



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE)

---

**Présentée et soutenue par :**

**Yann AMEHO**

**le** mardi 22 octobre 2013

**Titre :**

Du pilotage d'une famille de drones à celui d'un drone hybride via la  
commande adaptative

---

**École doctorale et discipline ou spécialité :**

EDSYS : Automatique

**Unité de recherche :**

Équipe d'accueil ISAE-ONERA CSDV

**Directeur(s) de Thèse :**

Mme Caroline BERARD (directrice de thèse)

M. Jean-Marc BIANNIC (co-directeur de thèse)

**Jury :**

M. Edouard LAROCHE - Rapporteur

M. Olivier SENAME - Rapporteur

M. Josep BOADA-BAUXELL - Examineur

M. François DEFAY - Examineur

Mme Caroline BERARD - Directrice de thèse

M. Jean-Marc BIANNIC - Co-directeur de thèse



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction au pilotage des drones</b>	<b>7</b>
1.1	Brève histoire des drones . . . . .	7
1.2	Missions et configurations . . . . .	8
1.2.1	Utilisations dans le domaine civil . . . . .	10
1.2.2	Configuration . . . . .	11
1.3	Drone Hybride . . . . .	14
1.4	Lois de pilotages . . . . .	15
1.5	Commande Adaptative . . . . .	18
1.5.1	Fondements . . . . .	18
1.5.2	Schéma direct . . . . .	25
1.5.3	Schéma indirect . . . . .	27
1.5.4	Limites et extensions . . . . .	28
1.5.5	Etude de stabilité . . . . .	29
1.5.6	Conclusions . . . . .	33
<b>2</b>	<b>Modélisation des systèmes de drones</b>	<b>35</b>
2.1	Architecture du système embarqué . . . . .	35
2.1.1	Architecture matérielle . . . . .	35
2.1.2	Architecture Logicielle . . . . .	38
2.2	Système Propulsif . . . . .	38
2.3	Aérodynamique . . . . .	45
2.3.1	Coefficients aérodynamiques . . . . .	46
2.3.2	Interaction entre le système propulsif et la voilure . . . . .	47
2.4	Actionneurs . . . . .	48
2.4.1	Moteur . . . . .	48
2.4.2	Servomoteur . . . . .	51
2.5	Mesures et estimations . . . . .	54
2.5.1	Capteurs . . . . .	54
2.5.2	Estimation d'attitude . . . . .	55
2.6	Modèle mécanique des drones : équation de la dynamique . . . . .	59
2.6.1	Quadrirotor . . . . .	59
2.6.2	Drone Hybride . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Loi de pilotage pour une famille de quadrirotors</b>	<b>69</b>
3.1	Modèle pour la commande . . . . .	69
3.1.1	Dynamique longitudinale . . . . .	69
3.1.2	Interaction entre l'estimation d'attitude et le quadrirotor . . . . .	69
3.2	Identification en ligne . . . . .	71
3.2.1	Filtre de Kalman linéaire . . . . .	71
3.2.2	Estimation de paramètres . . . . .	72
3.2.3	Implémentation . . . . .	74

TABLE DES MATIÈRES

---

3.2.4	Préconditionnement des données	74
3.3	Commande adaptative indirecte duale	78
3.3.1	Estimation de paramètres	78
3.3.2	Correcteur à équivalence certaine	79
3.3.3	Commande prudente	79
3.3.4	Correcteur Bicritère	82
3.3.5	Calcul du correcteur	84
3.3.6	Résultats des essais en vol	85
3.3.7	Conclusions	86
3.4	Commande LPV adaptative	90
3.4.1	Estimation de paramètres	90
3.4.2	Correcteur LPV	92
3.4.3	Résultats des essais en vol	100
3.4.4	Conclusions	102
<b>4</b>	<b>Loi de pilotage pour un drone hybride</b>	<b>107</b>
4.1	Modèle pour la commande	107
4.2	Commande Adaptative	108
4.2.1	Estimation de paramètres	109
4.2.2	Commande basée sur les quaternions	115
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>119</b>
<b>A</b>	<b>Orientation</b>	<b>123</b>
A.1	Angles d'Euler	123
A.2	Matrice DCM	124
A.3	Quaternion	124
A.3.1	Opérations sur les quaternions	125
<b>B</b>	<b>Elements de modélisation</b>	<b>127</b>
B.1	Procédure pour la modélisation d'un quadrirotor	127
B.2	Données numériques sur les quadrirotors	129
B.3	Déplacements d'une gouverne	130

## Notations

### Repères

$\mathcal{R}_o$	Repère inertiel de référence
$\mathcal{R}_b$	Repère lié au drone
$p, q, r$	Vitesses de rotation du drone par rapport à $\mathcal{R}_o$ exprimé dans le repère $\mathcal{R}_b$
$u, v, w$	Vitesses de translation du drone par rapport à $\mathcal{R}_o$ exprimé dans le repère $\mathcal{R}_b$
$\psi, \theta, \phi$	Angles d'Euler : lacet, tangage et roulis

### Modélisation du rotor

$\rho$	Masse volumique de l'air
$\alpha$	Angle d'attaque
$m_p$	Masse d'un élément de pale
$c_p$	Corde d'un élément de pale
$\gamma$	Nombre de Locke de la pale
$\mu = \ \mu_x, \mu_y, \mu_z\ $	Paramètre d'avancement
$\mu_z$	Paramètre d'avancement vertical
$\vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_p$	Repère tournant lié à la pale
$\vec{x}_h, \vec{y}_h, \vec{z}_h$	Repère lié au centre du rotor
$\beta$	Angle de battement de la pale
$\beta_0$	Terme constant du développement harmonique de $\beta$
$\beta_{1c}, \beta_{1s}$	Terme du premier ordre du développement harmonique de $\beta$
$\mathcal{R}_{hw}$	Repère lié au drone orienté par la vitesse aérodynamique
$\vec{dL}, \vec{dD}$	Portance et traînée sur un élément de pale.
$C_L, C_D$	Coefficient de portance et de traînée
$C_{L\alpha}$	Pente du coefficient de portance
$C_{D0}$	Coefficient de traînée de forme
$C_{D\alpha}$	Coefficient de traînée induite
$R$	Rayon de la pale
$r$	Distance de l'élément de pale par rapport au centre de l'hélice
$\theta_0$	Part constante du calage de la pale (Loi de vrillage linéaire)

## TABLE DES MATIÈRES

---

$\theta_{tw}$	Pente du calage de la pale (Loi de vrillage linéaire)
$\theta$	Calage de la pale $\theta = \theta_0 + \theta_{tw} \cdot r/R$
$K_\beta$	Constante de raideur d'une pale
$I_\beta$	Moment d'inertie de la pale
$\lambda_\beta$	Rapport de fréquence de battement
$N_b$	Nombre de pales de l'hélice
$X, Y, Z$	Forces générées par le rotor
$L, M, N$	Moments générés par le rotor
$\lambda$	Paramètre de flux du rotor
$\lambda_0$	Terme constant du développement harmonique de $\lambda$
$\lambda_{1c}, \lambda_{1s}$	Terme du premier ordre du développement harmonique de $\lambda$

### Aérodynamique

$\rho$	Masse volumique de l'air
$\alpha$	Angle d'attaque
$c_v$	Corde de la voilure
$b_v$	Envergure de la voilure
$C_L$	Coefficient de portance
$C_m$	Coefficient de moment de tangage
$C_D$	Coefficient de traînée
$C_l$	Coefficient de moment de roulis

### Capteurs et estimation

$a_m \hat{=} [a_{m_x}, a_{m_y}, a_{m_z}]^T$	Vecteur d'accélération mesuré par les accéléromètres exprimé dans $\mathcal{R}_b$
$m_m \hat{=} [m_{m_x}, m_{m_y}, m_{m_z}]^T$	Champ magnétique mesuré par les magnétomètres exprimé dans $\mathcal{R}_b$
$\Omega_m \hat{=} [p_m, q_m, r_m]^T$	Vecteur des vitesses de rotation mesuré par les gyroscopes exprimé dans $\mathcal{R}_b$
$\hat{a}_0$	Vecteur d'accélération mesuré par les accéléromètres projeté dans le repère inertiel $\mathcal{R}_o$ grâce à l'attitude estimée
$\hat{m}_0$	Champ magnétique mesuré par les magnétomètres projeté

---

	dans le repère inertiel $\mathcal{R}_o$ grâce à l'attitude estimée
$g_{Home}$	Norme de l'accélération à l'initialisation du drone
$m_{Home}$	Champ magnétique à l'initialisation du drone
$m_T$	Champ magnétique terrestre
$nG3$	Erreur de projection du vecteur gravité
$nM3$	Erreur de projection du champ magnétique
$\chi_i$	Inclinaison du champ magnétique terrestre
$\chi_d$	Déclinaison du champ magnétique terrestre
$b_{gyro}$	Biais des gyroscopes
$n, \hat{n}$	Quaternion représentant l'attitude du drone et son estimation
$R(n)$	Matrice de rotation associée au quaternion $n$

## Quadrirotor

$l$	Longueur d'un bras du quadrirotor
$z_G$	Décalage sur l'axe vertical entre le centre de gravité et le centre géométrique du
$J_P$	Moment d'inertie d'une hélice
$J_B$	Matrice d'inertie de la structure du quadrirotor
$\tilde{J}_B$	Matrice d'inertie du quadrirotor
$m_h = N_b \cdot m_p$	Masse d'une hélice
$L_G^{bo}$	Moment cinétique du quadrirotor calculé en $G$
$[\Omega_{P_i/B}]^b$	Vitesse de rotation du rotor $i$ exprimé dans $\mathcal{R}_b$

## Drone Hybride

$\alpha$	Angle d'incidence vu par la surface libre de la voilure
$\alpha_a$	Angle d'incidence vu par la surface en interaction avec les rotors
$\vec{v}_i$	Vitesse induite par un rotor
$v_i^L, v_i^R$	Norme de la vitesse induite par respectivement le rotor gauche et droit
$\vec{V}_T = \vec{V}_a + \vec{v}_i$	Vitesse aérodynamique totale vu par la voilure en interaction avec les rotors
$\omega^L, \omega^R$	Vitesse de rotation des rotors, respectivement gauche et droit
$\delta_S^L, \delta_S^R$	Angle de deflexion des gouvernes, respectivement gauche et droite
$S_i^L, S_i^R$	Surface en interaction avec le rotor respectivement gauche et droit

**Probabilités**

$E[u(t)]$	Espérance du signal aléatoire $u(t)$
$\delta_n$	Distribution de Dirac évaluée à l'instant $n$



## Introduction

Les drones sont des aéronefs sans pilote à bord. Ils remplissent des missions variées, historiquement à vocation militaire (renseignement, désignation de cibles,...) mais aussi, plus récemment, à portée plus générale (agriculture, observation scientifique, surveillance de feu,...). On s'intéressera ici plus particulièrement aux drones de petites tailles, de moins de 1kg, les micro-drones. Ils se distinguent des aéronefs traditionnels sur plusieurs points. Leur utilité principale est de pouvoir remplacer des aéronefs pilotés de grande taille pour un coût moins élevé. Cet impératif de coût a pour conséquence directe des limitations dans le choix du matériel et impose également un cycle de développement plus court. Ces deux points ont un impact sur le développement des lois de pilotage. D'une part, les mesures utilisées sont de moins bonne qualité et d'autre part, le temps consacré à la modélisation du système, à la synthèse des lois de commande et à leur optimisation sur le système réel se doit d'être le plus court possible. Les micro-drones offrent également des modes de fonctionnement qui ne sont pas envisagés pour les grands aéronefs grâce à leur agilité et la liberté de configuration dont ils jouissent. L'absence de pilote relâche les contraintes physiologiques dans le choix des manœuvres et permet d'envisager un agencement plus innovant des éléments du véhicule sans conséquence pour le confort du pilote. Certaines configurations de drones permettent d'atteindre au cours d'un même vol des modes de vols différents, traditionnellement associés à des appareils différents. Une autre caractéristique des micro-drones est leur besoin en terme de charge utile. Leur faible capacité d'emport interdit le choix d'un imposant système qui permettrait de réaliser plusieurs types de missions. Par contre, il est possible de considérer le micro-drone comme une plateforme sur laquelle on peut monter une variété de charges utiles selon la mission du moment. Ces modifications entraînent une variation de la masse et de l'inertie du système plus significative sur un micro-drone en raison de la part importante de la charge utile dans le bilan de masse. Développer des lois de commande pour une telle plateforme revient donc à développer des lois de commandes pour une famille de drones.

L'ensemble de ces problèmes spécifiques aux micro-drones attendent une réponse adaptée de la part du concepteur des lois de commande, qui devra notamment faire face à :

- une qualité souvent médiocre des modèles disponibles pour réaliser la synthèse des correcteurs
- des variations paramétriques élevées stationnaires (comme la masse ou la position de la charge utile) ou variant dans le temps (changement de configuration, largage, ...)
- une recherche d'un niveau de performance supérieure à ce que l'on peut attendre des drones de plus grande envergure

Des solutions "classiques" à ce type de problème sont généralement apportées par la théorie de la commande robuste d'une part et par les techniques de séquencement de correcteurs ou synthèse LPV d'autre part. Associée aux techniques de validation a posteriori (par analyse de robustesse par exemple), cette classe de méthodes a été largement explorée au cours des dernières décennies. Bien qu'elles connaissent aujourd'hui, pour la plupart, des niveaux de maturité élevés, on voit encore apparaître les deux points faibles suivants :

- une complexité élevée des correcteurs ( nombre d'états, structure mal maîtrisée)
- une gestion assez pauvre du compromis performance/robustesse

Le premier point est susceptible de devenir rapidement incompatible avec les solutions à bas coût généralement retenues pour l'électronique embarquée des micro-drones. Nous allons donc nous intéresser de près à cette question dans le contexte du pilotage d'une famille de drone (Chapitre 3) en utilisant des résultats récents de synthèse  $H_\infty$  structurée multi-modèles. Le deuxième point constitue une limitation classique de la commande robuste qui tend à privilégier la robustesse au

détriment de la performance. On obtient ainsi des solutions "conservatives" qui se veulent plutôt rassurantes pour des gros engins voire des engins dont les fonctions de pilotages "haut niveau" sont assurées par un homme à bord. Dans le contexte des micro-drones, les enjeux au niveau de la sécurité étant moins stricts (au moins dans la phase de développement), des solutions plus ambitieuses peuvent être envisagées. Ici, les techniques de commande adaptative, incompatibles avec les procédures de certification mises en place en aéronautique "classique", trouvent donc toute leur place. C'est la raison pour laquelle nous consacrons une part importante des travaux présentés dans cette thèse à l'application de telles techniques au problème du pilotage des drones.

La notion de robustesse est liée à celle d'incertitude, incertitude sur la modélisation d'un système vis à vis de son comportement réel. En commande, il n'est pas nécessaire d'être robuste à un phénomène dont on a une connaissance fine puisque celui-ci aura été pris en compte lors de la synthèse. Tandis que les méthodes "classiques" de commande robuste cherchent à désensibiliser la boucle fermée à ces incertitudes, la commande adaptative a pour objectif de réduire leurs effets à travers leur identification ou l'identification d'un correcteur qui annule leurs conséquences. Le résultat visé est le même mais l'approche du problème différente. De plus, ces deux points de vue ne sont pas mutuellement exclusifs puisque si, sur un même système, certaines incertitudes peuvent être réduites, d'autres le sont plus difficilement. Dans ce dernier cas, une loi de commande adaptative a aussi besoin de robustesse mais robustesse et adaptation ne s'appliqueront pas aux mêmes incertitudes. La commande adaptative semble un choix pertinent pour repousser les limitations du compromis entre performance et robustesse.

Cette thèse a pour objet de répondre aux différents enjeux mis en avant précédemment dans la conception de lois de commande pour des micro drones avec l'aide de la commande adaptative.

Le premier chapitre retrace brièvement l'histoire des drones pour introduire le développement des micro-drones. Un échantillon de missions envisagées spécifiquement pour des micro drones est présenté. Il permet d'identifier les problématiques de commande caractéristiques des micro-drones. On isolera deux points auxquels on tâchera de répondre : la commande d'une famille de drone, la commande d'un drone à la dynamique variante dans le temps. Un aperçu des méthodes de commandes employées à ce jour permettra de comprendre leurs limitations et notre choix de la commande adaptative. Enfin, un bref état de l'art de la commande adaptative précisera notre choix méthodologique dans cette classe de méthodes.

Le deuxième chapitre est consacré à modélisation des drones utilisés durant la thèse. Chaque élément constitutif est caractérisé pour la simulation des drones. Un soin particulier est porté à la modélisation du système propulsif et des capteurs. Enfin, l'architecture du système embarqué nécessaire pour l'implémentation des lois est décrite.

Le troisième chapitre est dédié à l'étude de deux approches de commande adaptative indirecte pour la commande d'une famille de quadrirotor. Après avoir introduit le modèle pour la commande, la problématique de l'identification en ligne est introduite. Les détails de l'utilisation des moindres carrés récursifs sont ensuite présentés. Les paramètres estimés sont employés dans le cadre d'un correcteur dual puis d'un correcteur variant issu de l'interpolation de correcteurs robustes. Le détail de la synthèse de ce correcteur LPV est donné. Enfin, des essais en vols illustrent les résultats obtenus avec ces méthodes.

Le quatrième chapitre présente l'étude de la commande d'un drone hybride. La méthode de commande adaptative présentée dans le troisième chapitre est réutilisée et les spécificités des réglages pour ce drone présentées.

# 1 Introduction au pilotage des drones

Dans ce chapitre on cherche à mettre en exergue la spécificité de la synthèse de lois de commande pour les micro-drones. Les missions confiées aux micro-drones sont replacées dans le contexte historique du développement des drones. La majeure partie de cette chronologie est ancrée dans l'évolution technologique des moyens d'armement mais une tendance récente montre aussi l'émergence de missions non militaires. Cet éclairage historique permet de saisir les limitations des méthodes de commandes mises en œuvre actuellement. La commande adaptative est présentée comme une approche possible de résolutions de certains de ces problèmes. Un état de l'art sur la commande adaptative est donc proposé en fin de ce chapitre.

## 1.1 Brève histoire des drones

Les drones en tant qu'engins volants sans pilote sont développés depuis le début du siècle. A peine quelques années après le premier vol d'un avion en 1903 et les premières communications radio (Marconi en 1896), Sperry s'intéressa en 1911 au contrôle d'un avion par ondes radio. Il s'aperçut alors de la nécessité d'intégrer à l'avion en question un dispositif qui puisse le stabiliser automatiquement. Il imagina utiliser un gyroscope et un gyrocompas, appareils qu'il utilisait déjà pour stabiliser des navires [121]. Le 6 mars 1918, un prototype de Sperry fit l'un de ses premiers vols, bien que de courte durée, sans pilote avec la seule aide de son pilote automatique. Une bombe volante d'inspiration identique fut lancée dans les airs en octobre 1918 par Kettering [46]. L'histoire des drones est intimement liée, d'une part, aux capacités d'automatiser certaines phases du vol d'un aéronef et d'autre part aux missions que l'on peut confier à un engin qui ne dispose pas de pilote à bord. En premier lieu, c'est la fonction de bombe ou torpille volante qui s'imposa et qui fut l'une des premières motivations de Sperry. Par la suite, pendant l'entre-deux-guerres, le développement du pilotage automatique fut stimulé par le désir de voler par tout temps et en particulier de réussir la phase d'atterrissage. Jusqu'à la seconde guerre mondiale, ce sont des rôles de bombes ou de cibles d'entraînement qui sont réservées aux aéronefs sans pilotes. Les drones de reconnaissance ne se développèrent qu'après la seconde guerre mondiale, toujours dans un contexte militaire et ce sont pour beaucoup des avions pilotés à distance. On peut mentionner notamment l'AQM-34 Ryan Firebee de l'armée américaine qui réalisa des missions de reconnaissance lors de la guerre du Vietnam. D'une longueur d'environ 9 mètres et d'une envergure de 4 mètres, il était lancé du sol ou des airs, contrôlé à distance ou lancé sur un plan de vol prédéfini avant d'être récupéré sous son parachute par un hélicoptère (Mid Air Retrieval System, MARS). Ses différentes versions effectuèrent plus de 3000 vols au cours du conflit pour effectuer des photographies ou collecter des données électromagnétiques. Les moyens de transmissions limités de l'époque ne permettaient pas d'envoyer en temps réel les résultats d'observations. Ceux-ci étaient donc enregistrés à bord et récupérés avec le drone. Le succès de la mission reposait ainsi intégralement sur la capacité à retrouver le drone. Bien que de dimensions réduites, ce drone avait tout de même une signature radar qui le rendait repérable par l'ennemi. Le programme D-21 de Skunk Works proposa un drone de reconnaissance furtif pouvant aller jusqu'à Mach 3 à une altitude supérieure à 90000 pieds [28]. D'autres projets de drones (Teledyne/Ryan Compass Code, Aquila, Programme Sky Eye [29]) furent menés pour l'armée américaine mais aucun d'eux ne passa le stade de prototype [142]. En dehors de l'armée américaine, les israéliens considèrent

très tôt le potentiel des drones de reconnaissance dans un conflit armé. Le drone Scout démontra, pendant la guerre du Liban en 1982, des capacités opérationnelles déterminantes [141]. Il fut suivi du drone Pioneer développé pour l'armée américaine sur la base du Scout. Son rôle primordial pour les missions de reconnaissance et de désignation de cible au cours de la mission "Desert Storm" en Irak préfigura l'usage croissant de ces technologies dans les années 1990 par l'armée. En Bosnie, en 1994, c'est le célèbre Predator qui réalisa ses premières missions. Il servit également au Kosovo en 1999, dans des missions classiques de reconnaissance mais aussi pour l'écoute de transmissions. Les deux conflits majeurs qui suivirent en Afghanistan et en Irak furent le théâtre du déploiement de drones de toutes tailles et dans les missions les plus diverses. Les défis se sont progressivement déplacés de l'usage de ces plateformes isolées à leur intégration dans l'ensemble du système et la gestion de l'interaction entre les drones et leurs opérateurs (UAVs in Iraq and Afghanistan [29]). La médiatisation de l'usage des drones au cours de ces conflits montra leurs capacités parfois mal comprises à un plus large public.

Pour beaucoup, les missions confiées à ces drones sont similaires à celles que l'on pourrait confier à des avions pilotés [137] malgré une mise en œuvre différente. Les mini ou micro-drones se voient par contre confier des rôles nouveaux qui n'existaient pas auparavant. En premier lieu parce qu'ils ne sont pas déployés au même niveau organisationnel. Les drones de grandes dimensions sont déployés à un niveau stratégique ou tactique. Les micro-drones permettent de réduire la boucle de commande, en donnant plus de flexibilité dans le choix du trajet du drone aux acteurs sur le terrain. L'ajout d'armement et de désignateurs de cibles sur les drones tactiques illustrent malgré tout le désir d'une plus grande réactivité. Longtemps limités à la sphère militaire, les drones commencent à se développer plus nettement pour un usage civil. Les dimensions et le coût des premières plateformes les a restreintes à un usage très encadré. On peut citer le drone hélicoptère Yamaha RMAX développé depuis 1983 pour l'épandage, long de 4 mètres avec une charge utile d'une vingtaine de kilos pour des prix allant de 80000\$ à plusieurs centaines de milliers de dollars. Ses dimensions requièrent encore une logistique importante. Durant les vingt dernières années, les technologies nécessaires à l'automatisation du vol (récepteurs GPS, centrales inertielles) ont vu leur prix et leurs dimensions considérablement baisser. Chacun de ces éléments ne coûtent plus que quelques dizaines d'euros. Ils sont ainsi devenus accessibles pour un budget raisonnable aux laboratoires de recherche, aux entrepreneurs et aux amateurs éclairés. Ce sont avant tout les plateformes de petites dimensions (au maximum quelques mètres) qui se sont alors développées. Les drones de petites dimensions ont aussi l'avantage de voler à de plus faibles altitudes et d'avoir une énergie moins importante en cas de crash. Les applications civiles de cette technologie sont nombreuses mais leur développement fut longtemps freiné par l'absence de réglementation pour l'intégration de ces véhicules dans l'espace aérien. En France, une réglementation fait son apparition en avril 2012 mais elle est encore en discussion dans beaucoup de pays notamment au Etats-Unis.

## 1.2 Missions et configurations

Tout d'abord, l'absence de pilote est un avantage du point de vue des missions qui lui sont confiées. Un drone peut en effet parfaitement réaliser les missions dites "3D" pour *Dirty, Dull and Dangerous* (contaminé, rébarbatif et dangereux). L'observation de sites contaminés inaccessibles à un être humain ou à l'aide d'un lourd équipement de protection est rendu possible par la robotique moderne. On peut citer pour exemple le drone T-Hawk développé par Honeywell qui a permis d'approcher la centrale nucléaire de Fukushima après l'accident de 2011 pour transmettre

des images et relever les niveaux de radiations. Le deuxième D évoque les missions qui exigent peu d'attention ou de manière très intermittente. Une mission de surveillance aérienne l'illustre parfaitement. Elle requiert de rester le plus longtemps possible sur une zone sans qu'il n'y ait en permanence une activité particulière à observer. Au delà de la tâche fastidieuse de pilotage qui, aujourd'hui, peut être réalisée grâce à un pilote automatique, c'est l'organisme du pilote qui n'est pas disposé à réaliser régulièrement des missions de plus de 20 heures. L'opérateur du drone peut facilement être remplacé pendant que le drone est encore en vol. De plus, l'endurance d'un drone est plus grande grâce au poids gagné par l'absence du pilote et des systèmes qui permettent de l'accueillir. Enfin, évoluer dans un milieu hostile est possible par le faible coût de la plateforme. Un drone est sacrificable et peut être considéré comme un consommable. Des Lighting Bugs ont été, par exemple utilisés pendant la guerre du Vietnam comme appât pour les systèmes de défense anti-aériennes (p.25 [55]). Avant de se faire toucher et détruire par un missile anti-aérien, le drone pouvait espionner les communications du missile et les transmettre. Les informations collectées se révélèrent d'une grande aide pour le développement de contre-mesures.

Un autre avantage notable des drone est la liberté dans le choix de sa configuration qui peut être totalement guidé par ses missions. Le placement de ses charges utiles et de ses capteurs répond à d'autres contraintes tout comme la configuration aérodynamique et le système de propulsion. La catégorie de drones qui poussent ses particularités le plus loin est celle des micro-drones. Cette catégorie regroupe les drones de moins de 2kg. Leur faible dimension leur confère généralement aussi une grande agilité mais les rend également plus sensibles aux perturbations de l'environnement. Exploiter cette agilité et faire face efficacement aux perturbations est la tâche difficile que doivent remplir les lois de commandes du drone. Elle est d'autant plus difficile que certains obstacles spécifiques aux micro-drones viennent s'ajouter. On revient sur trois d'entre eux : les capteurs, le cycle de développement et leurs utilisations. L'architecture classique d'un pilote automatique comporte deux boucles de commande imbriquées. Une première boucle permet d'assurer la stabilité de l'aéronef autour de ses axes et une deuxième boucle garantit le suivi d'une trajectoire dans l'espace. Cette structure nécessite la séparation temporelle des objectifs des deux boucles, la boucle interne doit fonctionner plus rapidement que la boucle supérieure. C'est elle qui doit compenser en premier lieu les perturbations de l'environnement. Nous nous intéressons dans cette thèse à cette boucle interne. Plusieurs choix peuvent être fait pour les variables à réguler de la boucle interne, nous considérons ici que la boucle interne régule l'attitude du drone.

La centrale d'attitude devient donc le capteur essentiel pour les lois de pilotages. Les dimensions auxquelles sont contraints les micro-drones imposent des technologies différentes pour les capteurs de celles que l'on peut trouver sur des aéronefs de plus grande taille. Le développement des micro-drones a été rendu possible grâce aux capteurs inertiels MEMS, gyroscopes, accéléromètres et magnétomètres qui permettent d'estimer l'attitude du véhicule. Cependant, les performances de ces capteurs sont bien moindres en terme de bruit et de stabilité que leurs équivalents plus volumineux ou plus coûteux. La Figure 1.1 établit la comparaison entre les différentes technologies de capteurs. Les lois de commandes doivent être capables de gérer ces informations de moindre qualité. Le développement de lois de commande passe généralement par les étapes suivantes : modélisation du système, synthèse des lois et validation des lois. Lors de la première étape, on tire parti de l'effort de modélisation fourni pour la conception du système pour en construire un modèle pour la commande. Cette phase est coûteuse à la fois en temps et en équipement spécifiques nécessaires pour obtenir des résultats précis. Alléger les exigences sur le modèle de commande pourrait permettre de se passer d'onéreux équipements spécifiques à cette phase. Le cycle de développement d'un aéronef classique est relativement long et passe par une phase minutieuse de modélisation qui permet d'obtenir un modèle précis qui pourra être utilisé pour

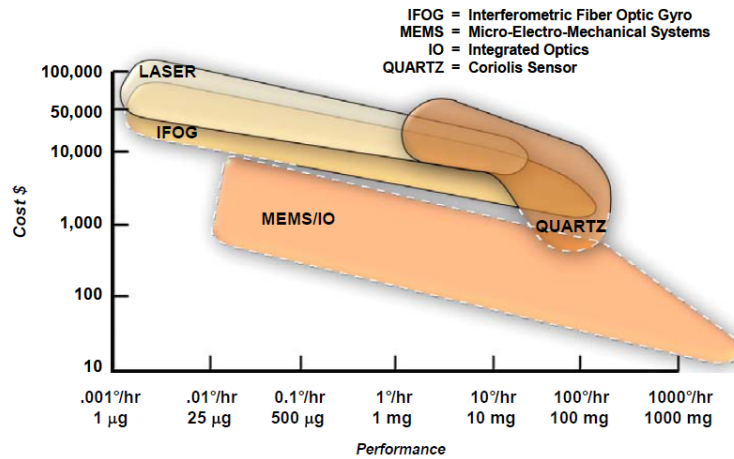


FIGURE 1.1 – Relation entre le coût et la performance de différentes technologies de capteurs inertiels (extrait de [127])

calculer et valider des lois de commandes performantes avec un minimum de retouche sur le prototype. Cependant dans le contexte décrit précédemment, réduire le coût de développement d’un micro-drone à l’essentiel est un impératif.

### 1.2.1 Utilisations dans le domaine civil

On recense de manière non exhaustive dans le paragraphe suivant l’usage de mini-drones dans divers contextes civils.

#### Agriculture

Les utilisations agricoles des mini-drones sont très diverses [158, 149]. Dotés de capteurs optiques ou hyperspectraux ces engins permettent de collecter un grand nombre de données dont le traitement va ensuite faciliter l’analyse de l’évolution des cultures, le repérage des mauvaises herbes ou des nuisibles. Ainsi, un suivi régulier peut être garanti pour un coût modeste. En outre, la mise en œuvre des drones est ici facilitée par l’absence de population sur les zones survolées.

#### Sécurité Civile

Les drones offrent un précieux secours dans la réponse immédiate à une catastrophe naturelle ou à un accident. Encore une fois, ils permettent le déploiement rapide de capteurs pour obtenir des informations sur la zone touchée. En plus de ces avantages, ils offrent des points de vue différents dans la collecte d’images par rapport à ceux d’un satellite. Cela facilite le post-traitement des images [10]. Des robots de toutes tailles ont été utilisés dans les récents événements [4]. Un Global Hawk a permis de cartographier les zones sinistrées lors du séisme d’Haïti en 2010, des drones T-Hawk ont permis d’approcher les réacteurs défaillants de Fukushima. Des quadrirotors ont permis de suivre l’évolution d’une marée noire en Alaska. Les ouragans Katrina et Wilma furent également des lieux d’expérimentations sur les modes opératoires des véhicules [108]. En mai 2013, un automobiliste canadien a pu être secouru grâce au déploiement rapide d’un micro-drone

équipé d'une caméra infrarouge. Celle-ci a permis de repérer le blessé égaré dans la nuit alors qu'une équipe au sol et un hélicoptère avaient auparavant échoué.

### Inspection

L'inspection de bâtiments, de ponts ou d'éléments d'une architecture industrielle ainsi que des oléoducs ou des lignes à haute tension sont autant de tâches à effectuer régulièrement pour détecter le plus rapidement possible une dégradation ou défaillance potentielle [91, 61].

### Recherche scientifique

Les drones sont des plateformes idéales pour la collecte de données scientifiques [149, 148]. L'archéologie [34] bénéficie également de cette technologie pour le relevé de sites. La surveillance de populations animales et de l'écosystème d'une zone ont également été envisagés [63, 17].

### Média

Une société professionnelle de journalistes utilisant des drones a été créée en novembre 2011 [5] pour tenter à la fois de proposer un cadre éthique à cette pratique et la promouvoir. Les micro-drones sont appréciés pour le tournage de séquences vidéos (films, publicités ou événements sportifs). Ils permettent de réaliser des plans avec un minimum de matériel.

### Humanitaire

La documentation de situations de guerre est encore un exemple parfait de l'usage de drones dans des conditions dangereuses pour l'homme [134]. L'entreprise Matternet imagine distribuer des médicaments rapidement à des zones sinistrées ou difficiles d'accès à l'aide d'un réseau de drones [6]. Enfin on peut encore citer l'initiative Conservation Drones [1] qui vise à développer des prototypes bas coût, simple d'accès pour la surveillance de forêts, l'évaluation de leur biodiversité et la détection d'activités illégales.

## 1.2.2 Configuration

L'ensemble des applications se heurtent à plusieurs défis techniques. En premier lieu, celui du choix de la configuration du drone. Les micro-drones peuvent se classer selon les catégories suivantes :

### Voilure Fixe (Fig. 1.2)

Il s'agit de la configuration d'un avion conventionnel doté d'une paire d'ailes assurant la sustentation, un fuselage, une dérive et un empennage arrière. Ces configurations offrent le plus d'endurance mais nécessitent de l'espace pour être opérées (décollage et atterrissage). L'aile volante eBee (Fig. 1.2a) a par exemple 1 mètre d'envergure pour une vitesse de croisière de  $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  qu'elle peut assurer pendant 45 minutes. Plus grand, le Techpod (Fig. 1.2b) vole en croisière à  $16 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  pendant 2 heures avec ses 2.5 mètres d'envergure. Une vitesse minimum leur est aussi nécessaire pour voler ce qui limite leur manœuvrabilité. Leur rayon d'action est par contre relativement important allant jusqu'à 100 kilomètres.



(a) Aile volante eBee de SenseFly [7]

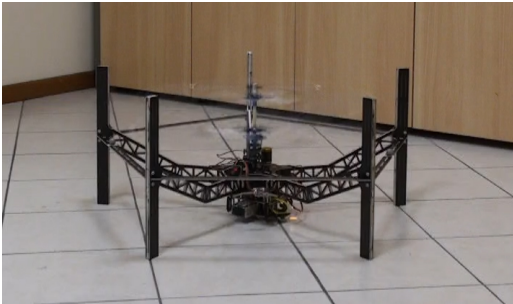


(b) Techpod

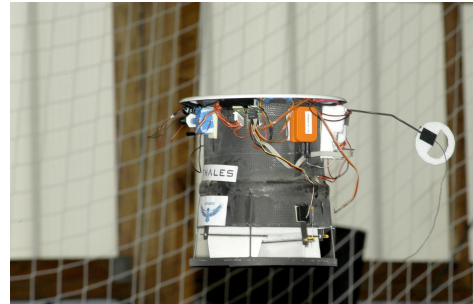
FIGURE 1.2 – Drones à voilure fixe

### Hélicoptères (Fig. 1.3)

Ce sont des drones à voilure tournante munis d'un rotor principal et d'un rotor de queue ou d'un double rotor coaxial contrarotatif. Les rotors sont équipés d'un plateau collectif et d'un plateau cyclique pour commander l'hélicoptère. La possibilité de voler en stationnaire oriente vers le choix d'une telle plateforme. Les vitesses de translation et le rayon d'action des hélicoptères sont inférieures à celle d'un avion à voilure fixe de dimensions comparables.



(a) Coaxial ETHZ



(b) Birotor Carenné

FIGURE 1.3 – Hélicoptères

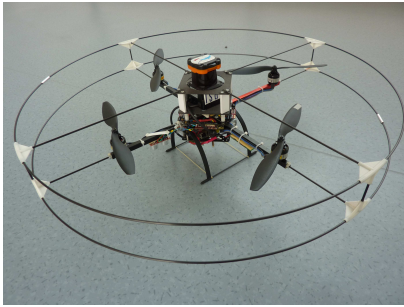
### Multirotors (Fig. 1.4)

Equipés de 3, 4, 6 ou 8 rotors sans mécanisme particulier, ces drones utilisent les différences de vitesse entre des combinaisons de rotors pour s'orienter. Ils sont structurellement extrêmement robustes car ils se passent du plateau cyclique des hélicoptères classiques qui comprennent de nombreuses pièces fragiles. Les réparations peuvent souvent se limiter au remplacement d'une hélice. Le Falcon 8 (Figure 1.4b) peut se sustenter pendant 20 minutes et atteindre la vitesse de  $10 \text{ m.s}^{-1}$  mais surtout décoller avec une charge utile de 750g.

### Hybride (Fig. 1.5)

Plus rares, ils se composent d'éléments des autres catégories. En général, ils disposent d'une ou plusieurs voilures pour fonctionner comme un avion mais ont également la puissance et les mécanismes de commande pour le vol stationnaire. Ces configurations tentent d'allier la précision





(a) Quadrirotor ISAE



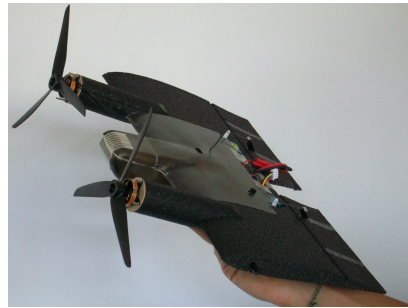
(b) Ascending Technologies Falcon 8

FIGURE 1.4 – Drones Multicoptères

d'une voilure tournante et l'endurance d'une voilure fixe. Le Quadshot (Fig. 1.5a), avec ses 1m d'envergure, peut voler environ 8 minutes en stationnaire et jusqu'à 15 minutes en vol d'avancement.



(a) Quadshot de Transition Robotics



(b) MAVion

FIGURE 1.5 – Drones Hybrides

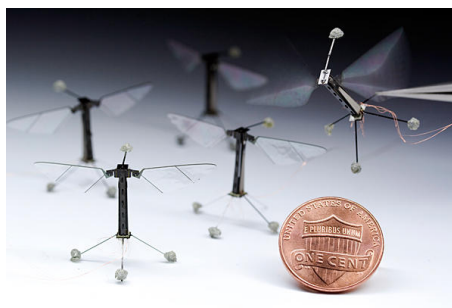
### Ailes battantes (Fig. 1.6)

Pour ces drones, la puissance et le contrôle sont assurés grâce à des ailes battants à de hautes fréquences (120Hz pour [92]) [2] ou à plus basses fréquences [93]. Dotés d'une capacité de vol stationnaire comme les voilures tournantes, ces configurations permettent des manœuvres agiles tout en étant plus discrètes que les voilures tournantes [101]. Cela en fait des plateformes adaptées pour une utilisation intérieure. Le NAV (Fig. 1.6a) ne pèse lui que 20g pour des vitesses de déplacements allant jusqu'à  $4.8 \text{ m.s}^{-1}$  pour ses 16 centimètres. Le Robobee (Fig. 1.6b) préfigure des capacités futures : il bat ses ailes à 120 Hz pour sustenter sa masse de moins d'un dixième de gramme. Cependant il n'emporte pas l'énergie nécessaire au vol ni de système embarqué pour le contrôle. Ces deux éléments sont déportés. Le projet français OVMI (Objet Volant Mimant l'Insecte) [123] est un projet pluridisciplinaire qui a étudié la construction et la structure des ailes, la modélisation et la commande d'un micro drone à aile battante ainsi que la transmission d'énergie sans fil vers le drone.

Ces différentes configurations ont chacune leurs avantages et inconvénients qu'il s'agit de pondérer selon la mission envisagée. On s'attache dans la section suivante à mieux montrer l'intérêt



(a) Nano Air Vehicle d' Aerovironment et la DARPA



(b) Robobees de Harvard [92]

FIGURE 1.6 – Drones à ailes battantes

d'un drone hybride.

### 1.3 Drone Hybride

Les besoins actuels des missions de reconnaissance en milieu urbain suggèrent l'utilisation d'un micro-drone capable de réaliser des missions complexes : un accès rapide et efficace énergétiquement à une localité cible suivi d'un passage à faible vitesse pour une acquisition d'images de qualité. Cette mission doit être réalisée en dépit des obstacles caractéristiques de l'espace urbain, des pertes de GPS et des conditions de turbulences imprévisibles. Un véhicule hybride à voilure fixe combine la vitesse, le rayon d'action et la robustesse aux rafales d'une voilure fixe et les capacités de positionnement précis d'une voilure tournante. Cette double capacité a depuis longtemps été imaginée pour les avions pilotés comme en témoigne le prototype de la société Ryan. Le X-13 Vertijet (Figure 1.7) est un avion expérimental développé dans les années 1950. Ses premières transitions complètes du vol l'horizontal au vol vertical et vice versa ont été réalisées le 28 novembre 1958. Cependant, des difficultés logistiques liées à l'atterrissage ne lui permirent pas de dépasser le stade de prototype. En effet, la position du pilote en mode vertical est très inconfortable et prive celui-ci de repères visuels importants pour l'atterrissage. En absence de pilote à bord ce problème est déporté sur le système de contrôle mais la configuration redevient attrayante. De plus, un défi récurrent pour les mini-drones à voilure fixe est la phase d'atterrissage. Tandis que les drones de grandes tailles sont conçus pour être opérés à partir de terrains d'aviation préparés, les micro-drones, de par leurs missions, doivent pouvoir être utilisés depuis des plateformes moins standards. Selon leur tailles, les micro-drones peuvent être catapultés ou lancés à la main. L'atterrissage est lui par contre plus délicat et d'ingénieux systèmes doivent parfois être mis en place pour récupérer le drone (filets, parachutes). Les plus petits drones sont construits de manière plus robustes pour pouvoir s'autoriser un atterrissage rude (crash-landing, crash contrôlé). Leur charges utiles sont généralement moins fragiles et acceptent ces chocs. Des dispositifs hypersustentateurs (becs, volets) existent pour réduire la vitesse d'approche, à l'instar de ce qui est fait sur les avions conventionnels, mais la part importante dans le bilan de masse que représenteraient ces systèmes supplémentaires amène à chercher des alternatives. Un drone hybride et le contrôle parfait de son attitude offrent une solution toute indiquée à ce problème. Sans ajout de dispositifs supplémentaires, en se contentant des actionneurs élémentaires, un drone hybride a la capacité d'atterrir en un point précis. Le MAVion a été développé depuis 2009 à l'Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE) dans ce but [39]. Il est composé d'une

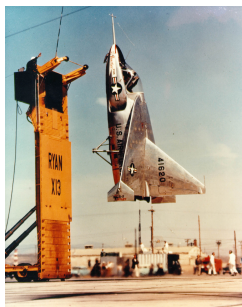


FIGURE 1.7 – X-13 Vertijet

voilure fixe équipé d'un tandem de rotors contro-rotatifs. Le sens de rotation des moteurs est choisi pour réduire l'influence des tourbillons marginaux aux extrémités de l'aile sur la traînée. Une configuration tandem a aussi l'avantage de donner un degré de liberté supplémentaire pour le contrôle de l'axe de lacet. D'un point de vue aérodynamique, elle permet à une surface de l'aile plus grande d'être soufflée par les rotors garantissant ainsi une meilleure efficacité des surfaces de contrôle situées au bord de fuite et une meilleure endurance grâce à un allongement plus élevé. Les différentes versions du MAVion ont successivement montré leur capacité de vol horizontal et stationnaire. Il y a plusieurs stratégies pour effectuer la transition entre le vol d'avancement et le

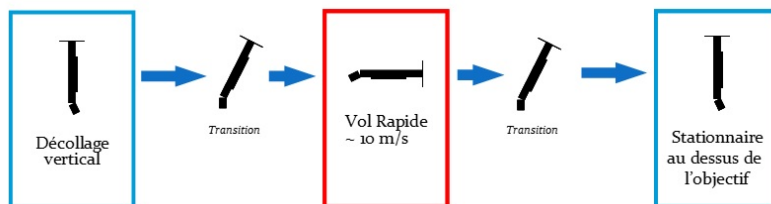


FIGURE 1.8 – Profil de mission d'un drone hybride

vol stationnaire [136]. La stratégie adoptée avec le MAVion est de maintenir une altitude constante plutôt que d'effectuer par exemple une montée rapide puis de le faire basculer rapidement d'un mode à l'autre. La Figure 1.8 illustre le principe des missions utilisant les performances d'un drone hybride. Cette méthode que l'on nommera transition équilibrée a l'avantage de consommer moins d'énergie et de s'intégrer plus facilement à un schéma de guidage puisqu'elle ne nécessite pas la réalisation d'une séquence particulière pour passer d'un mode à l'autre. La transition se doit d'être transparente pour le pilote, qu'il soit automatique ou non.

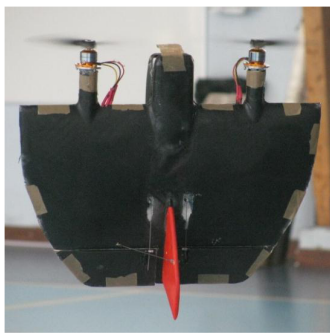
## 1.4 Lois de pilotages

Les sections précédentes ont permis d'établir le contexte historique et opérationnel dans lequel les micro-drones sont utilisés. On s'attache à présent à comprendre les stratégies de commande mises en œuvre pour remplir ses missions et à identifier quels éléments décrits plus tôt rendent cette tâche plus difficile.

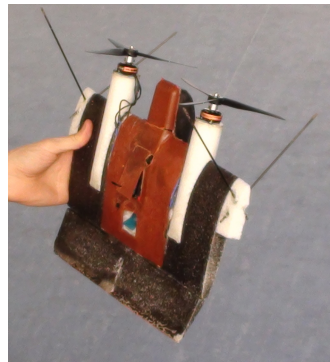
L'absence de pilote et les petites dimensions rendent possibles des configurations et des manœuvres qu'un engin habité ne pourrait réaliser de manière récurrente. L'usage de la propulsion électrique et d'actionneur rapide rendent les prototypes agiles. Cependant, l'usage de ces capacités



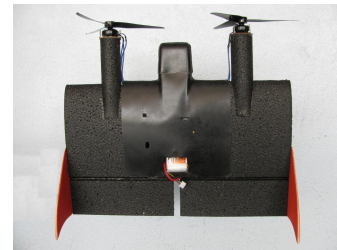
FIGURE 1.9 – Prototype le plus récent du MAVion



(a) MAVion Version 1



(b) MAVion Version 2



(c) MAVion Version 3

FIGURE 1.10 – Evolution du prototype du MAVion

dépend de la capacité à maîtriser la dynamique de tels systèmes suffisamment précisément et de la capacité à synthétiser des lois de commandes rapides et précises.

Les architectures de commandes utilisées pour les drones opérationnels ne sont pas documentées. Les plateformes utilisées dans le monde académique et qui ne sont pas dédiées à l'optimisation de lois de commande utilisent souvent les pilotes automatiques libres décrits dans [90]. La plupart des solutions proposées reposent sur des architectures de type PID tout comme le quadrirotor popularisé par Parrot [33]. Quelques pilotes automatiques propriétaires à même d'être installés dans des petits drones sont décrits dans [41], ils proposent également des correcteurs PID.

Par ailleurs, les micro-drones sont souvent utilisés par des laboratoires comme plateforme d'essai pour des architectures de commandes les plus variées. Si on prend l'exemple des quadrirotors, on peut établir la liste, non exhaustive, suivante :

- LQ [30] : une méthode de commande optimale linéaire à horizon fini est mise en place. Un modèle linéarisé analytique est mis à jour en fonction du point de fonctionnement mesuré. Cela permet de mieux prendre en compte les couplages entre les axes et les couples gyroscopiques qu'un modèle linéarisé autour du stationnaire. Les auteurs constatent toutefois des performances moyennes pour la méthode principalement à cause de l'absence de modélisation de l'actionneur. Les résultats sont présentés en simulation et sur banc. [146] résout l'équation de Ricatti sur un temps infini.
- backstepping [31] : la méthode prend en compte les non-linéarités telles que les couples

gyroscopiques et les couplages entre les axes mais la modélisation ne fait pas intervenir les efforts aérodynamiques. Les résultats sont présentés en simulation et sur un banc d'essai. De plus la loi de commande, dépend d'une bonne modélisation du système et ne comprend pas d'effet intégrale pour rejeter des perturbations. Une autre mise en œuvre de la commande par backstepping adaptatif est envisagée dans [94]. Les efforts aérodynamiques sont approximés par un réseaux de neurones. Les simulations présentées montrent la bonne adaptation a une variation soudaine de masse mais propose une dynamique modeste.

- inversion de la dynamique [147] : à partir d'un modèle non-linéaire sans les efforts aérodynamiques, cette méthode est vérifiée en simulation. Les couples gyroscopiques sont négligées pour la synthèse.
- commande adaptative  $\mathcal{L}_1$  [65] : cette référence décrit l'application de la méthode de commande adaptative directe  $\mathcal{L}_1$  à la commande de la position et de l'attitude d'un drone hélicoptère. Les efforts aérodynamiques sont modélisés mais considérés comme des perturbations lors de la synthèse. Les détails des réglages utilisés pour la simulation sont donnés, notamment l'initialisation des paramètres du correcteur ainsi que leurs bornes mais les garanties sur le transitoire proposés par les méthodes  $\mathcal{L}_1$  ne sont pas exposées. L'article [35] décrit sommairement l'augmentation avec une adaptation  $\mathcal{L}_1$  de correcteurs nominaux pour divers aéronefs.
- commande adaptative basée sur les réseaux de neurones [115] : des résultats de simulations sont présentées pour le suivi d'une trajectoire à l'aide d'un correcteur adaptatif. Le correcteur est séparé en deux boucles avec un correcteur de type PD pour le suivi de la trajectoire qui génère une attitude de référence suivi par un correcteur adaptatif. C'est une approche adaptative directe par suivi de modèle de référence qui est mise en place avec une modification pour assurer une meilleure robustesse à des perturbations. La modification de robustesse introduit une version filtrée des poids du réseaux de neurones dans la lois d'adaptation ce qui leur évitent de dériver en présence de perturbations.
- commande prédictive [32] : la démonstration d'un schéma de commande adaptative indirecte est présentée. Un filtre de Kalman étendu estime les paramètres d'un modèle linéaire puis un problème de commande prédictive est résolu. La formulation de ce problème sous forme d'un critère quadratique avec des contraintes linéaires permet de le résoudre avec un solveur existant. Ni les réglages du problème de commande prédictive, ni ceux du filtre de Kalman ne sont proposés.
- commande par platitude [57] : la platitude du système est exploitée pour développer un correcteur aidant un hexacoptère à suivre une trajectoire dans l'espace. Un correcteur LQ permet d'assurer le suivi des états générés par le correcteur plat.
- commande adaptative par modèle de référence décentralisé [103] : le schéma de commande adaptative directe par suivi de référence est implémenté sur un quadrirotor et comparé à un correcteur PID dans trois situations où la charge utile varie ainsi que la charge de la batterie. Le correcteur adaptatif permet une amélioration des performances.
- commande adaptative indirecte [128] : à partir d'un modèle sans les efforts aérodynamiques, la fonction de transfert discrète du système sur chaque axe est identifiée par le biais des moindres carrés récursifs à oubli exponentiel. A l'aide des paramètres identifiés, la formule d'Ackermann est utilisé pour synthétiser le correcteur. Les simulations montrent la bonne adaptation aux variations d'inertie. Les actionneurs sont considérés suffisamment rapide pour être simplement négligés tout comme les efforts aérodynamiques. Une approche directe est aussi proposée dans l'article avec des résultats similaires mais les

deux résultats ne sont pas comparés.

L'ensemble de ces publications traite du problème de régulation de l'attitude d'un quadricoptère. On note plusieurs variations dans le traitement du problème. D'une part, la modélisation pour une grande majorité traite les efforts aérodynamiques comme des perturbations. D'autre part, l'accent est souvent mis sur la robustesse à des perturbations comme le vent mais peu mentionnent [103, 128] l'intérêt de s'adapter au changement de configuration du drone. Une liste aussi variée pourrait être dressée pour d'autres configurations : mode glissant [120], backstepping [59], PID [138].

Le processus de synthèse des lois de commande comprend la phase de modélisation, d'application d'un algorithme d'optimisation de la performance en boucle fermée puis de la validation. La première étape de modélisation fait appel aux principes physiques agissant sur le drone. Cette modélisation se base sur la connaissance de certains paramètres physiques caractéristiques du drone (l'envergure, la taille des rotors,...). La mesure précise de ces caractéristiques est d'autant plus difficile que les dimensions du drone sont réduites. Ainsi, il est nécessaire de modéliser les erreurs possibles sur les valeurs de ces paramètres. De plus, la taille et la complexité du modèle doivent être limitées pour l'application des algorithmes de synthèse. Il devient alors nécessaire de faire des choix dans la modélisation : privilégier un phénomène physique ou en négliger un autre. L'impact de ces choix doit pouvoir être modélisé pour valider par la suite les lois de commandes. On souhaite utiliser une méthode qui permette de réduire le coût et le temps passés dans ces activités. Dans l'article [68], décrivant les opportunités offertes par les micro-drones, les auteurs mentionnent parmi les défauts actuels des drones le manque de latitude dans le placement de la charge utile. En effet, le positionnement de la charge utile loin du centre de gravité de l'avion nu détériore son comportement en vol et nécessite d'ajouter un poids mort pour le contrebalancer. Cette opération est à la fois coûteuse en temps de vol, en rayon d'action et en temps de maintenance au sol. La section suivante présente la commande adaptative et montre pourquoi un choix parmi ces techniques semble pertinent pour répondre à nos problèmes de pilotages de drones.

## 1.5 Commande Adaptative

Cette section commence par retracer brièvement l'histoire de la commande adaptative. On commence par exposer ses principes fondateurs, les principaux problèmes résolus pendant les cinquante dernières années sont abordés pour enfin dresser un tableau des techniques explorées récemment.

### 1.5.1 Fondements

La commande adaptative est née du besoin de contrôler des systèmes inconnus et des systèmes variants dans le temps vers la fin des années cinquante. La commande des systèmes aéronautiques au début de la conquête spatiale révéla les premiers défis que les boucles de retour classiques ne résolvaient qu'au prix de longs et lourds réglages. Les systèmes de commande auto-adaptatifs dont les principes venaient à peine d'être posés apparaissaient comme une solution attractive. Le préfixe auto (depuis sous-entendu) mettait en valeur la capacité du dispositif de commande à évoluer pour stabiliser un système sans intervention extérieure. Cette précision permet d'exclure le contrôle par séquençement de gains de cette catégorie de systèmes de commande puisqu'il met en place une relation a priori entre les mesures de l'état de l'environnement et les caractéristiques du système de commande. On distingue les mesures de l'état de l'environnement et les mesures de l'état du système. Cette séparation est définie par le choix de la modélisation du système de

laquelle découle le choix des variables d'état pour le système et par suite celles de l'environnement. Parallèlement aux développements dans l'aérospatiale, la commande des procédés est un autre de champ d'applications qui a vu dans les systèmes de commande adaptatif une solution pour la commande en présence de grandes incertitudes. Ces deux domaines d'application ont donné lieu à deux approches de l'adaptation : le contrôle adaptatif par suivi de référence et les correcteurs auto-réglés. Le sujet s'est très rapidement popularisé à la fin des années cinquante, à tel point que la nécessité d'un article de synthèse et de classification des différentes approches étudiées est déjà ressenti en 1958 [19]. Les auteurs proposent de classer les systèmes adaptatifs en cinq catégories :

1. Adaptation passive : le correcteur n'évolue pas en cours de fonctionnement mais est adapté aux variations de l'environnement. On parlerait aujourd'hui d'un correcteur robuste.
2. Adaptation au signal d'entrée : le correcteur évolue selon les caractéristiques de l'entrée. On peut parler de filtrage adaptatif lorsque l'entrée est celle du système boucle ouverte.
3. Adaptation à l'extremum : le correcteur s'ajuste pour suivre le maximum ou le minimum d'une variable du système.
4. Adaptation selon une variable du système : une variable du système (erreur, seuil d'erreur) conduit les modifications du correcteur.
5. Adaptation aux caractéristiques du système : la mesure des caractéristiques du système ou son identification gouverne l'adaptation.

Johnson [76] relate les classifications de Levin [89] et Dandois [48]. Levin catégorise les systèmes adaptatifs de la manière suivante :

1. Système à perception d'entrée : système dans lequel le correcteur adaptatif mesure les entrées pour s'ajuster à leurs caractéristiques.
2. Système à perception de système : système dans lequel le correcteur adaptatif mesure les paramètres du système à commander pour s'y ajuster.
3. Système à perception de critère de performance : système dans lequel le correcteur adaptatif mesure une valeur indicative du niveau de performance atteint par le système et agit pour lui faire atteindre une certaine valeur (généralement un maximum ou un minimum).

Dandois propose la classification suivante dédiée plus spécifiquement aux commandes de vols :

1. Commande grâce à un correcteur conçu pour un fonctionnement sur une grande variété d'environnements sans ajustement de ses paramètres (commande robuste).
2. Commande par un correcteur dont les paramètres s'ajustent en fonction des entrées et sorties du système.
3. Commande par un correcteur dont les paramètres s'ajustent selon la mesure des caractéristiques dynamiques du système.

La diversité de ces classifications montre la variété des approches possibles à ces problèmes. Le parallèle dressé par Johnson [76] avec les propriétés d'adaptation d'un humain lorsqu'il commande un système dévoile l'origine d'une partie des propriétés que possèdent les systèmes de commande adaptative. Il fait du biomimétisme une source d'inspiration pour les systèmes de commande. La nature semble faire preuve d'une grande résilience que les chercheurs espéraient transposer dans le fonctionnement des systèmes automatiques. En 1959, on pouvait écrire que la commande adaptative allait devenir un moyen d'obtenir les performances désirées avec plus de *fiabilité* [129]. Depuis cette époque, les catégories ont beaucoup évolué. De ces différentes classifications, on ne garde aujourd'hui que les deux principales catégories communes à toutes les classifications : la

commande adaptative indirecte (catégorie 5 pour Aseltine, 2 pour Levin et 3 pour Dandois) et la commande adaptative directe (catégorie 4 pour Aseltine, 3 pour Levin et 3 pour Dandois). Les autres catégories ne sont plus considérées, aujourd’hui, relevant du champ de la commande adaptative bien qu’elles démontrent des propriétés d’adaptation. Il est intéressant d’apporter quelques éclairages sur la genèse de ces deux approches.

