamiques très éloignées de la configuration de l'étude numérique. En effet, l'écoulement incident est un écoulement de Poiseuille et la couche limite incidente est d'environ $\delta \simeq L$. On ne peut donc en toute rigueur considéré que ce type de couche limite n'aura pas d'effet sur la sélection et l'intensité des fréquences impliquées. Finalement, l'étude numérique proposée dans l'ensemble

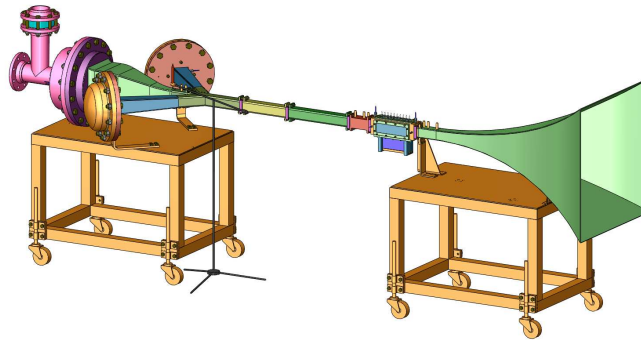


Figure C.1 — schéma du banc B2A

du mémoire ne sera pas confrontée à l'expérience de manière précise mais la mise en œuvre de cette expérience permet de tirer une tendance au niveau du comportement des cavités de rapport d'aspect $L/D = 1$ que l'on peut rapprocher de nos résultats numériques.

Nous allons effectuer plusieurs essais pour différents nombres de Mach incidents, présentés dans le tableau La sonde microphonique B&K 4182 est placée en amont de la cavité à une distance de 178 mm du bord amont de la cavité.

C.2 Résultats

2.1 Présentation des spectres obtenus

En terme de résultat, il est intéressant de parler du bruit perçu dans la salle du laboratoire dans certaines configurations. Pour certaines vitesses incidentes, le bruit émis était particulièrement intense et le sifflement monofréquentiel justifie complètement l'intérêt d'une telle étude dans le cadre de politique de développement durable et d'écologie. Le bruit de cavité est désagréable et intense. La figure C.2 présente les résultats des données issues du microphone, les données sont traités par la méthode du périodogramme avec un fenêtrage de Hanning. La partie basse fréquence comporte des pics qui sont liées à l'installation. Nous ne tenons pas compte de cette partie. Les essais ont été mené en toute fin de thèse ce qui explique le caractère brut des données et que la partie basse fréquence ne soit pas identifiée avec certitude. Nous nous focalisons sur les pics qui émergent largement du spectre et susceptible de trouver une interprétation dans le cadre de notre étude.

2.2 Interprétation

Pour l'interprétation, nous nous appuyerons sur la formule de Block ainsi que la relation de East. La figure C.3 présente l'ensemble des nombres de Strouhal en fonction du nombre de Mach. On remarque que le mode II de Rossiter est prédominant et seul. La prévision par la formule de Block est assez satisfaisante. A partir de $M = 0.24$, le mode I de Rossiter apparaît alors que le mode II est toujours présent. À partir de $M = 0.31$, on remarque un troisième mode qu'il est difficile de décrire uniquement avec les donnée d'un micro. L'étude numérique menée

