



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace

Présentée et soutenue par :

Anthony BOURDELLE

le mardi 28 septembre 2021

Titre :

Modélisation et compensation des ballottements d'ergols
pour l'amélioration du contrôle d'attitude des engins spatiaux

École doctorale et discipline ou spécialité :

EDSYS : Automatique

Unité de recherche :

Équipe d'accueil ISAE-ONERA ACDC

Directeur(s) de Thèse :

M. Jean-Marc BIANNIC (directeur de thèse)

M. Laurent BURLION (co-directeur de thèse)

Jury :

M. Franck CAZAURANG Professeur Université de Bordeaux - Président

M. Jean-Marc BIANNIC Directeur de Recherche ONERA Toulouse - Directeur de thèse

M. Laurent BURLION Professeur Rutgers University, États-Unis - Co-directeur de thèse

M. Benoit CLEMENT Professeur ENSTA Bretagne - Rapporteur

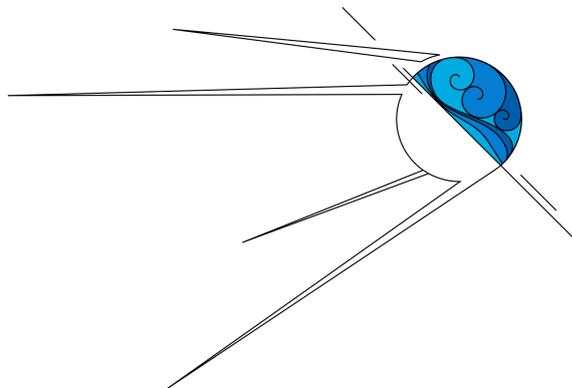
M. Alexandre FALCOZ Ingénieur Airbus Defence and Space Toulouse - Examineur

M. Andrés MARCOS Professeur University Carlos III Madrid - Rapporteur

Mme Christelle PITTET Ingénieure de Recherche CNES Toulouse - Examinatrice

M. Jean-Sébastien SCHOTTE Ingénieur de Recherche ONERA Châtillon - Examineur

“I am a satellite, I’m out of control.”
— Freddie Mercury
Don’t Stop Me Now (1978)



Les travaux présentés dans cette thèse ont été financés par l’Office National d’Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA) et le Centre National d’Études Spatiales (CNES)

“Well, I suppose now is the time for me to say something profound.”

— Jack O’Neill

Stargate SG-1 - The Serpent’s Lair (2.01)

Remerciements

Alors que ce manuscrit s’achève, je pose ma plume et me rappelle l’expérience unique de mon doctorat. L’épisode *Window of Opportunity* de la série Stargate SG-1 en capture parfaitement l’essence, et maintenant que le clap de fin retentit je souhaite remercier les acteurs qui sont intervenus à mes côtés ces dernières années.

En premier lieu je remercie tout particulièrement M. Jean-Marc Biannic, pour sa pédagogie et m’avoir fait profité de son expertise en automatique, et Mme Christelle Pittet, pour ses conseils judicieux et ses remarques pertinentes. Tous les deux m’ont apporté un soutien constant et amical. J’ai beaucoup appris à leur contact à la fois humainement et techniquement. Je remercie ensuite M. Laurent Burlion, qui a initié cette thèse et m’a fait confiance pour la mener à bien. Merci également à Mmes Hélène Evain et Sabine Moreno pour leurs relectures attentives.

Je remercie le président du jury M. Franck Cazaurang, les rapporteurs MM. Benoit Clement et Andrés Marcos, ainsi que les examinateurs MM. Alexandre Falcoz et Jean-Sébastien Schotté pour avoir accepté d’évaluer mon travail.

Merci à l’ONERA et au CNES pour avoir financé mon travail ainsi que sa présentation à plusieurs conférences et événements scientifiques d’intérêt.

Toutes ces heures de travail acharné n’auraient pas été les mêmes sans la compagnie de mon acolyte de bureau et ami, Jean-Alexis. Je n’oublierai pas que tu étais pour moi ce que Radek Zelenka était pour Rodney McKay.

Ma reconnaissance va aux membres de ma famille, Marie-Christine, Frédéric, Chloé et Erika ; qui m’ont encouragé et soutenu dès les premiers jours, et sans qui rien de tout cela n’aurait été possible. J’ai une pensée particulière pour mon père, qui m’a transmis sa passion des sujets techniques et de l’aérospatiale. Merci à Luciana, dont la présence féline aura été d’un grand réconfort et source de joie. Enfin, je remercie de tout cœur ma compagne, Elsa, pour son affection et son soutien indéfectibles.

Table des matières

Remerciements	v
Acronymes et nomenclature	xi
Liste des figures	xiv
Liste des tableaux	xv
Introduction	xvii
I Contexte	1
1 Systèmes spatiaux : mission et pointage	3
1.1 Système de Contrôle d’Attitude	3
1.1.1 Guidage	4
1.1.2 Navigation	6
1.1.3 Contrôle	6
1.2 Modèle du satellite et perturbations	8
1.2.1 Représentation de l’attitude : angles de Cardan	8
1.2.2 Cinématique d’attitude	9
1.2.3 Dynamique d’attitude et perturbations	10
1.3 Conclusion	11
Références	11
2 Influence du ballonnement d’ergols sur le pointage des engins spatiaux	15
2.1 Ballonnement d’ergols dans les réservoirs des engins spatiaux	15
2.1.1 Masses liquides embarquées dans les systèmes spatiaux	16
2.1.2 Études des ballonnements d’ergols	19
2.2 Gestion du carburant et atténuation du ballonnement d’ergols	21
2.2.1 Structure interne des réservoirs	21
2.2.2 Prise en compte du ballonnement dans la planification de la mission	23
2.3 Conclusion	23
Références	23
II Modélisation du ballonnement d’ergols	27
3 Présentation et analyse des modèles usuels de ballonnement d’ergols	29
3.1 Classification des modèles	29

3.2	Modèles de ballottement	31
3.2.1	Équations aux dérivées partielles	31
3.2.2	Méthode <i>Smoothed-Particle Hydrodynamics</i>	33
3.2.3	Modèles Mécaniques Équivalents	34
3.3	Justification d'un nouveau modèle et cahier des charges	36
	Références	36
4	Nouvelle modélisation du ballottement d'ergols	39
4.1	Caractérisation par MFN du ballottement lors des manœuvres d'attitude	39
4.2	Proposition d'un nouveau modèle de ballottement	41
4.3	Analogie avec les modes flexibles	41
4.4	Identification du modèle avec des simulations MFN	42
4.4.1	Identification d'un modèle avec paramètres structurés	43
4.4.2	Identification d'un modèle avec paramètres non-structurés	46
4.4.3	Analyse de performances	48
4.5	Conclusion	49
	Références	52
5	Modèle de synthèse de l'interconnexion satellite-ballottements d'ergols	53
5.1	Introduction aux systèmes LPV	53
5.2	Modèle générique LPV incertain d'un satellite avec ballottement	55
5.2.1	Modèle LPV du moment des efforts de ballottement	55
5.2.2	Modèle LTI d'un satellite asservi autour de l'axe de tangage	56
5.2.3	Interconnexion du ballottement et du satellite asservi	56
5.3	Modèle expérimental	58
5.3.1	Description	58
5.3.2	Analyse	62
5.4	Conclusion	65
	Références	65
III	Compensation du ballottement d'ergols	67
6	Compensation du ballottement d'ergols	69
6.1	Cahier des charges de la compensation des ballottements	69
6.2	Techniques de commande usuelles	70
6.2.1	Commande des systèmes LPV	70
6.2.2	Contrôle des modes flexibles	71
6.3	Contrôle des Modèles Mécaniques Équivalents	73
6.4	Choix de la stratégie de compensation	73
6.5	Synthèse d'un observateur LPV du moment des efforts de ballottement	74
6.5.1	Synthèse \mathcal{H}_∞ multi-modèles	76
6.5.2	Synthèse par résolution de LMI	88
6.6	Conclusion	91
	Références	91
7	Prise en compte des limitations de la roue de réaction	93
7.1	Motivation	93
7.2	Modification de la commande par approche <i>Anti-Windup</i>	95
7.2.1	<i>Direct Linear Anti-Windup</i>	96
7.2.2	<i>Model Recovery Anti-Windup</i>	97
7.2.3	Mise en forme du problème et synthèse	98

7.2.4	Résultats de synthèse et simulation	100
7.2.5	Analyse de stabilité et de robustesse aux conditions initiales	104
7.3	Modification de l'entrée de référence par approche <i>Reference Governor</i>	109
7.3.1	Mise en forme du problème et implémentation	110
7.3.2	Résultats de simulation	112
7.3.3	Analyse de stabilité et de robustesse	112
7.4	Comparaison des approches	115
7.5	Conclusion	117
	Références	117

IV Conclusion et perspectives de recherche 119

Conclusions 121

Perspectives de recherche 125

Publications et conférences 129

Références 131

Acronymes et nomenclature

Acronymes

AW	<i>Anti-Windup</i>
BIBO	<i>Bounded Input - Bounded Output</i>
DLAW	<i>Direct Linear Anti-Windup</i>
GNC	Guidage, Navigation et Contrôle
LMI	<i>Linear Matricial Inequality</i>
LPV	<i>Linear Parameter Varying</i>
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>
MIMO	<i>Multi Input - Multi Output</i>
MFN	Mécanique des Fluides Numérique
MME	Modèles Mécaniques Équivalents
MRAW	<i>Model Recovery Anti-Windup</i>
RG	<i>Reference Governor</i>
SCA(O)	Système de Contrôle d'Attitude (et d'Orbite)
SISO	<i>Single Input - Single Output</i>

Nomenclature

\dot{a}	Dérivée temporelle de la variable a
\hat{a}	Valeur estimée de la variable a
a_m	Valeur mesurée de la variable a
a_r	Valeur de référence de la variable a
A^T	Transposée de la matrice A
$0_{i \times j}$	Matrice de zéros de taille $i \times j$
\mathbb{R}	Espace des réels
\mathbb{N}	Espace des entiers naturels
\mathbb{Z}	Espace des entiers relatifs
θ	Angle de tangage
ω	Vitesse de tangage ($= \dot{\theta}$)
$\Gamma_{B,C,P}$	Couple ou moment de force du ballonnement, de contrôle, perturbateur
$x_{B,S}$	État des modèles de ballonnement et du satellite
t	Variante de temps
$\alpha_{A,B,C,K}$	Paramètres du modèle LPV
Λ	Vecteur des paramètres du modèle LPV
\mathcal{P}	Polytope des paramètres du modèle LPV
K_p	Gain proportionnel du correcteur Proportionnel-Dérivé
K_d	Gain dérivé du correcteur Proportionnel-Dérivé
$K_{H/C}$	Gain en couple/moment cinétique du filtre <i>DLAW</i> implémenté
$\bar{\Gamma}$	Valeur maximale de la saturation en couple de commande
\bar{H}_w	Valeur maximale de la saturation en moment cinétique commandé

Table des figures

1.1	Boucle Guidage-Navigation-Contrôle (GNC)	4
1.2	Représentation de différents repères pour définir l'attitude d'un satellite	5
1.3	Stabilisations actives par moment cinétique embarqué	7
1.4	Angles de Cardan	8
2.1	Régimes de ballonnement	16
2.2	Propulsions chimiques et électriques	19
2.3	Expériences à bord de l'ISS	19
2.4	Différents <i>Surface Tension Propellant Management Devices</i>	22
2.5	Vue éclatée d'un réservoir sphérique à membrane	22
3.1	Schéma bloc du système avec code MFN en boucle fermée	30
3.2	Schéma bloc du système avec code MFN en boucle ouverte	30
3.3	Schéma bloc du système avec un modèle simplifié en boucle fermée	30
3.4	Illustration des modèles de ballonnement	31
3.5	Simulation de la rentrée atmosphérique du véhicule HL-20 par le logiciel Simcenter STAR-CCM+	32
3.6	Simulation d'un disque protoplanétaire par S.P.H.	33
3.7	Schéma d'une convolution par une fonction noyau de type gaussienne	34
3.8	MME pour un prototype d'étage S-IVB modifié de fusée Saturn V	35
4.1	Schéma du système considéré pour générer les données de simulation	40
4.2	Exemples de réponses en moment de force du carburant liquide pour différents profils de vitesse de rotation du réservoir	40
4.3	Paramètres en fonction de la vitesse de rotation pour différents profils de guidage	44
4.4	Paramètres α_A , α_C et α_K en fonction des paramètres du profil de guidage	44
4.5	Matrice de paramètres α_A , α_B , α_C ou α_K pour différents couples $(\Omega, \dot{\Omega})$	46
4.6	Exemple de résultat de l'expérience Fluidics [3]	48
4.7	Comparaison des erreurs relatives pour les deux variations du modèle	48
4.8	Comparaison des erreurs relatives pour les deux variations du modèle sur la 1 ^{ère} partie du profil de guidage	49
4.9	Résultats de validation pour différents profils de guidage (1/2)	50
4.10	Résultats de validation pour différents profils de guidage (2/2)	51
5.1	Illustration du satellite DEMETER	58
5.2	Performances de la roue de réaction	59
5.3	Polytope	60
5.4	Schéma bloc du modèle de test	62
5.5	Performance du système en boucle fermée sans ballonnement	63
5.6	Performance du système en boucle fermée avec ballonnement	64

6.1	Synthèse LPV sur modèles polytopique et LFT	70
6.2	Modèle standard des commandes \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞	72
6.3	Schéma bloc du modèle de test en boucle fermée avec l'observateur	75
6.4	Schéma bloc du modèle de synthèse	76
6.5	Profil de guidage	78
6.6	Comparaison des différents observateurs	79
6.7	Comparaison entre le système avec ballottage pré-compensé et le système rigide asservi	80
6.8	Résultats des simulations de l'approche Monte-Carlo	87
7.1	Couple, moment cinétique et erreur d'attitude en fonction des conditions initiales	94
7.2	Schéma bloc du système avec saturations et filtres	95
7.3	Architecture <i>Anti-Windup</i> classique	96
7.4	Schéma bloc du système en boucle fermée avec filtre <i>Anti-Windup</i>	99
7.5	Valeurs des gains K_C et K_H du filtre <i>DLAW</i> interpolées sur le polytope \mathcal{P}	101
7.6	Résultats de simulation avec le filtre <i>Anti-Windup</i> (1/2)	102
7.7	Résultats de simulation avec le filtre <i>Anti-Windup</i> (2/2)	103
7.8	Résultats des simulations de Monte-Carlo avec le filtre <i>Anti-Windup</i> (1/2)	105
7.9	Résultats des simulations de Monte-Carlo avec le filtre <i>Anti-Windup</i> (2/2)	106
7.10	Résultats des simulations de Monte-Carlo avec le filtre <i>Anti-Windup</i> et l'amplitude du ballottage divisée par 10 (1/2)	107
7.11	Résultats des simulations de Monte-Carlo avec le filtre <i>Anti-Windup</i> et l'amplitude du ballottage divisée par 10 (2/2)	108
7.12	Schéma bloc du système en boucle fermée avec <i>Reference Governor</i>	112
7.13	Résultats de simulation avec le <i>Reference Governor</i> (1/2)	113
7.14	Résultats de simulation avec le <i>Reference Governor</i> (2/2)	114
7.15	Comparaison entre le filtre <i>Anti-Windup</i> et le <i>Reference Governor</i> (1/2)	115
7.16	Comparaison entre le filtre <i>Anti-Windup</i> et le <i>Reference Governor</i> (2/2)	116

Liste des tableaux

1.1	Exemples de spécifications de pointage et de stabilité en mode nominal	4
1.2	Perturbations internes et externes affectant l'attitude des satellites	11
2.1	Comparaison des rapports masse liquide embarquée/masse totale au lancement .	17
5.1	Coefficients du modèle de $\Gamma_{\mathcal{P}}$	58
5.2	Sommets de l'espace des paramètres	61
6.1	Résultats d'optimisation	90

“Poyekhali.”

— Yuri Gagarin (1961)

Introduction

Contexte

Durant les phases d'accélération des véhicules transportant des masses liquides, la surface libre du fluide embarqué est mise en mouvement à travers le couplage dynamique fluide-structure. Désigné par le terme de **ballottement** [7], ce phénomène basse fréquence et mal amorti est à l'origine d'efforts qui perturbent la dynamique du véhicule [4]. En condition de microgravité ou d'impesanteur le ballottement dépend des effets de capillarité en plus des efforts inertiels résultant du déplacement du réservoir. Lorsqu'il intervient au sein des engins spatiaux, qui transportent des quantités importantes de carburant liquide, le ballottement affecte les performances de pointage, parfois jusqu'à l'instabilité s'il n'est pas correctement pris en compte dans la conception [6]. C'est en particulier le cas lors des phases de poussée ainsi que pendant les manœuvres d'attitude, limitant ainsi l'agilité de l'engin spatial. Ce dernier point est particulièrement critique pour les satellites devant manœuvrer rapidement, tels que ceux utilisés pour observer la Terre.

Les récents développements en Mécanique des Fluides Numérique [9, 5], permettent de reproduire fidèlement le ballottement au sein des réservoirs des engins spatiaux et nous affranchissent des expériences coûteuses, et difficiles, à mettre en œuvre pour l'étude de ce phénomène. Les expériences in-situ restent toutefois nécessaires pour recalibrer et valider les codes de calculs, comme ce fut le cas pour le code DIVA de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse [2] avec l'expérience Fluidics [10]. Il est alors possible de caractériser le ballottement en fonction des paramètres d'une manœuvre d'attitude, en particulier la vitesse et l'accélération angulaires [9].

Les principales solutions pour l'atténuation des effets du ballottement reposent sur :

- la modification des caractéristiques dynamiques du ballottement (amplitude, fréquence et amortissement) par l'utilisation de structures internes aux réservoirs d'ergols [3, 11], par exemple des lames métalliques pour la compartimentation, des parois annulaires ou des membranes flexibles [8] ;
- la modification des profils de guidage usuels [14] (pouvant exciter les modes de ballottement) pour limiter l'excitation du carburant et/ou l'ajout de temps de tranquillisation entre une manoeuvre et une prise de vue, diminuant alors la disponibilité de la mission ;
- la synthèse de lois de commande basées sur des modèles simplifiés du ballottement [13, 12] pour stabiliser le satellite et compenser l'effet perturbateur des ballottements d'ergols. En particulier les Modèles Mécaniques Équivalents où le fluide est assimilé à un ensemble d'oscillateurs harmoniques simples (pendules ou masses-ressorts) [1, 3]. Toutefois la pertinence de ces modèles pour certaines missions est remise en question par les hypothèses faites pour leur développement (e.g. symétries et faibles amplitudes). En particulier, les paramètres de ces modèles ne dépendent pas de la vitesse ni de l'accélération angulaires du satellite dont les ballottements dépendent pourtant.

Il est alors intéressant d'étudier de nouvelles solutions pour la prise en compte du ballonnement afin de réduire autant que possible les contraintes et inconvénients imposés par les méthodes classiques. Dans ce contexte, nous proposons dans cette thèse des contributions à la modélisation et à la compensation des ballonnements d'ergols dans les réservoirs des véhicules spatiaux pendant les manœuvres d'attitude.

Structure du manuscrit

La première partie est une introduction au contrôle d'attitude et au ballonnement dans les engins spatiaux.

Le chapitre 1 présente le contexte du contrôle d'attitude des satellites, décrivant notamment les équations du mouvement et les blocs de la boucle d'asservissement.

Le chapitre 2 introduit la problématique du ballonnement d'ergols dans les réservoirs des engins spatiaux, avec la présentation des masses liquides embarquées et des manières d'étudier ce phénomène. Enfin, les dispositifs de gestion du carburant et les méthodes d'atténuation du ballonnement sont présentés.

La seconde partie concerne la modélisation du phénomène de ballonnement.

Le chapitre 3 propose une présentation et une analyse des principaux modèles de ballonnement, en particulier les modèles avec équations aux dérivées partielles utilisés en Mécanique des Fluides Numériques et les Modèles Mécaniques Équivalents qui sont utilisés depuis les débuts de l'ère spatiale. Les avantages et inconvénients de chaque modèle sont exposés, avant de conclure à la nécessité d'un nouveau modèle capable de décrire de manière plus représentative la nature non-linéaire du ballonnement dans le contexte des manœuvres d'attitude des satellites.

Ainsi, le chapitre 4 propose une généralisation des Modèles Mécaniques Équivalents où le moment perturbateur des efforts de ballonnement durant une manœuvre d'attitude est modélisé par un système non-linéaire. Ce modèle est alors brièvement positionné par rapport aux modes flexibles *classiques*. Une procédure d'identification des paramètres de ce modèle, reposant sur la caractérisation du ballonnement par la Mécanique des Fluides Numériques (en particulier le code DIVA de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse), est ensuite présentée.

A partir du modèle de fluide non-linéaire proposé, le chapitre 5 met en place un modèle Linéaire à Paramètres Variants incertain d'un satellite avec dynamique de ballonnement. Ce modèle servira au développement d'une stratégie de compensation efficace.

Enfin, la troisième partie traite de la compensation du ballonnement.

Après présentation du cahier des charges de la compensation active du ballonnement, ainsi que des méthodes usuelles de commande des systèmes Linéaire à Paramètres Variants et des modes flexibles, le chapitre 6 développe notre propre stratégie de compensation. Cette dernière repose sur la synthèse d'un observateur robuste à gain variable par approche \mathcal{H}_∞ multi-modèles qui permet d'estimer le moment perturbateur des efforts de ballonnement. Cette estimation est ensuite en pré-compensée par la commande afin d'atténuer l'influence des ballonnements.

Puis, le chapitre 7 porte sur la prise en compte de la capacité limitée des actionneurs, en particulier sur la limitation de vitesse de rotation des roues de réaction qui entraîne une saturation du couple et du moment cinétique de contrôle. Nous présentons deux stratégies afin d’assurer la stabilité et les performances de la compensation développée, un filtre *Anti-Windup* de type *DLAW* et un *Reference Governor*, qui modifient respectivement la commande et la référence pour éviter la saturation de la roue de réaction.

Ce manuscrit s’achève par les différentes conclusions des travaux de cette thèse et les perspectives de recherches à explorer pour de futurs travaux.

Références

- [1] H. ABRAMSON et al. *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers, With Applications to Space Vehicle Technology (NASA SP-106)*. Rapp. tech. 1966 (cf. p. xvii).
- [2] A. DALMON, M. LEPILLIEZ, S. TANGUY et al. “Direct numerical simulation of a bubble motion in a spherical tank under external forces and microgravity conditions”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 849 (2018), p. 467-497 (cf. p. xvii).
- [3] F. DODGE et al. *The new ”Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers”*. S.W. Research Inst. San Antonio, TX, 2000 (cf. p. xvii).
- [4] J. GERRITS. “Dynamics of Liquid-Filled Spacecraft - Numerical Simulation of Coupled Solid-Liquid Dynamics”. Thèse de doct. Rijks Universiteit Groningen, 2001 (cf. p. xvii).
- [5] J. GERRITS et A. VELDMAN. “Dynamics of liquid-filled spacecraft”. In : *Journal of Engineering Mathematics* 45.1 (2003), p. 21-38 (cf. p. xvii).
- [6] E. HOFFMAN, W. EBERT, M. FEMIANO et al. “The NEAR rendezvous burn anomaly of December 1998”. In : *Applied Physics Laboratory, Johns Hopkins University* (1999) (cf. p. xvii).
- [7] R. IBRAHIM. *Liquid Sloshing Dynamics : Theory and Applications*. Cambridge University Press, 2005 (cf. p. xvii).
- [8] G. LAPILLI, B. WISE et D. GUTIERREZ H. and Kirk. “Characterization of elastomeric diaphragm motion within a spacecraft propellant tank”. In : *51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. 2015, p. 4075 (cf. p. xvii).
- [9] M. LEPILLIEZ. “Simulation numérique des ballotements d’ergols dans les réservoirs de satellites en microgravité et à faible nombre de Bond”. Thèse de doct. Université Paul Sabatier, 2015 (cf. p. xvii).
- [10] J. MIGNOT et al. “Fluid dynamics in space experiment”. In : IAC. 2017 (cf. p. xvii).
- [11] *NASA Space Vehicle Design Criteria (structures) : Slosh Suppression (NASA SP-8031)*. Rapp. tech. 1969 (cf. p. xvii).
- [12] M. REYHANOGLU et J. HERVAS. “Nonlinear control of a spacecraft with multiple fuel slosh modes”. In : *CDC-ECC. IEEE*. 2011, p. 6192-6197 (cf. p. xvii).
- [13] M. REYHANOGLU. “Modeling and Control of Space Vehicles with Fuel Slosh Dynamics”. In : *Advances in Spacecraft Technologies*. 2011 (cf. p. xvii).
- [14] S. L. SCRIVENER et R. C. THOMPSON. “Survey of time-optimal attitude maneuvers”. In : *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 17.2 (1994), p. 225-233 (cf. p. xvii).

Partie I

Contexte

“A satellite has no conscience.”

— Edward R. Murrow (1964)

1

Systèmes spatiaux : mission et pointage

Sommaire

1.1	Système de Contrôle d'Attitude	3
1.1.1	Guidage	4
1.1.2	Navigation	6
1.1.3	Contrôle	6
1.2	Modèle du satellite et perturbations	8
1.2.1	Représentation de l'attitude : angles de Cardan	8
1.2.2	Cinématique d'attitude	9
1.2.3	Dynamique d'attitude et perturbations	10
1.3	Conclusion	11
	Références	11

On appelle **attitude** l'orientation du satellite autour de son centre de gravité [30]. Pour mener à bien leurs missions, l'attitude de consigne des satellites est choisie pour orienter correctement la charge utile (e.g. télescope, radar, antenne) vers sa cible, les tuyères dans leur direction de poussée ou encore pour répondre aux besoins de servitude du satellite (régulation thermique, communications avec la Terre, orientation des panneaux solaires). Cette consigne doit être atteinte, et maintenue, avec la précision et la stabilité nécessaires à la mission, et ce en dépit des différentes perturbations rencontrées en orbite. Ce chapitre décrit les différents blocs qui composent la boucle de contrôle actif de l'attitude, ainsi que les équations fondamentales qui décrivent le comportement du satellite.

1.1 Système de Contrôle d'Attitude

Les méthodes de contrôle passives, comme la stabilisation par gradient de gravité [17], ont une consommation d'énergie faible (voire nulle) et sont peu complexes. Toutefois ces solutions imposent des contraintes sur la géométrie du satellite et n'autorisent qu'un pointage grossier, de l'ordre de la dizaine de degrés. Ne permettant pas de contrôler le satellite sur trois axes, ces méthodes sont tombées en désuétude face à la stabilisation active dès lors que les exigences de performances en pointage et stabilité sont plus élevées. Les méthodes de contrôle actif peuvent être complexes à mettre en œuvre et consomment de l'énergie (électrique ou carburant), mais sont bien plus performantes. Ces méthodes interviennent au sein d'une boucle d'asservissement regroupant les fonctions Guidage, Navigation et Contrôle (**GNC**) [4] telles qu'illustrées sur la Figure 1.1. Différentes configurations matérielles et logicielles définissent différents **modes SCAO**, on en retrouve généralement au moins trois [20, 2] :

- **Mode mission/nominal** : où le satellite réalise sa mission, l'attitude est asservie pour assurer l'orientation de la charge utile. Les performances du Système de Contrôle d'Attitude doivent être meilleures que celles requises par la mission pour tenir compte des autres sources d'erreurs de pointage (e.g. alignement, thermoélasticité).

- **Mode survie** : en cas de panne, le satellite passe automatiquement dans un mode survie dont l'objectif principal est d'assurer l'approvisionnement énergétique (panneaux solaires sont orientés vers le soleil) dans l'attente de l'expertise de la panne au sol.
- **Mode de contrôle d'orbite** : dans ce mode l'attitude de consigne permet d'aligner correctement les propulseurs pour réaliser des manœuvres orbitales, comme la mise à poste, les corrections d'orbite et la désorbitation du satellite (contrôlée ou en moins de 25 ans, tel que le dispose la Loi sur les Opérations Spatiales [16]).

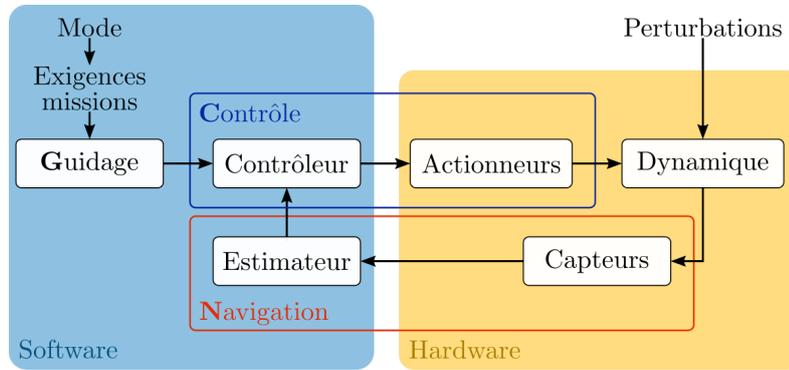


FIGURE 1.1 – Boucle Guidage-Navigation-Contrôle (GNC)

Les exigences de performances dépendent de la mission du satellite (cf. Table 1.1), e.g. les télescopes spatiaux nécessitent une attitude stable sur plusieurs heures d'observation, et les télécommunications optiques spatiales demandent un pointage particulièrement fin et stable sur toute la durée de la transmission de données [9].

Mission	Orbite	Perf. Pointage	Perf. Stabilité
Télécommunications Pointage géocentrique	GEO	<ul style="list-style-type: none"> • 0.05 ° (roulis, tangage) • 0.2 ° (lacet) 	Pas de contrainte forte
Observation de la Terre Pointage géocentrique e.g. SPOT	LEO	0.05 °	2×10^{-4} °/s sur 10 s
Observation du soleil Pointage héliocentrique e.g. SOHO	HEO	0.1 °	3×10^{-7} °/s sur 15 min
Astronomie Pointage inertiel e.g. ISO	HEO	3×10^{-3} °	1×10^{-5} °/s sur 1 h
Télécommunications Poursuite de satellites e.g. EDRS	GEO	8×10^{-5} °	1×10^{-8} °/s sur 30 min

TABLE 1.1 – Exemples de spécifications de pointage et de stabilité en mode nominal [20]

1.1.1 Guidage

Le système de guidage permet de définir la trajectoire d'attitude à suivre par le satellite pour réaliser sa mission. Pour cela, il est nécessaire de définir plusieurs repères [2] pour décrire le mouvement du satellite par rapport à une référence.

On utilise notamment les repères suivants :

- **Repère mécanique (ou géométrique)** : Ce repère est lié au corps dont on souhaite caractériser l'attitude, il peut être attaché au satellite, à un instrument ou encore à la charge utile. La précision de son orientation est donc affectée par des incertitudes liées par exemple à l'intégration des éléments du satellite.
- **Repère de référence** : C'est le repère par rapport auquel on étudie l'attitude. Selon la mission on utilisera un repère inertiel (e.g. *Earth-Centered Inertial*), orbital local (e.g. *Earth-Centred*, *Earth-Fixed*) ou solaire [23]. Les repères inertiels (ou galiléens) sont ceux dans lesquels s'écrivent les lois de la mécanique.
- **Repère de consigne** : C'est un repère intermédiaire qui définit l'attitude à atteindre par le repère mécanique par rapport au repère de référence. Il est donc donné par la fonction de guidage.

Par exemple, la Figure 1.2 illustre un repère inertiel géocentrique *Earth-Centered Inertial* $\mathcal{R}_I = (T, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, un repère satellite $\mathcal{R}_S = (S, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ qui pointe vers une cible C et le repère orbital local $\mathcal{R}_{Loc} = (S, \vec{s}, \vec{w}, \vec{q})$ tel que \vec{q} est colinéaire à \vec{TS} et \vec{w} est normal au plan orbital.

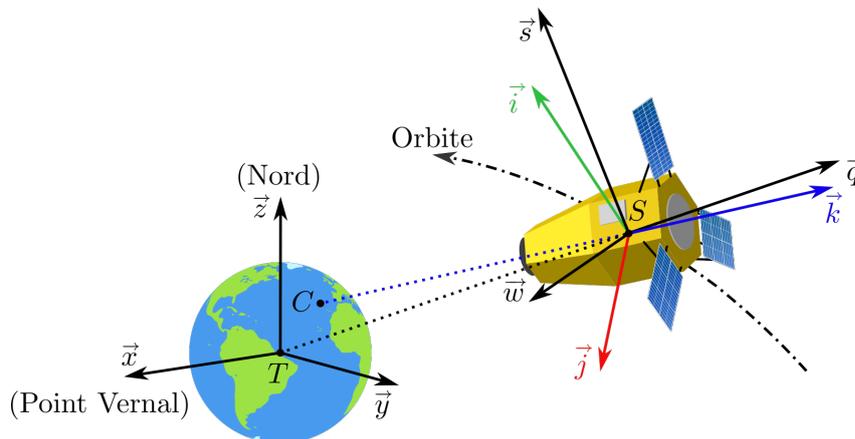


FIGURE 1.2 – Représentation de différents repères pour définir l'attitude d'un satellite

La plupart du temps définie par le centre de contrôle puis transmise au satellite, la trajectoire d'attitude va dépendre du mode et des exigences de la mission. Par exemple, il est nécessaire de tenir compte des limites de manœuvrabilité du satellite et de conserver une marge de couple de commande pour rejeter les perturbations pendant une manœuvre.

Pour que le repère mécanique rejoigne celui de consigne, on réalise des manœuvres de ralliement en attitude. Les profils de ralliement les plus efficaces en durée sont les profils *bang-bang* [25], i.e. accélération maximale puis décélération maximale. En pratique, les profils de ralliement sont généralement plus longs, soit pour tenir compte des limitations cinématique des actionneurs (manœuvres de type *bang-stop-bang*, avec un plateau à vitesse angulaire constante), soit pour éviter l'éblouissement de capteurs d'attitude ou de la charge utile pendant la manœuvre ou encore pour éviter une excitation trop importante des modes souples et des ballottements (lissage des profils pour augmenter la continuité et dérivabilité) pour permettre des prises de vues immédiatement après le ralliement. L'augmentation des durées de ralliement a un impact sur le plan de mission (*Satellite Mission Planning* [14]) et la disponibilité du satellite.

1.1.2 Navigation

Le système de navigation permet de déterminer l'attitude du satellite à partir de capteurs [18, 17] et d'un logiciel de traitement de leurs données. La détermination de l'attitude repose souvent sur la résolution d'un problème de Wahba [29], i.e. trouver une matrice de rotation optimale au sens des moindres carrés à partir de la connaissance de vecteurs d'observation. Des algorithmes d'estimation [5], comme le filtre de Kalman [12], prennent en compte les erreurs de mesures inhérentes aux capteurs (bruits, délais, biais).

On distingue les capteurs qui mesurent l'attitude à partir de références dans l'espace et les capteurs inertiels qui intègrent la vitesse angulaire pour obtenir l'attitude à partir des relations cinématiques (cf. Section 1.2.2).

Les senseurs Terre et solaire sont des capteurs optiques qui permettent de déterminer l'attitude du repère capteur à partir de la position de l'astre de référence sur la matrice de pixels du détecteur. L'angle selon l'axe de visée ne pouvant être mesuré, ces senseurs doivent être complétés par d'autres capteurs. Les senseurs stellaires permettent de déterminer l'attitude sur trois axes par la comparaison de prises de vues des étoiles avec un catalogue stellaire. Les capteurs optiques imposent toutefois certaines contraintes sur la conception du satellite et requièrent la présence de la référence dans le champ de vue de l'instrument. Il est par exemple nécessaire de protéger les senseurs stellaires de la saturation en évitant de l'orienter vers la Terre ou le soleil, ce qui contraint l'orientation du capteur et du satellite.

En orbite basse, l'utilisation de magnétomètres permet également de fournir une mesure de l'attitude sur deux axes dont la précision est dépendante de l'exactitude des modèles de la magnétosphère terrestre et de la justesse des éphémérides du satellite.

Les capteurs inertiels ne dépendent pas d'une référence, ils requièrent cependant la connaissance d'une attitude initiale et ne peuvent donc pas être utilisés seuls. Les plus utilisés sont les gyromètres, mécaniques ou lasers. De manière plus expérimentale, les constellations GPS et les balises sols (e.g. DORIS) permettent de déterminer l'attitude par interférométrie des signaux dès lors que plusieurs antennes sont judicieusement disposées sur le satellite [28].

1.1.3 Contrôle

Le système de contrôle permet de stabiliser le satellite et de faire converger le repère mécanique estimé vers le repère de consigne. A partir de l'erreur courante entre les deux repères déterminée par le guidage et la navigation, un logiciel (la loi de commande) calcule des couples de correction qui sont appliqués par les actionneurs.

Les actionneurs sont de deux types, à action interne (échange de moment cinétique avec la plateforme) ou à couple externe (interaction avec l'environnement).

Les actionneurs à action interne reposent sur l'utilisation d'un mécanisme capable de générer et de stocker un moment cinétique à échanger avec la plateforme afin de contrer les moments des efforts perturbateurs. Puisqu'ils sont électriques, ils ne consomment pas de carburant. Les trois principaux actionneurs par moment cinétique embarqués sont (cf. Figure 1.3) [17] :

- **Roue à inertie (*Inertia/Momentum Wheel*)** : Il s'agit d'une roue de grande inertie en rotation à grande vitesse, par exemple sur un axe parallèle à l'axe de tangage (normale à l'orbite), permettant d'assurer une rigidité gyroscopique du satellite. La vitesse de rotation peut être légèrement modulée afin de contrôler l'attitude autour de l'axe de tangage.

- **Roues de réaction (*Reaction Wheel*)** : Un ensemble de roues à inerties dont les variations de vitesse de rotation permettent de générer un couple sur trois axes. Un minimum de trois roues dont les axes ne sont pas colinéaires est requis, toutefois quatre roues sont souvent embarquées pour des raisons de redondance. Les roues de réaction sont limitées en accélération et en vitesse de rotation (saturations). Il est nécessaire de contrôler l'excursion de leur vitesse (désaturation des roues) pour conserver la contrôlabilité du satellite.
- **Actionneurs gyroscopiques (*Control Moment Gyro*)** : Les actionneurs gyroscopiques ont été utilisés pour le contrôle anti-roulis de navires dès le début du 20^{ème} siècle, bien avant l'ère spatiale, par exemple sur l'USS *Handerson* (1917) et le SS *Conte di Savoia* (1932) [7]. Le couple de contrôle est généré par des roues qui tournent à vitesse constante élevée et dont l'axe de rotation est variable. Leur rapport couple/consommation est plus intéressant que celui des roues de réaction, mais leur commande est plus complexe. Ils sont généralement équipés sur les satellites agiles (cf. Pleiades [21]) et permettent de manœuvrer des systèmes de grande inertie comme l'ISS. Ils sont toutefois limités par des configurations singulières dans lesquelles il n'est plus possible de produire un couple selon une direction particulière [15, 6]. Enfin, certains actionneurs gyroscopiques ont une vitesse de rotation variable, ajoutant un degré de liberté pour l'allocation des efforts.