### Origine du suivi de référence

Whitaker [150], dans sa présentation au premier symposium exclusivement dédié aux systèmes adaptatifs pour les commandes de vols, rappelle un principe inhérent aux commandes de vols : les performances désirées varient en fonction du point de vol (une réponse rapide est attendue à haute vitesse tandis qu’une réponse plus lente sera appréciée lorsque l’on s’approche du décrochage). Le système mis en place par le MIT vise à éliminer les incertitudes et les compromis faits au moment de la synthèse des lois de commande. L’ensemble des spécifications du système de

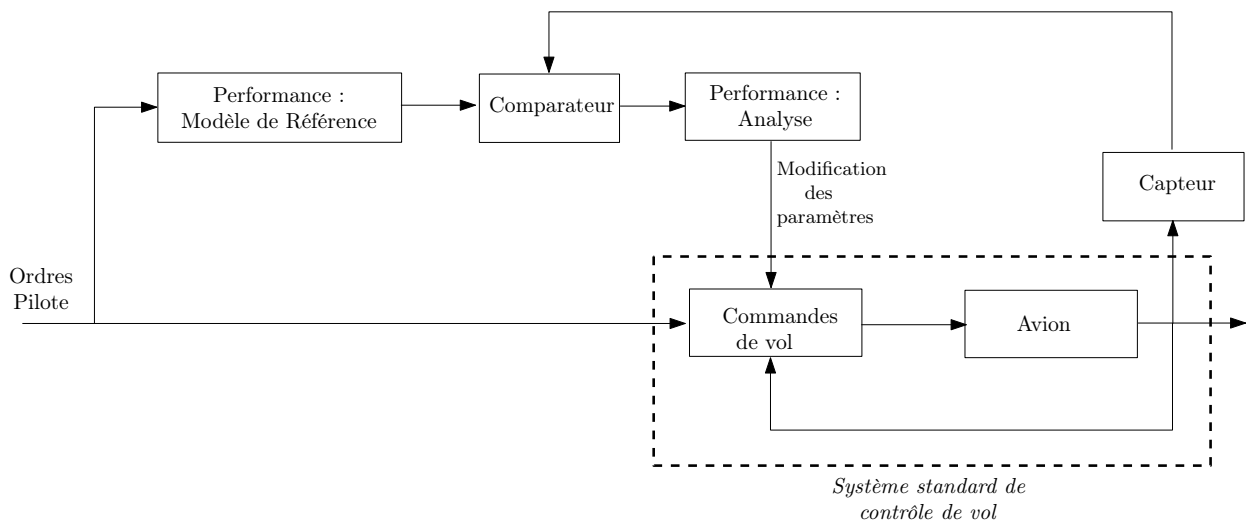


FIGURE 1.11 – Architecture de la loi ou règle du MIT [150]

commande est en principe contenu dans le modèle de référence. Néanmoins, les spécifications du système de commande ne se limitent pas aux caractéristiques dynamiques du système en réponse à une consigne. La robustesse à des perturbations est un point très important. Ces perturbations peuvent être définies avec une précision plus ou moins grande. Dans sa plus simple essence, le principe du suivi de référence ne permet pas de garantir ces spécifications. Ce sont des compromis et des réglages pertinents faits au moment de la conception du mécanisme d’adaptation qui permettront d’obtenir ces caractéristiques.

La structure illustrée par la Figure 1.11 nous est maintenant familière. Aujourd’hui, dans la plupart des cas, le correcteur est centralisé dans un seul élément physique, un ordinateur dédié à la commande dans lequel est implémentée une version discrète du correcteur. Ici, les blocs correspondent à des éléments physiquement distincts, notamment la variation des gains qui est réalisée grâce à un moteur qui actionne le potentiomètre du correcteur. Aström [25] évoque les problèmes d’implémentation des systèmes adaptatifs avec les technologies des années soixante. Les ordinateurs étaient peu répandus et la mise en place d’un correcteur sur des systèmes analogiques (Figure 1.12) fastidieuse. L’avènement des ordinateurs à faible coût et faible consommation a permis de relancer des idées mises de côté pour leur complexité. Le choix de l’architecture était



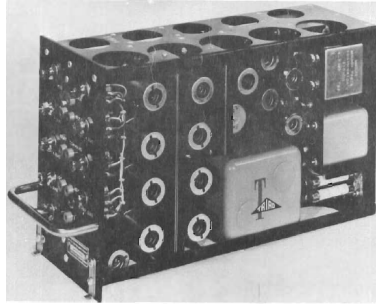


FIGURE 1.12 – Système amplificateur du pilote adaptatif de Honeywell [129]

alors plus fortement contraint par l'implémentation.

Le principe essentiel de la commande adaptative par suivi de référence est d'utiliser un correcteur sous forme de gains ( $u = K(t) \cdot y$ ), et de faire évoluer ses gains en fonction de l'écart entre la trajectoire mesurée du système et celle d'un modèle de référence. Le modèle de référence représente la réponse idéale du système à une consigne.

Le travail effectué par Parks [119] en 1966 sur la seconde méthode de Lyapunov pour l'étude de la "règle du MIT" fut une étape importante dans l'évolution des méthodes adaptatives. Il reprend les travaux initiés dans [51] et [130] pour exposer une méthode de synthèse pour la commande adaptative par modèle de référence. Le terme synthèse indique que la loi d'adaptation est choisie pour satisfaire un critère de stabilité au sens de la seconde méthode de Lyapunov. Il se distingue de l'approche antérieure qui consiste à choisir une loi plus ou moins heuristique d'adaptation puis de chercher à l'analyser. La méthode de Parks ne s'applique qu'à des systèmes mono-entrée et mono-sortie mais l'extension de cette approche est utilisée dans la majorité des schémas adaptatifs de suivi de modèle de référence. L'idée est de travailler sur la dynamique de l'erreur de suivi et de choisir la loi d'adaptation pour que les termes positifs de la dérivée de la fonction de Lyapunov s'annulent. Winsor [152] apporte une contribution importante en généralisant l'approche à des systèmes multivariables. Ces analyses annoncent un changement d'orientation dans l'approche de la commande adaptative en général.

### Origine des correcteurs auto-réglés

Kalman écrit en 1958 un article [78] qui est cité par Aström [25] comme étant à l'origine des correcteurs auto-réglé (Self Tuning Regulator). Les principes qui y sont développés sont brièvement décrit dans [19] : identifier la réponse impulsionnelle du système puis modifier le correcteur pour minimiser l'erreur de réponse à un échelon de consigne en un temps minimum. Cette méthode fait appel au principe d'équivalence certaine, c'est à dire que les paramètres identifiés sont considérés comme exacts par le mécanisme de réglage du correcteur. Cette notion est introduite dans [140, 133] pour traiter la notion d'incertitudes dans la programmation dynamique. On reviendra sur cette notion lorsque nous aborderons la commande duale (section 1.5.4).

Dans [111], les auteurs s'intéressent à l'auto-ajustement ou optimisation en ligne d'une loi de commande selon un critère quadratique. L'analyse est conduite pour un système linéaire mono-entrée mono-sortie en exprimant le gradient du critère en fonction des paramètres du système. Le calcul du gradient suppose la connaissance du système, on ne peut donc pas parler de système adaptatif à proprement parler. Un dispositif similaire d'optimisation en ligne est donc ajouté pour identifier les paramètres du système. Le critère porte non plus sur l'erreur entre la sortie désirée

et la vraie sortie mais sur l'erreur entre la sortie du système et la sortie du modèle. La forme du modèle identifié est fixée au préalable, ce qui permet de mettre à jour en ligne le gradient de l'erreur de contrôle. On peut maintenant parler d'un système de commande adaptative indirecte. Adaptative, car la connaissance du système n'est pas nécessaire, et indirecte, car l'architecture passe par l'identification des paramètres du système. Les auteurs ne proposent pas de preuve de stabilité de leur système de commande et mettent en garde sur la nécessité d'une séparation des échelles de temps de l'évolution des signaux de sortie et du système. La forme du modèle identifié est une autre limite inhérente à l'architecture proposée : le modèle est une somme pondérée de filtres du premier ordre. L'identification permet de déterminer le poids de chaque filtre. Bien entendu, pour une parfaite représentativité du modèle (en admettant que le système réel est linéaire), une infinité de filtres doit être prise en compte et des filtres du second ordre doivent être inclus.

Par ailleurs, cette époque fut aussi témoin de la naissance de la commande duale [56] inspirée de la programmation dynamique et de l'utilisation de réseaux de neurones pour l'adaptation [151].

Dans le domaine de l'aéronautique, l'âge d'or des essais des systèmes de commandes de vols pendant lequel le cycle allant de la genèse de l'idée à son évaluation en vol était très court a donné l'occasion de tester des systèmes de commandes de vols adaptatifs bien que les analyses de stabilité étaient balbutiantes. On peut noter les expériences menées par la NASA sur le F-94 [67] et le X-15. Cependant, le 15 Novembre 1967, le X-15-3 équipé du système adaptatif MH-96 développé par Honeywell entra en vrille lors de sa descente. Si le pilote arrive à sortir de la vrille, le correcteur est lui-même entré dans un cycle limite sur l'axe longitudinal qui empêche le pilote d'arrêter la descente de son appareil [54]. Cet incident tragique annonçait la fin progressive de la période où le chemin vers les essais en vol était très rapide. Il préfigure également l'orientation du travail théorique effectué sur la commande adaptative tournée vers l'obtention de certificat de stabilité dans les années qui suivirent. Notamment dans les cas très vraisemblables où l'on ne mesure pas tout l'état comme cela est nécessaire pour l'application des méthodes stabilisantes existantes. Une stratégie qui fut envisagée est l'usage d'observateurs adaptatifs [113] qui permettent de reconstruire l'état. Bien que l'obtention d'un observateur adaptatif stable pour un système inconnu soit possible [109], les démonstrations supposent que les entrées et les sorties soient bornées. Cette hypothèse n'est plus systématiquement valide si l'on considère le problème de commande d'un système instable inconnu. Puis en 1980 grâce à l'élaboration par Morse [105] de nouvelles lois d'adaptation, la stabilité globale d'un système linéaire aux paramètres fixes inconnus commandés par une loi adaptative fut démontrée. Cette preuve a été établie avec des hypothèses relativement fortes et dans un cas idéal, c'est-à-dire sans perturbation ni bruit. Cela a encouragé l'étude de la robustesse des lois d'adaptation à ces conditions et la possibilité de relaxer certaines hypothèses. Les méthodes dites de MRAC robustes tentent de répondre à ces questions en ajoutant des termes à la loi d'évolution des paramètres du correcteur. Dans la lignée de la  $\sigma$ -modification introduite par Ioannou et Kokotovitch [74] (Chapitre 6), diverses modifications ont été imaginées pour rendre plus robuste ce schéma de commande :  $e$ -modification [110],  $Q$ -modification [145], Kalman Filter Modification [157]. Les trois dernières modifications mentionnées sont plus récentes et seront reprises dans une section ultérieure. Une autre modification proposée est la zone morte [122] qui consiste à arrêter l'adaptation lorsque l'erreur de suivi est petite. La méthode de projection [82] permet de contraindre la valeur des gains dans un espace en supposant connue une borne pour les paramètres.

Parallèlement à ces développements, les correcteurs auto réglés (Self Tuning Regulator, STR) connurent un certains succès dans les années soixante-dix et quatre-vingt surtout pour la commande de procédés industriels. Aström et Wittenmark présentent dans [8] un correcteur adaptatif pour un système linéaire mono-entrée mono-sortie à paramètres constants mais inconnus. Il repose sur l'identification des paramètres de la fonction de transfert du système par la méthode des moindres carrés récurrents, paramètres ensuite utilisés pour le calcul d'un correcteur qui minimise la variance de la sortie. Les mêmes auteurs reportent [22] l'utilisation couronnée de succès de ce correcteur sur une machine à papier et un concasseur de minerai. Malgré ces résultats expérimentaux, les auteurs relatent la difficulté de l'analyse et décrivent le problème pour un système simple. L'approche de la commande à minimum de variance limite l'utilisation de l'algorithme aux systèmes à minimum de phase. L'approche LQ [20] (1974) puis par placement de pôles et de zéros ont plus tard été mises en oeuvre [23](1980) [155] (1977). Wittenmark décrit les éléments clés au succès de l'implémentation de ces algorithmes [154]. Il aborde notamment l'importance du préconditionnement des données avant l'application de l'algorithme d'adaptation, de la procédure d'initialisation de l'estimateur et les risques de divergence de ce dernier.

Rohr [124] tente de montrer à l'aide de simulations que les preuves évoquées plutôt sont basées sur des hypothèses trop fortes et que les schémas de commande adaptative ne sont pas des alternatives viables aux techniques classiques de commande. Il considère, à raison, que les lois de commande adaptative doivent être testées en présence de dynamiques négligées et de perturbations. Aström met en lumière dans [21] les lacunes présentes dans les explications avancées par Rohr pour interpréter ses simulations. Aström montre que les instabilités constatées sont essentiellement dues à un manque d'excitation des signaux d'entrées du système. Arguments repris plus tard par Anderson qui résume les difficultés que la commande adaptative à encore à résoudre à la fin des années 2000 [13, 16]. Le problème de l'excitation est une difficulté récurrente en commande adaptative et en identification. La notion remonte au milieu des années 1960 dans la présentation et l'analyse de l'algorithme de maximum de vraisemblance [24]. Elle sera par la suite utilisée dans les preuves de convergence de commande adaptative surtout dans les approches indirectes. Le principal inconvénient de cette condition est qu'elle n'est pas vérifiable a priori car elle nécessite la connaissance des signaux d'entrées. Des recherches ont été effectuées pour relaxer cette hypothèse contraignante pour l'utilisation du système. La commande duale tente également de répondre à ce problème en optimisant en permanence à la fois la qualité de la commande et de l'identification.

Le problème de commande adaptative exploré jusqu'à la moitié des années 1980 traite la plupart du temps d'un système linéaire bien que l'analyse de la boucle fermée soit non-linéaire. Des résultats sur l'inversion de la dynamique en commande non-linéaire ont amorcé une série de travaux sur cette thématique notamment en commande adaptative [139]. En 1991, Kanellakopoulos [79] introduit le backstepping qui donne une méthode pour le contrôle d'un système non linéaire avec une incertitude qui n'est pas nécessairement compensable par la commande (unmatched uncertainty). La méthode requiert toutefois toujours la mesure de l'état complet et suppose une paramétrisation linéaire de l'incertitude. Le livre [83] publié en 1995 par Krstić, Kanellakopoulos et Kokotović détaille des méthodes adaptatives pour une classe de système non-linéaires. Il introduit notamment les approches par fonctions de réglage qui systématisent la construction d'une fonction de Lyapunov sans surparamétrer le correcteur d'estimation de paramètres redondants. Le retour d'état est traité mais aussi le retour de sortie avec l'usage des filtres de Kreisselmeier (K-filter) ou de Marino et Tomei (MT-filter) pour la mise en place d'un observateur adaptatif. Les performances transitoires des lois de commandes sont également étudiées par le calcul de borne en norme  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_\infty$  sur les erreurs des états. Cependant, la robustesse à des erreurs de modélisation qui ne sont

pas prises en compte par l'incertitude linéaire en paramètre n'y est pas étudiée.

Le problème de performances transitoire a été également abordé par le biais du schéma de commande MRAC. Des modifications proposées par [50, 73] permettent de modifier la norme  $\mathcal{L}_2$  et  $\mathcal{L}_\infty$  de l'erreur de suivi. Cependant, ces modifications reviennent à insérer un retour à haut gain sur l'erreur de suivi [49] sans propriété d'adaptation. Une boucle à fort gain est généralement à l'origine de problème de robustesse.

Anderson revient dans [13, 16] sur les problèmes récurrents de robustesse dont souffrent la plupart des schémas de commande adaptative proposés. Il propose en réponse l'approche multi-modèle basée sur la commutation. Cette dernière peut être mise en oeuvre de diverses manières. Elle peut servir à choisir parmi un ensemble de correcteurs [106], ou servir à choisir la meilleure estimation des paramètres du modèle [102] [112]. Divers résultats de stabilité et de performances ont été apportés [159] sur les premiers en fonction du temps entre les commutations (dwell time). Anderson [14, 69, 15] s'intéresse lui à assurer la commutation avec un correcteur stable, donc sûr, en étudiant les signaux de commandes qu'il génère sans être réellement connecté. Enfin, des travaux récents de Han et Narendra [66] poussent le principe du multi-modèle plus loin, en mettant à jour plusieurs correcteurs à la fois comme il avait déjà été pensé mais aussi en considérant que le véritable correcteur doit être dans l'enveloppe convexe dessinée par ces plusieurs correcteurs. Ils proposent donc d'estimer simultanément les correcteurs et les coordonnées du correcteur idéal dans l'enveloppe convexe des autres correcteurs. Il parle pour le principe d'estimation des coordonnées du correcteur dans l'enveloppe convexe de second niveau d'adaptation.

La commande adaptative fut un certain temps mise de côté pour les commandes de vol au profit du séquençement de gain pour concevoir des lois de commandes pour l'ensemble du domaine de vol. L'avènement des commandes de vol électriques et l'émergence du problème de la reconfiguration pour la tolérance aux pannes ont entraîné un regain d'intérêt pour la commande adaptative dans ce domaine dans les années 1980 [135]. Si un premier effort de recherche s'est attaché à trouver les moyens de détecter, isoler et estimer les pannes (Failure Detection Isolation and Estimation, FDIE), très vite la mise à jour du réglage des lois de commande en temps réel a été étudiée. Cette dernière solution permet en outre une détection implicite de la panne, les faux positifs du dispositif de détections peuvent être ainsi évités. Un panel varié de méthodes a été employé pour résoudre ce problème. L'approche multi-modèle et par commutation de gains [98] a été étudiée pour un F-15. L'utilisation de réseaux de neurones récemment relancée par les travaux de Narendra [114] fut examinée par Kim et Calise [80]. Leur schéma de commande prévoit l'utilisation de deux réseaux de neurones pour la réalisation d'une loi par inversion de la dynamique. Le premier est entraîné hors ligne et le deuxième est optimisé en ligne pour compenser les incertitudes et les dommages en temps réel. On peut encore citer [11] où est décrit l'application à un F-16 d'une méthode indirecte basée sur les moindres carrés et un correcteur LQ. Plusieurs programmes d'essais ont pu faire voler des correcteurs adaptatifs au milieu des années 1990 (SRFCS, SDC, IFCS Gen I). Certains reposaient sur une architecture indirecte avec des moindres carrés séquentiels combinés à une méthode de commande optimale à horizon glissant [104] et d'autres sur la commande adaptative directe s'appuyant sur des réseaux de neurones (RESTORE). Ces expérimentations, certes couronnées de succès, montrèrent les difficultés liées à l'absence de méthode pour régler les paramètres de la loi pour un fonctionnement robuste [153]. Hovakimyan et Cao ont introduit une méthode basée sur le MRAC [71] apportant des garanties sur le régime transitoire de l'adaptation ainsi qu'une borne sur la marge de retard. Dans le cas du retour de sortie, les correcteurs proposés ne sont cependant pas adaptatifs et sont équivalents à des correcteurs linéaires temps invariant comme le montre [143]. Le problème des saturations des actionneurs est abordé dans l'architecture MRAC avec réseaux de neurones par la technique dite de Pseudo-Control Hedging [77] qui

modifie l'évolution des états du modèle de référence lorsque la saturation est active. Enfin les plus récentes modifications de cette architecture partent du constat que l'information instantanée n'est pas suffisante pour mettre à jour le correcteur pour introduire dans leur loi d'adaptation des données anciennes [42, 43, 44, 145]. Chowdhary introduit d'abord dans [42] un terme similaire à une  $\sigma$  modification mais dont le point d'attraction n'est pas une valeur fixe introduite comme une information a priori mais le résultat d'une identification par moindres carrés récursifs. Il modifie ensuite dans [43, 44] son schéma pour sélectionner parmi les données anciennes uniquement celles qui sont pertinentes et permettent effectivement de améliorer l'estimation.

### 1.5.2 Schéma direct

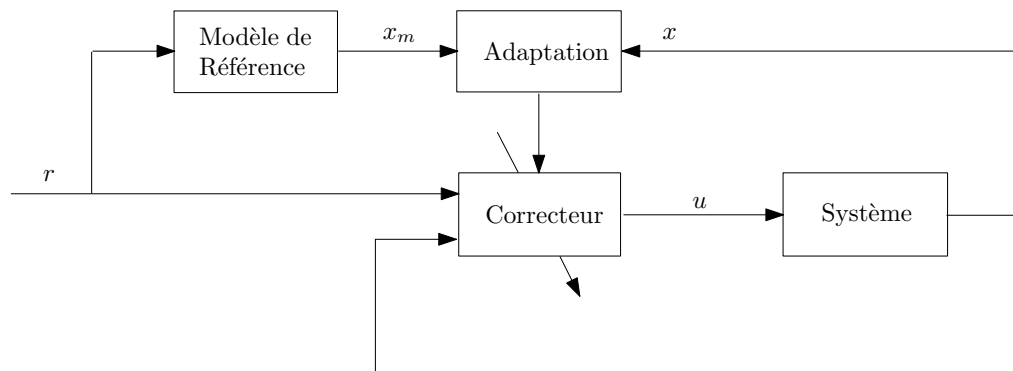


FIGURE 1.13 – Architecture de commande adaptative directe

Le Model Reference Adaptive Control (MRAC) est une technique de commande adaptative directe qui prend ses racines dans la "loi du MIT" [117] ( du Instrumentation Laboratory maintenant Draper Laboratory célèbre pour sa participation au programme Apollo). Pour un système stabilisable par un simple gain de commande, l'idée qui régit cette loi est la suivante : en comparant la sortie d'un modèle de référence, c'est à dire le comportement souhaité de la boucle fermée, avec celle du système réel, on dispose de l'erreur de suivi et par suite d'une mesure de la pertinence du gain de commande utilisé. On peut ensuite faire évoluer le gain de commande dans la direction du gradient du carré de l'erreur de suivi.

Les architectures MRAC s'inspirent toutes de ce principe, les différents ajustements qui ont été apportés au fil des années permettent principalement d'améliorer la robustesse et de faciliter les preuves de stabilité sous diverses hypothèses.

Le paragraphe suivant est dédié à la présentation d'une forme simple du MRAC accompagné d'une démonstration de la stabilité de la boucle fermée.

Soit  $G$  un système linéaire observable et contrôlable, les matrices de sa représentation d'état sont notés  $A, B$ . On suppose que les incertitudes sur le système sont entièrement compensables par la commande (matched uncertainties) :

$$\dot{x} = Ax + B(u + \phi x) \quad (1.1)$$

$\phi x$  est l'incertitude à compenser. On cherche une loi de commande  $u = K_1(t)x + K_2(t)r$  qui assure que la boucle fermée suive le comportement du modèle de référence.

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m r \quad (1.2)$$

Le modèle de référence est défini de sorte qu'il existe deux matrices définies positives  $P$  et  $Q$  qui satisfont l'égalité suivante :

$$A_m^T P + P A_m = -Q \quad (1.3)$$

$A_m$  est tel qu'il existe un  $\hat{K}_1$  satisfaisant la relation :

$$A_m = A + B\phi + B\hat{K}_1 \quad (1.4)$$

Pour la suite de la démonstration, les matrices  $B$  et  $K_1$  sont décomposées en vecteur de la manière suivante :

$$K_1 = \begin{bmatrix} k_{11}^T \\ \vdots \\ k_{1m}^T \end{bmatrix}, K_2 = \begin{bmatrix} k_{21}^T \\ \vdots \\ k_{2m}^T \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 & \cdots & b_m \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

L'erreur entre ce correcteur optimal et le correcteur utilisé est notée :

$$\tilde{K}_1 = K_1 - \hat{K}_1, \tilde{K}_2 = K_2 - \hat{K}_2 \quad (1.6)$$

Les vecteurs  $\tilde{k}_{1i}^T$  et  $\tilde{k}_{2i}^T$  pour  $i \in \llbracket 1, m \rrbracket$  désignent les lignes de  $\tilde{K}_1$  et  $\tilde{K}_2$  de manière analogue à (1.5) pour  $K_1$  et  $K_2$ . La dynamique de l'erreur de suivi, que l'on note  $e$ , a alors la forme suivante :

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_m = (A + BK_1 + B\phi)x - A_m x_m + (BK_2 - B_m)r = A_m e + B\tilde{K}_1 x + B\tilde{K}_2 r \quad (1.7)$$

Pour démontrer la stabilité de la boucle fermée, la fonction de Lyapunov  $V$  est introduite :

$$V(e, K_1) = e^T P e + 1/\gamma \sum_{i=0}^m \tilde{k}_{1i}^T \tilde{k}_{1i} + 1/\gamma \sum_{i=0}^m \tilde{k}_{2i}^T \tilde{k}_{2i} \quad (1.8)$$

Elle est par construction toujours positive, il faut démontrer qu'elle décroît dans le temps :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} + 2/\gamma \sum_{i=0}^m \dot{\tilde{k}}_{1i}^T \tilde{k}_{1i} + 2/\gamma \sum_{i=0}^m \dot{\tilde{k}}_{2i}^T \tilde{k}_{2i} \\ &= e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2e^T P B \tilde{K}_1 x + 2e^T P B \tilde{K}_2 r + 2/\gamma \sum_{i=0}^m \dot{\tilde{k}}_{1i}^T \tilde{k}_{1i} + 2/\gamma \sum_{i=0}^m \dot{\tilde{k}}_{2i}^T \tilde{k}_{2i} \\ &= e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2 \sum_{i=0}^m \left( e^T P b_i \tilde{k}_{1i}^T x + 1/\gamma \dot{\tilde{k}}_{1i}^T \tilde{k}_{1i} \right) + 2 \sum_{i=0}^m \left( e^T P b_i \tilde{k}_{2i}^T r + 1/\gamma \dot{\tilde{k}}_{2i}^T \tilde{k}_{2i} \right) \\ &= e^T (A_m^T P + P A_m) e + 2 \sum_{i=0}^m \left( 1/\gamma \dot{\tilde{k}}_{1i}^T + e^T P b_i x^T \right) \tilde{k}_{1i} + 2 \sum_{i=0}^m \left( 1/\gamma \dot{\tilde{k}}_{2i}^T + e^T P b_i r^T \right) \tilde{k}_{2i} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Un choix adéquat de la loi d'évolution des gains  $k_{1i}$  et  $k_{2i}$  permet d'annuler le second terme. La dérivée de la fonction de Lyapunov se réduit alors à une fonction négative par construction :

$$\dot{V} = -e^T Q e \quad (1.10)$$

$$\dot{\tilde{k}}_{1i}^T = -\gamma e^T P b_i x^T \quad (1.11)$$

$$\dot{\tilde{k}}_{2i}^T = -\gamma e^T P b_i r^T \quad (1.12)$$

Dans cette démonstration, les termes croisés entre les états physiques du système et les pseudo états correspondants aux gains du correcteurs sont annulés en choisissant adéquatement la loi d'évolution des gains. En majorant la dérivée de  $\dot{V}$ , on peut utiliser du Lemme de Barbalat qui va nous assurer que  $V(t)$  tend vers 0 et donc que  $e$  tend vers 0.

## 1.5.3 Schéma indirect

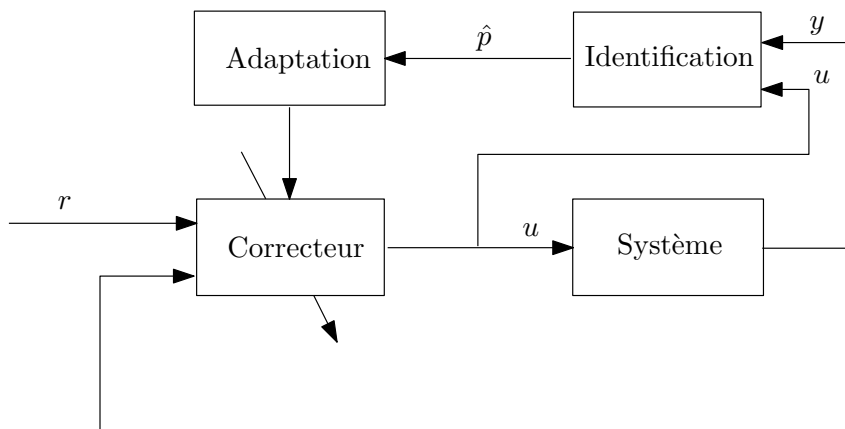


FIGURE 1.14 – Architecture de commande adaptative indirecte

La commande adaptative indirecte sépare la mise à jour du correcteur en deux étapes. Là où la commande adaptative directe propose directement une loi d'évolution temporelle pour le correcteur, la méthode indirecte consiste à identifier des paramètres du système qui vont permettre de synthétiser un correcteur adapté à la situation courante. Le choix de la méthode d'identification et de la méthode de synthèse est très vaste. La littérature s'est jusqu'à présent intéressée à des méthodes simples pour les deux étapes essentiellement pour des contraintes de puissance de calcul. Pour être efficace, le schéma d'adaptation doit en effet pouvoir suivre les évolutions de la dynamique du système. La fréquence d'adaptation doit être compatible avec la vitesse d'évolution de la dynamique de la même manière que la fréquence de contrôle doit être compatible avec la dynamique du système. Les progrès rapides des capacités permettent aujourd'hui d'envisager des méthodes plus sophistiquées pour l'identification ou pour la synthèse.

Pour l'identification en ligne, les méthodes les plus couramment utilisées sont des dérivées des moindres carrés : Least Mean Square (LMS), Normalized LMS, Recursive Least Square (RLS), Extended Kalman Filter (EKF). Toutes ces méthodes peuvent être vues comme des cas particulier d'un filtre de Kalman. Elles permettent d'identifier un modèle linéaire en un vecteur de paramètres  $p$ . On note  $\phi(x)$  le régresseur, une matrice qui peut être une fonction non-linéaire des états mesurés. Le modèle s'exprime donc par la relation  $p^T \phi(x)$ . Le filtre de Kalman étendu permet d'identifier des modèles comportant des fonctions non-linéaires des paramètres grâce à des linéarisations successives autour des valeurs courantes des paramètres. Cette méthode affiche cependant de moins bonnes performances en présence de fortes non-linéarités. Des méthodes comme les variables instrumentales ou l'erreur de prédiction pourraient être utilisées surtout lorsque l'on considère le fait que l'identification se passe en boucle fermée. Cependant les méthodes citées plus haut s'avèrent suffisantes dans la pratique et le principal obstacle dans la commande adaptative reste l'absence de méthodes de validation de la stabilité et des performances du schéma complet de commande. La complexification de la méthode d'identification n'aide pas à obtenir ce résultat.

En ce qui concerne la méthode de synthèse, on pourrait de nos jours envisager d'embarquer des méthodes plus complexes mais le même argument relatif à la validation du schéma de commande s'applique. La catégorie de méthodes retenues est la synthèse d'un correcteur linéaire à paramètres variants. Il s'agit d'obtenir au préalable (hors-ligne) un correcteur fonction des paramètres qui seront identifiés en ligne. Le placement de pôle ou des correcteur  $H_\infty$  interpolés

peuvent être utilisés entre autres. Ces correcteurs doivent assurer des propriétés de robustesse à des dynamiques incertaines qui ne sont pas incluses dans le modèle identifié. La robustesse à des retards est par exemple indispensable pour l'implémentation du correcteur.

### 1.5.4 Limites et extensions

#### Commande adaptative hybride

Deux grandes familles se distinguent au sein de la commande adaptative : l'adaptatif indirect et l'adaptatif direct. La première s'attache à estimer les paramètres d'un modèle pour ensuite appliquer une méthode classique de synthèse. La seconde consiste à directement optimiser les paramètres du correcteur pour obtenir la dynamique de boucle fermée souhaitée.

La commande adaptative indirecte utilise le principe d'équivalence certaine, c'est à dire que l'on suppose que le système se comporte exactement comme le modèle. Or, pendant la phase transitoire de l'estimation des paramètres, cette hypothèse peut conduire à l'utilisation d'un correcteur très peu adapté au système. De plus, pour que l'estimation de paramètres se déroule correctement, le signal de commande doit exciter suffisamment le système [125]. La commande adaptative directe peut rapidement réduire l'erreur de suivi d'un modèle de référence mais au pris d'un fort gain d'adaptation qui alimente des oscillations hautes fréquences dans le signal de commande.

Les deux approches utilisent un processus d'optimisation pour minimiser la distance entre deux vecteurs de signaux. Elles diffèrent au niveau du sens des paramètres optimisés et du sens des signaux comparés. Les paramètres sont ceux d'un modèle du système ou ceux d'une structure particulière de correcteur. L'erreur de prédiction permet de comparer la sortie du système et la sortie du modèle, tandis que l'erreur de suivi compare la sortie du système et d'un modèle de référence.

La commande adaptative hybride considère l'association des deux approches de commande adaptative pour dépasser leurs limitations respectives. [53] pose les bases de ce schéma de commande. [85] et [37] proposent deux méthodes pour mettre en œuvre ce schéma.

#### Commande adaptative et apprentissage

La commande adaptative peut parfois être comparée aux techniques d'apprentissage. Certains points les différencient cependant clairement pour nous. L'apprentissage bénéficie de la possibilité de répéter des erreurs pour progressivement aller dans une direction favorable. Cette démarche n'est généralement pas acceptée pour de la commande si ce n'est dans le processus de synthèse. Les techniques évolutionnaires ou génétiques essayent de donner un minimum de directive pour atteindre l'objectif final afin de ne pas biaiser le résultat avec des aprioris humains [107]. La commande adaptative va au contraire imposer certaine contrainte. En particulier, la commande adaptative indirecte ajoute un biais supplémentaire en déterminant a priori la structure du modèle, la structure et la méthode de synthèse du correcteur.

#### Commande duale

La prise en compte de l'incertitude sur les paramètres estimés permet pour la commande adaptative directe d'appliquer des gains d'adaptation rapide sans que cela entraîne des commandes importantes qui pourraient saturer les actionneurs ou exciter des dynamiques non modélisées.

La commande duale adaptative est une approche stochastique de la commande adaptative. Elle a été développée dans les années soixante pour répondre aux problèmes que soulevaient



les correcteurs adaptatifs basés sur le principe d'équivalence certaine. Ce principe énonce que les paramètres estimés représentent exactement le système à contrôler. Feldbaum [56] fut le premier à proposer une solution sous cette forme. Il a mis en avant le double objectif du correcteur adaptatif : d'une part la commande doit être prudente quand le système est mal identifié et d'autre part le signal de commande doit contenir suffisamment d'information pour que l'identification puisse améliorer la connaissance du modèle. Le problème initial, formulé dans [56] ne peut pas être résolu analytiquement (sauf pour des systèmes triviaux) ou numériquement (temps de calcul irréaliste pour de la commande). Plusieurs méthodes ont été étudiées pour contourner cette difficulté. Une revue complète de ces méthodes est présentée dans [58]. On voit comment sous certaines hypothèses des lois adaptatives directes ou indirectes peuvent être étendues pour avoir certaines propriétés de dualité. Une de ces méthodes est l'approche dite bicritère. Un correcteur classique cherche à minimiser une fonction de coût pour assurer un objectif de contrôle sous certaines contraintes sur le signal de commande et les états. L'approche bicritère consiste à ajouter un second critère qui assure la minimisation de la variance de l'estimation des paramètres.

L'article [86] est une réponse récente au problème de commande duale. Il tire partie du cadre proposé par la programmation dynamique approchée. En introduisant un "hyperétat"  $\xi$  qui contient en plus des états du système les paramètres estimés et leurs covariances, la fonction valeur est approximée à l'aide des données échantillonnées. Le processus est initialisé à l'aide de données de simulation de différentes politiques de commande sous-optimales. Cela permet de couvrir intelligemment l'hyperétat. L'approximation de la fonction valeur prend ensuite en compte les régions de l'hyperétat dans lesquelles il y a le moins d'information. Bien que cette méthode demande moins de puissance de calcul que la programmation dynamique exacte, elle n'en est pas moins très coûteuse.

L'apprentissage actif est la capacité qui quantifie l'information disponible dans des observations et trouve un moyen d'optimiser le processus d'observation. L'information est la mesure de décroissance de l'incertitude après chaque observation.

### 1.5.5 Etude de stabilité

La discussion se place ici dans le contexte d'un système linéaire et de commande avec un correcteur linéaire. L'interaction de l'identification et de la loi de commande rend cependant la boucle fermée globale non-linéaire.

Les étapes de validation des schémas de commande adaptative sont multiples. Un certain nombre d'auteurs proposent des fonctions de Lyapunov adaptées à leur architecture qui vont servir à montrer la stabilité asymptotique ou, résultat moins fort, le caractère borné des états. Pour les schémas de commande adaptative indirecte linéaire, l'utilisation des outils d'analyse de robustesse LTI/LTV est possible. La boucle fermée est exprimée sous forme LFT avec deux types d'incertitudes : des incertitudes constantes et des incertitudes variants dans le temps (l'erreur d'estimation des paramètres). Le défaut de cette approche est son conservatisme car on suppose les bornes de l'erreur d'estimation fixes et identiques pendant tout le fonctionnement du système. Cette erreur d'estimation diminue en réalité dans le temps. Une bonne connaissance physique du système est nécessaire pour borner sur un intervalle raisonnable l'erreur d'estimation et rendre intéressante cette méthode de validation. Dans ce contexte, quel que soit le résultat de l'identification (dans les bornes fixées bien entendues) la boucle fermée est stable. Il serait intéressant de réduire le conservatisme en prenant en compte l'évolution des bornes de l'erreur d'estimation. De sorte qu'on puisse montrer la stabilité d'une configuration instable initialement soit malgré tout stable. On doit faire intervenir des notions de stabilité non-linéaires puisque l'on ne suppose plus

que la stabilité est forcément globale comme c'est le cas dans le domaine linéaire mais on cherche à caractériser la région de l'espace d'état autour du point d'équilibre qui est attractive.

Le formalisme Sum of Squares (SOS) permet d'étudier ces régions d'attraction (ROA) pour les systèmes polynomiaux. Ces méthodes requièrent de grande capacité de calcul qui augmentent rapidement avec le nombre de variables et le degré des polynômes. Dans la pratique, il faut se limiter à des systèmes d'ordre 10 et des polynômes d'ordre 5 [40].

Il faut donc trouver un moyen de mettre le schéma de commande adaptative sous la forme d'un système polynomial.  $\dot{x} = f(x, u)$  où  $f$  est un polynôme. Par un souci de simplicité dans un premier temps, la méthode d'identification choisie est l'algorithme NLMS. Dans cette méthode, la matrice de covariance ne change pas au cours du temps ce qui permet de ne pas avoir à rajouter ces coefficients dans l'espace d'états déjà augmenté des paramètres à identifier.

**Exemple** On considère le système du premier ordre suivant :

$$\dot{x} = ax + bu \quad (1.13)$$

L'algorithme d'identification NLMS s'écrit de la manière suivante :

$$\dot{\hat{\theta}} = -(\hat{\theta}^T \phi - \dot{x}) \Gamma \phi \frac{1}{1 + \kappa \phi^T \phi} \quad (1.14)$$

avec  $\phi = [x, u]$  le régresseur,  $\hat{\theta} = [\hat{a}, \hat{b}]$  les paramètres estimés. La variable  $\Gamma$  désigne une matrice carrée de dimension 2 et  $\kappa$  un réel qui servent tous deux de paramètres de réglage pour l'algorithme.

On souhaite obtenir en boucle fermée un comportement du premier ordre caractérisé par  $a_m$ . Le correcteur adaptatif prend la forme suivante :

$$u = \frac{1}{\hat{b}} ((a_m - a)x + r) \quad (1.15)$$

avec  $r$  le signal de référence. Le correcteur doit être polynomial pour pouvoir utiliser les outils de validation envisagés, on remplace donc  $\frac{1}{\hat{b}}$  par son développement au premier ordre autour de la valeur nominal  $b = 2$ . On obtient ainsi :

$$u = (0.5 - 0.25(\hat{b} - 2)) \cdot ((a_m - \hat{a})x + r) \quad (1.16)$$

Avec cette loi de commande si  $\hat{b} = 4$  ou  $\hat{a} = a_m$  le retour est coupé. La boucle fermée suit les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} &= \left[ a + b \cdot (1 - 0.25\hat{b}) \cdot (a_m - \hat{a}) \right] x \\ \dot{\hat{a}} &= -F(x, \theta, \hat{\theta}) \cdot \Gamma_1 x^2 \\ \dot{\hat{b}} &= -F(x, \theta, \hat{\theta}) \cdot \Gamma_2 (1 - 0.25\hat{b}) \cdot (a_m - \hat{a}) x^2 \end{cases} \quad (1.17)$$

$$F(x, \theta, \hat{\theta}) = \frac{(\hat{a} - a) + (\hat{b} - b)(1 - 0.25\hat{b})(a_m - \hat{a})}{1 + \kappa x^2 (1 + (1 - 0.25\hat{b})^2 (a_m - \hat{a})^2)} \quad (1.18)$$

Cette formulation pose un problème pour trouver un point d'équilibre. On choisit donc une formulation à partir des erreurs d'estimation :

$$e_a = \hat{a} - a, \quad e_b = \hat{b} - b \quad (1.19)$$

On définit un vecteur d'état augmenté  $\zeta^T = \begin{bmatrix} x & e_a & e_b \end{bmatrix}$  dont la dynamique est décrite par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} &= [a + b \cdot (1 - 0.25(b + e_b)) \cdot (a_m - a - e_a)] x \\ \dot{e}_a &= -F(\zeta) \cdot \Gamma_1 x^2 \\ \dot{e}_b &= -F(\zeta) \cdot \Gamma_2 (1 - 0.25(b + e_b)) \cdot (a_m - a - e_a) x^2 \end{cases} \quad (1.20)$$

$$F(\zeta) = \frac{e_a + e_b(1 - 0.25(b + e_b))(a_m - a - e_a)}{1 + \kappa x^2(1 + (1 - 0.25(b + e_b))^2(a_m - a - e_a)^2)} \quad (1.21)$$

Les erreurs d'identification  $e_a$  et  $e_b$  ne converge pas nécessairement vers 0. La partie erreur d'identification du vecteur d'état augmenté empêche donc de rechercher la stabilité asymptotique. Lorsque l'on cherche une fonction de Lyapunov  $V(\zeta)$  pour ce système augmenté, on ne s'attend donc pas à ce que  $\dot{V}$  soit strictement inférieur à 0.

Le système n'est pas a priori polynomial et ne rentre pas directement dans le contexte d'analyse que l'on souhaite utiliser. Cependant si l'on note :

$$F(\zeta) = \frac{N(\zeta)}{D(\zeta)}$$

On remarque que le dénominateur  $D(\zeta)$  est toujours positif, de sorte que la condition de négativité du gradient de la fonction de Lyapunov le long des trajectoires du système peut être remplacée par :

$$\nabla V f(\zeta) \leq 0 \iff \nabla V f(\zeta) D(\zeta) \leq 0 \quad (1.22)$$

Cette nouvelle condition peut être vérifiée par l'appartenance à l'ensemble des polynômes SOS.

Toujours dans un objectif de simplicité pour comprendre le mécanisme de stabilité du schéma,  $\kappa$  est choisi nul de sorte que le système soit polynomial.

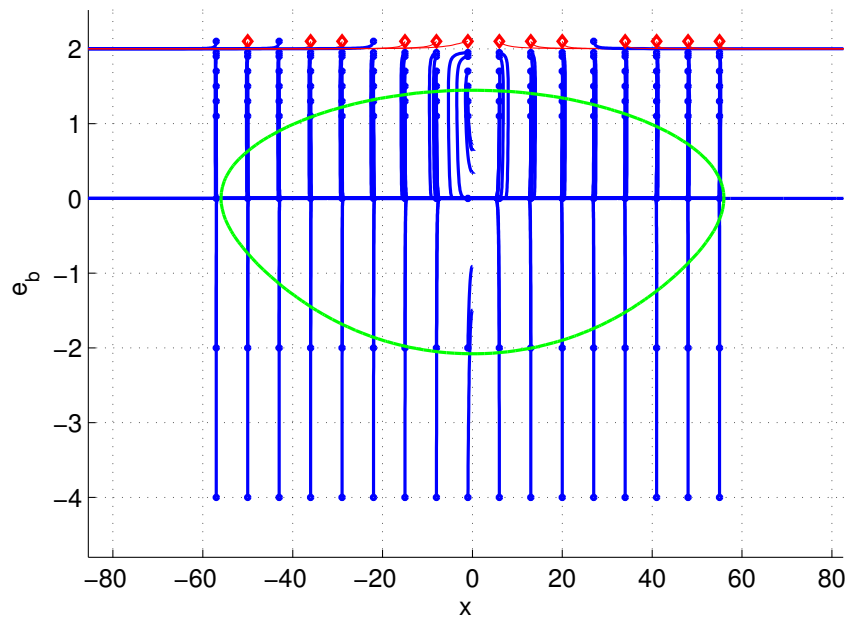
On commence par étudier l'ensemble des points d'équilibre du système. On constate facilement que si  $x$  vaut 0, toutes valeurs de  $e_a$  et  $e_b$ , constituent des points d'équilibre. C'est cet ensemble de points d'équilibre que l'on souhaite caractériser. N'étudier que le point d'équilibre  $[0, 0, 0]$  sera conservatif. On pourra caractériser successivement les points à l'intersection de la région d'attraction déterminée et de l'ensemble des points d'équilibre. La région d'attraction pour l'ensemble des points d'équilibre sera l'union des régions d'attractions trouvées dans les études successives.

On réduit encore l'étude à la recherche d'un seul paramètre. Le vecteur d'état augmenté se réduit à  $\zeta^T = \begin{bmatrix} x & e_b \end{bmatrix}$ . Le système suit la dynamique suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} &= [a + b \cdot (1 - 0.25(b + e_b)) \cdot (a_m - a)] x \\ \dot{e}_b &= -F(\zeta) \cdot \Gamma_2 (1 - 0.25(b + e_b)) \cdot (a_m - a) x^2 \end{cases} \quad (1.23)$$

$$F(\zeta) = \frac{e_b(1 - 0.25(b + e_b))(a_m - a)}{1 + \kappa x^2(1 + (1 - 0.25(b + e_b))^2(a_m - a)^2)} \quad (1.24)$$

La Figure 1.15 illustre dans le plan de phase les trajectoires du système pour différentes conditions initiales. On constate que le système possède une droite de points d'équilibre définie par  $\{x = 0, e_b \in \mathbb{R}\}$ . Cette figure suggère que l'ensemble du plan défini par  $\{(x, e_b) \in \mathbb{R}^2, e_b < -2\}$  constitue une région d'attraction pour l'ensemble des points d'équilibre. Une analyse SOS permet


 FIGURE 1.15 – Plan de phase pour  $a = 1, b = 2, a_m = -2, \Gamma = 20$  et  $\kappa = 0$ 

d'obtenir une estimation de la région d'attraction associée à l'origine. La limite de la région est tracée en vert sur la Figure 1.15. Cette estimation fournit une information intéressante mais le résultat reste très conservatif même pour un système simple.

La commande adaptative devrait permettre de stabiliser un système dont l'erreur initiale sur la connaissance du système peut être grande. L'erreur initiale est éventuellement assez grande pour que le correcteur initial n'assure même pas la stabilité de la boucle fermée. Les techniques d'analyse classique ( $\mu$ , LPV, IQC,...) ne permettent pas l'étude de tels cas puisque l'ensemble des systèmes incertains peut contenir des systèmes instables.

On propose d'étudier une autre approche pour laquelle on introduit  $\epsilon$  qui représente une borne supérieure de l'erreur d'estimation. On suppose d'une part qu'elle converge vers zéro et d'autre part qu'on est capable de majorer son temps de convergence. La dynamique du premier ordre de  $\epsilon$  définit une enveloppe dans laquelle l'erreur d'estimation se situe. On suppose que l'on peut mettre le système complet sous forme affine :

$$\begin{cases} \dot{x} &= A(\epsilon)x \\ \dot{\epsilon} &= -\lambda\epsilon \end{cases}, \text{ avec } A(\epsilon) = A_0 + \epsilon A_1 \quad (1.25)$$

On propose d'étudier la stabilité de ce système grâce à une fonction de Lyapunov polynomial en  $\epsilon$ .

$$P(\epsilon) = P_0 + \epsilon P_1 + \epsilon^2 P_2 + \dots \quad (1.26)$$

Cette fonction de Lyapunov doit vérifier à tout instant les inégalités suivantes :

$$\begin{cases} P(\epsilon) > 0 \\ A(\epsilon)^T P(\epsilon) + P(\epsilon) A(\epsilon) - \lambda \epsilon P'(\epsilon) < 0 \end{cases} \quad (1.27)$$

$P'(\epsilon)$  est la dérivée de la fonction de Lyapunov par rapport à  $\epsilon$ . Pour trouver les  $P_i$  permettant de vérifier cette inégalité, on tire parti du fait que l'on connaisse la trajectoire temporelle de  $\epsilon$ . On

choisit donc un ensemble d'instant  $t_i$  auxquels on vérifie les inégalités avec  $\epsilon(t_i) = \epsilon(0) \exp^{-\lambda t_i}$ . Il faut par la suite vérifier que l'égalité est vérifiée dans tous les intervalles, cependant on se contente, dans un premier temps, de prendre un maillage temporel serré.

Si l'on applique cette méthode sur le système du second ordre suivant :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \epsilon - 2 \end{bmatrix} x \quad (1.28)$$

Ce système serait instable si  $\epsilon$  ne variait pas dans le temps et était supérieur à 2. Il est cependant stable pour toute valeur de  $\epsilon(0)$  si  $\lambda > 0$ . En suivant l'approche mentionnée plus haut pour étudier la stabilité du système, à  $\lambda$  fixé, on est contraint d'augmenter fortement l'ordre du système pour obtenir un domaine de stabilité au delà de  $\epsilon(0) > 3$ . Plus on augmente  $\epsilon(0)$ , plus on doit augmenter l'ordre de la fonction de Lyapunov pour trouver une solution au problème. Si on fixe l'ordre de la fonction de Lyapunov, en augmentant  $\lambda$  on finit par trouver une solution. Ces deux constats mettent en exergue l'opposition entre les deux termes de la condition :

$$A(\epsilon)^T P(\epsilon) + P(\epsilon) A(\epsilon) - \lambda \epsilon P'(\epsilon) < 0 \quad (1.29)$$

Pour  $\epsilon(0) > 2$ , la première partie  $A(\epsilon)^T P(\epsilon) + P(\epsilon) A(\epsilon)$  n'est pas négative puisque le système est instable pour cette valeur de  $\epsilon$ . C'est donc la seconde partie  $-\lambda \epsilon P'(\epsilon)$  qui doit rendre l'ensemble négatif, ce qui est facilité si  $\lambda$  est plus grand ou  $P'(\epsilon(0))$  grand dans une direction en même temps que  $P(\epsilon(0))$  est relativement plus faible. Avec une fonction de Lyapunov de la forme  $V(x) = x^T P(\epsilon)x$ , on perd la possibilité d'avoir de rendre la dérivée négative indépendamment de  $x$  comme le ferait la fonction choisi pour le schéma MRAC. Intégrer un terme en  $\epsilon$  pour obtenir  $V(x, \epsilon) = x^T P(\epsilon)x + \epsilon^T \epsilon$  permettrait peut être de résoudre le problème mais on ne peut plus chercher  $P$  avec les solveurs LMI. L'intérêt de l'approche LMI est de pouvoir étendre l'étude de stabilité à une étude de performance importante pour comprendre les propriétés transitoires du schéma adaptatif.

Dans cette approche on découple la vitesse de convergence de l'état du système. La dépendance  $\lambda(x)$  varie selon la méthode d'estimation. En prenant l'exemple du NLMS,  $\lambda(x)$  sera de la forme  $x^2/(1+x^2)$ . Cela fait justement augmenter  $\lambda$  lorsque  $x$  est grand (Figure 1.16). On comprend qu'il est difficile, dans l'analyse de la commande adaptative, de rendre indépendante la vitesse de convergence de l'erreur d'estimation et l'état du système. L'étude basée sur une formulation LMI d'un problème de stabilité LPV proposée dans [156] rompt aussi cette dépendance.

### 1.5.6 Conclusions

L'examen de la thématique de la commande adaptative fait état d'un domaine très vaste dont aucune approche ne se détache vraiment. Si l'adaptation directe est attractive pour ses méthodes sans détours, où seul le correcteur est optimisé. Il est souvent difficile de distinguer une démarche physique dans le réglage des paramètres de cette méthode. Elles nécessitent de raisonner sur les paramètres du correcteur plutôt que sur les capacités du systèmes. On préférera l'approche indirecte en premier lieu parce qu'elle nous permet de mieux connaître le système. En second lieu, parce qu'en séparant le processus en deux étapes, il est plus facile de définir les exigences de la boucle fermée. Les contraintes liées aux performances de la boucle fermée apparaissent clairement dans l'étape de synthèse. De plus, l'identification en ligne permet de déterminer des paramètres physiques dont l'analyse préalable du système permet de calculer des intervalles d'évolutions. L'intégration de la connaissance a priori tant pour l'identification en ligne et que la synthèse

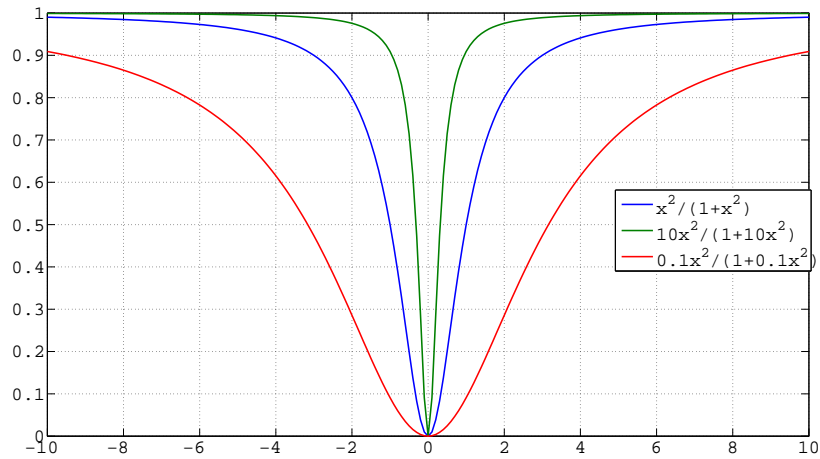


FIGURE 1.16 –  $\lambda(x)$  pour différents réglages du NLMS

s'avère naturelle dans le schéma indirect. Une telle approche sera appliquée pour la commande d'un système non-linéaire dont nous considérerons une modélisation linéaire variant dans le temps et à une famille de systèmes à paramètres fixes.

## 2 Modélisation des systèmes de drones

Un système de drone est l'ensemble des éléments permettant le vol d'un aéronef sans pilote. Il est donc constitué de la cellule de l'aéronef mais aussi de la station sol, des systèmes de communication et de positionnement. Ce chapitre est consacré à la description des systèmes utilisées pour la mise en oeuvre des drones, mais surtout à la modélisation physique des drones utilisés. Deux types d'aéronefs sont employés pour expérimenter la mise oeuvre de méthodes adaptatives : un quadrirotor et un drone hybride. Les différents prototypes partagent des éléments physiques communs qu'ils convient de décrire une seule fois. Un modèle de chaque aéronef est ensuite détaillé. L'objectif de la modélisation présentée n'est pas d'atteindre un niveau de finesse extrême mais de dégager les principaux phénomènes physiques qui régissent le comportement des drones. Cela facilite le choix de paramètres pertinents à estimer pour la commande adaptative et met en valeur les dynamiques auxquelles le correcteur doit être robuste. Les figures 2.1 et 2.2 présentent des schémas blocs pour respectivement le quadrirotor et le drone hybride. Elles réfèrent également aux sections qui décrivent chacun des éléments du système.