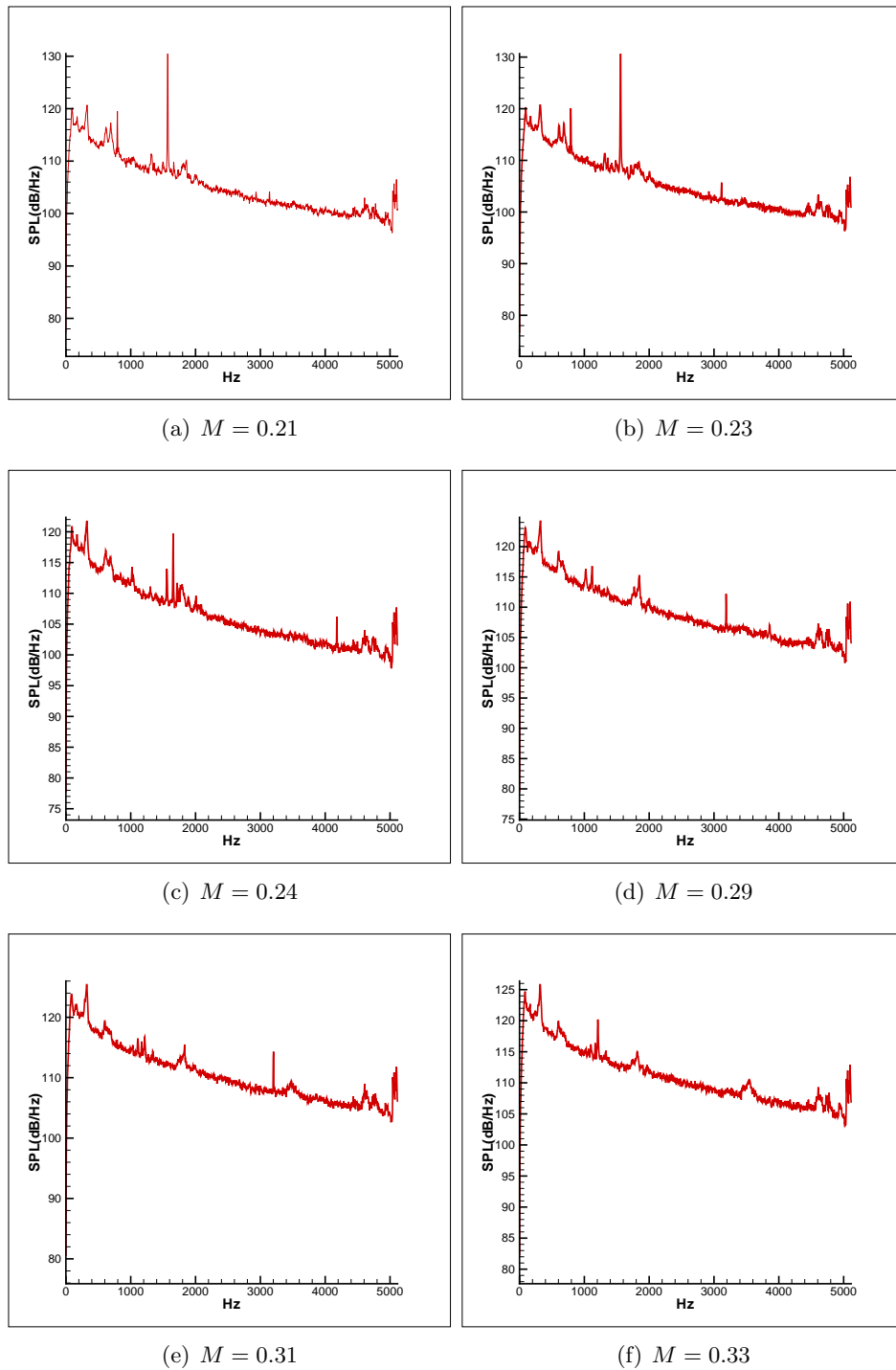


Figure C.2 — Densité spectrale du microphone pour différents nombres de Mach incidents