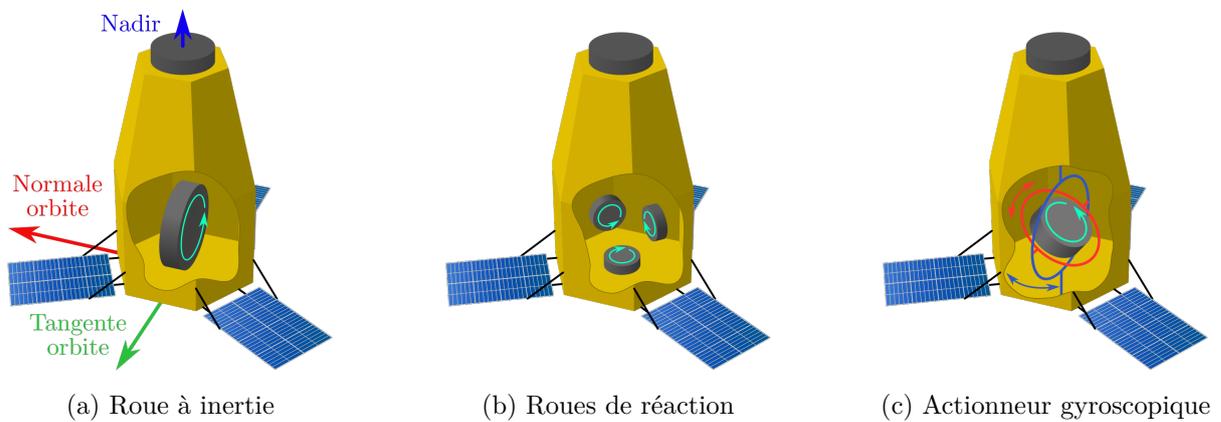


FIGURE 1.3 – Stabilisations actives par moment cinétique embarqué

Les actionneurs à couples externes les plus utilisés sont les propulseurs et les magnéto-coupleurs. Les propulseurs sont des moteurs à réaction qui éjectent une masse à grande vitesse pour générer une poussée, ils peuvent être électriques ou chimiques. Ils nécessitent l'emport d'une quantité de carburant suffisamment importante pour la durée de vie du satellite. Les magnéto-coupleurs créent un moment magnétique par le passage d'un courant électrique dans une bobine qui interagit avec le champ magnétique terrestre pour créer un couple de contrôle. Ils ne peuvent être utilisés qu'en orbite basse où le champ magnétique Terrestre est plus important. Il est également possible d'utiliser des surfaces déployables (e.g. panneaux ou voiles solaires) pour générer un couple en utilisant la pression de rayonnement solaire (définie par analogie avec la pression d'un gaz pour les rayonnements) [19, 1] ou la traînée atmosphérique [8].

La loi de commande embarquée est conçue au sol à partir de modèles du satellite et des perturbations, et doit permettre de satisfaire les spécifications de pointage et de stabilité du cahier des charges (e.g. temps de réponse, rejet des bruits et perturbations). Pour tenir compte des sources d'erreurs dans le bilan de pointage, comme les incertitudes (e.g. inertie du satellite, alignement des actionneurs, paramètres des modes souples) et approximations des modèles (e.g. simplification des phénomènes physiques complexes), les performances du système de contrôle sont plus exigeantes que celles de la mission. La loi de commande doit alors être robuste à ces incertitudes afin de limiter la dégradation des performances et de la stabilité du contrôle d'attitude.

Pour le contrôle d'attitude, la sortie du contrôleur est une commande en couple à réaliser par les actionneurs. Dans le cas où le nombre d'actionneurs est différent du nombre de degrés de liberté en couple (en général 3), une fonction de répartition (allocation) tenant compte des caractéristiques et limitations des actionneurs est aussi nécessaire [10] (e.g. pour calculer la vitesse de rotation des roues de réaction au sein d'une grappe).

Puisque les éléments de la boucle GNC reposent sur des modèles, il est nécessaire de modéliser au mieux la dynamique du satellite et les perturbations qui altèrent celle-ci pour concevoir un contrôle d'attitude performant.

1.2 Modèle du satellite et perturbations

1.2.1 Représentation de l'attitude : angles de Cardan

Il existe plusieurs représentations de l'attitude d'un satellite, les plus utilisées sont les angles d'Euler, dont font partie les angles de Cardan, et les quaternions [18, 30]. On peut également citer les paramètres de Rodrigues classiques [22] et modifiés [24].

Les angles d'Euler permettent de passer d'un référentiel à un autre par l'enchaînement de trois rotations élémentaires d'axes successifs différents qui appartiennent à la base canonique de \mathbb{R}^3 , i.e. $\vec{e}_1 = (1, 0, 0)$, $\vec{e}_2 = (0, 1, 0)$ et $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$. Il y a douze séquences possibles. Les séquences symétriques sont les **angles d'Euler propres** et les séquences asymétriques sont les **angles de Tait-Bryan**. Les séquences les plus couramment utilisées sont les angles de Cardan (3-2-1) et les angles d'Euler (3-1-3). Utilisés généralement dans les domaines naval et aérospatial, les **angles de Cardan** sont le roulis ϕ , le tangage θ et le lacet ψ (cf. Figure 1.4). Les **angles d'Euler classiques** sont la rotation propre ϕ , la nutation θ et la précession ψ .

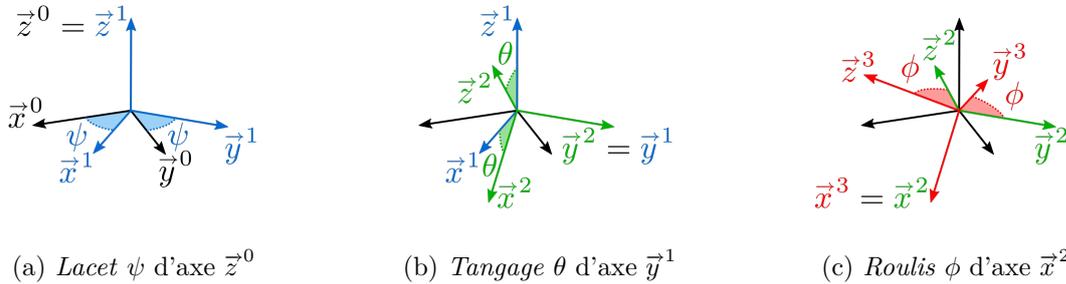


FIGURE 1.4 – Angles de Cardan

Pour certaines valeurs de l'angle de la seconde rotation les première et troisième rotations ne peuvent plus être distinguées car leurs axes deviennent colinéaires. Ces **singularités** surviennent à $\theta \in \{0, \pi\}$ pour les angles d'Euler, qui sont donc utilisés pour représenter l'attitude aux grands angles, et à $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ pour les angles de Cardan, qui sont alors employés pour représenter l'attitude aux petits angles (loin des singularités). Cette dernière singularité, appelée **blocage de cardan** (*gimbal lock*), est connue pour être survenue durant la mission Apollo 11 [11]. Lorsqu'une singularité apparaît, la perte d'un degré de liberté rend impossible la détermination des angles des différentes rotations à partir des composantes de la matrice de rotation.

Afin d'éviter les singularités il est nécessaire de changer de représentation d'attitude, par exemple les quaternions [18]. Ces derniers sont des nombres hypercomplexes, définis par quatre réels et trois symboles, avec une algèbre propre. Les quaternions unitaires permettent de décrire la représentation non-minimale d'une rotation dans l'espace et l'absence de singularité les rend particulièrement adaptés pour le contrôle d'attitude.

Les quaternions (vecteur de \mathbb{R}^4) permettent de décrire l'information de manière plus compacte et plus simple que les matrices de rotation (matrice de $\mathbb{R}^{3 \times 3}$). En terme de calcul numérique il est donc préférable d'utiliser les quaternions plutôt que les angles d'Euler. Toutefois les angles de Cardan, bien que parfois ambigus dans leur définition et présentant des valeurs singulières, sont plus facilement exploitables pour représenter des erreurs angulaires selon les trois axes de rotation qui nous intéressent.

Lorsque les angles de Cardan sont utilisés, l'objectif du Système de Contrôle d'Attitude est que les angles de Cardan entre les référentiels mécanique et de référence soient les plus proches possible des angles de Cardan entre les référentiels de consigne et de référence. Alternativement, on cherche à annuler les angles de Cardan entre les référentiels mécanique et de consigne.

Dans le contexte de cette thèse, nous considérerons une manœuvre d'attitude plane d'un satellite d'observation de la Terre (cf. chapitre 5). L'attitude est alors décrite par un seul angle. Dans le cas des missions d'observation de la Terre, le repère de référence le plus approprié est le repère géocentrique, qui n'est pas Galiléen. Par simplicité on privilégie la représentation par angles de Cardan et nous choisissons le tangage θ (autour de l'axe \vec{w}) comme variable à asservir, les angles de lacet et de roulis (respectivement autour des axes \vec{q} et \vec{s}) étant fixés à zéro.

1.2.2 Cinématique d'attitude [26, 18]

La représentation d'attitude ayant été choisie, on considère maintenant la variation temporelle de celle-ci et on présente les relations cinématiques permettant de décrire la vitesse angulaire d'un satellite et donc l'évolution de son attitude. Par souci de clarté on ne fait pas apparaître les dépendances en temps des composantes de chaque vecteur et matrice.

Cette section traite des angles de Cardan, pour les relations cinématiques associées aux autres représentations d'attitude on pourra se reporter aux références [18, 2].

On introduit $\vec{\Omega}_{S/R}$, le vecteur vitesse angulaire instantanée du repère mécanique par rapport au repère de référence. Les taux de rotation sont mesurés par les capteurs dans le repère satellite, et les composantes de $\vec{\Omega}_{S/R}$ dans celui-ci sont p , q et r , respectivement selon les axes \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} . Pour obtenir l'évolution temporelle des angles de Cardan, on utilisera l'équation suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Le déterminant de la matrice de passage est $-\cos \theta$, ainsi dans la configuration singulière $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ la matrice n'est plus inversible et obtenir les taux de rotation des angles de Cardan est impossible. On constate ici aussi l'intérêt des quaternions et de leur absence de singularité.

Par composition, on obtient le vecteur de vitesse angulaire $\vec{\Omega}_{S/I}$ du repère mécanique par rapport au repère inertiel :

$$\vec{\Omega}_{S/I} = \vec{\Omega}_{S/R} + \vec{\Omega}_{R/I} \quad (1.2)$$

où $\vec{\Omega}_{R/I}$ est la vitesse du repère de référence par rapport au repère inertiel.

1.2.3 Dynamique d'attitude et perturbations

On introduit $I_A(S)$, la matrice d'inertie du satellite S calculée au point A . On appelle **moments d'inertie** les termes diagonaux et **produits d'inertie** les autres termes. Cette matrice est réelle et symétrique, donc diagonalisable, ce qui implique l'existence d'une base dans laquelle les produits d'inertie sont nuls. Les vecteurs de cette base sont appelés **axes principaux d'inertie** et les termes diagonaux **moments principaux d'inertie** [13].

La matrice d'inertie d'un système est la somme des matrices d'inertie de chacun de ses composants, calculées au même point et exprimées dans la même base. Ainsi le calcul de la matrice pour des objets complexes est facilité. Toutefois la masse et la position des composants sont affectés par des incertitudes qui se propagent jusqu'à la matrice d'inertie.

Le **moment cinétique** (ou angulaire) $\vec{L}_A(S/\mathcal{R}_I)$ d'un solide S en mouvement par rapport au référentiel \mathcal{R}_I inertiel, calculé au point A et exprimé dans la base \mathcal{B}_i , est défini par :

$$\vec{L}_A(S/\mathcal{R}_I) = I_A(S)\vec{\Omega}_{S/I} + m(S)\vec{V}(A \in S/\mathcal{R}_I) \wedge \vec{GA} \quad (1.3)$$

où $m(S)$ est la masse du solide, $\vec{V}(A \in S/\mathcal{R}_I)$ est la vitesse par rapport au référentiel \mathcal{R}_I du point A appartenant au solide S et G est le centre de masse du solide. On veillera à ce que tous les éléments soient exprimés dans la même base vectorielle.

Le théorème du moment dynamique (principe fondamental de la dynamique en rotation) se traduit par l'égalité entre le **moment dynamique** $\vec{\delta}_A$ d'un corps au point A , et la somme \vec{M}_A des moments en ce point des forces extérieures appliquées à ce corps [3] :

$$\vec{\delta}_A = \left. \frac{d\vec{L}_A(S/\mathcal{R}_I)}{dt} \right|_{\mathcal{R}_I} + m(S)\vec{V}(A \in S/\mathcal{R}_I) \wedge \vec{V}(G \in S/\mathcal{R}_I) = \vec{M}_A \quad (1.4)$$

Remarque. *Un couple est défini comme la somme des moments d'un couple de forces dont la résultante est nulle, il produit alors une rotation pure et il est indépendant du point de pivot A .*

Lorsque le point A est fixe par rapport au référentiel inertiel, ou confondu avec le centre de masse G , on obtient la **loi de conservation du moment cinétique** :

$$\vec{\delta}_G = \left. \frac{d\vec{L}_G(S/\mathcal{R}_I)}{dt} \right|_{\mathcal{R}_I} \quad (1.5)$$

L'attitude du satellite étant l'erreur entre le repère mécanique et le repère de consigne, il est plus intéressant de calculer les composantes de ces vecteurs dans le repère mécanique. On applique alors le changement de référentiel de dérivation [13] pour obtenir :

$$\vec{\delta}_G = \left. \frac{d\vec{L}_G(S/\mathcal{R}_I)}{dt} \right|_{\mathcal{R}_S} + \vec{\Omega} \wedge \vec{L}_G(S/\mathcal{R}_I) \quad (1.6)$$

On s'intéresse ici à un satellite actionné par des roues de réaction. Le moment cinétique total \vec{L}_G est alors la somme des moments cinétiques de la plateforme $\vec{L}_{G,plat.}$ et des roues $\vec{L}_{G,roues}$. Le couple $\vec{\Gamma}_A$ généré par les roues doit pouvoir compenser les perturbations extérieures $\vec{\Gamma}_{G,pert}$ pour que le moment cinétique du satellite suive sa consigne. On a ainsi :

$$\left. \frac{d\vec{L}_{G,plat.}}{dt} \right|_{\mathcal{R}_I} + \underbrace{\left. \frac{d\vec{L}_{G,roues}}{dt} \right|_{\mathcal{R}_I}}_{-\vec{\Gamma}_A} = \vec{\Gamma}_{G,pert}(t) \quad (1.7)$$

On distingue les couples perturbateurs externes liés à l’environnement spatial (e.g. gradient de gravité, pression de radiation solaire, pression atmosphérique, couple magnétique) et les couples perturbateurs internes aux satellites. Les ballotement d’ergols, qui nous intéressent dans ces travaux, font partie de ces couples internes. Les principales sources de perturbations ainsi que leurs caractéristiques et quelques ordres de grandeurs sont données dans la Table 1.2.

Perturbations externes

Pression de radiation solaire 10^{-6} à 10^{-4} Nm	<ul style="list-style-type: none"> • Réflexion des radiations solaires sur le satellite • Périodique pour les satellites orientés Terre • Constante pour les satellites orientés Soleil
Frottements atmosphériques 10^{-4} Nm (LEO), ≈ 0 Nm (GEO)	<ul style="list-style-type: none"> • Constants pour les satellites orientés Terre • Concerne principalement les orbites basses (LEO)
Champ magnétique 10^{-6} (GEO) à 10^{-3} Nm (LEO)	<ul style="list-style-type: none"> • Périodique (champ magnétique Terrestre hétérogène) • Interaction avec le courant dans les harnais électriques
Gradient de gravité 10^{-3} Nm (LEO), ≈ 0 Nm (GEO)	<ul style="list-style-type: none"> • Résulte de la dissymétrie des efforts de gravité • Dépend de la répartition des masses du satellite

Perturbations internes

<ul style="list-style-type: none"> • Centre de masse incertain • Propulseurs désalignés • Poussée incorrecte 	<ul style="list-style-type: none"> • Moments perturbateurs durant les phases de poussée • Compensation imparfaite des forces lors de la mise à feu d’une paire de propulseurs d’attitude
Éléments mobiles	<ul style="list-style-type: none"> • i.a. pompes, moteurs pas-à-pas et roues à filtres • Vibrations mécaniques
Ballotement des liquides	<ul style="list-style-type: none"> • i.a. carburant et fluides cryogéniques • Efforts de pression sur les parois des réservoirs • Changement de position du centre de masse • Basse fréquence et mal amorti
Appendices flexibles	<ul style="list-style-type: none"> • i.a. panneaux solaires, antennes • Dynamique perturbatrice et résonances mécaniques • Limite la bande passante du satellite asservi
Gradients thermiques	<ul style="list-style-type: none"> • Chocs thermiques sur les appendices flexibles • Perturbations en entrant/sortant de l’ombre terrestre

TABLE 1.2 – Perturbations internes et externes affectant l’attitude des satellites [27, 17, 2]

1.3 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons vu que le ballotement des liquides fait partie des perturbations internes au satellite. Nous allons présenter plus en détail cette perturbation et son impact sur le contrôle d’attitude dans le chapitre suivant. Nous expliciterons certaines des solutions les plus couramment mises en place pour limiter l’effet des ballotements, et analyserons leurs limitations.

Références

- [1] K. AKATSUKA, T. CHUJO, O. MORI et al. “Attitude Control of Earth Orbiting Satellite by Solar Radiation Pressure”. In : *The 24th Workshop on JAXA Astrodynamics and Flight Mechanics*. 2014, p. 226 (cf. p. 7).
- [2] S. BERRIVIN, J. DULOT, C. FALLET et al. *Techniques et Technologies des Véhicules Spatiaux - Module XII. Stabilisation et pointage*. CNES, 2017 (cf. p. 3-4, 9, 11).
- [3] M. COMBARNOUS, D. DESJARDINS et C. BACON. *Mécanique des solides et des systèmes des solides*. Dunod, 2004 (cf. p. 10).
- [4] *Control Engineering Handbook (ECSS-E-HB-60A)*. Rapp. tech. 2010 (cf. p. 3).
- [5] J. L. CRASSIDIS, F. L. MARKLEY et Y. CHENG. “Survey of nonlinear attitude estimation methods”. In : *Journal of guidance, control, and dynamics* 30.1 (2007), p. 12-28 (cf. p. 6).
- [6] H. EVAÏN. “Nouvelles configurations de grappes d’actionneurs gyroscopiques pour le contrôle de satellites agiles”. Thèse de doct. Toulouse, ISAE, 2017 (cf. p. 7).
- [7] D. GLASSMAN. “Italian Liner to Defy”. In : *Popular Mechanics* (1931) (cf. p. 7).
- [8] D. B. GUETTLER. *Satellite Attitude Control Using Atmospheric Drag (MSc thesis)*. 2007 (cf. p. 7).
- [9] H. HEMMATI. *Deep space optical communications*. T. 11. John Wiley & Sons, 2006 (cf. p. 4).
- [10] T. A. JOHANSEN et T. I. FOSSEN. “Control allocation - A survey”. In : *Automatica* 49.5 (2013), p. 1087-1103 (cf. p. 8).
- [11] E. M. JONES et P. FJELD. “Gimbal angles, gimbal lock, and a fourth gimbal for Christmas”. In : *Apollo Lunar Surface Journal*. NASA (2006) (cf. p. 8).
- [12] R. E. KALMAN. “A new approach to linear filtering and prediction problems”. In : (1960) (cf. p. 6).
- [13] L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ. *Mechanics - Course of Theoretical Physics Volume 1*. Pergamon Press, 1969 (cf. p. 10).
- [14] M. LEMAÎTRE, G. VERFAILLIE, F. JOUHAUD et al. “Selecting and scheduling observations of agile satellites”. In : *Aerospace Science and Technology* 6.5 (2002), p. 367-381 (cf. p. 5).
- [15] M. LLIBRE. *Actionneurs gyroscopiques pour la commande d’attitude des satellites*. http://www.llibre.fr/michel/copie_cert/DCSD-2009_008-NOT-005-1.0.pdf. Consulté le : 15-07-2019. 2009 (cf. p. 7).
- [16] *Loi n° 2008-518 du 3 juin 2008 relative aux opérations spatiales*. Site Legifrance, <https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000018931380>. Consulté le : 23-07-2019 (cf. p. 4).
- [17] M. MACDONALD et V. BADESCU. *The International Handbook of Space Technology*. Springer, 2014 (cf. p. 3, 6, 11).
- [18] F. L. MARKLEY et J. L. CRASSIDIS. *Fundamentals of spacecraft attitude determination and control*. T. 33. Springer, 2014 (cf. p. 6, 8-9).
- [19] D. J. O’SHAUGHNESSY, J. V. MCADAMS, P. D. BEDINI et al. “MESSENGER’s use of solar sailing for cost and risk reduction”. In : *Acta Astronautica* 93 (2014), p. 483-489 (cf. p. 7).
- [20] C. PITTET. *Le Contrôle d’Attitude des Satellites, Support et Projet de Recherche en Automatique (HDR)*. 2018 (cf. p. 3-4).
- [21] *Pleiades 1A characteristics*. Site web CNES, <https://pleiades.cnes.fr/fr/pleiades/en-resume/accueil>. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 7).

- [22] O. RODRIGUES. *Des lois géométriques qui régissent les déplacements d'un système solide dans l'espace : et de la variation des coordonnées provenant de ces déplacements considérés indépendamment des causes qui peuvent les produire*. 1840 (cf. p. 8).
- [23] J. SANZ SUBIRANA, J. JUAN ZORNOZA et M. HERNÁNDEZ-PAJARES. “GNSS Data Processing Volume I : Fundamentals and Algorithms”. In : *ESA Communications* (2013), p. 145-161 (cf. p. 5).
- [24] H. SCHAUB et J. L. JUNKINS. *Analytical mechanics of space systems*. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 2005 (cf. p. 8).
- [25] S. L. SCRIVENER et R. C. THOMPSON. “Survey of time-optimal attitude maneuvers”. In : *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 17.2 (1994), p. 225-233 (cf. p. 5).
- [26] M. SIDI. *Spacecraft dynamics and control : a practical engineering approach*. Cambridge Univ. Press, 1997 (cf. p. 9).
- [27] S. STARIN et J. ETERNO. *Attitude Determination and Control Systems*. NASA Goddard Space Flight Center, <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20110007876.pdf>. Consulté le : 10-07-2019. 2011 (cf. p. 11).
- [28] F. VAN GRAAS et M. BRAASCH. “GPS interferometric attitude and heading determination : Initial flight test results”. In : *Navigation* 38.4 (1991), p. 297-316 (cf. p. 6).
- [29] G. WAHBA. “Problem 65-1 : A Least Squares Estimate of Satellite Attitude”. In : *Siam Review* 8.3 (1966), p. 384-386 (cf. p. 6).
- [30] J. R. WERTZ. *Spacecraft attitude determination and control*. T. 73. Springer Science & Business Media, 2012 (cf. p. 3, 8).

“There’s no way to move without making waves.”

— Malcolm Forbes

2

Influence du ballottement d’ergols sur le pointage des engins spatiaux

Sommaire

2.1	Ballottement d’ergols dans les réservoirs des engins spatiaux	15
2.1.1	Masses liquides embarquées dans les systèmes spatiaux	16
2.1.2	Études des ballottements d’ergols	19
2.2	Gestion du carburant et atténuation du ballottement d’ergols	21
2.2.1	Structure interne des réservoirs	21
2.2.2	Prise en compte du ballottement dans la planification de la mission . . .	23
2.3	Conclusion	23
	Références	23

Parmi les perturbations qui affectent les engins spatiaux, le ballottement est un phénomène complexe qui intervient lorsque les liquides embarqués peuvent se déplacer au sein des réservoirs en réponse aux mouvements du satellite. L’attitude est alors perturbée par des interactions dynamiques fluide-structure à l’origine d’efforts indésirables. Ce chapitre présente le ballottement et les moyens passifs de l’atténuer.

2.1 Ballottement d’ergols dans les réservoirs des engins spatiaux

Le ballottement est le mouvement de la surface libre d’un liquide dans un réservoir [11]. Durant les phases d’accélération des véhicules avec réservoirs, le liquide embarqué est mis en mouvement par interaction dynamique fluide-structure via les parois du réservoir, ce qui engendre des efforts perturbateurs qui altèrent la dynamique du véhicule et déplacent son centre de gravité. Lorsque les réservoirs sont pleins, il ne peut y avoir de ballottement puisqu’il y a absence de surface libre. Dès lors que le taux de remplissage des réservoirs diminue, par exemple suite à la consommation du carburant, le ballottement apparaît. Le pire cas est un taux de remplissage où la surface du libre a assez d’espace pour se mouvoir et où la masse fluide reste suffisamment importante pour entraîner de larges perturbations.

Le ballottement est un phénomène basse fréquence et mal amorti, dont la complexité rend difficile la prédiction de son impact sur le véhicule. Selon le mouvement du réservoir, différentes sortes de mouvement du fluide apparaissent [1, 7].

- **Ballottement latéral** : Ce mouvement d’ondes anti-symétriques apparaît lors de phases accélérées (poussée, efforts inertiels ou gravité) en réponse à des excitations transversales.
- **Ballottement vertical** : Dans ce cas les vibrations sont dans la direction de l’accélération du réservoir, normales à la surface libre moyenne.
- **Mouvement tourbillonnaire (*Rotational Sloshing*)** : Le liquide forme un tourbillon suite à une instabilité du ballottement latéral.

- **Mouvement d'ensemble** : En cas d'accélération brutale, notamment lors des phases de poussée ou de retournement rapide, l'ensemble du fluide est mis en mouvement.
- **Capillarité** : Lorsque les efforts inertiels et gravitationnels sont suffisamment faibles, le comportement du fluide est dominé par la **tension de surface** (cf. section 3.2.1.1), qui résulte de l'interaction moléculaire d'un fluide. Elle crée et maintient les interfaces entre deux milieux de sorte à minimiser la surface d'interaction [3], et elle est également à l'origine de la capillarité qui est à la base de nombreux systèmes de gestion du carburant (cf. section 2.2).

Dans le cadre d'applications terrestres, e.g. camions et navires-citernes, les forces inertielle et gravitationnelles sont les effets dominants sur la dynamique de ballottements. On peut alors négliger les effets de la tension de surface. Ce n'est plus le cas en microgravité (résultante des forces de gravité négligeable, e.g. loin de l'astre) ou en impesanteur (efforts de la gravitation non ressentis, e.g. chute libre). La nature des effets dominants varie alors selon qu'on est en phase propulsée (équivalent à une gravité), en manœuvre d'attitude lente ou rapide (dominance des effets inertiels), ou en contrôle fin d'attitude (dominance de la capillarité). Il est donc nécessaire de tenir compte de la tension de surface lorsqu'on étudie le ballottement dans les réservoirs des satellites.

Les nombres adimensionnels de Bond (B_o) et de Weber (W_e) correspondent aux rapports entre la gravité et, respectivement, les efforts de tension de surface et inertiels. Ils permettent de déterminer si le système est dans un régime gravitaire, inertiel ou capillaire (cf. Figure 2.1).

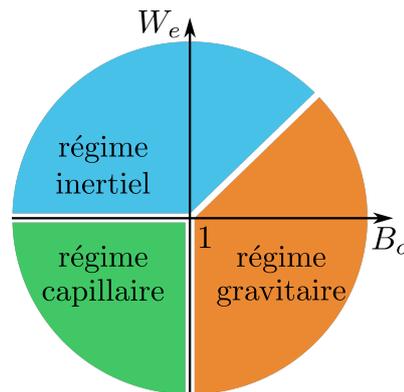


FIGURE 2.1 – Régimes de ballottement

La ballottement des masses importantes de liquides dans les satellites (cf. Section 2.1.1) va affecter leur attitude, compromettre les performances de pointage et la stabilité. Ce fut notamment le cas pour la sonde NEAR dont le ballottement d'ergols a contribué à une anomalie d'injection en orbite d'Eros [10]. Parce qu'elle est non-linéaire, mal amortie et basse fréquence, la dynamique de ballottement complique le contrôle d'attitude et il est nécessaire de la prendre en compte dans la conception des engins spatiaux.

2.1.1 Masses liquides embarquées dans les systèmes spatiaux

Pour répondre aux besoins de mise à poste, maintien à poste, changement d'orbite et désorbitation, les satellites utilisent des propulseurs et embarquent des quantités importantes d'ergols qui déterminent leur durée de vie (cf. Table 2.1).

Les moteurs-fusées, ou chimiques, sont un type de moteur à réaction qui génèrent une poussée selon le principe d'action-réaction par l'éjection de gaz chauds via une tuyère supersonique. Ces gaz peuvent être créés par une réaction chimique exothermique entre un carburant et un comburant (diérgols) ou par décomposition chimique au contact d'un catalyseur (monérgols) [31].

Satellite	Mission	Propulseur	Rapport de masses
Dawn (2007)	Sonde	Ionique	38,6% [22]
Astra 2A (1998)	Télécommunications	Chimique & Ionique	36,73% [2]
Pleiades 1A (2011)	Observation	Chimique	7,39% [24]

TABLE 2.1 – Comparaison des rapports masse liquide embarquée/masse totale au lancement

Les très hautes températures liées à ce type de propulsion, de la centaine au millier de degrés Celsius, imposent de fortes contraintes structurelles. Les moteurs-fusées des satellites utilisent des ergols liquides tandis que les boosters de lanceurs utilisent généralement des ergols solides (poudre). Les propulseurs à diergols génèrent davantage de poussée que ceux à monergols, toutefois ils sont plus complexes et moins robustes. Les propulseurs utilisés pour le contrôle d'attitude utilisent en général l'hydrazine N_2H_4 comme monergol, qui par décomposition au contact d'un catalyseur métallique d'iridium sur alumine produit de l'ammoniac NH_3 , du diazote N_2 et du dihydrogène H_2 .

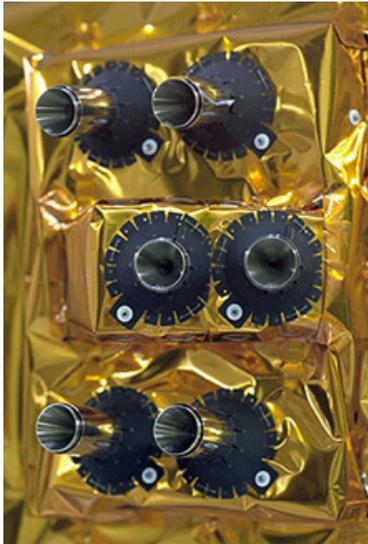
Les propulseurs électriques utilisent l'énergie électrique, fournie par les panneaux solaires ou un générateur thermoélectrique à radioisotope (e.g. *Cassini-Huygens* [20]), pour générer, accélérer puis éjecter un plasma (gaz chaud ionisé) [31]. Ce type de propulsion a un meilleur rendement que les propulseurs chimiques mais fournissent une poussée inférieure. Les propulseurs électriques sont ainsi utilisés pour des manœuvres d'attitude et orbitales, tandis que les moteurs-fusées restent très largement utilisés pour la mise en orbite, en particulier sur les derniers étages de lanceurs. Selon la méthode utilisée pour l'accélération du plasma, on distingue trois types de propulseurs électriques :

- **Propulseurs électrostatiques** : utilisent un champ électrostatique pour accélérer le plasma (force de Coulomb), e.g. *propulseurs à effet Hall* qui utilisent en général du xénon.
- **Propulseurs électrothermiques** : utilisent un champ électromagnétique pour générer le plasma qui est ensuite accéléré par une tuyère qui est soit solide soit générée par des champs électromagnétiques, e.g. *VASIMR* (argon ou xénon) ou *arject* (hydrazine ou ammoniac).
- **Propulseurs électromagnétiques** : utilisent la force de Lorentz pour accélérer le plasma, e.g. *propulseurs magnétoplasmodynamique* (e.a. xénon, neon, lithium, hydrazine).

Les différents carburants, et comburants, sont stockés sous forme liquide pour des raisons d'encombrement, nécessitant bien souvent de hautes pression et/ou des températures cryogéniques puisque la plupart sont à l'état gazeux à température et pression ambiantes.

La cryogénie est alors une nécessité pour certaines missions, que ce soit pour maintenir les ergols à l'état liquide ou pour refroidir les charges utiles et d'autres systèmes, e.g. les tuyères des moteurs principaux. Par exemple les photodétecteurs cryogéniques, pour des raisons de performances, doivent être opérés à des températures pouvant atteindre le dixième de degré Kelvin [19]. Garantir ces températures nécessite l'utilisation de systèmes réfrigérants complexes, qui peuvent être mécaniques (e.g. *pulse tube cooler*) ou bien reposer sur l'utilisation d'un fluide cryogénique comme les cryostats à hélium liquide superfluide (le liquide se comporte comme s'il n'avait pas de viscosité) [8]. C'est le cas du satellite *Herschel*, qui embarque un cryostat de 2400 L pour maintenir ses trois instruments scientifiques à des températures inférieures à 2 K [26] et qui peut donc être une source de ballonnement.

Finalement, différents liquides occupent donc une place centrale pour tous les satellites et sont sujets au ballonnement, qui représente parfois une source de perturbations non-négligeable.



(a) Platine de tuyères sur SPOT 5 [28]



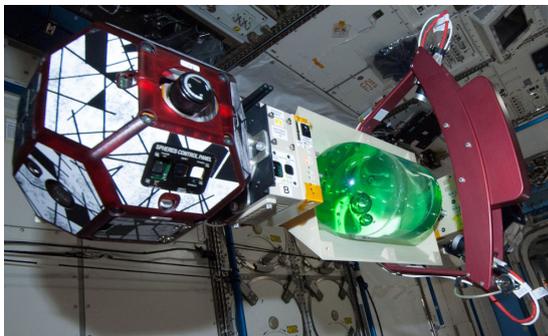
(b) Gridded ion thruster sur Deep Space 1 [30]

FIGURE 2.2 – Propulsions chimiques et électriques

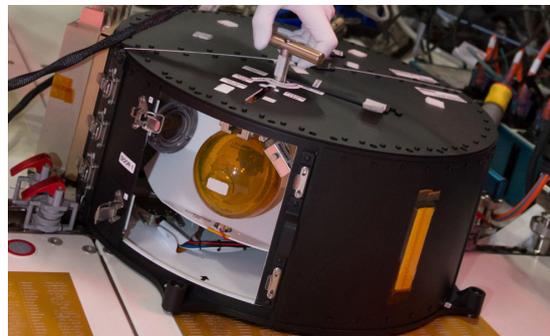
2.1.2 Études des ballottements d’ergols

Les ballottements d’ergols dans les engins spatiaux furent un sujet intensif de recherches aux débuts de l’ère spatiale (années 1960) [1], leur étude reposait alors sur des expressions analytiques dans des cas particuliers, des codes numériques relativement simples et des expériences en laboratoire. La principale difficulté était de pouvoir tenir compte des effets de l’impesanteur sur ce phénomène. Plus tard, l’évolution technologique a vu l’apparition de méthodes expérimentales ou numériques plus avancées pour y parvenir.

L’étude des ballottements, du fait de leur dynamique basse fréquence, nécessite de longues durées d’expérimentation en impesanteur qui ne sont pas atteignables sur Terre par les moyens usuels, e.g. les tours de chute libre (une dizaine de secondes d’impesanteur) [35] ou vol parabolique (une vingtaine de secondes d’impesanteur) [29]. Il faut donc étudier le phénomène *in-situ*, dans l’espace. La Station Spatiale Internationale (ISS) représente alors un formidable laboratoire spatial et accueille de nombreuses expériences, dont *SPHERES-Slosh* et *Fluidics* qui concernent l’étude du ballottement dans l’espace.



(a) SPHERES-Slosh ©NASA



(b) Fluidics ©CNES

FIGURE 2.3 – Expériences à bord de l’ISS

L'expérience SPHERES (*Synchronized Position Hold, Engage, Reorient, Experimental Satellites*) est une plateforme expérimentale de la NASA envoyée sur l'ISS en 2006. Elle consiste en trois robots polyédriques à 18 faces d'environ 21 cm de diamètre dont l'attitude et la position sont contrôlées par des propulseurs à dioxyde de carbone. Pour l'expérience SPHERES-Slosh [5] envoyée en 2014, deux robots sont attachés aux extrémités d'un cadre métallique auquel sont fixés un réservoir transparent contenant de l'eau colorée en vert, deux caméras et une centrale inertielle. L'ensemble peut alors reproduire différentes manœuvres d'attitude ou de translation pour étudier le ballonnement et ses effets sur la dynamique des engins spatiaux. Les résultats ont pu être comparés avec des simulations numériques [27].

L'expérience Fluidics [21] a été conçue par le CNES et Airbus Defence and Space avec l'objectif d'étudier à la fois le ballonnement d'ergols dans les réservoirs à faible nombre de Bond mais également le phénomène de turbulence d'ondes (mouvements désordonnés de la surface), l'impesance permettant de mettre en évidence la contribution de la tension de surface. Envoyée sur l'ISS en 2017 dans le cadre de la mission Proxima de l'Agence Spatiale Européenne (ESA), l'expérience consiste en une centrifugeuse basse vitesse qui entraîne un réservoir sphérique en polycarbonate interchangeable contenant un fluide aux propriétés (tension de surface, viscosité, mouillabilité etc.) proches des ergols utilisés pour la propulsion spatiale. Plusieurs réservoirs avec des taux de remplissage différents peuvent être utilisés. Un capteur d'efforts permet de mesurer les efforts perturbateurs résultants du ballonnement, et deux caméras permettent de visualiser le comportement du fluide. Les données expérimentales ont pu être comparées avec succès aux simulations du code DIVA de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse [6].

Projet conjoint entre l'ESA, la Netherlands Agency for Aerospace Programmes et l'Agence Spatiale Israélienne, le microsatellite SLOSHSAT-FLEVO (*Sloshsat Facility for Liquid Experimentation and Verification in Orbit*) est entièrement dédié à l'étude du ballonnement d'ergols [25]. Seul satellite du genre, c'est un cube de 90 cm de côté construit autour d'un réservoir de 87 L contenant 33,5 L d'eau purifiée. Un ensemble de 270 capteurs ont été placés sur les parois du réservoir pour mesurer l'épaisseur du fluide tandis que la température, la pression et l'accélération sont mesurées sur 17 points de contrôle. Le comportement du fluide est alors étudié lors de plusieurs manœuvres d'attitude et de translation. Lancé en 2005 et prévu pour une mission de 14 jours, une fuite de carburant a réduit la durée de vie du satellite à 8 jours pendant lesquels 56 h d'expérimentations ont eu lieu. Les fréquences et l'amortissement du ballonnement ont pu être extraites des données et confrontées aux simulations [34, 33].