### 2.1 Architecture du système embarqué

#### 2.1.1 Architecture matérielle

Il y a encore peu de temps le système embarqué conférant au drone son autonomie prenait une part considérable du bilan de masse. Le développement des technologies MEMS et des processeurs à basse consommation, lié notamment à l'essor des smartphones, permet maintenant au système embarqué d'occuper une place plus modeste dans le bilan de masse. La configuration du véhicule qui était régie par ces éléments devient progressivement plus libre. Les drones présentés par la suite et utilisés dans les expérimentations partagent un même système embarqué que nous tâchons de décrire dans cette section. Le schéma présenté sur la Figure 2.3 donne un aperçu des composants du système. Le système s'appuie sur une carte développée au laboratoire DMIA de l'ISAE qui est basée sur un microcontrôleur ARM7. La carte comporte les interfaces indispensables pour la connexion de capteurs ou actionneurs externes et intègre directement les capteurs essentiels à l'estimation de l'attitude du drone. On trouve donc sur la carte des accéléromètres, des gyroscopes et des magnétomètres capables de mesurer sur les trois axes respectivement les accélérations, les vitesses angulaires et les champs magnétiques. La section revient sur ces capteurs et la méthode d'estimation de l'attitude. Un sonar est utilisé pour obtenir la hauteur par rapport au sol. Son fonctionnement dépend fortement de la surface sur laquelle les ondes sonores se réfléchissent et la structure de l'environnement dans lequel il est utilisé. Dans un gymnase, donc une pièce dégagée très haute de plafond au sol uniforme, le capteur donne une mesure correcte jusqu'à 5m. Un baromètre permet également de mesurer l'altitude par le biais de la mesure de la pression statique. Cette information est indépendante du sol mais varie avec la température. De plus, la mesure est moins précise et a une bande passante plus faible. La carte dispose d'une liaison série sans-fil grâce à un modem XBee. Cette liaison est utilisée pour piloter le système depuis la station sol. La carte est en effet en charge des tâches de bas niveau à savoir la machine à état du drone, la lecture des données des capteurs, l'estimation d'attitude, le calcul des lois de pilotages et la transmission des ordres aux actionneurs. Elle travaille à un cycle de base de

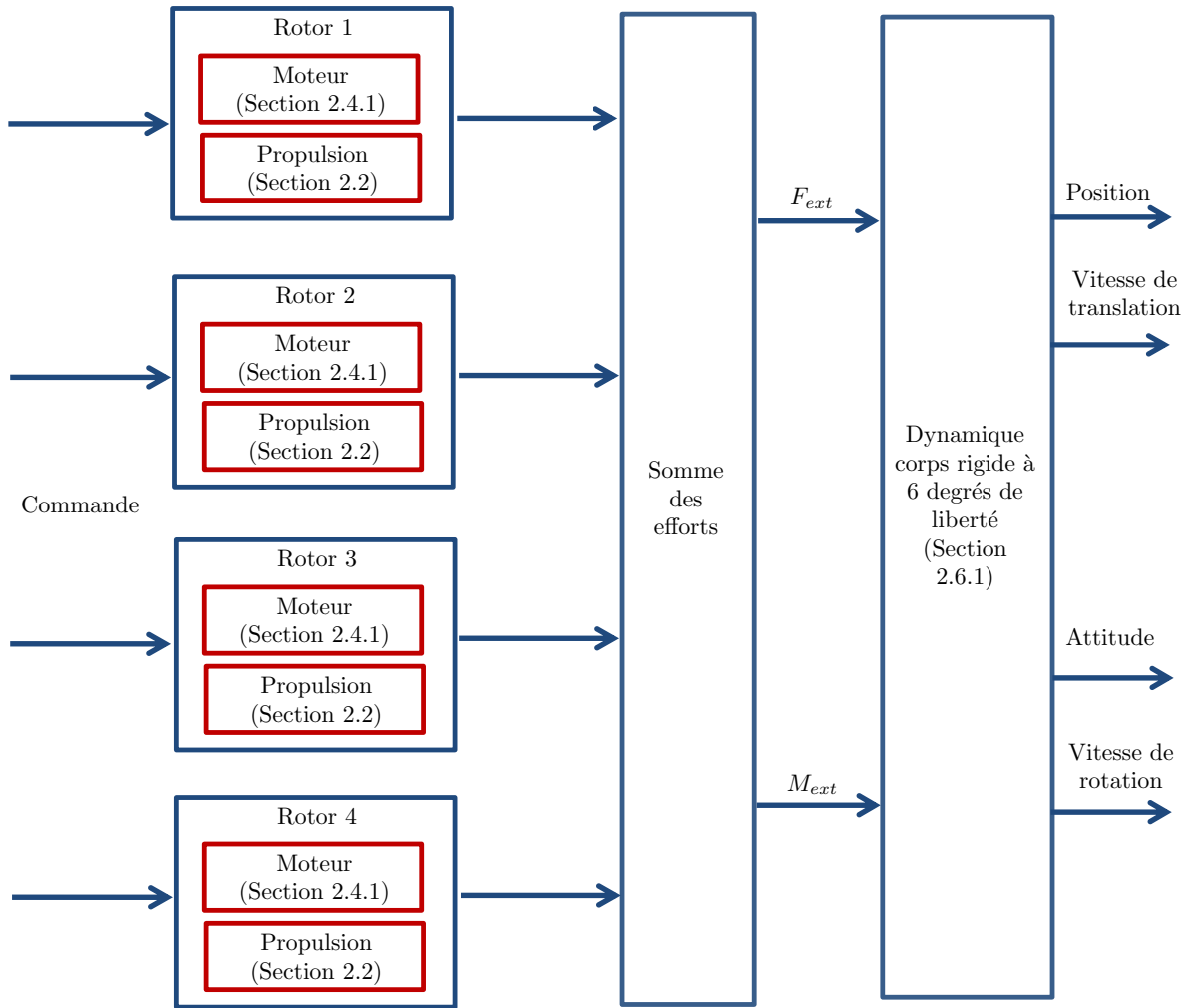


FIGURE 2.1 – Schéma Blocs pour le quadrirotor

10 *ms*. Les capacités de calcul du microcontrôleur ne permettent pas d'envisager d'augmenter la complexité ou le nombre de tâches qui lui sont allouées. A titre indicatif l'algorithme d'estimation d'attitude utilisé (voir section 2.5.2) qui ne requiert pas d'opérations mathématiques particulièrement complexes (aucune opération matricielle) nécessite 2.4 *ms* de calculs sur le cycle de 10 *ms*. Une deuxième unité de calcul est donc utilisée pour toutes les autres opérations. Il s'agit d'un Gumstix Overo Fire basé sur un ARM Cortex A8 cadencé à 720 Mhz et disposant de 512 Mo de RAM. Le gain de performance en terme de calcul s'illustre par les temps de calcul de l'algorithme d'identification décrit dans la section 3.2. Un programme identique prend 3.4 *ms* sur le microcontrôleur tandis qu'il ne prend que 0.2 *ms* sur le Gumstix. Le Gumstix communique avec la carte Ultimate à l'aide d'une liaison série ce qui leur permet d'échanger les mesures des capteurs et d'autres paramètres sur l'état du système nécessaires aux calculs. Une liaison Wifi avec la station sol permet de transmettre un plus grand volume de données à 100 Hz qu'une liaison série ne le permettrait.

Toutes les expérimentations décrites dans les sections suivantes sont effectuées dans un environnement intérieur. Le drone est piloté à partir d'une interface MATLAB Simulink temps réel commandée à l'aide d'un joystick. Les paramètres essentiels tels que le mode en fonction



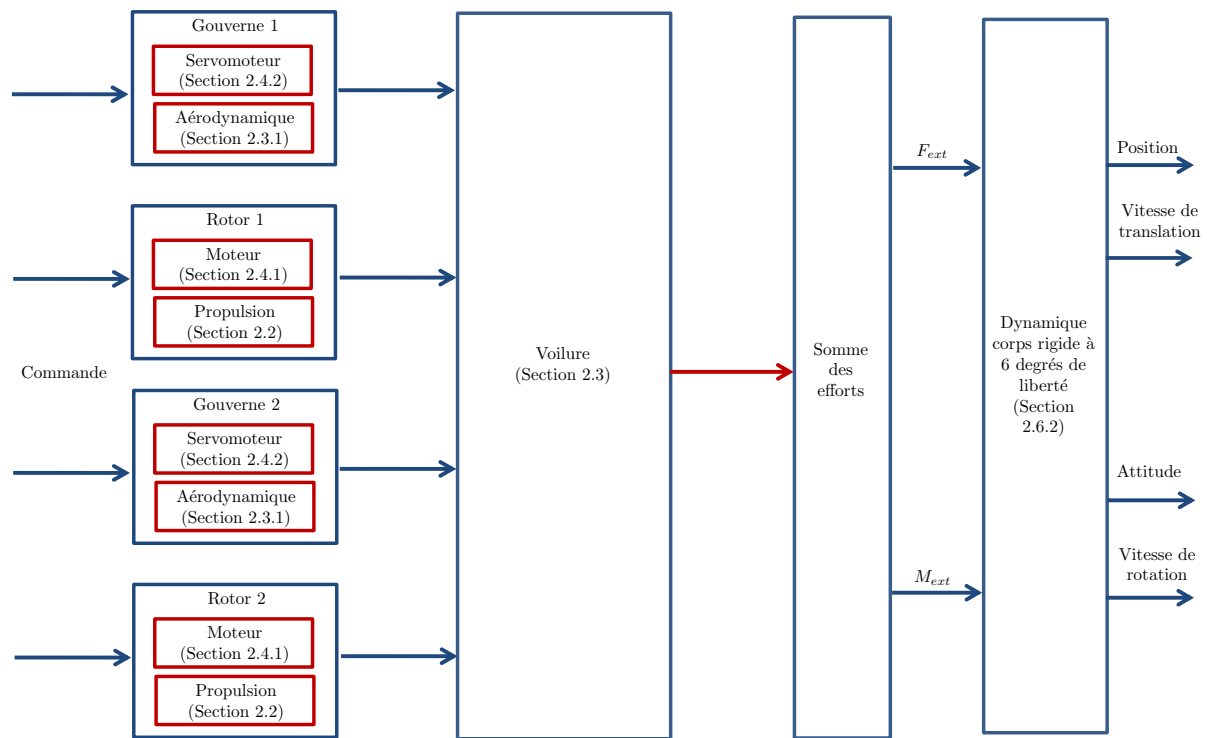


FIGURE 2.2 – Schéma Blocs pour le drone hybride

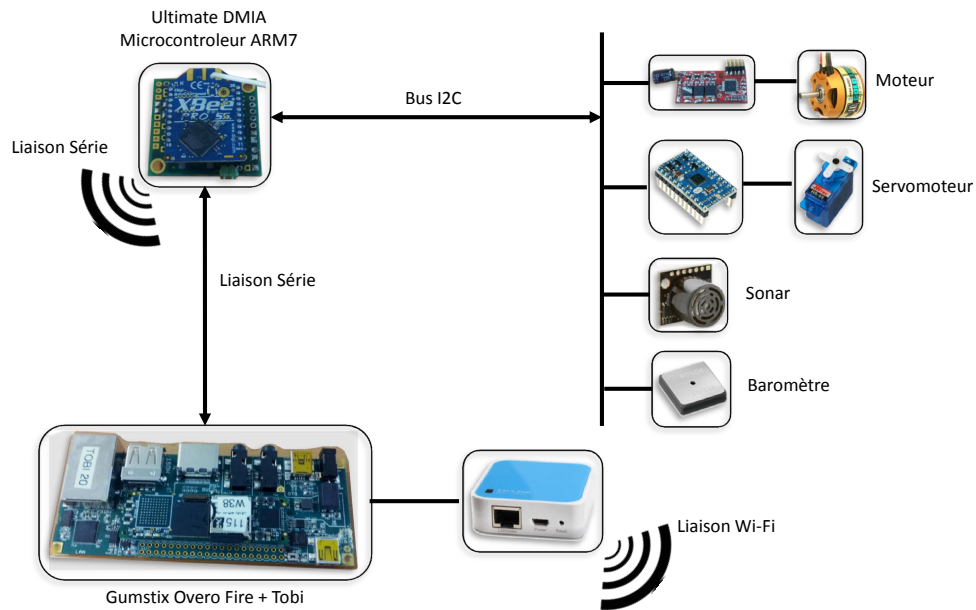


FIGURE 2.3 – Système Embarqué

l'attitude ou l'altitude  $y$  sont affichées.

### 2.1.2 Architecture Logicielle

D'un point de vue logiciel, les tâches bas niveau indispensables au vol du drone sont implémentées sur le microcontrôleur. Ces tâches comprennent l'acquisition des capteurs, la communication avec les moteurs et autres actionneurs, la gestion des états du drone, l'estimation d'attitude et les lois de stabilisation. Pour les lois de stabilisation on tire profit des capacités de génération de code de MATLAB. Les deux plateformes sont programmées en langages C++. Dans les simulations Simulink, le correcteur est directement implémenté comme une fonction discrète mise à jour au temps d'échantillonnage du microcontrôleur. De cette façon la génération de code issu de cette fonction est plus sûre, on maîtrise l'étape de discrétisation. Comme ils sont séparés conceptuellement et physiquement, l'estimation de paramètres et le correcteur le sont aussi dans le logiciel. Les informations des capteurs sont transmises au processeur par liaison série, puis les paramètres identifiés sont renvoyés par cette même liaison série pour servir à la mise à jour du correcteur. On introduit ainsi du retard dans la mise à jour du correcteur mais l'estimation de paramètre n'est pas affectée. Malgré le retard, toutes les mesures sont synchronisées pour ne pas pénaliser l'identification. Le processus de génération a été automatisé à un niveau supérieur, ce qui permet à partir de certaines caractéristiques du drone de générer un modèle approché et d'obtenir les coefficients du modèle linéarisé qui serviront à initialiser l'identification. Le code pour chaque estimateur et correcteur est ensuite généré. Il n'y a enfin plus qu'à les intégrer dans le reste du programme en connectant convenablement leurs entrées et sorties : affecter les mesures des capteurs, transmettre les paramètres et donner les ordres moteurs.

## 2.2 Système Propulsif

La propulsion des micro-drones est à l'heure actuelle quasi exclusivement assurée par un couple moteur électrique sans balai (brushless) et d'une hélice.

Dans cette section, il s'agit de modéliser les efforts aérodynamiques générés par l'hélice en rotation. Pour cela, les principes de la théorie de l'aérodynamique des hélicoptères sont rappelés [118, 87].

La théorie de l'élément de pale (Blade Element Theory, BET) est associée à la théorie de Froude pour obtenir une expression analytique des forces et des moments appliqués au centre de l'hélice. Ces expressions analytiques sont paramétrées par les caractéristiques géométriques (corde, profils, diamètre, ...) et physiques (rigidité, masse, ...) de l'hélice. Après un rappel des grandes lignes de cette théorie, une synthèse des expressions des efforts aérodynamiques appliqués à une hélice est présentée.

Une hélice de drone est similaire à un rotor d'hélicoptère sans articulation. La plupart des modèles sont composés de deux ou trois pales. Le principe de la théorie de l'élément de pale est de découper chaque pale en partie élémentaire étudiée ensuite comme un profil bidimensionnel. A partir d'une expression simple des efforts sur un profil, les efforts appliqués à chaque élément sont sommés sur l'ensemble de la pale.

Les efforts qui s'exercent sur un corps rigide, de forme et d'orientation données, plongé dans un écoulement libre d'air sont proportionnels au produit de la masse volumique du fluide  $\rho$ , du carré de la vitesse de l'air  $U^2$  et d'une surface  $S$  caractéristique du corps [84]. En se plaçant dans

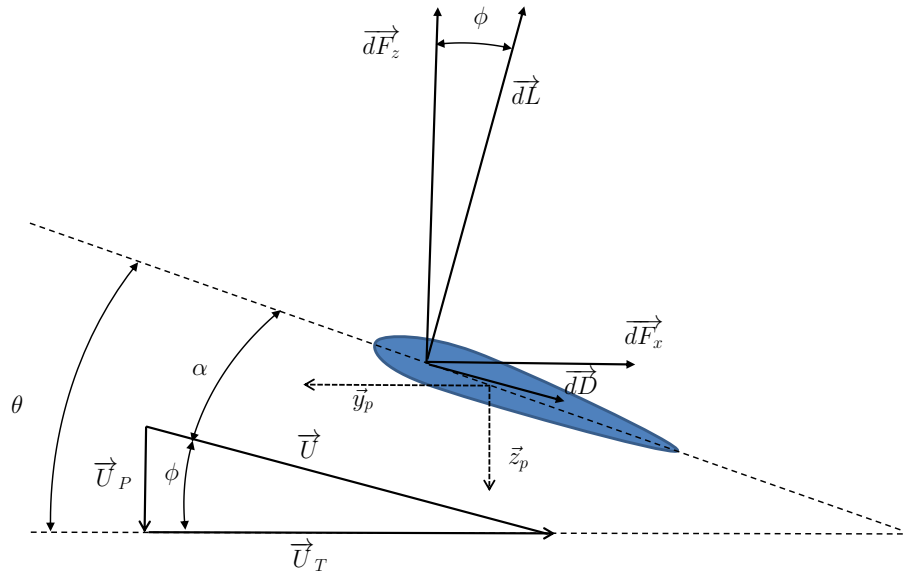


FIGURE 2.4 – Profil d'un élément de pale

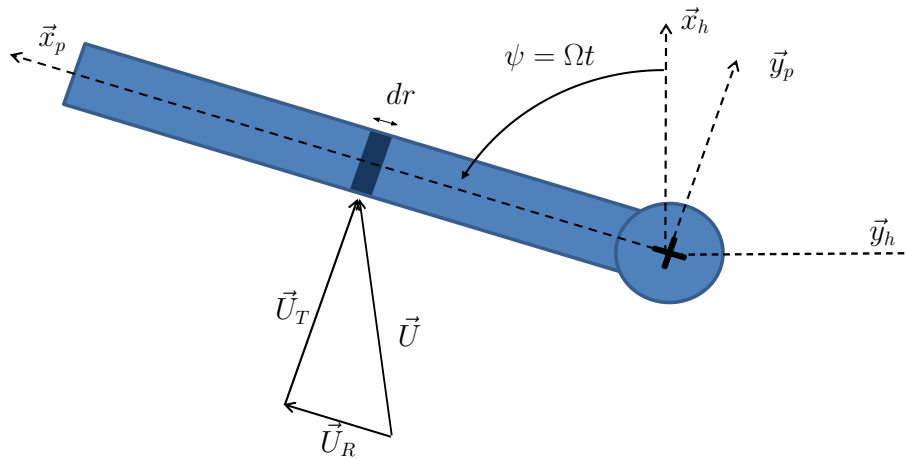


FIGURE 2.5 – Pale vue de dessus. Mise en valeur d'un élément de pale en bleu foncé

le repère aérodynamique, la portance et la trainée s'expriment de la façon suivante :

$$dL = \frac{1}{2} \rho S U^2 C_L$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho S U^2 C_D$$

où  $C_L$  et  $C_D$  désignent respectivement le coefficient de portance et de trainée. Ils dépendent tous les deux de l'incidence  $\alpha$  et leur modélisation classique pour des incidences modérées est la suivante :

$$C_L = C_{L\alpha} \alpha(r)$$

$$C_D = C_{D_0} + C_{D\alpha} \alpha(r)^2$$

La variable  $r$  représente l'abscisse de l'élément de pale selon l'axe  $\vec{x}_p$  et  $dr$  est une grandeur infinitésimale représentant sa largeur. La Figure 2.5 montre une pale vue du dessus, l'élément de

pale y est représenté en bleu foncé. La Figure 2.4 représente la section de la pale et explicite la décomposition de la vitesse aérodynamique  $\vec{U}$  utilisé dans les deux expressions. Les coefficients  $C_{L_\alpha}$ ,  $C_{D_0}$  et  $C_{D_\alpha}$  sont des coefficients caractéristiques du profil de la section de la pale. La surface est définie grâce à la longueur de la section de pale que l'on nomme la corde  $c_p$ . Avec  $S = c_p dr$ , on peut exprimer la portance et la traînée sur un élément de pale de la manière suivante :

$$dL = \frac{1}{2} \rho S C_{L_\alpha} \alpha(r) U(r)^2 c_p dr \quad (2.1)$$

$$dD = \frac{1}{2} \rho (C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha(r)^2) U(r)^2 c_p dr \quad (2.2)$$

Ces efforts aérodynamiques sur les pales génèrent la poussée essentielle au drone mais vont aussi déformer les pales. Cette déformation modifie à son tour les efforts, ce qui crée un couplage aéro-structurel appelé battement des pales (blade flapping). En vol d'avancement, ce couplage dynamique est davantage excité par la dissymétrie des vitesses aérodynamiques vues par la pale au cours d'une rotation. En effet, une pale qui avance dans le sens de la vitesse aérodynamique voit une vitesse aérodynamique moindre qu'une pale évoluant dans l'autre sens. On nomme pale avançante la première et pale reculante la seconde.

Le calcul analytique détaillé de ce couplage n'est pas possible et dépasse les objectifs de notre modélisation. Pour permettre un calcul analytique, une pale est considérée comme rigide et attachée au moyeu par une liaison ressort.

La trajectoire des extrémités des pales définit le disque rotor. On désigne par  $\beta$  l'angle de battement défini entre le disque rotor et la pale (Figure 2.6). Avant de détailler cette dynamique,

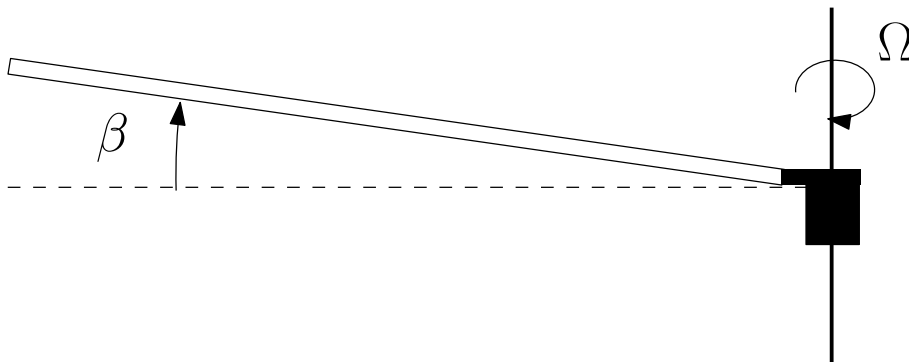


FIGURE 2.6 – Pale vue de profil. Définition de l'angle de battement  $\beta$

on introduit le repère  $\mathcal{R}_{hw}$  qui est fixe, lié au centre de l'hélice et orienté dans le sens de la vitesse aérodynamique. Dans ce repère, la vitesse aérodynamique est purement longitudinale. Les variables associées à ce repère sont notées avec l'indice  $hw$ . On suppose l'hélice composée de  $N_b$  pales. L'indice  $i$  permet de désigner  $i$ -ème pale d'une hélice,  $\beta_i$  représente donc l'angle de battement de la  $i$ -ème pale. La dynamique de battement de la pale est obtenue en sommant le long de la pale les efforts aérodynamiques, la force centrifuge due à la rotation de la pale et la force de rappel du ressort par laquelle est modélisée la flexibilité de la pale. L'équation différentielle qui régit l'évolution du battement  $\beta_i$  de la  $i$ -ème pale est la suivante :

$$\int_0^R r (f_z - m_p a_{z_b}) dr + K_\beta \beta_i = 0 \quad (2.3)$$

avec

$$a_{z_b} = r \left( 2\Omega_i(p_{hw} \cos \psi_i - q_{hw} \sin \psi_i) + (\dot{q}_{hw} \cos \psi_i + \dot{p}_{hw} \sin \psi_i) - \Omega_i^2 \beta_i - \ddot{\beta}_i \right) \quad (2.4)$$

$$f_z = -dL \cos \phi - dD \sin \phi \approx -dL - dD \phi \quad (2.5)$$

où  $a_{z_b}$  désigne l'accélération verticale au niveau d'un élément de pale à une distance  $r$  du centre,  $K_\beta$  est la constante de raideur du rotor (la valeur de  $0.23 \text{ N.m.rad}^{-1}$  est mesurée par [70] pour un quadrirotor) et  $f_z$  la force verticale. Pour caractériser les propriétés mécaniques de la pale, deux paramètres adimensionnés sont définis, le nombre de Lock  $\gamma$  et le rapport de fréquence de battement  $\lambda_\beta$  :

$$\gamma = \frac{\rho c_p C_{L\alpha} R^4}{I_\beta}, \quad \lambda_\beta = \sqrt{1 + \frac{K_\beta}{I_\beta \Omega^2}}, \quad I_\beta = \int_0^R m_p r^2 dr \quad (2.6)$$

où  $I_\beta$  représente le moment d'inertie de la pale. Enfin, on suppose que le calage de la pale  $\theta$  suit une loi de vrillage linéaire paramétré par le calage constant  $\theta_0$  et la pente du vrillage  $\theta_{tw}$  :

$$\theta = \theta_0 + \theta_{tw} \cdot \frac{r}{R} \quad (2.7)$$

Les termes d'accélération transverses ( $\dot{p}_{hw}$ ,  $\dot{q}_{hw}$ ) et d'accélération de Coriolis ( $p_{hw}$ ,  $q_{hw}$ ) de l'équation (2.4) sont négligés. Dans la suite, les vitesses sont normalisées par la vitesse en bout de pale ( $\Omega R$ ) et les vitesses angulaire par la vitesse du rotor ( $\Omega$ ). On introduit ainsi les paramètres d'avancement  $\mu = U/(\Omega R)$  et  $\mu_z = U_P/(\Omega R)$  ainsi que  $\bar{p}_{hw} = p_{hw}/\Omega$  et  $\bar{q}_{hw} = q_{hw}/\Omega$ . La vitesse induite normalisée ou coefficient de flux induit  $\lambda$  est décomposée comme expliqué ultérieurement dans l'équation (2.32). La dérivation par rapport à  $\psi_i = \Omega_i t$  est notée ' ce qui permet de développer l'équation différentielle de la manière suivante :

$$\begin{aligned} & \beta_i'' + f_{\beta'} \gamma \beta_i' + (\lambda_\beta^2 + \gamma \mu \cos \psi_i f_\beta) \beta_i = \\ & 2(\bar{p}_{hw} + \bar{q}'_{hw}/2) \cos \psi_i - 2(\bar{q}_{hw} - \bar{q}'_{hw}/2) \sin \psi_i \\ & + \gamma (f_{\theta_0} \theta_0 + f_{\theta_{tw}} \theta_{tw} + f_\lambda (\mu_z - \lambda_0) + f_\omega (\bar{p}_{hw} \sin \psi_i + \bar{q}_{hw} \cos \psi_i - \lambda_1)) \end{aligned} \quad (2.8)$$

avec :

$$f_{\beta'} = (1 + 4/3 \mu \sin \psi_i)/8 \quad (2.9)$$

$$f_\beta = f_\lambda = (4/3 + 2\mu \sin \psi_i)/8 \quad (2.10)$$

$$f_{\theta_p} = (1 + 8/3 \mu \sin \psi_i + 2\mu^2 \sin^2 \psi_i)/8 \quad (2.11)$$

$$f_{\theta_{tw}} = (4/5 + 2\mu \sin \psi_i + 4/3 \mu^2 \sin^2 \psi_i)/8 \quad (2.12)$$

$$f_\omega = (1 + 4/3 \mu \sin \psi_i)/8 \quad (2.13)$$

La résolution de cette équation n'est possible que numériquement ou en se fixant une forme particulière pour la solution. Dans ce cas, une solution périodique exprimée sous forme de série de Fourier est particulièrement adaptée.

L'angle de déformation de la pale est ainsi exprimé de la manière suivante :

$$\beta_i = \beta_0 + \beta_{1s} \sin \psi_i + \beta_{1c} \cos \psi_i + \sum_{n=2}^{\infty} (\beta_{ns} \sin n\psi_i + \beta_{nc} \cos n\psi_i) \quad (2.14)$$

où  $\beta_0$ ,  $\beta_{1s}$  et  $\beta_{1c}$  représente respectivement l'angle de conicité, l'angle de battement longitudinal et l'angle de battement latéral. En substituant la série dans l'équation différentielle (2.8), on peut

résoudre une simple équation linéaire pour obtenir les différents coefficients. On ne s'intéressera qu'aux coefficients jusqu'au premier harmonique.

Un formulation alternative est utilisée dans [118] que l'on pourra employer quand le nombre de pales  $N_b$  est supérieur à 3. Pour décrire le mouvement de la dynamique des pales dans un repère fixe et non un repère tournant attaché à chaque pale, les coordonnées multi-pale (Multi-Blade Coordinates, MBC) sont introduites. Ce repère permet aussi de comprendre plus facilement l'influence des perturbations fixes sur la dynamique des pales comme le vent.

$$\beta_0 = \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \beta_i, \beta_{0d} = \frac{1}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \beta_i (-1)^i, \beta_{jc} = \frac{2}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \beta_i \cos(j\psi_i), \beta_{js} = \frac{2}{N_b} \sum_{i=1}^{N_b} \beta_i \sin(j\psi_i) \quad (2.15)$$

On note  $\beta_0$  l'angle de conicité comme dans le développement en harmoniques,  $\beta_{0d}$  est l'angle de conicité différentiel,  $\beta_{jc}$  et  $\beta_{js}$  sont les différentes composantes de battement longitudinal et latéral. L'angle de conicité différentiel n'existe que lorsqu'il y a un nombre pair de pales. Ces relations sont exactes et forment un changement de repère, non une approximation. Pour que ces relations soient inversibles et permettent le passage d'un repère à un autre, on a  $j \in \llbracket 1, \frac{N_b-2}{2} \rrbracket$  si  $N_b$  est pair et  $j \in \llbracket 1, \frac{N_b-1}{2} \rrbracket$  si  $N_b$  est impair. On note  $L_\beta$  la matrice de changement de repère entre  $\beta_I$  le vecteur qui contient les angles de battement individuels de chaque pale et  $\beta_M$  les angles que l'on vient de définir.

$$\beta_I = L_\beta \beta_M \quad (2.16)$$

L'équation différentielle (2.8) est mise sous forme vectorielle :

$$\beta_I'' + C_I \beta_I' + D_I \beta_I = H_I \quad (2.17)$$

Cette équation est ensuite passée dans le repère MBC :

$$\beta_M'' + C_M \beta_M' + D_M \beta_M = H_M \quad (2.18)$$

avec :

$$\begin{aligned} C_M &= L_\beta^{-1} (C_I L_\beta + 2L_\beta') \\ D_M &= L_\beta^{-1} (L_\beta'' + C_I L_\beta' + D_I L_\beta) \\ H_M &= L_\beta^{-1} H_I \end{aligned} \quad (2.19)$$

La dynamique de battement est maintenant décrite dans des coordonnées fixes sans approximation. Il ne faut donc pas confondre les éléments de  $\beta_M$  avec les coefficients de Fourier (bien qu'on les retrouve une fois que les harmoniques supérieures sont ignorées).

La solution quasi-statique est choisie :

$$\beta_M = D_{M0}^{-1} H_{M0} \quad (2.20)$$

où  $D_{M0}$ ,  $H_{M0}$  sont les moyennes sur une période de rotation de  $D_M$ ,  $H_M$ . Cette approximation est trop forte pour un rotor comprenant seulement deux pales, on préférera la solution du développement en série de Fourier.

Les deux derniers coefficients ( $\beta_{1s}$  et  $\beta_{1c}$ ) permettent de caractériser comment le disque rotor s'incline et donc dans quelle direction la poussée du rotor est orientée. La solution quasi stationnaire prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{bmatrix} = A_{\beta_\theta}(\mu) \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_{tw} \end{bmatrix} + A_{\beta_\lambda}(\mu) \begin{bmatrix} \mu_z \lambda_0 \\ \lambda_{1c} \\ \lambda_{1s} \end{bmatrix} + A_{\beta_\omega}(\mu) \begin{bmatrix} \bar{p}_{hw} \\ \bar{q}_{hw} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

où les matrices  $A_{\beta_\theta}(\mu)$ ,  $A_{\beta_\lambda}(\mu)$  et  $A_{\beta_\omega}(\mu)$  dépendent polynomialement du paramètre d'avancement  $\mu = V_\infty/(\Omega R)$ . Les paramètres  $\theta_0$  et  $\theta_{tw}$  décrivent la loi vrillage de la pale :  $\theta = \theta_0 + r/R \cdot \theta_{tw}$ . Le terme constant et les premiers harmoniques du flux du rotor (rotor inflow) sont notés  $\lambda_0$ ,  $\lambda_{1_s}$  et  $\lambda_{1_c}$ . L'équation (2.21) décrit le phénomène mentionné précédemment : la vitesse aérodynamique génère le battement de la pale qui à son tour crée un moment au niveau du moyeu et modifie la direction de la poussée créée par l'hélice.

Les forces sont ensuite calculées par l'intégration des expressions (2.1) et (2.2) ainsi que de la force centrifuge. Les forces élémentaires sont calculées jusqu'au second harmonique mais les forces totales exercées sur le moyeu ne sont exprimées que jusqu'au premier harmonique :

$$X_{hw} = \rho(\Omega R)^2 c_p R C_{L\alpha} \left[ \frac{F_{1_s}^{(2)}}{2} + \frac{F_{1_c}^{(1)}}{2} \beta_0 + \left( \frac{F_0^{(1)}}{2} + \frac{F_{2_c}^{(1)}}{4} \right) \beta_{1_c} + \frac{F_{2_s}^{(1)}}{4} \beta_{1_s} \right] \quad (2.22)$$

$$Y_{hw} = \rho(\Omega R)^2 c_p R C_{L\alpha} \left[ \frac{F_{1_c}^{(2)}}{2} - \frac{F_{1_s}^{(1)}}{2} \beta_0 - \frac{F_{2_s}^{(1)}}{4} \beta_{1_c} + \left( -\frac{F_0^{(1)}}{2} + \frac{F_{2_c}^{(1)}}{4} \right) \beta_{1_s} \right] \quad (2.23)$$

$$Z_{hw} = -\rho(\Omega R)^2 c_p R C_{L\alpha} F_0^{(1)} \quad (2.24)$$

Les moments appliqués au moyeu sont :

$$L_{hw} = -\frac{N_b}{2} K_\beta \beta_{1_{sw}} \quad (2.25)$$

$$M_{hw} = -\frac{N_b}{2} K_\beta \beta_{1_{cw}} \quad (2.26)$$

$$N_{hw} = \frac{1}{2} \rho(\Omega R)^2 \pi R^3 \left( -(\mu_z - \lambda_0) 2C_T + \mu 2C_{xw} + \frac{C_{Ds}}{4} (1 + 3\mu^2) \right) \quad (2.27)$$

$$F_0^{(1)} = \theta_0 \left( \frac{1}{3} + \frac{\mu^2}{2} \right) + \frac{\mu}{4} \bar{p}_{hw} + \frac{\mu_z - \lambda_0}{2} + \frac{1}{4} (1 + \mu^2) \theta_{tw} \quad (2.28)$$

$$F_{1_s}^{(1)} = \frac{\alpha_{1_{sw}}}{3} + \mu \left( \theta_0 + \mu_z - \lambda_0 + \frac{2}{3} \theta_{tw} \right) \quad (2.29)$$

L'indice  $hw$  représente le repère lié au moyeu orienté par le vent (hub wind frame). Il est défini en deux temps : le repère lié au moyeu qui a la même orientation que le repère lié au corps mais centré sur le moyeu puis il est orienté dans la direction du vent. Pour un rotor rigide seul le premier terme est non nul puisqu'il n'y a pas de battement possible.

Les coefficients des harmoniques sont des fonctions complexes du rapport d'avancement, des vitesses de rotation, du flux du rotor (rotor inflow) et des caractéristiques de l'hélice.

Pour pouvoir calculer les efforts, ils restent à modéliser le coefficient du flux induit par le rotor  $\lambda$ . En vol stationnaire, c'est à dire à vitesse aérodynamique nulle, la théorie de Froude nous donne la relation suivante :

$$\lambda_h = \sqrt{\frac{C_T}{2}} \quad (2.30)$$

$$C_T = \frac{Z_{hw}}{\rho(\Omega R)^2 \pi R^2} \quad (2.31)$$

En vol d'avancement, de la même manière que pour la dynamique de battement de pale, le coefficient n'est pas uniforme sur le rotor et un modèle analytique périodique est choisi pour représenter ce phénomène :

$$\lambda = \lambda_0 + \bar{r}(\lambda_{1cw} \cos \psi + \lambda_{1sw} \sin \psi) \quad (2.32)$$

La théorie de Froude donne en vol d'avancement pour le terme constant :

$$\lambda_0 = \frac{C_T}{2\sqrt{\mu^2 + (\lambda_0 - \mu_z)^2}} \quad (2.33)$$

Cette relation nécessite une modeste résolution numérique pour trouver le coefficient moyen de flux du rotor. Pour les coefficients harmoniques, le modèle proposé par Payne en 1949 (p. 160 [87]) donne :

$$\begin{aligned} \lambda_{1sw} &= 0 \\ \lambda_{1cw} &= \frac{4}{3} \frac{\mu}{1.2 + \frac{\mu}{\lambda_0}} \end{aligned} \quad (2.34)$$

A partir des vitesses aérodynamiques dans le repère du rotor, on calcule les paramètres d'avan-

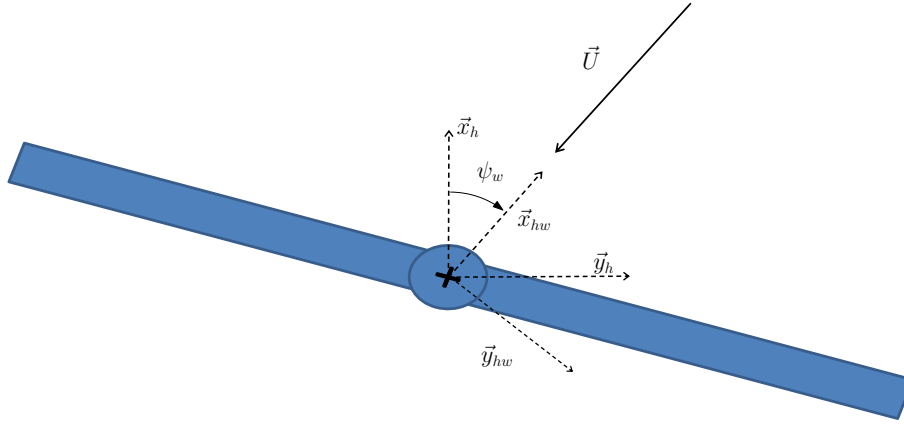


FIGURE 2.7 – Définition du repère  $\mathcal{R}_{hw}$

cement :

$$\begin{aligned} \mu_x &= u_e/(\Omega R), \mu_y = v_e/(\Omega R), \mu_z = w_e/(\Omega R) \\ \mu &= \sqrt{\mu_x^2 + \mu_y^2} \\ \psi_w &= \tan^{-1} \frac{\mu_y}{\mu_x} \end{aligned} \quad (2.35)$$

On peut ainsi exprimer la matrice de passage du repère vent dans le repère rotor :

$$\begin{bmatrix} \beta_{1c} \\ \beta_{1s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_w & -\sin \psi_w \\ \sin \psi_w & \cos \psi_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{1cw} \\ \beta_{1sw} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

L'ensemble des expressions établies dans cette section permettent de calculer les efforts à partir de l'environnement aérodynamique du rotor et de ces caractéristiques physiques. La



---

**Procédure 2.1** Calcul des efforts sur un rotor

---

**Paramètres d'entrée :**  $V_b$ , vitesse relatives,  $\Omega_0$ , vitesse rotor,  $C_{T_e}$ , coefficient de poussée

**Paramètres de sortie**  $X, Y, Z$ , forces appliquées sur un rotor,

$L, M, N$ , moments appliquées sur un rotor,

$\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}$ , paramètres de battements du rotor,

$\lambda_0$ , coefficient de flux du rotor

1. **Calcul des vitesses adimensionnées  $\mu$**
  2. **Calcul du coefficient de flux du rotor  $\lambda_0$**  : Résolution de (2.33) avec Newton-Raphson
  3. **Calcul du premier harmonique du flux du rotor :**  
Modélisation de Payne (2.34)(p. 160 [87])
  4. **Calcul des paramètres de battements du rotor  $\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}$  :**  
Relation quasi-statique (2.20)
  5. **Calcul des efforts :** Relation (2.22) et suivantes
- 

procédure 2.1 récapitule les différentes étapes nécessaires pour effectuer ce calcul. Cette section décrit les efforts sur une unique hélice en fonction de la vitesse aérodynamique locale. Pour le modèle complet, il convient d'exprimer cette vitesse dans le repère lié au drone. Cette expression va bien entendu dépendre de la position du rotor sur le drone et sera donc préciser dans chacun des cas.

## 2.3 Aérodynamique

Cette section s'intéresse aux efforts aérodynamiques créés par la voilure d'un drone hybride. La voilure de ces drones passent par plusieurs régimes aérodynamiques qui sont très complexes à modéliser : le décrochage et l'interaction avec le flux de l'hélice.

Le MAVion est composé d'une voilure simple avec un profil simple. La voilure n'a ni flèche ni dièdre. On utilise la modélisation classique des forces et moments pour un profil déjà utilisée dans la section précédente :

$$\begin{aligned}
L &= \frac{1}{2}\rho S C_L V_a^2 \\
D &= \frac{1}{2}\rho S C_D V_a^2 \\
M &= \frac{1}{2}\rho S C_m V_a^2
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Ces trois efforts sont exprimés dans le repère aérodynamiques (Figure 2.4). Les forces  $L$  et  $D$  sont respectivement la portance (Lift) et la traînée (Drag). Le moment  $M$  est le moment de tangage. Les efforts sont proportionnels au carré de la vitesse aérodynamique  $V_a$ , à la surface de référence de l'aile  $S$ , à la masse volumique de l'air  $\rho$  et à un coefficient  $C_X$  adimensionné. Ces coefficients sont eux-même fonction d'une part de la forme du profil et de la direction relative du vecteur vitesse aérodynamique, l'incidence. Dans le cas du drone hybride, la dépendance en incidence demande une attention plus particulière. Dans la plupart des cas, pour le coefficient de portance  $C_L$  on se contente d'une relation linéaire. Cette relation n'est cependant valable que jusqu'au

décrochage. En effet, le phénomène de décrochage apparaît lorsque l'écoulement de l'air se sépare de l'extrados du profil. Il s'en suit une baisse de la portance du profil. Cette diminution, plus ou moins brutale selon la géométrie du profil, arrive autour d'une incidence de  $20^\circ$ . Un drone hybride va observer des incidences bien supérieures pendant son vol d'où la nécessité de modéliser les coefficients aérodynamiques pour des incidences allant jusqu'à  $90^\circ$ . L'autre spécificité est la nécessité de modéliser l'interaction avec le système propulsif. Dans cette configuration, l'énergie apportée par les rotors à l'écoulement d'air permet d'éviter le décrochage de certaines parties de la voilure. Cela est indispensable pour conserver le contrôle du véhicule pendant toute la durée de la transition.

Dans la suite de cette section, nous abordons dans un premier temps la modélisation des coefficients aérodynamiques puis détaillons la modélisation choisie pour représenter l'influence du rotor sur la voilure.

### 2.3.1 Coefficients aérodynamiques

Les coefficients aérodynamiques sont décrits pour un profil de voilure comme celui présenté sur la Figure 2.8. La voilure a une corde notée  $c_v$  et une envergure notée  $b_v$ . On suppose que le profil voit une vitesse aérodynamique  $\vec{V}_a$  de norme  $V_a$  et a une vitesse de rotation  $\Omega = [p, q, r]^T$ .

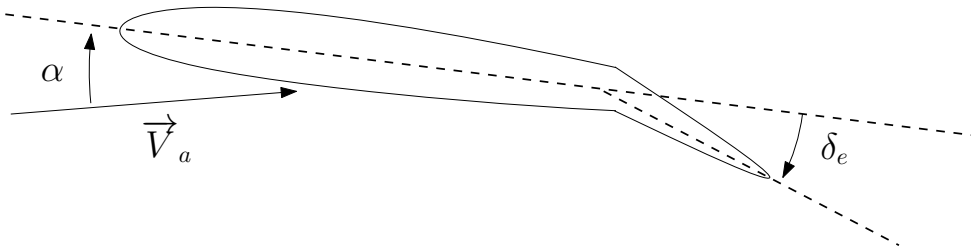


FIGURE 2.8 – Schéma d'un profil de voilure :  $\delta_e$  est l'angle de déflexion de la gouverne,  $\vec{V}_a$  la vitesse aérodynamique et  $\alpha$  l'angle d'incidence

On s'intéresse en premier lieu au coefficient de portance  $C_L$ . Il est décomposé en un terme indépendant de l'état du drone, un terme dépendant de l'incidence  $C_{L_\alpha}$ , un terme dépendant de la vitesse de tangage et un terme dépendante de la déflexion de la gouverne :

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}(\alpha) + C_{L_q} \frac{c_v \cdot q}{V_a} + C_{L_{\delta_e}} \delta_e \quad (2.38)$$

Le terme  $C_{L_\alpha}$  a une forme plus complexe que la relation linéaire utilisée pour les autres termes et mérite une attention plus particulière. L'étude menée dans [131] donne une indication sur la dépendance du coefficient de portance d'un profil en incidence pour l'exploration de l'angle d'incidence allant de  $0$  à  $180$  degrés. Elle montre pour les profils étudiés qu'après le décrochage le coefficient de portance décroît progressivement jusqu'à  $90^\circ$  pour s'inverser sur la plage  $90^\circ$  à  $180^\circ$  et évoluer de manière symétrique. On peut capturer cette dépendance grâce à la fonction suivante :

$$C_{L_\alpha}(\alpha) = C_{L_{\alpha_1}} \sin\left(\frac{\alpha}{\alpha_{stall}/(\pi/2)}\right) \cos^2 \alpha + C_{L_{\alpha_2}} \sin^2 \alpha \cos \alpha \quad (2.39)$$

où  $\alpha_{stall}$  est l'incidence de décrochage,  $C_{L_{\alpha_1}}$  et  $C_{L_{\alpha_2}}$  sont des paramètres qui permettent d'ajuster le coefficient aux données fournies par les codes de lignes portantes. Le coefficient comprend

également un terme lié à la vitesse de tangage et un terme particulièrement important qui dépend de la déflexion de la gouverne. Lorsque l'aile a décroché, la gouverne n'a plus d'influence et le drone ne peut plus être contrôlé. Cette situation ne doit pas survenir sur l'ensemble de la voilure, les rotors permettent de l'éviter.

De la même manière, le coefficient de moment de tangage a la forme suivante :

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_q} \frac{c_v \cdot q}{2V_a} + C_{m_{\delta_e}} \delta_e \quad (2.40)$$

Le coefficient de traînée est composé d'un terme constant et d'un terme variant avec l'incidence. Ce deuxième terme correspond à la traînée induite par la portance :

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_a} \sin^2 \alpha \quad (2.41)$$

Le drone ne possédant pas de dérive ou une autre surface susceptible de créer une force latérale, le coefficient  $C_Y$  n'est pas décrit. Il en est de même pour le coefficient de moment de lacet  $C_n$ .

Le coefficient de moment de roulis est réduit à un terme de d'amortissement en vitesse de roulis et à un terme de roulis induit par la rotation autour du centre de la voilure.

$$C_l = C_{l_p} \frac{p \cdot b_v}{2V_a} + C_{l_r} \frac{r \cdot b_v}{2V_a} \quad (2.42)$$

### 2.3.2 Interaction entre le système propulsif et la voilure

La section 2.2 décrit le mécanisme de génération des efforts sur les hélices. En particulier, la notion de vitesse induite est introduite. C'est la vitesse aérodynamique additionnelle au passage du rotor représentée sur la Figure 2.9.

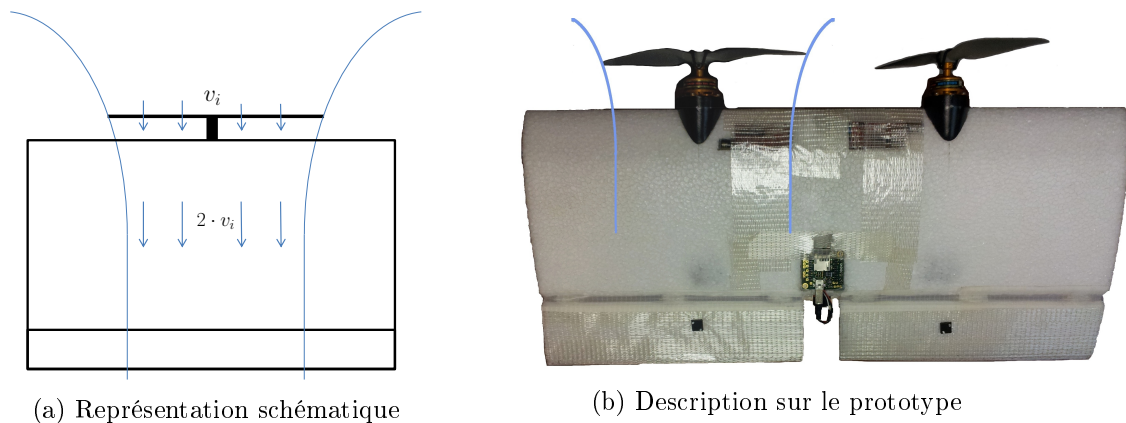


FIGURE 2.9 – Vitesse induite par le rotor et son influence sur la gouverne

Cette vitesse dont le calcul est détaillé dans la section précédente et en annexe B.1 dépend de la vitesse d'avancement et de l'incidence vue par le rotor. Maximale en vol stationnaire, elle baisse progressivement avec la vitesse d'avancement. Comme l'illustre la Figure 2.9, l'influence du flux d'air généré par l'hélice n'est pas uniforme en aval de celle-ci. La surface concernée, plus restreinte, est évaluée par l'expression suivante [144] :

$$r_s = \sqrt{\frac{1 + \frac{v_i}{V}}{1 + 2\frac{v_i}{V}}} \cdot R \quad (2.43)$$

où  $r_s$  représente le rayon du sillage de l'hélice. On peut ainsi calculer la surface de l'aile concernée par l'interaction avec l'hélice :

$$S_i = 2 \cdot r_s \cdot c \quad (2.44)$$

Pour calculer les efforts sur l'aile, on la divise en deux parties, l'une dans le sillage du rotor, l'autre libre. La partie libre de la voilure est analysée comme pour un avion classique. Pour l'autre partie, il faut quantifier la modification locale des paramètres aérodynamique, à savoir l'incidence et la vitesse aérodynamique. La Figure 2.10 décrit comment la vitesse aérodynamique se compose avec la vitesse induite du rotor pour réduire l'incidence effective vue par la voilure dans le sillage du rotor. Si  $\alpha$  représente l'incidence vraie, c'est à dire l'angle entre la vitesse du drone par rapport à la masse d'air  $\vec{V}_a$  et l'axe principal du drone,  $\alpha_a$  est l'incidence induite. L'angle  $\alpha_s$  est introduit comme intermédiaire de calcul. On peut exprimer ces angles de la manière suivante :

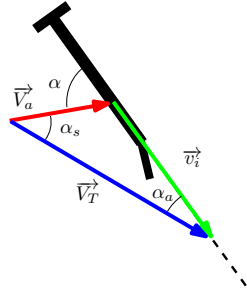


FIGURE 2.10 – Vue latérale du MAVion : composition des vitesses aérodynamiques

$$\alpha = \text{atan} \left( \frac{u_{bw}}{w_{bw}} \right) \quad (2.45)$$

$$\alpha_s = \text{atan} \left( \frac{2v_i \sin \alpha}{V + 2v_i \cos \alpha} \right) \quad (2.46)$$

$$\alpha_a = \alpha - \alpha_s \quad (2.47)$$

On utilisera donc l'incidence  $\alpha$  pour le calcul des coefficients sur une surface  $b \cdot c - S_i$  de la voilure et  $\alpha_a$  sur la surface  $S_i$  restante de la voilure.

## 2.4 Actionneurs

### 2.4.1 Moteur

L'hélice est attachée à un moteur électrique synchrone brushless. Le comportement dynamique de ce moteur peut être modélisé comme une machine à courant continu :

$$J\dot{\omega} = \frac{K_T}{R}(V - K_e\omega) - N_{aero} \quad (2.48)$$

où  $\omega$  est la vitesse de rotation du moteur,  $J$  est le coefficient d'inertie du système moteur/hélice et  $V$  la tension de commande du moteur.  $K_e$  est le coefficient de force contre électromotrice,  $K_T$  est le coefficient de couple.,  $R$  est la résistance interne du moteur,  $N_{aero}$  est le moment créé par les efforts aérodynamiques décrits plus tôt. On retient sa composante principale  $N_{aero} \approx b\omega^2$ . A la différence

des aéronefs conventionnels, les drones que l'on étudie s'appuient sur leur groupe propulsif pour commander des dynamiques très rapides. Le contrôle d'un drone s'appuie sur des modifications différentielles de poussée des rotors. On modifie la poussée en changeant la vitesse de rotation. Il est aussi envisageable de modifier le pas de l'hélice à cet effet. [47, 72] décrivent un tel système pour un quadrirotor et en vante les mérites en terme de bande passante. Cependant, cela suppose d'ajouter un dispositif mécanique pour modifier le pas qui ajoute du poids et de la fragilité à une plateforme dont l'un des avantages est la grande robustesse. Ainsi, pour obtenir le meilleur design, une commande rapide et précise de la vitesse de rotation est indispensable. Un moteur brushless n'a pas de balai pour faire commuter les champs magnétiques qui commandent sa rotation, cette commutation est réalisée électroniquement avec un circuit électronique de commande que l'on nomme variateur (ESC, electronic speed controller). Ce circuit est capable de détecter la position de la cage tournante et ainsi de commander adéquatement les champs tournants. Il permet aussi de connaître la vitesse de rotation du moteur ce qui s'avèrera intéressant pour la commande des drones. Pour réguler la vitesse du rotor, un correcteur de structure proportionnelle intégrale à une fréquence de 100Hz est utilisé. La loi de commande est implémentée sur le microcontrôleur ce qui introduit un retard dans la boucle et par conséquent limite la bande passante. De plus, l'implémentation du protocole I2C ayant posé quelques difficultés, des retards supplémentaires sont aléatoirement observés. Pour le design d'un correcteur d'attitude, on modélise le moteur par un système du premier ordre avec une constante de temps fixée. Des relevés montrent qu'il y a une différence significative entre le comportement dynamique du moteur à l'accélération et à la décélération. Il est plus difficile de freiner le moteur et malgré un doublement des gains de commande à la décélération la réponse est toujours légèrement plus lente. Pour simplifier le traitement de ce phénomène, on retient le pire cas, c'est à dire la constante de temps  $\tau_a$  la plus grande pour le modèle simplifié de l'actionneur. Sa fonction de transfert  $A(s)$  peut ainsi s'écrire :

$$A(s) = \frac{1}{1 + \tau_a s} \quad (2.49)$$

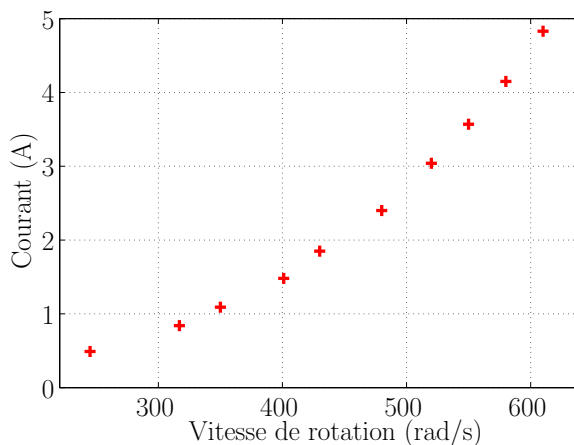
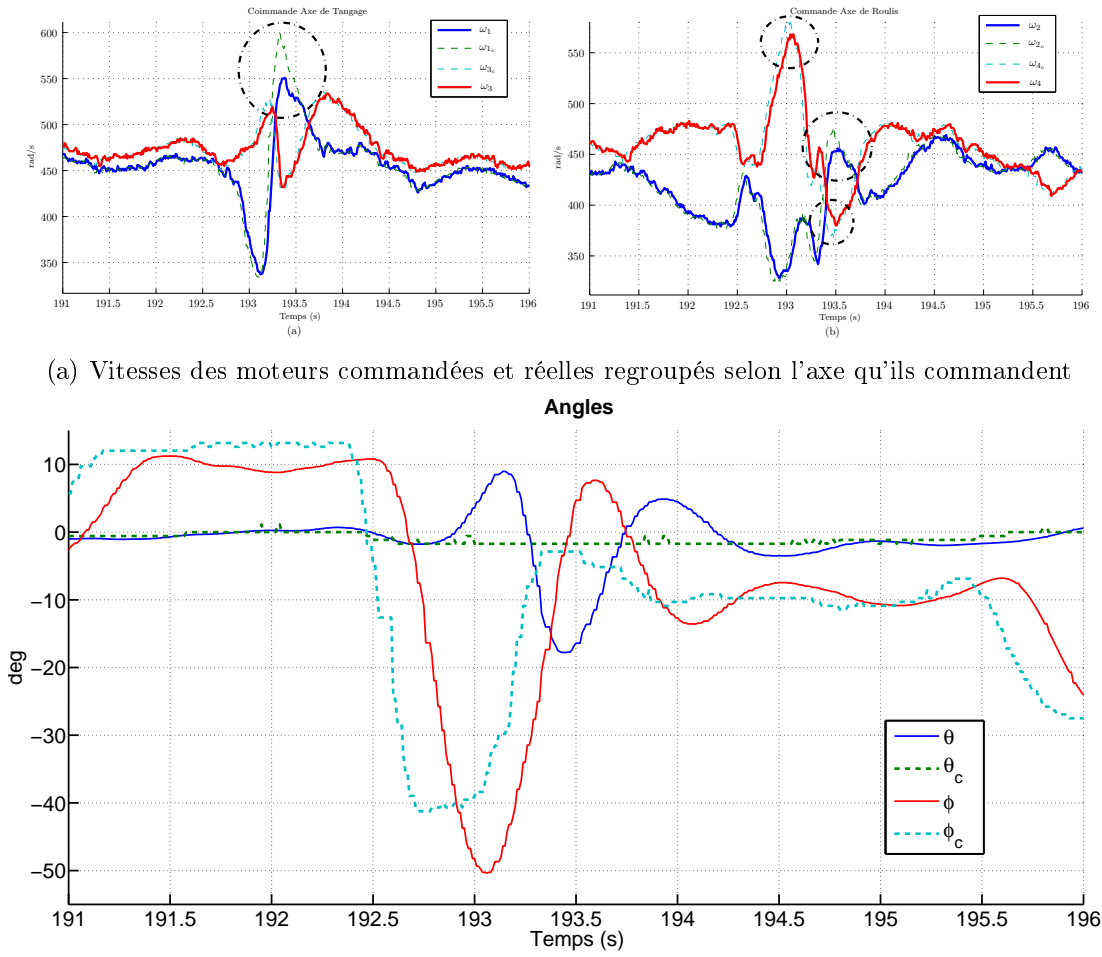


FIGURE 2.11 – Consommation électrique d'un moteur pour maintenir une vitesse de rotation

La Figure 2.11 montre une forte progression de la consommation de courant nécessaire pour maintenir la vitesse de rotation d'une hélice de 10 pouces avec un moteur alimenté en 12 V. Le correcteur PI a des gains fixes, il ne peut donc être optimisé que pour une certaine plage de

fonctionnement. On la choisit autour de  $400 \text{ rad.s}^{-1}$  à  $500 \text{ rad.s}^{-1}$ , ce qui correspond aux régimes de rotation qui permettent de sustenter les drones utilisés. A des régimes plus élevés, la réponse est plus lente. Cela peut poser des problèmes lors de manœuvres agressives qui nécessitent de forts différentiels et par conséquent d'atteindre des régimes élevés. La Figure 2.12 issue d'essai sur un quadrirotor illustre de telles limitations.



(a) Vitesses des moteurs commandées et réelles regroupés selon l'axe qu'ils commandent

(b) Orientation du drone

FIGURE 2.12 – Essais en vols : Manoeuvre sur l'axe de roulis

### 2.4.2 Servomoteur

Les servomoteurs sont des moteurs contrôlés en position que l'on utilise ici pour déplacer les surfaces de contrôle aérodynamique. On utilise des servomoteurs de modélisme conçus pour être commandés à l'aide d'un signal PWM (Pulse Width Modulation) à 50 Hz. Les servomoteurs intègrent comme les moteurs brushless décrits dans la section précédente une loi de commande qui asservit leur position. La connaissance de la position réelle du servomoteur est toutefois importante et facilite la mise en place des algorithmes d'identification car elle évite l'usage d'un modèle imparfait du servomoteur. La mesure de la position de la gouverne pose cependant différents problèmes. Elle n'est pas prévue sur les équipements de modélisme car inutile pour cet usage. Elle demande donc la modification de ces servomoteurs, seuls dans leurs catégories de poids et de prix. Dans un premier temps, une carte OpenServo [3] a été mise en œuvre. Commandée par le bus I2C, elle donne accès à une mesure de la position du servomoteur. La carte réalise l'asservissement en position à l'aide d'un correcteur de PID que nous n'avons pas modifié. Malheureusement, la carte a fourni des résultats instables : des départs en butée aléatoires étaient constatés rendant le dispositif impropre à son utilisation en vol. Un deuxième problème, illustré par la Figure 2.13, est la résonance observée sur la position du servomoteur lorsque l'on commande la position autour d'une fréquence de 5 Hz. La figure a été réalisée en excitant le servomoteur avec un signal sinusoïdal de fréquence variable.