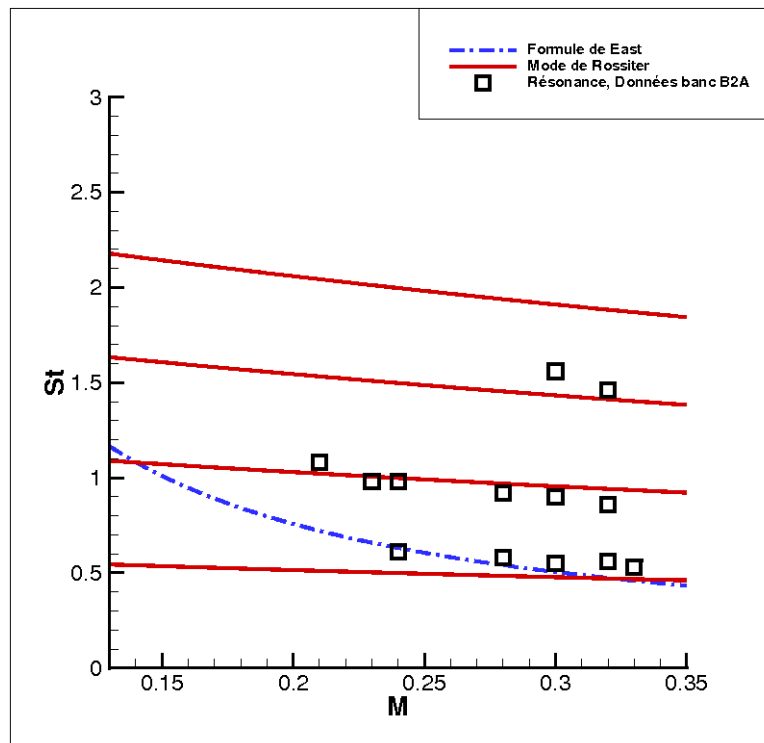


Figure C.3 — Modes résonnants en fonction du nombre de Mach incident sur le banc B2A, formule de Block (modes de Rossiter) et formule de East

jusqu'à présent exclu le mode III étant donné que ce mode apparaît très rarement et que pour cette gamme de nombre de Mach, il serait plus logique de considérer que c'est le mode IV qui est excité.

La figure C.4 permet de montrer l'intensité du mode I et II de Rossiter en fonction du nombre de Mach. Ce type de représentation se retrouve dans l'article de Block où elle propose sa formule. On remarque que l'intensité du mode II augmente puis diminue en fonction du nombre de Mach. Le mode I apparaît tardivement et son intensité augmente aussi en fonction du nombre de Mach. Cette figure intéressante permet d'illustrer à nouveau le mécanisme de East. Bien que les conditions soient relativement différentes que des essais en veine ouverte ou encore avec de petites épaisseurs de couche limite incidente, le mécanisme de East semble piloter la sélection des modes pour le cas de la cavité rectangulaire. Cela montre une certaine robustesse de ce mécanisme. Finalement, le paramètre dominant dans le cadre de la cavité est le rapport d'aspect. L'épaisseur de couche limite influence certainement sur la réceptivité et la réponse des modes mais le principe d'accord fréquentiel entre les modes de profondeur de type quart d'onde et les modes longitudinaux de type Rossiter semble fonctionner. Cette expérience permet de donner une belle illustration expérimentale de ce phénomène dans des conditions différentes que l'étude proposée.

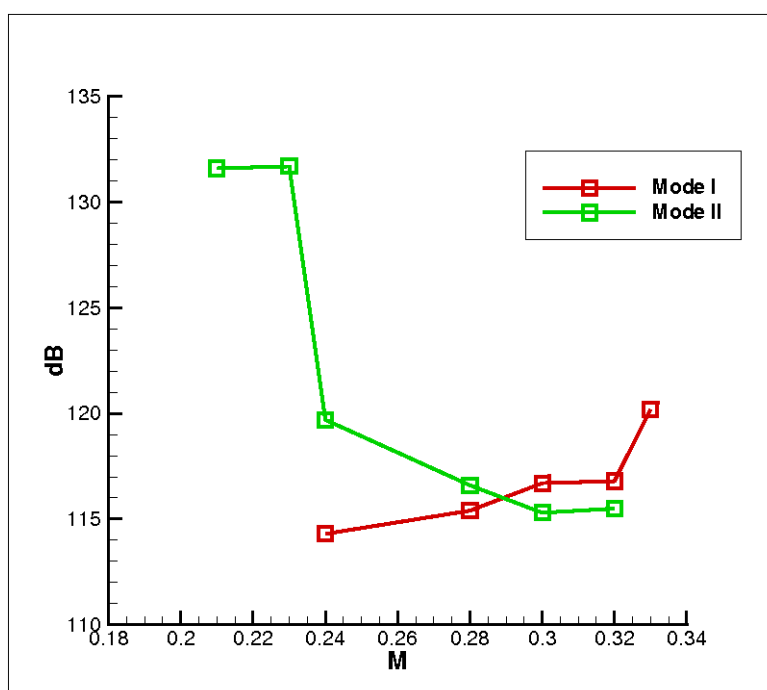


Figure C.4 — Intensité en dB des modes I et II résonnants en fonction du nombre de Mach incident sur le banc B2A