Les expériences spatiales sont complexes et onéreuses, mais nécessaires pour recaler les modèles utilisés par les logiciels de Mécanique des Fluides Numériques (MFN). La MFN permet de simuler avec précision le ballonnement pour répondre au besoin de l'étude du comportement d'un engin spatial. Les codes MFN reposent sur la résolution des équations aux dérivées partielles de Navier-Stokes (cf. Section 3.2.1.1), qui décrivent la mécanique des fluides. Dans le cadre de l'étude du ballonnement ces équations sont couplées avec la dynamique du satellite. Plusieurs méthodes existent pour obtenir les résultats les plus précis possibles, ou pour optimiser le temps de calcul. Peu onéreux mais au coût calculatoire très lourd, ces codes permettent de reproduire des manœuvres d'attitude ou orbitales avec de nombreuses variations des paramètres et sont donc largement utilisés dans l'industrie ou l'académique. Certains de ces solveurs ont d'ailleurs été validés par des expériences, comme le logiciel DIVA de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse [6, 17] ou COMFLO de l'Université de Groningen [9].

2.2 Gestion du carburant et atténuation du ballonnement d’ergols

Différents moyens sont utilisés pour atténuer les effets du ballonnement, avec pour double objectif de minimiser leur impact sur le contrôle d’attitude, et d’alimenter correctement les propulseurs pendant leur utilisation. Afin de répondre à ces besoins, les réservoirs des satellites sont pourvus d’éléments internes qui reposent sur la pressurisation des réservoirs et la tension de surface des fluides stockés. La planification de la mission peut également tenir compte du ballonnement, en prévoyant par exemple une durée de tranquillisation entre une manœuvre d’attitude et une prise de vue.

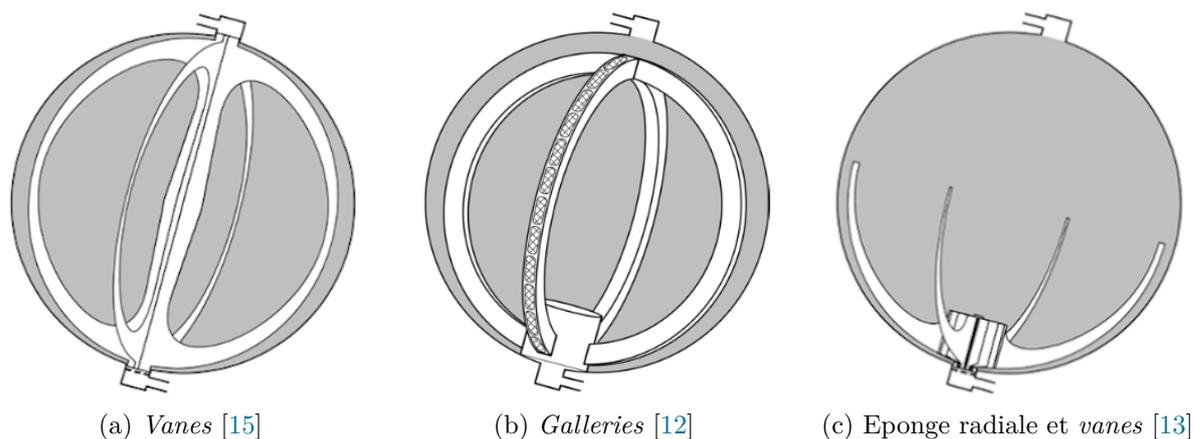
2.2.1 Structure interne des réservoirs

Pour assurer l’alimentation des propulseurs, les réservoirs sont pressurisés avec un gaz non-réactif compatible avec les ergols, comme l’hélium ou l’azote. La pressurisation peut s’effectuer à pression constante à l’aide d’un second réservoir communiquant avec le réservoir d’ergols, toutefois dans le cas de la propulsion à monergol la pressurisation est faite au sol et le gaz se détend au fur et à mesure que le volume de carburant diminue. Par exemple, la pression du réservoir de SPOT 5 a diminué de 22 à 5.5 bars au cours de sa mission [4]. Un système de régulation assure ensuite le contrôle de l’alimentation des tuyères, qui doit se faire sans présence de bulles de gaz dans les ergols au risque de compromettre la poussée.

Les dispositifs de gestion du carburant à tension de surface (*Surface Tension Propellant Management Devices*) utilisent la capillarité et la mouillabilité (capacité d’un fluide à s’étaler sur une surface) élevée des ergols pour assurer une alimentation sans bulles. Ce sont des structures métalliques fixes qui collectent puis acheminent les fluides (*communications devices*) vers des dispositifs de rétention capillaires ou des pièges (*control devices*). Faites de titane ou d’aluminium, elles sont légères et ne se dégradent pas au contact des ergols. L’absence de parties mobiles les rend particulièrement fiables. Ces dispositifs sont ainsi utilisés dans beaucoup de satellites et lanceurs (e.g. la plateforme de satellite géostationnaires HS601 [32]), que ce soit pour le carburant ou les fluides cryogéniques. Le dimensionnement de ces structures va dépendre du type de carburant utilisé, du taux de remplissage initial, des débits nécessaires et des accélérations que le réservoir va subir [18]. Pour profiter de leurs avantages respectifs, et assurer une alimentation en continu du carburant, différents types de dispositifs sont combinés au sein des réservoirs.

Parmi les différents types de structures, les plus communes sont :

- **Vanes** [15] : Ces structures fines et élancées sont conçues pour collecter le carburant partout dans le réservoir. En effet, après une manœuvre, le fluide n’est pas réparti de manière homogène. Un écoulement libre se fait alors le long des *vanes* sous l’action de la tension de surface jusqu’aux dispositifs de rétention. Légères, peu onéreuses et très fiables, elles ne supportent que de faibles accélérations et les débits de carburant sont limités.
- **Galleries** [12] : Similaires aux *vanes*, ces structures forment des canaux recouverts d’un matériau poreux qui prévient l’ingestion de bulles. Elles supportent des accélérations plus élevées et ont un débit plus grand que les *vanes*, mais sont plus lourdes et plus complexes.
- **Éponges** [13] : Ce sont des dispositifs de rétention du liquide constitués de lames entre lesquelles le fluide se positionne. Les plus communes sont les éponges radiales où les lames sont positionnées autour d’un tube central, la forme évasée des espaces inter-lames permet d’assurer un écoulement du fluide vers le tube tout en rejetant les bulles de gaz.
- **Pièges et Troughs** [14] : Ces dispositifs permettent de retenir un volume de carburant pour l’alimentation des propulseurs pendant les manœuvres fortement accélérées. Pour cela les pièges utilisent la tension de surface et les *troughs* la pression hydrostatique.



(a) Vanes [15]

(b) Galleries [12]

(c) Eponge radiale et vanes [13]

FIGURE 2.4 – Différents *Surface Tension Propellant Management Devices*

Les dispositifs d'expulsion positive (*Positive Expulsion Devices*) séparent le liquide du gaz et utilisent la pression pour expulser le liquide vers la sortie du réservoir [31, 16, 32]. Plus lourds et complexes que les *Surface Tension Propellant Management Devices*, ils sont également moins fiables puisqu'ils utilisent des systèmes mobiles ou déformables. Cependant ils préviennent l'ingestion de bulles et ont de bien meilleures performances d'expulsion.

Les plus courants sont :

- **Membranes (*diaphragm*)** : Une fine membrane déformable sépare les ergols du gaz. Souvent de forme hémisphérique, la membrane est maintenue par un anneau métallique soudé au réservoir. Elles doivent être assez souples pour s'adapter au remplissage du réservoir, mais assez rigides pour éviter la formation de plis qui sont sources d'usure et retiennent du liquide. Elles doivent être constituées d'un matériau compatible avec les ergols, pour éviter une détérioration de la membrane et une contamination du fluide. Les membranes sont généralement fabriquées dans un élastomère hyperélastique, dont l'épaisseur est de l'ordre du millimètre, et rigidifiées par des nervures. Des membranes en métal existent, mais sont plus lourdes et moins élastiques.
- **Poches (*bladders*)** : Ce sont des poches de faible épaisseur en élastomère contenant le liquide et scellées sur l'orifice de sortie du réservoir. D'autres conceptions utilisent des poches qui en se gonflant avec le gaz expulsent le liquide. Plus simple à installer que les membranes, elles forment plus de plis et sont plus difficiles à fabriquer que ces dernières.

D'autres dispositifs de type piston ou soufflets (*bellows*) existent, mais sont rarement utilisés.

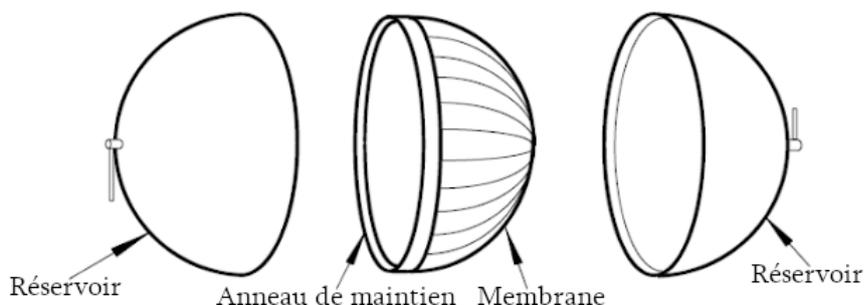


FIGURE 2.5 – Vue éclatée d'un réservoir sphérique à membrane [16]

Il est possible d'utiliser ces différentes structures au sein des réservoirs pour modifier avantageusement les caractéristiques du ballonnement [7, 23]. La compartimentation du réservoir permet de réduire l'amplitude du ballonnement, la quantité de fluide pouvant se déplacer au sein de chaque section étant réduite, et d'augmenter sa fréquence, parfois jusqu'à la déplacer au delà de la bande passante du contrôleur. L'utilisation de parois annulaires disposées le long du réservoir (*baffle rings*) permet d'augmenter l'amortissement et ainsi de raccourcir la durée de tranquillisation.

Toutes ces solutions passives capables de limiter les effets du ballonnement ajoutent de la masse et de la complexité aux réservoirs, ce qui augmente les coûts de manufacture et de lancement. Il est alors intéressant de prendre en compte le ballonnement dans le guidage et dans le contrôle du satellite pour réduire la masse et la complexité des réservoirs.

2.2.2 Prise en compte du ballonnement dans la planification de la mission

L'énergie du fluide est dissipée sous forme de chaleur, par viscosité, ou mécaniquement, par la plateforme. Il est alors possible d'introduire des périodes de tranquillisation après une manœuvre pour laisser le ballonnement se dissiper. Toutefois cette solution réduit nécessairement la disponibilité de la mission.

2.3 Conclusion

Nous avons mis en évidence que le ballonnement pouvait être géré de manière passive, soit par des dispositifs mécaniques ou structurels atténuateurs dans les réservoirs, soit en adaptant la programmation du satellite (phases de tranquillisation). Lorsque des contraintes de masse ou de disponibilité mission sont fortes et que ces solutions atteignent leurs limites, il est possible de compenser cette perturbation par une boucle d'asservissement actif (cf. chapitre 1). Afin de mettre en œuvre une telle méthode, il est nécessaire de comprendre le ballonnement et d'en faire une modélisation adaptée aux différents usages (e.g. simulations précises, prototypage ou synthèse de contrôleurs). La partie suivante de ce manuscrit traite de ce sujet délicat.

Références

- [1] H. ABRAMSON et al. *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers, With Applications to Space Vehicle Technology (NASA SP-106)*. Rapp. tech. 1966 (cf. p. 15, 19).
- [2] *Astra 2A characteristics*. SatBeams Website, <https://www.satbeams.com/satellites?norad=25462>. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 17).
- [3] H.-J. BUTT, K. GRAF et M. KAPPL. *Physics and chemistry of interfaces*. John Wiley & Sons, 2013 (cf. p. 16).
- [4] A. CADIOU, F. DARNON, D. DILHAN et al. *Techniques et Technologies des Véhicules Spatiaux - Module XI. Propulsion*. CNES, 2017 (cf. p. 21).
- [5] S. CHINTALAPATI, C. HOLICKER, R. SCHULMAN et al. "Design of an experimental platform for acquisition of liquid slosh data aboard the International Space Station". In : *48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. 2012, p. 4297 (cf. p. 20).
- [6] A. DALMON, M. LEPILLIEZ, S. TANGUY et al. "Direct numerical simulation of a bubble motion in a spherical tank under external forces and microgravity conditions". In : *Journal of Fluid Mechanics* 849 (2018), p. 467-497 (cf. p. 20).

- [7] F. DODGE et al. *The new "Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers"*. S.W. Research Inst. San Antonio, TX, 2000 (cf. p. 15, 23).
- [8] L. DUBAND. "Space cryocooler developments". In : *Physics Procedia* 67 (2015), p. 1-10 (cf. p. 17).
- [9] J. GERRITS et A. VELDMAN. "Dynamics of liquid-filled spacecraft". In : *Journal of Engineering Mathematics* 45.1 (2003), p. 21-38 (cf. p. 20).
- [10] E. HOFFMAN, W. EBERT, M. FEMIANO et al. "The NEAR rendezvous burn anomaly of December 1998". In : *Applied Physics Laboratory, Johns Hopkins University* (1999) (cf. p. 16).
- [11] R. IBRAHIM. *Liquid Sloshing Dynamics : Theory and Applications*. Cambridge University Press, 2005 (cf. p. 15).
- [12] D. JAEKLE Jr. "Propellant management device conceptual design and analysis-Galleries". In : *33rd Joint Propulsion Conference and Exhibit*. 1997 (cf. p. 21-22).
- [13] D. JAEKLE Jr. "Propellant management device conceptual design and analysis-Sponges". In : *29th Joint Propulsion Conference and Exhibit*. 1993 (cf. p. 21-22).
- [14] D. JAEKLE Jr. "Propellant management device conceptual design and analysis-Traps and Troughs". In : *31st Joint Propulsion Conference and Exhibit*. 1995 (cf. p. 21).
- [15] D. JAEKLE Jr. "Propellant management device conceptual design and analysis-Vanes". In : *27th Joint Propulsion Conference and Exhibit*. 1991 (cf. p. 21-22).
- [16] G. LAPILLI, B. WISE et D. GUTIERREZ H. and Kirk. "Characterization of elastomeric diaphragm motion within a spacecraft propellant tank". In : *51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. 2015, p. 4075 (cf. p. 22).
- [17] M. LEPILLIEZ. "Simulation numérique des ballotements d'ergols dans les réservoirs de satellites en microgravité et à faible nombre de Bond". Thèse de doct. Université Paul Sabatier, 2015 (cf. p. 20).
- [18] W. LEY, K. WITTMANN et W. HALLMANN. *Handbook of space technology*. John Wiley & Sons, 2009 (cf. p. 21).
- [19] M. LINDER et al. "Cryogenics in Space-A review of the missions and technologies". In : *ESA bulletin* 107 (2001), p. 92-105 (cf. p. 17).
- [20] M. MELTZER. *The Cassini-Huygens visit to Saturn : an historic mission to the ringed planet*. Springer, 2015 (cf. p. 17).
- [21] J. MIGNOT et al. "Fluid dynamics in space experiment". In : IAC. 2017 (cf. p. 20).
- [22] NASA PRESS KIT. *Dawn Launch - Mission to Vesta and Ceres*. 2007 (cf. p. 17).
- [23] *NASA Space Vehicle Design Criteria (structures) : Slosh Suppression (NASA SP-8031)*. Rapp. tech. 1969 (cf. p. 23).
- [24] *Pleiades 1A characteristics*. Site web CNES, <https://pleiades.cnes.fr/fr/pleiades/en-resume/accueil>. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 17).
- [25] J. PRINS. *SLOSHSAT FLEVO - Description of the mini satellite*. Citeseer, 2000 (cf. p. 20).
- [26] J.-M. REIX, T. PASSVOGEL, G. CRONE et al. "The Herschel/Planck programme, technical challenges for two science missions, successfully launched". In : *Acta Astronautica* 66.1-2 (2010), p. 130-148 (cf. p. 17).
- [27] "Results of microgravity fluid dynamics captured with the SPHERES-Slosh experiment". In : *International Astronautical Congress*. 2015 (cf. p. 20).

- [28] *Satellite SPOT 5*. Site web CNES, <http://spot5.cnes.fr/satellite/482.htm>. Consulté le : 23-07-2019 (cf. p. 19).
- [29] *Scientific research flights*. Air Zero G Website, <https://www.airzerog.com/scientific-research-services/>. Consulté le : 25-07-2019 (cf. p. 19).
- [30] *Sonde Deep Space 1*. NASA Website, <https://apod.nasa.gov/apod/ap981203.html>. Consulté le : 23-07-2019 (cf. p. 19).
- [31] G. P. SUTTON et O. BIBLARZ. *Rocket propulsion elements*. John Wiley & Sons, 2016 (cf. p. 17, 22).
- [32] W. TAM et D. JAEKLE. “Review and History of ATK Space Systems Surface Tension PMD Tanks”. In : *Space Propulsion 2018 Proc.* 2018 (cf. p. 21-22).
- [33] A. VELDMAN, J. GERRITS, R. LUPPES et al. “The numerical simulation of liquid sloshing on board spacecraft”. In : *Journal of Computational Physics* 224.1 (2007), p. 82-99 (cf. p. 20).
- [34] J. VREEBURG. “Measured states of Slososat FLEVO”. In : (2005) (cf. p. 20).
- [35] *Zero Gravity Research Facility*. NASA Website, <https://www1.grc.nasa.gov/facilities/zero-g/>. Consulté le : 25-07-2019 (cf. p. 19).

Partie II

Modélisation du ballottage d'ergols

“Fluid mechanics is a part of applied mathematics, of physics, of many branches of engineering, certainly civil, mechanical, chemical, and aeronautical engineering, and of naval architecture and geophysics, with astrophysics and biological and physiological fluid dynamics to be added.”

— Sydney Goldstein (1969)

3

Présentation et analyse des modèles usuels de ballottement d’ergols

Sommaire

3.1	Classification des modèles	29
3.2	Modèles de ballottement	31
3.2.1	Équations aux dérivées partielles	31
3.2.1.1	Équations de Navier-Stokes	31
3.2.1.2	Équations d’Euler	33
3.2.1.3	Équations des écoulements en eau peu profonde (<i>shallow water</i>)	33
3.2.2	Méthode <i>Smoothed-Particle Hydrodynamics</i>	33
3.2.3	Modèles Mécaniques Équivalents	34
3.3	Justification d’un nouveau modèle et cahier des charges	36
	Références	36

Afin d’étudier tout phénomène d’un point de vue scientifique, dans notre cas le ballottement dans les réservoirs des engins spatiaux, il est nécessaire de modéliser ce dernier de façon mathématique. Tout modèle ne représente qu’une approximation de la réalité, et selon l’utilisation qui sera faite de ce modèle, il est judicieux de trouver le meilleur compromis entre la complexité et la représentativité de celui-ci. Dans ce chapitre, nous présentons tout d’abord une classification des modèles en fonction de leur utilisation. Ensuite nous nous intéressons aux modèles usuels du ballottement et mettons en lumière leurs avantages et inconvénients respectifs.

3.1 Classification des modèles

Dans le cadre du développement et de la validation du système GNC, les ingénieurs sont amenés à utiliser des modèles de simulation, de synthèse de contrôleurs et de synthèse d’observateurs, répondant à un besoin spécifique [14].

Le **modèle de simulation** est celui qui représente de la manière la plus précise le système. Dans le cas d’un engin spatial, ce modèle inclut sa dynamique sur les six degrés de liberté avec ses actionneurs, ses capteurs et les perturbations, externes et internes, qui l’affectent. Un modèle de simulation permet de reproduire fidèlement la réponse temporelle du système, par exemple à des fins de validation de la boucle GNC. On peut ainsi considérer différents scénarios de pannes, configurations d’actionneurs ou de capteurs, différents environnements (e.g. pour les sondes spatiales). Ce sont toutefois des modèles à la complexité élevée, nécessitant parfois des moyens de calculs puissants et un long temps d’exécution. Dans le contexte du ballottement de carburant lors des manœuvres d’attitude des engins spatiaux, le comportement du fluide est simulé par un logiciel de Mécanique des Fluides Numériques complexe et coûteux en temps de calcul.

Des études récentes montrent la résolution précise de ces équations; par exemple par les codes de Mécanique des Fluides Numériques (MFN) DIVA (Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse) [21, 10] et COMFLO (Université de Groningen) [16, 35] qui ont pu être validés par des expériences in-situ, respectivement FLUIDICS [25] et Sloshsat-FLEVO [27]. Toutefois ces calculs sont très longs à être effectués, ce qui rend difficile leur implémentation au sein d'une boucle fermée avec le système de contrôle d'attitude (SCA) tel que décrit par la figure 3.1; où θ est l'attitude, Ω la vitesse angulaire, $\dot{\Omega}$ l'accélération angulaire, Γ_C le couple de contrôle réalisé par les actionneurs, Γ_B le moment des efforts de ballottement (les indices r et m distinguent les variables de référence et mesurées).

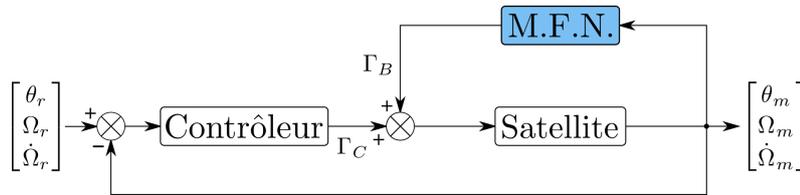


FIGURE 3.1 – Schéma bloc du système avec code MFN en boucle fermée

Pour éviter le problème des temps de calculs, il est possible d'utiliser des résultats de simulation en boucle ouverte (cf. figure 3.2). Dans cette configuration on peut faire la simulation des ballottements hors ligne, le profil de guidage étant connu par ailleurs, et introduire le couple perturbateur comme une entrée externe sur le simulateur SCAO. Comme il n'y a plus d'interaction entre le système et le code de MFN, l'implémentation est facilitée et les simulations du SCAO plus rapides. Toutefois les résultats ne sont valides que lorsque la manœuvre est proche du profil de guidage, ce qui requiert que le satellite réponde de manière favorable aux perturbations.

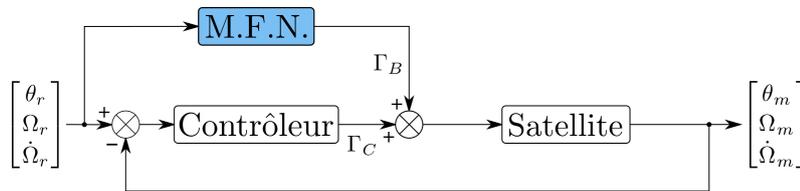


FIGURE 3.2 – Schéma bloc du système avec code MFN en boucle ouverte

Le **modèle de synthèse de contrôleurs** est issu d'une simplification du modèle de simulation. Généralement obtenu par linéarisation autour d'un point de fonctionnement, ce modèle dynamique peut être représenté par une fonction de transfert et/ou une représentation d'état. Il sert alors à calculer un contrôleur, statique ou dynamique, dont le but est d'assurer la stabilité du système et un suivi de consigne respectant un cahier des charges de performances. Le logiciel de mécanique des fluides est généralement remplacé par un Modèle Mécanique Équivalent plus simple dont donnera des exemples dans ce chapitre, l'objectif étant d'obtenir un modèle global compatible des outils existants pour la synthèse de correcteurs (linéaires ou non-linéaires). Le modèle ainsi obtenu peut aisément être utilisé en boucle fermée avec le SCA, en tenant compte de l'interaction avec le reste du système (cf. figure 3.3).

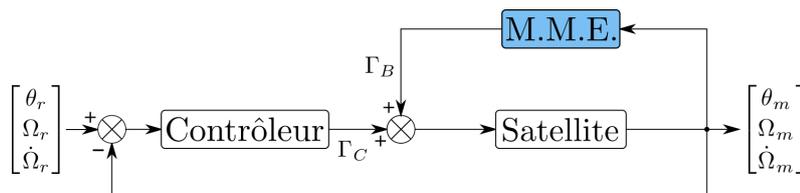


FIGURE 3.3 – Schéma bloc du système avec un modèle simplifié (e.g. MME) en boucle fermée

Enfin, le [modèle de synthèse d'observateurs et de filtres](#), qui est également une simplification du modèle de simulation, diffère généralement du modèle de synthèse de contrôleurs pour répondre aux besoins spécifiques posés par le problème de l'observation et du filtrage. Il inclut une modélisation précise des capteurs et des systèmes de navigation, avec leurs biais et bruits.

Considérant notre objectif d'améliorer le contrôle d'attitude des satellites en présence de ballottement, nous nous concentrerons sur les modèles de synthèse de contrôleurs dans la suite de ce chapitre.

3.2 Modèles de ballottement

Les modèles de ballottement généralement utilisés pour la simulation de fluides sont, du plus complexe au plus simple, les équations aux dérivées partielles résolues par Mécanique des Fluides Numérique, la discrétisation en éléments discrets telles que la Smoothed Particle Hydrodynamics et la représentation par des Modèles Mécaniques Équivalents.

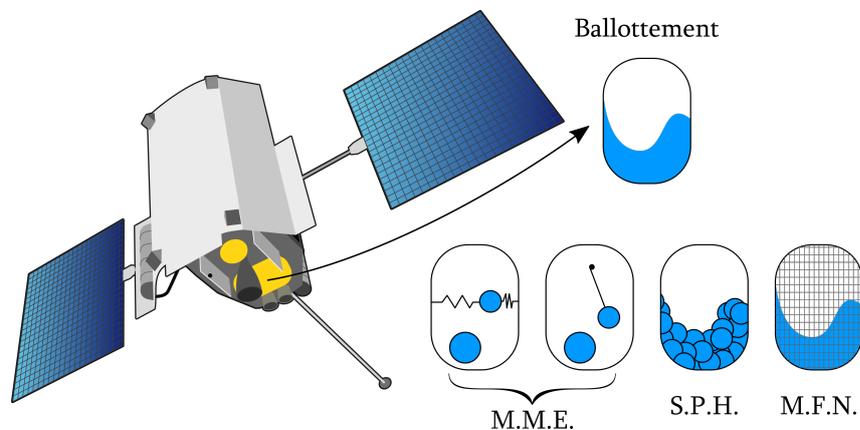


FIGURE 3.4 – Illustration des modèles de ballottement (inspiré par [24])

3.2.1 Équations aux dérivées partielles

3.2.1.1 Équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes sont un ensemble d'équations aux dérivées partielles non-linéaires qui permettent de décrire l'évolution temporelle des variables descriptives des fluides newtoniens (gaz et une grande partie des liquides) en chaque point de leur volume. Elles consistent en trois équations de conservation (masse, quantité de mouvement et énergie) et des équations d'état pour fermer le système (avoir autant d'équations que d'inconnues). On pourra se référer au livre [20] pour le détail de ces équations. La résolution de ces équations repose sur la discrétisation spatiale du volume d'évolution du fluide (ici le réservoir) au moyen de maillages plus ou moins complexes, voire adaptatifs pour raffiner les calculs dans les régions d'intérêts (comme les chocs).

On rappelle que le ballottement est un problème d'écoulement diphasique, avec le carburant liquide et le gaz de pressurisation, et il faut donc résoudre ces équations pour chacune des deux phases en tenant compte de leur interface. Dans le cas de réservoirs à membrane il faut tenir compte de la déformation de celle-ci et de son influence sur les fluides au moyen d'équations de mécanique des matériaux déformables [10], ce qui complexifie d'autant plus le problème.

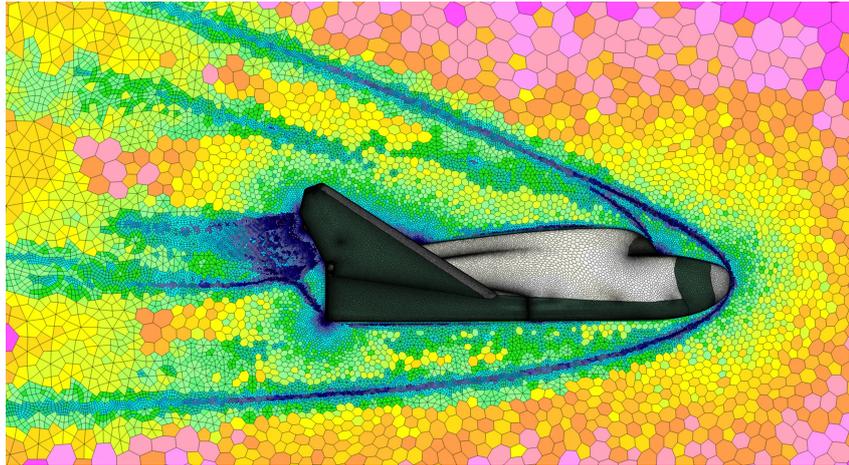


FIGURE 3.5 – Simulation de la rentrée atmosphérique du véhicule HL-20 par le logiciel Simcenter STAR-CCM+ [31]

Selon les applications, telle que la mécanique des fluides en microgravité, il est nécessaire de tenir compte de la tension de surface dans les équations. Celle-ci intervient en tant que condition aux limites à l'interface gaz-liquide pour le calcul du saut de pression et à l'interface triple gaz-liquide-réservoir pour le calcul de l'angle de contact. La détermination du saut de pression nécessite de connaître la courbure moyenne de l'interface, et donc de suivre l'évolution de la surface libre, soit un suivi lagrangien avec déformation de maillage [19], soit l'utilisation d'une fonction *level-set* [22].

Les équations de Navier-Stokes permettent donc d'obtenir un modèle de simulation très évolué, toutefois sa complexité ne permet pas d'en faire un modèle de synthèse approprié. Bien qu'il existe des méthodes de contrôle pour les équations aux dérivées partielles [33, 2], ces dernières se limitent à des équations relativement simples (notamment linéaires) et nécessitent une discrétisation. Même sans tenir compte de la complexité apportée par la prise en compte de la tension de surface, cette discrétisation entraînerait de toute manière un système avec un nombre d'états bien trop grand pour la synthèse d'un contrôleur et pour les filtres de navigation sur un ordinateur embarqué. L'estimation des états liés au fluide serait également problématique puisqu'ils ne seraient probablement pas tous observables et encore moins contrôlables.

Ces équations permettent cependant de mettre en évidence les principaux paramètres dont vont dépendre les efforts exercés par le fluide sur le réservoir, obtenus par intégration surfacique des efforts de pression et de viscosité le long des parois [15] :

- Le taux de remplissage du satellite, avec un pire cas se situant généralement autour de 50%, le fluide peut alors se mouvoir assez librement tout en ayant assez de masse pour avoir un impact certain sur la dynamique du satellite ;
- Les propriétés du liquide, e.g. densité, viscosité, tension de surface
- La géométrie du réservoir, qui comme on l'a vu au Chapitre 2 affecte la fréquence et l'amortissement de la dynamique du carburant ;
- La position du réservoir au sein du satellite, pour les bras de levier des efforts ;
- Le champ de gravité, qui agit comme un effort extérieur sur le fluide ;
- La vitesse et l'accélération angulaires du satellite, qui déterminent les efforts inertiels agissant sur le fluide [9, 21]

3.2.1.2 Équations d’Euler

Les **équations d’Euler** sont une simplification des équations de Navier-Stokes pour les fluides à viscosité nulle [20]. Les désavantages de leur utilisation pour un modèle de synthèse sont les mêmes que ceux des équations de Navier-Stokes. Ces équations ont pu être écrites sous la forme d’un Système Hamiltonien à Ports d’Interaction [34, 12], dont le formalisme a été utilisé pour la modélisation et le contrôle de systèmes couplés fluide-structure simples (voir Section 3.2.1.3) [7]. Le contrôle des équations d’Euler reste un problème particulièrement difficile, même en négligeant la tension de surface.

3.2.1.3 Équations des écoulements en eau peu profonde (*shallow water*)

Les **équations des écoulements en eau peu profonde** (*shallow water* en anglais) sont obtenues en faisant la moyenne des équations de Navier-Stokes sur la verticale par intégration entre le fond et la surface libre sous les hypothèses de pression hydrostatique, de faible profondeur (i.e. dimension caractéristique verticale très inférieures aux autres dimensions caractéristiques) et de fluide incompressible. Les équations de Barré de Saint-Venant sont la variante monodimensionnelle et non-visqueuse de ces équations.

Les hypothèses utilisées ne permettent donc pas d’utiliser ce type de modèle dans le cadre d’une modélisation du ballonnement pendant les manœuvres d’attitude. Nous le mentionnons toutefois pour l’intérêt des travaux effectués sur le thème des systèmes couplés fluide-structure (e.g. [26, 8]). En particulier F. L. Cardoso-Ribeiro ([6]) a proposé une formulation des équations en eau peu profonde par le formalisme des Systèmes Hamiltoniens à Ports d’Interaction [12], une discrétisation de cette formulation par des méthodes pseudo-spectrales conservant la puissance, et un contrôleur du ballonnement basé sur la passivité (*damping injection*).

3.2.2 Méthode *Smoothed-Particle Hydrodynamics*

La *Smoothed-Particle Hydrodynamics* est une méthode utilisée pour la simulation des milieux continus qui consiste en leur discrétisation en éléments discrets appelés *particules*. C’est une méthode lagrangienne (les particules sont suivies individuellement) sans maillage du volume. Elle a été développée initialement pour des problèmes d’astrophysique (e.g. formation de galaxies, collisions stellaires, cf. figure 3.6) [17, 23] puis généralisée à d’autres domaines, notamment la mécanique des fluides [36].

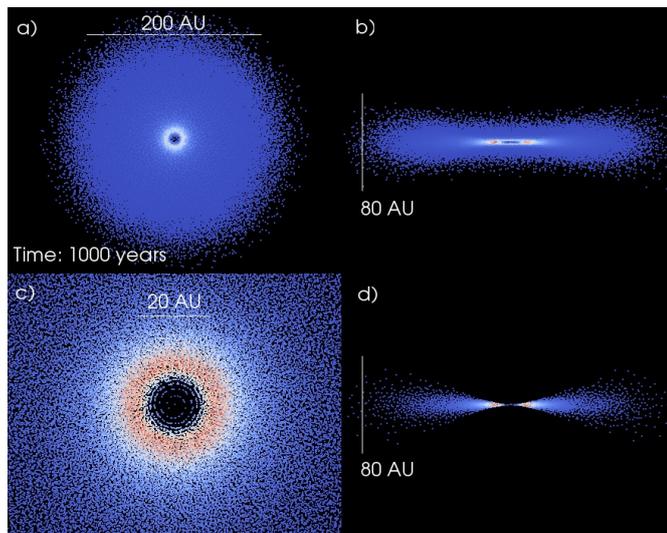


FIGURE 3.6 – Simulation d’un disque protoplanétaire par S.P.H. [30]

La continuité du fluide et de ses propriétés (e.g. champ de vitesse, densité, pression) est obtenue par interpolation en reposant sur la convolution par une fonction noyau (*kernel function* en anglais). Ainsi la valeur d'une fonction en un point est donnée par la moyenne pondérée des observations dans un voisinage proche. La fonction noyau détermine la pondération, elle est telle que plus les observations sont proches du point d'intérêt et plus elles sont importantes. Les fonctions noyaux les plus utilisées sont les fonctions Gaussiennes (illustré par la figure 3.7).

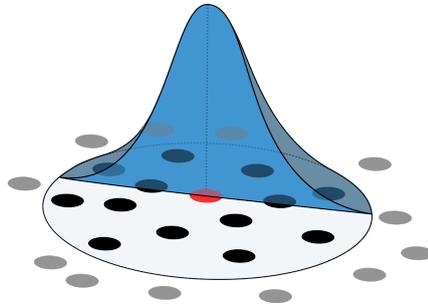


FIGURE 3.7 – Schéma d'une convolution par une fonction noyau de type gaussienne

L'avantage principal de cette méthode est qu'elle permet d'obtenir des systèmes de dimension finie, sur lesquels portent les techniques de contrôle usuelles. De plus il est possible de prendre en compte les effets de la tension de surface [4]. Toutefois, il est difficile de tenir compte des parois des réservoirs puisque du fait de ces frontières il est nécessaire de tronquer le support de convolution. La méthode la plus traditionnelle pour décrire l'influence des parois repose sur l'introduction de *ghost particles* au delà de celles-ci et dont les propriétés sont imposées. Comme pour les équations de Navier-Stokes, les efforts issus du ballottement sont obtenus par intégration surfacique des efforts de pression et de viscosité sur les parois du réservoir, ce qui nécessite de reconstruire le champ de pression et de vitesse sur les parois et donc d'effectuer des calculs complexes résultant en des expressions non-linéaires, même dans l'éventualité où l'intégrale serait discrétisée. Enfin, même si le système est de dimension finie, il devra être de grande dimension pour être représentatif (de 50 à 100 particules sur le diamètre du réservoir). A titre d'exemple, les simulations les plus réalistes utilisent des millions de particules, ce qui nécessite de longs calculs. Comme pour les équations de Navier-Stokes, cette modélisation n'est pas adaptée pour la synthèse, mais pour la simulation. On pourra se référer au livre [36] pour comprendre les avantages et inconvénients de la *Smoothed-Particle Hydrodynamics* en comparaison de la résolution numérique des équations de Navier-Stokes.

3.2.3 Modèles Mécaniques Équivalents

En s'appuyant sur le fait que le ballottement est un phénomène pseudo-périodique, les **Modèles Mécaniques Équivalents** (MME) représentent le comportement du fluide par le biais de systèmes mécaniques oscillants, notamment les pendules et les systèmes masses-ressorts [1, 11]. Cette modélisation est très largement utilisée dans la communauté spatiale depuis la fin des années 1960, et on peut par exemple citer son utilisation dans le cadre de la mission Cassini pour identifier les interactions entre le ballottement de carburant et le contrôle d'attitude [13].

Les représentations les plus communément utilisées sont les pendules et les systèmes masses-ressorts. Ces deux descriptions sont équivalentes et permettent d'obtenir les mêmes efforts de ballottement. Les pendules ont cependant l'avantage d'avoir une fréquence propre qui dépend directement de l'accélération de l'engin spatial. Pour passer de l'un à l'autre des modèles, il suffira d'écrire judicieusement la constante de raideur du ressort en fonction de la longueur du pendule et de la valeur de l'accélération.

Chaque pendule ou masse-ressort représente la contribution d'un mode de ballonnement, tandis qu'une masse fixe associée à une matrice d'inertie représente la partie du fluide qui ne contribue pas au ballonnement. Selon l'application, on pourra utiliser des variations autour de ces modèles pendule et masse-ressort, par exemples des masses ponctuelles contraintes d'évoluer le long de courbes [3, 32].