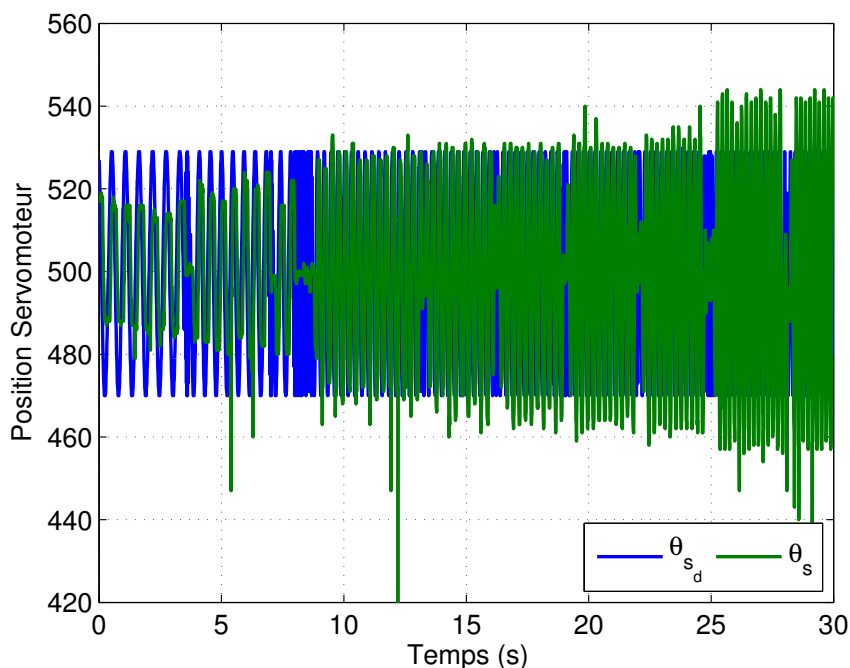


FIGURE 2.13 – Résonance sur la position du servomoteur

Ce double constat nous a amené à abandonner l'usage de cette carte. La mesure de la position a donc été entreprise en mesurant directement la tension au borne du potentiomètre solidaire des rotations du bras du servomoteur. Ce dispositif nécessite l'ouverture délicate du servomoteur pour effectuer la modification. La tension est ensuite acquise par un convertisseur analogique numérique. Les résultats sont tributaires de la qualité de la tension d'alimentation du potentiomètre. Dans

l'environnement électrique du drone, une tension sans parasite n'est pas évidente à obtenir et dépend de beaucoup de paramètres dont l'agencement des circuits et connectiques. Les mesures sont plus bruitées qu'avec la carte OpenServo mais le fonctionnement du servomoteur plus robuste.

La mesure de la position du bras du servomoteur est un intermédiaire pour mesurer la position de la gouverne. La première hypothèse est que la position de la gouverne est supposée être transmise fidèlement par la tringle qui la relie au servomoteur. Le détail du lien entre les déplacements du servomoteur et ceux de la gouverne est présenté en annexe B.3.

Les figures 2.15 et 2.14 mettent en évidence la non-linéarité de la relation entre l'angle de la gouverne  $\theta_g$  et celui du servomoteur  $\theta_s$ . Cette non-linéarité est accentuée lorsque la liaison de la gouverne est plus courte que le bras du servomoteur (Figure 2.17). Les figures montrent également la relation linéaire  $\theta_{g_{ls}}$  obtenue par régression linéaire entre les deux angles qui est valide dans la première situation mais sur une plage très restreinte dans la deuxième situation.

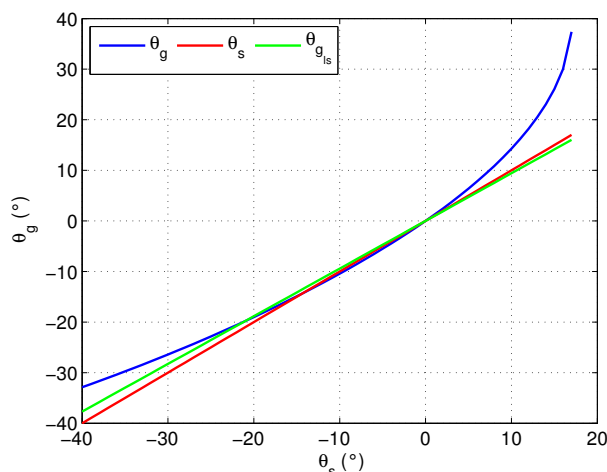


FIGURE 2.14 – Relation en l'orientation du servomoteur et celle de la gouverne avec une liaison courte

En particulier, on note la dissymétrie de la relation autour de zéro. Cependant en connaissant des dimensions du drone, les deux relations sont inversibles sur la plage d'intérêt et une interpolation de leur fonction réciproque par un polynôme est possible. Dans la pratique, on observe néanmoins de forts jeux dans la transmission du mouvement du bras du servomoteur à la gouverne de sorte que la mesure de la position du bras n'est pas un reflet fidèle de la position de la gouverne. Après avoir détaillé la cinématique de la gouverne, il est important de considérer la dynamique du servomoteur. Grâce à des essais pendant lesquels le servomoteur est excité avec un signal sinusoïdal à plusieurs fréquences (Figure 2.16), la dynamique du servomoteur est identifiée à celle d'un système linéaire du second ordre de fréquence naturelle de  $10\text{Hz}$  et d'amortissement 0.8. Les excitations à hautes fréquences font apparaître une limitation de la vitesse du servo (Figure 2.16b). Le modèle est donc enrichi par une saturation en vitesse fixée à  $3000\text{u.s}^{-1}$ . Elle provient des limites de courants présentes dans la commande en position du servomoteur.



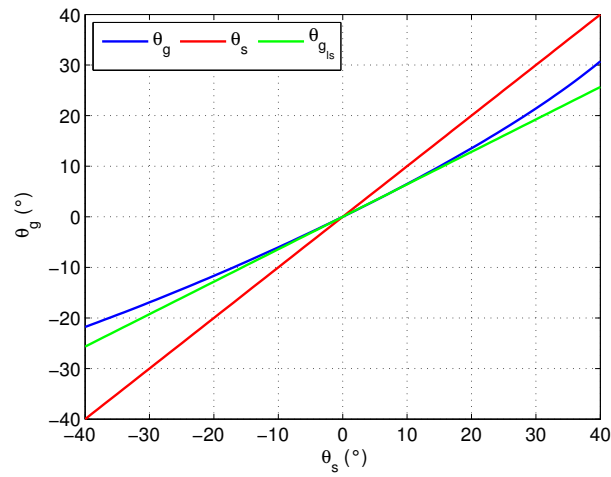


FIGURE 2.15 – Relation en l'orientation du servomoteur et celle de la gouverne avec une liaison longue

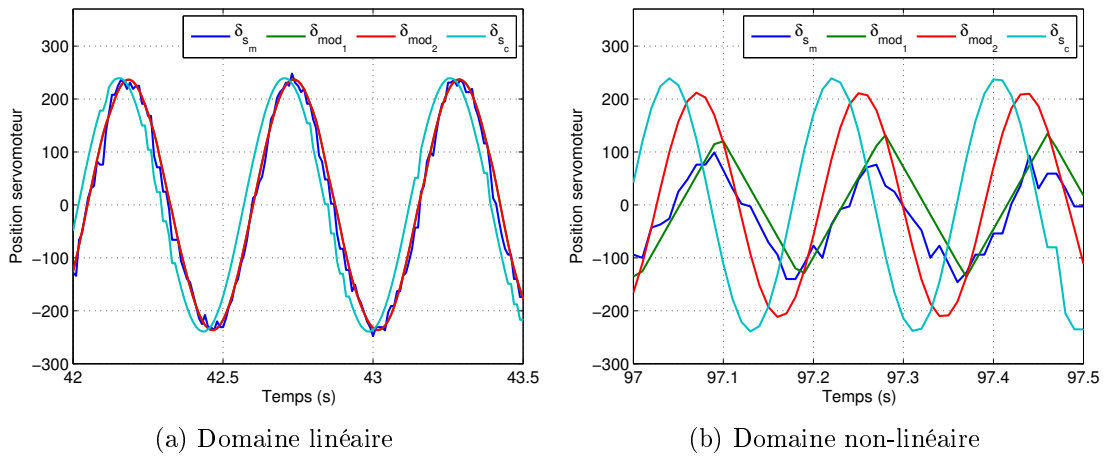


FIGURE 2.16 – Comparaison entre le modèle du servomoteur et les mesures

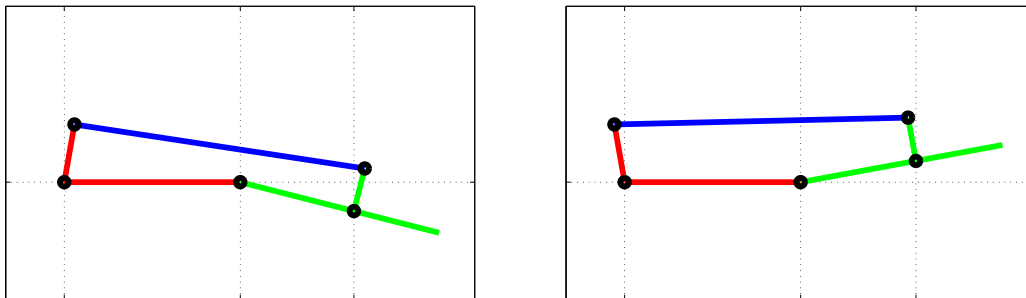


FIGURE 2.17 – Schéma d'orientation de la gouverne

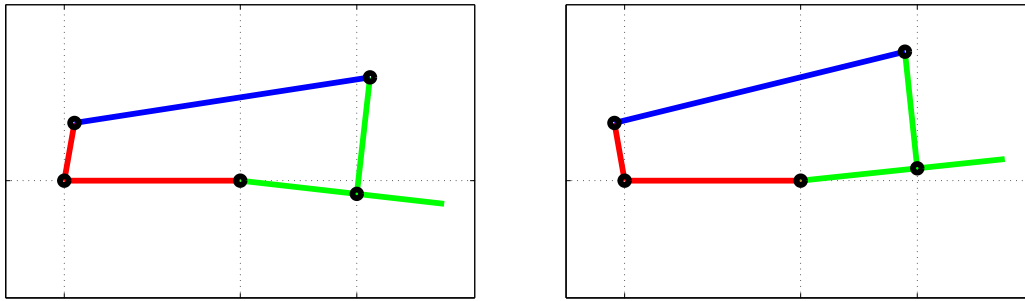


FIGURE 2.18 – Schéma d'orientation de la gouverne

Capteur	Technologie	Poids (g)	Biais ( $^{\circ}/h$ )	Bruit ( $^{\circ}/\sqrt{h}$ )
GG1320AN01*	Ring Laser Gyro	454g <sup>†</sup>	0.04	0.04
SBG Systems	MEMS	<40g <sup>††</sup>	30	0.4
ITG-3200 **	MEMS	<10g <sup>††</sup>	40	0.25

\* Honeywell, \*\* Invensens

† mono-axe, †† trois axes, ††† trois axes

TABLE 2.1 – Performances des gyroscopes

## 2.5 Mesures et estimations

### 2.5.1 Capteurs

La prise en compte de la technologie et de la performance des capteurs est essentiel dans le processus de conception des micro-drones. Les capteurs doivent permettre de déterminer l'état du drone : sa position, sa vitesse, son orientation et sa vitesse de rotation. La connaissance de l'état des actionneurs avec un bon niveau de précision est aussi intéressante pour améliorer les performances. Pour obtenir l'orientation du drone pour un poids et un coût modéré, la technologie MEMS est la plus communément adoptée. MEMS est un acronyme pour *Microelectromechanical systems* ou microsystème électromécanique. Cette technologie permet de disposer d'accéléromètres, de gyroscopes et de magnétomètres intégrés dans un circuit électronique d'une dizaine de grammes dont le coût n'excède pas la centaine d'euros.

#### Gyroscopes

Des gyroscopes MEMS ITG-3200 sont utilisés. Un gyroscope MEMS est composé d'un oscillateur, vibrant dans un plan, dont on peut mesurer les déplacements dans la direction orthogonale à ce plan. Quand cet oscillateur est soumis à une rotation, la vitesse de translation liée à ses vibrations induit une force de Coriolis. Cette force dirigée orthogonalement au plan de vibration va créer un déplacement qu'il est possible de mesurer. Il est alors possible de déduire de ce déplacement la vitesse de rotation. Bien que des capteurs MEMS aux performances élevées existent (Figure 1.1) nous utilisons des capteurs bas coût. Le tableau 2.1 permet de comparer les performances de trois modèles de gyroscopes avec un net désavantage pour les MEMS.

Capteur	Technologie	Poids (g)	Biais (mg)	Bruit ( $^{\circ}/\sqrt{h}$ )
QA2000-030 *	Quartz	71g <sup>†</sup>	4	7 /70
SBG Systems	MEMS	<40g <sup>††</sup>	5	0.4
ITG-3200**	MEMS	<sup>††</sup>	40	0.25

\* Honeywell,\*\* Invensens

<sup>†</sup>mono-axe, <sup>††</sup> trois axes, <sup>†††</sup> trois axes

TABLE 2.2 – Performances des gyroscopes

## Accéléromètres

Un accéléromètre MEMS trois axes ADXL345 est utilisé. Un accéléromètre MEMS est composé d'une masse de référence relié à une suspension flexible. Des lamelles solidaires de cette masse sont intercalées dans un peigne fixe. Lorsque le capteur subit une accélération, la masse se déplace entraînant les lamelles. En mesurant, l'écart entre les lamelles et les branches du peigne par capacitance, on peut déduire la force appliquée à la masse et par suite l'accélération. Le vecteur de mesure des accéléromètres  $a_m$  peut s'exprimer de la manière suivante :

$$a_m = a_b - \vec{g} \quad (2.50)$$

où  $a_b$  est l'accélération subie par le drone exprimé dans le repère lié au drone  $\mathcal{R}_b$  et  $\vec{g}$ , le vecteur gravité exprimé dans le même repère. Le tableau 2.2 expose les performances de trois accéléromètres.

### 2.5.2 Estimation d'attitude

Aucun capteur ne fournit directement l'attitude tout en respectant les contraintes de taille et de poids imposées dans la conception d'un micro-drone. L'orientation du véhicule doit donc être reconstruite à partir de plusieurs capteurs qui mesurent des informations liées à l'orientation. L'association la plus classique est celle d'un accéléromètre 3 axes, d'un gyroscope 3 axes et d'un magnétomètre 3 axes.

Si les premiers essais ont été effectués avec une centrale d'attitude SBG qui intègre un algorithme d'estimation d'attitude basé sur un filtre de Kalman étendu, la plupart des essais ont été effectués avec un filtre implémenté sur le microcontrôleur sur la base d'un filtre complémentaire non linéaire. Ce filtre reprend les principes énoncés dans [95, 96].

Le principe de cette fusion de données est d'utiliser les accéléromètres comme inclinomètre. Liés au drone, les accéléromètres mesurent les accélérations du drone moins l'accélération gravitationnelle. Ainsi, à l'équilibre, quand l'accélération du drone est nulle, les accéléromètres ne mesurent que le vecteur gravité. On peut donc en déduire la verticale et par suite l'inclinaison du drone. Les magnétomètres permettent d'obtenir le cap magnétique grâce à la mesure du champ magnétique terrestre. L'intégration des vitesses de rotation mesurées par les gyroscopes donnent une autre source d'information pour l'orientation précédemment obtenue grâce aux accéléromètres et aux magnétomètres. Chaque source d'information a un défaut inhérent à la méthode de mesure employée. L'inclinaison déduite des accéléromètres n'est pas valide lorsque le drone subit des accélérations. Les magnétomètres mesurent en plus du champ magnétique terrestre tous les champs liés à l'environnement local (moteurs, cadres, ...). Les gyroscopes sont affectés par des

biais dépendant de l'environnement (température) qui font dériver sur le long terme l'intégration des vitesses de rotations. La fusion de données permet de rendre cet ensemble d'informations cohérent et délivre une orientation plus robuste.

Le filtre décrit par la suite utilise le formalisme des quaternions. On note  $\hat{n}$  le quaternion issue de l'estimation de l'attitude. La matrice de rotation équivalente au quaternion est notée  $R(\hat{n})$ . Dans les trois paragraphes qui suivent nous décrivons une procédure d'initialisation du filtre, puis la mise à jour de l'estimation avant de détailler sa dynamique sur un axe.

### Initialisation du filtre

Avant d'estimer l'attitude du drone en mouvement, il est nécessaire de déterminer son orientation initiale lorsqu'il est immobile. Cette étape permet aussi de déterminer un ensemble de caractéristiques propres à l'environnement ou aux capteurs. Deux secondes sont laissées aux capteurs pour leur initialisation. Pendant les deux secondes suivantes, une moyenne de la valeur de chaque capteur est réalisée pour estimer leur biais. On note  $a_m$  le vecteur des accélérations mesuré par les accéléromètres,  $m_m$  le champ magnétique mesuré par les accéléromètres et  $\Omega_m$  le vecteur des vitesses de rotations mesuré par les gyroscopes. Ces trois vecteurs sont exprimés dans le repère  $\mathcal{R}_b$  lié au drone. Ces signaux sont traités en temps discret et l'indice  $k$  permet de désigner la valeur du signal à l'instant  $k$ .

Pour les accéléromètres, on s'intéresse à la norme à l'initialisation du drone. Elle est notée  $g_{Home}$  et évaluée en faisant la moyenne de  $N_s$  échantillons de la norme des accéléromètres. Elle est utilisée dans l'algorithme d'estimation d'attitude comme référence pour la gravité.

$$g_{Home} = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \|a_{m_k}\| \quad (2.51)$$

Pour les magnétomètres, ce n'est pas seulement la norme à l'initialisation qui nous intéresse mais la valeur de chaque composante. La moyenne sur deux secondes des composantes du champs magnétique normalisée par la norme du champ est utilisée comme référence. Elle est notée  $m_{Home}$  :

$$m_{Home} = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \frac{m_{m_k}}{\|m_{m_k}\|} \quad (2.52)$$

Les biais des gyroscopes, noté  $b_{gyro}$ , sont évalués sur le même principe :

$$b_{gyro} = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \Omega_{m_k} \quad (2.53)$$

L'initialisation du quaternion passe par les angles d'Euler. Les angles de roulis et de tangage sont calculés grâce aux accéléromètres et la connaissance du vecteur gravité  $g$ . En effet comme le suggère l'équation (2.50), si le drone est immobile les accéléromètres ne mesureront que le vecteur gravité. L'angle de lacet est calculé grâce aux magnétomètres et la connaissance du champ magnétique terrestre  $m_T$ . La Figure 2.19 illustre les relations entre les mesures et les angles recherchés. Tous ces calculs supposent que le drone est immobile à l'horizontale. Une fois initialisé, l'estimation fonctionne selon le principe d'un observateur, avec une étape de prédiction et une étape de correction.

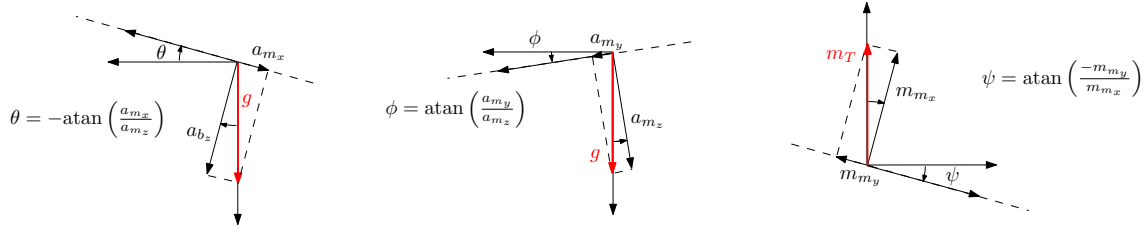


FIGURE 2.19 – Description de l'initialisation des quaternions

### Mise à jour de l'estimation

A chaque pas de temps, les données des capteurs sont mises en forme avec des données issues de la calibration (facteur d'échelle, ...) pour obtenir les mesures dans la bonne unité. La première étape consiste à réaliser une correction par rapport aux accélérations. Pour cela, celles-ci sont normalisées avec la valeur de la gravité de référence, puis passées dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_o$  grâce à l'estimation courante de l'attitude (quaternion estimé à l'instant précédent). Dans ces conditions, le vecteur gravité idéal est unitaire sur l'axe  $z$ . L'erreur entre le vecteur d'accélération idéal et le vecteur mesuré est calculée à l'aide d'un produit vectoriel et notée  $nG3$ . On s'assure que la composante sur l'axe  $z$  de ce produit vectoriel est nulle, puisque l'on ne cherche à corriger que les axes de tangage et de roulis avec les informations issues des accéléromètres. Finalement, on repasse dans le repère lié au drone  $\mathcal{R}_b$ . En résumé les opérations liées à la correction grâce à la gravité sont :

$$\bar{a}_m = -\frac{a_m}{g_{Home}} \quad (2.54)$$

$$\hat{a}_o = R(\hat{n})^T \bar{a}_m \quad (2.55)$$

$$nG3_o = \hat{a}_o \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad nG3_{o_z} = 0 \quad (2.56)$$

La correction liée au champ magnétique suit le même principe. Après avoir normalisé les mesures du champ magnétique par leur norme puis les avoir exprimées dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_o$ , le produit vectoriel avec le champ magnétique nominal permet de calculer une erreur  $nM3$ . Si l'algorithme doit fournir une référence de cap géographique absolue précise, le champ magnétique idéal doit tenir compte de l'inclinaison  $\chi_i$  et de la déclinaison  $\chi_d$  locales du champ magnétique terrestre. Il a été choisi de normaliser les composantes du champ magnétique avec la norme instantanée (plutôt que la norme moyenne à l'initialisation) pour limiter l'influence de perturbations transitoires sur le champ magnétique.

$$\bar{m}_m = \frac{m_m}{\|m_m\|} \quad (2.57)$$

$$\hat{m}_o = R(\hat{n})^T \bar{m}_m \quad (2.58)$$

$$m_T = \begin{bmatrix} \sin \chi_i \cos \chi_d \\ \sin \chi_d \\ \cos \chi_i \end{bmatrix}, \quad \bar{m}_T = \frac{m_T}{\|m_T\|} \quad (2.59)$$

$$nM3_o = \hat{m}_o \wedge \bar{m}_T, \quad nM3_{o_x} = nM3_{o_y} = 0 \quad (2.60)$$

Les composantes hors du plan horizontal de l'erreur sont annulées car le champ magnétique n'est utilisé que pour corriger l'angle de lacet.

On peut à présent calculer le vecteur vitesse de rotation  $\Omega_f$  incluant les différentes corrections :

$$\Omega_f = \Omega_m - b_{gyro} + k_{GP} \cdot nG\mathfrak{3}_b + k_{MP} \cdot nM\mathfrak{3}_b \hat{=} \begin{bmatrix} p_f \\ q_f \\ r_f \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

où  $k_{GP}$  est le gain proportionnel de la correction liée aux accéléromètres et  $k_{MP}$  le gain proportionnel de la correction liée aux magnétomètres. L'équation cinématique vérifiée par les quaternions permet enfin de mettre à jour l'estimation de l'attitude.

$$\dot{\hat{n}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -p_f & -q_f & -r_f \\ p_f & 0 & r_f & -q_f \\ q_f & -r_f & 0 & p_f \\ r_f & q_f & -p_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{n}_0 \\ \hat{n}_1 \\ \hat{n}_2 \\ \hat{n}_3 \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

L'estimation est finalisée en normalisant le quaternion obtenu.

### Equations du filtre sur un axe

Les formules sont reprises sur l'axe de tangage pour mieux comprendre la dynamique du filtre. On suppose que l'objet dont on estime l'attitude a un unique degré de liberté autour de son axe de tangage. On note  $\theta$  l'angle de tangage réel et  $\hat{\theta}$  son estimation. Les accéléromètres mesurent :

$$a_m = \begin{bmatrix} a_{m_x} \\ a_{m_y} \\ a_{m_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ 0 \\ g \cos \theta \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} -g\theta \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

A partir de cette mesure et l'estimation de l'angle de tangage  $\hat{\theta}$ , on peut calculer l'accélération  $a_o$  dans le repère inertiel  $\mathcal{R}_o$  et la normaliser :

$$\hat{\tilde{a}}_o = -\frac{1}{g}\hat{a}_0 = -\frac{1}{g} \begin{bmatrix} a_{m_x} \cos \hat{\theta} + a_{m_z} \sin \hat{\theta} \\ a_{m_y} \\ -a_{m_x} \sin \hat{\theta} + a_{m_z} \cos \hat{\theta} \end{bmatrix} \approx -\frac{1}{g} \begin{bmatrix} a_{m_x} + a_{m_z} \hat{\theta} \\ a_{m_y} \\ -a_{m_x} \hat{\theta} + a_{m_z} \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

On peut à présent utiliser l'équation (2.56) pour calculer le terme de correction associée aux mesures accélérométriques :

$$nG\mathfrak{3}_o = \hat{\tilde{a}}_o \wedge \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\tilde{a}}_{o_y} \\ -\hat{\tilde{a}}_{o_x} \\ 0 \end{bmatrix} \approx \frac{1}{g} \begin{bmatrix} a_{m_y} \\ -(a_{m_x} + \hat{\theta} a_{m_z}) \\ 0 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ \theta - \hat{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

$$nG\mathfrak{3}_{b_y} = nG\mathfrak{3}_{o_y} \quad (2.66)$$

L'équation d'évolution de l'angle estimé se réduit alors à :

$$\dot{\hat{\theta}} = q_m + k_{GP}(\theta - \hat{\theta}) \quad (2.67)$$

La fonction de transfert entre le gyroscope, l'angle réel et l'estimation d'attitude s'exprime donc :

$$\hat{\theta} = \frac{1}{s + k_{GP}}(q_m + k_{GP} \cdot \theta) \quad (2.68)$$

## 2.6 Modèle mécanique des drones : équation de la dynamique

Cette section reprend les principes de la mécanique des solides pour les appliquer aux drones étudiés. Le résultat est une expression de la dynamique du drone qui intègre l'expression des efforts décrits dans les sections précédentes.

### 2.6.1 Quadrirotor

#### Description

Un quadrirotor est un aéronef composé d'une paire d'hélices contra-rotatives montées aux extrémités d'une structure en forme de croix (Figure 2.20). Son usage actuel le plus courant est la prise de vues à distance. Pour effectuer cette mission, le drone est soit manœuvré à vue par un pilote, soit opéré avec un niveau d'autonomie supérieur le long d'un plan de vol. En extérieur, les informations d'un capteur GPS permettent de suivre un plan de vol. D'importants efforts de recherche sont menés pour rendre cette fonction indépendante du GPS qui n'est pas disponible à l'intérieur d'un bâtiment. Le problème de perception d'un environnement intérieur est progressivement résolu grâce à l'exploitation de capteurs vidéos ou de capteurs LIDAR [26], [132] [9]. Quel que soit le mode de guidage, la fonction de suivi de trajectoire est usuellement séparée en deux niveaux : un pour l'algorithme de guidage et un pour l'algorithme de stabilisation. Les lois de guidage donnent aux lois de stabilisation l'attitude de référence à suivre pour assurer le suivi de la trajectoire. L'objectif de la loi de stabilisation est alors de suivre la référence d'attitude avec une bande passante suffisamment large pour que la loi de guidage fonctionne correctement. De plus, un engin évoluant en vol quasi-stationnaire est plus facile à piloter pour une personne sans compétence particulière quand la position de l'organe de contrôle correspond à une orientation pour le drone. L'attitude du quadrirotor est décrite à l'aide des angles d'Euler (Figure 2.22a). Cette représentation est plus intuitive et ne pose pas de difficulté dans le domaine de vol prévu pour le quadrirotor. On s'intéressera donc dans le chapitre 3 à la synthèse de correcteurs pour le contrôle de l'attitude de plusieurs quadrirotors. Les configurations de quadrirotors utilisées pour les expérimentations sont décrits sur la Figure 2.23. Les quadrirotors (b) et (c) sont de tailles identiques et se distinguent uniquement par la carène qui protège les hélices du prototype (c). Le quadrirotor (a) est lui plus grand et plus lourd que les deux autres.

Il existe deux configurations classiques pour la commande des quadrirotors : la forme en X et la forme en croix. La forme en croix est illustrée par la Figure 2.20. Dans cette configuration, le quadrirotor est commandé par les rotors couplés par deux : deux rotors opposés commande le roulis et les deux autres le tangage. Dans la configuration en X, illustrée par la Figure 2.21, les quatre rotors sont mis à contribution pour commander chaque axe. Le bras de levier est alors divisé par  $\sqrt{2}$  par rapport à la forme en croix. Cette dernière configuration présente l'avantage de demander une variation plus faible des vitesses de rotation pour produire le même moment.

#### Modélisation

La section 2.2 détaille l'obtention d'une formule analytique pour exprimer les efforts qui s'exercent sur un seul rotor. La procédure qui permet de calculer ces efforts est détaillée dans

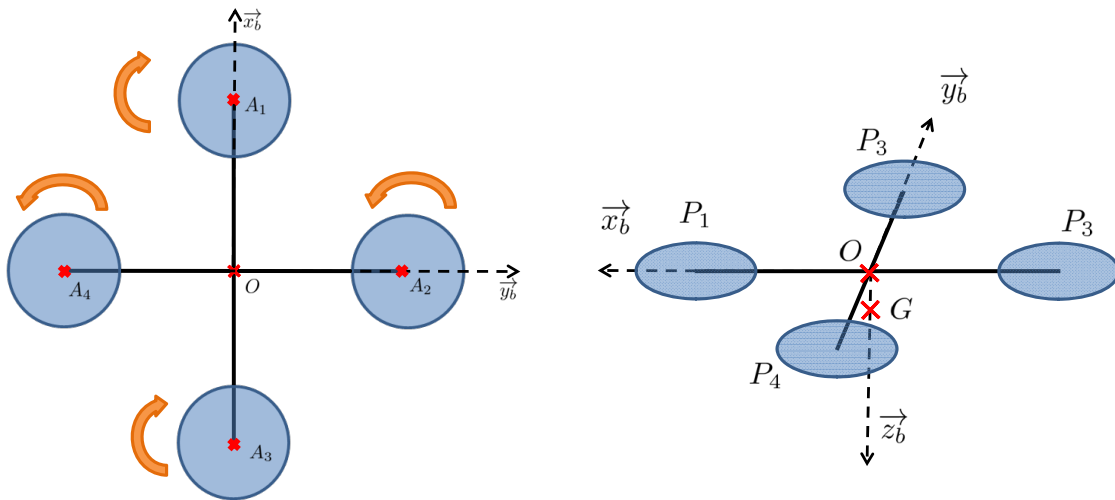


FIGURE 2.20 – Description d'un quadrirotor

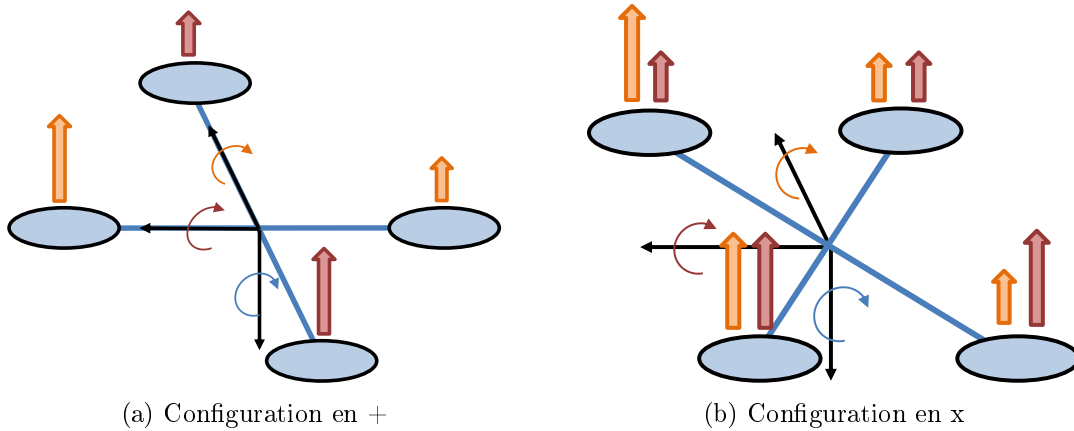


FIGURE 2.21 – Mixage

l'annexe B.4. Il s'agit maintenant d'exprimer ces efforts sur une configuration quadrirotor. Cela nous permet de mettre en évidence le moment de cabrage subi par le drone comme illustré sur la Figure 2.22b. Une des informations nécessaires au calcul des efforts est la vitesse aérodynamique vue par le rotor. Dans le cas du quadrirotor, chacun des quatre rotors peut voir une vitesse aérodynamique différente. On cherche donc à exprimer les conditions aérodynamiques locales à chaque rotor. Dans la suite de cette section, on indique par l'indice  $i$  le rotor concerné en utilisant la même numérotation que sur la Figure 2.20. Cette figure permet également de décrire la géométrie du drone. Le centre de gravité du système est noté  $G$ ,  $A_i$  représente le centre de gravité de chaque rotor  $P_i$  et  $O$  le centre géométrique de la structure du quadrirotor. On peut ainsi écrire



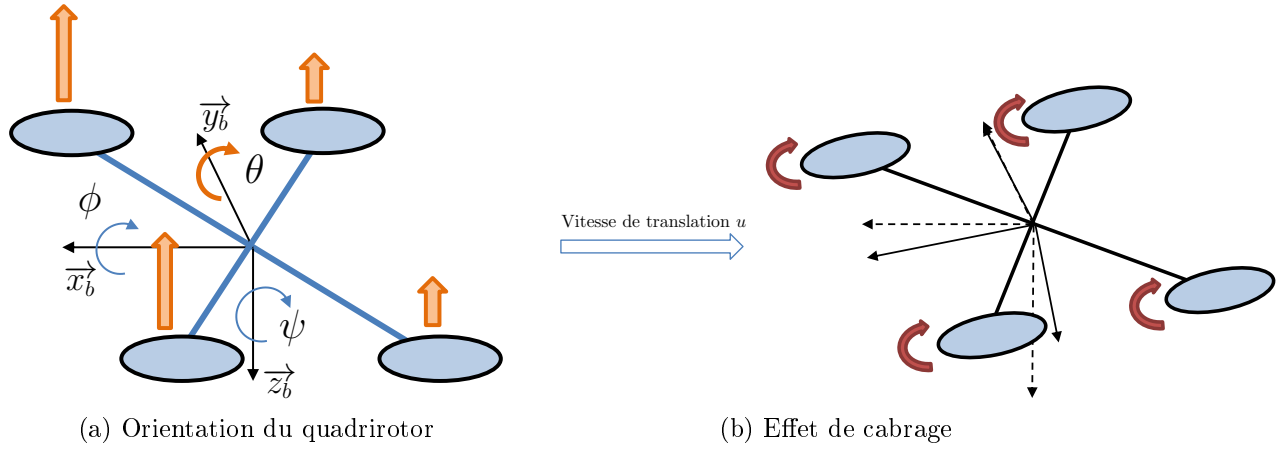


FIGURE 2.22

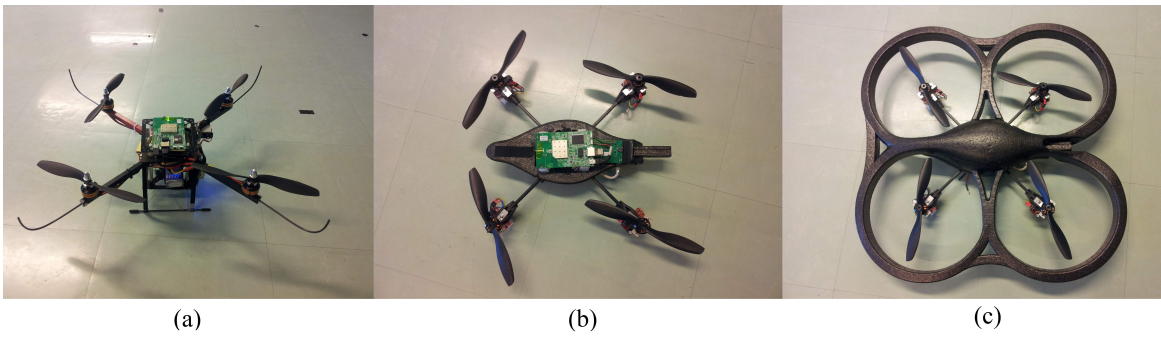


FIGURE 2.23 – Les trois configurations de quadrirotor

les coordonnées du centre de chaque rotor par rapport au centre de gravité dans le repère  $\mathcal{R}_b$  :

$$[\vec{GO}]^B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ z_G \end{bmatrix}, [\vec{GA}_1]^B = \begin{bmatrix} l \\ 0 \\ z_G \end{bmatrix}, [\vec{GA}_2]^B = \begin{bmatrix} 0 \\ l \\ z_G \end{bmatrix}, [\vec{GA}_3]^B = \begin{bmatrix} -l \\ 0 \\ z_G \end{bmatrix}, [\vec{GA}_4]^B = \begin{bmatrix} 0 \\ -l \\ z_G \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

On introduit ainsi  $l$  la longueur d'un bras du quadrirotor et  $z_G$  le décalage sur l'axe verticale entre le centre géométrique et le centre de gravité. Les vitesses de rotations du drones et des rotors sont notées de la manière suivante :

$$[\Omega_{P_i/b}]^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \epsilon_i \omega_i \end{bmatrix}, \quad [\Omega_{b/o}]^b = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Exprimées dans le repère lié au drone  $\mathcal{R}_b$ , les vitesses de chaque rotor sont :

$$[V_{A_i}]_o^b = \begin{bmatrix} u + \kappa_i r l + q z_G & v + \nu_i r l - p z_G & w - \nu_i q l - \kappa_i p l \end{bmatrix}^T \quad (2.71)$$

$$\kappa_i = 0, -1, 0, 1, \nu_i = 1, 0, -1, 0 \quad (2.72)$$

Les constantes  $\kappa_i$  et  $\nu_i$  permettent d'avoir une expression unique de la vitesse tout en tenant compte du sens de rotation du rotor et de son positionnement par rapport à l'orientation du repère central  $\mathcal{R}_b$ .

On note  $[U_w]^b$  la vitesse du vent dans le repère  $\mathcal{R}_b$  :

$$[U_w]^b = \begin{bmatrix} u_w & v_w & w_w \end{bmatrix}^T \quad (2.73)$$

Les paramètres d'avancement prennent en compte la vitesse du vent  $[U_w]^B$  et  $[V_{A_i}]_o^b$  :

$$\begin{aligned} [V_{A_i}]_w^b &= [V_{A_i}]_o^b - [U_w]^b \\ &= \begin{bmatrix} \bar{u} + \kappa_i r l + q z_G & \bar{v} + \nu_i r l - p z_G & \bar{w} - \nu_i q l - \kappa_i p l \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.74)$$

$$\text{avec } \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - u_w \\ v - v_w \\ w - w_w - \lambda_0 \end{bmatrix}$$

En injectant ces expressions, dans celles des efforts proposées dans la section 2.2, on peut obtenir la forme compacte proposée dans [97] :

$$\vec{F}_i = -b\omega_i^2 \vec{z}_b - \omega_i \left( \lambda_1 \vec{V}_{A_i}^\perp - \lambda_2 \vec{\Omega} \times \vec{z}_b \right) + \epsilon_i \omega_i \left( \lambda_3 \vec{V}_{A_i} \times \vec{z}_b - \lambda_4 \vec{\Omega}^\perp \right) \quad (2.75)$$

$$\vec{M}_i = -a\epsilon_i \omega_i^2 \vec{z}_b - \omega_i \left( \eta_1 \vec{V}_{A_i}^\perp + \eta_2 \vec{\Omega} \times \vec{z}_b \right) - \epsilon_i \omega_i \left( \eta_3 \vec{V}_{A_i} \times \vec{z}_b + \eta_4 \vec{\Omega}^\perp \right) \quad (2.76)$$

où  $\vec{F}_i$  et  $\vec{M}_i$  désignent respectivement les forces et les moments extérieurs appliqués sur le quadrirotor. Les relations (2.75), (2.76), où  $a$ ,  $b$ ,  $\lambda_i$  et  $\nu_i$  ( $i \in \llbracket 1, 4 \rrbracket$ ) sont des constantes qui dépendent des caractéristiques des hélices, montrent essentiellement le rôle important de la vitesse de translation sur la dynamique de rotation. Ces constantes peuvent être calculées à partir de mesures faites sur le prototype.

Pour obtenir le système dynamique régissant la rotation du drone, on applique le théorème du moment cinétique. Celui-ci requiert l'expression de la dérivée du moment cinétique  $L_G^{bo}$  du système. On considère le système comme composé d'un corps principal fixe et des 4 hélices en rotation qui vont aussi contribuer au moment cinétique du système. Il peut s'exprimer dans le repère lié au drone de la manière suivante :

$$\begin{aligned} L_G^{bo} &= [J_B]^b [\Omega_{b/o}]^b + \sum_{i=1}^4 [J_{P_i}]^b [\Omega_{P_i/o}]^b \\ &+ \left( \sum_{i=1}^4 m_{h_i} \begin{bmatrix} \|GP_i\|^2 - (GP_i \cdot x_B)^2 & -(GP_i \cdot x_B)(GP_i \cdot y_B) & -(GP_i \cdot x_B)(GP_i \cdot z_B) \\ -(GP_i \cdot y_B)(GP_i \cdot x_B) & \|GP_i\|^2 - (GP_i \cdot y_B)^2 & -(GP_i \cdot y_B)(GP_i \cdot z_B) \\ -(GP_i \cdot z_B)(GP_i \cdot x_B) & -(GP_i \cdot z_B)(GP_i \cdot y_B) & \|GP_i\|^2 - (GP_i \cdot z_B)^2 \end{bmatrix} \right) [\Omega_{b/o}]^b \\ &= [J_P]^b \sum_{i=1}^4 [\Omega_{P_i/b}]^b + \underbrace{\left( 2m_h \begin{bmatrix} 2z_G^2 + l^2 & 0 & 0 \\ 0 & 2z_G^2 + l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2l^2 \end{bmatrix} + [J_B]^b + 4[J_P]^b \right)}_{\tilde{J}_B} [\Omega_{b/o}]^b \\ &= [J_P]^b \sum_{i=1}^4 [\Omega_{P_i/b}]^b + [\tilde{J}_B]^b [\Omega_{b/o}]^b \end{aligned}$$

Ce qui permet d'exprimer sa dérivée par rapport au temps :

$$\begin{aligned} \frac{dL_G^{bo}}{dt} \Big|_I &= \frac{dL_G^{bo}}{dt} \Big|_b + [\Omega_{b/o}]^b \times L_G^{bo} \\ &= J_P \left( \sum_{i=1}^4 \frac{d\Omega_{P_i/b}}{dt} \Big|_b \right) + \tilde{J}_B \frac{d\Omega_{b/o}}{dt} \Big|_b + \Omega_{b/o} \times \left( \tilde{J}_B \Omega_{b/o} \right) + \Omega_{b/o} \times \left( [J_P]^b \sum_{i=1}^4 [\Omega_{P_i/b}]^b \right) \end{aligned} \quad (2.77)$$

En utilisant les symétries du drone, les matrices d'inertie sont réduites à des matrices diagonales décomposées de la façon suivante :

$$[J_B] = \begin{bmatrix} J_{B_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & J_{B_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & J_{B_{zz}} \end{bmatrix}, \quad [J_P] = \begin{bmatrix} J_{P_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & J_{P_{yy}} & 0 \\ 0 & 0 & J_{P_{zz}} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

On peut finalement réduire l'expression de la dérivée du moment cinétique :

$$\frac{dL_G^{bo}}{dt} \Big|_o = \begin{bmatrix} \tilde{J}_{B_{xx}} \dot{p} + (\tilde{J}_{B_{zz}} - \tilde{J}_{B_{yy}})qr + J_{P_{zz}}q \sum_{i=1}^4 \epsilon_i \omega_i \\ \tilde{J}_{B_{yy}} \dot{q} + (\tilde{J}_{B_{xx}} - \tilde{J}_{B_{zz}})rp - J_{P_{zz}}p \sum_{i=1}^4 \epsilon_i \omega_i \\ \tilde{J}_{B_{zz}} \dot{r} + (\tilde{J}_{B_{yy}} - \tilde{J}_{B_{xx}})pq + J_{P_{zz}} \sum_{i=1}^4 \epsilon_i \dot{\omega}_i \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

En appliquant le principe fondamentale de la dynamique, on obtient la dynamique complète du drone :

$$\begin{cases} \frac{d[G]^o}{dt} \Big|_o = R_{o/b} \left( \sum_{i=1}^4 \vec{F}_i \right) + m \vec{g} \\ \frac{dL_G^{bo}}{dt} \Big|_o = R_{o/b} \left( \sum_{i=1}^4 \overrightarrow{GA}_i \times \vec{F}_i + \vec{M}_i \right) \end{cases} \quad (2.80)$$

## Modèle Linéaire

En raison de la symétrie du drone, on s'intéresse seulement à l'axe de tangage. On cherche un modèle linéarisé autour d'un pseudo-équilibre défini par des vitesses de rotation nulles, des accélérations nulles et une vitesse verticale nulle. En éliminant tous les termes de couplage entre les axes, l'équation de la dynamique de rotation sur l'axe de tangage s'exprime :

$$\dot{q} = \frac{1}{\tilde{J}_{B_{yy}}} \left( -(\omega_1 + \omega_3)\mu_2 q + la(\omega_1^2 - \omega_3^2) + (\omega_1 + \omega_3)(\lambda_1 z_G + \eta_3) u \right) \quad (2.81)$$

On fait le choix d'un mixage en croix (voir Figure 2.21a) pour décrire le modèle. Ainsi, seules les vitesses de rotation des rotors 1 et 3 interviennent. On constate que la vitesse translation  $u$  intervient dans la dynamique de rotation, on l'isole donc également :

$$\begin{cases} \dot{u} = -\frac{1}{m} \left( \sum_{i=1}^4 a \sin \theta \omega_i^2 + \omega_i \lambda_3 u \right) \\ \dot{z} = g - \frac{\cos \theta}{m} \sum_{i=1}^4 a \omega_i^2 \end{cases} \quad (2.82)$$

La dynamique de translation verticale est incluse car elle est utilisée pour déterminer les vitesses de rotation des rotors à l'équilibre. Si l'on choisit un angle de tangage d'équilibre  $\theta_{eq}$ , on peut déterminer la vitesse d'équilibre  $u_{eq}$  que le drone atteindra ainsi que la vitesse de rotation d'équilibre des rotors  $\omega_{eq}$  :

$$\omega_{eq} = \sqrt{\frac{mg}{4a \cos \theta_{eq}}}, \quad u_{eq} = -\frac{1}{\lambda_1} (a \sin \theta_{eq} \omega_{eq}) \quad (2.83)$$

Le drone est commandé en modifiant les vitesses de rotation des rotors d'une même grandeur  $\delta\omega$ . On peut finalement exprimer le modèle linéarisé de la dynamique longitudinale :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & M_u \\ -9.8 & M_q & X_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_d \\ 0 \end{bmatrix} \delta\omega \quad (2.84)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_m \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \\ u \end{bmatrix}$$

La fonction de transfert qui correspond au système décrit par (2.84) est notée  $G_{X_u, M_u}(s)$ . La forme du modèle ne dépend pas de l'équilibre recherché. Les valeurs des paramètres vont par contre évoluer.

Les procédures utilisées pour générer le modèle linéarisé pour une condition de vol sont décrites dans les algorithmes B.1, B.2, B.3, B.4.

Les données numériques utilisées pour les paramètres des quadrirotors sont exposées dans le Tableau B.1. La structure est assimilée à une plaque plane dont le coefficient de traînée est donnée par exemple dans [52]. Le coefficient de raideur de la pale est celui donné par [70].

Ces données numériques permettent d'obtenir les coefficients suivant :

$$M_u = 2.34515, X_u = -0.09, M_d = 0.67 \quad (2.85)$$

## 2.6.2 Drone Hybride

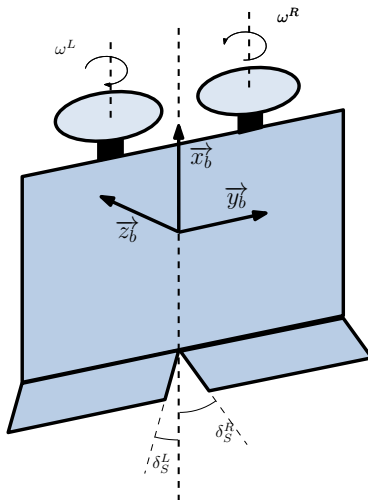


FIGURE 2.24 – Repère associé au MAVion

Cette section présente le modèle dynamique du drone hybride MAVion. Sans prendre en compte la dynamique des actionneurs, ni celles des capteurs, on considère que la position des gouvernes et la vitesse de rotation des rotors sont les entrées du système. Il s'agit d'exprimer les forces et moments régies par ces entrées. Le drone est schématisé sur la Figure 2.24. En utilisant

le repère lié au drone qui y est décrit, le drone aura un angle de tangage de  $90^\circ$  en vol stationnaire et autour de  $0^\circ$  en vol d'avancement. La figure met en évidence la symétrie du drone par rapport à l'axe  $\vec{x}_b$  que l'on exploite pour la modélisation. On considère que le MAVion est constitué de deux parties identiques chacune composée d'un rotor et d'une gouverne. Ces deux parties correspondent à la partie gauche et droite du drone si l'on divise la voilure en son milieu. Les deux parties sont modélisées exactement de la même manière, seules leurs entrées diffèrent. Aucune interaction directe n'est considérée entre elles, notamment d'un point de vue aérodynamique. Pour chaque partie, les efforts sont divisés entre ceux générés par le rotor et ceux générés par la voilure :

$$\begin{aligned}\vec{F}_{ext} &= \vec{F}_{rot} + \vec{F}_{aero} + \vec{P} \\ \vec{M}_{ext} &= \vec{M}_{rot} + \vec{M}_{aero}\end{aligned}\tag{2.86}$$

où  $\vec{F}_{rot}$  et  $\vec{M}_{rot}$  sont les efforts du rotor calculés selon la procédure B.4 décrite dans la section 2.2,  $\vec{F}_{aero}$  et  $\vec{M}_{aero}$  sont les efforts aérodynamiques décrits section 2.3 et  $\vec{P}$  le poids. Les efforts des rotors dépendent de leur vitesse de rotation ( $\omega^R$  pour le rotor droit,  $\omega^L$  pour le rotor gauche) et de la vitesse aérodynamique  $\vec{V}_a$ . La procédure B.4 fournit également le coefficient de flux du rotor  $\lambda_0$  ce permet de calculer la vitesse induite  $v_i$ , l'angle d'incidence local  $\alpha_a$  et le rayon du flux aval au rotor donc la surface en interaction  $S_i$ . Ces paramètres permettent de calculer les efforts aérodynamiques d'une part de la partie en interaction avec le rotor et d'autre part de la surface libre. Les efforts aérodynamiques présentés dans la section 2.3 sont calculés dans le repère aérodynamique. Il convient de les exprimer dans le repère lié au drone :

$$\begin{aligned}F_x &= L \cdot \sin \alpha - D \cdot \cos \alpha \\ F_z &= -L \cdot \cos \alpha - D \cdot \sin \alpha\end{aligned}\tag{2.87}$$

La Figure 2.25 synthétise l'approche utilisée pour la modélisation de la dynamique du vol du MAVion.

La manœuvre qui nous intéresse particulièrement est la transition équilibrée du vol stationnaire au vol d'avancement et inversement. Le modèle mis en place permet de vérifier que le prototype peut effectivement réaliser cette manœuvre. Les points de pseudo-équilibre sont cherchés pour des vitesses de translation longitudinales  $V_{ex}$  de  $0 \text{ m.s}^{-1}$  à  $10 \text{ m.s}^{-1}$ .

Pour explorer cette plage de vitesse, il faut parcourir l'ensemble de la plage des angles de tangage comme le montre la Figure 2.26. Maintenir une vitesse nulle nécessite une légère inclinaison à cause de la portance du profil soufflée par les rotors. La vitesse induite par les rotors diminuent avec la vitesse d'avancement (Figure 2.27a) et pourrait entraîner une baisse de l'efficacité des gouvernes. Cette diminution est cependant compensée par la vitesse de translation, de sorte que la vitesse totale vue par les parties soufflées par les rotors ne diminuent pas (Figure 2.27b). De plus, la partie de la voilure qui n'est pas influencée par les rotors va progressivement apporter sa contribution.

L'importance du souffle des rotors sur la voilure peut également être mise en évidence par l'analyse de l'angle d'incidence durant la transition (Figure 2.28). Dans la section 2.3.2, plusieurs angles d'incidence ont été définis sur la Figure 2.10 pour décrire l'interaction entre la voilure et les rotors. On constate à sur la Figure 2.28a que la surface libre va, comme on peut s'y attendre, décrocher par contre la partie de la voilure soufflée par les rotors aura une incidence relativement faible du vol stationnaire au vol d'avancement (Figure 2.28b). Ce constat montre l'importance de bien déterminer la vitesse induite des rotors lors de la conception d'un drone hybride. En effet celle-ci détermine directement la capacité du drone à faire la transition entre les deux phases de vol sans que la voilure ne décroche dans sa totalité.

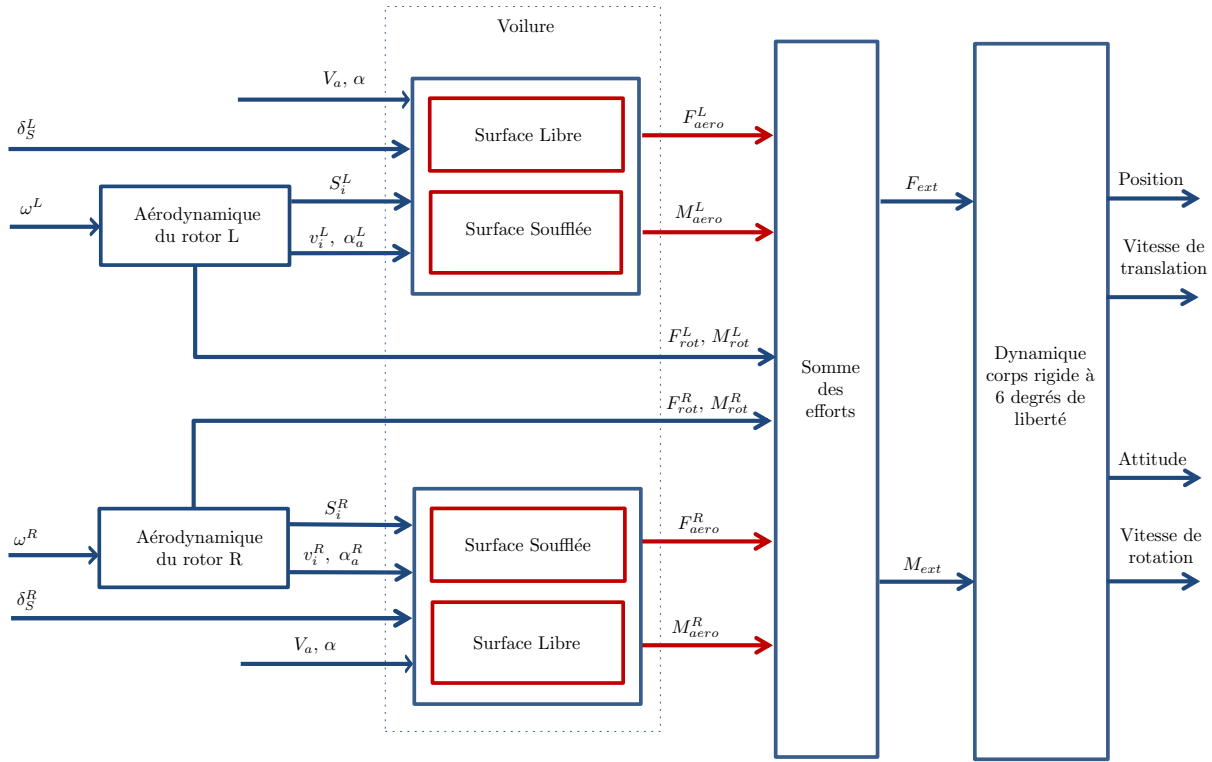


FIGURE 2.25 – Schéma de principe de la modélisation

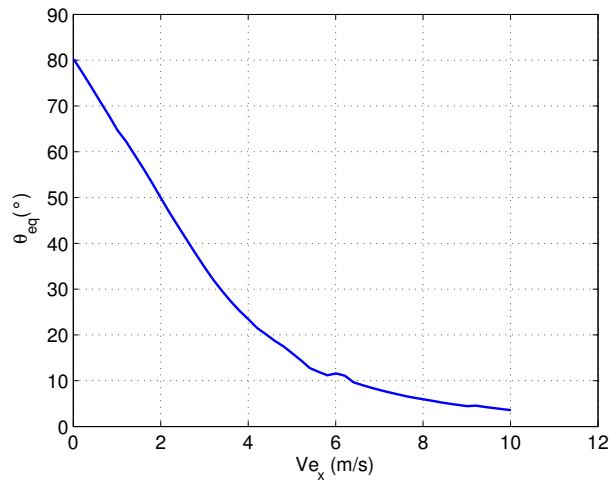
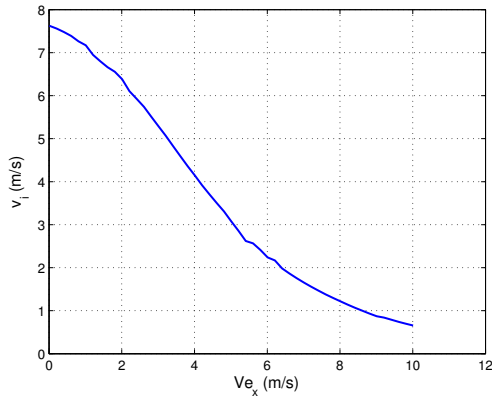
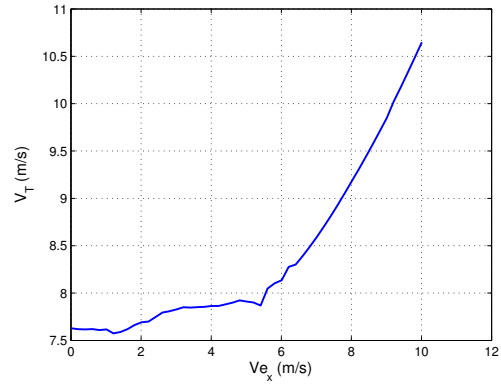


FIGURE 2.26 – Evolution de l'angle de tangage d'équilibre en fonction de la vitesse longitudinale d'équilibre

L'avantage de ce type de drone est de consommer moins d'énergie qu'un multiroteur en vol d'avancement. La consommation énergétique étant essentiellement liée à la poussée des rotors, une bonne mesure de celle-ci est donnée par leur vitesse de rotation. On constate grâce à la Figure 2.29 que la vitesse d'équilibre des rotors passe par un minimum puis augmente de nouveau avec

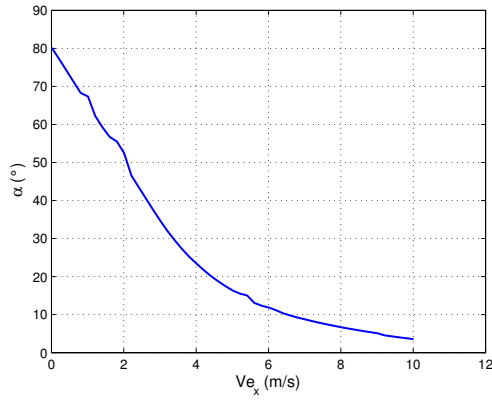


(a) Vitesse induite

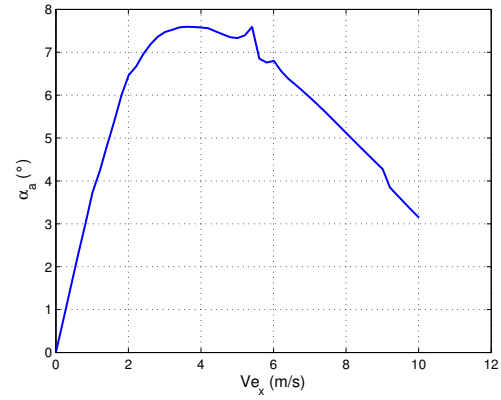


(b) Vitesse totale

FIGURE 2.27 – Evolution de la vitesse induite et totale en fonction de la vitesse longitudinale d'équilibre



(a) Incidence  $\alpha$



(b) Incidence induite  $\alpha_a$

FIGURE 2.28 – Evolution des angles d'incidence vue par la voilure et induits rotors en fonction de la vitesse longitudinale d'équilibre

la vitesse de translation.