Bibliographie

- [1] Ch. Airiau. *Stabilité linéaire et faiblement non-linéaire d'une couche limite laminaire incompressible par un système d'équations parabolisé*. PhD thesis, Supaero, 1994.
- [2] W.E. Arnoldi. The principle of minimized iteration in the solution of the matrix eigenvalue problem. *Quart. Appl. Math.*, 9 :17–29, 1951.
- [3] R. Badeau. *Méthodes à haute résolution pour l'estimation et le suivi de sinusoides modulées. Application aux signaux de musique*. PhD thesis, ENST Paris, 2005.
- [4] S. Bagheri, P. Schlatter, P.J. Schmid, and D.S. Henningson. Global stability of a jet in crossflow. *JFM*, 624 :33–44, 2009.
- [5] A. Barbagallo and D. Sipp. Control of an incompressible cavity flow using a reduced model based on global modes. *5th AIAA Theoretical Fluid Mechanics Conference*, 2008.
- [6] A. Barbagallo, D. Sipp, and P.J Schmid. Closed-loop control of an open cavity flow using reduced-order models. *Journal of Fluid Mechanics*, 641 :1–50, 2009.
- [7] P. Block. Noise response of cavities of varying dimensions at subsonic speeds. *Nasa Technical Note*, NASA TN D-8351, 1976.
- [8] W. Blumen. Shear layer instability of an inviscid compressible fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 40 :769–781, 1970.
- [9] G.A. Brès and T. Colonius. Direct numerical simulation of three-dimensional cavity flows. *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2007.
- [10] G.A. Brès and T. Colonius. Three-dimensional linear stability analysis of cavity flow. *Journal of Fluid Mech.*, 599 :309–339, 2008.
- [11] A.F. Charvat, J.N Roos, C.F. Dewey, and J.A. Hitz. An investigation of separated flows, part 1 : the pressure field. *Journal of Aerospace Sciences*, 28 :457–470, 1961.
- [12] F. Chedevergne. *Instabilités intrinsèques des moteurs à propergol solide*. PhD thesis, Supaero, 2007.
- [13] F. Chedevergne and G. Casalis. Biglobal linear stability of the flow induced by wall injection. *Physics of Fluids*, 18, January 2006.
- [14] C.K.W.Tam and P.J.W.Block. On the tones and pressure oscillations induced by flow over rectangular cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, 89 :373–399, 1978.
- [15] M.J. Czech, J.D. Crouch, R.W. Stoker, M.K. Strelets, and A. Garbaruk. Cavity noise generation for circular vent holes. *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, May 2006.
- [16] D.Arnal, E. Coustol, and J.C. Juillen. Experimental and theoretical study of transition phenomena on an infinite swept wing. *Rech. aerosp.*, 4, 1984.
- [17] F. Daude and I. Mary. Implicit time integration method for LES of complex flows. *Direct and large-Eddy simulation VI*, 2006.
- [18] P.G. Drazin and W.H. Reid. *Hydrodynamic stability*. Cambridge Press, New York, 1981.