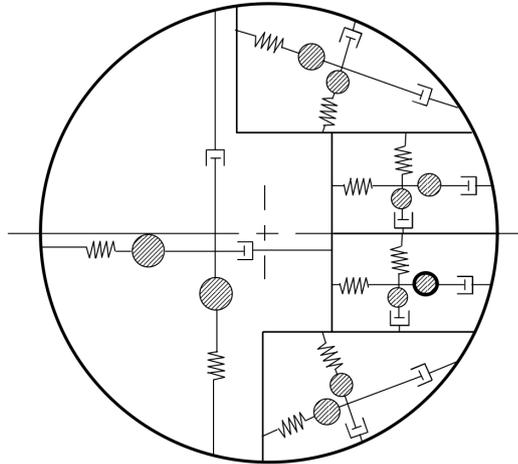


FIGURE 3.8 – MME pour un prototype d'étage modifié S-IVB de fusée Saturn V [11]

Dans certains cas très particuliers il est possible d'obtenir des expressions analytiques des paramètres mécaniques en faisant les hypothèses suivantes [11] :

- Réservoirs axisymétriques,
- Ballonnement latéral uniquement,
- Fluide irrotationnel non-visqueux,
- Composantes du champ de vitesse du fluide suffisamment faibles pour que les termes quadratiques et d'ordres supérieurs soient négligés devant les termes linéaires,
- Mouvement linéaire du fluide, i.e. l'amplitude du ballonnement est supposée linéairement proportionnelle à l'amplitude du mouvement du réservoir et les fréquences propres ne dépendent pas de l'amplitude,
- Accélération selon l'axe de symétrie du réservoir.

On constate que ces hypothèses sont assez restrictives, et que l'utilisation des expressions analytiques n'est pas adaptée à notre cas d'étude. On utilise alors des expériences ou des simulations numériques pour pouvoir identifier les paramètres du modèle de ballonnement. Comme nous l'avons vu au Chapitre 2, les expériences représentatives de l'environnement de microgravité sont difficiles à réaliser. Les simulations numériques, reposant sur les modèles évoqués précédemment, permettent d'obtenir les données nécessaires à l'identification des paramètres [13, 29]. On remarquera toutefois que le document [11] propose également des corrections pour tenir compte des non-linéarités ainsi qu'un modèle de pendule conique pour le *rotational sloshing*.

A partir des Modèles Mécaniques Équivalents, il est possible de faire la synthèse de contrôleurs en utilisant diverses méthodes de contrôle linéaire ou non-linéaire. Il a ainsi été proposé des correcteurs par retour d'état basés sur la stabilité au sens de Lyapunov pour des engins spatiaux à taux de remplissage constant [28] ou variant dans le temps [18], ces travaux considèrent toutefois que les paramètres sont parfaitement connus.

Les paramètres de ces modèles sont constants ou dépendent uniquement de l'accélération linéaire (considérée comme une "gravité artificielle" agissant sur les pendules). En particulier les paramètres ne dépendent pas des efforts inertiels, et donc de la manœuvre effectuée par l'engin spatial. Or il a été montré que la réponse du fluide dans le cas de manœuvres d'attitude est largement influencée par la vitesse et l'accélération [10, 21, 5].

Les Modèles Mécaniques Équivalents sont donc un modèle simple, efficace dans le cadre de leurs hypothèses et facilement généralisable qui représente un excellent point de départ pour développer un modèle plus général ou abstrait, et qui tient compte de la variabilité des caractéristiques dynamiques du ballonnement.

3.3 Justification d'un nouveau modèle et cahier des charges

Les modèles présentés dans ce chapitre sont soit trop complexes pour être utilisés à des fins de synthèse de contrôleurs ou d'observateurs (équations aux dérivées partielles et Smoothed-Particle Hydrodynamics), soit ne tiennent pas compte de l'influence du mouvement du satellite sur la dynamique des efforts de ballonnement. Une première idée est de considérer que les paramètres sont constants mais incertains et qu'ils évoluent dans une enveloppe qu'il est possible d'identifier par simulations numérique. Cette solution requiert toutefois que le contrôleur soit robuste à ces incertitudes, et selon la taille du domaine de variation des paramètres il pourrait en résulter une dégradation des performances ou des difficultés de synthèse. Une autre solution est de faire l'identification d'une fonction de transfert généralisée pour des points de fonctionnements [5]. Il est alors nécessaire d'interpoler les modèles en ligne sur le calculateur de bord, dont la puissance est généralement limitée, et l'ordre obtenu est supérieurs aux MME (de 6 à 9 dans [5]) ce qui complexifie (relativement) la synthèse, l'implémentation et la simulation.

Ces éléments justifient l'intérêt de développer un nouveau modèle de ballonnement, pour lequel nous définissons le cahier des charges suivant :

- Dimension finie,
- Adapté à la synthèse de contrôleurs, et donc compatible avec les méthodes de contrôle modernes,
- Structure simple (ordre réduit) pour faciliter l'identification, la synthèse et l'implémentation au sein d'un modèle de satellite,
- Représentatif du comportement dynamique du ballonnement tout au long de la manœuvre d'attitude pour au moins un profil de guidage donné.

Références

- [1] H. ABRAMSON et al. *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers, With Applications to Space Vehicle Technology (NASA SP-106)*. Rapp. tech. 1966 (cf. p. 34).
- [2] F. ALABAU-BOUSSOIRA et al. *Control of Partial Differential Equations : Cetraro, Italy 2010, Editors : Piermarco Cannarsa, Jean-Michel Coron*. T. 2048. Springer, 2012 (cf. p. 32).
- [3] R. BERRY et J. TEGART. *Experimental study of transient liquid motion in orbiting spacecraft (NASA-CR-144003)*. Rapp. tech. 1975 (cf. p. 35).
- [4] T. BREINLINGER et al. "Surface tension and wetting effects with smoothed particle hydrodynamics". In : *Journal of Computational Physics* 243 (2013), p. 14-27 (cf. p. 34).

- [5] R. BUROW. *Identification of liquid sloshing dynamics by CFD analysis on board of a spin stabilized satellite (MSc thesis)*. 2016 (cf. p. 36).
- [6] F. L. CARDOSO RIBEIRO. “Port-Hamiltonian modeling and control of a fluid-structure system : Application to sloshing phenomena in a moving container coupled to a flexible structure”. Thèse de doct. “Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace”, 2016 (cf. p. 33).
- [7] F. L. CARDOSO-RIBEIRO, D. MATIGNON et V. POMMIER-BUDINGER. “A port-Hamiltonian model of liquid sloshing in moving containers and application to a fluid-structure system”. In : *Journal of Fluids and Structures* 69 (2017), p. 402-427 (cf. p. 33).
- [8] J.-M. CORON, B. D’ANDRÉA-NOVEL et G. BASTIA. “A Lyapunov approach to control irrigation canals modeled by Saint-Venant equations”. In : *1999 European control conference (ECC)*. IEEE. 1999, p. 3178-3183 (cf. p. 33).
- [9] A. DALMON, M. LEPILLIEZ, S. TANGUY et al. “Direct numerical simulation of a bubble motion in a spherical tank under external forces and microgravity conditions”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 849 (2018), p. 467-497 (cf. p. 32).
- [10] A. DALMON. “Simulation numérique du ballottement d’ergol et modélisation de l’interaction fluides-membrane dans un réservoir de satellite”. Thèse de doct. 2018 (cf. p. 30-31, 36).
- [11] F. DODGE et al. *The new “Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers”*. S.W. Research Inst. San Antonio, TX, 2000 (cf. p. 34-35).
- [12] V. DUINDAM et al. *Modeling and control of complex physical systems : the port-Hamiltonian approach*. Springer, 2009 (cf. p. 33).
- [13] P. ENRIGHT et E. WONG. *Propellant Slosh Models for the Cassini Spacecraft*. Rapp. tech. Jet Propulsion Laboratory, Caltech, 1994 (cf. p. 34-35).
- [14] T. I. FOSSEN. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. John Wiley & Sons, 2011 (cf. p. 29).
- [15] J. GERRITS. “Dynamics of Liquid-Filled Spacecraft - Numerical Simulation of Coupled Solid-Liquid Dynamics”. Thèse de doct. Rijks Universiteit Groningen, 2001 (cf. p. 32).
- [16] J. GERRITS et A. VELDMAN. “Dynamics of liquid-filled spacecraft”. In : *Journal of Engineering Mathematics* 45.1 (2003), p. 21-38 (cf. p. 30).
- [17] R. A. GINGOLD et J. J. MONAGHAN. “Smoothed particle hydrodynamics : theory and application to non-spherical stars”. In : *Monthly notices of the royal astronomical society* 181.3 (1977), p. 375-389 (cf. p. 33).
- [18] J. HERVAS et M. REYHANOGLU. “Control of a spacecraft with time-varying propellant slosh parameters”. In : *ICCAS 2012*. IEEE. 2012, p. 1621-1626 (cf. p. 35).
- [19] M. EL-KAMALI. “Ballottement des Liquides avec Tension Superficielle : Etudes Statique et Dynamique”. Thèse de doct. Conservatoire National des Arts et Métiers, 2010 (cf. p. 32).
- [20] L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ. *Course of Theoretical Physics - Fluid Mechanics*. T. 6. Butterworth-Heinemann, 1987 (cf. p. 31, 33).
- [21] M. LEPILLIEZ. “Simulation numérique des ballottements d’ergols dans les réservoirs de satellites en microgravité et à faible nombre de Bond”. Thèse de doct. Université Paul Sabatier, 2015 (cf. p. 30, 32, 36).
- [22] M. LEPILLIEZ et al. “On two-phase flow solvers in irregular domains with contact line”. In : *Journal of Computational Physics* 321 (2016), p. 1217-1251 (cf. p. 32).

- [23] L. B. LUCY. “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis”. In : *The astronomical journal* 82 (1977), p. 1013-1024 (cf. p. 33).
- [24] *Messenger 3D model*. <https://nasa3d.arc.nasa.gov/detail/eoss-messenger>. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 31).
- [25] J. MIGNOT et al. “Fluid dynamics in space experiment”. In : IAC. 2017 (cf. p. 30).
- [26] N. PETIT et P. ROUCHON. “Dynamics and solutions to some control problems for water-tank systems”. In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 47.4 (2002), p. 594-609 (cf. p. 33).
- [27] J. PRINS. *SLOSHSAT FLEVO - Description of the mini satellite*. Citeseer, 2000 (cf. p. 30).
- [28] M. REYHANOGLU et J. HERVAS. “Nonlinear control of a spacecraft with multiple fuel slosh modes”. In : *CDC-ECC*. IEEE. 2011, p. 6192-6197 (cf. p. 35).
- [29] K. SCHLEE et al. “Modeling and parameter estimation of spacecraft fuel slosh mode”. In : *Proceedings of the Winter Simulation Conference, 2005*. IEEE. 2005, 10-pp (cf. p. 35).
- [30] *Simulation d'un disque protoplanétaire par SPH*. https://www.fz-juelich.de/ias/jsc/EN/Research/ModellingSimulation/PlasmaPhysics/PreviousTopics/Astrophysics/_node.html. Consulté le : 13-03-2017 (cf. p. 33).
- [31] *Simulation de la rentrée du véhicule HL-20 par le logiciel Simcenter STAR-CCM+*. <https://www.plm.automation.siemens.com/global/en/our-story/newsroom/simcenter-star-ccm-2020/70801>. Consulté le : 26-05-2021 (cf. p. 32).
- [32] P. SOPASAKIS, D. BERNARDINI, H. STRAUCH et al. “Sloshing-aware attitude control of impulsively actuated spacecraft”. In : *2015 European Control Conference (ECC)*. IEEE. 2015, p. 1376-1381 (cf. p. 35).
- [33] F. TRÖLTZSCH. *Optimal control of partial differential equations : theory, methods, and applications*. T. 112. American Mathematical Soc., 2010 (cf. p. 32).
- [34] A. VAN DER SCHAFT et B. MASCHKE. “Fluid dynamical systems as Hamiltonian boundary control systems”. In : *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 01CH37228)*. T. 5. IEEE. 2001, p. 4497-4502 (cf. p. 33).
- [35] A. VELDMAN, J. GERRITS, R. LUPPES et al. “The numerical simulation of liquid sloshing on board spacecraft”. In : *Journal of Computational Physics* 224.1 (2007), p. 82-99 (cf. p. 30).
- [36] D. VIOLEAU. *Fluid mechanics and the SPH method : theory and applications*. Oxford University Press, 2012 (cf. p. 33-34).

“All science is based on models, and every scientific model comprises three distinct stages : statement of well-defined hypotheses ; deduction of all the consequences of these hypotheses, and nothing but these consequences ; confrontation of these consequences with observed data.”

— Maurice Allais

4

Nouvelle modélisation du ballottement d’ergols

Sommaire

4.1	Caractérisation par MFN du ballottement lors des manœuvres d’attitude	39
4.2	Proposition d’un nouveau modèle de ballottement	41
4.3	Analogie avec les modes flexibles	41
4.4	Identification du modèle avec des simulations MFN	42
4.4.1	Identification d’un modèle avec paramètres structurés	43
4.4.2	Identification d’un modèle avec paramètres non-structurés	46
4.4.2.1	Identification des blocs (L,R)	46
4.4.2.2	Identification des blocs (M,R)	47
4.4.2.3	Identification des blocs (L,M)	47
4.4.2.4	Identification des autres blocs	47
4.4.3	Analyse de performances	48
4.5	Conclusion	49
	Références	52

Nous avons précédemment justifié (cf. Chapitre 3) l’intérêt de développer un nouveau modèle de ballottement pour la synthèse de contrôleurs et d’observateurs, et établi un cahier des charges pour ce dernier. Nous allons maintenant proposer une représentation appropriée, qui tient notamment compte de la variabilité des caractéristiques dynamiques du ballottement, ainsi qu’une procédure d’identification de ses paramètres qui repose sur des résultats de simulations.

4.1 Caractérisation par MFN du ballottement lors des manœuvres d’attitude

Dans le cadre du développement d’un nouveau modèle, il est nécessaire de produire une simulation la plus réaliste possible du ballottement dans le cas de manœuvre qui nous intéresse (*bang-stop-bang*) afin :

- d’observer l’allure des réponses temporelles pour différentes valeurs de paramètres
- d’identifier les valeurs numériques des paramètres du modèle simplifié
- de confronter le modèle simplifié avec la simulation

Nous avons déjà fait mention dans les chapitres précédents des travaux effectués par M. Lepilliez [7] et A. Dalmon [4] sur la modélisation et la simulation numérique du ballottement d’ergols dans les engins spatiaux pendant les manœuvres d’attitude. La simulation repose sur la résolution des équations descriptives du fluide par le code DIVA (*Dynamics of Interface for Vaporization and Atomization*), développé par l’Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.

En particulier, certaines des données générées correspondent à un écoulement diphasique gaz-carburant liquide dans un réservoir sphérique de rayon $R = 0.29$ m. Les fluides qui ont été considérés ont des propriétés proches de ceux utilisés pour les applications spatiales. Les conditions initiales correspondent à un réservoir au repos avec une bulle de gaz au centre, et le fluide qui mouille parfaitement les parois. Le type de manœuvre considérée est une rotation autour d'un axe avec un bras de levier $L = 0.4$ m qui suit un profil *bang-stop*, i.e. une phase d'accélération constante avec une rampe de vitesse suivie d'une phase à accélération nulle avec une vitesse constante.

Au total nous disposons de quarante-deux jeux de données, généreusement fournis par l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. Chacun d'eux correspond à un profil différent distingué par une vitesse Ω_{max} et accélération $\dot{\Omega}_{max}$ angulaires maximales :

$$\Omega_{max} = [4.720, 6.680, 10.55, 14.93, 21.11, 33.38, 47.21] \times 10^{-3} \text{ rad/s} \quad (4.1)$$

$$\dot{\Omega}_{max} = [4.500, 9.000, 22.30, 44.50, 89.20, 222.9] \times 10^{-5} \text{ rad/s}^2 \quad (4.2)$$

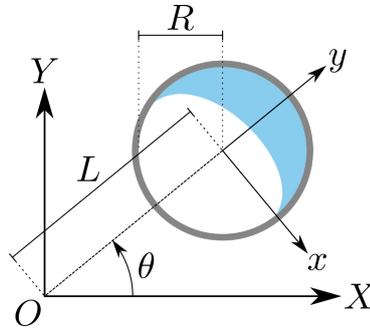


FIGURE 4.1 – Schéma du système considéré pour générer les données de simulation

La figure 4.2 illustre les moments des efforts de ballonnement, calculés sur l'axe de rotation, exercés par le fluide sur le réservoir pour quelques jeux de données.

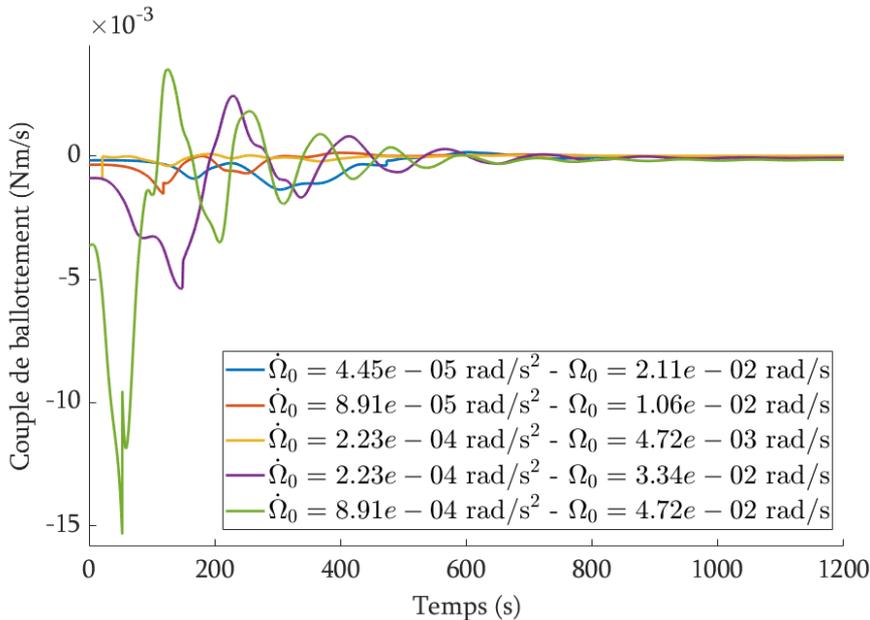


FIGURE 4.2 – Exemples de réponses en moment de force du carburant liquide pour différents profils de vitesse de rotation du réservoir (données issues de [7])

On remarque que le moment des efforts de ballonnement a une réponse pseudo-périodique amortie non-linéaire. Plus l'accélération et/ou la vitesse du profil sont élevées, plus l'amplitude des efforts et la complexité de la réponse augmentent. Ceci est lié à l'énergie cinétique acquise par le fluide via le réservoir lors de la phase accélérée de la manœuvre. Parce que le profil est imposé au réservoir, il n'y a pas de boucle fermée avec le fluide et les discontinuités de l'accélération du profil de guidage se retrouvent dans les efforts de ballonnement.

Dans le contexte des manœuvres d'attitude, cette étude est pertinente puisque les profils de guidage *bang-stop-bang* sont communément utilisés, i.e. une troisième phase est ajoutée où une décélération constante entraîne une rampe de vitesse depuis le plateau jusqu'à annulation de cette dernière et obtention d'une attitude constante.

4.2 Proposition d'un nouveau modèle de ballonnement

Dans la section 3.2.1.1 nous avons détaillé les paramètres qui influencent le comportement dynamique du ballonnement : taux de remplissage et géométrie des réservoirs, propriétés du liquide, position du réservoir dans le satellite, champ de gravité et mouvement du satellite.

Dans le cadre de cette étude nous considérons que les propulseurs ne sont pas utilisés pour les manœuvres d'attitude, donc le taux de remplissage est supposé constant. Cette hypothèse est raisonnable car le carburant est conservé pour les manœuvres de changement d'orbite, ainsi les roues de réaction et les actionneurs gyroscopiques sont préférés pour le maintien et le changement d'attitude. Nous considérons un satellite en orbite, donc dans un environnement de microgravité et nous négligeons ainsi les effets gravitationnels. Nous supposons également que les propriétés du fluide ne changent pas au cours de la manœuvre. La position des réservoirs au sein d'un satellite est fixée, et nous considérons un réservoir non-déformable. Ainsi, [les paramètres d'intérêts restants sont la vitesse et l'accélération angulaires](#).

En tenant compte du comportement du fluide mis en évidence par la figure 4.2 et des paramètres d'intérêts, et par analogie avec les Modèles Mécaniques Équivalents et la représentation classique des modes flexibles (cf. section 4.3), [nous proposons de décrire le moment des efforts de ballonnement \$\Gamma_B\(t\)\$ par un système du second ordre dont les coefficients sont des fonctions de la vitesse \$\Omega\$ et de l'accélération \$\dot{\Omega}\$ angulaire du satellite autour de l'axe de tangage](#) :

$$\begin{aligned} \ddot{\Gamma}_B(t) + \alpha_C(\Omega(t), \dot{\Omega}(t))\dot{\Gamma}_B(t) + \alpha_K(\Omega(t), \dot{\Omega}(t))\Gamma_B(t) = & -\alpha_A(\Omega(t), \dot{\Omega}(t))\Omega(t) \\ & -\alpha_B(\Omega(t), \dot{\Omega}(t))\dot{\Omega}(t) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Par comparaison avec l'écriture classique des systèmes du 2nd ordre, on peut écrire les paramètres α_K et α_C avec une fréquence ω_B et un amortissement ξ_B variants dans le temps :

$$\alpha_K(\Omega(t), \dot{\Omega}(t)) = \omega_B^2(\Omega(t), \dot{\Omega}(t)) \quad (4.4)$$

$$\alpha_C(\Omega(t), \dot{\Omega}(t)) = 2\xi_B\omega_B(\Omega(t), \dot{\Omega}(t)) \quad (4.5)$$

On obtient ainsi un système entrée-sortie à la structure simple qui peut s'interconnecter facilement avec un modèle de satellite pré-existant.

4.3 Analogie avec les modes flexibles

Les modes flexibles sont liés à la présence d'appendices souples dont les oscillations engendrent des efforts qui s'exercent sur la structure à laquelle ils sont fixés. Ces modes apparaissent sous forme de résonances et d'anti-résonances dans le diagramme de Bode, et de boucles dans le diagramme de Nichols.

L'étude du couplage entre les modes flexibles et rigides emploie généralement l'approche par *masse effective* [6] qui permet de s'affranchir de l'analyse des déformations de l'appendice en s'intéressant plutôt aux efforts engendrés par ces déformations.

En utilisant le *Cantilever Hybrid Model* [2], la force $\vec{F}_{A/B}$ et le moment $\vec{M}_{A/B,P}$ exercés par un appendice flexible A rattaché à la caisse d'un satellite B au point P s'expriment :

$$\begin{pmatrix} \vec{F}_{A/B} \\ \vec{M}_{A/B,P} \end{pmatrix} = D_P^A \begin{pmatrix} \vec{a}_P \\ \dot{\Omega} \end{pmatrix} + L_P^T \ddot{\eta} \quad (4.6)$$

$$\ddot{\eta} + \text{diag}(2\xi_i\omega_i)\dot{\eta} + \text{diag}(\omega_i^2)\eta = -L_P \begin{pmatrix} \vec{a}_P \\ \dot{\Omega} \end{pmatrix}, \quad i \in \{1, 2, \dots, k\} \quad (4.7)$$

Les différentes variables et paramètres sont :

- \vec{a}_P est l'accélération du point P par rapport au référentiel inertiel,
- D_P^A est le modèle de la composante rigide de la dynamique de la structure souple,
- L_P la matrice des contributions modales calculée au point P ,
- η est le vecteur des coordonnées modales,
- ξ_i et ω_i sont respectivement l'amortissement et la fréquence du i -ème mode.

Les paramètres liés aux modes flexibles peuvent être calculés par une analyse par Éléments Finis de la structure déformable.

On constate qu'une dynamique flexible $-L_P^T \ddot{\eta}$ s'ajoute à la dynamique rigide $D_P^A (\vec{a}_P, \dot{\Omega})^T$. La partie flexible est régie par une dynamique du second ordre, donnée par l'équation 4.7, dont les pôles complexes conjugués stables engendrent une réponse pseudo-périodique décroissante. C'est par ce type d'équations que peuvent être décrits les Modèles Mécaniques Équivalents du ballonnement (e.g. les efforts de ballonnements sont proportionnels à l'accélération du pendule ou de la masse attachée au ressort). La modélisation à paramètres temps-variants que nous avons introduite (cf. équation 4.3) présente des analogies avec cette modélisation des modes souples avec pour différence principale que les efforts de notre modèle sont directement un mode souple, et non pas une fonction de la dérivée seconde des modes. De plus, l'entrée contient la vitesse angulaire en plus de l'accélération angulaire.

4.4 Identification du modèle avec des simulations MFN

Le modèle des moments des efforts du ballonnement ayant été proposé, il est maintenant nécessaire d'identifier les paramètres de ce dernier afin qu'il soit le plus représentatif possible du comportement réel/simulé. Nous utiliserons les jeux de données générés par le code DIVA, présenté à la section 4.1 pour cette identification.

Utiliser des résultats de simulation de mécanique des fluides pour identifier les paramètres d'un modèle de ballonnement a été fait dans le cadre de la mission Cassini [5] pour calculer les paramètres de modèles pendulaires; ou encore dans le cadre d'une étude pour la mission Eu:CROPIS (Euglena and Combined Regenerative Organic-Food Production in Space) [1] pour calculer les coefficients de fonctions de transfert. Cette dernière est particulièrement intéressante puisqu'elle montre, à profil d'accélération fixé (rampe), l'influence de la vitesse de rotation initiale du satellite (stabilisé par *spin*) sur la réponse du fluide.

Nous proposons deux identifications sur deux variations différentes du modèle :

- une identification d'un modèle qui suppose une structure fixe pour les fonctions liant les paramètres du modèle à la vitesse et à l'accélération angulaire (cf. section 4.4.1)
- une identification d'un modèle sans hypothèse sur la structure, où on identifie point à point les paramètres pour remplir des matrices qui seront ensuite utilisées pour l'interpolation des paramètres pour assurer la continuité de ces derniers (cf. section 4.4.2).

4.4.1 Identification d'un modèle avec paramètres structurés

Afin de faire une hypothèse sur la structure du vecteur de paramètres $\Lambda = [\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \alpha_K]^T$, on effectue dans un premier temps une identification en chaque instant t_n des jeux de données. La structure linéaire de notre modèle se prête à l'utilisation d'une identification par la méthode des Moindres Carrés Linéaires [8]. Le ballotement étant un phénomène passif, il dissipe de l'énergie du fait des frottements visqueux, il est donc stable. Une condition nécessaire pour la stabilité du modèle de ballotement est d'imposer la contrainte suivante :

$$\forall t \in \mathbb{R}^+ \quad \alpha_C > 0, \alpha_K > 0 \quad (4.8)$$

Nous réécrivons l'équation 4.3 sous la forme :

$$\ddot{\Gamma}_B(t_n) = -M(t_n) \cdot \Lambda(t_n) \quad (4.9)$$

$$M(t_n) = [\Omega(t_n), \dot{\Omega}(t_n), \Gamma_B(t_n), \dot{\Gamma}_B(t_n)] \quad (4.10)$$

L'identification par Moindres Carrés Linéaires consiste à minimiser sous contrainte la norme Euclidienne de la différence entre les données MFN $\ddot{\Gamma}_B(t_n)^{data}$ et l'approximation du modèle $-M(t_n)^{data} \cdot \Lambda(t_n)$, où $M(t_n)^{data}$ est calculée à partir des données, i.e. :

$$\Lambda(t_n) = \arg \min_{\Lambda(t_n)} \left[\ddot{\Gamma}_B(t_n)^{data} - \left\{ -M(t_n)^{data} \cdot \Lambda(t_n) \right\} \right]^2 \quad (4.11)$$

sous la contrainte : $\alpha_C(t_n) > 0, \alpha_K(t_n) > 0$

Les valeurs $\dot{\Gamma}_B(t_n)^{data}$ et $\ddot{\Gamma}_B(t_n)^{data}$ sont obtenues par dérivation discrète du moment des efforts de ballotement simulé $\Gamma_B(t_n)^{data}$.

On effectue cette procédure d'identification pour chaque jeu de données, chacun associé à un profil de guidage différent, en utilisant la fonction `lsqin` de Matlab[®].

La figure 4.3 montre l'évolution des paramètres en fonction de la vitesse angulaire pour différentes valeurs de l'accélération, sur la première partie de la manœuvre (accélération non-nulle et rampe de vitesse). Les tracés des paramètres en fonction de l'accélération, constante ici, sont des nuages de points où chaque point est associé à une valeur de la vitesse. La figure 4.4 montre les valeurs des paramètres pour chaque profil sur la seconde partie de la manœuvre (accélération nulle et vitesse constante). Le paramètre α_B n'y figure pas, et est imposé à zéro, puisque l'accélération est identiquement nulle.

En analysant ces figures, on remarque que les coefficients α_A et α_B sur la première partie du profil dépendent non-linéairement de la vitesse et sont dominées par une décroissance exponentielle. La dépendance à l'accélération n'est pas très claire, et nous la supposons linéaire. Les coefficients α_A et α_B sur la seconde partie du profil, ainsi que les coefficients α_C et α_K montrent une dépendance à la vitesse et à l'accélération angulaires maximales du profil.

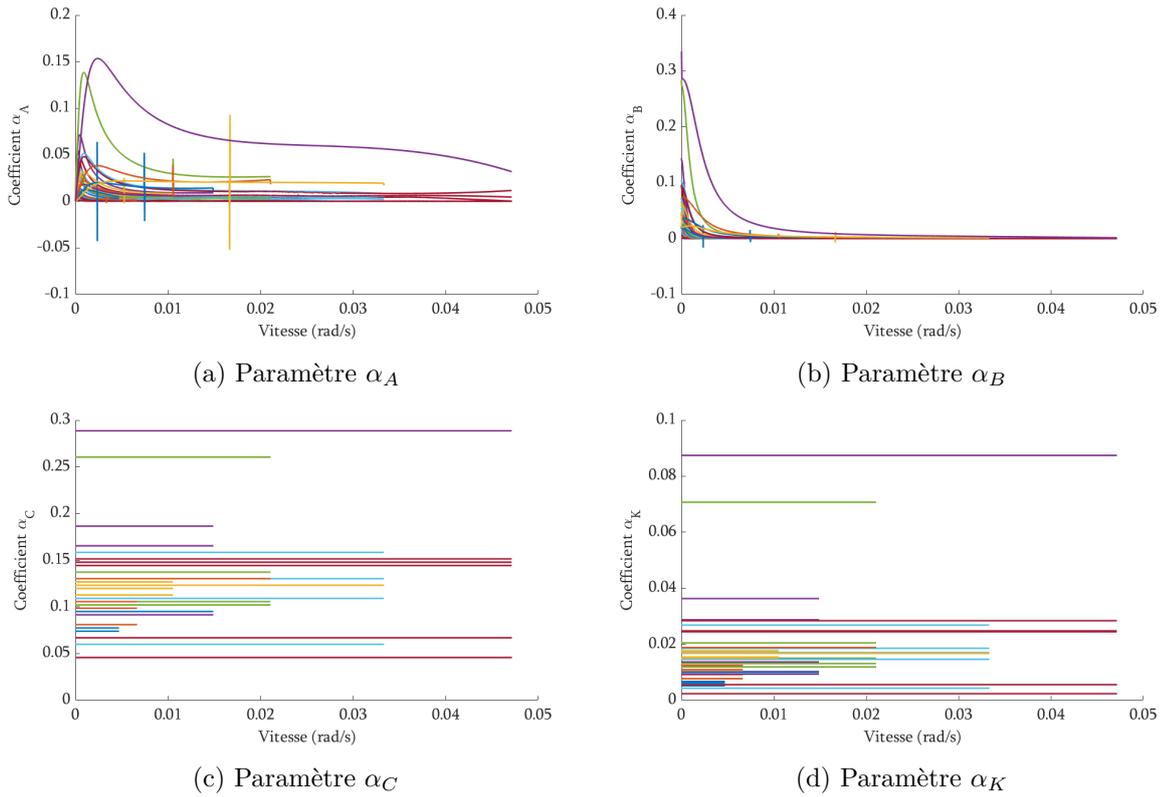


FIGURE 4.3 – Paramètres en fonction de la vitesse de rotation pour différents profils de guidage

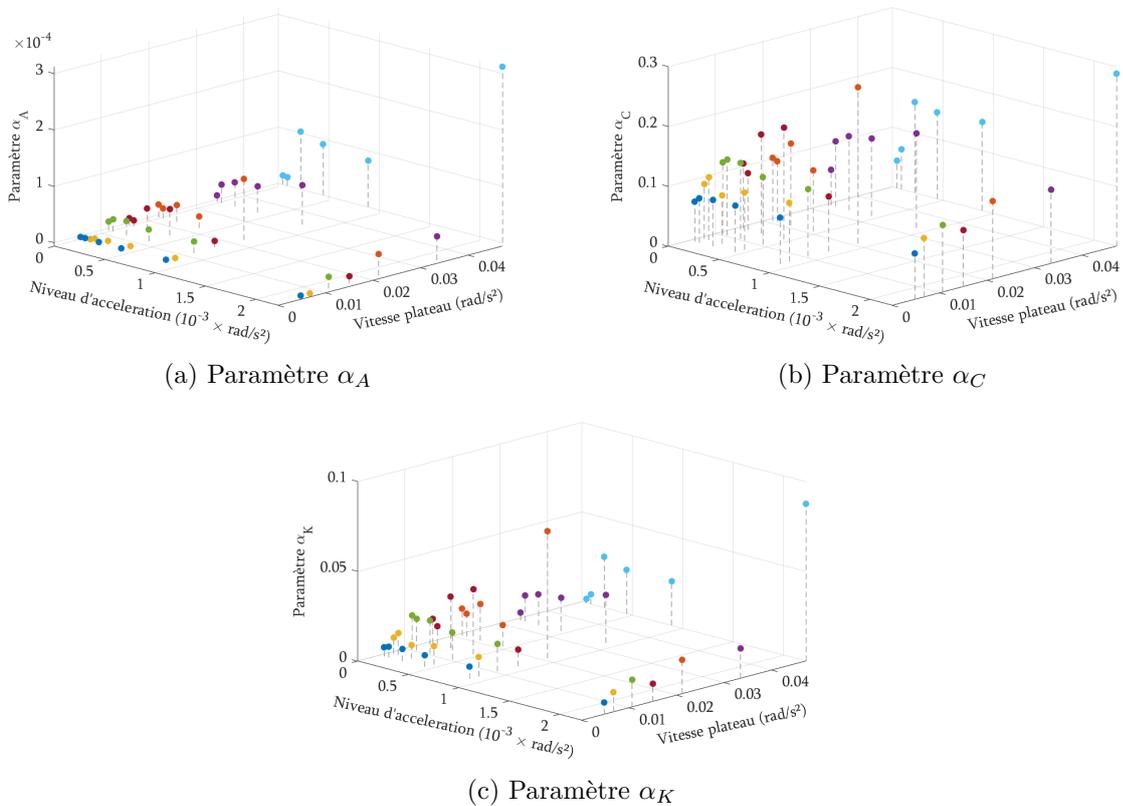


FIGURE 4.4 – Paramètres α_A , α_C et α_K en fonction des paramètres du profil de guidage

Étant donné l'analyse qui a été faite, on propose d'écrire les coefficients sous la forme :

$$\alpha_A(\Omega, \dot{\Omega}) = a_A \exp(-b_A \Omega) + c_A \dot{\Omega} + d_A \Omega_{max} + e_A \dot{\Omega}_{max} + f_A \quad (4.12)$$

$$\alpha_B(\Omega, \dot{\Omega}) = a_B \exp(-b_B \Omega) + c_B \dot{\Omega} + d_B \Omega_{max} + e_B \dot{\Omega}_{max} + f_B \quad (4.13)$$

$$\alpha_C(\Omega, \dot{\Omega}) = a_C \Omega_{max} + b_C \dot{\Omega}_{max} + c_C \quad (4.14)$$

$$\alpha_K(\Omega, \dot{\Omega}) = a_K \Omega_{max} + b_K \dot{\Omega}_{max} + c_K \quad (4.15)$$

La fonction exponentielle ne permettant plus d'utiliser les Moindres Carrés Linéaires, on l'approxime par un développement limité au second ordre au voisinage de zéro, les vitesses et accélérations étant faibles, i.e. $\exp(-b\Omega) \approx 1 - b\Omega + 1/2.b\Omega^2$. D'où :

$$\alpha_A(\Omega, \dot{\Omega}) = a'_A(\Omega + 1/2\Omega^2) + b'_A \dot{\Omega} + c'_A \Omega_{max} + d'_A \dot{\Omega}_{max} + e'_A \quad (4.16)$$

$$\alpha_B(\Omega, \dot{\Omega}) = a'_B(\Omega + 1/2\Omega^2) + b'_B \dot{\Omega} + c'_B \Omega_{max} + d'_B \dot{\Omega}_{max} + e'_B \quad (4.17)$$

On procède alors à une seconde identification par Moindres Carrés Linéaires, cette fois-ci en considérant tous les jeux de données en même temps (indexation par l'indice $g \in \{1, \dots, 42\}$) :

$$\Lambda_2 = \arg \min_{\Lambda_2} \sum_g \sum_{t_n} \left[\ddot{\Gamma}_B(t_n)^{data,g} - \left\{ -M_2(t_n)^{data,g} \cdot \Lambda_2 \right\} \right]^2 \quad (4.18)$$

sous la contrainte : $\alpha_C(t_n) > 0, \alpha_K(t_n) > 0, \forall t_n > 0$

où :

$$M_2(t_n)^{data,g} = M(t_n)^{data,g} \cdot N \quad (4.19)$$

$$N = \begin{pmatrix} N_1 & 0_{1 \times 5} & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} \\ 0_{1 \times 5} & N_1 & 0_{1 \times 3} & 0_{1 \times 3} \\ 0_{1 \times 5} & 0_{1 \times 5} & N_2 & 0_{1 \times 3} \\ 0_{1 \times 5} & 0_{1 \times 5} & 0_{1 \times 3} & N_2 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$N_1 = \left[(\Omega + 1/2.\Omega^2), \dot{\Omega}, N_2 \right] \quad (4.21)$$

$$N_2 = \left[\Omega_{max}, \dot{\Omega}_{max}, 1 \right] \quad (4.22)$$

$$\Lambda_2 = [a'_A, b'_A, c'_A, d'_A, e'_A, a'_B, b'_B, c'_B, d'_B, e'_B, a_C, b_C, c_C, a_K, b_C, c_K]^T \quad (4.23)$$

Nous obtenons alors le vecteur de paramètres suivant :

$$\Lambda_2 = \begin{pmatrix} -1.2807e - 06 \\ 5.3759e - 05 \\ 7.7843e - 05 \\ -1.2031e - 06 \\ -2.2034e - 06 \\ -0.9997 \\ 0.0076 \\ 0.2529 \\ 0.0076 \\ 0.0026 \\ -0.0195 \\ -2.7898e - 04 \\ 2.3755e - 04 \\ 0.0165 \\ -0.0146 \\ -1.0140 \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

On constate que certaines composantes du vecteur de paramètres sont très faibles devant les autres, ce qui indique que les coefficients auxquels ils sont associés ne sont finalement pas très contributifs, et donc pas très pertinents.

Nous discuterons des performances de cette procédure d'identification dans la section 4.4.3.