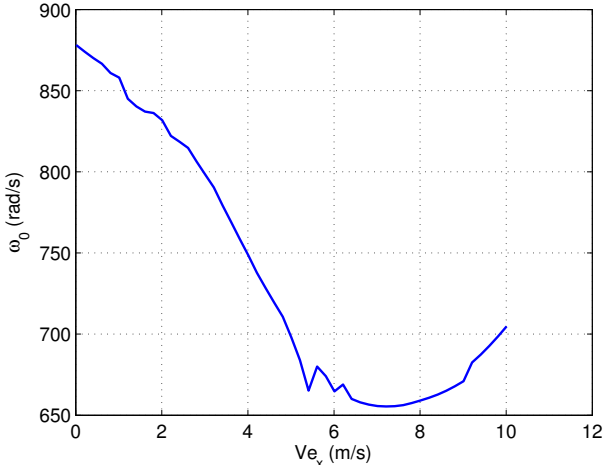


FIGURE 2.29 – Evolution de la vitesse moyenne des rotors en fonction de la vitesse longitudinale d'équilibre



## 3 Loi de pilotage pour une famille de quadrirotors

Les quadrirotors sont une catégorie populaires de drones qui se déclinent en plusieurs tailles et configurations. Pour favoriser la flexibilité du système embarqué, un correcteur unique pour plusieurs prototypes est mis en oeuvre. L'objectif est de garantir les performances de la boucle fermée malgré les variations de configuration. Ce chapitre présente la synthèse de correcteurs pour le contrôle de l'attitude d'un quadrirotor selon deux méthodes très proches de commandes adaptatives indirectes. Pour des raisons de symétrie seul l'axe longitudinal est considéré. L'objectif du correcteur est donc de contrôler l'angle de tangage  $\theta$ .

### 3.1 Modèle pour la commande

#### 3.1.1 Dynamique longitudinale

La section 2.6.1 a permis de détailler la modélisation globale d'un drone quadrirotor. On s'intéresse dans ce chapitre uniquement à son comportement sur l'axe de tangage, dont on formule un modèle linéarisé :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & M_u \\ -9.8 & 0 & X_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_d \\ 0 \end{bmatrix} \delta\omega \quad (3.1)$$
$$\begin{bmatrix} \theta_m \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \\ u \end{bmatrix}$$

La fonction de transfert qui correspond au système décrit par (3.71) est notée  $G_{X_u, M_u}(s)$ . La forme du modèle ne dépend de l'équilibre recherché. La valeur des paramètres va par contre évoluer. Ces données numériques permettent d'obtenir les coefficients suivant :  $M_u = 2.34515$ ,  $X_u = -0.09$ ,  $M_d = 0.67$ .

#### 3.1.2 Interaction entre l'estimation d'attitude et le quadrirotor

L'algorithme d'estimation d'attitude décrit dans la section 2.5.2 montre comment les mesures de vitesses de rotation sont couplées aux mesures d'accélération pour estimer l'attitude. Une hypothèse importante de cet algorithme est que les accéléromètres ne mesurent que l'accélération gravitationnelle, c'est à dire que le véhicule est en quasi-équilibre. On dispose à présent d'un modèle du quadrirotor, il est intéressant d'étudier le couplage entre l'estimation et la dynamique de celui-ci. L'étude est menée sur l'axe de tangage. On rappelle la formule utilisée pour calculer l'attitude :

$$\dot{\theta}_m = q + \frac{k_{GP}}{g} \hat{a}_{o_x} \quad (3.2)$$

La mesure de la vitesse de tangage  $q$  est supposée parfaite. L'estimée de l'accélération inertielle longitudinale fait intervenir les mesures d'accélération dans le repère lié au véhicule et l'estimation précédente de l'angle de tangage. Le filtre cherche ainsi à annuler l'estimation de l'accélération

inertielle pour respecter l'hypothèse initiale à savoir que le véhicule est en quasi équilibre (immobile ou à vitesse constante). L'estimation de l'accélération inertielle représente ainsi l'erreur d'estimation de l'angle de tangage.

Pendant une manœuvre, l'hypothèse est bien entendue violée, l'estimée d'accélération inertielle est donc exprimée avec la dynamique du véhicule pour pouvoir étudier cet effet. La mesure des accéléromètres est donnée par :

$$\begin{aligned} a_{m_x} &= a_{b_x} - (-g \sin \theta) \\ a_{m_z} &= a_{b_z} - (g \cos \theta) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Le véhicule est à l'équilibre sur l'axe vertical :

$$\begin{cases} a_{b_x} = X_u u \\ a_{b_z} = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} a_{m_x} = X_u u + g \sin \theta \\ a_{m_z} = -g \cos \theta \end{cases} \quad (3.4)$$

En réinjectant dans l'expression de l'accélération on obtient :

$$\begin{aligned} \hat{a}_{o_x} &= a_{m_x} \cos \theta_m + a_{m_z} \sin \theta_m \\ &= X_u u \cos \theta_m + g \sin(\theta - \theta_m) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Enfin, la dynamique d'estimation (3.2), linéarisée autour du vol stationnaire ( $\theta = \theta_m = u = 0$ ), peut s'écrire :

$$\dot{\theta}_m = q + k_{GP}(\theta - \theta_m) + \frac{k_{GP}X_u}{g}u \quad (3.6)$$

On retrouve dans le terme de correction  $k_{GP}(\theta - \theta_m)$  mais aussi un terme perturbateur lié à l'accélération longitudinale du drone. On peut à présent écrire la dynamique du système en boucle fermée pour illustrer le couplage entre la dynamiques d'estimation et celle du véhicule :

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m &= q + \frac{k_{GP}}{g}(X_u u + g(\theta - \theta_m)) \\ \dot{u} &= X_u u - g\theta \end{cases} \quad (3.7)$$

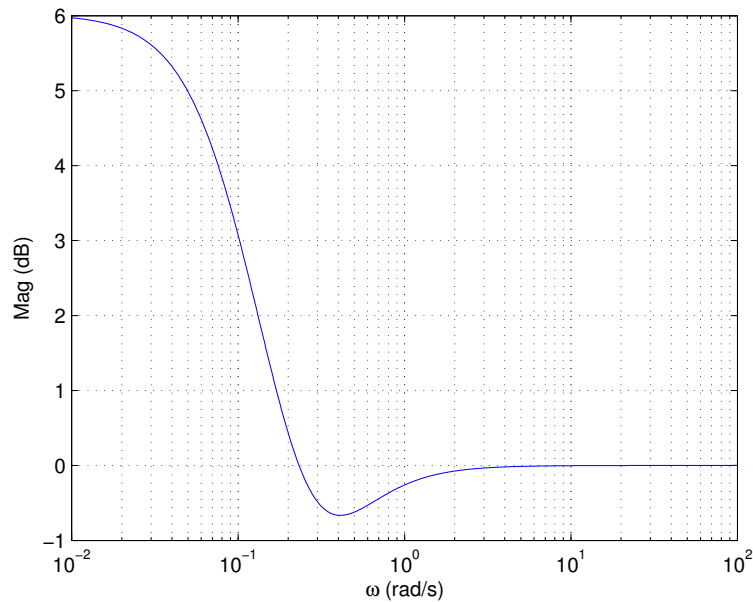
Cela permet de donner la fonction de transfert entre l'angle réel de tangage  $\theta$  et son estimation  $\theta_m$  :

$$\frac{\theta_m(s)}{\theta(s)} = \frac{s^2 + (k_{GP} - X_u)s - 2k_{GP}X_u}{(s - X_u)(s + k_{GP})} \quad (3.8)$$

Le module de la réponse fréquentielle de cette fonction de transfert est représenté sur la Figure 3.1 en utilisant les valeurs de  $k_{GP} = 0.4$  et  $X_u = -0.09$ . On constate que l'estimateur agit comme un amplificateur aux très basses fréquences. Cela correspond en régime permanent à l'accélération liée à la trainée qui biaise l'estimation de l'attitude. La fréquence de transition est donnée par :

$$\omega_{co} = \frac{\sqrt{-6X_u k_{GP}}}{2}$$

La réponse fréquentielle montre de plus qu'à hautes fréquences l'estimateur fournit l'estimation sans erreur. Cela correspond à l'utilisation des gyroscopes seuls puisque plus on baisse  $k_{GP}$  plus la plage de fréquence pour laquelle l'estimation est fautive est réduite. Asymptotiquement,  $k_{GP} = 0$  signifie que l'accélération n'est pas utilisée pour l'estimation. De la même manière, si la trainée est importante,  $X_u$  grand, l'estimation est erronée sur une plus grande plage de fréquence.

FIGURE 3.1 – Module de la fonction de transfert  $\theta_m/\theta(s)$ 

## 3.2 Identification en ligne

L'identification des systèmes désigne l'ensemble des méthodes permettant de calculer les paramètres qui régissent le comportement dynamique d'un système. De l'usage du modèle identifié va beaucoup dépendre le choix d'une part de la structure du modèle et d'autre part la méthode employée. Parmi ces usages on peut citer la simulation haute fidélité, la commande ou l'étude des performances. Dans le cadre de la commande adaptative qui nous intéresse ici, on cherche bien évidemment à identifier un modèle pour la commande avec la contrainte supplémentaire du fonctionnement en ligne de la méthode. Cela contraint la dimension du modèle et le raffinement de l'algorithme en terme de complexité de calcul. Malgré ces contraintes, un vaste choix de méthodes s'offre à nous et il convient d'en énoncer les grands principes avant de décrire plus précisément l'implémentation des techniques que nous avons retenues pour notre application.

Les algorithmes présentés ici se placent tous dans un contexte probabiliste pour modéliser les erreurs et incertitudes. On rappelle deux algorithmes utilisés à savoir le filtre de Kalman étendu (Extended Kalman Filter, EKF), et les moindres carrés récursifs (Recursive Least Square, RLS). Les deux algorithmes sont présentés dans le formalisme du filtre de Kalman pour montrer quelles sont les points où ils se distinguent de la formulation originale du filtre et mettre en exergue les objectifs de ces modifications.

### 3.2.1 Filtre de Kalman linéaire

Le filtre de Kalman tel qu'il a été introduit par Kalman en 1960 repose sur la modélisation discrète d'un système à l'aide de sa représentation d'état. On considère la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} x_{k+1} &= F_k x_k + G_k u_k + w_k \\ y_k &= H_k x_k + D_k u_k + v_k \end{cases} \quad (3.9)$$

où  $x_k$  représente l'état du système à l'instant  $k$ ,  $u_k$  représente l'entrée du système à l'instant  $k$ ,  $y_k$  représente les mesures du système à l'instant  $k$ . Les matrices  $F_k$ ,  $G_k$ ,  $H_k$  et  $D_k$  vérifient les contraintes de dimensions suivantes :

$$F_k \in \mathbb{R}^{n \times n}, G_k \in \mathbb{R}^{n \times m}, H_k \in \mathbb{R}^{p \times n} \text{ et } D_k \in \mathbb{R}^{p \times m}$$

Les signaux  $w_k$  et  $v_k$  sont des vecteurs de bruits blancs gaussiens modélisant les éléments de la dynamique du système que l'on n'est pas capable d'exprimer de manière déterministe et linéaire.

Un bruit blanc est un signal aléatoire stationnaire dont la densité spectrale de puissance est constante sur l'ensemble des fréquences. On fait de plus l'hypothèse d'ergodicité pour ces signaux de sorte que leurs moments statistiques sont équivalents à leurs moments temporels. On peut ainsi exprimer leur fonction d'autocorrélation de la manière suivante :

$$E[w_k w_{k+n}^T] = Q \cdot \delta_n \quad E[v_k v_{k+n}^T] = R \cdot \delta_n$$

La distribution de Dirac à l'instant  $n$  est noté  $\delta_n$ . Les matrices  $Q$  et  $R$  sont dénommées matrices de covariances et permettent de caractériser à chaque à la distribution normale de  $w_k$  et  $v_k$ .

Le signal  $w_k$  est dénommé bruit d'états car il impacte directement sur la dynamique du système. Il sera utilisé pour représenter l'incertitude sur le modèle choisi. Le signal  $v_k$  est appelé bruit de mesures car il est ajouté aux mesures du système. Il servira à modéliser les caractéristiques des capteurs.

Le rôle d'un filtre de Kalman est d'estimer l'état  $x$  du système, estimation notée  $\hat{x}$  en minimisant la variance de l'erreur d'estimation  $P_k = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T]$ .

L'estimateur qui garantit ces propriétés suit les équations (3.10). Elles sont séparées en deux parties. La première partie tire partie du modèle pour prédire le nouvel état ainsi que la covariance. La covariance *a priori* permet de calculer le gain de Kalman qui est ensuite utilisé dans l'étape de correction de l'état et de la covariance.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1/k} &= F_k \hat{x}_{k/k} + G_k u_k \\ P_{k+1/k} &= F_k P_{k/k} F_k^T + Q \end{aligned} \tag{3.10a}$$

$$K_{k+1} = P_{k+1/k} H_k^T (H_k P_{k+1/k} H_k + R)^{-1} \tag{3.10b}$$

$$\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1} (y_{k+1} - H_{k+1} x_{k+1/k}) \tag{3.10c}$$

$$P_{k+1/k+1} = P_{k+1/k} - K_{k+1} H_{k+1} P_{k+1/k}$$

Les indices permettent d'identifier les étapes de prédiction et de correction. L'indice  $k+1/k$  désigne la variable à l'instant  $k+1$  en connaissance de l'état à l'instant  $k$ . Il s'agit de la prédiction.

### 3.2.2 Estimation de paramètres

Le filtre présenté dans la section précédente peut servir pour estimer les paramètres d'un modèle formé d'une relation linéaire entre des mesures. Dans cet objectif, les paramètres à estimer sont intégrés aux états du filtre. Si l'on postule l'existence de la relation linéaire suivante liant des états du système :

$$y_e = \phi^T p \tag{3.11}$$

où  $y_e$  représente une mesure de l'état du système ou une grandeur calculée à partir d'une ou plusieurs mesures de l'état du système. Le vecteur  $\phi$  est construit de la même manière et est

dénoté régresseur ou vecteur de régression. Les paramètres  $p$  sont les grandeurs que l'on souhaite estimer. Une telle relation pourra être déduite de la modélisation physique du système. Cependant, ces paramètres estimés ne peuvent pas toujours être des paramètres physiques porteurs de sens. La relation (3.11) peut être vue comme l'équation d'observation du filtre de Kalman. De ce point de vue, le vecteur de paramètres  $p$  est le vecteur d'états du filtre et le régresseur  $\phi$  la matrice d'observation. On note  $\varepsilon$  le bruit de mesure caractérisé par sa moyenne nulle et une variance de  $\sigma_e^2$ . La matrice de covariance du filtre devient :

$$P = E\{(p - \hat{p})(p - \hat{p})^T\} \quad (3.12)$$

On marque d'un chapeau les quantités estimées.

L'algorithme des moindres carrés récursifs ou Recursive Least Square (RLS) permet de trouver  $\hat{p}$  qui minimise l'erreur quadratique suivante :

$$\min_{\hat{p} \in \mathbb{R}^{N_p+1}} \|y_e - \hat{y}_e\|^2, \hat{y}_e = \hat{p}^T \phi \quad (3.13)$$

L'algorithme RLS est traditionnellement présenté avec les équations suivantes :

$$K(k+1) = P(k)\phi(k) (\phi^T(k)P(k)\phi(k) + \sigma_e^2)^{-1} \quad (3.14)$$

$$\hat{p}(k+1) = \hat{p}(k) + K(k+1)(y_e - \hat{y}_e) \quad (3.15)$$

$$P(k+1) = P(k) - K(k+1)\phi^T(k)P(k) + Q \quad (3.16)$$

L'erreur de prédiction est utile pour vérifier la cohérence de la modélisation :

$$E\{(y_e - \hat{y}_e)(y_e - \hat{y}_e)^T\} = \phi^T(k)P(k)\phi(k) + \sigma_e^2 \quad (3.17)$$

Cet algorithme fournit non seulement l'estimation des paramètres  $\hat{p}$  mais aussi une mesure de la confiance en ces estimations à travers la matrice de covariance  $P$ . Pour initialiser l'algorithme, il faut choisir la valeur des initiales des paramètres ainsi que celle de la matrice de covariance. Cette dernière est en général choisie diagonale. On choisit la covariance associée à chaque paramètre en fonction de la connaissance préalable que l'on a sur chaque paramètre. Une grande covariance initiale signifie que l'on connaît mal le paramètre, il va donc pouvoir évoluer rapidement pour correspondre aux premières mesures.

**Colinéarité des données** La mise en œuvre d'algorithmes de types moindres carrés peut s'avérer délicate en présence de données colinéaires induisant alors des singularités. Considérons le problème sous sa forme non récursive :

$$Y_e = \Phi^T p + \varepsilon \quad \Phi^T = \begin{bmatrix} \phi_1^T \\ \phi_2^T \\ \vdots \end{bmatrix} = [m_1 \ m_2 \ \dots] \quad (3.18)$$

où  $Y_e$  est un vecteur composé des  $y_e$  à chaque instant et  $\Phi^T$  une matrice qui a pour ligne les vecteurs  $\phi$  à chaque instant. Le vecteur  $\hat{p}$  qui minimise l'erreur quadratique entre le modèle et les mesures observées a la forme suivante :

$$\hat{p} = (\Phi\Phi^T)^{-1}\Phi Y_e \quad (3.19)$$

La solution du problème des moindres carrés telle qu'exprimée dans (3.19) nécessite l'inversion d'une matrice. Il est intéressant de comprendre dans quelle condition cette inversion n'est plus possible. Ainsi en supposant que le régresseur  $\phi$  est constitué de trois mesures  $m_1$ ,  $m_2$  et  $m_3$  et que, de plus, la troisième mesure est une combinaison linéaire des deux autres  $m_3 = \lambda_1 m_1 + \lambda_2 m_2$ , la solution devient :

$$\begin{aligned} \Phi\Phi^T &= \begin{bmatrix} m_1^T \\ m_2^T \\ \lambda_1 m_1^T + \lambda_2 m_2^T \end{bmatrix} [m_1 \ m_2 \ \lambda_1 m_1 + \lambda_2 m_2] \\ &= [c_1 \ c_2 \ \lambda_1 c_1 + \lambda_2 c_2] \end{aligned} \quad (3.20)$$

où il apparait clairement que  $\Phi\Phi^T$  n'est pas inversible. En dehors du cas où l'on aurait mal conçu l'estimateur, il est possible de se retrouver dans des conditions similaires par inadvertance en raison des conditions dans lesquelles ont été acquises les données de la matrice  $\Phi$ . En l'occurrence, si l'on imagine deux mesures  $m_1$  et  $\lambda_1$ , avec un modèle qui conduise à un régresseur de la forme  $\Phi = [m_1 \ \lambda_1]$ . Si durant l'expérimentation de collecte des données, le paramètre  $\lambda_1$  reste quasiment constant, on sera confronté à une matrice presque non inversible qui conduira à des difficultés numériques.

### 3.2.3 Implémentation

L'algorithme RLS peut poser des problème de conditionnement numérique, en particulier dans la manipulation de la matrice de covariance. En effet, celle-ci est par définition positive mais la formulation initiale de l'algorithme permet dans certains cas d'obtenir une matrice non positive. Ce problème a été identifié très tôt (dès les années soixante) dans le cas du filtrage de Kalman, d'autant plus que les calculateurs de l'époque avait une précision de calcul inférieure. Il est apparu nécessaire de garantir la positivité à chaque étape de calcul du filtre et d'avoir un moyen simple de la vérifier. Plusieurs méthodes ont été proposées pour pallier ce problème dont on peut trouver les détails dans le Chapitre 6 de [64]. Plusieurs méthodes font appel à une factorisation de la matrice de covariance et diffèrent entre elles dans la manière de mettre à jour les facteurs à chaque instant. On retient la méthode de Biermann-Thornton [27] qui utilise la factorisation U-D d'une matrice positive. La comparaison avec l'implémentation standard montre des performances accrues pour un temps de calcul équivalent [88].

### 3.2.4 Préconditionnement des données

L'utilisation des données brutes des capteurs dans les algorithmes d'estimation ne donne pas de bons résultats. Ce constat n'est pas lié aux performances des algorithmes.

De plus certaines grandeurs que l'on suppose connues ne sont pas mesurées et sont reconstruites. Souvent l'estimation de paramètres représentant la dynamique d'un système nécessite la connaissance des dérivées des signaux mesurés. Une différentiation numérique du premier ordre se révèle trop sensible au bruit de mesure. Les sections qui suivent introduisent un lisseur puis la méthode de différentiation numérique dite des différences centrales.

#### Lisseur

Pour lisser le signal, on utilise la moyenne glissante de Spencer. Ce lisseur consiste à prendre la moyenne glissante pondérée avec les coefficients  $-3/4$ ,  $+3/4$ ,  $1$ ,  $+3/4$ ,  $-3/4$  d'une succession de

moyennes glissantes : deux sur 4 termes puis une sur 5 termes.

$$\begin{aligned}
 MA_{4i} &= 1/4 \sum_{k=1}^4 u_{i+k-1} \\
 MA_{44j} &= 1/4 \sum_{i=1}^4 MA_{4j+i-1} = 1/4 \sum_{i=1}^4 1/4 \sum_{k=1}^4 u_{j+i+k-2} \\
 MA_{544m} &= 1/5 \sum_{j=1}^5 MA_{44m+j-1} = 1/5 \sum_{j=1}^5 1/4 \sum_{i=1}^4 1/4 \sum_{k=1}^4 u_{m+j+i+k-3} \\
 SMA_l &= -3/4 \cdot MA_{544l+1} + 3/4 \cdot MA_{544l+2} + MA_{544l+3} + 3/4 \cdot MA_{544l+4} - 3/4 \cdot MA_{544l+5}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

On peut exprimer la moyenne glissante de Spencer comme un filtre numérique à réponse impulsionnelle finie :

$$\begin{aligned}
 y_n = \frac{1}{320} &(-3u_{n-7} - 6u_{n-6} - 5u_{n-5} + 3u_{n-4} + 21u_{n-3} + 46u_{n-2} + 67u_{n-1} + \\
 &74u_n + 67u_{n+1} + 46u_{n+2} + 21u_{n+3} + 3u_{n+4} - 5u_{n+5} - 6u_{n+6} - 3u_{n+7})
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Le diagramme de Bode de ce filtre est représenté Figure 3.2 pour une fréquence d'échantillonnage de 100Hz, tel qu'il sera utilisé plus tard. Cette représentation met en valeur le comportement passe-bas du filtre et sa bande passante à  $-3dB$  de  $60rad.s^{-1}$ . De plus, sa phase est linéaire.

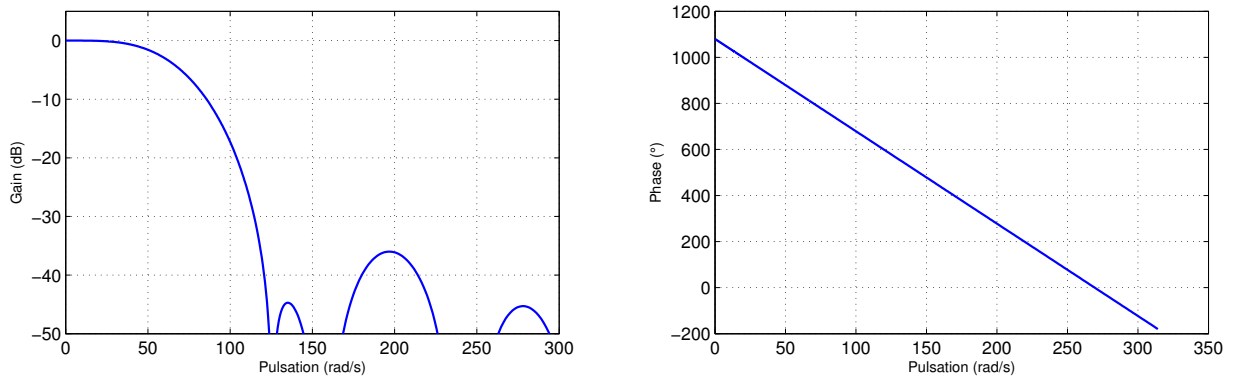


FIGURE 3.2 – Diagramme de Bode du lisseur échantillonné à 100Hz

### Différentiation numérique

L'obtention en temps réel de la dérivée d'un signal bruité est une tâche délicate qui requiert un soin particulier. Plusieurs méthodes existent dans la littérature. Les auteurs de [100, 99, 62] proposent d'approximer le signal par un polynôme d'ordre réduit puis d'utiliser la dérivée de ce polynôme comme la dérivée du signal. Une formulation utilisant des intégrateurs est développée pour ne calculer que le coefficient utile, plutôt que de calculer l'ensemble des coefficients par la résolution d'un problème de moindres carrés. Une autre solution utilisant un lisseur optimal (de Kalman) à retard fixe est décrite dans [45]. La méthode décrite ici repose sur l'identification d'un polynôme qui représente le signal sur une période avant et après l'instant auquel on souhaite calculer la dérivée (Figure 3.3). La dérivée du signal sera alors donnée par la dérivée du polynôme au point d'intérêt. On parlera de dérivée  $m$ -ième à l'ordre  $N$  lorsque l'on utilise  $N$  points avant et après le point d'intérêt pour évaluer la dérivée  $m$ -ième du signal. On dispose donc de  $2N + 1$

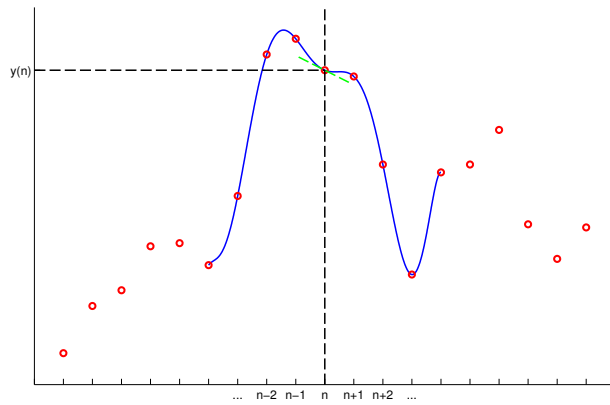


FIGURE 3.3 – Principe du filtre de différentiation

points à interpoler avec un polynôme que l'on choisit d'ordre minimum pour passer par l'ensemble des  $2N$  points. On nomme  $u$  le signal d'entrée que l'on cherche à dériver, il est échantillonné à une période  $h$ . Le signal d'entrée échantillonné est noté  $u_n = u(n \cdot h)$ . Le polynôme  $\bar{P}$  est le polynôme fonction du temps qui approxime le signal  $u(t)$  tel que  $\bar{P}(0) = u_n$ . On introduit le polynôme  $P(k) = \bar{P}(k \cdot h)$  pour éviter de manipuler la période d'échantillonnage pendant le reste des calculs :

$$\bar{P}(t) = \sum_{i=0}^{2N} \bar{\alpha}_i t^i = \bar{P}(k \cdot h) = \sum_{i=0}^{2N} \alpha_i k^i = P(k), \text{ avec } \alpha_i = \bar{\alpha}_i \cdot h^i \text{ et } t = k \cdot h \quad (3.23)$$

Il s'agit à présent de calculer les coefficients du polynôme en fonction des valeurs du signal. Les calculs seront effectués avec le polynôme dont les coefficients sont normalisés ( $\alpha_i$ ). Le système d'équations s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{n-N} = P_{2N}(-N) \\ u_{n-(N-1)} = P_{2N}(-(N-1)) \\ \vdots \\ u_n = P_{2N}(0) \\ \vdots \\ u_{n+N} = P_{2N}(N) \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_{n-N} = \alpha_0 - \alpha_1 N + \alpha_2 N^2 + \dots - \alpha_{2N-1} N^{2N-1} + \alpha_{2N} N^{2N} \\ u_{n-(N-1)} = \alpha_0 - \alpha_1 (N-1) + \alpha_2 (N-1)^2 + \dots - \alpha_{2N-1} (N-1)^{2N-1} + \alpha_{2N} (N-1)^{2N} \\ \vdots \\ u_n = \alpha_0 \\ \vdots \\ u_{n+N} = \alpha_0 + \alpha_1 N + \alpha_2 N^2 + \dots + \alpha_{2N-1} N^{2N-1} + \alpha_{2N} N^{2N} \end{array} \right. \quad (3.24)$$



En additionnant et soustrayant les équations de part et autre du point central ( $u_{n+i} + u_{n-i}$  et  $u_{n+i} - u_{n-i}$ ), on obtient deux systèmes d'équations, l'un contient les termes pairs et l'autre les termes impairs. Sous forme matricielle, le système est le suivant pour les termes impairs :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 2 & 2^3 & 2^5 & \cdots & 2^{2N-1} \\ \vdots & & & & \vdots \\ N & N^3 & N^5 & \cdots & N^{2N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_3 \\ \alpha_5 \\ \vdots \\ \alpha_{2N-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_{n+1} - u_{n-1} \\ u_{n+2} - u_{n-2} \\ \vdots \\ u_{n+N} - u_{n-N} \end{bmatrix}, \text{ noté } A_o \alpha_o = \frac{1}{2} u_d \quad (3.25)$$

Pour les termes pairs :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2^2 & 2^4 & \cdots & 2^{2N} \\ \vdots & & & & \vdots \\ 1 & N^2 & N^4 & \cdots & N^{2N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_2 \\ \alpha_4 \\ \vdots \\ \alpha_{2N} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} u_n + u_n \\ u_{n+1} + u_{n-1} \\ u_{n+2} + u_{n-2} \\ \vdots \\ u_{n+N} + u_{n-N} \end{bmatrix}, \text{ noté } A_e \alpha_e = \frac{1}{2} u_a \quad (3.26)$$

La dérivée  $m$ -ième au point d'intérêt s'exprime de la manière suivante :

$$P^{(m)}(0) = m! \alpha_m \quad (3.27)$$

Pour une dérivée d'ordre pair, il faudra donc résoudre le système sur les coefficients pairs et inversement pour une dérivée d'ordre impair. A partir des systèmes matriciels précédemment introduits, on obtient :

$$\begin{array}{c|c} m \text{ impair} & m \text{ pair} \\ \hline P^{(m)}(0) = \frac{m!}{2} u_d^T (A_o^T)^{-1} b_{(m+1)/2} & P^{(m)}(0) = \frac{m!}{2} u_a^T (A_e^T)^{-1} b_{m/2+1} \end{array} \quad (3.28)$$

$$b_i^T = [0 \cdots 0 \underbrace{1}_{i\text{-ème terme}} 0 \cdots 0]$$

L'objectif final est de calculer la dérivée  $m$ -ème du signal  $u(t)$ , c'est à dire  $\overline{P}^{(m)}(t)$  pour  $t = 0$  :

$$y_n = \overline{P}^{(m)}(0) = m! \overline{\alpha}_m = m! \frac{\alpha_m}{h^m}$$

En résumé, on peut écrire  $y_n$  comme la sortie d'un filtre qui a pour entrée  $u$ . Ce filtre a, pour  $m$  impair, la forme suivante :

$$y_n = \sum_{i=1}^N c_i (u_{n+i} - u_{n-i}), \quad c = \frac{1}{h^m} \frac{m!}{2} (A_o^T)^{-1} b_{(m+1)/2} \quad (3.29)$$

La Figure 3.4 présente le diagramme de Bode du filtre seul (en bleu) pour  $N = 8$  échantillonné à 100Hz. Sa bande passante n'est limitée que par la fréquence de Nyquist, il est donc intéressant de lui associer le filtre de lissage décrit dans la section précédente 3.2.4. Le diagramme de Bode de la combinaison des deux filtres est représenté en vert sur la Figure 3.4. L'ensemble est à phase linéaire, c'est à dire que l'on maîtrise le retard de l'information causé par le filtre.

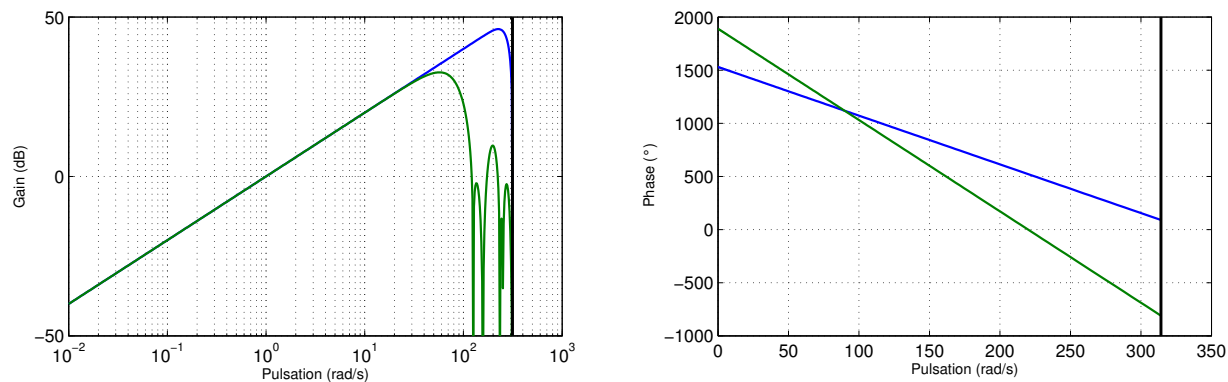


FIGURE 3.4 – Diagramme de Bode du filtre différentiateur (en bleu) pour  $N = 8$  échantillonné à 100 Hz accompagné de celui du filtre précédé du lisseur (vert)

### 3.3 Commande adaptative indirecte duale

Le principe de la commande adaptative duale est décrit dans la section 1.5.4. La Figure 3.5 permet de rappeler les caractéristiques propres à la commande duale : la prise compte de la qualité de l'identification dans le calcul de la commande. L'approche duale mise en place pour le quadrirotor procède en deux étapes. Une première étape prend en compte l'incertitude sur les paramètres identifiés, c'est le correcteur prudent. La deuxième étape modifie la commande pour améliorer l'identification, c'est la modification duale.

On considère un système mono-entrée multi-sorties observable et gouvernable. Sans perte de généralité, sa représentation d'état a une forme compagne horizontale. L'entrée est mise à l'échelle par une constante  $b$ . La matrice dynamique  $A$  dépend des paramètres  $\delta_i$ . On suppose pour  $A$  une dépendance rationnelle par rapport aux  $\delta_i$ , ce qui assure l'existence d'une représentation linéaire fractionnaire (Linear Fractional Representation, LFR) de  $A$  :

$$A(\Delta) = \mathcal{F}(M, \Delta), \quad \Delta = \text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_{N_p}) \quad (3.30)$$

Les paramètres à estimer sont donc ceux du bloc  $\Delta$  et le paramètre d'efficacité de l'entrée  $b$ .

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & b \end{bmatrix}^T \quad (3.31)$$

#### 3.3.1 Estimation de paramètres

Pour être utilisé dans le contexte de la commande duale, la seule contrainte pour l'algorithme d'identification est qu'il fournisse une mesure stochastique de la qualité de l'estimation. Les algorithmes décrits section 3.2 le font tous, ils sont donc interchangeables de ce point de vue. Par la suite, l'algorithme des moindres carrés récurrents est employé.

On considère une relation linéaire entre la sortie  $y_e$ , le vecteur de paramètres  $p$  et le régresseur,  $\phi$ , vecteur composé de quantités mesurables.

$$y_e = p^T \phi + \varepsilon \quad (3.32)$$

$$p = [\delta_1, \dots, \delta_{N_p}, b] \quad (3.33)$$

où  $\varepsilon$  représente le bruit de mesure de moyenne nulle et de variance  $\sigma_e^2$ .

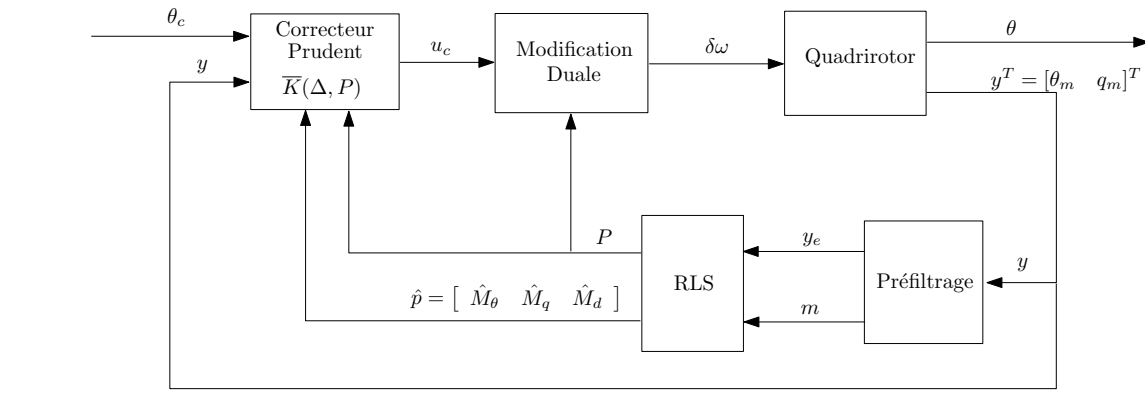


FIGURE 3.5 – Architecture de commande duale

L'algorithme RLS permet de déterminer  $\hat{p}$  qui minimise le critère suivant :

$$\min_{\hat{p} \in \mathbb{R}^{N_p+1}} \|y_e - \hat{y}_e\|^2, \hat{y}_e = \hat{p}^T \phi \quad (3.34)$$

$$P = E\{(p - \hat{p})(p - \hat{p})^T\} \quad (3.35)$$

On note par la suite  $\hat{p}$  les paramètres estimés et  $P$  la matrice de covariance qui nous donne une mesure de la confiance que l'on peut avoir dans les paramètres estimés.  $P_b$  désigne la variance de  $b$ . Plus généralement,  $P_{p_1 p_2}$  représente la covariance des paramètres  $p_1$  et  $p_2$ . La commande duale repose sur l'utilisation à chaque instant des deux informations.

### 3.3.2 Correcteur à équivalence certaine

Différentes méthodes de synthèse LPV peuvent être appliquées pour trouver un correcteur  $K(\Delta)$  qui dépend des paramètres du système. On suppose que  $K$  dépend rationnellement des paramètres pour pouvoir le mettre sous forme LFR. Cette forme permet d'utiliser des méthodes de validation classique. Cette étude n'a pris en compte que des correcteurs statiques. La signal de commande à équivalence certaine (certainty equivalence, CE) est obtenu à partir du correcteur  $K$  calculé avec les paramètres estimés comme s'ils représentaient le système réel.

$$u_{CE} = \frac{1}{b} K(\hat{\Delta}) y \quad (3.36)$$

où  $\hat{\Delta}$  représente un bloc de la même structure que  $\Delta$  mais évalué avec les estimées de chaque paramètre.

$$\hat{\Delta} = \text{diag}(\hat{\delta}_1, \dots, \hat{\delta}_{N_p}) \quad (3.37)$$

L'application directe de ce signal de commande peut s'avérer dangereuse en particulier pendant la phase d'initialisation de l'estimateur. La commande prudente répond à ce problème.

### 3.3.3 Commande prudente

La finalité est de prendre en compte l'incertitude, exprimée dans un formalisme stochastique, sur l'estimation des paramètres. L'objectif de commande est donc aussi exprimé sous forme

stochastique. Le signal de commande est modifié pour minimiser la variance de l'écart au comportement nominal de la boucle fermée. Le signal de commande nominal  $u_n$  est défini par le correcteur encore inconnu :

$$u_n = \frac{1}{b}K(\Delta)y \quad (3.38)$$

Appliqué au système sans perturbation, cela définit le comportement nominal de la boucle fermée :

$$\hat{x}_n = A(\Delta)\hat{x}_n + Bu_n \quad (3.39)$$

Les représentations continues des deux systèmes sont maintenant passées en temps discret puisque l'estimation de paramètres s'effectue en temps discret :

$$z(k+1) = \bar{p}^T \phi(k) + \bar{b}u(k) + \bar{\varepsilon}(k) \quad (3.40)$$

$$z_n(k+1) = \bar{p}^T \phi(k) + \bar{b}u_n(k) \quad (3.41)$$

où  $\bar{p}$  représente la dynamique discrète du système,  $\bar{b}$  l'efficacité de la commande pour le système discrétisé et  $\bar{\varepsilon}$  l'erreur de la dynamique discrète. On peut faire l'hypothèse que la discrétisation est exacte étant donné que  $\bar{p}$  et  $\bar{b}$  ne sont jamais calculés.

L'objectif de commande prudente est exprimé avec la fonction coût suivante :

$$J^c(k) = E \{ \gamma^2 (z_n(k+1) - z(k+1))^2 \} \quad (3.42)$$

où  $z$  est la sortie contrôlée et  $\gamma$  une constante que l'on définira plus tard pour simplifier les calculs.

**Théorème 3.3.1.** *La minimisation de la fonction de coût  $J^c$  à l'instant  $k$  définit la commande prudente suivante :*

$$u_c(k) = \frac{Cov(K(\Delta), b) + \hat{b}E\{K(\Delta)\}}{(\hat{b}^2 + P_b)} y(k) \quad (3.43)$$

*Démonstration.* Avec  $\gamma = b/\bar{b}$ , la fonction coût devient :

$$\begin{aligned} J^c(k) &= E \{ (bu_n(k) - bu(k))^2 \} \\ &= E \{ (K(\Delta)y(k) - bu(k))^2 \} \\ &= E \{ -2bK(\Delta)y(k)u(k) + b^2u(k)^2 \} + d(k) \end{aligned} \quad (3.44)$$

$\bar{\varepsilon}(k)$  est indépendante de  $u(k)$  et de  $u_n(k)$ .  $d(k)$  est indépendant de  $u(k)$  et peut donc être omis pour l'optimisation.

L'expression précédente est développée et sachant que la covariance de variables aléatoires  $X, Y$  est définie par :

$$\begin{aligned} Cov(X, Y) &= E \{ (X - E\{X\})(Y - E\{Y\}) \} \\ &= E\{XY\} - E\{X\}E\{Y\} \end{aligned} \quad (3.45)$$

la fonction coût devient alors :

$$\begin{aligned} J^c(k) &= -2u(k)E \{ bK(\Delta)y(k) \} + (\hat{b}^2 + P_b)u(k)^2 + d(k) \\ &= -2u(k) \left[ Cov(K(\Delta), b)y(k) + \hat{b}E\{K(\Delta)\}y(k) \right] + (\hat{b} + P_b) u(k)^2 + d(k) \end{aligned} \quad (3.46)$$

En dérivant la dernière expression par rapport à  $u(k)$  et en cherchant la valeur de  $u(k)$  qui annule la dérivée, on obtient l'expression (3.43).  $\square$

L'expression (3.43) contient deux termes qui demandent quelques éclaircissements sur la manière de la calculer :  $Cov(K(\Delta), b)$  et  $E\{K(\Delta)\}$ . Ces deux termes peuvent être calculés exactement en fonction des paramètres estimés et de leur covariance si  $K(\Delta)$  est un polynôme du second ordre en  $\Delta$ . Sinon, seule une approximation au second ordre peut être calculée en utilisant le développement de Taylor de  $K$  et les moments du second ordre des paramètres estimés. Le paragraphe suivant développe l'approximation de l'espérance d'une fonction non-linéaire scalaire d'une variable aléatoire.

### Approximation de l'espérance

La formule (3.49) donne une approximation de l'espérance d'une fonction scalaire d'un vecteur aléatoire. L'expression finale utilise l'espérance du vecteur aléatoire ainsi que sa matrice de covariance. [116] suggère une méthode basée sur l'approximation polynomiale de la fonction plutôt que son développement de Taylor. Cela donne une méthode pour calculer l'espérance et la covariance d'une fonction d'un vecteur aléatoire sans avoir besoin de calculer sa dérivée. Dans la mesure où l'on dispose de l'expression analytique de la fonction, le calcul des dérivées ne pose pas de problème.

Etant donné  $x$ , un vecteur aléatoire,  $\hat{x}$ , l'espérance de  $x$ ,  $P$  la matrice de covariance de  $x$ , le développement de Taylor au second ordre autour de  $\hat{x}$  de la fonction à valeurs réelles  $f$  de  $x$  est donné par :

$$f(x) = f(\hat{x}) + (x - \hat{x})^T Df(\hat{x}) + \frac{1}{2}(x - \hat{x})^T D^2 f(\hat{x})(x - \hat{x}) \quad (3.47)$$

La matrice hessienne  $D^2 f(\hat{x})$  est notée  $H$ . L'espérance des deux premiers termes est relativement immédiate, le détail du calcul du dernier terme est donné :

$$\begin{aligned} & E \{ (x - \hat{x})^T H (x - \hat{x}) \} \\ &= E \{ Tr \left( (x - \hat{x})^T H (x - \hat{x}) \right) \} \\ &= Tr \left( H E \{ (x - \hat{x})(x - \hat{x})^T \} \right) \\ &= Tr (HP) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Finalement, l'espérance est exprimée comme suit :

$$E\{f(x)\} = f(\hat{x}) + \frac{1}{2}Tr(HP) \quad (3.49)$$

Si  $f$  est une fonction rationnelle, les coefficients de la matrice Hessienne restent rationnels. La matrice de covariance  $P$  intervient à travers un produit et l'opérateur linéaire de trace. On déduit de ces éléments que l'approximation au second ordre de l'espérance d'une fonction rationnelle d'un vecteur aléatoire est une fonction rationnelle de l'espérance et de la covariance du vecteur aléatoire.

Le correcteur prudent peut donc être écrit sous forme LFR avec les paramètres estimés et leurs covariances dans le bloc  $\Delta$ .

$$u_c(k) = \bar{K}(\hat{\Delta}, P)y(k) \quad (3.50)$$

Cela présente un certain avantage puisque de nombreux algorithmes d'analyse de stabilité et de performance utilisent cette forme. On peut toutefois noter que s'il est facile de donner un domaine de variation pour les termes diagonaux de la matrice de covariance en fonction du niveau de confiance

que l'on a dans l'initialisation des estimations, les termes hors diagonale sont plus difficiles à borner. La seule contrainte dont on soit formellement sûre est la positivité de la matrice de covariance. La relation (3.43) montre aussi que lorsque la covariance tend vers zéro, le correcteur prudent est équivalent au correcteur à équivalence certaine.

### 3.3.4 Correcteur Bicritère

Le critère précédent avait pour but de prendre en compte les incertitudes sur l'estimation des paramètres dans le calcul du signal de commande. Cependant, lorsque les incertitudes sont trop grandes, le correcteur peut devenir trop prudent et mener au phénomène d'extinction du correcteur. En conséquence le système n'est plus suffisamment excité, l'information disponible dans les signaux n'est plus suffisante pour une bonne estimation des paramètres. Ainsi, un critère supplémentaire est introduit pour répondre à ce problème. Il donnera au correcteur final son caractère dual. La fonction de coût suivante a pour but d'accélérer l'estimation des paramètres :

$$J^a(k) = -E \{ (y_e(k) - \hat{y}_e(k))(y_e(k) - \hat{y}_e(k))^T \} \quad (3.51)$$

$y_e$  et  $\hat{y}_e$  sont les signaux comparés dans l'algorithme d'estimation et leur différence est appelée innovation.  $-J^a(k)$  représente la norme de l'innovation. Si on considère l'équation (3.15) de mise à jour des paramètres dans l'algorithme RLS, on constate plus l'innovation est grande plus la correction sur les paramètres sera importantes. On peut exprimer l'innovation à l'aide des expressions suivantes :

$$\begin{aligned} y_e(k) &= p^T(k)\phi(k) + bu(k) + \varepsilon(k), \\ \hat{y}_e(k) &= \hat{p}^T(k)\phi(k) + \hat{b}u(k) \end{aligned} \quad (3.52)$$

La minimum du critère  $J^a$  est atteint pour une commande infinie, ce qui va à l'encontre du critère  $J^c$ . C'est la raison pour laquelle on minimise séquentiellement les deux critères, ce qui de réduire l'ensemble sur lequel on minimise le critère  $J^a$ .

**Théorème 3.3.2.** *La minimisation séquentielle des fonctions coûts  $J^c(k)$  et  $J^a(k)$  est obtenue avec le signal de commande suivant :*

$$u(k) = u_c(k) + \theta(k) \text{sign} \{ P_b u_c(k) + P_{bp}^T \phi(k) \} \quad (3.53)$$

*Démonstration.* En substituant l'expression de  $y_e$  dans  $J^a$  on obtient :

$$\begin{aligned} J^a(k) &= -E \left\{ [(p(k) - \hat{p}(k))^T \phi(k) \right. \\ &\quad \left. + (b - \hat{b})u(k) + \varepsilon(k)]^2 \right\} \\ &= -E \left\{ 2(b - \hat{b})(p(k) - \hat{p}(k))^T \phi(k)u(k) \right. \\ &\quad \left. + (b - \hat{b})^2 u(k)^2 \right\} + d_2(k) \\ &= -P_b u(k)^2 - 2P_{bp}^T \phi(k)u(k) + d_2(k) \end{aligned} \quad (3.54)$$

où  $d_2(k)$  est un terme indépendant de  $u(k)$  et donc omis dans l'optimisation. Comme le montre la Figure 3.6, les deux fonctions coûts ont des objectifs opposés. Ce résultat était attendu puisqu'une meilleure identification est obtenue lorsque les signaux d'entrées sont très énergétiques alors que

l'on préfère se contenter de petits signaux de commande s'ils permettent d'atteindre les objectifs de commande. On résout ce conflit de la manière suivante.  $J^c$  est minimisé en premier grâce à (3.43) puis on minimise  $J^a$  sur un ensemble  $\Omega_k$  restreint autour de cette solution

$$\Omega_k = \left[ u_c(k) - \theta(k) \quad u_c(k) + \theta(k) \right] \quad (3.55)$$

$\theta(k)$  définit le niveau d'excitation. Il y a plusieurs manières de choisir ce paramètre. Un choix intéressant consiste à le rendre dépendant de la matrice de covariance des estimations de sorte que l'objectif d'identification devienne prioritaire lorsque l'incertitude est grande.

$$\theta(k) = \eta \cdot \text{tr}(P(k)), \quad \eta \geq 0 \quad (3.56)$$

Avec ce choix, le signal d'excitation s'éteint au fur et à mesure que la connaissance du système s'améliore.

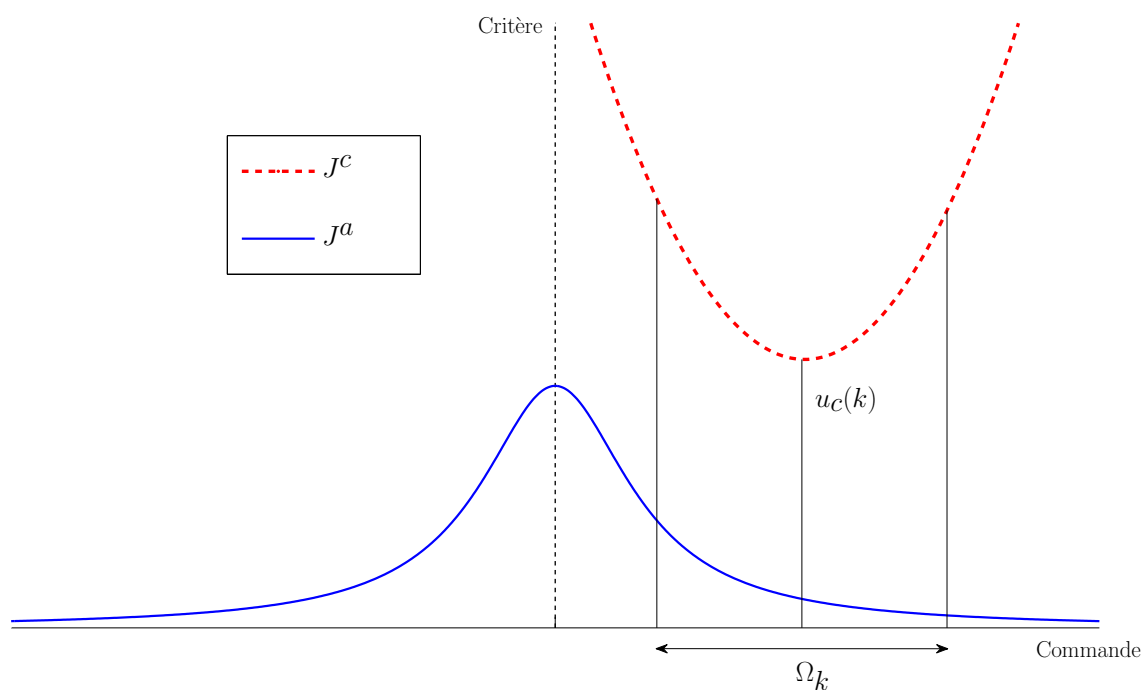


FIGURE 3.6 – Approche bicritère

Le signal de commande final est composé du signal de commande prudente détaillé au paragraphe précédent et d'un signal d'excitation.

$$u(k) = u_c(k) + \theta(k) \text{sign} \{ J^a(u_c(k) - \theta(k)) - J^a(u_c(k) + \theta(k)) \} \quad (3.57)$$

On obtient finalement :

$$u(k) = u_c(k) + \theta(k) \text{sign} \{ P_b u_c(k) + P_{bp}^T m(k) \} \quad (3.58)$$

□

### 3.3.5 Calcul du correcteur

Le modèle linéaire de quadrirotor présenté dans la section 2.6.1 est encore simplifié. La dynamique de translation n'est pas considérée. Pour l'axe de tangage (identique à l'axe de roulis), la dynamique se réduit à :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ M_\theta & M_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_d \end{bmatrix} \delta\omega \quad (3.59)$$

$$p^T = \begin{bmatrix} M_\theta & M_q & M_d \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Comme la dynamique liée à la vitesse est négligée, on s'attend à une dégradation rapide des performances du correcteur en translation mais à une stabilisation efficace en vol stationnaire.

Une simple identification polynomiale de la fonction de transfert en boucle fermée nous donne l'expression analytique d'un correcteur PID en fonction des paramètres du système et des performances souhaitées. Le système en boucle fermée est d'ordre 3, sa dynamique peut donc être définie à l'aide de la pulsation  $\omega_d$  et l'amortissement  $\xi_d$  d'un système du second ordre et la constante de temps  $\tau$  d'un système du premier ordre. Le correcteur a ainsi la forme suivante :

$$\begin{aligned} K(\Delta) &= \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \\ \begin{cases} k_1 = M_d k_p = M_\theta + 2\xi_d \omega_d + \omega_d^2 \beta \\ k_2 = M_d k_d = M_q + \tau M_\theta + \tau \omega_d^2 + 2\xi_d \omega_d \beta + 1 \\ k_3 = M_d k_i = \omega_d^2 \end{cases} & \quad (3.61) \\ \text{avec } \beta &= (1 - \tau M_q - 2\tau M_\theta - 2\tau \xi_d \omega_d) \end{aligned}$$

où  $k_1$  est le gain proportionnel à l'erreur,  $k_2$  le gain dérivée et  $k_3$  le gain intégral. Les éléments de la matrice de covariance  $P$  sont indexés par le nom du paramètre correspondant. En utilisant la méthode décrite précédemment, la covariance  $Cov(K(\Delta), M_d)$  est exprimée analytiquement pour le calcul de la commande prudente :

$$\begin{aligned} Cov(K(\Delta), M_d) &= \begin{bmatrix} P_{M_d k_1} & P_{M_d k_2} & P_{M_d k_3} \end{bmatrix} \\ \begin{cases} P_{M_d k_1} = P_{M_\theta M_d} - P_{M_q M_d} \tau \omega_d^2 \\ P_{M_d k_2} = P_{M_\theta M_d} \tau - P_{M_q M_d} (2\tau \omega_d \xi_d - 1) \\ P_{M_d k_3} = 0 \end{cases} & \quad (3.62) \end{aligned}$$

Le paramètre  $\eta$  a été choisi tel que durant la phase d'initialisation (quand l'incertitude est grande) le signal d'excitation utilise un maximum de 30% de la commande maximale disponible. Ce niveau a été choisi car il correspond à une valeur réaliste de ce qu'un système peut utiliser pour se stabiliser sachant qu'il dispose alors d'une "réserve" de commande.

$$\eta = 0.3 \frac{u_{max}}{tr(P(0))} \quad (3.63)$$

Les paramètres sont initialisés ici à 0 pour mettre en évidence la commande prudente.