- [19] L.F. East. Aerodynamically induced resonance in rectangular cavities. *Journal of Sound Vib.*, 3 :277–287, 1966.
- [20] G. Erlebacher, M.Y. Hussaini, C.G. Speziale, and T.A. Zang. Toward the large eddy simulation of compressible turbulent flows. *Journal of fluid Mechanics*, 238 :155–185, 1992.
- [21] F. Alizard and J.C. Robinet. Spatially convective global modes in a boundary layer. *Physics of Fluids*, 19, 2008.
- [22] A. Favre, L.S.G. Kosvaznay, R. Dumas, J. Gaviglio, and M. Coantic. La turbulence en mécanique des fluides. *CNRS / Paris*, 1976.
- [23] N. Forestier. *Etude expérimentale d’une couche cisailée au-dessus d’une cavité en régime transsonique*. PhD thesis, Ecole centrale de Lyon, 2000.
- [24] C.E. Gharib and A. Roshko. The effect of flow oscillations on cavity drag. *Journal of Fluid Mechanics*, 177 :501–530, 1987.
- [25] X. Gloerfelt. Aeroacoustic computations of high-reynolds number cavity flows on staggered grids. *12th AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, AIAA Paper 2006-2433, 2006.
- [26] X. Gloerfelt. Cavity noise. *VKI lecture series*, 2009.
- [27] X. Gloerfelt, C. Bailly, and D. Juvé. Aerodynamic noise induced by laminar and turbulent boundary layers over rectangular cavities. *8th AIAA/CEAS*, 2002.
- [28] X. Gloerfelt, C. Bailly, and D. Juvé. Direct computation of the noise radiated by a subsonic cavity flow and application of integral methods. *Journal of Sound and Vibration*, 266 :119–146, 2003.
- [29] X. Gloerfelt, C. Bogey, and C. Bailly. Influence de la largeur transversale d’une cavité sur le bruit rayonné par un écoulement affleurant. *CFM*, 2003.
- [30] M.E. Goldstein. Aeroacoustics of turbulent shear flow. *Ann. Rev. Fluid. Mech.*, 16 :263–285, 1984.
- [31] E. Gonçalves and R. Houdeville. Reassessment of the wall functions approach for rans computations. *Aerospace Science and Technology*, 5) :1–14, 2001.
- [32] H.H. Heller and D.B. Bliss. The physical mechanism of flow-induced pressure fluctuations in cavities and concepts for their suppression. *AIAA paper*, 75 :491, 1975.
- [33] Th. Herbert. Parabolized stability equations. *Annu. Rev. Fluid. Mech.*, 29 :245–283, 1997.
- [34] H. Illy. *Contrôle de l’écoulement au dessus d’une cavité en régime transsonique*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2005.
- [35] Chicheportiche J, X. Merle, X. Gloerfelt, and J.-Ch. Robinet. Direct numerical simulation and global stability analysis of three-dimensional instabilities in a lid-driven cavity. *C.R. Mécanique*, 336, 2008.
- [36] K. Karamcheti. Acoustic radiation from two-dimensional rectangular cutouts in aerodynamic surfaces. *Tech.note n° 3487, NACA*, 1955.
- [37] M.A. Kegerise, E.F. Spina, S. Garg, and L.N. Cattafesta. Mode-switching and nonlinear effects in compressible flow over a cavity. *Physics of Fluids*, 16 :119–146, 2003.
- [38] K.K. Ahuja and J. Mendoza. Effects of cavity dimensions, boundary layer, and temperature on cavity noise with emphasis on benchmark data to validate computational aeroacoustic codes. *NASA, Contractor report 4653*, 1995.
- [39] K. Krishnamurty. Acoustic radiation from two-dimensional flow in rectangular cutouts in aerodynamic surfaces. *Naca Technical Note*, NACA TN 3487, 1955.
- [40] L. Larchevêque. *Simulation des grandes échelles de l’écoulement au-dessus d’une cavité*. PhD thesis, Paris VI, 2003.