4.4.2 Identification d'un modèle avec paramètres non-structurés

Nous ne supposons ici aucune structure aux paramètres du modèle, l'objectif est de chercher à remplir des matrices pour chaque paramètre dont les éléments sont les valeurs des paramètres pour un couple $(\Omega, \dot{\Omega})$ donné, tel qu'illustré par la figure 4.5. Ces matrices sont ensuite utilisées pour interpoler les paramètres sur toute l'enveloppe de vol du satellite, dans la limite des profils *bang-stop-bang*.

$$\begin{array}{l}
 \dot{\Omega} < 0 \\
 \dot{\Omega} = 0 \\
 \dot{\Omega} > 0
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{ccc}
 (U, L) & (U, M) & (U, R) \\
 \hline
 (M, L) & (M, M) & (M, R) \\
 \hline
 (L, L) & (L, M) & (L, R)
 \end{array} \right] \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\
 \Omega < 0 \quad \Omega = 0 \quad \Omega > 0
 \end{array} \right.$$

FIGURE 4.5 – Matrice de paramètres α_A , α_B , α_C ou α_K pour différents couples $(\Omega, \dot{\Omega})$

Nous allons identifier chaque bloc de la matrice en utilisant les données de simulations sur chaque partie du guidage.

4.4.2.1 Identification des blocs (L,R)

Ces blocs sont utilisés en utilisant les données correspondant à la première partie du profil de guidage. On considère les profils avec la même accélération angulaire $\dot{\Omega}_j$. Les données sont ensuite découpées en intervalles de temps discrets $[t_1, t_2]$ suffisamment petits pour capturer les non-linéarités et éviter de trop moyenner les résultats, mais suffisamment grands pour réduire le coût calculatoire.

De manière similaire à la précédente identification (cf. section 4.4.1) nous allons utiliser les Moindres Carrés Linéaires pour calculer les paramètres associés au couple de vitesse et d'accélération angulaire $(\Omega_i, \dot{\Omega}_j)$, où $\Omega_i = 1/2(\Omega(t_1) + \Omega(t_2))$. Le problème d'identification s'écrit :

$$\Lambda(\Omega_i, \dot{\Omega}_j) = \arg \min_{\Lambda(\Omega_i, \dot{\Omega}_j)} \sum_{t_1}^{t_2} \left[\ddot{\Gamma}_B(t_n)^{data} - \left\{ -M(t_n)^{data} \cdot \Lambda(\Omega_i, \dot{\Omega}_j) \right\} \right]^2, \quad t_n \in [t_1, t_2] \quad (4.25)$$

sous la contrainte : $\alpha_C(\Omega_i, \dot{\Omega}_j) > 0$, $\alpha_K(\Omega_i, \dot{\Omega}_j) > 0$

Nous utilisons encore une fois la routine `lsqlin` pour identifier les matrices de paramètres.

On remarquera que les intervalles de temps sont communs entre plusieurs profils qui partagent la même accélération angulaire. Toutefois les moments des efforts de ballottement sur ces intervalles communs sont identiques, il est donc nécessaire de ne faire l'identification que sur un seul jeu de données, celui qui a la vitesse angulaire maximale la plus élevée (et donc qui dure le plus longtemps) permettant ainsi de réduire le temps de calcul.

4.4.2.2 Identification des blocs (M,R)

Ces blocs sont identifiés en utilisant les données associées à la seconde partie du profil de guidage. Nous considérons les jeux de données un à un pour identifier, de manière analogue au bloc (L,R), le vecteur de paramètre pour chaque couple de vitesses et d'accélération maximales, qui distinguent les jeux de données entre eux. Cette fois-ci nous ne considérons pas d'intervalles de temps puisque les entrées du modèle de ballottement sont constantes.

Les blocs (M,R) sont toutefois associés à l'accélération (qui est nulle sur la seconde partie du profil) et non pas à l'accélération maximale du profil. Les meilleurs résultats de validation sont obtenus lorsque l'identification est faite en concaténant les jeux de données ayant la même accélération maximale, plutôt que de faire *a posteriori* la moyenne selon l'accélération maximale des paramètres identifiés sur chaque jeu. C'est l'approximation la plus forte que nous faisons, mais elle permet de s'abstenir de l'écrire du modèle comme deux sous-modèles, un pour chaque partie du profil de guidage. Comme l'accélération du réservoir est nulle, nous ne pouvons pas identifier le bloc du paramètre α_B , qui pourra donc être dupliqué à partir des valeurs du bloc (L,R) les plus proches de l'accélération nulle ou imposé à zéro sans que cela ait une incidence sur le modèle. On préférera toutefois la solution de duplication pour ne pas perturber l'interpolation avec une valeur très différente des autres.

4.4.2.3 Identification des blocs (L,M)

Ces blocs correspondent à l'instant initial des jeux de données. En cet instant, le moment des efforts de ballottement et la vitesse de rotation du réservoir sont nuls, ce qui ne nous permet pas d'identifier les paramètres α_A et α_K . On procède à l'identification des paramètres α_B et α_C avec la même méthode que pour le bloc (L,R). Pour les mêmes raisons que celles évoqués précédemment, les blocs des paramètres α_A et α_K sont des duplications à partir des valeurs du bloc (L,R) les plus proches de la vitesse nulle.

4.4.2.4 Identification des autres blocs

Les jeux de données dont nous disposons ne nous permettent pas d'identifier les autres blocs, il est donc nécessaire de faire des approximations pour obtenir des valeurs malgré tout.

- **Blocs (U,L), (L,L), (M,L)** : Le réservoir considéré est sphérique et sans PMD ou autre dispositif, le système est donc symétrique. Ainsi si les profils de guidage sont parcourus en sens inverse, les moments des efforts de ballottement seront tout simplement l'opposé de ceux des données. Cela revient à multiplier l'équation 4.3 par -1 des deux côtés du signe égal. Ce qui ne changera pas l'identification et donc les résultats. Les blocs (U,L), (L,L) et (M,L), sont ainsi respectivement remplis par retournements vertical et horizontal des blocs (L,R), (U,R) et (M,R).
- **Blocs (U,R)** : Ces blocs correspondent à la troisième partie d'un profil *bang-stop-bang*. On fait l'hypothèse que le moment des efforts de ballottement sur cette partie est l'opposé du symétrique sur l'axe temporel de la première partie du profil. Cette approche est motivée par les résultats de l'expérience Fluidics illustré par la figure 4.6, qui indique que l'approximation n'est pas déraisonnable. On effectue alors l'identification en multipliant chaque terme de l'équation 4.3 par -1 , sauf la vitesse angulaire.

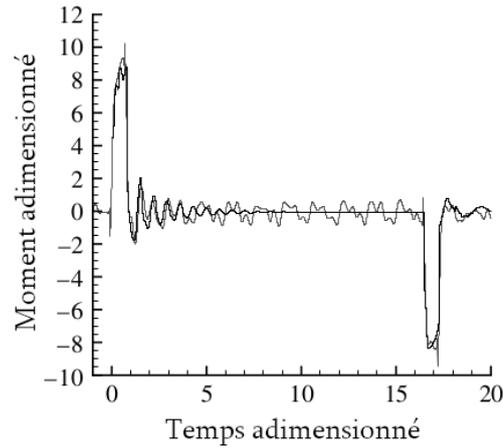


FIGURE 4.6 – Exemple de résultat de l’expérience Fluidics [3]

- **Blocs (M,M)** : En l’absence de données, ce bloc est obtenu par interpolation des matrices. Les performances de cette procédure d’identification sont discutées dans la section suivante.

4.4.3 Analyse de performances

Pour chaque jeu de données, nous calculons l’erreur ϵ entre le moment des efforts de ballonnement obtenu par simulation des deux modèles Γ_B^{sim} , issus des deux versions du modèle, et les données Γ_B^{data} . Les performances sont quantifiées par l’erreur relative $\|\epsilon\|_2 / \|\Gamma_B^{data}\|_2$ en utilisant la norme Euclidienne.

La figure 4.7 compare l’erreur relative pour chaque profil de guidage/jeu de données obtenu via le modèle à paramètres structurés et le modèle à paramètres non-structurés. On constate que les erreurs relatives atteignent des valeurs très élevées dans les deux cas. Celles-ci s’expliquent par la difficulté de notre modèle à reproduire le comportement fortement non-linéaire du fluide sur la partie du profil de guidage où l’accélération est nulle et la vitesse constante, tel que l’illustrent les figures 4.9 et 4.10. On remarque également sur ces figures que le comportement du fluide est mieux reproduit sur la partie accélérée du profil de guidage. On constate sur la figure 4.8 que les erreurs relatives sur cette partie du profil sont bien moins élevées, en particulier pour le modèle à paramètres non-structurés.

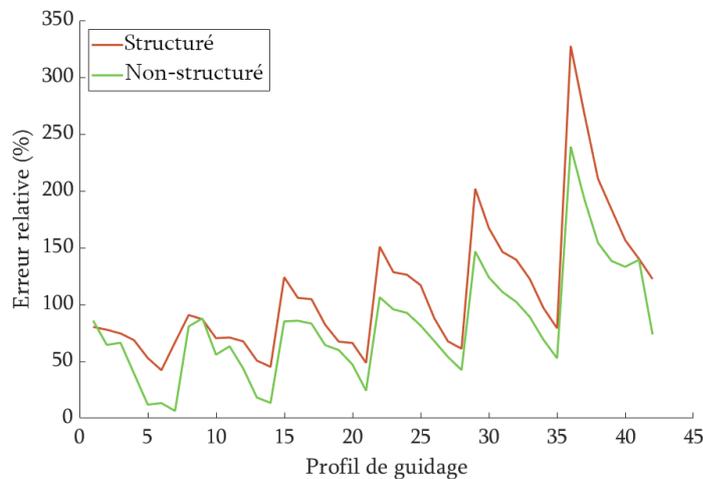


FIGURE 4.7 – Comparaison des erreurs relatives pour les deux variations du modèle

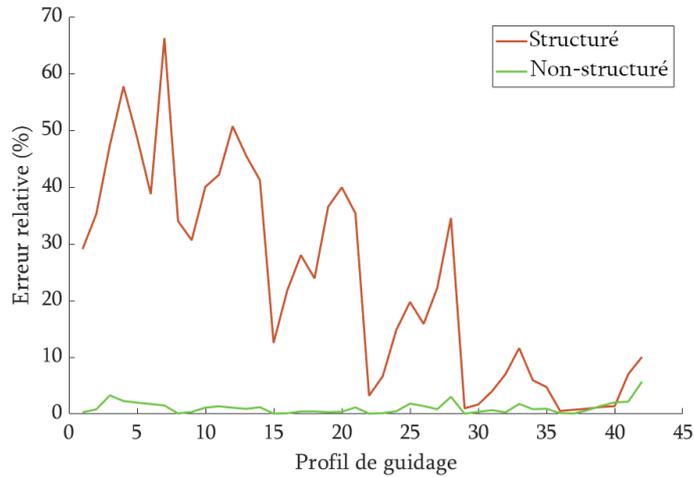
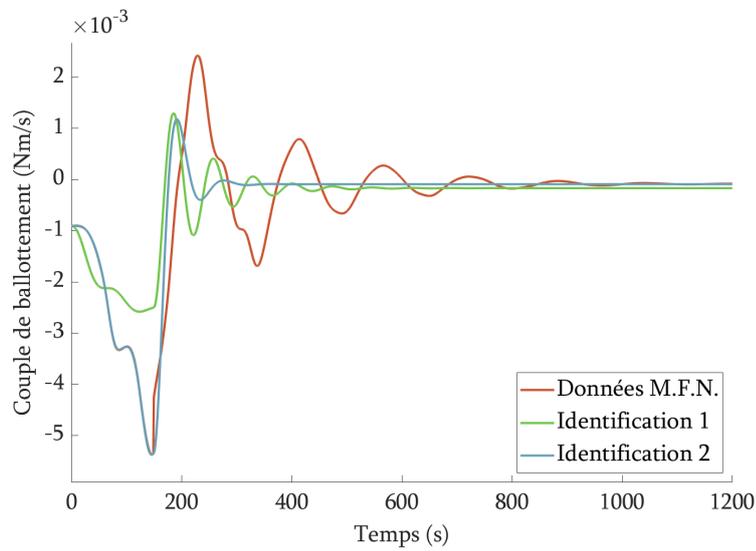


FIGURE 4.8 – Comparaison des erreurs relatives pour les deux variations du modèle sur la 1^{ère} partie du profil de guidage

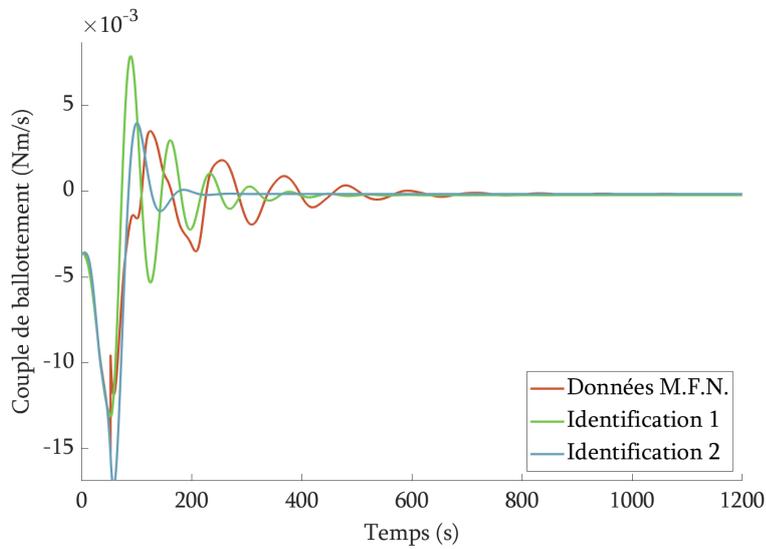
Les performances supérieures du modèle à paramètres non-structurés, en particulier sur la première partie du profil de guidage, sont obtenues grâce à l’absence de supposition d’une structure de la dépendance des paramètres du modèle par rapport à la vitesse et à l’accélération angulaire du réservoir. Nous retenons donc ce modèle comme modèle de synthèse de contrôleurs et d’observateurs du moment des efforts de ballonnement d’ergols.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle de ballonnement, par extension des Modèles Mécaniques Équivalents, qui tient compte de la dépendance des caractéristiques dynamiques du fluide aux mouvements du satellite par le biais de paramètres variants, qui ont pu être identifié grâce aux simulations issues d’un code de Mécanique des Fluides Numériques. Une analyse de performance révèle que notre modèle est très représentatif du phénomène de ballonnement sur la phase accélérée du profil de guidage. Sur la phase à vitesse constante, le modèle est moins performant mais parvient à reproduire le comportement moyen du fluide. Le chapitre suivant s’intéresse à l’interconnexion de notre modèle avec un modèle de satellite rigide pour proposer un modèle global représentatif de la dynamique d’attitude de l’engin spatial et de son carburant (cf. Chapitre 5). On introduira en particulier une perturbation représentant l’erreur commise en approximant le comportement fortement non-linéaire du fluide par un modèle simplifié.

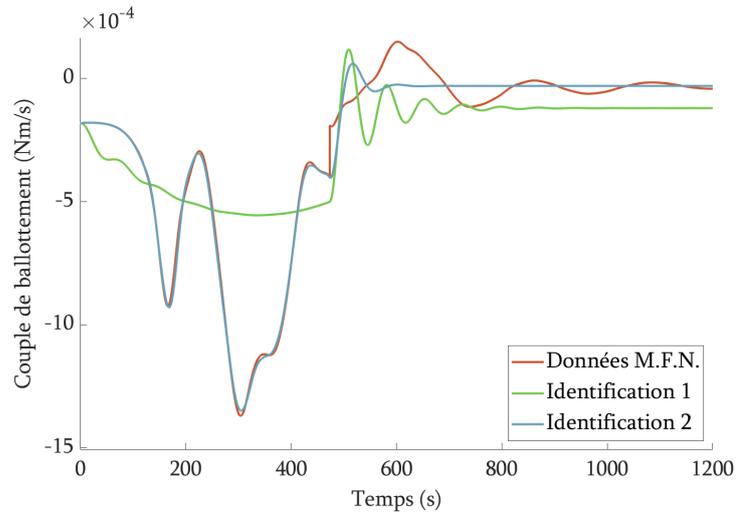


(a) Profil 1 - $\dot{\Omega}_0 = 2.23e - 04 \text{ rad/s}^2$, $\Omega_0 = 3.34e - 02 \text{ rad/s}$

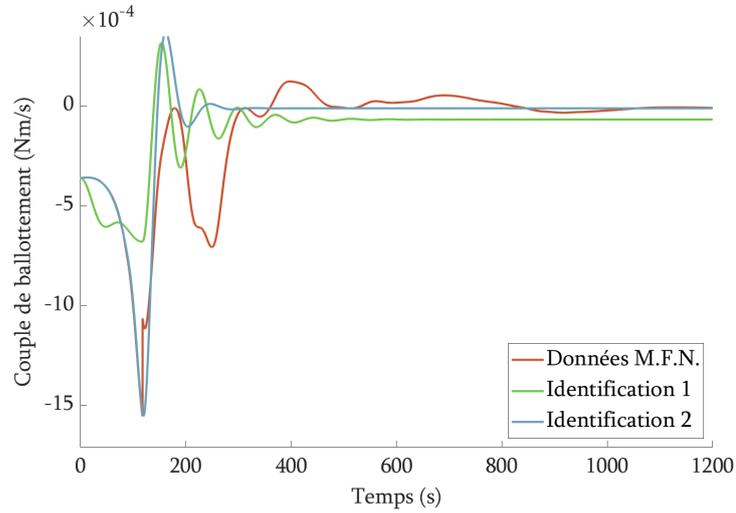


(b) Profil 2 - $\dot{\Omega}_0 = 8.91e - 04 \text{ rad/s}^2$, $\Omega_0 = 4.72e - 02 \text{ rad/s}$

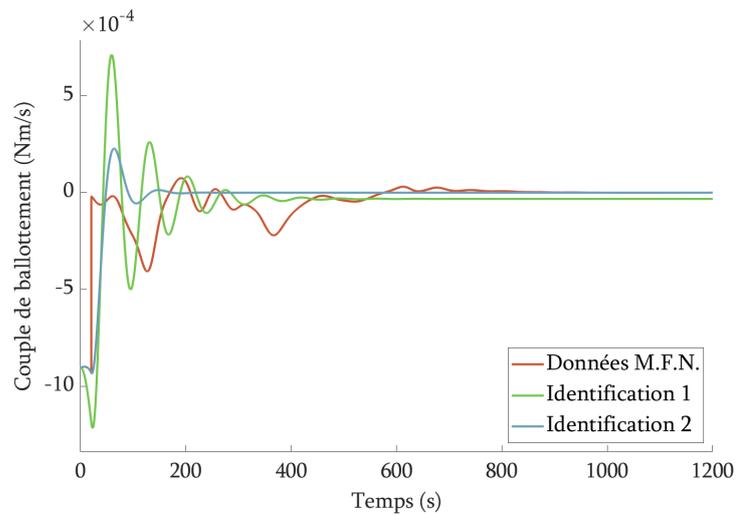
FIGURE 4.9 – Résultats de validation pour différents profils de guidage (1/2)



(a) Profil 3 - $\dot{\Omega}_0 = 4.45e - 05 \text{ rad/s}^2$, $\Omega_0 = 2.11e - 02 \text{ rad/s}$



(b) Profil 4 - $\dot{\Omega}_0 = 8.91e - 05 \text{ rad/s}^2$, $\Omega_0 = 1.06e - 02 \text{ rad/s}$



(c) Profil 5 - $\dot{\Omega}_0 = 2.23e - 04 \text{ rad/s}^2$, $\Omega_0 = 4.72e - 03 \text{ rad/s}$

FIGURE 4.10 – Résultats de validation pour différents profils de guidage (2/2)

Références

- [1] R. BUROW. *Identification of liquid sloshing dynamics by CFD analysis on board of a spin stabilized satellite (MSc thesis)*. 2016 (cf. p. 42).
- [2] J.-P. CHRETIEN et C. MANCEAUX-CUMER. “Minimal LFT form of a spacecraft built up from two bodies”. In : *AIAA GNC Conference and Exhibit*. 2001, p. 4350 (cf. p. 42).
- [3] A. DALMON, M. LEPILLIEZ, S. TANGUY et al. “Direct numerical simulation of a bubble motion in a spherical tank under external forces and microgravity conditions”. In : *Journal of Fluid Mechanics* 849 (2018), p. 467-497 (cf. p. 48).
- [4] A. DALMON. “Simulation numérique du ballonnement d’ergol et modélisation de l’interaction fluides-membrane dans un réservoir de satellite”. Thèse de doct. 2018 (cf. p. 39).
- [5] P. ENRIGHT et E. WONG. *Propellant Slosh Models for the Cassini Spacecraft*. Rapp. tech. Jet Propulsion Laboratory, Caltech, 1994 (cf. p. 42).
- [6] J. IMBERT et A. MAMODE. *The Effective Mass Concept in Base Motion Dynamics and Application to Solar Arrays Dynamics*. 1977 (cf. p. 42).
- [7] M. LEPILLIEZ. “Simulation numérique des ballonnements d’ergols dans les réservoirs de satellites en microgravité et à faible nombre de Bond”. Thèse de doct. Université Paul Sabatier, 2015 (cf. p. 39-40).
- [8] R. LIACU. “Identification de Systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV) - Différentes approches et mises en oeuvre”. Thèse de doct. Supélec, 2014 (cf. p. 43).

“The motion of a machine with its governor consists in general of a uniform motion, combined with a disturbance which may be expressed as the sum of several component motions.”

— James Clerk Maxwell (1868)

5

Modèle de synthèse de l’interconnexion satellite-ballottements d’ergols

Sommaire

5.1	Introduction aux systèmes LPV	53
5.2	Modèle générique LPV incertain d’un satellite avec ballottement	55
5.2.1	Modèle LPV du moment des efforts de ballottement	55
5.2.2	Modèle LTI d’un satellite asservi autour de l’axe de tangage	56
5.2.3	Interconnexion du ballottement et du satellite asservi	56
5.3	Modèle expérimental	58
5.3.1	Description	58
5.3.2	Analyse	62
5.3.2.1	Stabilité	62
5.3.2.2	Gouvernabilité et observabilité	65
5.4	Conclusion	65
	Références	65

Le modèle de ballottement précédemment développé est maintenant utilisé pour développer un modèle complet résultant de l’interconnexion entre un satellite et la dynamique de ballottement des ergols dans les réservoirs. En faisant l’hypothèse que les couplages entre les trois axes de rotation du satellite sont faibles en comparaison avec les moments de force perturbateurs, nous nous concentrerons sur un problème de contrôle autour d’un seul axe.

Ce chapitre commence par une introduction succincte aux systèmes [Linéaires à Paramètres Variant \(LPV\)](#), qui servira de référence lorsque nous réécrirons notre modèle de ballottement comme un système LPV affecté par une perturbation de modèle. Un modèle [Linéaire Temps Invariant \(LTI\)](#) de satellite asservi autour de l’axe de tangage est ensuite présenté puis interconnecté à la dynamique de ballottement. En se basant librement sur les données du *benchmark* du micro-satellite d’observation de la Terre DEMETER, nous détaillons ensuite le modèle de test que nous utiliserons pour tester et valider notre approche de compensation des ballottements.

5.1 Introduction aux systèmes LPV

La représentation d’état générale des systèmes LPV est donnée par [1] :

$$\dot{x}(t) = A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) \tag{5.1}$$

$$\dot{y}(t) = C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) \tag{5.2}$$

$$\rho(t) \in \mathcal{P} \tag{5.3}$$

où ρ est un vecteur de paramètres variant dans le temps appartenant au domaine borné \mathcal{P} .

Lorsqu'une variable d'état fait partie de ρ , le système est dit quasi-LPV. La synthèse d'un correcteur invariant assurant la robustesse de la boucle fermée aux variations paramétriques entraîne généralement des performances relativement médiocres. Le compromis performance/robustesse motive alors la synthèse d'un correcteur qui varie selon les paramètres (commande adaptative) [6, 7] lorsqu'il est possible de mesurer/estimer les paramètres variants.

On peut considérer deux types de modélisation des systèmes LPV [2] : polytopique et LFT (Transformation Linéaire Fractionnaire/*Linear Fractional Transformation*).

Lorsque la dépendance aux paramètres est affine on utilisera un modèle polytopique du système, qui repose sur l'appartenance du système $S(\rho)$ et des paramètres à des enveloppes convexes (polytopes). En utilisant la formulation compacte :

$$S(\rho) = \begin{pmatrix} A(\rho) & B(\rho) \\ C(\rho) & D(\rho) \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

on définit un ensemble de N matrices S_i correspondant au sommet d'un polytope défini par l'enveloppe convexe des sommets, où β_i sont les coordonnées polytopiques :

$$Co\{S_1, S_2, \dots, S_N\} := \left\{ \sum_{i=1}^N \beta_i S_i, \beta_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \beta_i = 1 \right\} \quad (5.5)$$

Dans le cas général, l'image par $S(\cdot)$ du domaine \mathcal{P} n'est pas convexe et on obtient un recouvrement polytopique :

$$\{S(\rho), \rho \in \mathcal{P}\} \subset Co\{S_1, S_2, \dots, S_N\} \quad (5.6)$$

Lorsque cette image est convexe, ce qui est le cas lorsque la fonction $S(\cdot)$ est affine, le système admet un modèle polytopique non-conservatif :

$$\{S(\rho), \rho \in \mathcal{P}\} = Co\{S_1, S_2, \dots, S_N\} \quad (5.7)$$

On a alors, en utilisant le fait que $S(\cdot)$ est affine :

$$\mathcal{P} = Co\{\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \dots, \mathcal{P}_N\} \quad (5.8)$$

$$\rho \in \mathcal{P} \implies \rho = \sum_{i=1}^N \beta_i \mathcal{P}_i \quad (5.9)$$

$$S(\rho) = S\left(\sum_{i=1}^N \beta_i \mathcal{P}_i\right) = \sum_{i=1}^N \beta_i S(\mathcal{P}_i) \quad (5.10)$$

Les sommets P_i du modèle non conservatif sont les images par $S(\cdot)$ des sommets de \mathcal{P} .

Si la dépendance est rationnelle on adoptera un modèle LFT, qui considère les paramètres via une interconnexion entre un système LTI $M(s)$ et un bloc diagonal $\Delta_\rho(t) = \text{diag}(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N)$:

$$P(\rho) = \mathcal{F}_u(M, \Delta_\rho) \quad (5.11)$$

où \mathcal{F}_u désigne la *upper LFT* :

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} v \\ z \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} \\ u = \Delta v \end{aligned} \right\} \implies z = \mathcal{F}_u(P, \Delta)w = D + C\Delta(I - A\Delta)^{-1}Bw \quad (5.12)$$

5.2 Modèle générique LPV incertain d'un satellite avec ballottement

5.2.1 Modèle LPV du moment des efforts de ballottement

On rappelle que le modèle du moment des efforts issus du ballottement Γ_B , développé au chapitre précédent (cf. chapitre 4), est donné par :

$$\begin{aligned} \ddot{\Gamma}_B(t) + \alpha_C(\Omega(t), \dot{\Omega}(t))\dot{\Gamma}_B(t) + \alpha_K(\Omega(t), \dot{\Omega}(t))\Gamma_B(t) = & -\alpha_A(\Omega(t), \dot{\Omega}(t))\Omega(t) \\ & -\alpha_B(\Omega(t), \dot{\Omega}(t))\dot{\Omega}(t) \end{aligned} \quad (5.13)$$

où Ω et $\dot{\Omega}$ sont respectivement la vitesse et l'accélération angulaires du satellite selon l'axe de la manœuvre d'attitude. Par soucis de lisibilité, nous ne ferons pas apparaître dans la suite du chapitre les dépendances en temps des variables après qu'elles aient été introduites explicitement.

Lors de l'identification du modèle, par analogie avec les modes flexibles (cf. section 4.3), on a exprimé les paramètres α_C et α_K selon un amortissement ξ et une pulsation propre ω variables en fonction de la vitesse et de l'accélération :

$$\alpha_C(\Omega, \dot{\Omega}) = 2\xi(\Omega, \dot{\Omega})\omega(\Omega, \dot{\Omega}) \quad (5.14)$$

$$\alpha_K(\Omega, \dot{\Omega}) = \omega(\Omega, \dot{\Omega})^2 \quad (5.15)$$

En choisissant comme état $x_B = (\Gamma_B, \dot{\Gamma}_B)^T$, une représentation d'état immédiate est :

$$\dot{x}_B = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha_K(\Omega, \dot{\Omega}) & -\alpha_C(\Omega, \dot{\Omega}) \end{pmatrix}}_{A_B(\alpha_K, \alpha_C)} x_B + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\alpha_A(\Omega, \dot{\Omega}) & -\alpha_B(\Omega, \dot{\Omega}) \end{pmatrix}}_{B_B(\alpha_A, \alpha_B)} \begin{pmatrix} \Omega \\ \dot{\Omega} \end{pmatrix} \quad (5.16)$$

$$\Gamma_B = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}}_{C_B} x_B \quad (5.17)$$

On note $\Lambda(t) = (\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \alpha_K)$. Étant donné que $\Lambda(t)$ est un vecteur de paramètres variant dans le temps, et que la représentation d'état est linéaire vis à vis des vecteurs d'état et d'entrée, le modèle du moment des efforts de ballottement appartient à la classe des systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV) [2].

Remarque. Si nous avons utilisé la version du Modèle Mécanique Équivalent Généralisé où les paramètres ont été explicités comme fonctions polynomiales de la vitesse et de l'accélération (cf. section 4.4.1), nous aurions un modèle non-linéaire du ballottement. On constate qu'en ayant choisi d'utiliser le modèle non-structuré, nous avons l'avantage d'obtenir un modèle relativement simple.

Toutes les non-linéarités du comportement du fluide ballottant sont portées par la dépendance non-linéaire de $\Lambda(t)$ à la vitesse et à l'accélération angulaire. Comme pour toute modélisation, celle-ci est une approximation de la réalité et est perturbée par des incertitudes provenant des simulations numériques, de l'identification et de la modélisation elle-même. Nous verrons par la suite que la structure affine du système par rapport à Λ nous amènera à choisir le paradigme des modèles polytopiques plutôt qu'une approche LFT. Ceci nous amène à ne pas considérer ces incertitudes, mal connues, dans un bloc non-structuré interconnecté avec le modèle nominal au moyen d'une LFT [12]. On introduit plutôt une perturbation de modèle w variant dans le temps, que l'on considère bornée par une constante \bar{w} , de sorte que le modèle devient :

$$\dot{x}_B = A_B(\alpha_K(t), \alpha_C(t))x_B + B_B(\alpha_A(t), \alpha_B(t)) \begin{pmatrix} \Omega \\ \dot{\Omega} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} w(t) \quad (5.18)$$

$$|w(t)| \leq \bar{w} \quad (5.19)$$

Le paramètre $\Lambda(t)$ agissant sur $\ddot{\Gamma}_S$ via les deuxièmes lignes des matrices A_S et B_S , la perturbation w est donc considérée de sorte à ce qu'elle agisse sur le système de la même manière.

Si on souhaite considérer des incertitudes $\Delta_{i \in \{A,B,C,K\}}(t)$ sur chacun des paramètres, i.e. $\alpha_i(t) \rightarrow \alpha_i(t) + \Delta_i(t)$, il suffira de spécifier la perturbation w :

$$w(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\Delta_K(t) & -\Delta_C(t) \end{pmatrix} x_B + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\Delta_A(t) & -\Delta_B(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Omega \\ \dot{\Omega} \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

où w est bornée puisque, le satellite étant contrôlé, x_B , Ω et $\dot{\Omega}$ le sont.

5.2.2 Modèle LTI d'un satellite asservi autour de l'axe de tangage

On considère maintenant la représentation d'état Linéaire Temps Invariant de la dynamique autour de l'axe de tangage linéarisée (cf. Section 1.2.1) d'un satellite asservi :

$$\dot{x}_S(t) = A_S x_S(t) + B_{S,P}(\Gamma_B(t) + \Gamma_P(t)) + B_{S,C} \Gamma_C(t) \quad (5.21)$$

$$\theta(t) = C_\theta x_S(t) \quad (5.22)$$

$$\Omega(t) = C_\Omega x_S(t) \quad (5.23)$$

$$\dot{\Omega}(t) = C_{\dot{\Omega}} x_S(t) + D_{\dot{\Omega},P}(\Gamma_B(t) + \Gamma_P(t)) \quad (5.24)$$

où $x_S \in \mathbb{R}^{N_S}$ est l'état du satellite à vide tel que $(\theta, \Omega, \dot{\Omega}) \subset x_S$, Γ_C est le couple de commande à réaliser par les actionneurs et Γ_P est un moment de force perturbateur non-issu du ballottement. On rappelle que θ désigne l'angle de tangage du satellite et, Ω et $\dot{\Omega}$ ses dérivées temporelles successives. Afin de rester le plus général possible, nous ne ferons pour l'instant aucune hypothèse particulière sur Γ_C autre qu'il permet de stabiliser et d'assurer le suivi de consigne du système.

Les moments de forces Γ_B et Γ_P agissant directement sur le satellite, et non pas en amont des actionneurs, cela justifie de les sommer dans les équations 5.21 et 5.24. **Du fait de la présence des actionneurs (qui sont modélisés par des filtres passe-bas), il n'y a pas de transmission directe depuis Γ_C vers les sorties.**

5.2.3 Interconnexion du ballottement et du satellite asservi

On combine maintenant les Équations 5.18 et 5.21 pour obtenir la représentation d'état de l'interconnexion entre le moment des efforts de ballottement et le satellite à vide asservi autour de l'axe de tangage. En prenant comme état $X_{SB} = (x_S \mid x_B)^T$, nous avons finalement :

$$\dot{X}_{SB} = A_{SB}(\Lambda) X_{SB} + B_{SB,P}(\Lambda) \Gamma_P + B_{SB,w} w + B_{SB,C} \Gamma_C \quad (5.25)$$

$$\Gamma_B = (0_{1 \times N_S} \mid C_B) X_{SB} \quad (5.26)$$

$$\theta = (C_\theta \mid 0 \ 0) X_{SB} \quad (5.27)$$

$$A_{SB}(\Lambda) = \left(\begin{array}{c|c} A_S & B_{S,P} C_B \\ \hline B_B(\Lambda) \begin{bmatrix} C_\Omega \\ C_{\dot{\Omega}} \end{bmatrix} & A_B(\Lambda) + B_B(\Lambda) \begin{bmatrix} 0_{1 \times 2} \\ D_{\dot{\Omega},P} C_B \end{bmatrix} \end{array} \right) \quad (5.28)$$

$$B_{SB,P}(\Lambda) = \left(\begin{array}{c} B_{S,P} \\ \hline B_B(\Lambda) \begin{bmatrix} 0 \\ D_{\dot{\Omega},P} \end{bmatrix} \end{array} \right) \quad (5.29)$$

$$B_{SB,w} = \begin{pmatrix} 0_{N_S \times 1} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.30) \quad B_{SB,C} = \begin{pmatrix} B_{SB,C} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

Le résultat de l'interconnexion entre le satellite à vide et la dynamique de ballottement est un système LPV perturbé par une incertitude de modèle w . Seules les matrices A_{SB} et $B_{SB,P}$ dépendent, de manière affine, du vecteur de paramètres $\Lambda(t) = (\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \alpha_K)$. En pratique le moment des efforts de ballottement n'est pas mesuré et n'est donc pas une sortie du système interconnecté, nous justifierons le choix de considérer le moment des efforts de ballottement Γ_B comme une sortie du système au chapitre suivant. Sur un satellite réel on mesure au moins l'attitude et on estime alors la vitesse.

L'attitude du satellite étant asservie, et les capacités des actionneurs étant limitées, nous pouvons considérer des restrictions de variations sur la vitesse et l'accélération angulaires :

$$|\Omega(t)| \leq S_C \bar{\Omega} \quad (5.32)$$

$$|\dot{\Omega}(t)| \leq S_C \bar{\dot{\Omega}} \quad (5.33)$$

où $\bar{\Omega}$ et $\bar{\dot{\Omega}}$ sont les limites de manoeuvrabilité du satellite, et S_C un coefficient de sécurité.

Ces restrictions permettent de caractériser un domaine de variation limité pour Λ , qui évolue alors dans un polytope [5] \mathcal{P} de l'espace \mathbb{R}^4 à P sommets $\mathcal{P}_i, i \in \{1, 2, \dots, P\}$, i.e. :

$$\Lambda(t) \in \mathcal{P} := Co(\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \dots, \mathcal{P}_P) \quad (5.34)$$

où $Co(\mathcal{P}_1, \mathcal{P}_2, \dots, \mathcal{P}_P)$ désigne l'enveloppe convexe formée par les sommets du polytope.

La structure affine du système nous oriente alors naturellement vers un modèle polytopique non-conservatif. Une approche LFT est possible, mais serait plus conservatrice et plus complexe à mettre en oeuvre [2]. En effet, les critères de performance quadratique utilisés lors de la synthèse d'un correcteur LPV sur un modèle LFT sont issus d'une utilisation de la \mathcal{S} procédure [9], qui exprime seulement une condition suffisante de respect des contraintes quadratiques. De plus, l'approche LFT autorise des variations paramétriques dans le plan complexe, contrairement au cas polytopique où nos paramètres sont explicitement réels. La prise en compte du caractère réel des paramètres par l'approche LFT nécessite l'introduction de variables supplémentaires, complexifiant sa mise en oeuvre. Toutefois l'approche polytopique ne permet pas de tenir compte d'incertitudes de différentes natures (e.g. temps variant et temps invariant) de façon aussi flexible que l'approche LFT. Néanmoins cet aspect n'aurait aucune incidence dans notre cas où les incertitudes sont considérées par l'ajout d'une entrée au système.

Le choix de Λ , au lieu de $(\Omega, \dot{\Omega})$, comme paramètre LPV a certains avantages :

- Les matrices $A_{SB}(\Lambda)$ et $B_{SB}(\Lambda)$ sont des fonctions linéaires de Λ , ce qui simplifie la synthèse de contrôleurs et d'observateurs, ainsi que les analyses de stabilité et de robustesse.
- Le système est LPV, et pas quasi-LPV puisque $(\Omega, \dot{\Omega})$ fait partie du vecteur d'état
- Il n'est pas nécessaire d'écrire explicitement Λ comme une fonction de $(\Omega, \dot{\Omega})$ puisque nous pouvons calculer un polytope contenant toutes les trajectoires possibles des paramètres.

5.3 Modèle expérimental

On présente dans cette section le modèle de test issu de la modélisation générique d'un satellite avec dynamique de ballottage présentée à la section 5.2. C'est un modèle simplifié qui se concentre sur la problématique des ballottements et qui nous permettra de mettre en oeuvre et d'analyser notre stratégie de compensation. Les valeurs numériques utilisées dans le modèle s'inspirent librement des données du satellite DEMETER [8].