### 3.3.6 Résultats des essais en vol

Le correcteur dual a été implémenté sur les axes de roulis et de tangage pour être testé sur trois configurations de quadrirotors : avec une carène, avec une carène modifiée et sans carène (Figure 2.23). Ces changements modifient essentiellement l'inertie des drones. Le correcteur dual est activé dès que le capteur ultrason détecte que le véhicule a décollé. La Figure 3.7 montre l'évolution temporelle des gains à partir de ce moment.

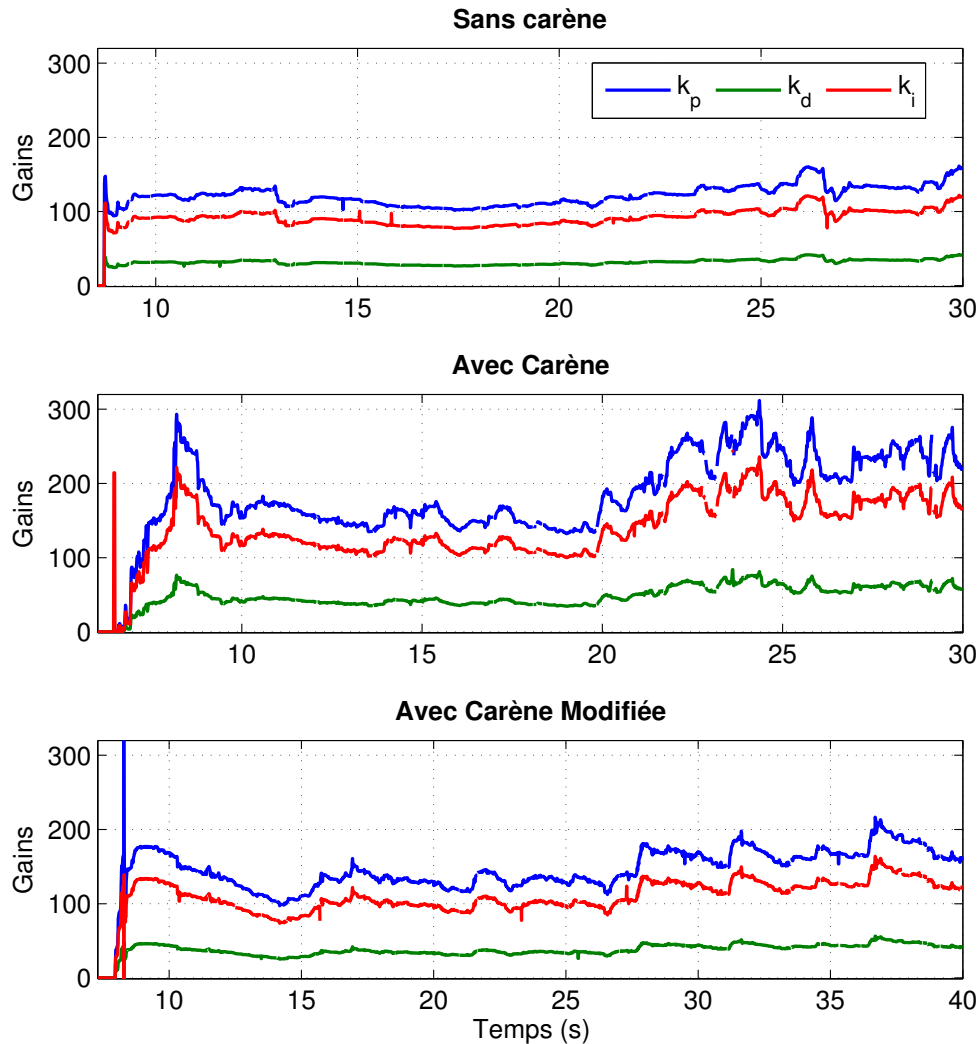


FIGURE 3.7 – Evolution temporelle des gains du correcteur

Les données temporelles visualisées sur la figure 3.9 illustrent un essai avec un quadrirotor sans carène. Ceux de la figure 3.10 illustrent un essai dans des conditions similaires avec un quadrirotor caréné et ceux de la figure 3.11 un essai toujours dans des conditions similaires avec un quadrirotor dont la carène a été modifiée. Dans les trois cas, les gains convergent en moins d'une seconde. Le correcteur prudent garantit que dans tous les cas les gains n'atteignent pas des valeurs disproportionnées, malgré l'inversion du paramètre d'efficacité de la commande  $M_d$ . Le correcteur permet, dans les trois cas, un vol stationnaire stable. Le modèle choisi permet donc de représenter correctement le système en vol stationnaire. Cependant, les performances de suivi de

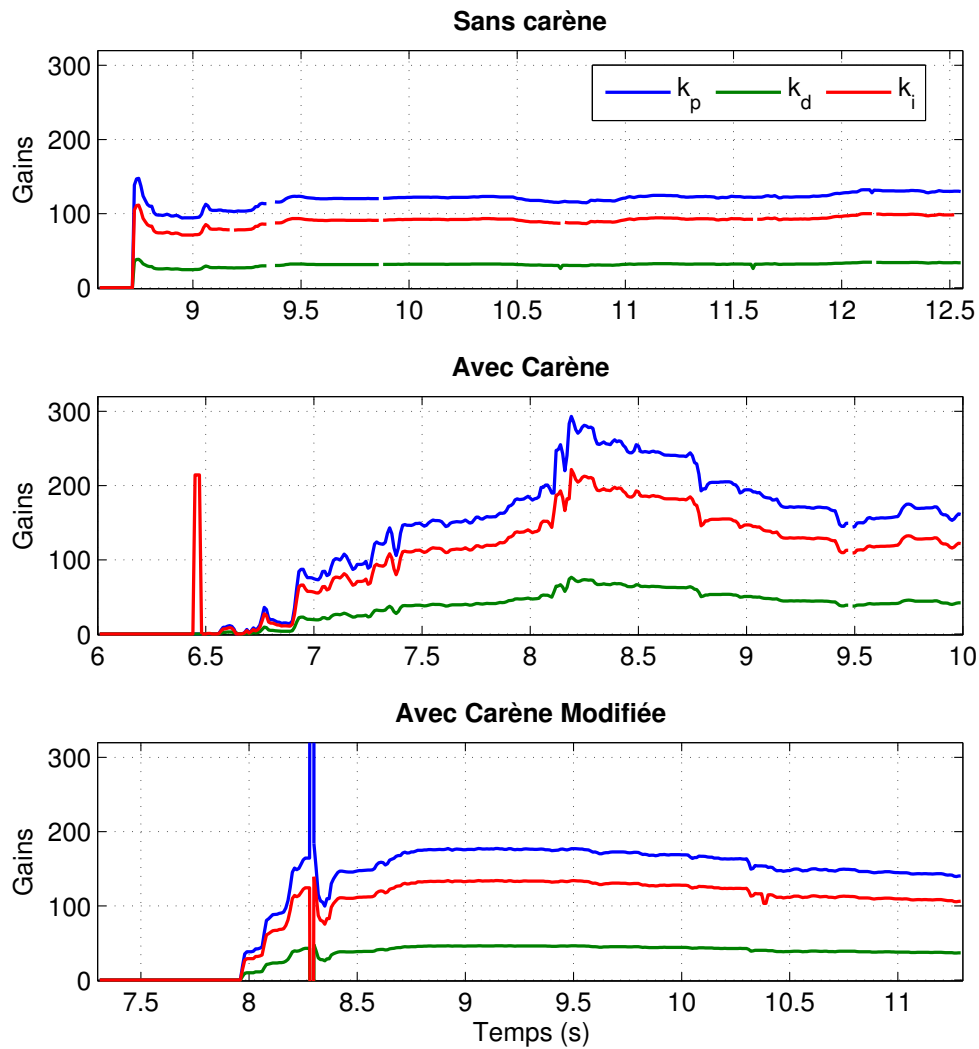


FIGURE 3.8 – Evolution temporelle des gains du correcteur : phase transitoire

consigne sont loin d'être satisfaisantes. Les effets de la dynamique des pôles décrits dans la section 2.2 que l'on avait choisi de négliger se révèlent importants. Ces tests montrent l'intérêt de la commande prudente. En revanche l'intérêt de la modification duale pour améliorer l'identification n'est pas significatif. De nombreux travaux en identification abordent cette difficulté en générant une séquence d'entrées optimales pour identifier certains paramètres. La commande bicritère a le même objectif mais n'utilise qu'une seule entrée à un instant donné ce qui peut expliquer son manque d'efficacité.

### 3.3.7 Conclusions

Cette section décrit l'usage d'une méthode de commande adaptative duale pour la commande d'une famille de quadrirotors. Les essais montrent que le modèle simplifié utilisé dans cette application ne s'avère pas suffisamment représentatif. La dynamique de translation doit être prise en compte. Le calcul analytique du correcteur est limité à des systèmes simples et ne permet pas de prendre en compte aisément les spécifications de la commande. La section suivante reprend le

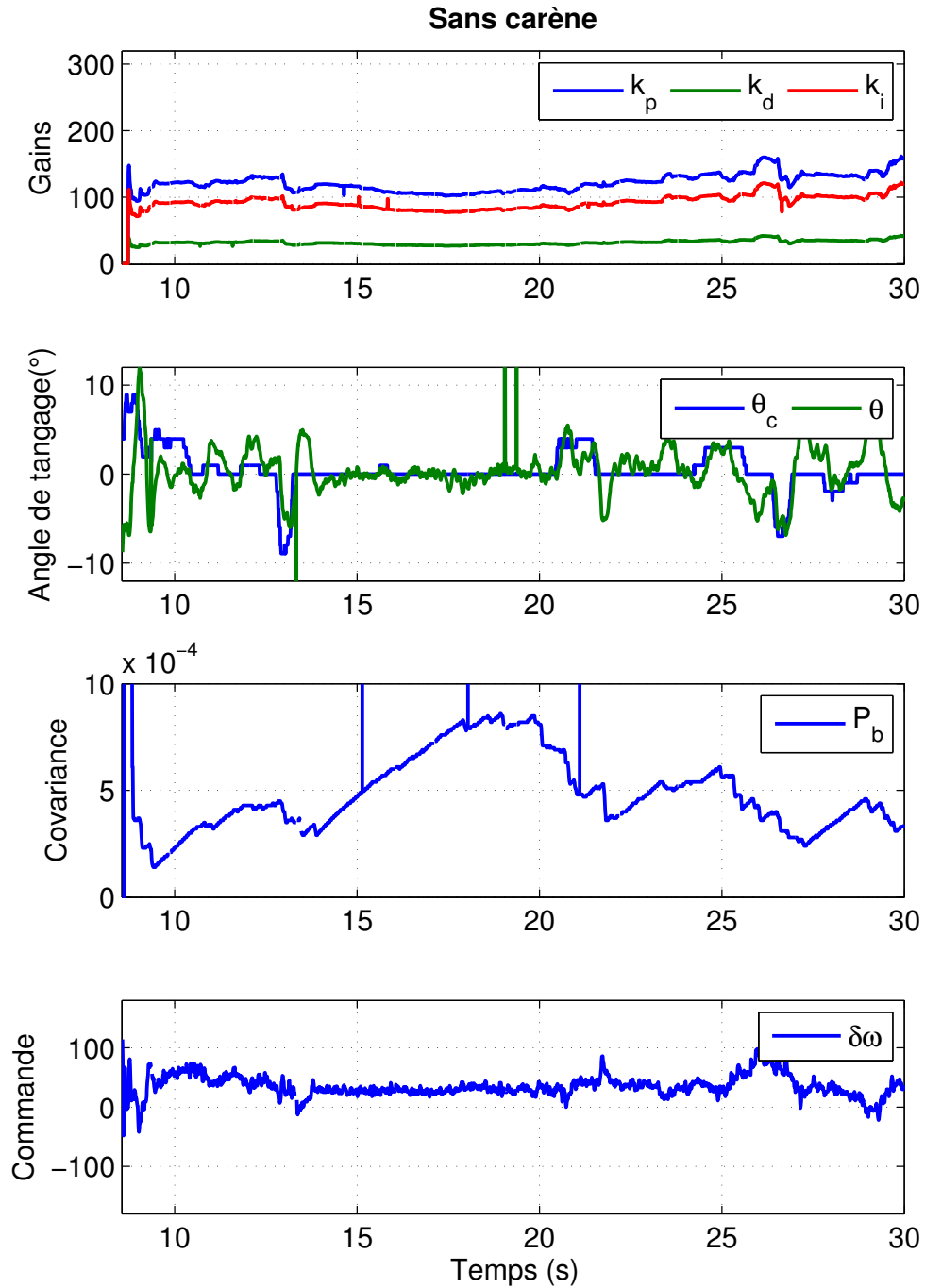


FIGURE 3.9 – Réponse temporelle sur l’axe de tangage pour le quadrirotor sans carène

même schéma global de commande adaptative indirecte avec deux améliorations : le modèle pour l’identification est revu et une méthode de synthèse LPV est utilisée pour obtenir un correcteur dépendant des paramètres du système.

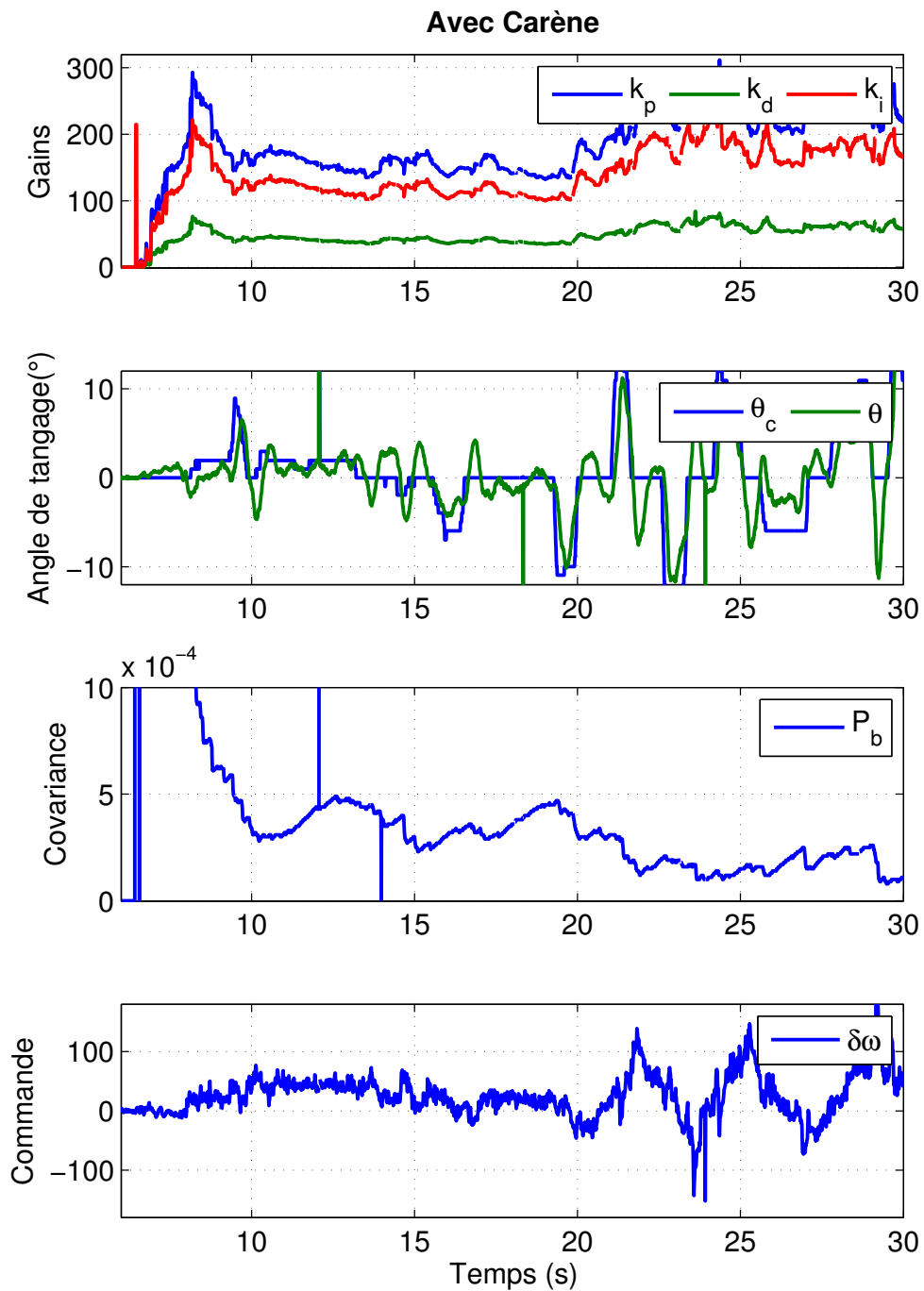


FIGURE 3.10 – Réponse temporelle sur l’axe de tangage pour le quadrirotor caréné

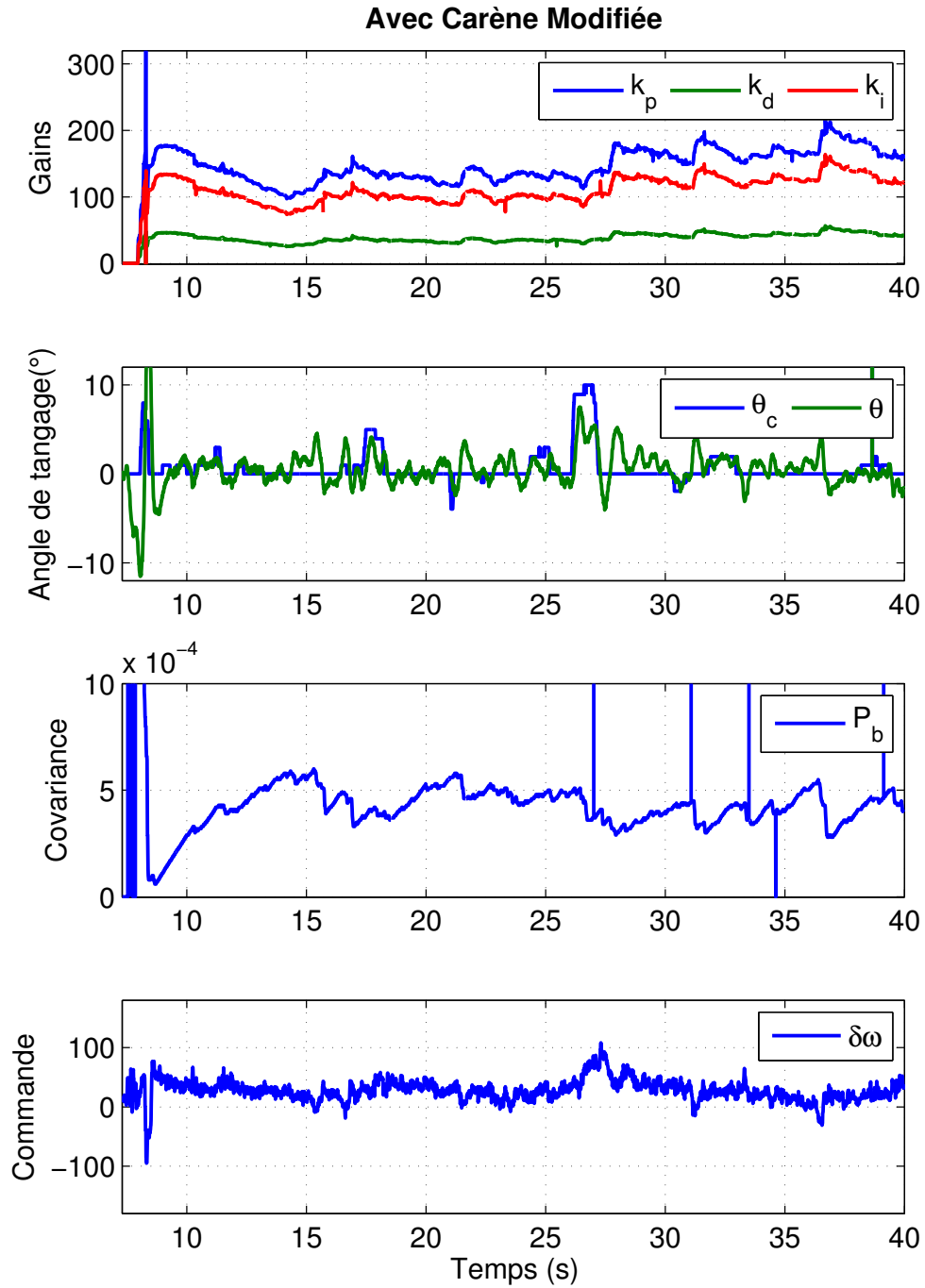


FIGURE 3.11 – Réponse temporelle sur l'axe de tangage pour le quadrirotor avec une carène modifiée

### 3.4 Commande LPV adaptative

Cette section détaille la synthèse d'un correcteur adaptatif pour une famille de quadrirotors. Les résultats expérimentaux de la section précédente ont montré la nécessité de modéliser la dynamique de translation. L'estimation de paramètres sera modifiée pour la prendre en compte. Une méthode de synthèse linéaire à paramètres variants est ensuite mise œuvre pour faciliter la spécification des objectifs de commande. L'architecture du correcteur est présentée sur la Figure 3.12. On reprend dans cette section pour les décrire chaque élément de schéma.

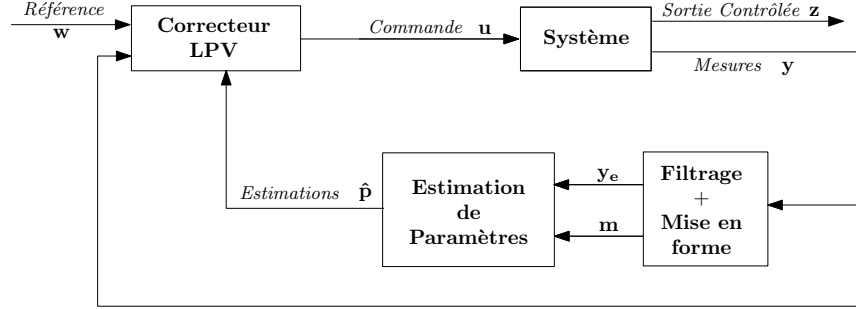


FIGURE 3.12

#### 3.4.1 Estimation de paramètres

Beaucoup de quadrirotors sont équipés de GPS mais leurs données ne sont pas toujours disponibles. Par contre, les mesures de la centrale inertielle sont des éléments indispensables sans lesquels le drone ne peut pas voler. La disponibilité de ces mesures doit être permanente.

L'identification paramétrique utilisera donc uniquement les informations sur l'attitude et les vitesses de rotation dont la disponibilité est garantie.

La dynamique longitudinale est identifiée grâce à l'angle de tangage  $\theta$ , sa dérivée  $\dot{\theta} = q$  ( $q$  n'est pas au sens strict la dérivée de  $\theta$  mais les angles considérés sont suffisamment petits pour que cette approximation soit valide) et le différentiel de vitesse moteur  $\delta\omega$ . L'algorithme RLS nécessite de conjecturer une relation linéaire entre les paramètres inconnus et les données disponibles. La fonction de transfert entre l'entrée de commande  $\delta\omega$  et l'angle de tangage  $\theta$  nous permet d'obtenir une telle relation. Etant donnée la représentation d'état (3.71), la fonction de transfert entre le différentiel de vitesse moteur  $\delta\omega$  et l'angle de tangage s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{\theta(s)}{\delta\omega(s)} = \frac{M_d(s - X_u)}{s^3 + (X_u + M_q)s^2 + M_qX_us + gM_u} \quad (3.64)$$

De cette équation, on déduit la forme du régresseur :

$$y_e = \phi^T p \quad (3.65a)$$

$$y_e = \ddot{\theta} \quad (3.65b)$$

$$p^T = \begin{bmatrix} M_d & X_u + M_q & M_qX_u & gM_u & M_d & M_dX_u \end{bmatrix} \quad (3.65c)$$

$$\phi^T = \begin{bmatrix} -\ddot{\theta} & -\dot{\theta} & -\theta & \delta\dot{\omega} & \delta\omega \end{bmatrix} \quad (3.65d)$$

Cette formulation montre qu'il est nécessaire d'avoir à disposition jusqu'à la dérivée troisième de l'angle de tangage. La dérivée première est directement disponible par le biais de la mesure des gyroscopes, les deux autres doivent être calculées. L'angle de tangage n'est pas mesuré directement mais est issue de la fusion des données des accéléromètres et des gyroscopes comme détaillé dans la section 2.5.2. On préférera donc dériver directement  $q$ . Pour obtenir la dérivée de la mesure très bruitée de vitesse angulaire, la mesure est préalablement filtrée par un filtre lisseur d'ordre 15 basé sur la moyenne glissante de Spencer (voir section 3.2.4). Ce filtre a un retard fixe et connu, aspect très intéressant pour garder tous les signaux du régresseur en phase. Une différentiation du premier ordre donne de trop mauvais résultats sur des données bruitées. On utilise donc une différentiation numérique d'un ordre plus élevé. Un filtre de différentiation centrée comme décrit dans la section 3.2.4 est utilisé. Encore une fois, la connaissance précise du retard introduit permet de garder les signaux utiles en phase. Pour la dérivée du second ordre, un filtre du premier ordre avec une action dérivée  $D_1(s) = s/(s + \omega)$ ,  $\omega = 30 \text{ rad.s}^{-1}$  est appliqué à la sortie du filtre précédent. La première étape de filtrage permet d'obtenir de bon résultat. Un filtre du premier ordre  $F_1(s) = 1/(s + \omega)$  de même fréquence est appliqué au reste des signaux du régresseur pour s'assurer que tous les signaux restent en phase. On désignera par la suite avec l'indice  $f$  les signaux filtrés par  $F_1(s)$  et avec l'indice  $d$  les signaux filtrés par  $D_1(s)$ .

Dans la formulation précédente, certains paramètres physiques apparaissent à plusieurs endroits dans le vecteur de paramètres. Cela pose problème, en premier lieu pour définir des bornes sur chaque élément du vecteur de paramètres. En effet, pour plus de sécurité dans le processus d'identification il est préférable de borner les estimations des paramètres. La modélisation physique du système permet d'établir des bornes pour les paramètres physiques mais la description de l'espace dans lequel évolue une combinaison de ces paramètres deviendrait inutilement compliquée. Les paramètres que l'on considère ici comme physiques sont les coefficients du modèle linéaire. Ils sont donc déjà des transformations de paramètres mesurables sur le système. Par contre, le signe du coefficient est bien défini et un changement de signe au moment inopportun peut avoir des conséquences dramatiques (par exemple, l'inversion de l'efficacité de la commande). Il est plus facile de mettre en place cette contrainte si le vecteur de paramètres contient directement les coefficients. D'autre part, il faut assurer la cohérence du vecteur de paramètres. La formulation suivante permet de contourner ce problème :

$$p^T = \begin{bmatrix} M_d & X_u & M_q & gM_u & b \end{bmatrix} \quad (3.66a)$$

$$\phi^T = \begin{bmatrix} \delta\omega_d + X_u\delta\omega_f & -q_d - M_qq_f & -q_d & -\theta_f & 1 \end{bmatrix} \quad (3.66b)$$

Malheureusement, on introduit une nouvelle difficulté : la régression n'est plus linéaire, on est contraint d'utiliser une estimation préalable de certains paramètres pour calculer le régresseur.

Le problème de l'identification en boucle fermée est partiellement atténué car on n'utilise pas directement la commande calculée par la loi de commande. Le signal utilisé est une mesure de la vitesse réelle de rotation. Du bruit et la dynamique non linéaire du moteur s'ajoutent à la commande calculée, le signal de commande utilisé pour l'identification n'est plus directement colinéaire avec les autres mesures utilisés ( $\theta$  et  $q$ ). De plus, on utilise la différence entre plusieurs mesures de moteurs pour obtenir  $\delta\omega$ , les bruits ajoutés sont donc différents.

La performance des algorithmes récursifs d'estimation de paramètres dépend fortement du choix du modèle d'identification. Les algorithmes pâtissent d'une inadéquation entre le système et le modèle choisi. Une composante continue dans les signaux d'entrées ou de sorties influence par exemple beaucoup l'algorithme RLS. Dans le contexte de la commande adaptative, l'estimation

de paramètres est utilisée pour évaluer les paramètres d'un modèle linéaire d'un système non-linéaire. Même si le comportement linéaire du système est dominant et suffisamment représentatif pour obtenir de bonnes performances de commande, la commande et les sorties d'équilibre autour desquelles le système peut être considéré linéaire doivent être connus ou estimés. Un décalage constant dans les signaux d'entrées de l'algorithme va introduire un biais dans les paramètres estimés. Du point de vue de la commande, les sorties d'équilibre sont généralement les sorties désirées donc parfaitement connues. Néanmoins, les entrées d'équilibre ne sont pas toujours très bien connues et peuvent évoluer pendant l'utilisation du système. [75] suggère plusieurs méthodes pour contourner ce problème. Une méthode consiste à estimer les paramètres en utilisant la dérivée temporelle du régresseur et de l'observation ce qui élimine les termes constants. Cependant, l'opération de dérivation sur des données bruitées introduit du bruit et il vaut mieux éviter un filtrage supplémentaire. Une autre solution est d'estimer explicitement la constante en rajoutant un terme constant dans le vecteur de régression. Ce nouveau terme va modéliser l'ensemble des perturbations qui agissent sur le système qui ne sont pas modélisées comme un bruit blanc. Cela représente des éléments qui ont des caractéristiques différentes. Le réglage pratique de l'algorithme devient difficile si l'on veut bien les distinguer et ne pas biaiser les termes linéaires. Enfin, ce terme constant peut être évalué en moyennant les entrées et les sorties. On choisit cette dernière solution. La commande d'équilibre est mise à jour grâce à une moyenne glissante d'horizon 0.5 s. La moyenne glissante permet de suivre les changements de points d'équilibre.

### 3.4.2 Correcteur LPV

Une fois les paramètres du système identifiés, il faut calculer un correcteur dépendant de ces paramètres. La plupart des architectures de commande adaptative proposent d'embarquer les algorithmes de synthèse du correcteur. On se propose ici d'utiliser un correcteur LPV. Ainsi, les lourds mais nécessaires calculs pour optimiser le correcteur selon des critères variés sont avantageusement réalisés hors ligne. Il est donc possible d'utiliser une méthode de synthèse plus sophistiquée et raffinée. Le correcteur utilisé est déterministe. Un correcteur LPV garantit la stabilité du système si on est capable de mesurer les valeurs exactes des paramètres caractérisant le système chaque instant. La méthode mise en œuvre est préférée aux techniques dite auto-séquentées LFR (self-scheduled) car elle permet de réduire le conservatisme et au séquençement de gains classique car elle est moins coûteuse en temps.

On utilise comme modèle de commande, le modèle linéaire d'ordre 3 (2.84). Ce modèle comprend trois paramètres à identifier, le correcteur sera donc fonction de ces trois paramètres. Deux de ces paramètres modifient la dynamique du système :  $M_u$  et  $X_u$ . Le troisième,  $M_d$ , représente l'efficacité de commande et ne modifie pas la dynamique (les pôles) du système. Ce paramètre est donc traité différemment : pour la synthèse, le système est normalisé par ce paramètre ( $M_d = 1$ ), dans son implémentation le signal de commande délivré par le correcteur est divisé par l'estimation de ce paramètre.

### Méthode de synthèse LPV

La méthodologie LPV utilisée est basée sur la commande  $H_\infty$  structurée [18, 36]. Ce récent développement dans les méthodes de synthèse  $H_\infty$  permet au concepteur des lois de commande d'optimiser la norme  $H_\infty$  de la boucle fermée avec une totale liberté sur la structure du correcteur. Jusqu'à présent, les seules structures envisageables étaient, pour un correcteur dynamique, celles d'ordre plein et le retour d'états pour les correcteurs statiques. La possibilité d'optimiser plusieurs



transferts simultanément est un avantage supplémentaire offert par ces méthodes d'optimisation. La méthodologie développée et décrite ici tire partie de ces deux avantages.

Un correcteur dynamique offre plus de degrés de liberté pour atteindre le cahier des charges de performance mais présente plus de difficultés à être interpolé. En particulier, lorsque l'on synthétise indépendamment plusieurs correcteurs dynamiques, on ne connaît pas les bases d'états dans lesquelles chacun s'exprime, elles sont probablement différentes. Pour éviter ce problème, le correcteur, par la suite dénommé  $K_c$ , est choisi avec la structure observateur/retour d'état. Afin d'assurer un rejet total des perturbations, un intégrateur  $x_{int}$  est ajouté à cette structure. Cet état contient l'erreur intégrale entre la consigne et la sortie régulée, toutes deux contenues dans le vecteur de mesures  $y$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ \dot{\hat{x}}_{int} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_c & B_c \\ C_c & D_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{x}_{int} \\ y \end{bmatrix} \quad (3.67)$$

avec

$$\begin{aligned} A_c &= \begin{bmatrix} A_p + B_p \cdot K - L \cdot C_p & B_p \cdot K_{int} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B_c &= \begin{bmatrix} B_p \cdot K_r + L C_o \\ B_{int} \end{bmatrix} \\ C_c &= \begin{bmatrix} K & K_{int} \end{bmatrix} \\ D_c &= 0 \end{aligned} \quad (3.68)$$

où  $A_p$ ,  $B_p$ ,  $C_p$  et  $D_p$  sont les matrices de la représentation d'état du système,  $x_{int}$  est l'état de l'intégrateur et  $B_{int}$  permet de définir l'erreur à intégrer.

Avec cette structure, les états du correcteur gardent un sens physique et il est toujours possible de vérifier son statut (absence de divergence sur un état) en fonction des valeurs admissibles pour les états du système réel. La dynamique du correcteur est définie par le gain de l'observateur  $L$ , le gain retour d'états  $K$  et le gain intégral  $K_{int}$  (Fig. 3.13). Un gain de précommande  $K_r$  donne un degré de plus pour l'optimisation de la réponse.

Pour chaque point de synthèse, le correcteur est entièrement défini par les gains  $L$ ,  $K$ ,  $K_i$  et  $K_r$ . Ensuite, tous ces gains sont interpolés lorsque le drone opère entre ces points de synthèse. On suppose par la suite que l'ensemble de définition des paramètres est un produit d'intervalles. Par simplicité, une interpolation multi-linéaire est choisie pour calculer les gains sur l'ensemble du domaine des paramètres. On note  $\tilde{K}$  un gain généralisé, qui peut être remplacé dans la formule d'interpolation par l'un des gains  $L$ ,  $K$ ,  $K_i$  ou  $K_r$ . On obtient donc pour le quadricoptère la formule d'interpolation suivante :

$$\tilde{K}(M_u, X_u) = \left[ \tilde{K}_{11} \overline{M}_u + \tilde{K}_{01} (1 - \overline{M}_u) \right] \overline{X}_u + \left[ \tilde{K}_{10} \overline{M}_u + \tilde{K}_{00} (1 - \overline{M}_u) \right] (1 - \overline{X}_u) \quad (3.69)$$

La Figure 3.14 permet d'illustrer le principe d'interpolation choisie. où  $\overline{M}_u$  et  $\overline{X}_u$  sont les paramètres estimés normalisés. Ils évoluent donc entre 0 et 1 lorsque les paramètres évoluent entre leur minimum et leur maximum.  $\tilde{K}(M_u, X_u)$  représente la valeur du gain du correcteur au point défini par le couple de paramètres  $M_u$ ,  $X_u$ . Les quatre gains  $\left\{ \tilde{K}_{ij}, i, j \in \{0, 1\} \right\}$  représentent les gains au sommet de la cellule. L'indice  $i$  désigne la valeur normalisée de  $M_u$  au sommet désigné et l'indice  $j$  celle de  $X_u$ .

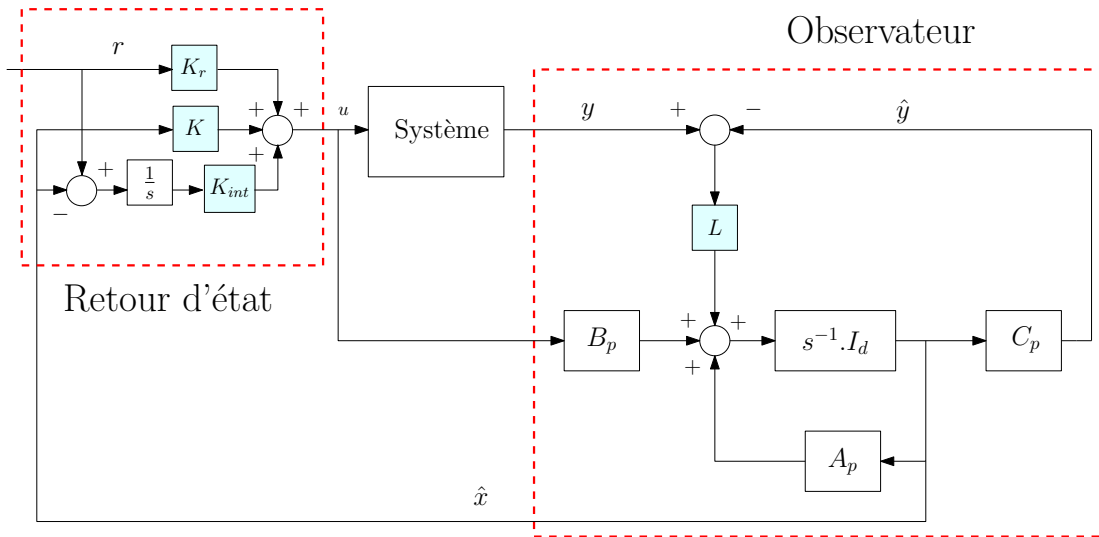


FIGURE 3.13 – Structure du correcteur

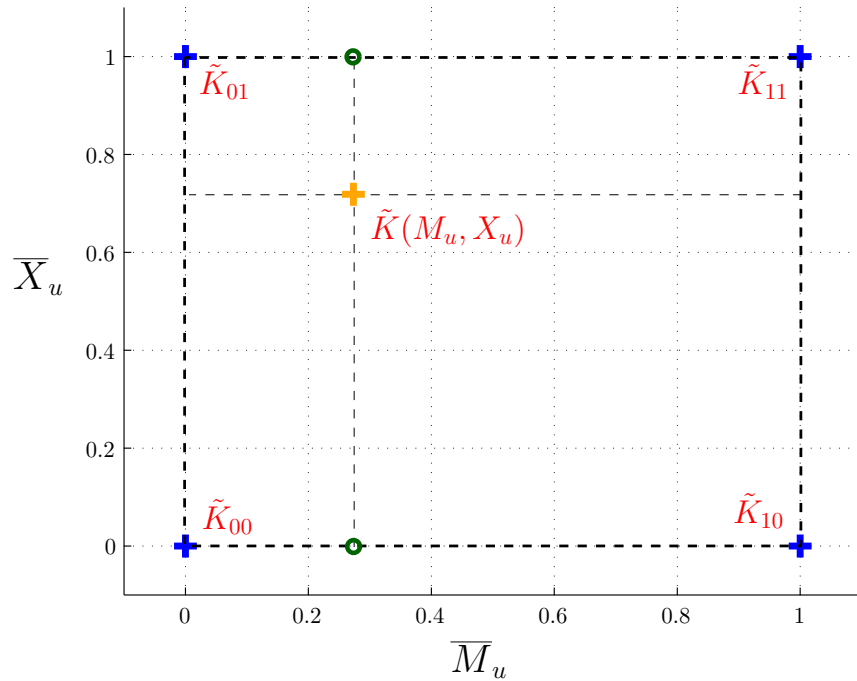


FIGURE 3.14 – Illustration de l'interpolation

L'objectif de la synthèse  $H_\infty$  est de minimiser la norme du transfert en boucle fermée,  $\mathcal{F}_l(P, K_c)$ , entre le modèle de synthèse  $P(s)$  et le correcteur  $K_c(s) = C_c(sI - A_c)^{-1} + D_c$ . Les récents outils présentés plus tôt étendent ces principes à la minimisation du maximum de la norme de plusieurs transferts fonctions d'un même ensemble de variables  $v$ . Ces variables permettent de définir le correcteur. Dans notre cas, il s'agit des gains aux sommets de l'ensemble paramétrique  $\{(K_{ij}, L_{ij}, K_{rij}, K_{intij}), i, j \in \{0, 1\}\}$ . Le correcteur LPV doit permettre de minimiser la norme

$H_\infty$  pour un continuum de paramètres  $p = (M_u, X_u)$ . La version normalisée de  $p$  est notée  $\bar{p} = (\bar{M}_u, \bar{X}_u)$ . Cependant, seul un ensemble fini de transferts peut être pris en compte avec les outils de synthèse structurée. On choisit donc  $N_v$  points  $\bar{p}_i$  dans l'ensemble paramétriques. A chacun de ces points  $\bar{p}_i$ , le système à commander est calculé pour le jeux de paramètres  $p_i$  ainsi que le correcteur  $K_c$ . Le calcul de  $K_c$  consiste à calculer les gains au point avec (3.69) puis d'évaluer (3.68) avec les matrices du système au même point de l'ensemble paramétrique. On obtient donc le critère suivant :

$$\begin{aligned} & \min_v \max_{\alpha_i \in \alpha} \|\mathcal{F}_l(P(\bar{p}_i), K_c(\bar{p}_i))\|_\infty \\ & v \equiv \{(K_{ij}, L_{ij}, K_{r_{ij}}, K_{int_{ij}}), i, j \in \{0, 1\}\} \\ & \alpha \equiv \{\bar{p}_i, i \in \llbracket 0, N_v \rrbracket\} \end{aligned} \quad (3.70)$$

Pour obtenir un correcteur valide sur l'ensemble du domaine, il est nécessaire de rajouter les transferts aux extrémités du domaine ainsi que plusieurs à l'intérieur du domaine. Un total de 12 transferts a été utilisé.

### Modèle de synthèse

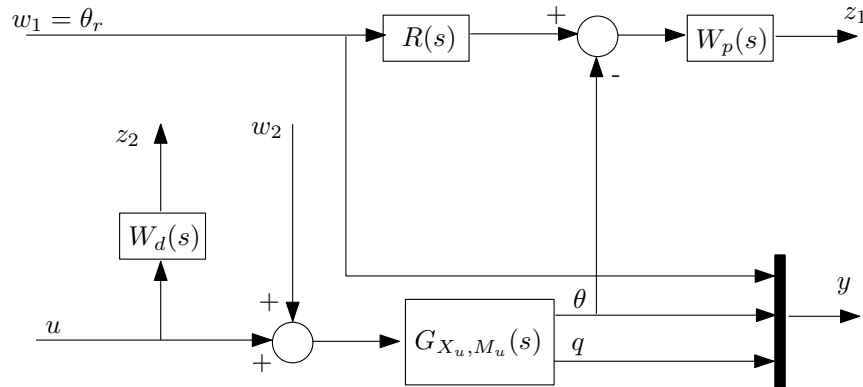


FIGURE 3.15 – Modèle de synthèse

La synthèse  $H_\infty$  demande à l'automaticien d'augmenter le modèle du système avec des signaux et des filtres qui vont spécifier les performances désirées. La Figure 3.15 décrit comment le système quadrirotor a été augmenté pour satisfaire certaines exigences de commande. Les deux entrées exogènes  $w_1$  et  $w_2$  représentent respectivement l'angle de tangage de consigne  $\theta_c$  et une perturbation en couple. Cette dernière permet d'assurer l'effet intégral du correcteur, car même si on impose sa présence dans la structure du correcteur, son effet peut être annulé par un gain  $K_{int}$  nul ou très faible. La perturbation peut représenter des efforts aérodynamiques non modélisés ou imprévisibles (turbulences) mais aussi l'incertitude sur la commande d'équilibre, soit parce que le drone prend de la vitesse, soit parce que son centre de gravité est légèrement désaxé. On rappelle

que le modèle linéarisé utilisé est de la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & M_u \\ -9.8 & 0 & X_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \\ u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_d \\ 0 \end{bmatrix} \delta\omega \quad (3.71)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_m \\ q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \\ u \end{bmatrix}$$

Le paramètre  $M_u$  évolue dans l'intervalle  $[1, 6]$  et  $X_u$  dans l'intervalle  $[-1, -0.01]$ . On note  $G_{X_u, M_u}(s)$  la fonction de transfert du système (3.71).

Les deux sorties exogènes  $z_1$  et  $z_2$  représentent respectivement l'erreur pondérée de suivi de consigne et le signal pondéré de la commande. Les performances de suivi de consigne sont exprimées par le modèle de référence  $R(s)$ , un système du second ordre de pulsation  $\omega_n = 6 \text{ rad.s}^{-1}$  et un amortissement  $\xi = 0.7$ .  $W_p(s)$  est un filtre de pondération qui permet de garantir le suivi de consigne et la réjection de perturbations sur une bande de fréquence. Il agit sur le transfert  $T_{w_1 \rightarrow z_1}$  et  $T_{w_2 \rightarrow z_1}$ .

$$W_p(s) = \frac{s + 16.04}{0.7795.s + 0.08329} \quad (3.72)$$

$W_d(s)$  est un filtre de pondération passe-haut qui permet de contraindre l'amplitude de la commande dans le domaine des hautes fréquences.

$$W_d(s) = \frac{s + 0.1465}{0.002498.s + 847.1} \quad (3.73)$$

Une fois le problème de synthèse  $H_\infty$  formulé, il faut déterminer pour quelles combinaisons de paramètres on cherche à minimiser le transfert de la boucle fermée. Les extrémités du domaine de variation s'imposent puisque les gains sont avant tout définis pour ces points. Le centre du domaine est aussi considéré pour que l'optimisation prenne en compte l'interpolation. Cette configuration, où l'on minimise 5 transferts, s'est avérée insuffisante pour obtenir un correcteur stabilisant sur l'ensemble du domaine. Plusieurs possibilités s'offrent alors à nous. On peut soit augmenter le nombre de transferts à minimiser sans changer le paramétrage du correcteur, soit rajouter un degré de liberté au correcteur. Dans le deuxième cas, l'idée est de rajouter des paramètres d'optimisation. On ajoute donc un point dans le domaine pour lequel le correcteur ne sera pas interpolé. On peut par exemple découper le domaine en 4 sous-domaines. Là encore, une fois le problème découpé, deux choix sont possibles. Soit l'on conserve les correcteurs précédemment calculés et l'on tente d'atteindre l'objectif seulement à l'aide du nouveau correcteur introduit, soit l'on reprend le problème dans son intégralité. La deuxième méthode a été testée dans un premier temps mais conserver les correcteurs de l'optimisation précédente s'avère être un mauvais choix. En effet, beaucoup de nouveaux points de calculs doivent être ajoutés, pour réellement faire baisser le critère.

Dans un deuxième temps, un processus itératif a été mis en place pour détecter la combinaison de paramètres menant au pire cas de norme  $H_\infty$  sur le domaine. Un algorithme d'optimisation par essaims de particules est utilisé à cet effet. Le critère suivant permet de décider s'il est nécessaire d'ajouter ce point du domaine à l'optimisation :

$$\max_{\alpha} \|F_l(P(\alpha), K(\alpha))\|_{\infty} > 1.3\gamma \quad (3.74)$$

où  $\gamma$  est le résultat de l'optimisation. Sur notre problème de commande, on a remarqué que les pire cas été quasi systématiquement sur les arêtes du domaine. On a donc pu ajouter ces points directement au problème pour obtenir un résultat plus systématique. La disposition des points de synthèse initiaux est illustrée Figure 3.16.

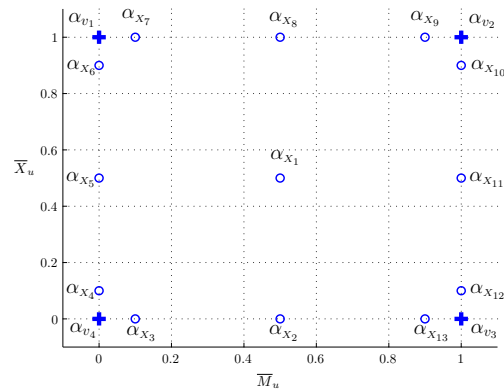


FIGURE 3.16 – Représentation des combinaisons de paramètres qui définissent les transferts à minimiser.

### Résultats de synthèse

La procédure et le modèle de synthèse présentés jusqu'à présent sont génériques et indépendants de la méthode de résolution employées. On peut synthétiser le problème décrit par la forme standard présentée Figure 3.17. Cette figure nous permet de constater que le bloc isolé contenant les paramètres du correcteur est statique, rebouclé sur des sorties, non pas l'état et a une structure bloc-diagonale. Ces trois éléments nous impose d'utiliser des outils de synthèse structurée.

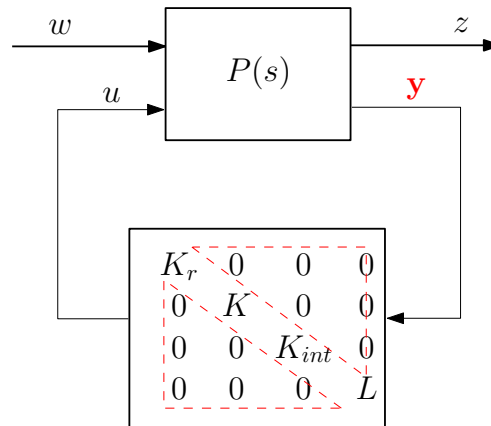


FIGURE 3.17 – Forme standard pour le correcteur structurée

La résolution du problème de synthèse présenté dans cette thèse a été testée avec deux outils de synthèse structurée : `hinfstruct` et `hifoo`. Les recherches ont été effectuées avec `hinfstruct` puis à titre de comparaison la méthode obtenue a été appliquée avec `hifoo`. Enfin, une comparaison est faite avec une méthode de synthèse LPV s'appuyant sur un modèle LFR [126].

**hinfstruct** La fonction `hinfstruct` de la Robust Control Toolbox de MATLAB a permis d'obtenir un correcteur assurant une norme  $H_\infty$  maximale de 1.02 sur les points de synthèse et de validation. Les calculs ont été effectués en 1388 secondes sur un PC Intel Core 2 Duo cadencé à 2.11 GHz et équipé de 3.48 GB de RAM. Pour analyser le gain de l'approche adaptative sur une synthèse robuste, on emploie la même procédure de synthèse mais, cette fois-ci, le correcteur ne change pas pour chaque point de synthèse. On obtient alors une norme  $H_\infty$  maximale de 2.1, ce qui montre la dégradation de la performance. On rappelle que le problème n'est pas convexe et l'initialisation de l'algorithme est importante pour ne pas se contenter d'un minimum local. Pour obtenir systématiquement la meilleure solution, il est nécessaire de lancer l'algorithme 3 à 4 fois avec une initialisation aléatoire des paramètres du correcteur. On se sert également de l'option limitant l'abscisse spectrale de la boucle fermée pour limiter la dynamique du correcteur à 200 *rad/s*.

**HIFOO** L'algorithme HIFOO a été également testé sur ce problème. En effet, le problème multi-transferts est actuellement géré de façon plus naturelle par cet algorithme. Il ne construit pas de manière artificielle un nouveau transfert qui regroupe tous les transferts à considérer. Cependant, HIFOO nécessite beaucoup plus de points initiaux choisis de manière aléatoire (quelques centaines comparés à moins d'une dizaine pour `hinfstruct`) pour obtenir une solution proche de l'optimum. Ainsi, bien qu'il soit plus rapide pour résoudre un "lancer", le besoin d'un nombre important de points rend finalement son utilisation plus coûteuse en temps. Les versions 3.5 d'HIFOO et 2.0 d'HANSO ont été utilisés dans ces essais. Des modifications mineures ont été apportées dans leur implémentation pour améliorer les performances, sans toutefois changer le coeur de l'algorithme. On évite la création d'un objet LTI Matlab pour le calcul de la norme  $H_\infty$  en utilisant directement la fonction utilisant les matrices de la représentations d'états. La fonction `getbundle` de HANSO est parallélisée de sorte que chaque calcul de gradient soit réalisé sur un coeur du processeur. De même, la fonction `bfgs` de HANSO qui lance plusieurs fois un l'algorithme BFGS pour des initialisations différentes est parallélisée : chaque coeur s'occupe ainsi d'une initialisation.

**Synthèse LFR** La méthode de synthèse LPV auto-séquentée introduite dans [126] est appliquée à titre de comparaison. Elle permet d'obtenir pour un système LFR, un correcteur qui assure la stabilité de la boucle fermée et un niveau de performance en norme  $\mathcal{L}_2$  quelque soit la vitesse de variation des paramètres. Son implémentation de la méthode considérée est décrite dans [12].

Pour utiliser cette méthode, le système augmentée de synthèse doit être mis sous forme LFR, ce qui se fait naturellement puisque le système est linéaire par rapport aux paramètres. La Figure 3.18 illustre la forme de la boucle fermée LFR qui sera mise en place. Ici, le bloc  $\Delta$  est diagonale avec les paramètres  $M_u$  et  $X_u$ . Au contraire de la méthode introduite plus haut, la structure du correcteur est ici imposée. Il s'agit d'un correcteur d'ordre plein, c'est à dire du même ordre que le système de synthèse. La forme de la dépendance aux paramètres du correcteur est un résultat de la synthèse. L'algorithme de synthèse permet de calculer la fonction  $\Delta_c$  introduite sur la Figure 3.18. Elle ne se limite pas à une interpolation multi-linéaire, elle peut être une fonction rationnelle quelconque des paramètres. L'application de cette méthode sur le même modèle de synthèse qui a été décrit plus tôt permet d'obtenir une garantie de performance en norme  $\mathcal{L}_2$  de 231. Cela ne permet pas de commander le drone de manière satisfaisante. Il faut toutefois noter que cette méthode permet de garantir les performances  $\mathcal{L}_2$  même dans le cas de variations infiniment rapides des paramètres de séquencement.

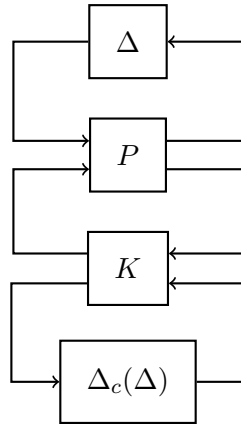
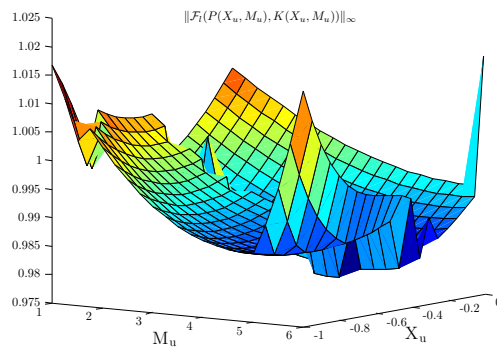


FIGURE 3.18 – Correcteur LPV LFR

**Solution retenue** La solution obtenue à l'aide d'hinfstruct est étudiée et implémentée. La figure 3.19 montre le calcul de la norme  $H_\infty$  sur un maillage très raffiné de l'espace des paramètres. On constate que le correcteur interpolé permet point par point d'obtenir les performances souhaitées. La figure 3.20 montre la réponse du système bouclé à un échelon de consigne (en noir). La ligne en

FIGURE 3.19 – Norme  $H_\infty$  de la boucle fermée

pointillés représente la réponse du modèle de référence qui est l'objectif de suivi. Les autres courbes montrent les réponses en boucle fermée pour plusieurs valeurs des paramètres. Les combinaisons de paramètres choisies correspondent au pire cas de norme  $H_\infty$  constatés sur le maillage Figure 3.19. Sur ces simulations, une perturbation en couple est introduite à 3s. L'ensemble des points d'opérations simulés donnent comme prévu par la norme  $H_\infty$  de bon résultats de suivi de consigne et un rejet de perturbation satisfaisant.

### Implémentation

Le correcteur décrit jusqu'à présent utilise un paramètre d'efficacité de commande  $M_d$  normalisé. Pour son implémentation, le correcteur  $K(\hat{M}_u, \hat{X}_u)$  doit être divisé par  $\hat{M}_d$ . Cependant, durant le régime transitoire de l'estimation, si  $\hat{M}_d$  est très petit par rapport à sa vraie valeur, son inversion peut engendrer un signal de commande très fort. Comme décrit dans la méthode de

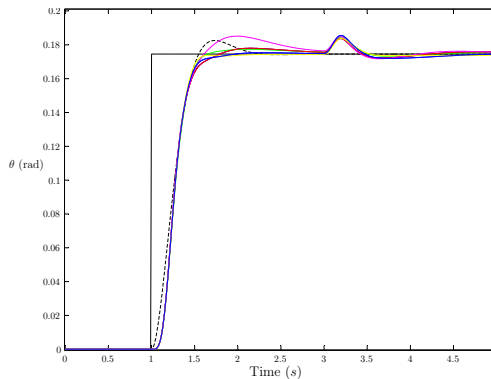


FIGURE 3.20 – Réponse à échelon pour différentes valeurs de paramètres

commande duale décrite précédemment on utilise la covariance  $P_{M_d}$  du paramètre pour éviter le problème.

$$\delta\omega = \frac{\hat{M}_d}{\hat{M}_d^2 + P_{M_d}} K(\hat{M}_u, \hat{X}_u) \quad (3.75)$$

On utilise une discrétisation d'Euler à 100 Hz.

### 3.4.3 Résultats des essais en vol

Les tests ont été effectués avec trois configurations de quadrirotors (Figure 2.23) : un drone de 910g, un plus léger de 470g et le même drone plus léger équipé d'une carène de 50g. Ces trois configurations embarquent la même électronique de commande mais ont toutefois des agencements différents. Pendant les tests présentés, un correcteur adaptatif est actif sur l'axe de tangage et de roulis. Les drones sont pilotés par un opérateur à l'aide d'un joystick. L'inclinaison du joystick permet de donner des consignes en angle de roulis et de tangage. Aucune boucle extérieure n'est active. Seul l'opérateur dirige le drone pour le faire évoluer dans un espace intérieur et montrer l'efficacité du correcteur implémenté. Aucune perturbation particulière n'agit sur le système si ce ne sont les turbulences générées par les drones eux-même qui sont non négligeables dans un environnement clos. Les Figures 3.21, 3.23, 3.22 montrent l'évolution des trois paramètres estimés sur les modèles sur les axes de roulis et de tangage. Selon l'axe de roulis, les coefficients  $L_d$ ,  $L_v$  et  $Y_v$  correspondent respectivement aux paramètres  $M_d$ ,  $M_u$  et  $X_u$  sur l'axe de tangage.