- [41] L. Larchevêque, P. Sagaut, I. Mary, and O. Labbe. Large-eddy simulation of a compressible flow past a deep cavity. *Phys. Fluids*, 15, 2003.
- [42] E. Lenormand, P. Sagaut, L. Ta Phuoc, and P. Comte. Subgrid-scale models for large-eddy simulation of compressible wall bounded flow. *AIAA Journal*, 38 :1340–1350, 2000.
- [43] F. Longueueau. *Calculs d'instabilités absolues et Biglobales autour d'un bec de bord d'attaque*. PhD thesis, ISAE, 2008.
- [44] O. Marsden, Ch. Bogey, and Ch. Bailly. Numerical investigation of flow features and acoustic radiation from round cavities. *ECCOMAS CFD*, 2010.
- [45] O. Marsden, E. Jondeau, P. Souchotte, C. Bogey, C. Bailly, and D. Juvé. Investigation of flow features acoustic radiation of round cavity. *AIAA Paper 2008-2851*, may 2008.
- [46] I. Mary and P. Sagaut. LES of a flow around an airfoil near stall. *AIAA Journal*, 40 :1139–1145, 2002.
- [47] F. Mery and G. Casalis. Global instability of an inviscid compressible flow over a cavity. *Sixth International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics*, 2008.
- [48] F. Mery and G. Casalis. Instabilités globales d'un écoulement à grand nombre de reynolds sur une paroi présentant une cavité. *CFM'09*, 2009.
- [49] F. Mery and G. Casalis. Innovative tool for realistic cavity flow analysis : global stability. *The sixth international conference on computational fluid dynamics*, 2010.
- [50] F. Mery, D. Mincu, G. Casalis, and A. Sengissen. Noise generation analysis of a cylindrical cavity by les and global stability. *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2009.
- [51] C. Millet. *Rayonnement des ondes d'instabilités dans les jets supersoniques*. PhD thesis, Supaero, 2003.
- [52] D.C. Mincu. *Aéroacoustique de cavités cylindriques*. PhD thesis, Université de Provence, En cours, fin 2010.
- [53] D.C. Mincu, I. Mary, S. Redonnet, L. Larcheveque, and J-P. Dussauge. Numerical simulations of the unsteady flow and radiated noise over a cylindrical cavity. *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, May 2008.
- [54] M.J.Czech. Aeroacoustic phenomena associated with yawed rectangular cavities. *6th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Juin 2000.
- [55] O.Marquet. *Stabilité globale et contrôle d'écoulements de recirculation*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2008.
- [56] P. Panickar and G. Raman. Using linear stability analysis as a tool to evaluate jet and cavity flow control situations. *International Journal of Flow Control*, 1 :43–72, 2009.
- [57] S.P. Parthasarathy, Y.I. Cho, and L.H. Back. Sound generation by flow over relatively deep cylindrical cavities. *Journal of acoustics*, 78 :1785–1795, 1985.
- [58] M. Pechier. *Previsions numériques de l'effet Magnus pour des configurations de munitions*. PhD thesis, Université de Poitiers, 1999.
- [59] E. Piot. *Simulation numérique directe et analyse de stabilité de couches limites laminaires en présence de micro-rugosités*. PhD thesis, ISAE, 2008.
- [60] E. Piot. *Simulation numérique directe et analyse de stabilité de couches limites laminaires en présence de micro-rugosités*. PhD thesis, ISAE, 2008.
- [61] E. Piot, G. Casalis, F. Muller, and C. Bailly. Investigation of the PSE approach for subsonic and supersonic hot jets. Detailed comparisons with LES and Linearized Euler Equations results. *International journal of Aeroacoustics*, 5(4) :361–393, 2006.
- [62] E. Piot, G. Casalis, and U. Rist. Stability of the laminar boundary layer flow encountering a row of roughness elements : Biglobal stability approach and dns. *Eur. Jour. of Mech. B/Fluids*, 2008.