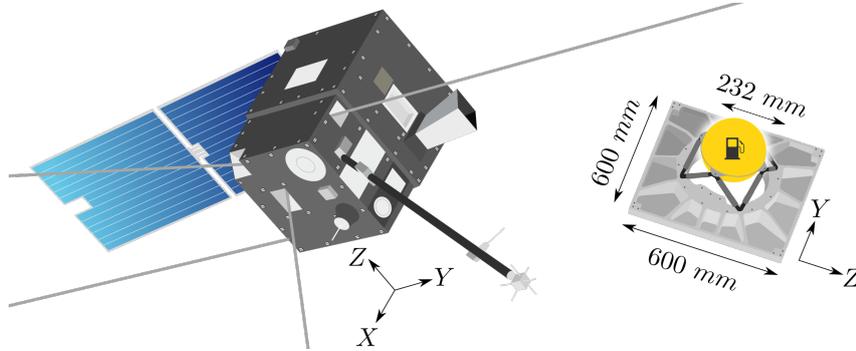


FIGURE 5.1 – Illustration du satellite DEMETER (inspiré par [3])

Comme illustré sur la figure 5.1, le réservoir sphérique du satellite DEMETER a une capacité bien plus faible (environ 6%) que celui correspondant aux données utilisées pour l'identification du modèle du ballottage (6,53 L contre 104 L) décrit à la section 4.4. Le bras de levier, entre le centre du réservoir et l'axe de rotation, est du même ordre de grandeur (environ 30 cm).

5.3.1 Description

On considère un satellite entièrement rigide, hors ballottage, dont la dynamique en boucle ouverte est un double intégrateur :

$$I_w \dot{\Omega} = \Gamma_B + \Gamma_P + \Gamma_A \quad (5.35)$$

où $I_w = 30 \text{ kg.m}^2$ est l'inertie du satellite autour de l'axe de tangage, supposée parfaitement connue, Γ_A est le couple réalisé par les actionneurs du satellite.

On modélise Γ_P par un signal périodique, fonction de la période orbitale ω_{orb} , qui tient compte des perturbations issues de l'environnement du satellite :

$$\Gamma_P = \Gamma_0 + \Gamma_1 \sin(\omega_{orb}.t + \phi_1) + \Gamma_2 \sin(2\omega_{orb}.t + \phi_2) \quad (5.36)$$

Selon les données exposées dans [8], on choisit :

Γ_0 (N.m)	Γ_1 (N.m)	Γ_2 (N.m)	ω_{orb} (rad.s ⁻¹)	ϕ_1	ϕ_2
10^{-6}	3.1×10^{-5}	1.5×10^{-5}	0.001	0.5π	1.4π

TABLE 5.1 – Coefficients du modèle de Γ_P

L'actionneur considéré est une roue de réaction asservie dont la dynamique correspond à un filtre passe-bas d'ordre deux sur-amorti représenté par la fonction de transfert $R_W(s)$, dont l'état est noté $x_R \in \mathbb{R}^2$:

$$R_W(s) = \frac{1.2s + 0.76}{s^2 + 2.4s + 0.76} \quad (5.37)$$

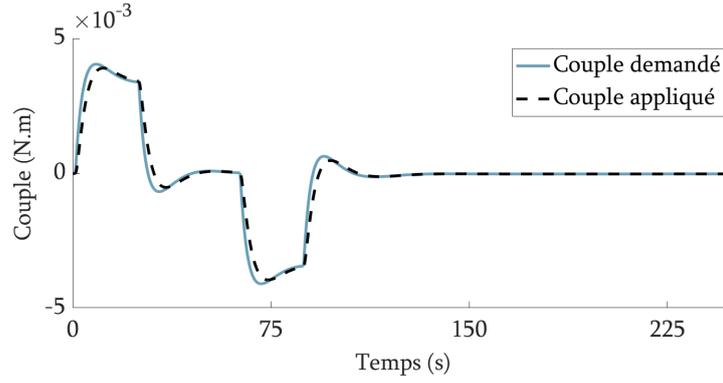


FIGURE 5.2 – Performances de la roue de réaction

La figure 5.2 montre que la dynamique de la roue de réaction introduit un léger retard entre le couple demandé et le couple appliqué.

On note sat_{x_0} la fonction saturation :

$$\text{sat}_{x_0}(x) = \begin{cases} x(t) & \text{if } |x(t)| \leq x_0 \\ \text{signe}(x(t))x_0 & \text{if } |x(t)| > x_0 \end{cases} \quad (5.38)$$

En prenant en compte les capacités limitées de la roue de réaction en couple $\bar{\Gamma} = 0.005 \text{ N.m}$ et en moment cinétique $\bar{H}_w = 0.12 \text{ N.m.s}$, on a :

$$\Gamma_A(s) = R_W(s)\Gamma_{C,2}(s) \quad (5.39)$$

$$\Gamma_{C,1}(t) = \text{sat}_{\bar{\Gamma}}(\Gamma_C(t)) \quad (5.40)$$

$$\dot{H}_{w,1}(t) = \Gamma_{C,1}(t) \quad (5.41)$$

$$H_{w,2}(t) = \text{sat}_{\bar{H}_w}(H_{w,1}(t)) \quad (5.42)$$

$$\dot{H}_{w,2}(t) = \Gamma_{C,2}(t) \quad (5.43)$$

D'après l'équation 5.43, la saturation du moment cinétique entraîne la perte du couple de contrôle, et doit donc être strictement évitée.

Les données issues de l'identification ayant été faites sur des profils de type *bang-stop-bang*, nous considérons une consigne de même nature afin de rester dans le domaine de validité du modèle de ballotement, celui-ci ayant été identifié sur ce type de profil.

Les limitations d'allocation du couple et du moment cinétique pour le suivi de consigne correspondent à 70% des valeurs maximales, afin de conserver une marge de capacité actionneur pour rejeter les perturbations. Pour assurer une continuité de la dérivée de l'accélération angulaire de consigne $\dot{\Omega}_r$, celle-ci est légèrement lissée par un filtre passe-bas du premier ordre avec une fréquence de coupure à 2 rad.s^{-1} . Les consignes de vitesse angulaire Ω_r et d'angle de tangage θ_r sont obtenues par intégrations successives.

Le correcteur nominal, synthétisé sur le modèle du satellite rigide sans considérer le ballotement, suit une loi Proportionnelle-Dérivée permettant de placer deux pôles du système à 0.16 rad.s^{-1} avec un coefficient d'amortissement de 0.7. Afin d'accélérer le suivi de consigne du système, nous considérons également un terme en *feedforward* $I_w \dot{\Omega}_r$.

Ainsi nous avons :

$$\Gamma_C = K_p(\theta_r - \theta_m) + K_d(\Omega_r - \Omega_m) + I_w\dot{\Omega}_r \quad (5.44)$$

où $K_p = 0.477$ et $K_d = 5.617$ sont les gains du correcteur et, θ_m et Ω_m sont respectivement les mesures de l'attitude et de la vitesse angulaire.

Sur DEMETER l'attitude est fournie par un senseur stellaire, la vitesse est ensuite obtenue par dérivation de cette mesure. Dans notre cas, afin de mettre l'accent sur les effets du ballonnement, nous considérons des mesures parfaites, sans aucun bruit de mesure.

En considérant les limitations en vitesse et en accélération angulaires du satellite DEMETER, et en prenant une marge de sécurité de 50%, nous supposons :

$$|\Omega(t)| \leq 1.5 \times (1.2 \times 10^{-2}) \text{ rad.s}^{-1} \quad (5.45)$$

$$|\dot{\Omega}(t)| \leq 1.5 \times (5.0 \times 10^{-4}) \text{ rad.s}^{-2} \quad (5.46)$$

Ces restrictions de variations permettent de construire le polytope \mathcal{P} auquel appartient le vecteur de paramètres Λ .

Une analyse approfondie des résultats d'identification sur ce polytope met en évidence des corrélations entre les paramètres α_A et α_B , ainsi qu'entre α_K et α_C . On utilisera alors les approximations linéaires suivantes :

$$\alpha_B = a_{AB} \cdot \alpha_A + b_{AB} \quad (5.47)$$

$$\alpha_C = a_{CK} \cdot \alpha_K + b_{CK} \quad (5.48)$$

où $a_{AB} = -120.615$, $b_{AB} = 0.122$, $a_{CK} = 6.825$, et $b_{CK} = 0.007$.

Le vecteur de paramètres Λ se réduit alors à $\Lambda = (\alpha_A, \alpha_K)$ et évolue dans un polytope à 15 sommets (cf. figure 5.3) dont les valeurs sont données dans la Table 5.2, à des fins de reproductibilité on indique également les valeurs de $(\Omega, \dot{\Omega})$ associées à chaque sommet.

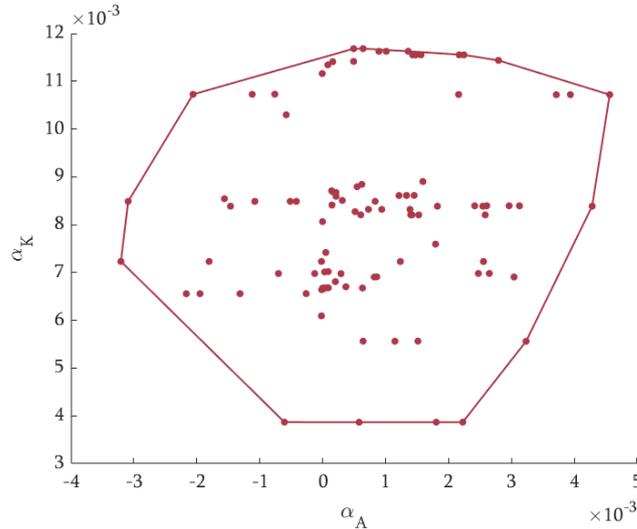


FIGURE 5.3 – Polytope

Les données utilisées pour l'identification montrent également que les conditions initiales du ballonnement sont bornées :

$$|\Gamma_B(0)| \leq 0.004 \text{ N.m} \quad (5.49)$$

$$|\dot{\Gamma}_B(0)| \leq 1.006 \times 10^{-6} \text{ N.m.s}^{-1} \quad (5.50)$$

	$\alpha_A \times 1000$	$\alpha_K \times 1000$	$\Omega \text{ (rad.s}^{-1}\text{)}$	$\dot{\Omega} \times 1000 \text{ (rad.s}^{-2}\text{)}$
\mathcal{P}_1	-0.607	3.871	± 0.018	± 0.446
\mathcal{P}_2	0.580	3.868	± 0.015	± 0.446
\mathcal{P}_3	1.807	3.869	± 0.016	± 0.446
\mathcal{P}_4	2.228	3.871	± 0.017	± 0.446
\mathcal{P}_5	3.233	5.561	± 0.012	± 0.446
\mathcal{P}_6	4.284	8.387	± 0.008	± 0.089
\mathcal{P}_7	4.563	10.719	± 0.012	± 0.223
\mathcal{P}_8	2.794	11.436	± 0.011	± 0.223
\mathcal{P}_9	2.247	11.551	± 0.010	± 0.223
\mathcal{P}_{10}	1.360	11.627	± 0.007	± 0.223
\mathcal{P}_{11}	0.643	11.682	± 0.004	± 0.223
\mathcal{P}_{12}	0.492	11.681	± 0.004	± 0.223
\mathcal{P}_{13}	-2.059	10.727	± 0.016	± 0.223
\mathcal{P}_{14}	-3.090	8.488	± 0.011	± 0.089
\mathcal{P}_{15}	-3.207	7.232	± 0.008	± 0.0446

TABLE 5.2 – Sommets de l'espace des paramètres

En choisissant comme état $X_{SB} = (\theta, \Omega, \Gamma_B, \dot{\Gamma}_S, x_R)^T$, une représentation d'état du système interconnecté *satellite + roue de réaction + ballottement* est :

$$\dot{X}_{SB} = A_{SB}(\Lambda)X_{SB} + B_{SB,P}(\Lambda)\Gamma_P + B_{SB,w}w + B_{SB,C}\Gamma_C \quad (5.51)$$

$$A_{SB}(\alpha_A, \alpha_K) = A_{SB,0} + A_{SB,A}\alpha_A + A_{SB,K}\alpha_K \quad (5.52)$$

$$\begin{pmatrix} \theta \\ \Gamma_B \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{C_{SB}} X_{SB} \quad (5.53)$$

Les différentes matrices de cette représentation d'état s'écrivent :

$$A_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.033 & 0 & 0.040 & 0.025 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.004 & -0.007 & -0.005 & -0.003 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.400 & -0.760 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.54)$$

$$A_{SB,A} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 6} \\ 0 \ -1 \ 4.021 \ 0 \ 4.825 \ 3.056 \\ 0_{2 \times 6} \end{pmatrix} \quad (5.55)$$

$$A_{SB,K} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 6} \\ 0 \ 0 \ -1 \ -6.825 \ 0 \ 0 \\ 0_{2 \times 6} \end{pmatrix} \quad (5.57)$$

$$B_{SB,w} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 1} & 1 & 0_{2 \times 1} \end{pmatrix}^T \quad (5.56)$$

$$B_{SB,C} = \begin{pmatrix} 0_{4 \times 1} & 1 & 0 \end{pmatrix}^T \quad (5.58)$$

$$B_{SB,P}(\Lambda) = \begin{pmatrix} 0 & 0.033 & 0 & -0.004 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 4.021 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \alpha_A \quad (5.59)$$

La figure 5.4 donne le schéma bloc du modèle de test. La sortie du bloc de guidage correspond à la position, la vitesse et l'accélération angulaires d'un profil *bang-stop-bang* quelconque.

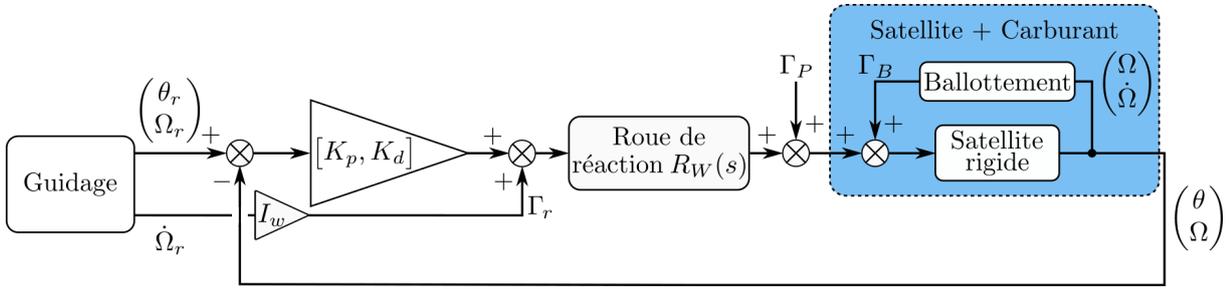


FIGURE 5.4 – Schéma bloc du modèle de test

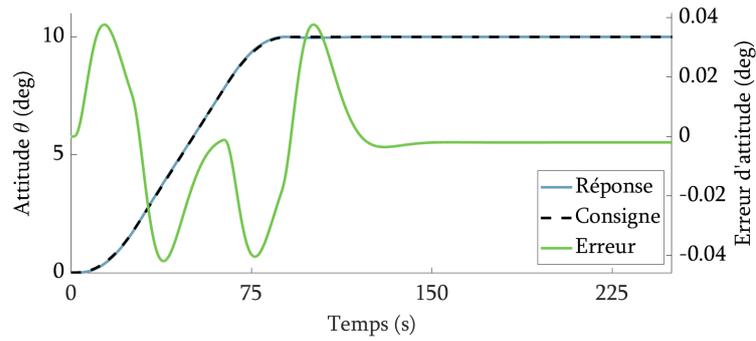
5.3.2 Analyse

5.3.2.1 Stabilité

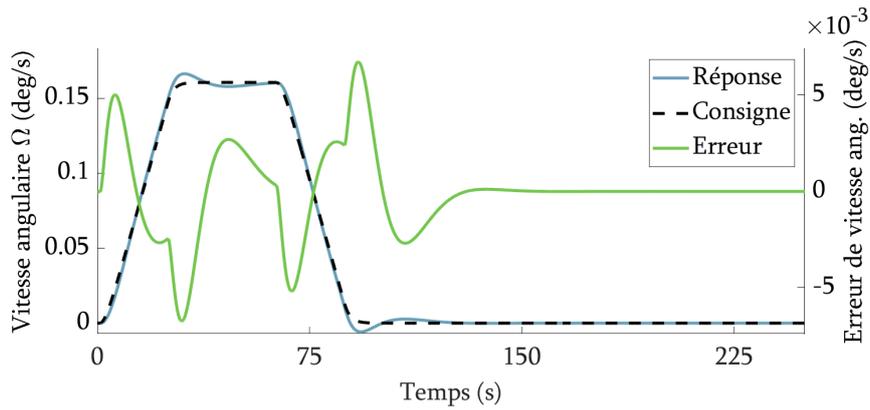
En considérant que le correcteur est tel que les saturations ne sont pas activées (cf. figure 5.5), le satellite à vide avec correcteur Proportionnel-Dérivé est décrit par un système LTI. Toutes les valeurs propres du système étant à partie réelle strictement négative on en conclut qu'il est globalement exponentiellement stable. La marge de gain est infinie et la marge de phase de 50,4 deg, ces valeurs sont largement au-delà des valeurs traditionnellement admises comme suffisantes (8dB, 30°). Ces marges ne sont toutefois pas suffisantes pour garantir la stabilité de la boucle fermée lorsqu'on considère le ballottement, en effet pour certaines valeurs du paramètre des valeurs propres de la boucle fermée sont à partie réelle positive (e.g. $\alpha_A = 0.0039$ et $\alpha_K = 0.0077$), ce qui est une condition d'instabilité.

Les figures 5.5 et 5.6 montrent des résultats de simulation correspondant à un profil *bang-stop-bang*, respectivement sans et avec ballottements. La figure 5.5 (simulation sans ballottements) montre que le correcteur Proportionnel-Dérivé avec *feedforward* permet d'obtenir des performances très satisfaisantes en boucle fermée, à la fois en suivi de consigne d'attitude et de vitesse angulaire. La spécification d'erreur d'attitude (inférieure à 0.04 deg en régime permanent) est atteinte en 52 s. De plus cet asservissement n'entraîne pas de saturations des actionneurs en couple et moment cinétique. La figure 5.6 (simulation avec ballottements) montre que les performances sont fortement dégradées, la spécification d'erreur d'attitude étant atteinte après 156 s, même lorsque les instabilités n'apparaissent pas clairement dans la réponse temporelle. Ces résultats ne sont pas étonnants, en effet la sous-figure 5.6d montre que l'amplitude du moment des efforts de ballottement atteint presque la moitié de la capacité maximale en couple.

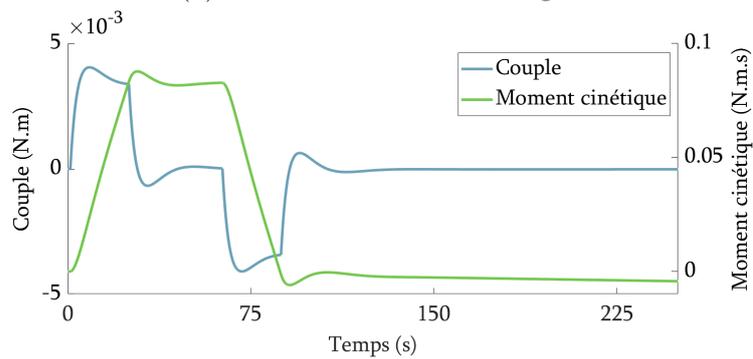
Le correcteur Proportionnel-Dérivé ne suffit donc pas pour respecter le cahier des charges. On note que les performances restent insatisfaisantes même sans considérer les saturations en couple et moment cinétique de la roue de réaction. Les ballottements ne peuvent alors pas être négligés et doivent être pris en compte lors de la synthèse de l'asservissement du satellite, afin que le système soit stable pour toute trajectoire des paramètres à l'intérieur du polytope.



(a) Performances en attitude

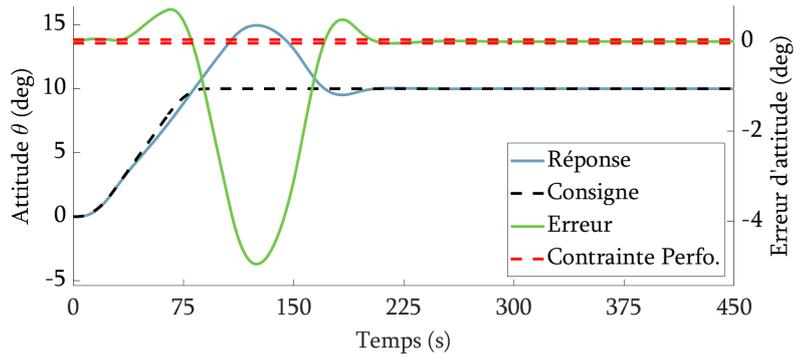


(b) Performances en vitesse angulaire

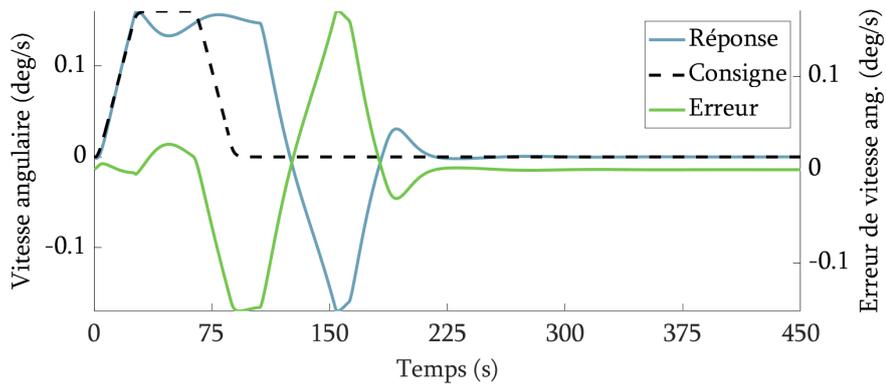


(c) Couple de commande et moment cinétique

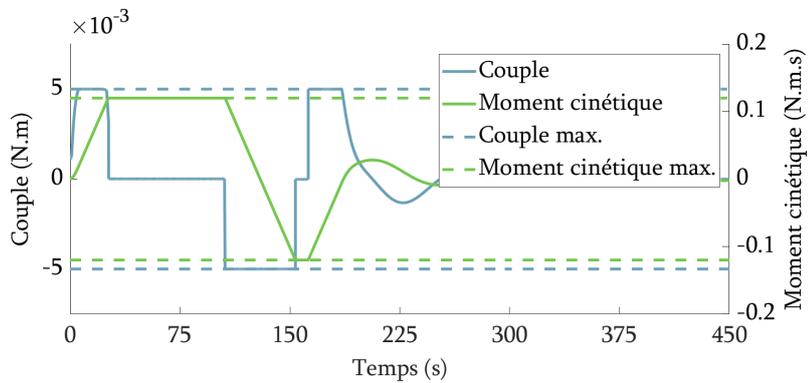
FIGURE 5.5 – Performance du système en boucle fermée sans ballonnement



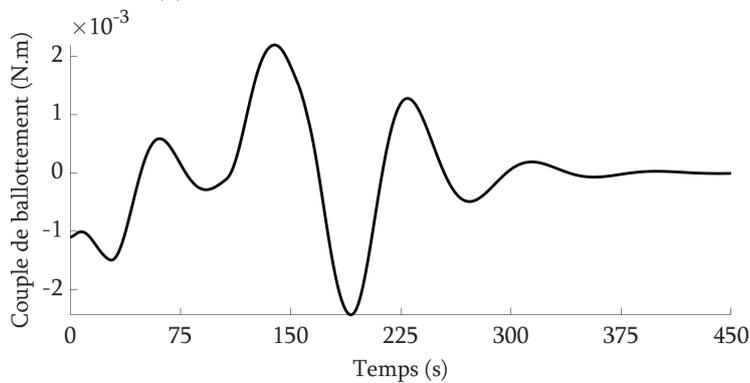
(a) Performances en attitude



(b) Performances en vitesse angulaire



(c) Couple de commande et moment cinétique



(d) Moment des efforts de ballottement

FIGURE 5.6 – Performance du système en boucle fermée avec ballottement

5.3.2.2 Gouvernabilité et observabilité

Dans le cadre des systèmes LPV l'étude de la gouvernabilité et de l'observabilité fait appel à une extension du critère de Kalman reposant sur le calcul du rang de matrices d'observabilité \mathcal{O} et de contrôlabilité \mathcal{C} modifiées [11, 4, 10].

Soit un système LPV de dimension $n \in \mathbb{N}$, d'état x , de sortie y , d'entrée u et de paramètre $\rho(t)$ décrit par la représentation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = A(\rho(t))x(t) + B(\rho(t))u(t) \quad (5.60)$$

$$y(t) = C(\rho(t))x(t) + D(\rho(t))u(t) \quad (5.61)$$

Les matrices d'observabilité \mathcal{O} et de contrôlabilité \mathcal{C} modifiées sont alors définies par :

$$\mathcal{O}(t) = [o_1(t)^T \quad o_2(t)^T \quad \dots \quad o_n(t)^T]^T \quad (5.62)$$

$$o_{i+1}(t) = o_i(t)A(\rho) + \dot{o}_i(t), \forall i > 1, o_1(t) = C(\rho) \quad (5.63)$$

$$\mathcal{C}(t) = [c_1(t) \quad c_2(t) \quad \dots \quad c_n(t)] \quad (5.64)$$

$$c_{i+1}(t) = A(\rho)c_i(t) - \dot{c}_i(t), \forall i > 1, c_1(t) = B(\rho) \quad (5.65)$$

Le système est complètement observable, respectivement gouvernable, si la matrice d'observabilité, respectivement de gouvernabilité, est de rang plein $\forall t \in \mathbb{R}^+$. La différence principale par rapport au cas LTI est l'introduction de la vitesse de variation des paramètres par les dérivées temporelles. **On constate alors qu'il peut exister des variations de paramètres qui entraînent une perte d'observabilité et/ou de gouvernabilité.**

Dans notre cas, du fait de l'absence d'expression analytique des composantes du vecteur de paramètres Λ et donc de sa dérivée temporelle, on ne peut donc théoriquement conclure ni à l'observabilité ni à la gouvernabilité du système. Toutefois, on peut vraisemblablement considérer que la sortie que nous souhaitons asservir (attitude du satellite θ) est gouvernable étant donné la structure du système (chaîne directe depuis l'actionneur jusqu'à la sortie) et les résultats des simulations effectuées.

5.4 Conclusion

Le ballottement intervient comme un mode souple basse fréquence capable, au pire de déstabiliser le système et au mieux de dégrader les performances potentiellement au delà des spécifications du cahier des charges. Il est donc nécessaire d'en tenir compte dans la boucle de contrôle d'attitude. Afin de préserver la performance et la robustesse des correcteurs synthétisés sans prise en compte du ballottement, nous proposons d'ajouter un contrôleur spécifique pour le compenser. Cette boucle additionnelle restaurera alors les hypothèses de synthèse du correcteur nominal. La synthèse de ce correcteur est présentée dans le chapitre suivant.

Références

- [1] G. J. BALAS. "Linear, parameter-varying control and its application to aerospace systems". In : *ICAS congress proceedings*. 2002 (cf. p. 53).
- [2] J.-M. BIANNIC. "Commande robuste des systèmes à paramètres variables : applications en aéronautique". Thèse de doct. Toulouse, ENSAE, 1996 (cf. p. 54-55, 57).
- [3] *Demeter artist rendering (D. Ducros)*. https://demeter.cnes.fr/fr/DEMETER/Fr/img_demeter.htm. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 58).
- [4] P. GÁSPÁR et al. "Robust control design for active driver assistance systems". In : *Springer, DOI 10* (2016), p. 978-3 (cf. p. 65).

- [5] B. GRÜNBAUM et al. “Convex polytopes”. In : (1967) (cf. p. 57).
- [6] P. A. IOANNOU et J. SUN. *Robust adaptive control*. Courier Corporation, 2012 (cf. p. 54).
- [7] J. MOHAMMADPOUR et C. W. SCHERER. *Control of linear parameter varying systems with applications*. Springer Science & Business Media, 2012 (cf. p. 54).
- [8] C. PITTET et D. ARZELIER. “Demeter : A benchmark for robust analysis and control of the attitude of flexible micro satellites”. In : *IFAC Proceedings Vol. 39.9* (2006), p. 661-666 (cf. p. 58).
- [9] I. PÓLIK et T. TERLAKY. “A survey of the S-lemma”. In : *SIAM review* 49.3 (2007), p. 371-418 (cf. p. 57).
- [10] O. SENAME. *Robust and LPV control of MIMO systems - Part 3 : Linear Parameter Varying systems : from modelling to control*. Site web GIPSA-Lab, <https://www.gipsa-lab.grenoble-inp.fr/~o.sename/docs/LPVcourse.pdf>. Consulté le : 15-05-2020. 2016 (cf. p. 65).
- [11] L. M. SILVERMAN et H. MEADOWS. “Controllability and observability in time-variable linear systems”. In : *SIAM Journal on Control* 5.1 (1967), p. 64-73 (cf. p. 65).
- [12] K. ZHOU et J. C. DOYLE. *Essentials of robust control*. T. 104. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998 (cf. p. 55).

Partie III

Compensation du ballottement d'ergols

“All stable processes we shall predict. All unstable processes we shall control.”

— Freeman Dyson (1988)

6

Compensation du ballonnement d’ergols

Sommaire

6.1	Cahier des charges de la compensation des ballonnements	69
6.2	Techniques de commande usuelles	70
6.2.1	Commande des systèmes LPV	70
6.2.2	Contrôle des modes flexibles	71
6.3	Contrôle des Modèles Mécaniques Équivalents	73
6.4	Choix de la stratégie de compensation	73
6.5	Synthèse d’un observateur LPV du moment des efforts de ballonnement	74
6.5.1	Synthèse \mathcal{H}_∞ multi-modèles	76
6.5.1.1	Résultats de synthèse et simulations	77
6.5.1.2	Analyse de stabilité	81
6.5.1.3	Analyse de robustesse	86
6.5.2	Synthèse par résolution de LMI	88
6.6	Conclusion	91
	Références	91

Le modèle LPV incertain d’un satellite avec ballonnement d’ergols, dont la représentation d’état générique est donnée au chapitre précédent, est maintenant utilisé pour la synthèse d’un compensateur robuste aux perturbations de modèle. L’objectif est d’améliorer ou de rétablir les performances d’un contrôleur existant qui a été calculé sans considérer le ballonnement. Afin de réaliser une compensation efficace du ballonnement, une estimation du moment des efforts de ballonnement est utilisée pour découpler les dynamiques du satellite et du fluide.

6.1 Cahier des charges de la compensation des ballonnements

Le cahier des charges sur lequel nous nous appuyerons par la suite est librement inspiré de celui utilisé pour le *benchmark* DEMETER [21] :

- Erreur de suivi d’attitude en régime permanent $\leq 0.04^\circ$
- Erreur de suivi de vitesse angulaire en régime permanent $\leq 0.1^\circ s^{-1}$
- Évitement de la saturation en moment cinétique ($\leq 0.12 N.m.s$)
- Évitement de la saturation en couple ($\leq 5 \times 10^{-3} N.m$)
- Robustesse du système aux incertitudes du modèle de ballonnement
- Stabilisation du système pour toute trajectoire des paramètres dans leur polytope

6.2 Techniques de commande usuelles

On souhaite compenser les ballottements dans notre modèle LPV incertain, qui présente des analogies fortes avec les modes flexibles. Avant de déterminer l'approche que nous allons utiliser, nous présentons ici les techniques de commande usuelles pour les systèmes LPV et les modes flexibles, dont nous nous inspirerons pour mettre en oeuvre la compensation des ballottements.

6.2.1 Commande des systèmes LPV

Différentes techniques de synthèse peuvent être utilisées pour la commande de systèmes représentés par des modèles polytopique et LFT, introduits à la section 5.1. On présente ici celles qui sont le plus couramment utilisées.

- La **synthèse LPV** consiste en la synthèse d'un contrôleur $K(\rho)$ avec une structure analogue au modèle qui permet de stabiliser le système en boucle fermée et d'atteindre les performances requises. Des critères de stabilité et de performances en boucle fermée (e.g. critères \mathcal{H}_2 , \mathcal{H}_∞ ou mixtes [8, 7]) peuvent alors s'écrire sous la forme d'Inégalités Matricielles Linéaires (LMI). On peut ainsi réécrire un problème de synthèse LPV sous la forme d'un problème d'optimisation convexe et le résoudre assez facilement pourvu que le nombre de variables d'optimisation reste raisonnable.

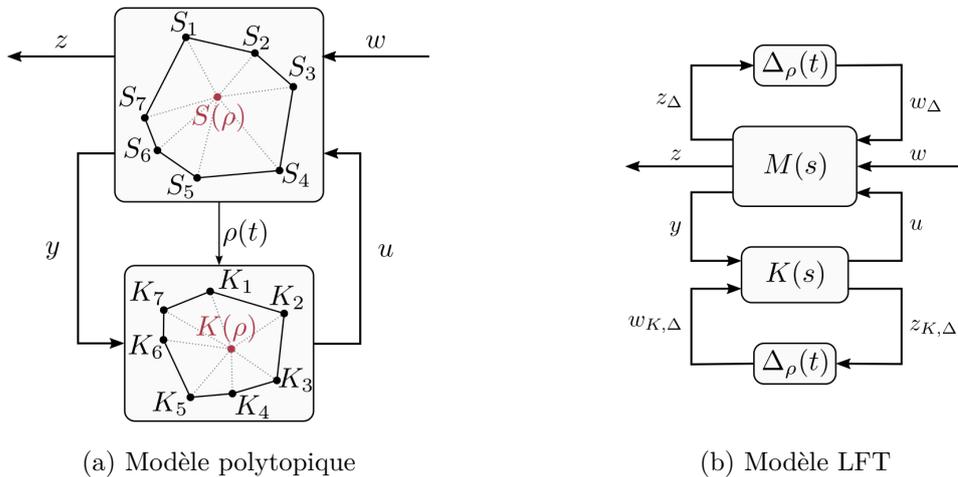


FIGURE 6.1 – Synthèse LPV sur modèles polytopique et LFT

- Les techniques de **séquencement de gain** (*Gain Scheduling*) [26] reposent sur la synthèse de contrôleurs sur des modèles linéarisés du système en plusieurs points de fonctionnement. Le maillage de l'espace d'évolution des paramètres est tel que les zones de robustesse de la boucle fermée, centrées sur chaque point, se recouvrent. Selon la valeur du paramètre, le contrôleur associé est obtenu par interpolation.
- La **synthèse multi-modèles** [1] consiste en la synthèse d'un contrôleur unique permettant de stabiliser plusieurs systèmes et de garantir le cahier des charges pour chacun d'eux. Les différents systèmes résultent généralement de variations paramétriques autour d'un système nominal. Le contrôleur qui en résulte est alors plus facilement implémentable.
- L'**inversion dynamique** [22] a pour objectif de calculer une loi de commande dont une partie assure le suivi de consigne, et l'autre compense la partie non-linéaire de la dynamique du système pour obtenir un comportement LTI en boucle fermée. Lorsque les non-linéarités sont mal connues, il est nécessaire d'assurer la robustesse aux incertitudes de modèle.

Contrairement à la synthèse LPV, le séquençement de gain et la synthèse multi-modèles ne permettent pas d'imposer *a priori* la stabilité du système LPV en boucle fermée, qui devra donc être vérifiée *a posteriori*. Toutefois ces techniques sont bien souvent plus simples à mettre en oeuvre et offrent une plus grande flexibilité.

6.2.2 Contrôle des modes flexibles

On rappelle que la dynamique des modes flexibles (cf. section 4.3) est donnée par :

$$\ddot{\eta} + \text{diag}(2\xi_i\omega_i)\dot{\eta} + \text{diag}(\omega_i^2)\eta = -L_P \begin{pmatrix} \vec{a}_P \\ \dot{\Omega} \end{pmatrix}, \quad i \in \{1, 2, \dots, k\} \quad (6.1)$$

où

- \vec{a}_P est l'accélération du point auquel l'appendice souple est attaché,
- L_P la matrice des contributions modales calculée au point P ,
- η est le vecteur des coordonnées modales,
- ξ_i et ω_i sont respectivement l'amortissement et la fréquence du i -ème mode

Seuls les k premiers modes flexibles sont considérés. Il existe donc des dynamiques haute fréquence négligées durant la synthèse, qui peuvent être déstabilisantes (*spillover*).

Classiquement on exploitera des filtres pour agir soit sur le gain, soit sur la phase du système afin de le stabiliser et d'améliorer ses performances en présence de modes souples [13, 3] :

- **Contrôle en gain** : Lorsque le mode souple est loin de la bande passante, un contrôleur avec un comportement passe-bas (*roll-off*) permet d'atténuer la résonance du mode souple, idéalement sous 0 dB. Cela permet notamment d'éviter le *spillover*. Si le mode souple est plus proche de la bande passante et que sa fréquence est bien connue, on pourra utiliser des *notch filters* qui apportent une anti-résonance localisée (filtres coupe-bande fins).
- **Contrôle en phase** : Lorsque le mode souple est trop proche ou dans la bande passante de contrôle, le contrôle en gain n'est pas possible sans dégrader fortement la bande passante. On doit donc procéder à un contrôle en phase. Le correcteur agit sur la phase des modes flexibles pour les éloigner des points critiques. Cette approche permet d'obtenir un meilleur amortissement en boucle ouverte qu'en boucle fermée, mais sa performance est très liée à une bonne connaissance du mode souple (fréquence et amortissement) ; c'est donc une correction par nature peu robuste aux incertitudes.

Ces deux méthodes sont basées sur l'analyse des marges classiques de stabilité du système, qui ne sont définies que dans le cas *Single-Input Single-Output*. Dans le cas où les canaux sont raisonnablement découplés, on pourra étendre ces techniques de contrôle au cas *Multi-Input Multi-Output*. En l'absence de découplage des extensions plus générales devront être considérées en s'appuyant par exemple sur la μ -analyse dissymétrique [25].

Différentes techniques de commande permettent d'assurer la robustesse du système à ces incertitudes sur les modes flexibles. Le modèle ayant été défini, on pourra utiliser toute une variété de correcteurs pour les systèmes LTI, toutefois l'état de l'art sur le contrôle des modes flexibles privilégie les approches LQ, \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞ .

La commande **Linéaire Quadratique** (LQ) [4] a des propriétés de robustesse, e.g. une marge de phase supérieure à 60° dans le cas *Single Input-Single Output*, qui permettent de tenir compte des incertitudes paramétriques. Cette méthode de commande optimale permet de calculer la matrice de gains d'une commande par retour d'état minimisant un critère quadratique J :

$$J(u) = \int_0^\infty [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \quad (6.2)$$

où x est l'état, u la commande, Q et R des pondérations sur l'état et la commande. En choisissant judicieusement les matrices de pondérations, par essais-erreurs, ce critère permet de choisir le comportement en boucle fermée et de fixer le compromis performances/énergie de commande. L'inconvénient principal est que l'état doit être disponible, ce qui est rarement le cas.