Le paramètre  $M_d$  est fortuitement le paramètre qui converge le plus rapidement puisque c'est le paramètre qui est le plus critique pour la stabilisation du véhicule. Le correcteur LPV sert à donner la commande en couple adéquate en fonction de l'angle désiré, le paramètre fait le lien entre le couple à appliquer et la variable de commande.

Aucune mesure de la vitesse de translation n'est disponible sur notre système ce qui rend l'identification liée à cette dynamique plus difficile. D'autant plus qu'elle est plus lente que le reste du système et donc plus longue à exciter pour enregistrer suffisamment d'information.

Le changement d'hélice modifie essentiellement la force produite par chaque rotor, et donc le paramètre d'efficacité de commande  $M_d$ . La carène modifie beaucoup l'inertie du véhicule. Elle fait donc varier tous les paramètres liés à la dynamique de rotation. La masse de la carène a légèrement moins d'effet sur la dynamique de translation et ce petit effet est contre balancé par l'augmentation significative de la traînée (Figures 3.23, 3.22).



Les oscillations que l'on observe sur les courbes des paramètres sont liées au choix de  $Q$ . C'est le seul paramètre de l'algorithme RLS qui permet de faire augmenter la covariance  $P$ . Il permet de modéliser les paramètres estimés comme des marches aléatoires et leur permet donc d'évoluer dans le temps. La matrice  $Q$  permet de maintenir un certain niveau de correction à travers  $P$  puis  $K$ . De cette façon, les dernières mesures n'auront pas un poids négligeable dans l'estimation par rapport aux mesures accumulées plus anciennes.  $Q$  n'a pas le même rôle que le facteur d'oubli de certaine forme de RLS qui fait augmenter la covariance  $P$  avec une dynamique du premier ordre. Si on prend  $Q$  d'une forme particulière fonction de  $P$  et variant dans le temps on peut reproduire les moindres carrés avec oubli exponentiel.

La figure 3.24 présente la réponse de l'angle de tangage  $\theta$  à des sollicitations du pilote ainsi que la valeur des paramètres  $M_u$  et  $X_u$  sur le même intervalle de temps.

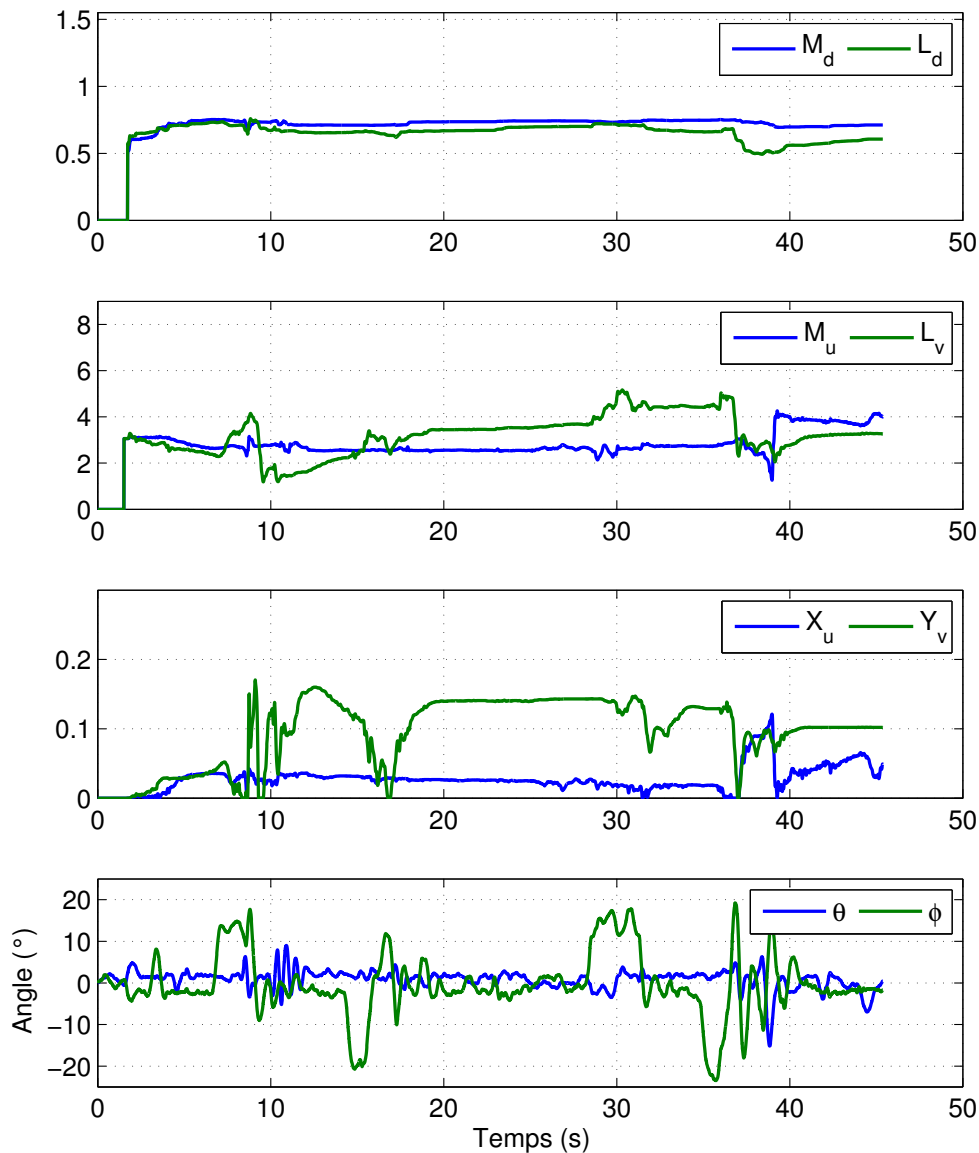


FIGURE 3.21 – Paramètres grand quadrirotor (Figure 2.23(a))

Quadrirotors	$M_d$	$L_d$
Configuration 1	0.85	0.9
Configuration 2	1.15	1.25
Configuration 3	0.75	0.65

TABLE 3.1 – Coefficients pour les quadrirotors

### 3.4.4 Conclusions

Cette section propose une méthode de commande adaptative indirecte pour le contrôle d'une famille de quadrirotors. Une compréhension plus précise de la dynamique du vol d'un quadrirotor est également atteinte. La méthode a été testée expérimentalement et a montré des performances satisfaisantes. Le correcteur a permis d'obtenir les performances atteintes avec des correcteurs finement réglés empiriquement par essais/erreurs. Ces résultats sont particulièrement intéressants car ils montrent que cette méthode permet d'éviter à l'utilisateur final de configurer le système embarqué pour une configuration particulière de quadrirotor. Le système de commande s'adapte de lui-même aux propriétés instantanées de la dynamique du véhicule.

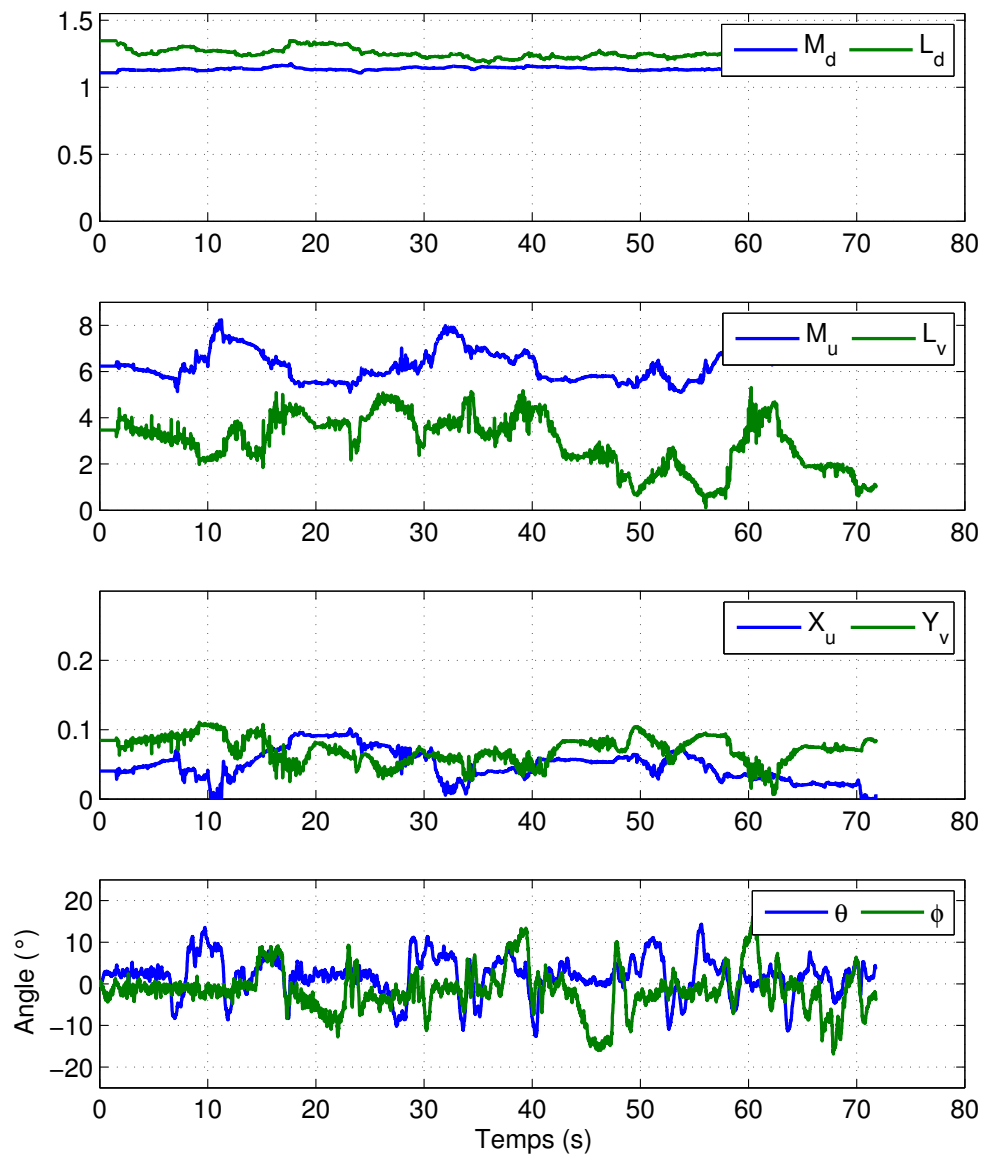


FIGURE 3.22 – Paramètres petit quadrirotor (Figure 2.23(b))

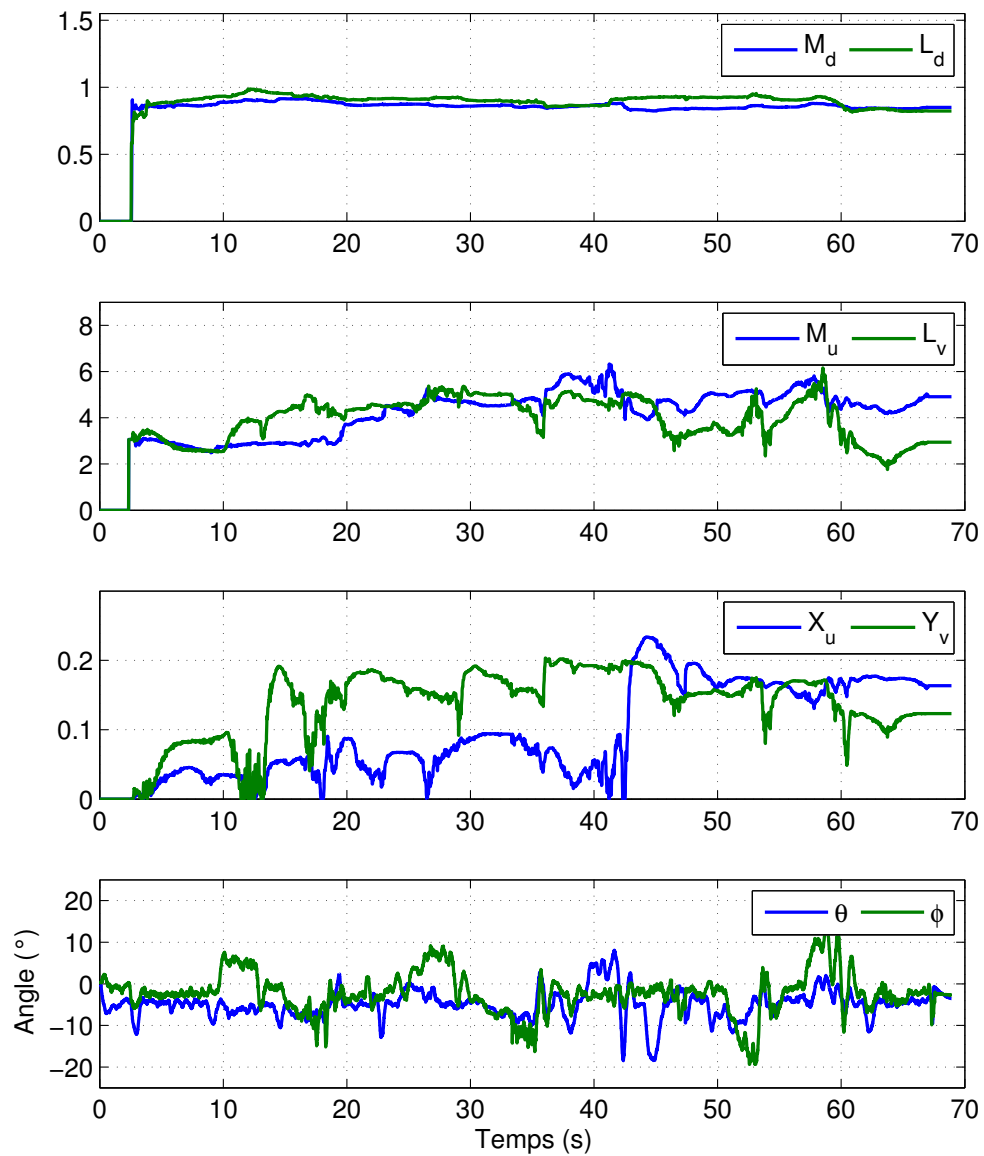


FIGURE 3.23 – Paramètres petit quadrirotor avec carène (Figure 2.23(c))

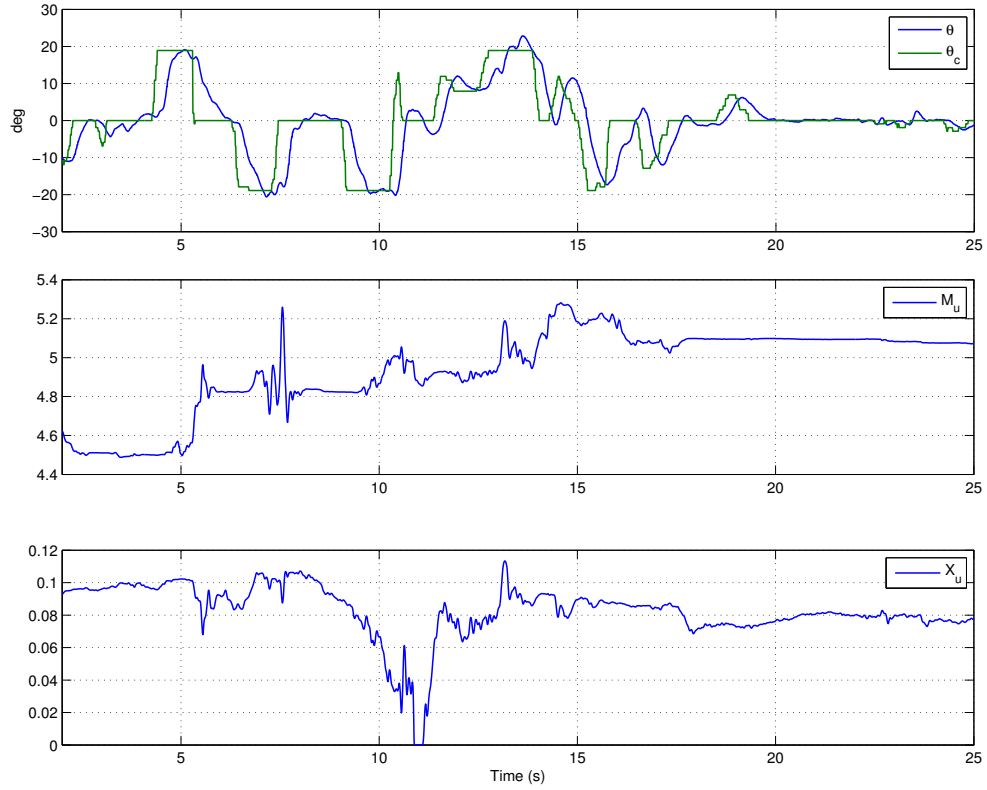


FIGURE 3.24 – Evolution temporelle de l'angle de tangage  $\theta$  et des paramètres  $M_u$  et  $X_u$  pour le petit quadrirotor



## 4 Loi de pilotage pour un drone hybride, un système variant dans le temps

Un drone hybride se caractérise par sa capacité à évoluer au cours d'une même mission comme un avion conventionnel en vol rapide horizontal et comme un hélicoptère en vol stationnaire. Les caractéristiques dynamiques différentes pour les deux phases de vols nous obligent à développer des lois de pilotages capables de suivre ces changements. La méthode mise en place dans le chapitre précédent a été examinée dans le contexte de la commande de systèmes linéaires invariants dans le temps. Pour cette nouvelle application, la variation des paramètres est liée à la vitesse de la transition. Celle-ci n'est pas nécessairement lente et peut varier selon la mission. En adoptant une modélisation linéaire, le drone hybride est donc un système linéaire à temps variant. Une attention particulière est portée au pilotage de l'axe longitudinal. Ce chapitre introduit donc un modèle adapté à l'estimation de paramètres et à la synthèse de lois de commande selon cet axe pour ensuite expliciter les modifications nécessaires de la deuxième méthode mise en place dans le chapitre précédent (section 3.4). Ce chapitre donne des résultats prospectifs puisqu'aucune méthode satisfaisante n'a pu être mise en place.

### 4.1 Modèle pour la commande

La section 2.6.2 présente les éléments importants de la modélisation complète du drone MAVion. A partir de cette modélisation non-linéaire complète, on extrait la dynamique longitudinale exposée dans cette section. Les états classiques associées à la dynamique du vol pour un avion sur l'axe longitudinal sont la vitesse de tangage  $q$ , l'incidence  $\alpha$ , la vitesse aérodynamique totale  $V_a$  et la pente  $\gamma$  ou l'angle de tangage  $\theta$ . La plage de fonctionnement du MAVion qui le distingue du comportement d'un avion nous amène à faire un choix différent. On préférera comme vecteur d'états l'angle de tangage  $\theta$ , la vitesse de tangage  $q$ , la vitesse de translation longitudinale  $V_{e_x}$  et la vitesse de translation verticale  $V_{e_z}$ . Ils représentent des grandeurs que l'on peut mesurer et surtout que l'on cherche à commander en ce qui concerne l'angle de tangage et la vitesse verticale. On considère, comme dans le cas du quadrirotor, qu'on ne mesure pas systématiquement la vitesse de translation. On peut toutefois aisément faire correspondre à un angle de tangage une vitesse de translation (Figure 2.26). Le modèle linéaire peut être formulé avec les paramètres suivants :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \\ \dot{V}_{e_x} \\ \dot{V}_{e_z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ M_\theta & 0 & M_{V_{e_x}} & M_{V_{e_z}} \\ X_\theta & 0 & X_{V_{e_x}} & X_{V_{e_z}} \\ Z_\theta & 0 & Z_{V_{e_x}} & Z_{V_{e_z}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ q \\ V_{e_x} \\ V_{e_z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M_s & M_T \\ X_s & X_T \\ Z_s & Z_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_S \\ \delta_T \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Le vecteur de commande est composé du déplacement symétrique des gouvernes  $\delta_S$  et de la moyenne de variation de la vitesse de rotation des deux rotors  $\delta_T$ . La modélisation établie dans la section 2.6.2 nous permet d'évaluer ces paramètres. La manœuvre de référence étant la transition équilibrée, il a été montré précédemment qu'il était possible d'équilibrer le drone pour les vitesses de translation variant de 0 à  $10m.s^{-1}$ . Les paramètres du modèle linéaire sont donc calculés autour de chacun de ces points d'équilibre. Les Figures 4.1 et 4.2 exhibent l'évolution du modèle linéaire

avec la vitesse de translation. La linéarisation a été effectuée numériquement ce qui explique les artéfacts observés sur les coefficients nuls ou constants.

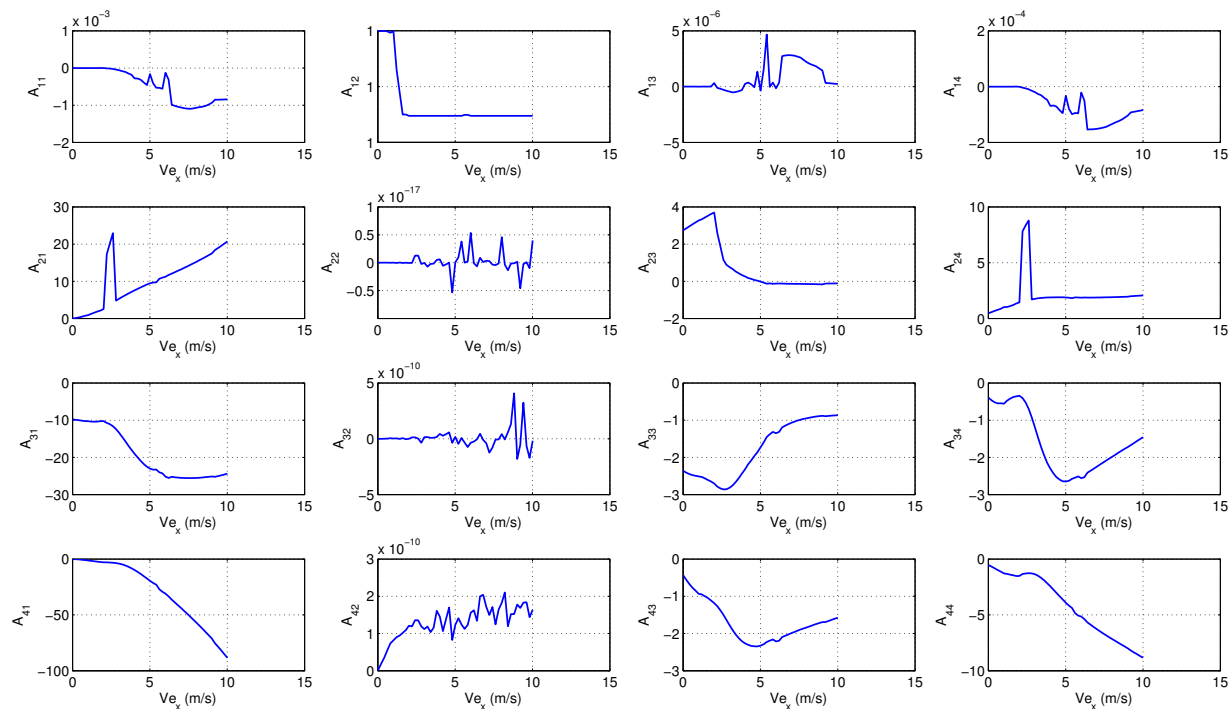


FIGURE 4.1 – Evolution de la matrice d'état du système en fonction de la vitesse de translation longitudinale

Le coefficient  $M_s$  représente l'efficacité des gouvernes en tangage. La Figure 4.3 montre que la vitesse induite et la vitesse de translation contribuent à faire évoluer le coefficient de manière quadratique sur la plage de fonctionnement. Il correspond à la relation suivante :

$$M_s = -5.0917 \cdot V_{e_x}^2 + 23.1289 \cdot V_{e_x} - 201.5447$$

Bien que les rotors contribuent à faire varier la vitesse induite sur les gouvernes, leur contribution est négligeable. Il faut toutefois noter que l'échelle de variations de la vitesse de rotation des rotors est bien plus grande que celle de la déflexion des gouvernes.

## 4.2 Commande Adaptative

Les deux composantes de la commande adaptative indirecte sont explicitées. Des méthodes d'estimations de paramètres d'un modèle variant dans le temps sont présentées ainsi que les signaux utilisés pour leur application sur l'axe longitudinale du drone hybride. Enfin un correcteur basé sur les quaternions est présenté en analogie avec un correcteur basé sur les angles d'Euler.



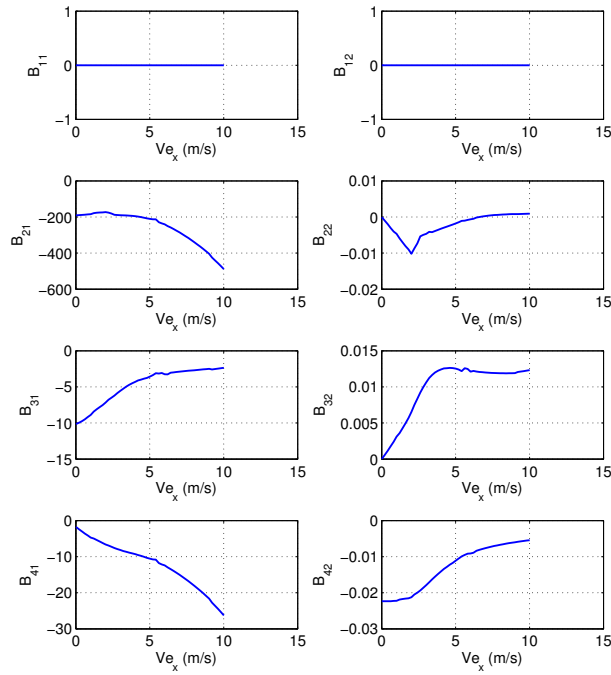


FIGURE 4.2 – Evolution de la matrice de commande du système en fonction de la vitesse de translation longitudinale

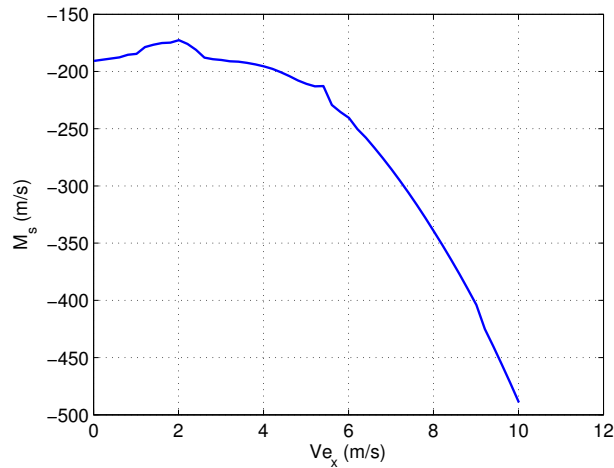


FIGURE 4.3 – Evolution de l'efficacité de la gouverne avec la vitesse de translation

## 4.2.1 Estimation de paramètres

### Suivi de paramètres variants

Dans le chapitre précédent les paramètres étaient fixes. A contrario, les paramètres du drone hybride peuvent varier rapidement. Il faut bien entendu modifier les réglages de l'estimateur pour qu'il puisse suivre efficacement ces variations. Dans les algorithmes de type moindres-carrés, la

vitesse de variation des estimées est liée à la valeur de la matrice de covariance  $P$ , inverse de la matrice d'information  $S$ . Elle détermine dans ces algorithmes le niveau de correction appliquée sur les estimées. En effet, le gain de correction peut être écrit

$$K = P \cdot \phi \quad (4.2)$$

Cette matrice doit répondre ici à deux objectifs antagonistes. D'une part, on souhaite la voir converger rapidement vers une faible valeur, ce qui concorde avec une grande quantité d'information stockée, un faible gain de correction et par suite une faible sensibilité aux perturbations. D'autre part, on souhaite qu'elle garde un certain niveau pour garantir que l'algorithme conserve une sensibilité au variation du système. Les différentes méthodes conçues spécifiquement pour répondre au suivi de paramètres variants modifient essentiellement l'étape de mise à jour de la covariance. Elles abordent la question de comment faire augmenter la matrice de covariance et surtout dans quelle direction et à quelle vitesse. Il faut également mettre en place des mécanismes qui empêchent la covariance d'augmenter indéfiniment entraînant des problèmes numériques et l'"explosion" des estimées. Nous avons mentionné dans la section 3.2, la modélisation des paramètres comme le résultat de l'intégration d'un bruit blanc. Cette représentation a pour conséquence de faire croître la covariance de manière linéaire (équation (3.16)). L'inconvénient de cette méthode apparaît lorsque les paramètres varient rapidement. Il devient alors nécessaire de modéliser ces variations par une grande variance  $Q$  rendant les estimées en permanence plus sensibles aux bruits. La plupart des méthodes associées à ce problème procèdent par la modification de la matrice d'information  $S = P^{-1}$ . On a présenté sur l'équation (3.16) la mise à jour de la matrice  $P$  qui a son équivalent exprimé avec la matrice d'information. L'équation de mise à jour a la forme suivante :

$$S_{k+1} = \bar{S}_k + \phi\phi^T \quad (4.3)$$

ce qui équivaut par application du lemme d'inversion matricielle en terme de covariance :

$$P_{k+1} = \bar{P}_k - \frac{\bar{P}_k\phi\phi^T\bar{P}_k}{1 + \phi^T\bar{P}_k\phi} \quad (4.4)$$

Dans la forme classique,  $\bar{S}$  correspond à la matrice d'information inchangée  $S$ . Une approche souvent utilisée est celle de l'oubli exponentiel. Elle consiste à pondérer l'influence des régresseurs successifs avec un poids suivant une loi exponentielle décroissante. Les données anciennes n'ont ainsi plus d'influence sur les estimées courantes. La vitesse à laquelle les données anciennes sont oubliées est réglée grâce au facteur d'oubli  $\lambda_{EF}$ . Ce facteur est un réel appartenant à l'intervalle  $[0, 1]$ . Dans le cas où  $\lambda_{EF} = 1$ , on retrouve l'algorithme des moindres carrés classique. Il est généralement choisi supérieur à 0.9. Cette méthode est implémentée en multipliant la matrice d'information par le facteur d'oubli :

$$\bar{S} = \lambda_{EF} \cdot S \quad (4.5)$$

L'information des régresseurs passés est donc progressivement effacée. On voit rapidement apparaître le principal écueil de la méthode dans le contexte de la commande adaptative. Si le système est correctement régulé, il passe potentiellement par des régimes permanents pendant lesquels  $\phi$  contient peu d'informations. L'équation (4.3) montre que dans cette situation, la matrice d'information tend vers zéro. En conséquence la matrice de covariance  $P$  diverge et rend impossible l'utilisation de l'algorithme sous cette forme. Si le régresseur n'est pas uniformément pauvre en information ou si les paramètres n'ont pas les mêmes vitesses de variations, il est possible de remplacer le facteur d'oubli par une matrice diagonale qui représente un facteur d'oubli pour chaque

élément du régresseur  $\phi$ .

$$\bar{S} = \Lambda_{EF} \cdot S, \quad \Lambda_{EF} = \text{diag}(\lambda_{EF_1}, \dots, \lambda_{EF_n}) \quad (4.6)$$

Pour éviter l'annulation de la matrice d'information lorsque le système manque d'excitation, il est possible d'ajouter un terme de rappel à l'équation (4.4) :

$$P_{k+1} = \bar{P}_k - \frac{\bar{P}_k \phi \phi^T \bar{P}_k}{1 + \phi^T \bar{P}_k \phi} - \kappa P_k^2 \quad (4.7)$$

Il est aussi envisageable de transformer artificiellement la matrice d'information pour qu'elle reste bornée [81] :

$$\Lambda_{EF} = I - (1 - \lambda_{EF})(I - \alpha S^{-1})^N \quad (4.8)$$

où  $N$  est un nombre impair et  $\alpha$  un paramètre qui permet d'ajuster la borne inférieure de  $S$ . Une autre démarche étudiée est l'ajustement en ligne du facteur d'oubli. En augmentant le facteur d'oubli lorsque l'excitation diminue, l'algorithme réduit l'influence de données anciennes uniquement lorsque des données plus récentes peuvent remplacer l'information qu'elles apportent à  $S$ .

$$\lambda_{EF} = 1 - \left(1 - \frac{\phi^T P \phi}{1 + \phi^T P \phi}\right) \frac{(y_e - \hat{p}^T \phi)^2}{\Sigma_0} \quad (4.9)$$

Dans la relation (4.9),  $\Sigma_0$  est un paramètre additionnel déterminant à quelle vitesse le facteur d'oubli s'ajuste [60]. Il est cependant préjudiciable de considérer uniformément la matrice d'information. L'équation (4.3) nous montre que le régresseur n'apporte de l'information que dans une seule direction. Le facteur d'oubli agit sur toute la matrice donc dans toutes les directions, y compris celles qu'aucune nouvelle information ne remplace. Le facteur d'oubli directionnel [38] assure à l'algorithme d'éviter ce problème et lui confère une plus grande stabilité.

$$\begin{cases} \Lambda_{EF} = I - (1 - \lambda_{EF}) \frac{S \phi \phi^T}{\phi^T S \phi} & , \text{ si } |\phi| > \epsilon \\ \Lambda_{EF} = I & , \text{ si } |\phi| \leq \epsilon \end{cases} \quad (4.10)$$

Cette méthode est la plus intéressante puisqu'elle garantit que  $P$  soit bornée en sélectionnant adroitement l'information conservée.

### Application

L'équation dont on cherche à identifier les paramètres est la suivante :

$$\dot{q} = M_\theta \theta + M_{V_{e_x}} V_{e_x} + M_{V_{e_z}} V_{e_z} + M_s \delta_s + M_T \delta_T \quad (4.11)$$

Il s'agit d'un modèle linéarisé. Les variables qui interviennent sont donc en toute rigueur des petits écarts autour de leur valeur d'équilibre. Pour ne pas avoir à estimer le point d'équilibre (voir 3.4.1), l'équation est dérivée.

$$\dot{\delta} q = M_\theta \delta \theta + M_{V_{e_x}} \delta V_{e_x} + M_{V_{e_z}} \delta V_{e_z} + M_s \delta_s + M_T \delta_T \quad (4.12)$$

Le préfixe  $\delta$  représente les petits écarts. Par exemple pour le tangage :  $\delta \theta = \theta - \theta_{eq}$ . En dérivant cette relation, il apparaît que pour atteindre notre but, il faut que la variation de point d'équilibre

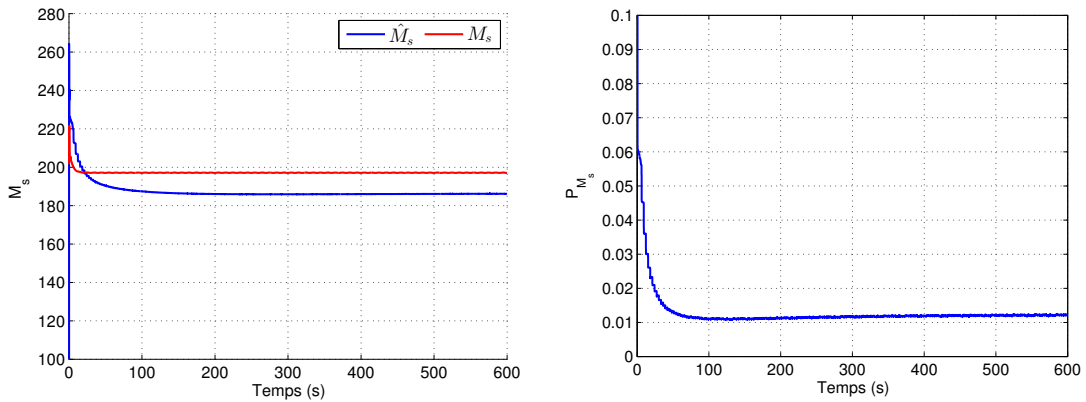
soit plus lente que la variation de la variable d'état. Si une transition est réalisée rapidement, cette hypothèse sera violée. L'algorithme de moindres carrés utilise les signaux suivants :

$$\begin{aligned}
 y_e &= \ddot{q} \\
 \phi^T &= \left[ \dot{\delta}_s \quad q \quad \dot{\delta}_T \quad \dot{V}_{e_z} \quad 1 \right]^T \\
 p^T &= \left[ M_s \quad M_\theta \quad M_T \quad M_{V_{e_z}} \quad b \right]^T
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Les données sont filtrées et les signaux dérivés avec le filtre et le dérivateur détaillés dans la section 3.2.4. Le régresseur est mis à l'échelle et normalisé :

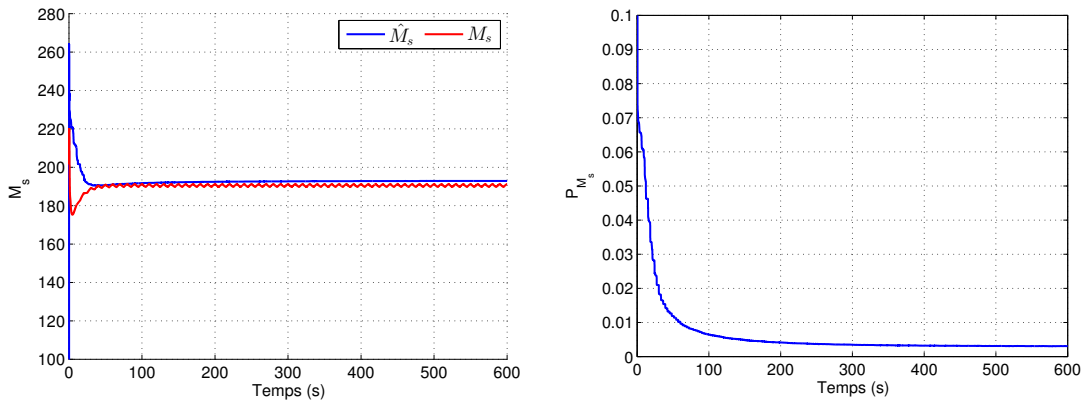
$$\begin{aligned}
 \bar{y}_e &= \frac{y_e}{\max(1, \|L\phi\|)}, \quad \bar{\phi} = \frac{L\phi}{\max(1, \|L\phi\|)} \\
 \bar{p} &= L^{-1}p, \quad L = \text{diag}(l_1, \dots, l_{n_p})
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Pour étudier l'estimateur, la simulation non-linéaire développée dans la section 2.6.2 est utilisée. Le drone est piloté de sorte à atteindre une vitesse de translation et la maintenir en effectuant des petites excursions de 10% autour de la valeur d'équilibre. Par ailleurs, la vitesse latérale est maintenue nulle à l'aide d'un correcteur pilotant le cap. La vitesse verticale est asservie à zéro en pilotant la vitesse moyenne de rotation des moteurs. Le facteur d'oubli est fixé à 0.999, ce qui correspond à un horizon temporel très long. Dans cette configuration, l'algorithme ne suivra pas les éventuelles variations rapides des paramètres, mais donnera la valeur sur le long terme et on peut ainsi la comparer à la valeur théorique. Les Figures 4.4 4.5, et 4.6 montrent les résultats de cette simulation pour une vitesse de translation de, respectivement,  $0.2 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $4 \text{ m.s}^{-1}$ , et  $8 \text{ m.s}^{-1}$ . La valeur théorique de l'efficacité des gouvernes en tangage est issue de l'interpolation par un polynôme du second ordre du coefficient présenté Figure 4.3. Conjointement à la valeur du paramètre  $M_s$ , la valeur de la covariance  $P_{M_s}$  est présentée. Son évolution temporelle montre sa convergence, l'information compense donc bien l'oubli. Dans tous les cas, le paramètre estimé est conforme à sa valeur théorique.



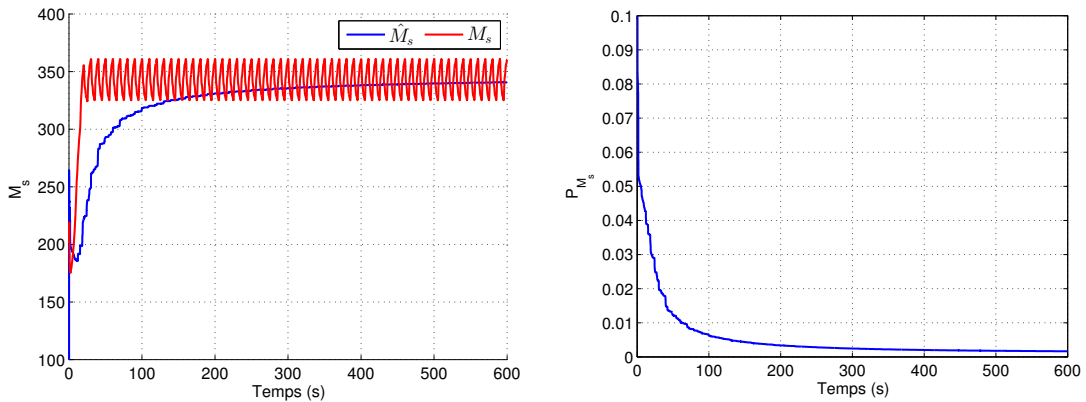
(a) Estimation du paramètre  $M_s$  (bleu) et sa valeur théorique (rouge) (b) Evolution de la covariance associée au paramètre  $M_s$

FIGURE 4.4 – Vol équilibré à une vitesse de translation  $V_{e_x} = 0.2 \text{ m.s}^{-1}$



(a) Estimation du paramètre  $M_s$  (bleu) et sa valeur théorique (rouge) (b) Evolution de la covariance associée au paramètre  $M_s$

FIGURE 4.5 – Vol équilibré à une vitesse de translation  $V_{e_x} = 4 \text{ m.s}^{-1}$



(a) Estimation du paramètre  $M_s$  (bleu) et sa valeur théorique (rouge) (b) Evolution de la covariance associée au paramètre  $M_s$

FIGURE 4.6 – Vol équilibré à une vitesse de translation  $V_{e_x} = 8 \text{ m.s}^{-1}$

Pour démontrer les capacités de suivi de l'algorithme, le drone est plusieurs fois accéléré progressivement de  $0$  à  $8 \text{ m.s}^{-1}$  puis plus brusquement ralenti à  $2 \text{ m.s}^{-1}$  (Figure 4.7). Le facteur d'oubli est abaissé à  $0.91$ . L'estimation de l'efficacité des gouvernes est présentée Figure 4.8. L'estimation arrive à suivre correctement la valeur théorique. On constate que la valeur varie rapidement à cause du facteur d'oubli relativement faible. Cette sensibilité se lit sur la croissance de la covariance  $P_{M_s}$  (Figure 4.9).

La Figure 4.10 permet d'observer l'influence du facteur d'oubli sur la vitesse de suivi des paramètres. Pour  $\lambda_{EF} = 0.99$ , la valeur de  $M_s$  commence à augmenter alors que la transition est déjà finie. L'estimation est dans ce cas globalement moins sensible. On constate déjà pour  $\lambda_{EF} = 0.95$ , le suivi correct du paramètre. Au delà de  $\lambda_{EF} = 0.91$ , l'estimation est extrêmement sensible. Dans la section 2.4.2, on mentionne les difficultés rencontrées pour obtenir une mesure correcte de la position de la gouverne. On tente donc de remplacer la mesure en utilisant le modèle décrit dans la même section. Les signaux de commande calculés sont donc filtrés par un filtre du second ordre et limités en vitesse pour être utilisés en entrée de l'algorithme d'estimation.

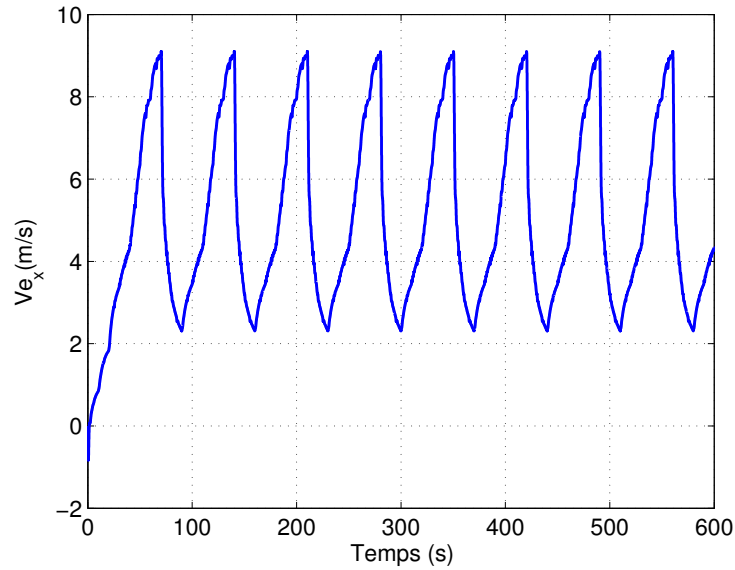


FIGURE 4.7 – Evolution de l’efficacité de la gouverne avec la vitesse de translation

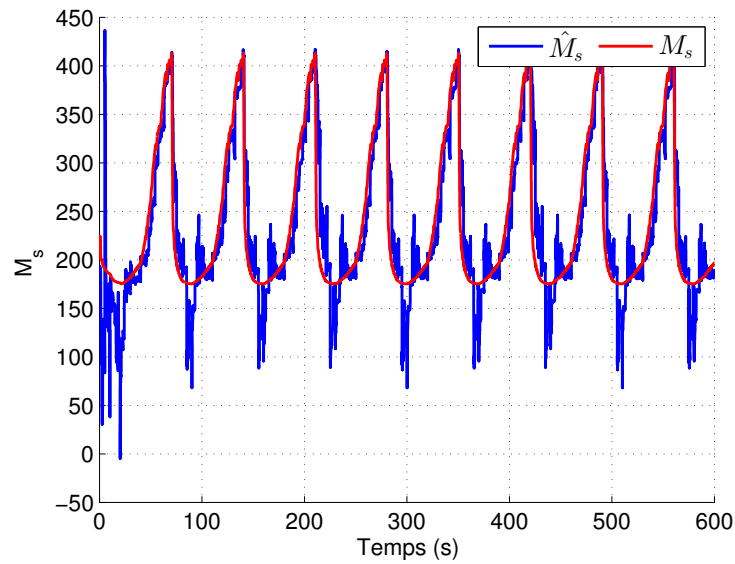
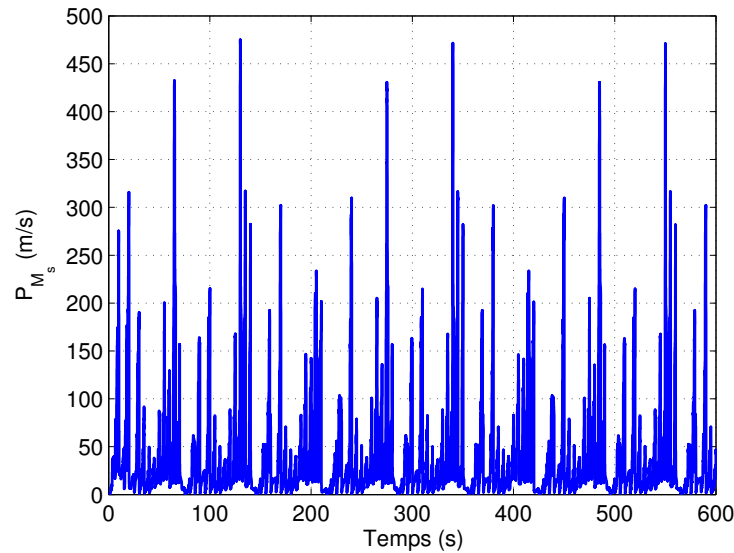
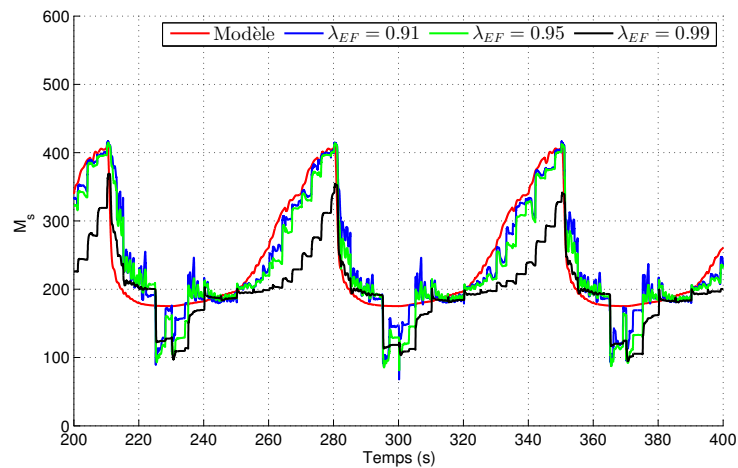


FIGURE 4.8 – Evolution de l’efficacité de la gouverne avec la vitesse de translation

Cependant l’application de l’algorithme sur des données d’essais en vol ne donne pas de résultats. On ne peut notamment pas distinguer nettement la transition dans l’estimation. L’hypothèse que la mesure de la position de la gouverne est l’origine de ce problème est émise. On peut montrer en simulation que la mauvaise modélisation de la position de la gouverne conduit très rapidement à une mauvaise estimation des paramètres. Simplement en modifiant la pulsation propre du modèle du second ordre, les performances de l’estimation sont nettement dégradées (Figure 4.11).

Si la relation entre la vitesse de translation est clairement visualisée (Figure 4.12) dans le

FIGURE 4.9 – Evolution la covariance associée à l’estimation du paramètre  $M_s$ FIGURE 4.10 – Comparaison du suivi de  $M_s$  en fonction du facteur d’oubli

cas où l’on dispose d’une bonne mesure de la position de la gouverne, cette relation n’est pas discernable dans l’autre cas.

#### 4.2.2 Commande basée sur les quaternions

Jusqu’à présent nous avons utilisé les angles d’Euler pour la commande d’attitude. On a cependant introduit les quaternions dans la section 2.5.2 pour leur capacité à éviter toute singularité. Les angles d’Euler étant plus intuitifs dans les cas simples, ils ont pu être utilisés pour la commande des quadrirotors qui n’atteignent pas les attitudes singulières dans la plage de fonctionnement étudiée. Le MAVion opère lui directement dans cette plage, il n’est donc pas possible d’implémenter directement les lois de pilotages en utilisant les angles d’Euler. Cependant,

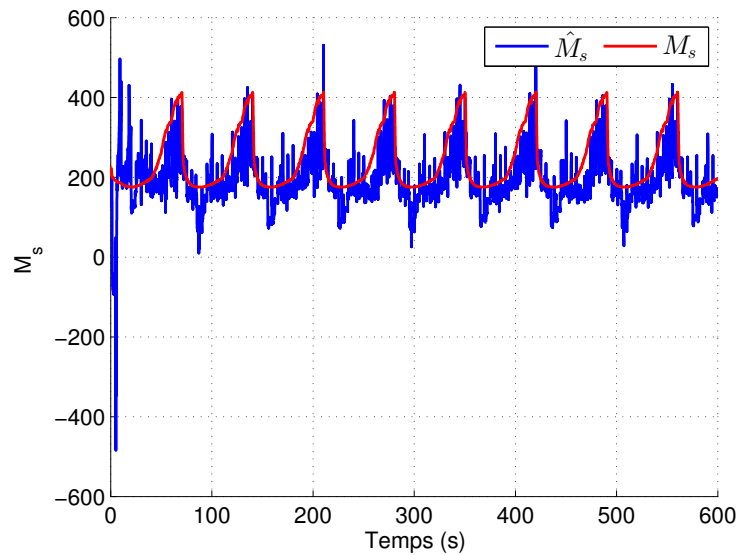
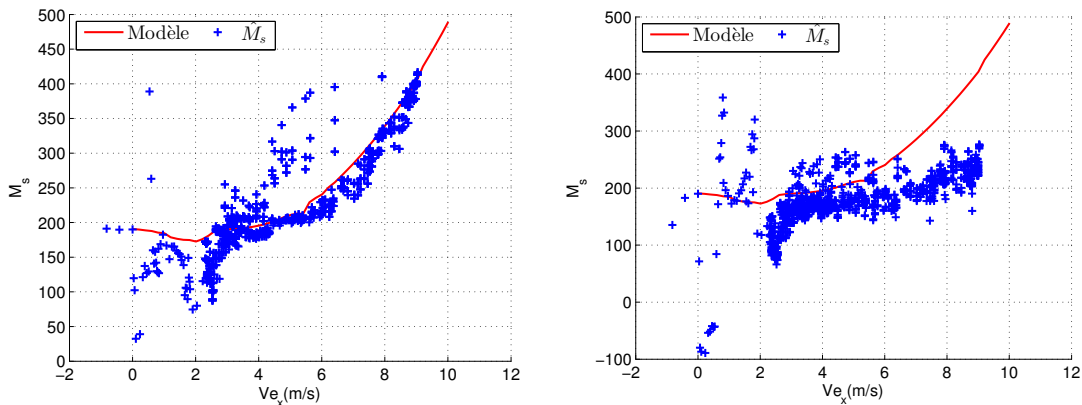


FIGURE 4.11 – Evolution de l'efficacité de la gouverne avec la vitesse de translation avec une mesure erronée de la position



(a) Relation entre  $M_s$  et  $V_{e_x}$  avec une mesure exacte de la position de la gouverne (b) Relation entre  $M_s$  et  $V_{e_x}$  avec une mesure erronée de la position de la gouverne

FIGURE 4.12

les lois présentées ici reposent sur un formalisme linéaire, les états utilisés représentent donc de petits écarts par rapport à un équilibre. Il est possible de continuer à raisonner avec les angles d'Euler, seule l'implémentation sera adaptée. On montre ici comment un correcteur peut être transposé d'un formalisme à l'autre. Un correcteur conçu pour réguler l'attitude représentée sous forme d'angles d'Euler peut être traduit dans le formalisme des quaternions. La transformation des gains d'un correcteur PID d'une représentation à l'autre est présentée.

Un quaternion est une représentation commode d'une rotation en trois dimensions. Une telle rotation est définie par son axe que l'on nommera ici  $d = [d_1, d_2, d_3]^T$  et un angle  $\theta$ .

$$n = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & d_1 \sin(\theta/2) & d_2 \sin(\theta/2) & d_3 \sin(\theta/2) \end{bmatrix}$$



Un correcteur PID basé sur les quaternions a la forme suivante :

$$u_i = k_{p_i} n_{e_i} + k_{d_i} \dot{n}_{e_i} + k_{I_i} \int n_{e_i} \quad i \in [1, 3]$$

où  $n_e$  est l'écart entre l'attitude réelle du drone  $q$  et l'attitude désirée  $n_d$ . Il est obtenu en multipliant à gauche le quaternion désiré par le conjugué du quaternion courant :

$$n_e = \bar{n} n_d$$

$u_i$  représente le vecteur de commande qui contient dans notre cas,  $\delta_a$  la commande sur les ailerons,  $\delta_e$  la commande sur les élévons et  $\delta_r$  la commande en différentiel de vitesse moteur.

Si l'on considère à présent que seul l'axe de tangage est libre, on peut exprimer les quaternions désirés et courant de la manière suivante :

$$n = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) & 0 & \sin(\theta/2) & 0 \end{bmatrix}$$

$$n_d = \begin{bmatrix} \cos(\theta_d/2) & 0 & \sin(\theta_d/2) & 0 \end{bmatrix}$$

ce qui permet de déduire l'expression du quaternion d'erreur :

$$n_e = \begin{bmatrix} \cos(\theta/2) \cos(\theta_d/2) + \sin(\theta/2) \sin(\theta_d/2) & 0 & \cos(\theta/2) \cos(\theta_d/2) - \sin(\theta/2) \sin(\theta_d/2) & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos((\theta - \theta_d)/2) & 0 & \sin((\theta - \theta_d)/2) & 0 \end{bmatrix}$$

La commande sur les élévons s'exprime ainsi :

$$\delta_e = k_{p_1} \sin((\theta - \theta_d)/2) + k_{d_1} \frac{\dot{\theta} - \dot{\theta}_d}{2} \cos((\theta - \theta_d)/2) + k_{I_1} \int \sin((\theta - \theta_d)/2)$$

En faisant l'hypothèse que l'attitude désirée est constante et que l'erreur de suivi reste petite, on retrouve un correcteur PID sur l'angle de tangage :

$$\delta_e = \frac{k_{p_1}}{2} (\theta - \theta_d) + \frac{k_{d_1}}{2} (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) + \frac{k_{I_1}}{2} \int (\theta - \theta_d)$$

Ainsi, à partir du réglage d'un correcteur pour les angles d'Euler, on peut en déduire un correcteur équivalent utilisant les quaternions en multipliant les gains par 2.

Des essais avec le prototype représenté Figure 1.9 ont été réalisés avec une telle structure de correcteur. Ils sont réglés en considérant le drone en stationnaire comme un double intégrateur. Les gains sont définis de la manière suivante :

$$k_p = \frac{1}{M_s} \left( \omega_n^2 + \frac{2\xi\omega_n}{\tau} \right)$$

$$k_d = \frac{1}{M_s} \left( 2\xi\omega_n + \frac{1}{\tau} \right) \quad (4.15)$$

$$k_i = \frac{1}{M_s} \left( \frac{\omega_n^2}{\tau} \right)$$

où  $\omega_n = 6 \text{ rad.s}^{-1}$ ,  $\xi = 0.7$  et  $\tau = 0.2 \text{ s}$  définissent le comportement boucle fermée désirée. La commande est normalisée par le coefficient d'efficacité des gouvernes  $M_s$  pour l'axe de tangage

mais peut être remplacé par les coefficients d'efficacité de commande correspondants sur les autres axes. Idéalement, ce paramètre doit être issu de l'estimation décrite dans la section précédente mais il a été réglé par essais/erreurs pour réaliser les essais. Durant les essais, des excursions sur l'axe de tangage sont réalisés. La Figure 4.13 présente l'attitude mesurée du drone sous forme de quaternions mais également l'attitude désirée. L'attitude est considérée avec comme référence le vol stationnaire. Au début du vol, le drone est en vol stationnaire, son attitude est donc décrite par le quaternion unitaire ( $q_0 = 1, q_1 = q_2 = q_3 = 0$ ). Une rotation sur l'axe de tangage est ensuite commandée, elle se traduit par l'évolution de  $q_2$  concordant avec une rotation autour de l'axe  $\vec{y}_b$ . L'attitude n'est pas suivie exactement car seul un correcteur proportionnel dérivé était implémenté pour cet essai. Les moments de cabrage dû à la voilure et rotors ne sont donc pas compensés. La présence de tels moments est mis en évidence par le braquage des gouvernes (Figure 4.14a) qui augmente avec l'attitude. Par ailleurs, le drone est piloté de sorte à conserver une altitude constante. On constate la contribution rapide de la portance de la voilure qui nécessite la réduction de la vitesse de rotation des rotors (Figure 4.14b).