- [63] H.E. Plumbee, J.S Gibson, and L.W Lassiter. A theoretical and experimental investigation of the acoustic response of cavities in an aerodynamic flow. *Wright Patterson Air force Base*, WADD-TR-61-75, 1962.
- [64] C. Polacsek, S. Burguburu, S. Redonnet, and M. Terracol. Numerical simulations of fan interaction noise using a hybrid approach. *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2005.
- [65] A. Powell. On the noise emanating from a two-dimensionnal jet above the critical pressure. *Aero. Quartely*, IV(II), 1953.
- [66] P.Sagaut. *Simulations numériques d'écoulements décollés avec des modèles de sous-maille*. PhD thesis, Université de Paris VI, 1995.
- [67] G. Rahier and J.Prieur. An efficient integration method for rotor noise prediction starting indifferently from subsonically or supersonically rotating meshes. *53rd Annual Forume of the American Helicopter Society*, 1997.
- [68] S. Redonnet. *Simulation de la propagation acoustique en présence d'écoulements inhomogènes et de structures solides par résolution numérique des équations d'Euler*. PhD thesis, Université de Bordeaux I, 2001.
- [69] S. Redonnet, E. Manoha, and O. Kenning. Numerical simulation of the downstream fan noise of 3d coaxial engines. *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference-AIAA/AAF Aircraft Noise and Emissions Reduction Symposium*, 2005.
- [70] C. Robitailié-Montané. *Une approche non locale pour l'étude des instabilités linéaires. Application à l'écoulement de couche limite compressible le long d'une ligne de partage*. PhD thesis, École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, 2005.
- [71] D. Rockwell and E. Naudasher. Self-sustained oscillations of impinging free shear layer. *Annu. rev. Fluid Mech.*, 11 :pp 67–94, 1978.
- [72] M. Roger. Fundamentals of aero-acoustics. *VKI for fluid Dynamics Applied Aero-Acoustics : Prediction methods*, 1996.
- [73] A. Roshko. Tech. note n°3488. *NACA*, 1955.
- [74] J.E. Rossiter. Wind-tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. *Reports and memoranda n° 3438*, Aeronautical research council, 1964.
- [75] C.W. Rowley. *Modeling, simulation and control of cavity flow oscillations*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2002.
- [76] C.W. Rowley and T. Colonius. On self-sustained oscillations in two-dimensional compressible flow over rectangular cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, 455 :315–346, 2002.
- [77] V. Sarohia. *Experimental and analytical investigation of oscillations in flows over cavities*. PhD thesis, California Institute of technology, 1975.
- [78] Denis Sipp and Anton Lebedev. Global stability of base and mean-flows : a general approach and its applications to cylinder and open cavity flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 593 :333–358, 2007.
- [79] J.S. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations : I. the basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91 :99–164, 1963.
- [80] C.K.W. Tam. The acoustic modes of a two-dimensional rectangular cavity. *Journal of sound and vibration*, 49(3) :353–363, 1976.
- [81] C.K.W. Tam and D.E. Burton. Sound generated by instability waves of supersonic flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 138 :249–271 ; 273–295, 1984.
- [82] C.K.W. Tam and P.J. Morris. The radiation of sound by the instability waves of a compressible plane turbulent shear layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 98(2) :349–381, 1980.

- [83] T. Tatsumi and T. Yoshimura. Stability of the laminar flow in a rectangular duct. *Journal of Fluid Mechanics*, 212 :437–449, 1990.
- [84] M. Terracol. Numerical methods : Les and hybrid rans-les. *VKI Lecture series*, March 2009.
- [85] V. Theofilis. Linear instability analysis in two spatial dimensions. *ECCOMAS*, 1998.
- [86] V. Theofilis. On linear and nonlinear instability of the incompressible swept attachment-line boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 355 :193–227, 1998.
- [87] K.W. Thompson. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *JCP*, 68 :1–24, 1987.
- [88] D. Tonon, G. Nakiboglu, J. Willems, and A. Hirschberg. Self-sustained aeroacoustic oscillations in multiple side branch pipe systems. *AIAA Conference*, AIAA 2009-3262, 2009.
- [89] F. Rodriguez Verdugo, A. Guitton, R. Camussi, and M. Grottadaurea. Experimental investigation of a cylindrical cavity. *15th AIAA/CEAS aeroacoustics conference*, AIAA Paper 2009-3207, 2009.
- [90] O. Vermeersch. *Etude et modélisation du phénomène de croissance transitoire pour des couches limites incompressible et compressible*. PhD thesis, ISAE, 2009.
- [91] B. Vreman, B. Geurts, and H. Kuerten. A priori tests of large-eddy simulation of compressible plane mixing layer. *J. Eng. Math.*, 29 :299–327, 1995.
- [92] J.E Ffowcs Williams and D.L. Hawkins. Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Proceedings of the Royal Society of London*, 264 :321–342, 1969.
- [93] H. Yokoyama and C. Kato. Fluid-acoustic interactions in self-sustained oscillations in turbulent cavity flows. i. fluid-dynamic oscillations. *Physics of Fluids*, 21, 2009.

Instabilités linéaires et rayonnement acoustique d'un écoulement sur une paroi présentant une cavité

L'aéroacoustique des cavités constitue une problématique majeure pour l'industrie aéronautique en ce qui concerne la réduction du bruit d'un avion en phase d'atterrissage. Parmi les différents outils d'analyse d'un tel écoulement, la théorie de stabilité linéaire fournit un moyen simple d'investigation. Dans la bibliographie afférente, on trouve surtout des études fondamentales (bas nombres de Reynolds, cavités rectangulaires).