Pour compenser l'absence de mesure de l'état complet, on utilise alors la commande **Linéaire Quadratique Gaussienne** (LQG), où la commande LQ est étendue par un filtre de Kalman [29] et qui tient compte des bruits de mesure supposés Gaussiens. Les propriétés de robustesse s'en trouvent cependant dégradées, mais peuvent être restaurées par la procédure **Loop Transfer Recovery** (LTR) lorsque le système est strictement propre, à minimum de phase et a un nombre d'entrées égal au nombre de sorties. Enfin, la commande **Parametric Robust Linear Quadratic Gaussian** (PRLQG) tient compte explicitement des incertitudes paramétriques du modèle [28].

Les commandes \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞ sont également très intéressantes pour le contrôle des modes souples. On désigne par commande \mathcal{H}_2 , respectivement \mathcal{H}_∞ , les asservissements qui minimisent un critère \mathcal{H}_2 , respectivement \mathcal{H}_∞ . Bien souvent ce sont des lois de commande par retour d'état ou de sortie. Grâce à des travaux relativement récents, ces deux techniques permettent aujourd'hui une synthèse structurée [5] dans laquelle la structure et l'ordre du correcteur $K(s)$ sont fixés. Ces synthèses structurées, basées sur des techniques d'optimisation non-lisse, peuvent également inclure des contraintes de placement de pôle, à la fois sur la boucle fermée et le correcteur, ainsi que des contraintes sur les marges de gain et de phase. L'objectif est alors de minimiser respectivement la norme \mathcal{H}_2 ou \mathcal{H}_∞ du transfert en boucle fermée entre les entrées exogènes w et les sorties régulées z sur l'ensemble des compensateurs qui stabilisent le système. Le correcteur ainsi synthétisé permet de minimiser l'effet de perturbations sur les sorties d'intérêt, le choix de la norme déterminant la façon dont on mesure cet impact.

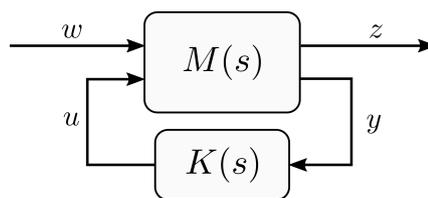


FIGURE 6.2 – Modèle standard des commandes \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞

Pour un système LTI de fonction de transfert $M(s)$ entre une entrée $U(s)$ et une sortie $Y(s)$, ces normes sont définies par :

- Norme \mathcal{H}_2 :

$$\|M(s)\|_2 = \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Tr} (M^*(j\omega)M(j\omega)) d\omega \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.3)$$

C'est l'énergie de sortie du système lorsque l'entrée est un Dirac ou un bruit blanc de densité spectrale uniforme. Cette norme est finie seulement si $M(s)$ est strictement propre.

- Norme \mathcal{H}_∞ :

$$\|M(s)\|_\infty = \sup_\omega \bar{\sigma}(M(j\omega)) \quad (6.4)$$

$$= \sup_{u(t) \in \mathcal{L}_2} \frac{\|y(t)\|_2}{\|u(s)\|_2} \quad (6.5)$$

où $\bar{\sigma}(M(j\omega))$ désigne la valeur singulière maximale de $M(j\omega)$, et \mathcal{L}_2 est l'espace des fonctions analytiques de carré intégrable. On remarquera que l'équation 6.5 est la norme \mathcal{L}_2 -induite, utilisée notamment pour la synthèse LPV. Celle-ci est égale à la norme \mathcal{H}_∞ classique (équation 6.4) dans le cas de systèmes LTI.

La commande \mathcal{H}_2 est ainsi une approche orientée vers la performance, tandis que la commande \mathcal{H}_∞ est une approche pire cas. Cette approche présente donc un intérêt dans le cadre de la commande robuste en présence d'incertitude de modèles.

Lorsque ces incertitudes sont regroupées au sein d'un bloc $\Delta(s)$ via le formalisme LFT, la commande \mathcal{H}_∞ repose sur le théorème du faible gain [31], qui implique en particulier que la minimisation de la norme \mathcal{H}_∞ du transfert entre les entrées et sorties vues depuis $\Delta(s)$ permet d'augmenter la robustesse de la boucle fermée aux incertitudes. Un autre intérêt de la commande \mathcal{H}_∞ est la *loop shaping*, en introduisant des filtres fréquentiels sur les entrées exogènes et les sorties régulées on peut imposer un comportement en boucle fermée, par exemple pour introduire un comportement *roll-off* afin de prendre en compte le phénomène de *spillover*. Enfin, il est possible de faire une synthèse mixte [27] qui consiste à minimiser un critère fonction des normes \mathcal{H}_2 et \mathcal{H}_∞ de transferts sélectionnés.

6.3 Contrôle des Modèles Mécaniques Équivalents

Dans le cas des Modèles Mécaniques Équivalents pendules et masses-ressorts, le système obtenu est non-linéaire. Si le modèle complet est linéarisé autour d'un état d'équilibre, on pourra utiliser les techniques présentées dans la section 6.2.2. Il a été développé des lois de commande par retour d'état sur le modèle non-linéaire, afin de garantir la stabilité au sens de Lyapunov dans le cas où les paramètres du modèle sont considéré parfaitement connus [23, 24]. La consommation de carburant peut être explicitement prise en compte par des paramètres temps-variants, cette problématique a également été traitée par une approche basée sur la stabilité de Lyapunov [14]. Enfin, des incertitudes paramétriques ont été considérées sur des modèles pendulaires par synthèse \mathcal{H}_∞ [30].

6.4 Choix de la stratégie de compensation

Afin de rétablir les performances du système et de respecter le cahier des charges, il est nécessaire de modifier la loi de commande Proportionnelle-Dérivée qui n'est plus satisfaisante lorsque le ballonnement est considéré. Deux approches sont alors possibles :

- On remplace complètement le contrôleur initial par un nouveau.
- On améliore la loi de commande déjà en place en compensant les ballonnements.

La synthèse d'une loi de commande pour l'asservissement en attitude d'un satellite est un processus long et complexe à développer et valider, la seconde approche est alors particulièrement intéressante et c'est celle-ci que nous retiendrons, en ajoutant la contrainte au cahier des charges que notre approche doit être indépendante du contrôleur. Ainsi le compensateur de ballonnement peut s'ajouter de façon *plug-and-play* à n'importe quel système.

6.5 Synthèse d'un observateur LPV du moment des efforts de ballonnement

La synthèse d'un observateur LPV va nous permettre d'obtenir une estimation fiable du moment des efforts de ballonnement. Le moment des efforts de ballonnement estimé peut ensuite être pré-compensé par le couple de commande. Le système n'est alors perturbé que par une dynamique résiduelle correspondant à l'erreur d'estimation du ballonnement. On s'appuie sur le contrôleur initial, généralement synthétisé pour assurer une certaine robustesse, afin que ce résidu ne déstabilise pas le système et ne dégrade pas sensiblement ses performances. De plus on considère que ce contrôleur permet de respecter les quatre premiers points du cahier des charges (cf. section 6.1) lorsque le ballonnement n'est pas considéré.

Le cahier des charges qui s'applique à l'observateur se réduit alors à :

- Robustesse du système aux incertitudes du modèle de ballonnement
- Stabilisation du système pour toute trajectoire des paramètres dans leur polytope

Le modèle de test ne contenant pas de correcteur à terme intégral, le système en boucle fermée présentera une erreur statique du fait de la présence du moment de force Γ_P . Afin d'annuler celle-ci, nous augmentons l'état du système avec Γ_P tel que $X_{SBP} = (x_S, x_B, \Gamma_P)^T$. Étant donné que la manœuvre qui excite les ballonnements est courte devant la période de couples perturbateurs orbitaux, on peut considérer $\dot{\Gamma}_P = 0$. On s'intéresse alors au moment perturbateur total défini par $\Gamma_D(t) = \Gamma_B(t) + \Gamma_P(t)$ pour pouvoir estimer Γ_P et le compenser.

Avec les notations du chapitre précédent, une représentation d'état du système est alors :

$$\dot{X}_{SBP} = A_{SBP}(\Lambda)X_{SBP} + B_{SBP,w}w + B_{SBP,C}\Gamma_C \quad (6.6)$$

$$\theta = \underbrace{(C_\theta \mid 0 \ 0 \mid 0)}_{C_m} X_{SBP} \quad (6.7)$$

$$\Gamma_D = \Gamma_B + \Gamma_P = \underbrace{(0_{1 \times N_S} \mid C_B \mid 1)}_{C_z} X_{SBP} \quad (6.8)$$

où les différentes matrices sont données par :

$$A_{SBP}(\Lambda) = \left(\begin{array}{c|c} A_{SB}(\Lambda) & B_{SB,P}(\Lambda) \\ \hline 0_{1 \times N_S+2} & 0 \end{array} \right) \quad (6.9)$$

$$B_{SBP,C} = \left(B_{S,C} \mid 0 \ 0 \mid 0 \right)^T \quad (6.10)$$

$$B_{SBP,w} = \left(0_{N_S \times 1} \mid 0 \ 1 \mid 0 \right)^T \quad (6.11)$$

En considérant que la seule mesure disponible est celle du tangage θ (considérée parfaite), on utilise une extension des observateurs LTI de Luenberger [18] aux systèmes LPV. Un observateur LPV du système est alors décrit par :

$$\dot{\hat{X}}_{SBP} = A_{SBP}(\Lambda)\hat{X}_{SBP} + B_{SBP,C}\Gamma_C + L(\Lambda)(\theta - \hat{\theta}) \quad (6.12)$$

$$= \underbrace{(A_{SBP}(\Lambda) - L(\Lambda)C_m)}_{A_{obs}(\Lambda)} \hat{X}_{SBP} + B_{SBP,C}\Gamma_C + L(\Lambda)C_m X_{SBP} \quad (6.13)$$

$$\hat{\Gamma}_D = C_z \hat{X}_{SBP} \quad (6.14)$$

où \hat{X}_{SBP} et $\hat{\Gamma}_D$ sont les estimations de X_{SBP} et Γ_D , et $L(\Lambda)$ est le gain de l'observateur. La nouvelle entrée de commande du système en boucle fermée (cf. figure 6.3) devient $\Gamma_C - \hat{\Gamma}_D$.

La dynamique de l'erreur d'observation ϵ peut être décrite par :

$$\dot{\epsilon} = A_{obs}(\Lambda)\epsilon + B_{SBP,w}w, \quad \epsilon = X_{SBP} - \hat{X}_{SBP} \quad (6.15)$$

$$z = C_z\epsilon = \Gamma_D - \hat{\Gamma}_D \quad (6.16)$$

Remarque. Inclure Γ_P dans l'état implique que seule la matrice $A_{SBP}(\Lambda)$ dépend du paramètre Λ , ce qui simplifie d'autant plus l'écriture du système. Nous posons alors :

$$A_{SBP}(\Lambda) = A_{SBP,0} + A_{SBP,A}\alpha_A + A_{SBP,K}\alpha_K \quad (6.17)$$

Remarque. Les représentations d'état de l'observateur et de l'erreur ne dépendent pas d'un quelconque correcteur, mais uniquement du couple Γ_C . Ce qui nous permet de rendre notre approche indépendante du contrôleur, comme souhaité.

Remarque. L'utilisation de tels observateurs, i.e. Luenberger étendu aux systèmes LPV, a par exemple été proposée dans [19]. Le calcul des gains de l'observateur a alors été réalisé par placement de pôles (méthode d'Ackermann [2]) qui requiert la propriété d'observabilité du système considéré.

Le schéma bloc de la boucle fermée avec l'observateur et la compensation du moment de force perturbateur est donné dans la figure 6.3.

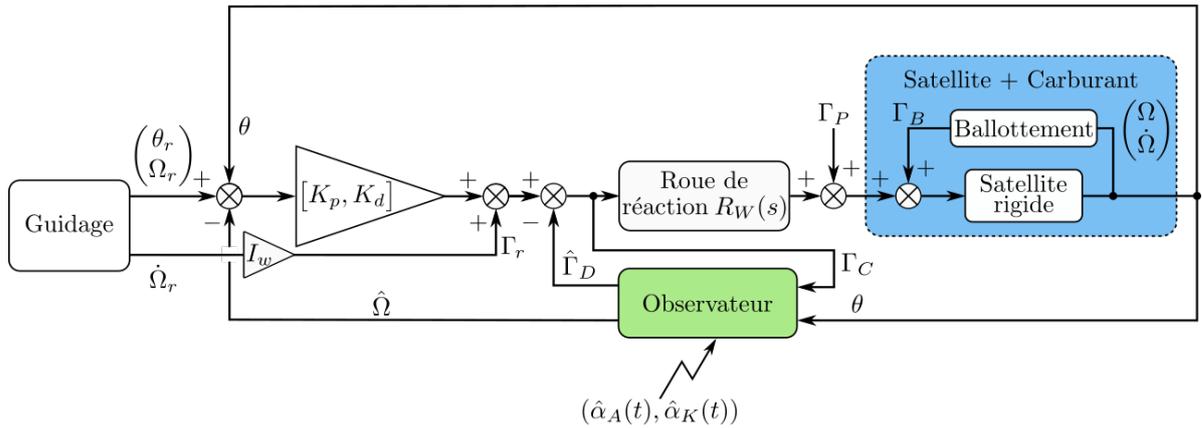


FIGURE 6.3 – Schéma bloc du modèle de test en boucle fermée avec l'observateur

Le problème de synthèse de l'observateur est équivalent à un problème de stabilisation par retour d'état de la dynamique de l'erreur où on doit calculer le gain $L(\Lambda)$. Étant donné la structure de $A_{SBP}(\Lambda)$, on cherchera un gain $L(\Lambda)$ avec la même forme, i.e. :

$$L(\Lambda) = L_0 + L_A\alpha_A + L_K\alpha_K \in Co\{L_1, \dots, L_{15}\} \quad (6.18)$$

Ainsi le problème se réduit au calcul des matrices L_0 , L_A et L_K , ou alternativement des matrices $L_{i \leq 15}$ en chaque sommet $\mathcal{P}_{i \leq 15}$, avec pour contrainte la stabilité de la dynamique de l'erreur sur le polytope \mathcal{P} et sa robustesse aux incertitudes de modèles w i.e. $\|z\|_2 < \|w\|_2$. Notons que la matrice $L(\Lambda)C_m$ est nulle sauf pour la colonne associée à l'attitude θ qui est constituée du vecteur $L(\Lambda)$, l'influence du gain ne se fera donc que sur 7 éléments sur les 49 de la matrice d'état de l'observateur. Le problème de stabilisation est donc relativement ardu.

Remarque. Afin de tenir compte de la dynamique des actionneurs qui introduit un léger retard, prévenant la réalisation exacte de $\Gamma_C - \hat{\Gamma}_D$, nous ajoutons un terme dérivateur à la sortie z :

$$z = \Gamma_D - \hat{\Gamma}_D + E(\dot{\Gamma}_S - \hat{\Gamma}_S) \quad (6.19)$$

dont le gain E est choisi manuellement en fonction des caractéristiques de l'actionneur.

Remarque. On considère initialement que les paramètres α_A et α_K sont parfaitement connus et égaux à leurs estimations respectives $\hat{\alpha}_A$ et $\hat{\alpha}_K$. De plus, dans un premier temps nous ne tenons pas compte des saturations, la capacité des actionneurs sera prise en compte a posteriori dans la section suivante.

6.5.1 Synthèse \mathcal{H}_∞ multi-modèles

Comme exposé dans [9], notre problématique (i.e. stabilisation de la dynamique de l'observateur affine en les paramètres Λ avec un correcteur $L(\Lambda)$ à structure fixée) est adaptée à une résolution par une technique robuste \mathcal{H}_∞ multi-modèles sur les P systèmes LTI correspondant au système LPV figé aux sommets $\mathcal{P}_{i \leq P}$.

La robustesse de l'estimation, et donc de la compensation, aux erreurs de modélisation résulte alors de la minimisation de la norme \mathcal{H}_∞ des transferts en boucle fermée $T_{w,z}^{i \leq P}(s)$ de w vers z figés aux sommets $\mathcal{P}_{i \leq P}$ du polytope. Pour les spécifier, la sortie régulée z et l'entrée exogène w sont pondérées respectivement par un filtre passe-bas $W_z(s)$ et un filtre constant $W_w(s)$:

$$W_z(s) = W_{z,0} \frac{0.1}{s + 0.1}, \quad W_{z,0} = 2.79 \quad (6.20)$$

$$W_w(s) = 0.01 \quad (6.21)$$

Le filtre $W_z(s)$ est choisi tel que le gain du transfert entre w et z soit le plus faible possible en considérant que la perturbation de modèle w est un signal basse-fréquence, puisque le ballonnement est un phénomène lent. Le filtre $W_w(s)$ est égal à l'amplitude maximale de w et calibre ainsi le signal d'entrée exogène, de plus sa valeur est environ dix fois plus élevée que l'amplitude du ballonnement, ce qui assure un rejet efficace de la perturbation de modèle. Les fonctions de transfert des systèmes en boucle fermée figés doivent respecter les gabarits fréquentiels imposés par ces filtres.

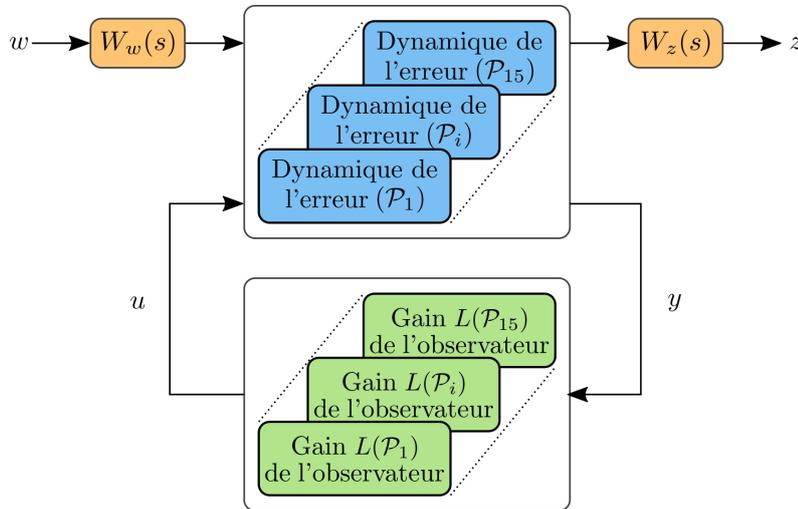


FIGURE 6.4 – Schéma bloc du modèle de synthèse

À des fins d'implémentation nous imposons également les contraintes suivantes :

- *Decay rate* minimum : $Re(s) < 0.001$ rad/s, pour assurer une stabilité non-marginale
- Coefficient d'amortissement minimal : 0.7, pour avoir un amortissement satisfaisant
- Fréquence maximale : 10 rad/s, limiter l'activité haute fréquence et garantir des marges de retard suffisantes
- Valeur absolue maximale des gains : 2, pour réduire la sensibilité aux bruits

Le problème de synthèse \mathcal{H}_∞ multi-modèles s'exprime alors comme un problème de minimisation sous contraintes dont l'argument correspond aux matrices recherchées, i.e. :

$$(L_0, L_A, L_K) = \arg \min_{L_0, L_A, L_K} \max_i \|W_w(s)T_{w,z}^i(s)W_z(s)\|_\infty, \text{ soumis aux contraintes ci-dessus} \quad (6.22)$$

La flexibilité des algorithmes d'optimisation non-lisse implémentés dans la routine `systeme` de la toolbox *Robust Control* de Matlab® [5, 6] permet de résoudre le problème de synthèse ainsi reformulé par un problème d'optimisation sous contraintes. La routine permet de distinguer des *soft constraints* (que l'on cherche à respecter au mieux) des *hard constraints* (qui doivent être respectées).

On utilise alors la routine `systeme` de la manière suivante :

- Le système donné en entrée de la routine correspond à la concaténation sous forme de matrice bloc-diagonale des LFT entre la dynamique de l'erreur et le gain $L(\mathcal{P}_i)$ figés en chaque sommet.
- Les matrices L_0 , L_A et L_K qui composent le gain sont créées via la routine `ltiblock_gain` qui permet de spécifier les bornes désirées (*hard constraint*).
- Les contraintes sur la dynamique de l'erreur en boucle fermée sont spécifiées par la routine `TuningGoal.Poles` (*hard constraint*).
- Le respect des gabarits fréquentiels est spécifié par la routine `TuningGoal.WeightedGain` pour chaque sommet, et correspond à $\|W_w(s)T_{w,z}^i(s)W_z(s)\|_\infty \leq 1$ (*soft constraint*).

Remarque. *Le respect des gabarits fréquentiels est traité comme une soft constraint afin de ne pas perturber la résolution du problème et ainsi permettre un réglage itératif des filtres jusqu'à ce que la valeur maximale de la norme \mathcal{H}_∞ se rapproche de l'unité, afin de tirer le meilleur parti des performances du système.*

Notre approche de compensation et sa synthèse se situent alors à mi-chemin entre la synthèse LPV (structure polytopique/affine de l'observateur), le séquençement de gain (synthèse aux sommets du polytope seulement) et l'inversion dynamique d'un système particulier (compensation de la dynamique nonlinéaire du ballonnement).

6.5.1.1 Résultats de synthèse et simulations

On applique la méthodologie de synthèse de l'observateur à notre modèle de test. On obtient alors les matrices de gain suivantes :

$$L_0 = \begin{pmatrix} 0.3799 & 2.0000 & 2.0000 & 1.1337 & 2.0000 & -0.7966 & 0.5302 \end{pmatrix}^T \quad (6.23)$$

$$L_A = \begin{pmatrix} 2.0000 & -2.0000 & -2.0000 & 2.0000 & -2.0000 & -2.0000 & -0.0972 \end{pmatrix}^T \quad (6.24)$$

$$L_K = \begin{pmatrix} -2.0000 & 2.0000 & 2.0000 & -1.4330 & 2.0000 & 2.0000 & 0.5978 \end{pmatrix}^T \quad (6.25)$$

Les performances de cet observateur sont comparées à celles de deux observateurs alternatifs :

- Un observateur dont le gain L_{cst} est constant, ie. $L_A = L_K = 0$. On note toutefois que cet observateur reste LPV puisque la matrice d'état $A_{obs} = A_{co}(\Lambda) - L_{cst}C_m$ dépend toujours du paramètre.
- Un observateur dont la synthèse est effectuée sur le modèle rigide du satellite. Cet observateur restitue une estimation du moment de force perturbateur en considérant $\dot{\Gamma}_D = 0$ (comme nous avons traité Γ_P). Cette approche peut être considérée comme un modèle très simplifié du ballonnement.

La synthèse de ces observateurs repose également sur une approche \mathcal{H}_∞ multi-modèle avec les mêmes contraintes et le même filtre $W_w(s)$. Seule la valeur $W_{z,0}$ du filtre $W_z(s)$ change, de sorte à ce que la norme \mathcal{H}_∞ du transfert pondéré entre w et z soit la plus proche possible de 1, afin d'obtenir les meilleures performances de réjection. Ainsi on a $W_{z,0} = 2.41$ pour l'observateur à gain constant, et $W_{z,0} = 99$ pour l'observateur basé sur le modèle rigide.

Le profil de guidage considéré, illustré par la figure 6.5 est un profil *bang-stop-bang*, légèrement adouci par un filtre du premier ordre, exploitant 70% des capacités des actionneurs en couple et moment cinétique pour effectuer une correction d'attitude de 10° .

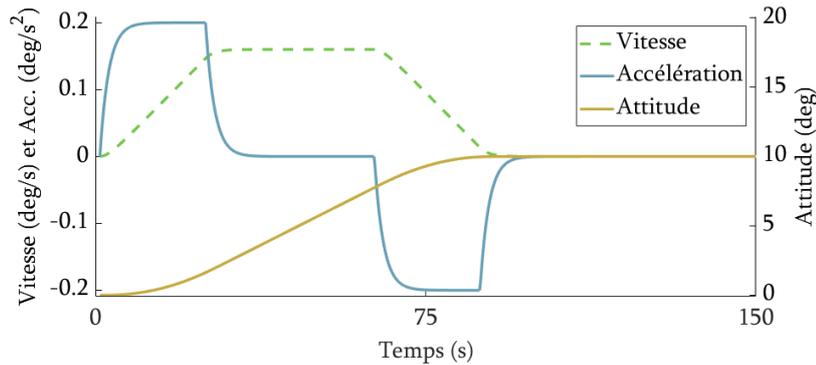
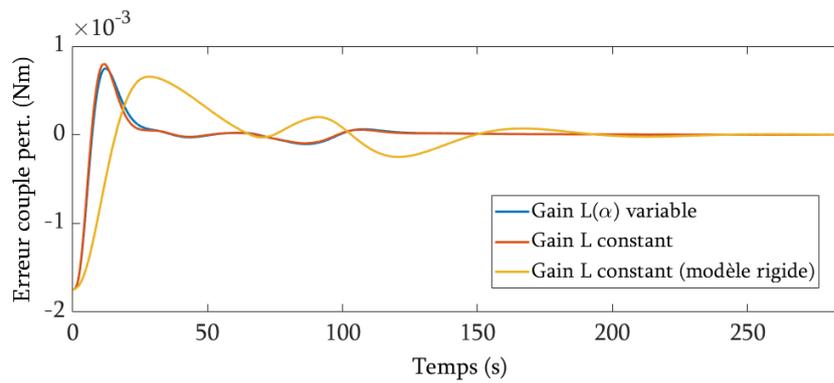


FIGURE 6.5 – Profil de guidage

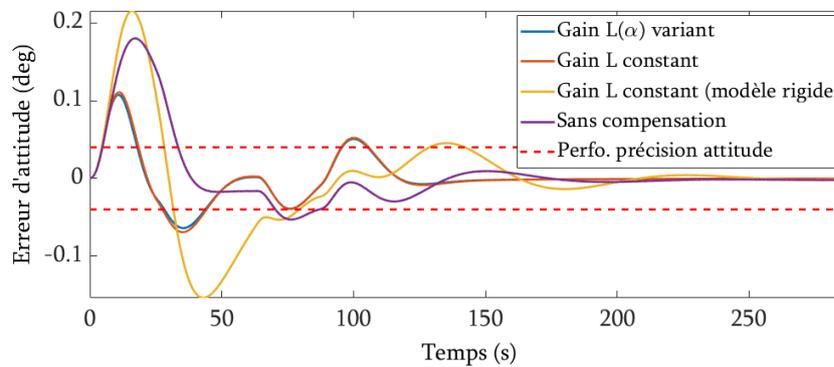
Le modèle de simulation ne considère pas les approximations linéaires des paramètres α_B et α_C , mais l'ensemble complet $(\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \alpha_K)$ issu de l'identification. De plus, les paramètres $(\hat{\alpha}_A, \hat{\alpha}_K)$ utilisés par l'observateur sont obtenus à partir de la vitesse et de l'accélération angulaires estimées, ils donc légèrement différents de ceux utilisés dans le modèle de ballottement. De plus les conditions initiales sont identiques pour chacun des tests.

L'erreur sur le moment de force perturbateur estimé est calculée en faisant la différence entre le moment du modèle et le moment estimé filtré par la fonction de transfert des actionneurs, afin de prendre en compte l'effet de leur dynamique. En l'absence de mesure de la vitesse angulaire, nous utiliserons l'observateur pour fournir une estimation de celle-ci afin d'alimenter le correcteur Proportionnel-Dérivé ainsi que les tables d'interpolations pour le calcul de Λ .

Les résultats, présentés dans les figures 6.6b et 6.6a, montrent qu'un meilleur suivi de consigne est atteint lorsque nous utilisons une compensation reposant sur un observateur, en particulier l'erreur d'attitude respecte le cahier des charges plus tôt et sur une durée plus longue. Les contraintes sur l'erreur de vitesse angulaire sont toujours respectées, et ce pour tous les observateurs. Malgré les contraintes imposées lors de la synthèse, les observateurs à gain variant et constant estiment efficacement le moment de force perturbateur et permettent d'obtenir une compensation très satisfaisante. On constate que les performances de l'observateur basé sur le modèle rigide sont médiocres et même moins bonnes que celles du correcteur Proportionnel-Dérivé seul, ce qui souligne l'intérêt du modèle paramétrique des ballottements par rapport à un modèle de couple constant. Les performances des observateurs à gain variable et à gain constant sont très similaires, cependant l'observateur à gain variable montre de meilleures propriétés de robustesse. En effet les valeurs de $W_{z,0}$ et de S_C pour lesquelles on perd la stabilité quadratique (voir section 6.5.1.2.5) de l'observateur à gain variable sont plus élevées que celles obtenues avec l'observateur à gain constant.



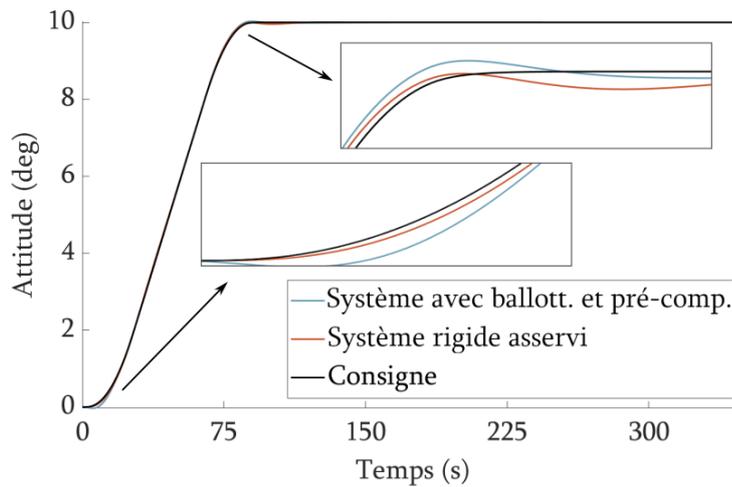
(a) Erreur d'estimation du moment de force perturbateur



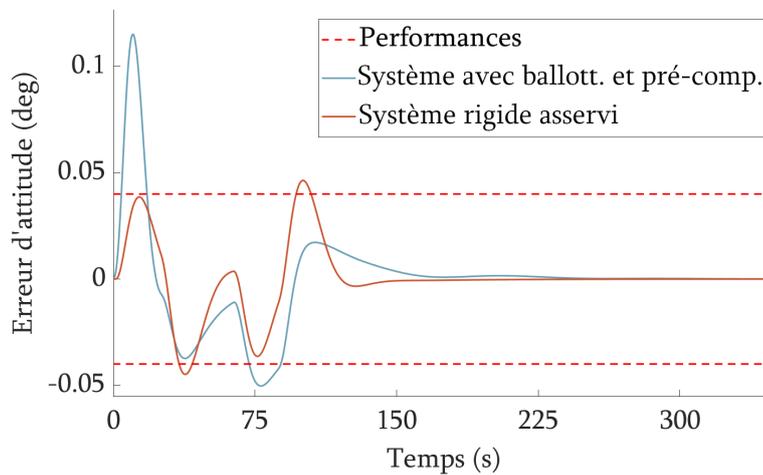
(b) Erreur d'attitude

FIGURE 6.6 – Comparaison des différents observateurs

La figure 6.7 compare les résultats de simulations du système rigide asservi par un correcteur Proportionnel-Dérivé, et du système LPV avec ballottage et pré-compensation par l'observateur LPV à gain variant. On remarque immédiatement l'intérêt de notre procédure de compensation des ballottements, la réponse du satellite avec la dynamique de ballottage étant très proche de celle du satellite rigide asservi, en particulier une fois que l'observateur a convergé (cause du pic d'erreur d'attitude initial).



(a) Suivi de consigne d'attitude



(b) Erreur de suivi de consigne d'attitude

FIGURE 6.7 – Comparaison entre le système avec ballottage pré-compensé et le système rigide asservi

6.5.1.2 Analyse de stabilité

L'approche \mathcal{H}_∞ multi-modèles, basée sur des outils de synthèse LTI, offre une grande flexibilité dans la synthèse de l'observateur, toutefois il n'y a aucune garantie *a priori* de la stabilité du système en boucle fermée. On doit alors vérifier la stabilité *a posteriori*, ce qui peut être fait à l'aide de fonctions de Lyapunov quadratiques, à la fois pour l'observateur et la boucle fermée.

L'étude des systèmes dynamiques et la synthèse de lois de commande font intervenir la notion de stabilité qui, bien que plutôt intuitive, peut être définie de plusieurs façons différentes. Nous faisons ici de brefs rappels sur la [stabilité au sens de Lyapunov](#) et de la [stabilité entrée/sortie](#).

6.5.1.2.1 Stabilité au sens de Lyapunov

La théorie de Lyapunov permet de caractériser la manière dont un système autonome rejoint un de ses états d'équilibre. On s'intéresse alors à l'évolution de l'état x du système, depuis une condition initiale x_0 , le long de trajectoires déterminées par le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x, t), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad t \geq t_0 \\ x(t_0) &= x_0 \end{cases} \quad (6.26)$$

Afin de garantir l'existence et l'unicité locale d'une solution, on supposera que l'application $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ est continue par morceaux par rapport au temps t et localement Lipschitzienne par rapport à l'état x sur $D \subset \mathbb{R}^n$. On supposera également que l'origine $x = 0$ appartient à D et est un état d'équilibre du système, i.e. $f(0, t) = 0, \forall t \geq t_0$. Cette dernière hypothèse pourra être obtenue par simple changement de variable.

On considère que le point d'équilibre $x = 0$ est stable si le système converge vers ce point lorsqu'il est initialisé dans son voisinage. On définit ainsi en toute généralité, pour l'ensemble des systèmes non-linéaires et non stationnaires décrits par l'équation 6.26, plusieurs types de stabilité (où $\|\cdot\|$ désigne une norme quelconque) :

Definition 6.5.1. Stabilité simple. Le point d'équilibre $x = 0$ est dit simplement stable si, $\forall \epsilon > 0, \forall t_0 \geq 0, \exists \delta(\epsilon, t_0)$ tel que :

$$\|x(t_0)\| < \delta \implies \forall t \geq t_0, \|x\| < \epsilon \quad (6.27)$$

Definition 6.5.2. Stabilité uniforme. Le point d'équilibre $x = 0$ est dit uniformément stable si, $\forall \epsilon > 0, \forall t_0 \geq 0, \exists \delta(\epsilon)$ tel que :

$$\|x(t_0)\| < \delta \implies \forall t \geq t_0, \|x\| < \epsilon \quad (6.28)$$

Definition 6.5.3. Stabilité asymptotique uniforme. Le point d'équilibre $x = 0$ est dit uniformément asymptotiquement stable s'il est uniformément stable, et si $\exists c > 0$ tel que $\forall \|x(t_0)\| < c, x(t)$ tend uniformément vers l'état d'équilibre au cours du temps, i.e. :

$$\forall \epsilon > 0, \exists T(c) \text{ tel que } \forall t > t_0 + T, \|x(t)\| < \epsilon \quad (6.29)$$

Definition 6.5.4. Stabilité asymptotique uniforme globale. Le point d'équilibre $x = 0$ est dit globalement uniformément asymptotiquement stable s'il est uniformément asymptotiquement stable avec $c = \infty$.

Definition 6.5.5. Stabilité asymptotique exponentielle (globale). Le point d'équilibre $x = 0$ est dit (globalement) exponentiellement asymptotiquement stable s'il est (globalement) uniformément asymptotiquement stable et qu'il existe un réel strictement positif λ tel que :

$$\forall \|x(t_0)\| < c, \exists M(x(t_0)) \text{ tel que } t \geq t_0 \implies \|x(t)\| \leq M e^{-\lambda t} \quad (6.30)$$

Cette définition de la stabilité prend en compte la vitesse de convergence.

Des conditions suffisantes de stabilité asymptotique uniforme globale sont données par le théorème 6.5.1 et le corollaire 6.5.1 donne des conditions suffisantes pour la stabilité asymptotique exponentielle globale (cf. théorèmes dans [17] et reformulations dans [8]).

Théorème 6.5.1. Le système 6.26 est globalement uniformément asymptotiquement stable s'il existe une fonction continuellement différentiable V définie sur $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+$ à valeurs dans \mathbb{R} , telle que pour tout $x \in \mathbb{R}^n$ et tout $t \geq 0$:

$$\begin{cases} \alpha_1(\|x\|) \leq V(x, t) \leq \alpha_2(\|x\|) \\ \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(x, t) \leq -\alpha_3(\|x\|) \end{cases} \quad (6.31)$$

où α_1 , α_2 et α_3 sont des fonctions définies sur \mathbb{R}_+ , à valeurs dans \mathbb{R}_+ , continues, strictement croissantes, non-bornées et nulles à l'origine (i.e. des fonctions de classe \mathcal{K}). L'encadrement inférieur de V assure qu'elle soit définie positive, tandis que l'encadrement supérieur de \dot{V} assure qu'elle soit définie négative (son opposée est définie positive). Enfin l'encadrement supérieur de V assure qu'elle soit globalement propre.

Corollaire 6.5.1. Si les hypothèses du théorème 6.5.1 sont satisfaites avec des fonctions α_i de la forme $\alpha_i(\|x\|) = \lambda_i \|x\|^c$, $\lambda_i > 0$, $c > 0$ alors le système est globalement exponentiellement asymptotiquement stable.

La fonction $V(x, t)$, définie positive, est une fonction d'énergie du système. Partant d'une condition initiale différente du point d'équilibre, l'énergie du système décroît (dérivée temporelle définie négative) jusqu'à ce que l'état rejoigne l'équilibre. Lorsque ce type de fonction permet de prouver la stabilité asymptotique uniforme on l'appelle fonction de Lyapunov.

En particulier, si on considère la représentation polytopique des systèmes LPV affines (cf. section 5.1) et une fonction de Lyapunov quadratique de la forme :

$$V(x, \rho(t)) = x^T P(\rho(t)) x, \rho \in \mathcal{P} = \text{Co}\{\mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_N\} \subset \mathbb{R}^r \quad (6.32)$$

alors l'application du théorème 6.5.1 permet d'obtenir les conditions de stabilité exponentielle suivantes :

$$\forall \rho \in \mathcal{P}, \begin{cases} P(\rho(t)) \succ 0 \\ \dot{\rho} \frac{\partial P(\rho)}{\partial \rho} + A(\rho)^T P(\rho) + P(\rho) A(\rho) \prec 0 \end{cases} \quad (6.33)$$

Si la matrice P est indépendante des paramètres, alors l'inégalité 6.33 se simplifie et une condition suffisante de stabilité exponentielle globale pour des paramètres qui varient arbitrairement vite (critère conservatif) est :

$$A(\rho)^T P + P A(\rho) \prec 0, \forall \rho \in \mathcal{P} \quad (6.34)$$

Cette condition définit la **stabilité quadratique** sur le polytope \mathcal{P} .