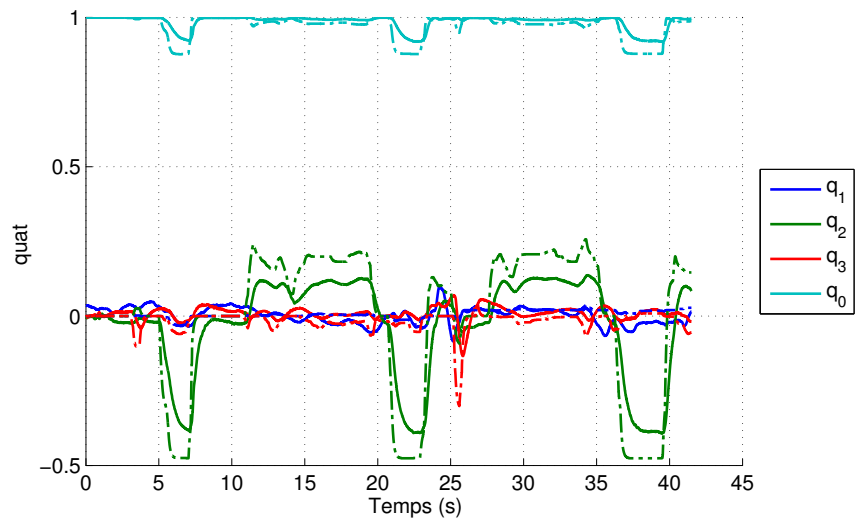
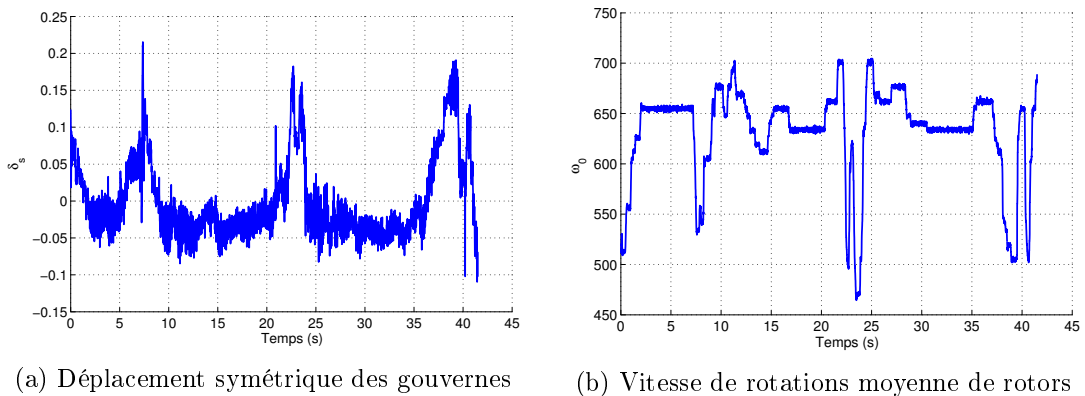


FIGURE 4.13 – Quaternion d'attitude mesuré (trait plein) et désiré (pointillés)



(a) Déplacement symétrique des gouvernes

(b) Vitesse de rotations moyenne de rotors

FIGURE 4.14 – Signaux de commande

## 5 Conclusion

La synthèse de lois de commande adaptative pour le pilotage de drones était l'objectif central de cette thèse. On a isolé deux problèmes liés à cette problématique auxquels on a tentés de répondre par une méthode de commande adaptative indirecte.

Le premier problème est celui de la commande d'une famille de drones quadrirotors. Ces drones peuvent être modélisés correctement par un système linéaire dont les paramètres évoluent modestement au cours de leur fonctionnement. Ces paramètres changent néanmoins d'un prototype de quadrirotor à un autre. Or, il est intéressant de proposer une gamme de drones dont on peut à loisir modifier l'agencement de la charge utile ou d'éléments de protection. L'impact de ces modifications sur la dynamique en boucle fermée du drone doit être maîtrisé pour permettre l'utilisation en toute sécurité du drone par un opérateur non averti ou une boucle de contrôle de haut niveau. La commande robuste apporte une solution partielle à ce problème. Elle permet d'atteindre l'objectif sur une plage limitée de variation paramétrique et en réalisant un compromis sur les performances obtenues. La commande adaptative est mise en œuvre dans le but de repousser ces contraintes et offrir des performances homogènes sur un domaine paramétrique plus étendu.

Le deuxième problème est celui d'un drone hybride ayant la capacité de voler à la fois en translation et en stationnaire. Sa dynamique est différente d'une phase de vol à l'autre. En stationnaire, elle est dominée par l'action du flux des rotors sur les gouvernes tandis qu'en vol d'avancement elle est dominée par l'aérodynamique de la voilure. L'objectif était d'adapter les lois de commande continuellement à ces deux phases de vols.

Les deux problèmes ont été abordés à l'aide d'une méthode de commande adaptative indirecte. L'architecture interne de ce type de lois de commande prévoit de séparer d'une part l'identification des paramètres d'un modèle du système et d'autre part le calcul à partir de ces paramètres d'une loi de commande dite classique. Ces deux éléments laissent de nombreux choix possibles que l'on peut restreindre en sélectionnant la structure du modèle du système. Les drones sont modélisés par un système linéaire à paramètres variants. Pour les quadrirotors, les paramètres n'évoluent pas lors du fonctionnement du système mais lors du passage d'un prototype à un autre. Pour le drone hybride, les paramètres vont évoluer continuellement lors de la transition entre les phases de vol stationnaire et d'avancement. Le choix de la modélisation linéaire permet d'utiliser les techniques de la famille des moindres carrés récursifs pour l'identification. Une sélection judicieuse des nombreuses modifications existantes est nécessaire pour prendre en compte des spécificités de chaque modèle de drone et des signaux disponibles. L'approche indirecte qui consiste à identifier des paramètres du système permet d'interpréter facilement le changement de prototype sur un quadrirotor. L'intuition donne une idée de la direction de changement des paramètres en fonction des modifications apportées au prototype : augmentation ou diminution de la masse, de l'inertie ou de la traînée.

La modélisation choisie ne fait intervenir que la physique du drone lui-même. Les capteurs et actionneurs sont supposés connus avec une certaine incertitude. Comme ils jouent un rôle important dans la limitation des performances de la boucle fermée, il est utile de les prendre en compte dans le processus de synthèse. Si un calcul analytique permet d'obtenir un correcteur à partir des paramètres du modèle d'ordre réduit, il est moins facile de prendre en compte les limitations introduites par les actionneurs. Assurer l'homogénéité des performances pour différents prototypes suppose qu'ils soient tous capable d'atteindre ces performances. Une méthode de

synthèse LPV permet de prendre en compte ces limitations et de calculer les performances qu'il est possible d'atteindre sur le domaine paramétrique. On tire partie des outils de synthèse  $H_\infty$  structurée pour mettre en oeuvre une telle procédure. On utilise un système augmenté de filtre de pondérations pour spécifier les performances souhaitées. Le correcteur LPV final a une forme observateur/ retour d'états dont les gains sont des fonctions multi-linéaires des paramètres. La mise en oeuvre a nécessité de séparer sur deux unités de calculs les opérations d'estimation et de calcul de correcteur. Un travail sur l'implémentation est possible pour réduire au maximum les temps de calculs. Il est cependant probable que l'amélioration des capacités de calculs embarquables rende possible l'exécution de l'ensemble de la loi sur une seule unité de calcul sans travail particulier. La mise en oeuvre sur le drone hybride ne s'est pas révélée concluante. Des difficultés techniques ont empêché une mesure satisfaisante de la position des gouvernes du drone. On a montré que la mauvaise modélisation de l'actionneur a bien entendu des conséquences directes sur la qualité de l'estimation des paramètres du modèle. Cet obstacle rend actuellement la méthode difficilement applicable sur le drone hybride.

Cette thèse a permis d'élaborer une approche de commande adaptative indirecte pour le pilotage de mini-drones. L'approche s'avère convaincante pour une famille de drones. Elle n'évite cependant pas les écueils classiques de la commande adaptative. L'homogénéité des performances, fixée comme objectif, est valide uniquement à la condition que l'estimation des paramètres du modèle converge vers les valeurs réelles. Cette condition est elle-même dépendante de l'excitation du système. L'approche duale appliquée au quadricoptère tente de résoudre ce problème mais un compromis satisfaisant qui ne sacrifie que modestement l'objectif de commande n'a pas pu être trouvé. L'initialisation de l'estimateur est intuitive et peut être calculée à partir d'un modèle peu précis du système. Toutefois, aussi proche que l'initialisation soit des vrais paramètres, les propriétés du système en boucle fermée pendant le transitoire de l'estimateur ne sont pas systématiquement vérifiées. La commande prudente introduite en même temps que la commande duale répond très partiellement à cette difficulté. Elle permet d'éviter une commande de forte amplitude pendant la phase transitoire mais pour un système instable ne pas appliquer de commande n'est pas une solution.

L'application au drone hybride nous a montré le besoin de mesurer la position de l'actionneur pour la mise en oeuvre de la méthode. Bien qu'une solution matérielle bas coût pour réaliser cette tâche soit réalisable, il est intéressant de se demander si l'on peut s'affranchir de cette mesure. L'utilisation d'un modèle est envisageable dans la mesure où il est précis. Cela suppose à nouveau de disposer de moyens de mesure de la position de l'actionneur mais ceux-ci n'ont toutefois plus besoin d'être intégrés au système embarqué. De plus, on perd une partie des cas d'adaptation intéressants. Par exemple, lorsque l'actionneur est abîmé suite à un choc, le drone ne perd pas nécessairement ces capacités de vols. L'intégration de la mesure de la position des actionneurs présente en outre des intérêts indépendants de la commande adaptative, notamment pour la sûreté de fonctionnement du drone. En vue de l'intégration de mini-drones dans certains espaces aériens, leur capacité à détecter une panne d'actionneur est certainement un élément important à prendre en compte dans les prochaines années.

En n'utilisant pas de mesures de vitesses de translation, on s'est imposé une autre contrainte forte. Cette décision était motivée par l'absence sur les prototypes originaux fonctionnant dans un environnement intérieur de dispositif de mesure de la vitesse. De plus, un grand nombre de mini-drones sont utilisés en télépilotage et peuvent malgré tout bénéficier de la commande adaptative. Il n'est pas indispensable pour un drone télépiloté de disposer de mesures de vitesse. Les capteurs de vitesse de translation, notamment par le biais de l'analyse d'images, s'intègrent de plus en plus facilement aux mini-drones grâce aux progrès des capteurs d'images et des capacités de

---

calculs. Il est envisageable qu'à court terme ces dispositifs deviennent aussi usuels que la centrale inertielle. L'estimation de paramètres ne pourrait que bénéficier de ces mesures additionnelles qui permettraient d'éviter une dérivation dans le calcul du régresseur et ainsi réduire la sensibilité au bruit. Il faut toutefois noter que plus que la vitesse de translation, c'est la vitesse aérodynamique qui est importante et en environnement extérieur, celles-ci sont différentes, d'autant plus que l'on travaille à petite échelle.

L'une des ambitions de la commande adaptative est de stabiliser le système avec très peu de connaissances sur ce dernier. Sa mise en oeuvre nécessite toutefois d'introduire le maximum de connaissances a priori. L'approche indirecte permet de le faire très naturellement en utilisant des considérations physiques à la fois pour le réglage de l'estimateur et les objectifs de synthèse. Le prétraitement des mesures se fait en connaissance des caractéristiques des capteurs et d'une bonne estimation de l'intervalle d'évolution des paramètres. La synthèse définit les limites de performances de la boucle fermée. Pour les mini-drones, où l'on cherche à atteindre les limites de performances, l'apprentissage en ligne de cette limite serait bénéfique et rejoint la discussion sur la nécessité de la mesure de la position de l'actionneur.

## Publications

- Equilibrium Transition Study for a Hybrid MAV  
Itasse M., Moschetta, J.M., Ameho Y., Carr R.  
International Micro Air Vehicle conference and competitions 2011 (IMAV 2011), 't Harde, The Netherlands, *Best Paper Award*
- Adaptive Control for Quadrotors  
Ameho Y., Niel F., Defaÿ F., Biannic J.M., Bérard C.  
International Conference on Robotics and Automation 2013 (ICRA 2013) , Karlsruhe
- A Novel Parameter Varying Controller Synthesis Method for Quadrotor Control  
Niel F., Ameho Y., Defaÿ F., Biannic J.M., Bérard C.  
AIAA Guidance, Navigation and Control Conference 2013

# A Orientation

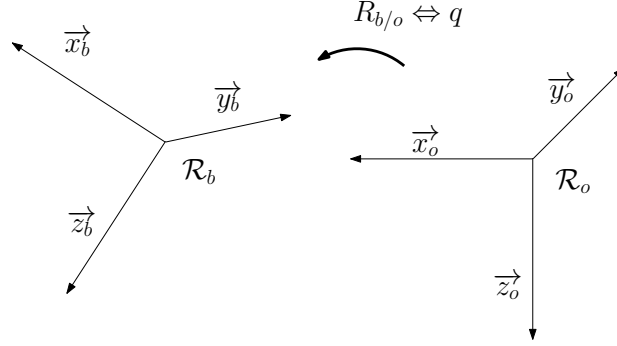


FIGURE A.1 – Définitions des repères

L'orientation d'un corps dans un repère de référence  $\mathcal{R}_o$  est définie par la rotation qui permet de passer du repère de référence  $\mathcal{R}_o$  au repère  $\mathcal{R}_b$  lié au corps. Les différentes manières de représenter l'orientation sont liées aux différentes manières de décrire une rotation dans l'espace. Les paragraphes qui suivent en décrivent succinctement trois communément utilisées : les angles d'Euler, la matrice de rotation DCM et les quaternions.

## A.1 Angles d'Euler

Le principe de la représentation par angles d'Euler est de passer du repère  $\mathcal{R}_o$  au repère  $\mathcal{R}_b$  en effectuant trois rotations successives notées  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ . On appelle les angles de ces rotations les angles d'Euler, on les note  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ , et on les dénomme angle de roulis, angle de tangage et angle de lacet. Le triplet  $(x', y', z')$  désigne les axes du premier repère intermédiaire obtenu à partir de  $\mathcal{R}_o$  et de la rotation  $R_1$ . De la même manière, le triplet  $(x'', y'', z'')$  désigne les axes du second repère intermédiaire obtenu à partir de  $\mathcal{R}'$  et de la rotation  $R_2$ . Les rotations s'effectuent autour d'un des axes principales de chaque repère intermédiaire. Ainsi, ils existent douze orientations possibles pour les mêmes angles d'Euler selon la séquence choisie pour les axes de rotations. On utilise ici la séquence dite 3-2-1, la plus couramment utilisée en aéronautique. Elle consiste à effectuer de la première rotation autour de  $z_i$ , la deuxième autour de  $y'$  et la troisième autour de  $x''$ .

$$\begin{array}{ccccccc}
 & R_1 & & R_2 & & R_3 & \\
 \mathcal{R}_o & \longrightarrow & \mathcal{R}' & \longrightarrow & \mathcal{R}'' & \longrightarrow & \mathcal{R}_b \\
 & \psi & & \theta & & \phi & 
 \end{array}$$

## A.2 Matrice DCM

Une formulation alternative consiste à exprimer la matrice qui permet de transformer un vecteur dans le repère  $\mathcal{R}_o$  dans le repère  $R_b$ .

$$v_b = R_{b/o} v_i$$

$R_{b/o}$  est appelé la matrice des cosinus directeurs. En utilisant les angles d'Euler définis précédemment, elle s'exprime :

$$\begin{aligned} R_{b/o} &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ (-\cos \psi \sin \phi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi) & (\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi) & \sin \phi \cos \theta \\ (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi) & (-\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi) & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## A.3 Quaternion

L'ensemble des quaternions est l'ensemble des quadruplés de réels. Cette ensemble est muni d'une addition et d'une multiplication qui suivent des règles de calcul spécifiques. Les quaternions prolongent dans l'espace certaines propriétés qu'ont les nombres complexes dans le plan. De la même manière qu'un nombre complexe de module unitaire peut représenter une rotation dans le plan, un quaternion unitaire permet de représenter une rotation dans l'espace. Ainsi, on peut représenter une rotation l'aide de quatre réels, un quaternion. Ces quatre réels qui l'on notera  $q = (q_0, q_1, q_2, q_3)$  définit l'axe de la rotation et l'angle de la rotation. Si l'on note  $v$  l'axe de la rotation et  $\alpha$  l'angle de la rotation, le quaternion représentant la rotation s'exprime de la façon suivante :

$$v^T = \begin{bmatrix} v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}, q = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & v_x \sin(\alpha) & v_y \sin(\alpha) & v_z \sin(\alpha) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Les quaternions forment une algèbre dont les opérations peuvent être interprétées en terme de rotation. Ainsi, une multiplication entre deux quaternions peut être comprise comme la composition de deux rotations, la conjugaison d'un quaternion revient à représenter la rotation inverse. Les détails calculatoires de ces opérations sont présentées dans la section suivante [A.3.1](#).

Les 3 angles d'Euler constituent une forme minimale pour représenter l'orientation comparé aux quaternions (4 paramètres avec la contrainte de norme 1) et à la matrice des cosinus directeurs (9 paramètres avec la contrainte d'être une matrice de rotation). Cependant, ils souffrent d'une indétermination lorsque l'angle de tangage est de  $\pm 90$ . Dans cette situation les axes de roulis et de lacet sont équivalents, comme l'illustre la matrice de cosinus directeurs exprimée pour  $\theta = 90$  :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ \sin(\phi - \psi) & \cos(\phi - \psi) & 0 \\ \cos(\phi - \psi) & -\sin(\phi - \psi) & 0 \end{bmatrix}$$

Cette situation est appelée blocage de Cardan ("Gimbal Lock") et peut être gênante pour un véhicule ayant la capacité d'atteindre cette attitude. Les quaternions seront utilisés par la suite, qui sont plus compactes que la matrice des cosinus directeurs.



### A.3.1 Opérations sur les quaternions

On considère un quaternion  $q$  dont on notera les composantes des manières suivantes :

$$q = \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ q^r \end{bmatrix}$$

– **Multiplication** : Composition de deux rotations. Comme les rotations ne commutent pas, la multiplication des quaternions ne commutent pas :

$$p * q = \begin{bmatrix} p_0 q_0 - p^r \cdot q^r \\ (p_0 q^r + q_0 p^r + p^r \times q^r) \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

– **Conjugaison** : Rotation inverse.

$$\bar{q} = \begin{bmatrix} q_0 \\ -q^r \end{bmatrix}$$

– **Norme** :

$$\|q\| = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2$$

– **Passage à la matrice de rotation** :

$$R_{b/i} = \begin{bmatrix} (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) & 2(q_1 q_2 + q_0 q_3) & 2(q_1 q_3 - q_0 q_2) \\ 2(q_1 q_2 - q_0 q_3) & (q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2) & 2(q_2 q_3 + q_0 q_1) \\ 2(q_1 q_3 + q_0 q_2) & 2(q_2 q_3 - q_0 q_1) & (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2) \end{bmatrix}$$

– **Application d'une rotation à un vecteur** :

$$v_b = \bar{q} * v_o * q = \begin{bmatrix} 0 \\ (2(q \cdot v_o)q^r + (q_0^2 - q^r \cdot q^r)v_0 + 2q_0(v_0 \times q^r)) \end{bmatrix}$$

où le vecteur est augmenté  $v_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ v_0 \end{bmatrix}$



## B Elements de modélisation

### B.1 Procédure pour la modélisation d'un quadrirotor

---

**Procédure B.1** Génération du modèle

---

**– Paramètres d'entrées relatif au quadrirotor :**

- $m$  masse du quadritor
- $C_d$  coefficient de frottement de la structure
- $S$  surface de la structure
- $J_{yy}$  inertie de l'axe de tangage,
- Type de mixage (X ou +)

**Paramètres d'entrées relatif aux rotors**

- $N_b$  nombre de pales
- $c$  corde des pales
- $m_b$  masse de la pale
- $R$  rayon du rotor
- $a_0$  pente du coefficient de portance fonction de l'incidence
- $\theta_0$  calage de la pale au moyeu du rotor
- $\theta_{tw}$  coefficient d'évolution du calage le long de la pale  $\theta = \theta_0 + \theta_{tw}r/R$
- $K_\beta$  coefficient de raideur de la pale
- $\delta_0$  coefficient de trainée de la pale
- $\delta_2$  coefficient de trainée induite de la pale

**1. Trim du quadrirotor** (Alg. B.2)

- *Paramètres d'entrée* :  $V_e$ , vitesse d'équilibre,  $\gamma_e$ , pente d'équilibre,  $\chi_e$ , dérapage
- *Paramètres de sortie* :  $\delta_p$ , différentiel vitesse axe de tangage,  $\delta_y$ , différentiel vitesse axe de lacet,  $\theta_e$ , angle de tangage d'équilibre,  $\Omega_0$ , vitesse rotor

**2. Calcul des coefficients linéaires** par différentiation numérique

- *Paramètres d'entrée* :  $V_e$ , vitesse d'équilibre,  $\gamma_e$ , pente d'équilibre,  $\chi_e$ , dérapage  $\delta_p$ , différentiel vitesse axe de tangage,  $\delta_y$ , différentiel vitesse axe de lacet,  $\theta_e$ , angle de tangage d'équilibre,  $\Omega_0$ , vitesse rotor
  - *Paramètres de sortie* :  $X_u$ ,  $X_d$ ,  $M_u$ ,  $M_d$
-

---

**Procédure B.2** Trim du quadrirotor

---

**Paramètres d'entrée** :  $V_e$ , vitesse d'équilibre,  $\gamma_e$ , pente d'équilibre,  $\chi_e$ , dérapage**Paramètres de sortie**  $\delta_p$ , différentiel vitesse axe de tangage,  $\delta_y$ , différentiel vitesse axe de lacet,  $\theta_e$ , angle de tangage d'équilibre,  $\Omega_0$ , vitesse rotor

1. **Initialisation des variables de commandes** ( $\delta_p, \delta_y, \theta_e, \Omega_0$ )
  2. **Calcul des vitesses relatives**  $V_b = [u, v, w]$
  3. **Calcul des efforts** (Alg. B.3)
  4. **Calcul du  $\tilde{\theta}$  qui permet d'équilibrer le poids**
  5. **Comparaison avec  $\theta_e$**   
Si  $|\tilde{\theta} - \theta_e| > 1e - 3 \rightarrow \theta_e = \tilde{\theta}$ , **Retour à l'étape 2**
  6. **Vérification de l'équilibre des forces verticales  $Z_{tot}$**   
Si  $|Z_{tot}| > 1e - 3 \rightarrow \Omega_0 = \Omega_0 + 5Z_{tot}$ , **Retour à l'étape 2**
  7. **Vérification de l'équilibre des moments de tangage  $M_{tot}$**   
Si  $|M_{tot}| > 1e - 3 \rightarrow \delta_p = \delta_p + 100M_{tot}$ , **Retour à l'étape 2**
  8. **Vérification de l'équilibre des moments de lacet  $N_{tot}$**   
Si  $|N_{tot}| > 1e - 3 \rightarrow \delta_y = \delta_y - 100N_{tot}$ , **Retour à l'étape 2**
- 

**Procédure B.3** Calcul des efforts

---

**Paramètres d'entrée** :  $V_b$ , vitesse relatives,  $\Omega_0$ , vitesse rotor,  $\theta_e$ , angle de tangage d'équilibre,  $\delta$ , vecteur de com**Paramètres de sortie**  $X_{tot}, Y_{tot}, Z_{tot}$ , forces totales,  $L_{tot}, M_{tot}, N_{tot}$ , moments totaux

1. **Calcul vitesses de chaque rotor** selon le mixage choisi
  2. **Calcul des coefficients de poussées  $C_{T_e}$  des rotors**
  3. **Calcul des efforts sur chaque rotor** (Alg. B.4)
  4. **Somme des efforts au CG selon le mixage**
- 

**Procédure B.4** Calcul des efforts sur un rotor

---

**Paramètres d'entrée** :  $V_b$ , vitesse relatives,  $\Omega_0$ , vitesse rotor,  $C_{T_e}$ , coefficient de poussée**Paramètres de sortie**  $X, Y, Z$ , forces appliquées sur un rotor,  $L, M, N$ , moments appliquées sur un rotor,  $\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}$ , paramètres de battements du rotor,  $\lambda_0$ , coefficient de flux du rotor

1. **Calcul des vitesses adimensionnées  $\mu$**
  2. **Calcul du coefficient de flux du rotor  $\lambda_0$**  : Résolution de (2.33) avec Newton-Raphson
  3. **Calcul du premier harmonique du flux du rotor** : Modélisation de Payne (2.34)(p. 160 [87])
  4. **Calcul des paramètres de battements du rotor  $\beta_0, \beta_{1c}, \beta_{1s}$**  : Relation quasi-statique (2.20)
  5. **Calcul des efforts** : Relation (2.22) et suivantes
-

## B.2 Données numériques sur les quadrirotors

TABLE B.1 – Paramètres physiques des quadrirotors et des rotors

Symbole	Paramètres	Valeur
$m$	masse du quadritor (kg)	1
$L$	longueur d'un bras (m)	0.2
$C_d$	coefficient de frottement de la structure	0.9
$S$	surface de la structure	0.014
$J_{yy}$	inertie de l'axe de tangage	0.007
	Type de mixage (X ou +)	
$N_b$	nombre de pales	2
$c$	corde des pales	0.02
$m_b$	masse de la pale	0.005
$R$	rayon du rotor	0.1
$a_0$	pente du coefficient de portance fonction de l'incidence	6.2
$\theta_0$	calage de la pale au moyeu du rotor	35
$\theta_{tw}$	coefficient d'évolution du calage le long de la pale $\theta = \theta_0 + \theta_{tw}r/R$	-30
$K_\beta$	coefficient de raideur de la pale	0.23
$\delta_0$	coefficient de trainée de la pale	0.009
$\delta_2$	coefficient de trainée induite de la pale	40

### B.3 Déplacements d'une gouverne

Le schéma B.1 introduit les notations utilisées pour calculer les déplacements de la gouverne (en vert) en fonction des déplacements du servomoteur (rouge).

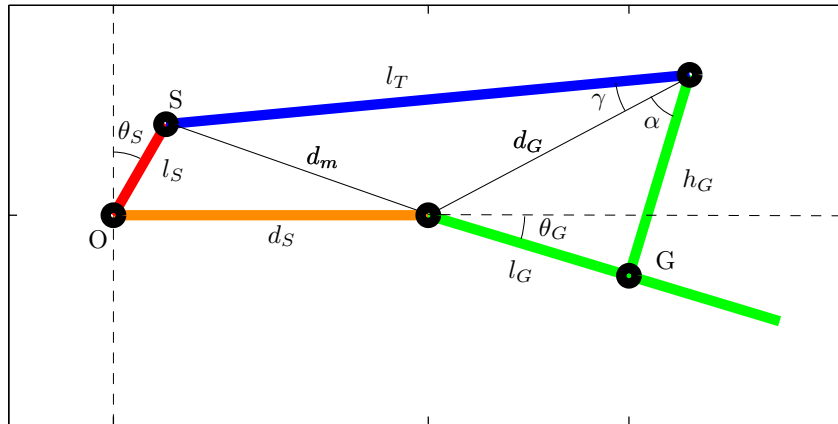


FIGURE B.1 – Définitions des repères

Il s'agit d'exprimer l'angle  $\theta_G$  en fonction de l'angle du servomoteur  $\theta_S$  et des longueurs connues et fixes  $l_T, l_S, d_S, l_G, h_G$ . On commence par exprimer les longueurs  $d_M$  et  $d_G$  :

$$d_M = \sqrt{l_S^2 + d_S^2 - 2l_S d_S \sin \theta_S} \quad (\text{B.1})$$

$$d_G = \sqrt{l_G^2 + h_G^2} \quad (\text{B.2})$$

On peut ensuite déterminer les angles  $\alpha$  et  $\gamma$  :

$$\tan \alpha = \frac{l_G}{h_G} \quad (\text{B.3})$$

$$\cos \gamma = \frac{l_T^2 + d_G^2 - d_M^2}{2l_T d_G} \quad (\text{B.4})$$

Ces grandeurs permettent d'exprimer la distance  $|GS|$  de deux manières différentes dont l'une fait intervenir  $\theta_G$  :

$$\begin{aligned} |GS|^2 &= l_T^2 + h_G^2 - 2l_T h_G \cos(\gamma + \alpha) \\ &= (x_S - x_G)^2 + (y_S - y_G)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

où  $(x_S, y_S)$  et  $(x_G, y_G)$  sont les coordonnées des points dans le repère orthonormé centré en  $O$ .

$$\begin{cases} x_S = l_S \sin \theta_S \\ y_S = l_S \cos \theta_S \end{cases} \quad (\text{B.6}) \quad \begin{cases} x_G = l_G \cos \theta_G + d_S \\ y_G = -l_G \sin \theta_G \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

Grâce à cette relation, on peut isoler  $\theta_G$

$$|GS|^2 = d_M^2 + l_G^2 + 2l_G d_M \sin \left( \theta_g + \text{atan} \left( \frac{d_S - l_S \sin \theta_S}{l_S \cos \theta_S} \right) \right) \quad (\text{B.8})$$

## Bibliographie

- [1] Conservation Drones.org. <http://conservationdrones.org/>.
- [2] DARPA Nano Air Vehicle. [http://www.darpa.mil/Our\\_Work/DSO/Programs/Nano\\_Air\\_Vehicle\\_\(NAV\).aspx](http://www.darpa.mil/Our_Work/DSO/Programs/Nano_Air_Vehicle_(NAV).aspx).
- [3] OpenServo Web Page. <http://www.openservo.com/>.
- [4] CRASAR, Center for Robot Assisted Search and Rescue, Texas A&M University, 2013. <http://crasar.org/disasters/>.
- [5] DroneJournalisme.org, 2013. <http://www.dronejournalism.org/>.
- [6] Matternet Web Site, 2013. <http://matternet.us/>.
- [7] SenseFly Web Page, 2013. <http://www.sensefly.com/home.html>.
- [8] K.J. Å ström and B. Wittenmark. On self tuning regulators. *Automatica*, 9(2) :185–199, March 1973.
- [9] Markus Achtelik, Michael Achtelik, Yorick Brunet, Margarita Chli, Savvas Chatzichristofis, Jean-Dominique Decotignie, Klaus-Michael Doth, Friedrich Fraundorfer, Laurent Kneip, Daniel Gurdan, Lionel Heng, Elias Kosmatopoulos, Lefteris Doitsidis, Gim Hee Lee, Simon Lynen, Agostino Martinelli, Lorenz Meier, Marc Pollefeys, Damien Piguet, Alessandro Renzaglia, Davide Scaramuzza, Roland Siegwart, Jan Stumpf, Petri Tanskanen, Chiara Troiani, and Stephan Weiss. SFly : Swarm of micro flying robots. In *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2649–2650. IEEE, October 2012.
- [10] S Adams, C Friedland, and M Levitan. Unmanned Aerial Vehicle Data Acquisition for Damage Assessment in Hurricane Events. In *Proceedings of the 8th International Workshop on Remote Sensing for Disaster Management*, 2010.
- [11] F Ahmed-Zaid, P Ioannou, K Gousman, and R Rooney. Accommodation of failures in the F-16 aircraft using adaptive control. *Control Systems, IEEE*, 11(1) :73–78, 1991.
- [12] Yann Ameho and Emmanuel Prempain. Linear Parameter Varying Controllers for the ADMIRE Aircraft Longitudinal Dynamics. In *American Control Conference*, 2011.
- [13] B Anderson. Failures of adaptive control theory and their resolution. *Communications in Information & Systems*, 2005.
- [14] Brian D. O. Anderson, Brian D. O Anderson, Thomas S Brinsmead, Franky De Bruyne, João Hespanha, Daniel Liberzon, and A. Stephen Morse. Multiple Model Adaptive Control, Part 1 : Finite Controller Coverings. *Intern. Journ. of Robust Nonlinear Control*, 10 :909 – 929, 2000.
- [15] Brian D. O. Anderson, Thomas Brinsmead, Daniel Liberzon, and A. Stephen Morse. Multiple model adaptive control with safe switching. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 15(5) :445–470, August 2001.
- [16] Brian D.O. Anderson and Arvin Dehghani. Challenges of adaptive control—past, permanent and future. *Annual Reviews in Control*, 32(2) :123–135, December 2008.
- [17] Karen Anderson and Kevin J Gaston. Lightweight unmanned aerial vehicles will revolutionize spatial ecology. *Frontiers in Ecology and the Environment*, page 130318104718008, March 2013.

- [18] P Apkarian and Noll Dominikus. Nonsmooth H-Infinity synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(1) :71–86, 2006.
- [19] J. Aseltine, A. Mancini, and C. Sarture. A survey of adaptive control systems. *IRE Transactions on Automatic Control*, 6(1) :102–108, December 1958.
- [20] K J Aström. A Self-tuning Regulator for Nonminimum Phase Systems. Technical Report ISRN LUTFD2/TFRT-{\hspace0.1em}-3113-{\hspace0.1em}-SE, Department of Automatic Control, Lund University, Sweden, 1974.
- [21] K J Astrom. Analysis of Rohrs counterexamples to adaptive control. In *Decision and Control, 1983. The 22nd IEEE Conference on*, volume 22, pages 982–987, 1983.
- [22] K J Aström, U. Borisson, L. Ljung, and B. Wittenmark. Theory and Applications of Self Tuning Regulators. *Automatica*, 13 :457–476, 1977.
- [23] K J Astrom and B Wittenmark. Self-tuning controllers based on pole-zero placement. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings D*, 127(3) :120–130, 1980.
- [24] Karl-Johan Astrom and Torsten Bohlin. Numerical Identification of Linear Dynamic Systems from Normal Operating Records. *Theory of Self-adaptive Control Systems ; proceedings of the Second IFAC Symposium on the Theory of Self-adaptive Control Systems held September 14-17, 1966*.
- [25] K.J. Astrom. Adaptive control around 1960. *IEEE Control Systems*, 16(3) :44–49, June 1996.
- [26] Abraham Bachrach, Samuel Prentice, Ruijie He, and Nicholas Roy. RANGE-Robust autonomous navigation in GPS-denied environments. *Journal of Field Robotics*, 28(5) :644–666, 2011.
- [27] G. J. Bierman. *Factorization Methods for Discrete Sequential Estimation*. Dover Publications, 1977.
- [28] J D Blom. *Unmanned Aerial Systems : A Historical Perspective*. Occasional paper. Combat Studies Institute Press, 2009.
- [29] John David Blom. *Unmanned Aerial Systems : A Historical Perspective*. Technical report, 2010.
- [30] S Bouabdallah, A Noth, and R Siegwart. PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. In *Intelligent Robots and Systems, 2004. (IROS 2004). Proceedings. 2004 IEEE/RSJ International Conference on*, volume 3, pages 2451 – 2456 vol.3, 2004.
- [31] Samir Bouabdallah and Roland Siegwart. Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2247–2252, 2005.
- [32] Patrick Bouffard, Anil Aswani, and Claire Tomlin. Learning-based model predictive control on a quadrotor : Onboard implementation and experimental results. In *Robotics and Automation (ICRA), 2012 IEEE International Conference on*, pages 279–284. IEEE, 2012.
- [33] Pierre-Jean Bristeau, François Callou, David Vissière, and Nicolas Petit. The Navigation and Control technology inside the A.R.Drone micro UAV. In *IFAC World Congress*, 2011.
- [34] M Brutto, A Borruso, and A D’Argenio. UAV Systems for Photogrammetric Data Acquisition of Archaeological Sites. *International Journal of Heritage in the Digital Era*, 1(0) :7–14, January 2012.



- 
- [35] Michini Buddy and Jonathan P. How. L1 Adaptive Control for Indoor Autonomous Vehicles : Design Process and Flight Testing. In *AIAA Guidance, Navigation and Control*, 2009.
- [36] J V Burke, D Henrion, A S Lewis, and M L Overton. A MATLAB Package for Fixed-order Controller Design and H-infinity Optimization. In *Proceedings of IFAC Symposium on Robust Control Design*, 2006.
- [37] Stefan F Campbell, Nhan T Nguyen, John Kaneshige, and Kalmanje Krishnakumar. Parameter Estimation for a Hybrid Adaptive Flight Controller. *AIAA Unmanned ... Unlimited Conference*, 2009.
- [38] Liyu Cao and Howard Schwartz. A directional forgetting algorithm based on the decomposition of the information matrix. *Automatica*, 36(11) :1725–1731, November 2000.
- [39] Ryan Carr, Jean-Marc Moschetta, Gaurang Mehta, and Chinnapat Thipyopas. A Tilt-Body Fixed-wing Micro Air Vehicle for Autonomous Transition Flight. In *International Micro Air Vehicle Conference*, 2010.
- [40] Abhijit Chakraborty, Peter Seiler, and Gary J Balas. Nonlinear region of attraction analysis for flight control verification and validation. *Control Engineering Practice*, 19(4) :335–345, 2011.
- [41] HaiYang Chao, YongCan Cao, and YangQuan Chen. Autopilots for small unmanned aerial vehicles : A survey. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 8(1) :36–44, February 2010.
- [42] G Chowdhary and E Johnson. Recursively updated least squares based modification term for adaptive control. In *American Control Conference (ACC), 2010*, pages 892–897, 2010.
- [43] G. V. Chowdhary. *Concurrent Learning for Convergence in Adaptive Control Without Persistence of Excitation*. PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 2010.
- [44] Girish Chowdhary, Tansel Yucelen, Maximillian Mühlegg, and Eric N. Johnson. Concurrent learning adaptive control of linear systems with exponentially convergent bounds. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, pages n/a–n/a, May 2012.
- [45] E. Chowdhary, G. Johnson. Theory and Flight Test Validation of a Concurrent Learning Adaptive Controller. *AIAA Journal of Guidance Control and Dynamics*, 34(2) :592–607, 2011.
- [46] Kendra L. B. Cook. The Silent Force Multiplier : The History and Role of UAVs in Warfare. In *2007 IEEE Aerospace Conference*, pages 1–7. IEEE, 2007.
- [47] Mark Cutler and Jonathan How. Actuator Constrained Trajectory Generation and Control for Variable-Pitch Quadrotors. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, August 2012.
- [48] M. Dandois. Self-Adaptive Control Systems. In *Specialist Meeting of the Institute of Aeronautical Sciences Texas*, 1958.
- [49] A Datta and Ming-Tzu Ho. On modifying model reference adaptive control schemes for performance improvement. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 39(9) :1977–1980, 1994.
- [50] A Datta and P A Ioannou. Performance analysis and improvement in model reference adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 39(12) :2370–2387, 1994.

- [51] Dale D. Donalson and C. T. Leondes. A Model Referenced Parameter Tracking Technique for Adaptive Control Systems II-Stability Analysis by the Second Method of Lyapunov. *IEEE Transactions on Applications and Industry*, 82(68) :252–262, September 1963.
- [52] J. F. Douglas, Janusz M. Gasiorek, John A. Swaffield, and Lynne B. Jack. *Fluid Mechanics (Fifth Edition)*. Pearson Prentice Hall, 2005.
- [53] M A Duarte and K S Narendra. Combined direct and indirect approach to adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 34(10) :1071–1075, October 1989.
- [54] Zachary Dydek, Anuradha Annaswamy, and Eugene Lavretsky. Adaptive Control and the NASA X-15-3 Flight Revisited. *IEEE Control Systems Magazine*, 30(3) :32–48, June 2010.
- [55] T P Ehrhard, General Billy Mitchell Institute for Airpower Studies, and Air Force Association. *Air Force UAVs : The Secret History*. Mitchell Institute Press, 2010.
- [56] A.A Feldbaum. Theory of dual control I. *Automation and Remote Control*, 21 :874–880, 1960.
- [57] Jeff Ferrin, Robert Leishman, Randy Beard, and Tim McLain. Differential flatness based control of a rotorcraft for aggressive maneuvers. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 2688–2693. IEEE, 2011.
- [58] N. M. Filatov and H. Unbehauen. *Adaptive Dual Control, Theory and Applications*. Springer, 2004.
- [59] Gerardo Ramon Flores, Juan Escareño, Rogelio Lozano, and Sergio Salazar. Quad-Tilting Rotor Convertible MAV : Modeling and Real-Time Hover Flight Control. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 65(1-4) :457–471, September 2011.
- [60] T.R. Fortescue, L.S. Kershenbaum, and B.E. Ydstie. Implementation of self-tuning regulators with variable forgetting factors. *Automatica*, 17(6) :831–835, November 1981.
- [61] M Fumagalli, R Naldi, A Macchelli, R Carloni, S Stramigioli, and L Marconi. Modeling and control of a flying robot for contact inspection, 2012.
- [62] Francisco De Asís García Collado, Brigitte D’Andréa-Novel, Michel Fliess, and Hugues Mounier. Analyse fréquentielle des dérivateurs algébriques. In *XXIIIe Colloque GRETSI*, 2009.
- [63] David Grémillet, William Puech, Véronique Garçon, Thierry Boulinier, Yvon Le Maho, and Others. Robots in Ecology : Welcome to the machine. *Open journal of ecology*, 2(2) :49–57, 2012.
- [64] M. S. Grewal and A. P. Andrews. *Kalman Filtering Theory and Practice using MATLAB*. New York : Wiley, 2008.
- [65] B J Guerreiro, C Silvestre, R Cunha, C Cao, and N Hovakimyan. L1 adaptive control for autonomous rotorcraft. In *American Control Conference, 2009. ACC '09.*, pages 3250–3255, 2009.
- [66] Zhuo Han and Kumpati S. Narendra. New Concepts in Adaptive Control Using Multiple Models. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57(1) :78–89, January 2012.
- [67] Curt Hanson, Jacob Schaefer, John J. Burken, Marcus Johnson, and Nhan Nguyen. Handling Qualities Evaluations of Low Complexity Model Reference Adaptive Controllers for Reduced Pitch and Roll Damping Scenarios.
- [68] Perry Hardin and Ryan Jensen. Small-Scale Unmanned Aerial Vehicles in Environmental Remote Sensing : Challenges and Opportunities. *GIScience & Remote Sensing*, 48(1) :99–111, January 2011.

- 
- [69] João Hespanha, Daniel Liberzon, A. Stephen Morse, Brian D. O Anderson, Thomas S Brinsmead, and Franky De Bruyne. Multiple Model Adaptive Control, Part 2 : Switching. *Intern. Journ. of Robust Nonlinear Control*, 11 :479–496, 2001.
- [70] Gabriel M Hoffmann, Haomiao Huang, Steven L Wasl, and Er Claire J Tomlin. Quadrotor helicopter flight dynamics and control : Theory and experiment. In *In Proc. of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2007.
- [71] N Hovakimyan and C Cao. *L1 Adaptive Control Theory : Guaranteed Robustness with Fast Adaptation*. Advances in design and control. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM, 3600 Market Street, Floor 6, Philadelphia, PA 19104), 2010.
- [72] Jonathan How, Bernard Michini, Nazim-Kemal Ure, and Mark Cutler. Comparison of Fixed and Variable Pitch Actuators for Agile Quadrotors. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Guidance, Navigation, and Control and Co-located Conferences. American Institute of Aeronautics and Astronautics, August 2011.
- [73] P. Ioannou and J. Sun. Theory and design of robust direct and indirect adaptive-control schemes. *International Journal of Control*, 47(3) :775–813, March 1988.
- [74] Petros A. Ioannou and Petar V. Kokotovic, editors. *Adaptive Systems with Reduced Models*, volume 47 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg, 1983.
- [75] Rolf Isermann, Karl-Heinz Lachmann, and Drago Matko. *Adaptive Control Systems*. Prentice Hall, 1992.
- [76] Charles W. Johnson. Adaptive Servomechanisms. *IRE Transactions on Medical Electronics*, ME-6(3) :134–140, September 1959.
- [77] E Johnson, AJ Calise, HA El-Shirbiny, and RT Rysdyk. Feedback linearization with neural network augmentation applied to X-33 attitude control. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, 2000.
- [78] R.E. Kalman. Design of Self-Optimizing Control System. *Transactions ASME*, (80) :468–478, 1958.
- [79] I Kanellakopoulos. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 1991.
- [80] Byoung Soo Kim, A J Calise, and M Kam. Nonlinear Flight Control Using Neural Networks and Feedback Linearization. In *Aerospace Control Systems, 1993. Proceedings. The First IEEE Regional Conference on*, pages 176–181, 1993.
- [81] G Kreisselmeier. Stabilized least-squares type adaptive identifiers. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 35(3) :306–310, 1990.
- [82] G Kreisselmeier and B D O Anderson. Robust model reference adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 31(2) :127–133, 1986.
- [83] Miroslav Krstic, Petar V. Kokotovic, and Ioannis Kanellakopoulos. Nonlinear and Adaptive Control Design. October 1995.
- [84] A. M. Kuethe and Chow C. Y. *Foundations of Aerodynamics : Basis of Aerodynamic Design*. Wiley, 1997.
- [85] E Lavretsky. Combined/Composite Model Reference Adaptive Control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 54(11) :2692–2697, 2009.

- [86] Jong Min Lee and Jay H. Lee. An approximate dynamic programming based approach to dual adaptive control. *Journal of Process Control*, 19(5) :859–864, May 2009.
- [87] J Gordon Leishman. *Principles of Helicopter Aerodynamics*. Cambridge University Press, 2000.
- [88] K. Lemon and B. W. Welch. Comparison of Nonlinear Filtering Techniques for Lunar Surface Roving Navigation. Technical report, NASA Glenn Research Center, 2008.
- [89] M.J. Levin. Methods for the realization of self-optimizing systems. *ISA Paper No. ISA-FCS2-58*, 1958.
- [90] Hyon Lim, Jaemann Park, Daewon Lee, and H.J. Kim. Build Your Own Quadrotor : Open-Source Projects on Unmanned Aerial Vehicles. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, 19(3) :33–45, September 2012.
- [91] V Lippiello and B Siciliano. Wall inspection control of a VTOL unmanned aerial vehicle based on a stereo optical flow, 2012.
- [92] K. Y. Ma, P. Chirarattananon, S. B. Fuller, and R. J. Wood. Controlled Flight of a Biologically Inspired, Insect-Scale Robot. *Science*, 340(6132) :603–607, May 2013.
- [93] Dana Mackenzie. A flapping of wings. *Science*, 335(6075) :1430–1433, 2012.
- [94] Tarek Madani and Abdelaziz Benallegue. Adaptive Control Via Backstepping Technique and Neural Networks of a Quadrotor Helicopter. In *IFAC World Congress*, volume 17, pages 6513–6518, July 2008.
- [95] Robert Mahony, Tarek Hamel, and Jean-Michel Pflimlin. Nonlinear Complementary Filters on the Special Orthogonal Group. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 53(5) :1203–1218, June 2008.
- [96] F. L. Markley, J. L. Crassidis, and Y. Cheng. Nonlinear Attitude Filtering Methods. *AIAA Guidance, Navigation and Control*, 2005.
- [97] Phillipe Martin and Erwan Salaun. The True Role of Accelerometer Feedback in Quadrotor Control. *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2010.
- [98] P S Maybeck and R D Stevens. Reconfigurable flight control via multiple model adaptive control methods. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 27(3) :470–480, 1991.
- [99] Mamadou Mboup, Cédric Join, and Michel Fliess. A revised look at numerical differentiation with an application to nonlinear feedback control. In *The 15th Mediterrean Conference on Control and Automation - MED'2007*, June 2007.
- [100] Mamadou Mboup, Cédric Join, and Michel Fliess. Numerical differentiation with annihilators in noisy environment. *Numerical Algorithms*, 50(4) :439–467, September 2008.
- [101] Robert C Michelson and Steven Reece. Update on flapping wing micro air vehicle research-ongoing work to develop a flapping wing, crawling entomopter. In *13th Bristol International RPV/UAV Systems Conference Proceedings, Bristol England*, volume 30, pages 30–31, 1998.
- [102] R H Middleton, G C Goodwin, D J Hill, and D Q Mayne. Design issues in adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 33(1) :50–58, 1988.
- [103] Mostafa Mohammadi and Alireza Mohammad Shahri. Adaptive Nonlinear Stabilization Control for a Quadrotor UAV : Theory, Simulation and Experimentation. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, February 2013.

- 
- [104] J Monaco, D Ward, R Barron, and R Bird. Implementation and flight test assessment of an adaptive, reconfigurable flight control system. In *Proceedings of the 1997 AIAA Guidance Navigation and Control Conference, AIAA Paper*, volume 97, page 3738, 1997.
- [105] A. Morse. Global stability of parameter-adaptive control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25(3) :433–439, June 1980.
- [106] AS Morse. Supervisory Control of Families of Linear Set-Point Controllers - Part 1 :Exact Matching. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 41(10) :1413 – 1431, 1996.
- [107] J.-B. Mouret and S Doncieux. Encouraging Behavioral Diversity in Evolutionary Robotics : An Empirical Study. *Evolutionary Computation*, 20 :91–133, 2012.
- [108] Robin R. Murphy, Eric Steimle, Chandler Griffin, Charlie Cullins, Mike Hall, and Kevin Pratt. Cooperative use of unmanned sea surface and micro aerial vehicles at Hurricane Wilma. *Journal of Field Robotics*, 25(3) :164–180, March 2008.
- [109] K Narendra. The maturing of adaptive control. In Petar Kokotovic, editor, *Foundations of Adaptive Control*, volume 160 of *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, pages 1–36. Springer Berlin / Heidelberg, 1991.
- [110] K. Narendra and A. Annaswamy. A new adaptive law for robust adaptation without persistent excitation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 32(2) :134–145, February 1987.
- [111] K. Narendra and L. McBride. Multiparameter self-optimizing systems using correlation techniques. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 9(1) :31–38, January 1964.
- [112] K S Narendra and J Balakrishnan. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 39(9) :1861–1866, 1994.
- [113] K S Narendra and P Kudva. Stable Adaptive Schemes for System Identification and Control - Part II. *Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on*, SMC-4(6) :552–560, 1974.
- [114] K S Narendra and K Parthasarathy. Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE transactions on neural networks / a publication of the IEEE Neural Networks Council*, 1(1) :4–27, January 1990.
- [115] C Nicol, C J B Macnab, and A Ramirez-Serrano. Robust neural network control of a quadrotor helicopter. In *Electrical and Computer Engineering, 2008. CCECE 2008. Canadian Conference on*, pages 1233–1238, 2008.
- [116] Magnus Norgaard, Niels K Poulsen, and Ole Ravn. New developments in state estimation for nonlinear systems. *Automatica*, 36(11) :1627–1638, 2000.
- [117] P V Osburn, H P Whitaker, and A Kezer. New developments in the design of adaptive control systems. *Institut of Aeronautical Sciences*, (61-39), 1961.
- [118] Gareth D Padfield. *Helicopter Flight Dynamics - The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [119] P. Parks. Liapunov redesign of model reference adaptive control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11(3) :362–367, July 1966.
- [120] Alireza Partovi, Xinhua Wang, Kai-Yew Lum, and Hai Lin. Modeling and Control of a Small-Scale Hybrid Aircraft. In *IFAC World Congress*, volume 18, pages 10385–10390, August 2011.

- [121] Lee Pearson. Developing the flying bomb. *Naval Aviation in World War I*, pages 70–73, 1969.
- [122] B Peterson and K Narendra. Bounded error adaptive control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 1982.
- [123] Hala Rifai. *Modélisation et commande d'un robot biomimétique volant*. PhD thesis, GIPSA-lab - Grenoble Images Parole Signal Automatique, November 2008.
- [124] C E Rohrs, Lena Valavani, M Athans, and G Stein. Robustness of adaptive control algorithms in the presence of unmodeled dynamics. In *Decision and Control, 1982 21st IEEE Conference on*, volume 21, pages 3–11, 1982.
- [125] Kostas S. and Tsakalis. Performance limitations of adaptive parameter estimation and system identification algorithms in the absence of excitation. *Automatica*, 32(4) :549–560, 1996.
- [126] C W Scherer. LPV control and full block multipliers. *Automatica*, 37 :361–375, 2001.
- [127] George Schmidt. INS/GPS technology trends. *NATO RTO Lecture Series, RTO-EN-SET-116, Low-Cost*, 2011.
- [128] M Schreier. Modeling and adaptive control of a quadrotor. In *Mechatronics and Automation (ICMA), 2012 International Conference on*, pages 383–390, 2012.
- [129] O. Hugo Schuck. Honeywell's History and Philosophy in the Adaptive Control Field. In *Self Adaptive Flight Control Systems Symposium*, 1959.
- [130] B. Shackcloth and R. L. Butchart. Synthesis of Model Reference Adaptive Systems by Liapunov's Second Method. *Theory of Self-adaptive Control Systems*, -1 :145, 1966.
- [131] R.E. Sheldahl and P.C. Klimas. Aerodynamic characteristics of seven symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamic analysis of vertical axis wind turbines. March 1981.
- [132] Shaojie Shen, Nathan Michael, and Vijay Kumar. Autonomous indoor 3D exploration with a micro-aerial vehicle. In *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 9–15. IEEE, May 2012.
- [133] HA Simon. Dynamic programming under uncertainty with a quadratic criterion function. *Econometrica, Journal of the Econometric Society*, 1956.
- [134] Andrew Stobo Sniderman and Mark Hanis. Drones for Human Rights. *New York Times*, 2012.
- [135] M Steinberg. Historical Overview of Research in Reconfigurable Flight Control. *Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers Part G-journal of Aerospace Engineering*, 219(4) :263–275, 2005.
- [136] R. H. Stone and G. Clarke. Optimization of Transition Manoeuvres for a Tail-Sitter Unmanned Air Vehicle (UAV). In *Australian International Congress*, 2001.
- [137] J.M. Sullivan. Evolution or revolution? the rise of UAVs. *IEEE Technology and Society Magazine*, 25(3) :43–49, 2006.
- [138] Satoshi SUZUKI, Ren ZHIJIA, Yoshikazu HORITA, Kenzo NONAMI, Gaku KIMURA, Toshio BANDO, Daisuke HIRABAYASHI, Mituhiro FURUYA, and Kenta YASUDA. Attitude Control of Quad Rotors QTW-UAV with Tilt Wing Mechanism. *Journal of System Design and Dynamics*, 4(3) :416–428, 2010.

- 
- [139] D G Taylor, P V Kokotovic, R Marino, and I Kannellakopoulos. Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 34(4) :405–412, 1989.
- [140] H Theil. A note on certainty equivalence in dynamic planning. *Econometrica : Journal of the Econometric Society*, 1957.
- [141] S. Tsach, J. Chemla, D. Penn, and Budianu D. History of UAV Development in IAI & Road Ahead. In *International Congress of The Aeronautical Sciences*, 2004.
- [142] Shlomo Tsach, Alex Tatievsky, and Lior London. Unmanned Aerial Vehicles (UAVs). In *Encyclopedia of Aerospace Engineering*. John Wiley & Sons, Ltd, 2010.
- [143] Klaske van Heusden and Guy Dumont. Analysis of L1 Adaptive Output Feedback Control ; Equivalent LTI Controllers. In *System Identification*, volume 16, pages 1472–1477, July 2012.
- [144] Leonardus Veldhuis. *Propeller Wing Aerodynamic Interference*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2005.
- [145] Kostyantyn Y Volyanskyy, Wassim M Haddad, and Anthony J Calise. A new neuroadaptive control architecture for nonlinear uncertain dynamical systems : beyond sigma- and e-modifications. *IEEE transactions on neural networks / a publication of the IEEE Neural Networks Council*, 20(11) :1707–23, November 2009.
- [146] H Voos. Nonlinear state-dependent Riccati equation control of a quadrotor UAV. In *Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control, 2006 IEEE*, pages 2547–2552, 2006.
- [147] H Voos. Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization. In *Mechatronics, 2009. ICM 2009. IEEE International Conference on*, pages 1–6, 2009.
- [148] Luke Wallace, Arko Lucieer, Christopher Watson, and Darren Turner. Development of a UAV-LiDAR System with Application to Forest Inventory. *Remote Sensing*, 4(12) :1519–1543, May 2012.
- [149] Adam C. Watts, Vincent G. Ambrosia, and Everett A. Hinkley. Unmanned Aircraft Systems in Remote Sensing and Scientific Research : Classification and Considerations of Use. *Remote Sensing*, 4(12) :1671–1692, June 2012.
- [150] H P Whitaker. Massachusetts Institute of Technology Presentation. In *Self Adaptive Flight Control Systems Symposium*, 1959.
- [151] B Widrow and ME Hoff. Adaptive switching circuits. 1960.
- [152] C. Winsor and R. Roy. Design of model reference adaptive control systems by Liapunov’s second method. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 13(2) :204–204, April 1968.
- [153] K A Wise, E Lavretsky, and N Hovakimyan. Adaptive control of flight : theory, applications, and open problems. In *American Control Conference, 2006*, pages 6 pp.–, 2006.
- [154] Björn Wittenmark and Karl Johan Å ström. Practical issues in the implementation of self-tuning control. *Automatica*, 20(5) :595–605, September 1984.
- [155] W R E Wouters. Adaptive pole placement for linear stochastic systems with unknown parameters. In *Decision and Control including the 16th Symposium on Adaptive Processes and A Special Symposium on Fuzzy Set Theory and Applications, 1977 IEEE Conference on*, volume 16, pages 159–166, 1977.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [156] Bong-Jun Yang, Tansel Yucelen, Jong-Yeob Shin, and Anthony Calise. LMI-Based Analysis of An Adaptive Flight Control System with Unmatched Uncertainty. *AIAA Infotech@Aerospace 2010*, 2010.
- [157] Tansel Yucelen and Anthony J. Calise. Kalman Filter Modification in Adaptive Control. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 33(2) :426–439, 2010.
- [158] Chunhua Zhang and John M. Kovacs. The application of small unmanned aerial systems for precision agriculture : a review. *Precision Agriculture*, 13(6) :693–712, July 2012.
- [159] Jun Zhao and David J Hill. On stability,  $L_2$ -gain and  $H_\infty$  control for switched systems. *Automatica*, 44(5) :1220–1232, 2008.