Notre étude s'est concentrée sur la stabilité d'un cas plus appliqué issu d'expérimentations réalisées à l'ECL dans le cadre du projet AEROCAV. Précisément, nous étudions l'écoulement sur une paroi plane présentant une cavité cylindrique pour une vitesse incidente de 70 [m/s] correspondant à un nombre de Reynolds important basé sur le diamètre de la cavité (460 000). Une simulation des grandes échelles a par ailleurs été réalisée à l'ONERA DSNA. La partie moyenne de cette simulation sert d'écoulement de base pour l'étude de stabilité, la partie instationnaire d'éléments de comparaison. L'étude de stabilité est conduite dans le plan médian à la cavité situé dans l'axe de l'écoulement principal. Dans ce plan, l'écoulement présente deux directions d'inhomogénéité, c'est pourquoi une théorie dite globale 2D a été mise en oeuvre pour l'étude de stabilité d'une telle configuration.

La géométrie utilisée (plan médian de la cavité cylindrique) présente l'intérêt d'avoir des résultats de mesure mais l'inconvénient de nécessiter une modélisation limitée au plan médian. Pour cette raison, nous avons souhaité appliquer la même approche de stabilité à des écoulements sur des cavités rectangulaires. Une étude paramétrique vis-à-vis de la vitesse incidente a été réalisée et confirme les résultats de la cavité cylindrique. Le calcul de stabilité a permis de mettre en évidence l'émergence des modes de Kelvin-Helmholtz qui semblent coïncider avec les modes dits de Rossiter. Cela permet une réinterprétation de la formule de Rossiter d'un point de vue stabilité.

Par ailleurs, une simulation sur cavité rectangulaire avec vitesse incidente variable a permis de mettre en évidence le changement de mode impliqué dans la résonance de la cavité par une analyse HR d'un senseur de pression. Ce calcul permet une caractérisation et une compréhension du phénomène de sélection de mode émis par la cavité.

Mots-clés : Ecoulements de cavité, Stabilité linéaire, LES (simulation des grandes échelles), Analyse Haute Résolution, Mécanisme de Rossiter, Modes de Kelvin Helmholtz.

Linear instabilities and aeroacoustics of a cavity flow

Summary: Aeroacoustics of cavity flows is a major issue for the aviation industry in order to reduce the aircraft noise during the landing. Among the various tools of analysis of such a flow, linear stability theory provides a simple tool for investigations. The literature contains mostly basic studies (low Reynolds numbers, rectangular cavities).

Our study focuses on the stability of an applied case coming from experiments performed at ECL during the project AEROCAV. Specifically, this study deals with the flow over a flat wall with a cylindrical cavity for an inflow of 70 [m/s] corresponding to a large Reynolds number based on the cavity diameter (460 000). A large eddy simulation is also performed in cooperation with ONERA DSNA. The mean flow from this simulation is used as an input for the stability study (base flow), the unsteady part of this simulation is used for comparisons. The stability study is conducted on the mean velocity field in the midplane of the cavity where the flow is inhomogeneous in two directions, which is why the used theory is called global 2D stability for such a configuration.

The geometry used (the midplane of the cylindrical cavity) has the advantage of having experimental measurement results but the disadvantage of a model limited to the midplane. For this reason, the same approach is applied to flow over rectangular cavities. A parametric study regarding the inflow velocity is conducted and confirms the results of the cylindrical cavity. The stability study highlights the emergence of Kelvin-Helmholtz modes. They seem to be directly related to Rossiter's modes. This allows a reinterpretation of Rossiter's formula with a stability point of view.

Finally, a simulation on a rectangular cavity with varying inflow velocity put the stress on the resonant cavity modes thanks to an HR analysis on a pressure sensor. This simulation allows a characterization of the mode selection for subsonic cavity flow.

Keywords : Cavity flow, Linear stability, LES (large eddy simulation), High Resolution Analysis, Rossiter's Mechanism, Kelvin Helmholtz modes.