En utilisant le fait que le système est affine (cf. équation 5.10) on en déduit un ensemble de conditions nécessaire et suffisant aux sommets du polytope \mathcal{P} vérifiables simplement :

$$\forall \rho \in \mathcal{P}, \begin{cases} P \succ 0 \\ A(\mathcal{P}_i)^T P + P A(\mathcal{P}_i) \prec 0, \forall i \in \{1, \dots, N\} \end{cases} \quad (6.35)$$

Une approche moins conservatrice consiste à considérer une fonction de Lyapunov qui dépend des paramètres et de faire l'hypothèse que la vitesse d'évolution de ces paramètres est bornée :

$$|\dot{\rho}_i(t)| < \nu_i, \forall i \in \{1, \dots, r\} \quad (6.36)$$

Ainsi l'inégalité 6.33 se réécrit :

$$\sum_{i=1}^r \dot{\rho}_i(t) \frac{\partial P}{\partial \rho_i} + A(\rho)^T P(\rho) + P(\rho) A(\rho) \prec 0, \quad \forall \rho \in \mathcal{P} \quad (6.37)$$

Si on utilise des matrices P de la forme :

$$P(\rho) = \sum_{i=1}^M f_i(\rho) P_i \quad (6.38)$$

on obtient alors les conditions de **stabilité robuste** (et non plus quadratique) suivantes :

$$\forall \rho \in \mathcal{P}, \quad \begin{cases} \sum_{i=1}^M f_i(\rho) P_i \succ 0 \\ \pm \sum_{i=1}^r \nu_i \left(\sum_{j=1}^M \frac{\partial f_j}{\partial \rho_i} P_j \right) + \sum_{i=1}^M f_i(\rho) \left(A(\rho)^T P_i + P_i A(\rho) \right) \prec 0 \end{cases} \quad (6.39)$$

Les $2^r + 1$ LMI en P_i (combinaisons des ν_i plus la condition sur les P_i) ci-dessus ne dépendent plus linéairement des paramètres. L'approche la moins conservatrice consiste à chercher les matrices P_i de la fonction de Lyapunov sur un maillage des paramètres et de vérifier *a posteriori* si les contraintes sont satisfaites partout à l'intérieur du polytope. Comme montré dans [11] ce test peut être fait de manière presque non-conservative en calculant les bornes μ inférieure et supérieure lorsque les paramètres sont indépendants. Lorsque ce n'est pas le cas, par exemple avec notre modèle puisque le polytope n'est pas un rectangle, la grille de départ doit être suffisamment dense pour qu'un argument de continuité soit applicable entre les mailles. On prendra alors soin de vérifier que les LMI sont vérifiées sur un maillage plus fin que celui utilisé pour calculer les matrices P_i .

6.5.1.2.2 Stabilité entrée/sortie

Dans ce paragraphe on s'intéresse à la notion de stabilité entrée/sortie au sens des espaces $\mathcal{L}_{q,e}$, qui requiert l'introduction de plusieurs définitions [8].

Definition 6.5.6. Espace \mathcal{L}_q . On note E l'espace des fonctions définies sur \mathbb{R}_+ , à valeurs dans \mathbb{R} , mesurables au sens de Lebesgue [20]. Par extension, on note E^n l'espace des fonctions $f(\cdot) = [f_1(\cdot) \dots f_n(\cdot)]^t$ telles que $\forall i \leq n, f_i \in E$. On note alors \mathcal{L}_q l'espace des fonctions f de E telles que :

$$\begin{cases} \int_0^\infty |f(t)|^q dt < \infty, & \text{si } q < \infty \\ f(\cdot) \text{ est essentiellement bornée,} & \text{si } q = \infty \end{cases} \quad (6.40)$$

Definition 6.5.7. Espace $\mathcal{L}_{q,e}$. On note $\mathcal{L}_{q,e}$ l'extension de \mathcal{L}_q (respectivement \mathcal{L}_q^n) à l'espace des fonctions $f(\cdot)$ de E telles que $\forall T > 0, f_T(\cdot) \in \mathcal{L}_q$ (respectivement \mathcal{L}_q^n). Où f_T désigne la troncature de f au delà de l'instant T , i.e. $f(t \leq T) = f(t)$ et $f(t > T) = 0$.

Definition 6.5.8. Espace \mathcal{L}_q^n . On note \mathcal{L}_q^n (respectivement $\mathcal{L}_{q,e}^n$) l'espace des fonctions $f(\cdot)$ de E telles que $\forall i \in \{1, \dots, n\}, f_i(\cdot) \in \mathcal{L}_q$ (respectivement $\mathcal{L}_{q,e}$).

On considère maintenant le système avec entrées et sorties suivant :

$$\forall t \geq t_0, \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = h(x(t), u(t), t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (6.41)$$

Afin d'assurer l'existence et l'unicité des solutions de l'équation différentielle, nous faisons les mêmes hypothèses sur f que celles présentées au début de la section 6.5.1.2.1. On suppose également qu'en l'absence d'entrées, des conditions initiales nulles produisent des sorties nulles :

$$\forall t \geq t_0, \begin{cases} f(0, 0, t) = 0 \\ h(0, 0, t) = 0 \end{cases} \quad (6.42)$$

On supposera en plus que les signaux u et y appartiennent respectivement aux espaces fonctionnels $\mathcal{L}_{q,e}^m$ et $\mathcal{L}_{q,e}^n$, et on notera H_{x_0} l'opérateur de $\mathcal{L}_{q,e}^m$ dans $\mathcal{L}_{q,e}^n$ associé au système 6.41 tel que $y = H_{x_0}(u)$. Cet opérateur est causal, les sorties $y(t)$ à un instant donné t ne dépendent que du passé des entrées $u(t)$.

La stabilité entrée/sortie au sens des espaces $\mathcal{L}_{q,e}$ est ainsi définie par :

Definition 6.5.9. \mathcal{L}_q -stabilité [8, 16] Le système associé à H_{x_0} est \mathcal{L}_q -stable si :

$$\begin{cases} \forall u \in \mathcal{L}_{q,e}^m, y = H_{x_0}(u) \in \mathcal{L}_{q,e}^n \\ \exists \gamma, \beta > 0 \text{ tel que } \forall u \in \mathcal{L}_{q,e}^m, \forall T > 0, \|y_T\|_q = \|H_{x_0,T}(u)\|_q \leq \gamma \|u_T\|_q + \beta \end{cases} \quad (6.43)$$

On appelle alors gain \mathcal{L}_q de l'opérateur H_{x_0} (ou, par extension, du système associé) la plus petite valeur de γ qui vérifie la condition 6.43. Le terme β est un terme résiduel qui résulte de conditions initiales non-nulles. Ainsi, la \mathcal{L}_∞ -stabilité caractérise la stabilité intuitive *entrée bornée-sortie bornée* (EBSB ou BIBO pour *Bounded Input - Bounded Output*) tandis que la \mathcal{L}_2 -stabilité est reliée à la notion d'énergie et correspond à la stabilité *entrée d'énergie finie - sortie d'énergie finie*.

6.5.1.2.3 Liens entre stabilité de Lyapunov et stabilité entrée/sortie

Bien que les deux types de stabilité définis précédemment ne soient pas équivalentes, i.e. un système stable au sens de Lyapunov peut ne pas être \mathcal{L}_q -stable et inversement, il est possible sous certaines hypothèses d'établir un lien entre les deux.

Théorème 6.5.2. [16] Sous les conditions que :

- la fonction f est continûment différentiable
- les matrices Jacobiennes $\frac{\partial f}{\partial x}$ et $\frac{\partial f}{\partial u}$ sont globalement bornées
- $x = 0$ est globalement exponentiellement stable pour le système autonome $\dot{x} = f(x, 0, t)$
- $\exists \eta_1, \eta_2 \geq 0$ tel que $\|h(x, u, t)\| \leq \eta_1 \|x\| + \eta_2 \|u\|$

alors le système 6.41 est \mathcal{L}_p -stable pour tout $p \in \llbracket 1, \infty \rrbracket$.

Les conditions invoquées par ce théorème sont peu restrictives, toutefois il ne donne pas d'information sur le gain \mathcal{L}_q du système.

6.5.1.2.4 Stabilité de l'observateur

On considère ici l'analyse de stabilité de la dynamique de l'observateur à gain variant. Étant donné la forme des matrices $A_{SBP}(\Lambda)$ et $L(\Lambda)$, les représentations d'état de l'observateur et de l'erreur dépendent de manière affine de Λ . On en déduit aisément un modèle polytopique non-conservatif :

$$A_{obs}(\Lambda) = A_{obs,0} + A_{obs,A}\alpha_A + A_{obs,K}\alpha_K \in Co\{A_{obs}(\mathcal{P}_1), \dots, A_{obs}(\mathcal{P}_{15})\} \quad (6.44)$$

On vérifie que pour $\dot{\hat{X}}_{SBP} = 0$ le déterminant de la matrice A_{obs} associée est non-nul, ainsi l'unique point d'équilibre de l'observateur est $\hat{X}_{SBP} = 0$.

La stabilité au sens de Lyapunov est facilement vérifiée, indépendamment de la vitesse de variation des paramètres, s'il existe une matrice symétrique définie positive $P_{obs} \succ 0$ associée à une fonction de Lyapunov quadratique $V(X) = X^T P_{obs} X$, indépendante de Λ , telle que (cf. équation 6.34) :

$$A_{obs}(\Lambda)^T P_{obs} + P_{obs} A_{obs}(\Lambda) \prec 0, \forall \Lambda \in \mathcal{P} \quad (6.45)$$

En utilisant le fait que l'observateur peut être décrit par un modèle polytopique non-conservatif, cela revient à vérifier 15 Inégalités Matricielles Linéaires (LMI) (cf. équation 6.35) :

$$A_{obs}(\mathcal{P}_i)^T P_{obs} + P_{obs} A_{obs}(\mathcal{P}_i) \prec 0, i = 1, \dots, 15 \quad (6.46)$$

La preuve de stabilité quadratique revient donc à trouver une matrice $P_{obs} \succ 0$ vérifiant les 15 LMI données par l'équation 6.46 (problème de faisabilité).

L'observateur ayant 7 états, le problème LMI a $7 \times 8/2 = 28$ variables de décision et est aisément résolu en utilisant le solveur de LMI `feasp` disponible avec la *Matlab® Robust Control Toolbox*. On peut alors conclure que l'observateur est quadratiquement stable pour des variations arbitrairement rapides des paramètres dans le polytope \mathcal{P} .

De plus, en vérifiant que les autres conditions du théorème 6.5.2 sont remplies par les équations dynamiques de l'observateur, puisque toutes les matrices de la représentation d'état sont bornées, on peut également conclure à la stabilité entrée-sortie de l'observateur.

6.5.1.2.5 Stabilité de la boucle fermée

On considère maintenant la boucle fermée avec la compensation du ballottage. Le couple à réaliser par les actionneurs devient $\Gamma_C - \hat{\Gamma}_D$. La boucle fermée résulte de l'interconnexion de systèmes LTI et LPV affine en Λ , c'est donc également un système LPV affine :

$$\begin{pmatrix} \dot{X}_{SBP} \\ \dot{\hat{X}}_{SBP} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A_{SBP}(\Lambda) & -B_{SBP,C}C_z \\ L(\Lambda)C_m & A_{obs}(\Lambda) \end{pmatrix}}_{A_{CL}(\Lambda) \in Co\{A_{CL}(\mathcal{P}_1), \dots, A_{CL}(\mathcal{P}_{15})\}} \begin{pmatrix} X_{SBP} \\ \hat{X}_{SBP} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_{SBP,C} \\ B_{SBP,C} \end{pmatrix} \Gamma_C \quad (6.47)$$

On vérifie que pour $[\dot{X}_{SBP}, \dot{\hat{X}}_{SBP}]^T = 0$ le déterminant de la matrice A_{CL} associée est non-nul, ainsi l'unique point d'équilibre de la boucle fermée est $[X_{SBP}, \hat{X}_{SBP}]^T = 0$.

L'analyse de stabilité de la boucle fermée se fait alors de la même façon que pour l'observateur. La boucle fermée ayant 13 états, le problème LMI associé a $13 \times 14/2 = 91$ variables de décision. Le problème ayant été résolu, on en conclut que la boucle fermée est quadratiquement stable pour des variations arbitrairement rapides des paramètres dans le polytope \mathcal{P} .

Lorsque le coefficient de sécurité S_C dépasse une valeur seuil (ici 2.5) la stabilité quadratique ne peut plus être prouvée. On doit alors introduire une fonction de Lyapunov dépendante du paramètre (*Parameter Dependent Lyapunov Function*, PDLF) qui tient compte de la vitesse de variation des paramètres α_A et α_K .

On propose une matrice de Lyapunov avec la forme polynomiale suivante :

$$P(\Lambda) = P_0 + \alpha_A P_A + \alpha_K P_K + \alpha_A \alpha_K P_{AK} + \alpha_A^2 P_{A_2} + \alpha_K^2 P_{K_2} \quad (6.48)$$

En considérant que :

$$|\dot{\alpha}_A| < \rho_A \quad (6.49)$$

$$|\dot{\alpha}_K| < \rho_K \quad (6.50)$$

les nouvelles conditions de stabilité sont (cf. équation 6.39) :

$$A_{CL}(\Lambda)^T P(\Lambda) + P(\Lambda) A_{CL}(\Lambda) \quad (6.51)$$

$$\pm \rho_A (P_A + \alpha_K P_{AK} + 2\alpha_A P_{A_2}) \quad (6.52)$$

$$\pm \rho_K (P_K + \alpha_A P_{AK} + 2\alpha_A P_{A_2}) \prec 0, \forall \Lambda \in \mathcal{P} \quad (6.53)$$

$$P(\Lambda) \succ 0 \quad (6.54)$$

On utilise alors une méthode de résolution qui se base sur un maillage de l'espace des paramètres (cf. dernier paragraphe de la section 6.5.1.2.1). Dans notre cas, une grille initiale de 24 points sur le polytope \mathcal{P} est définie. On considère alors $5 \times 24 = 420$ LMIs avec $6 \times 13 \times 14 / 2 = 546$ variables de décision. Les bornes sur les taux de variation sont $\rho_A = 5.6 \times 10^{-4}$ et $\rho_K = 2.5 \times 10^{-3}$, d'après plusieurs simulations. Une solution a été trouvée et validée sur une grille très dense de 200 000 points en un temps raisonnable (moins de 3 min) sur un ordinateur standard.

De la même manière que pour l'observateur, on vérifie que [la boucle fermée est stable au sens entrée-sortie](#).

6.5.1.3 Analyse de robustesse

Lors de la synthèse de l'observateur nous avons considéré que la valeur du paramètre Λ était la même pour l'observateur et le modèle de moment de force du ballonnement. Ceci est équivalent à considérer que le paramètre est connu parfaitement, or en pratique ce n'est pas le cas.

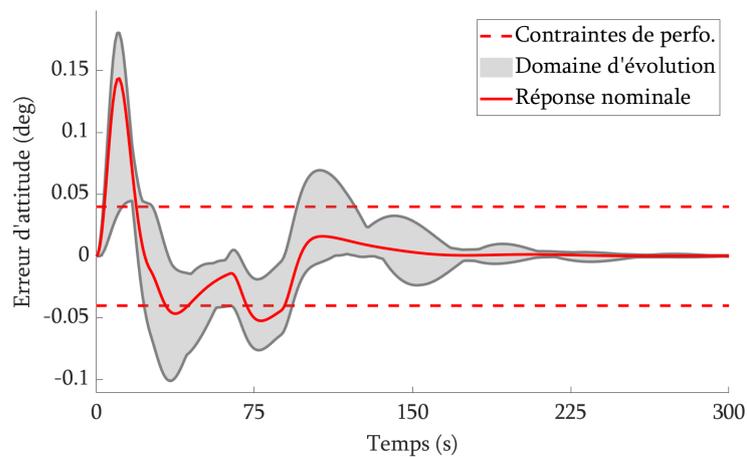
Dans le cas d'une implémentation réelle sur un satellite, nous aurons seulement une estimation du paramètres fournie par les tables d'interpolation et les sorties de vitesse et d'accélération angulaires de l'observateur. Il est alors nécessaire de vérifier que la boucle fermée est toujours stable, et l'estimation fiable, quand on considère deux paramètres $\hat{\Lambda}$ et Λ , respectivement pour l'observateur et le modèle de ballonnement. Pour cela on introduit alors deux incertitudes paramétriques variant dans le temps $\Delta_A(t)$ et $\Delta_K(t)$ telles que :

$$\hat{\alpha}_A(t) = \alpha_A(t) [1 + \Delta_A(t)] \quad (6.55)$$

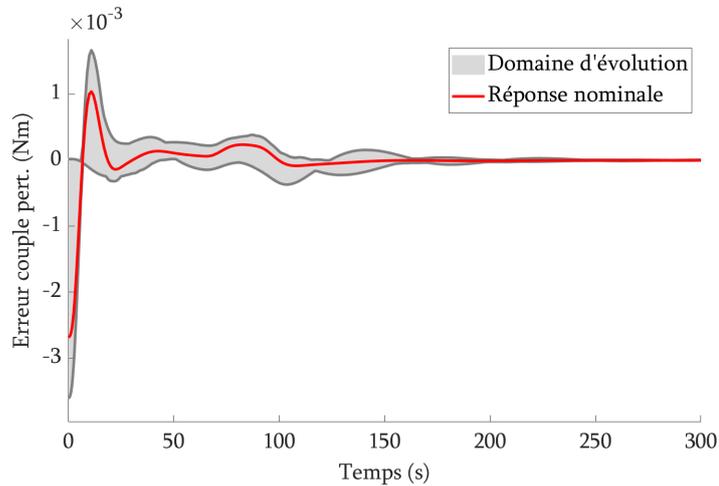
$$\hat{\alpha}_K(t) = \alpha_K(t) [1 + \Delta_K(t)] \quad (6.56)$$

L'objectif est alors d'évaluer dans quel domaine ces incertitudes peuvent évoluer sans pour autant compromettre la stabilité et la performance du système. Bien que le système perturbé soit stable en chaque point d'un maillage très fin de l'espace des paramètres, les approches de preuve de stabilité par fonction de Lyapunov indépendante et dépendante des paramètres se sont avérées infructueuses. Le problème LMI qui découle de l'approche par PDLF étant marginalement infaisable et les résultats de simulation présentés par la suite suggèrent que ceci est une conséquence d'erreurs numériques ou que ces approches sont trop conservatives.

Nous utilisons alors une approche de type Monte-Carlo où nous considérons des incertitudes paramétriques $\Delta_A(t)$ et $\Delta_K(t)$ qui sont à chaque instant tirées chacune aléatoirement dans l'intervalle $[-0.9 \ 0.9]$ selon une loi uniforme ou constantes. On ajoute des saturations de sorte à garder les paramètres dans un rectangle défini par les valeurs minimales et maximales des deux paramètres. Les conditions initiales sont également tirées aléatoirement selon une loi uniforme. On effectue alors 15 000 simulations dont les résultats sont présentés sur les figures 6.8a et 6.8b. Ces figures montrent les régions de variation, sur toute la plage de simulations, des erreurs de suivi d'attitude et d'estimation des efforts perturbateurs.



(a) Monte-Carlo - Erreur d'attitude



(b) Erreur d'estimation du moment de force perturbateur

FIGURE 6.8 – Résultats des simulations de l'approche Monte-Carlo

On constate que le système est toujours stable (au moins au sens entrée-sortie) puisque les erreurs d'attitude et de moment de force estimé sont bornées et s'annulent en régime permanent. De plus les performances de suivi de référence sont toujours très satisfaisantes. **On peut donc raisonnablement conclure à la robustesse du système aux incertitudes paramétriques.**

Remarque. *Des instabilités dont le temps caractéristique est très grand devant la durée de la manœuvre ne sont pas nécessairement visibles sur les résultats de simulation, elles sont cependant considérées comme tolérables puisqu'elles n'affectent pas l'attitude durant la manœuvre et que celle-ci laisse le système dans état où la vitesse, l'accélération et le moment de force du ballonnement sont quasi-nuls (demeure l'effet des perturbations orbitales non-nulles).*

6.5.2 Synthèse par résolution de LMI

On rappelle qu'une représentation d'état de l'erreur (cf. équations 6.15 et 6.16) est :

$$\dot{\epsilon} = (A_{SBP}(\Lambda) - L(\Lambda)C_m)\epsilon + B_{SBP,w}w, \quad \epsilon = X - \hat{X} \quad (6.57)$$

$$z = C_z\epsilon = \Gamma_D - \hat{\Gamma}_D \quad (6.58)$$

En alternative à la synthèse \mathcal{H}_∞ multi-modèles, nous proposons une synthèse LPV pour laquelle les critères de performances et de stabilité sont décrits par des Inégalités Matricielles Linéaires dépendantes du paramètre Λ [10].

On introduit une fonction de Lyapunov quadratique $V(\epsilon)$ définie par :

$$V(\epsilon) = \epsilon^T P \epsilon \quad (6.59)$$

La stabilité de la dynamique de l'erreur (à N états), et donc de celle de l'observateur est assurée dès lors qu'on peut trouver une matrice $P \in \mathbb{R}^{N \times N}$ définie positive telle que :

$$\dot{V}(\epsilon) + 2\tau^{-1}V(\epsilon) \prec 0, \quad P \succ 0 \quad (6.60)$$

où la constante τ détermine la vitesse de décroissance de l'erreur d'estimation [16]. Le respect de ces contraintes implique en effet que le système est globalement exponentiellement stable, soit :

$$\frac{\|\epsilon(t)\|}{\|\epsilon(0)\|} \leq \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad (6.61)$$

Une valeur faible de τ va donc accélérer le système, mais potentiellement au prix d'une augmentation de la sensibilité aux bruits du fait de l'élargissement de la bande passante.

Si de plus on choisit des paramètres réels λ et μ tels que :

$$\dot{V}(\epsilon) - \lambda w^T w + \mu^{-1} z^T z \prec 0, \quad \lambda > 0, \mu > 0 \quad (6.62)$$

alors on obtient, par intégration :

$$\int_0^\infty z^T z dt < \lambda \mu \int_0^\infty w^T w dt + \mu \epsilon(0)^T P \epsilon(0) \quad (6.63)$$

Les valeurs des paramètres λ et μ permettent de conditionner la robustesse du système aux perturbations w (faible valeur de $\lambda\mu$) et aux conditions initiales (faible valeur de μ). **L'objectif de la synthèse est alors de calculer le gain $L(\Lambda)$ de sorte à stabiliser le système et à minimiser les valeurs de λ et μ .**

En combinant les équations 6.60, 6.62, 6.57 et 6.58, et en utilisant le complément de Schur [15], on peut reformuler les contraintes de stabilité et de robustesse avec la LMI suivante :

$$\begin{pmatrix} \psi(\Lambda) + \psi(\Lambda)^T P B_{SBP,w} C_z^T \\ B_{SBP,w}^T P & -\lambda & 0 \\ C_z & 0 & -\mu \end{pmatrix} \prec 0 \quad (6.64)$$

où on définit :

$$\psi(\Lambda) = P \left(A_{SBP}(\Lambda) + \tau^{-1} \mathbb{I}_{N \times N} \right) - Y(\Lambda) C_m \quad (6.65)$$

$$Y(\Lambda) = PL(\Lambda) \quad (6.66)$$

Le changement de variable classique $Y(\Lambda) = PL(\Lambda)$ permet de transformer l'inégalité bilinéaire 6.64 en une inégalité linéaire. Comme nous le verrons plus loin, le gain L s'obtient par inversion de P , i.e. $L = YP^{-1}$ [8].

De la même manière que pour l'approche par synthèse \mathcal{H}_∞ multi-modèles, on cherche à borner le gain de l'observateur. Le changement de variable $Y(\Lambda)$ ne permet pas d'imposer directement ces bornes. Si on suppose que $P \succ \mathbb{I}_{N \times N}$ on peut vérifier que :

$$\begin{pmatrix} \rho & Y(\Lambda)^T \\ Y(\Lambda) & P \end{pmatrix} \succ 0 \quad (6.67)$$

$$\implies \begin{pmatrix} \rho & Y(\Lambda)^T \\ Y(\Lambda) & P^2 \end{pmatrix} \succ 0 \quad (6.68)$$

$$\implies L(\Lambda)^T L(\Lambda) \prec \rho \quad (6.69)$$

On peut alors contraindre la norme du gain, mais pas directement la valeur de ses composantes comme on a pu le faire à l'aide de la routine `systeme` de la Matlab[®] *Robust Control Toolbox*.

On note que l'hypothèse $P \succ \mathbb{I}_{N \times N}$ n'est aucunement restrictive, car si l'équation 6.64 est vérifiée par (P, X, λ, μ) alors c'est également le cas pour $(\nu P, \nu X, \nu \lambda, \nu \mu)$, $\forall \nu > 0$.

Le modèle étant affine en le vecteur de paramètres Λ , les différentes LMIs fonction du vecteur de paramètres Λ se ramènent à des LMIs en chaque sommet du polytope $\mathcal{P} := \text{Co}\{\mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_{15}\}$, e.g. d'après l'équation 5.10 :

$$A_{SBP} \Lambda^T P + P A_{SBP} \Lambda \prec 0 \quad (6.70)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{15} \beta_i A_{SBP} \mathcal{P}_i^T P + P A_{SBP} \mathcal{P}_i \prec 0 \quad (6.71)$$

Cette dernière équation est vérifiée si :

$$\forall i \in \{1, \dots, 15\}, A_{SBP} \mathcal{P}_i^T P + P A_{SBP} \mathcal{P}_i \prec 0 \quad (6.72)$$

Ainsi on propose de calculer le gain $L(\Lambda)$ par une procédure d'optimisation avec des contraintes exprimées par des LMIs en chaque sommet du polytope , i.e. :

1. Initialisation des scalaires ρ et τ et des poids scalaires r_λ et r_μ
2. Résolution du problème d'optimisation linéaire :

$$\min_{P, Y(\mathcal{P}_1), \dots, Y(\mathcal{P}_{15})} r_\lambda \cdot \lambda + r_\mu \cdot \mu \quad (6.73)$$

tel que $\forall i \in \{1, \dots, 15\}$ on vérifie les contraintes :

$$\begin{pmatrix} \psi(\mathcal{P}_i) + \psi(\mathcal{P}_i)^T & PB_{SBP,w} & C_z^T \\ B_{SBP,w}^T P & -\lambda & 0 \\ C_z & 0 & -\mu \end{pmatrix} \prec 0 \quad (6.74)$$

$$\begin{pmatrix} \rho & Y(\mathcal{P}_i)^T \\ Y(\mathcal{P}_i) & P \end{pmatrix} \succ 0 \quad (6.75)$$

3. Changement de variable inverse :

$$L(\mathcal{P}_i) = Y(\mathcal{P}_i)P^{-1} \quad (6.76)$$

On obtient alors les sommets de l'enveloppe convexe de $L(\Lambda)$.

Remarque. De la même manière qu'à la section précédente, on pourra chercher directement les gains L_A et L_K tels que $L(\alpha_A, \alpha_K) = L_0 + L_A \alpha_A + L_K \alpha_K$ en écrivant $Y(\alpha_A, \alpha_K) = Y_0 + Y_A \alpha_A + Y_K \alpha_K$. En procédant ainsi on pourra s'abstenir de convertir les coordonnées paramétriques (α_A, α_K) vers les coordonnées polytopiques $\beta_{i \leq 15}$ [8].

Remarque. En choisissant $r_\lambda = 1$, $r_\mu = 0$, $\lambda = \mu$ on obtient la solution qui minimise la norme \mathcal{L}_2 -induite du transfert de w vers z (l'équation 6.74 prend la forme du lemme borné réel [12]).

Une solution au problème d'optimisation, avec $r_\lambda = r_\mu = 1$, a pu être trouvée en moins d'une minute sur un ordinateur standard en utilisant la routine `mincx` de Matlab[®]. Nous avons ici aussi comparé les performances d'un observateur à gain variable et à gain fixe, les résultats sont présentés dans le tableau 6.1. On constate sans surprise que les performances de l'observateur à gain variant sont légèrement meilleures. On rappelle toutefois que l'observateur à gain constant reste LPV via la matrice $A_{SBP}(\Lambda)$. De plus les résultats et les performances du système sont équivalentes à ceux obtenus par l'approche \mathcal{H}_∞ multi-modèles.

	gain variant	gain constant
λ	0.85	0.97
μ	1.43	1.87
$\sqrt{\lambda\mu}$	1.10	1.35

TABLE 6.1 – Résultats d'optimisation

Remarque. Si la stabilité de l'observateur est imposée durant la synthèse, ce n'est pas le cas de la stabilité de la boucle fermée qui devra alors être vérifiée a posteriori. Encore une fois nous avons pu vérifier la stabilité avec une fonction de Lyapunov quadratique.

6.6 Conclusion

Nous avons proposé une stratégie de compensation efficace du ballottage qui repose sur le développement d'un modèle innovant de ce phénomène. Cette stratégie consiste en l'estimation du moment perturbateur des efforts de ballottage au moyen d'un observateur Linéaire à Paramètres Variants robuste aux erreurs de modélisation. Cette estimation peut ensuite être soustraite à la commande de sorte à compenser les perturbations du fluide et restaurer les performances d'un contrôleur Proportionnel-Dérivé qui avait été synthétisé sur un modèle rigide de satellite. Nous avons pu démontrer la stabilité à la fois de l'observateur et de la boucle fermée, et prouver la robustesse de notre solution avec des simulations intensives. Nous avons sciemment omis de considérer la capacité limitée de l'actionneur, une roue de réaction, qui intervient sous formes de saturations en couple et en moment cinétique. Le chapitre suivant va présenter des stratégies pour tenir compte de ces saturations afin de conserver les performances satisfaisantes de notre stratégie de compensation.

Références

- [1] J. ACKERMANN. "Multi-model approaches to robust control system design". In : *Uncertainty and Control*. Springer, 1985, p. 108-130 (cf. p. 70).
- [2] J. ACKERMANN. "Der entwurf linearer regelungssysteme im zustandsraum". In : *Automatisierungstechnik* 7 (1972), p. 297-300 (cf. p. 75).
- [3] D. ALAZARD, J.-R. CHRETIEN et M. LE DU. "Robust attitude control of a telescope with flexible modes". In : *Dynamics and control of structures in Space III* (1996) (cf. p. 71).
- [4] D. ALAZARD et al. *Robustesse et commande optimale*. Cépaduès-éditions, 1999 (cf. p. 72).
- [5] P. APKARIAN, P. GAHINET et C. BUHR. "Multi-model, multi-objective tuning of fixed-structure controllers". In : *Proceedings of ECC 2014*. 2014, p. 856-861 (cf. p. 72, 77).
- [6] P. APKARIAN et D. NOLL. "Nonsmooth \mathcal{H}_∞ Synthesis". In : *IEEE Trans. on Automatic Control* 51.1 (2006), p. 71-86 (cf. p. 77).
- [7] G. J. BALAS. "Linear, parameter-varying control and its application to aerospace systems". In : *ICAS congress proceedings*. 2002 (cf. p. 70).
- [8] J.-M. BIANNIC. "Commande robuste des systèmes à paramètres variables : applications en aéronautique". Thèse de doct. Toulouse, ENSAE, 1996 (cf. p. 70, 82-84, 89-90).
- [9] J.-M. BIANNIC et P. APKARIAN. "Missile autopilot design via a modified LPV synthesis technique". In : *Aerospace Science and Technology* 3.3 (1999), p. 153-160 (cf. p. 76).
- [10] J.-M. BIANNIC, A. BOURDELLE et al. "On robust LPV-based observation of fuel slosh dynamics for attitude control design". In : *LPVS Proceedings*. 2019 (cf. p. 88).
- [11] J.-M. BIANNIC, C. ROOS et C. PITTET. "Linear parameter varying analysis of switched controllers for attitude control systems". In : *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 34.5 (2011), p. 1561-1567 (cf. p. 83).
- [12] S. BOYD et al. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. T. 15. Siam, 1994 (cf. p. 90).
- [13] N. GUY. "Modèle et commande structurés : application aux grandes structures spatiales flexibles". Thèse de doct. 2013. URL : <http://www.theses.fr/2013ESAE0036> (cf. p. 71).
- [14] J. HERVAS et M. REYHANOGLU. "Control of a spacecraft with time-varying propellant slosh parameters". In : *ICCAS 2012*. IEEE. 2012, p. 1621-1626 (cf. p. 73).
- [15] R. A. HORN et C. R. JOHNSON. *Matrix analysis*. Cambridge university press, 2012 (cf. p. 89).

- [16] H. K. KHALIL. *Nonlinear systems*. Prentice Hall, 2002 (cf. p. 84, 88).
- [17] N. KRASOVSKII. *Stability of Motion : Applications of Lyapunov's second method to differential systems and equations with delay*. Stanford University Press, 1963 (cf. p. 82).
- [18] K. OGATA. *Modern control engineering*. Prentice hall, 2002 (cf. p. 74).
- [19] J. O. OROZCO-LÓPEZ et al. “Linear time-varying luenberger observer applied to diabetes”. In : *IEEE Access* 6 (2018), p. 23612-23625 (cf. p. 75).
- [20] S. OVCHINNIKOV. *Measure, integral, derivative : a course on Lebesgue's theory*. Springer Science & Business Media, 2014 (cf. p. 83).
- [21] C. PITTET et D. ARZELIER. “Demeter : A benchmark for robust analysis and control of the attitude of flexible micro satellites”. In : *IFAC Proceedings Vol. 39.9* (2006), p. 661-666 (cf. p. 69).
- [22] J. REINER, G. J. BALAS et W. L. GARRARD. “Robust dynamic inversion for control of highly maneuverable aircraft”. In : *Journal of Guidance, control, and dynamics* 18.1 (1995), p. 18-24 (cf. p. 70).
- [23] M. REYHANOGLU et J. HERVAS. “Nonlinear control of a spacecraft with multiple fuel slosh modes”. In : *CDC-ECC. IEEE*. 2011, p. 6192-6197 (cf. p. 73).
- [24] M. REYHANOGLU. “Modeling and Control of Space Vehicles with Fuel Slosh Dynamics”. In : *Advances in Spacecraft Technologies*. 2011 (cf. p. 73).
- [25] C. ROOS et al. “A set of μ -analysis based tools to evaluate the robustness properties of high-dimensional uncertain systems”. In : *2011 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design (CACSD)*. IEEE. 2011, p. 644-649 (cf. p. 71).
- [26] W. RUGH et J. SHAMMA. “Research on gain scheduling”. In : *Automatica* 36 (2000), p. 1401-1425 (cf. p. 70).
- [27] C. SCHERER. “Mixed h_2/h_∞ control”. In : *Trends in control* (1995), p. 173-216 (cf. p. 73).
- [28] M. TAHK et J. L. SPEYER. “Parameter robust linear-quadratic-Gaussian design synthesis with flexible structure control applications”. In : *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 12.4 (1989), p. 460-468 (cf. p. 72).
- [29] G. WELCH, G. BISHOP et al. “An introduction to the Kalman filter”. In : (1995) (cf. p. 72).
- [30] K. YANO et K. TERASHIMA. “Robust liquid container transfer control for complete sloshing suppression”. In : *IEEE Trans. on Control Systems Tech.* 9.3 (2001), p. 483-493 (cf. p. 73).
- [31] G. ZAMES. “On the input-output stability of time-varying feedback systems”. In : *IEEE Trans. Autom. Control* 11.2 (1966), p. 228-238 (cf. p. 73).

“Sometimes the wheel turns slowly, but it turns.”

— Lorne Michaels

7

Prise en compte des limitations de la roue de réaction

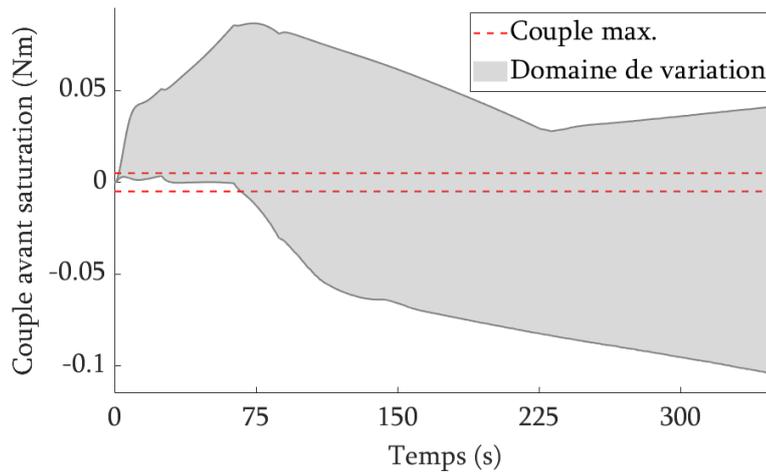
Sommaire

7.1	Motivation	93
7.2	Modification de la commande par approche <i>Anti-Windup</i>	95
7.2.1	<i>Direct Linear Anti-Windup</i>	96
7.2.2	<i>Model Recovery Anti-Windup</i>	97
7.2.3	Mise en forme du problème et synthèse	98
7.2.4	Résultats de synthèse et simulation	100
7.2.5	Analyse de stabilité et de robustesse aux conditions initiales	104
7.3	Modification de l'entrée de référence par approche <i>Reference Governor</i>	109
7.3.1	Mise en forme du problème et implémentation	110
7.3.2	Résultats de simulation	112
7.3.3	Analyse de stabilité et de robustesse	112
7.4	Comparaison des approches	115
7.5	Conclusion	117
	Références	117

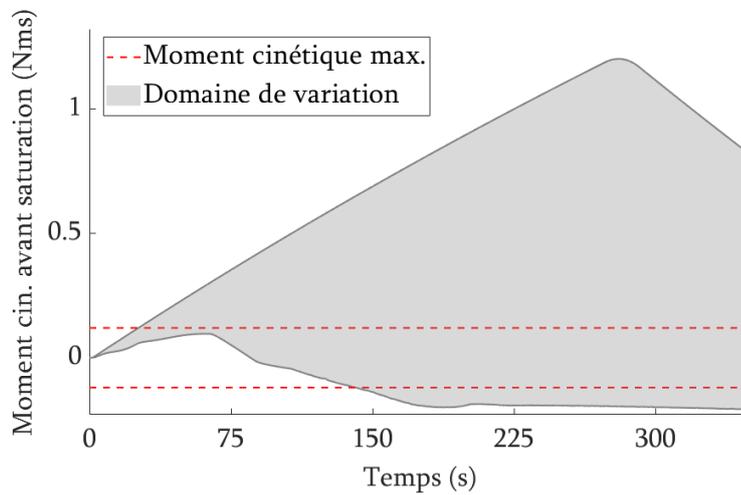
Au chapitre précédent nous avons développé une procédure de pré-compensation du balottement reposant sur la synthèse d'un observateur LPV à gain variant. Jusqu'à présent nous n'avons pas pris en compte les saturations de la roue de réaction. Dans ce chapitre nous allons d'abord montrer l'influence de ces saturations sur la stabilité et les performances du satellite, puis nous présenterons deux stratégies qui permettent de minimiser les effets délétères de ces saturations ; un filtre *Anti-Windup* et un *Reference Governor*.

7.1 Motivation

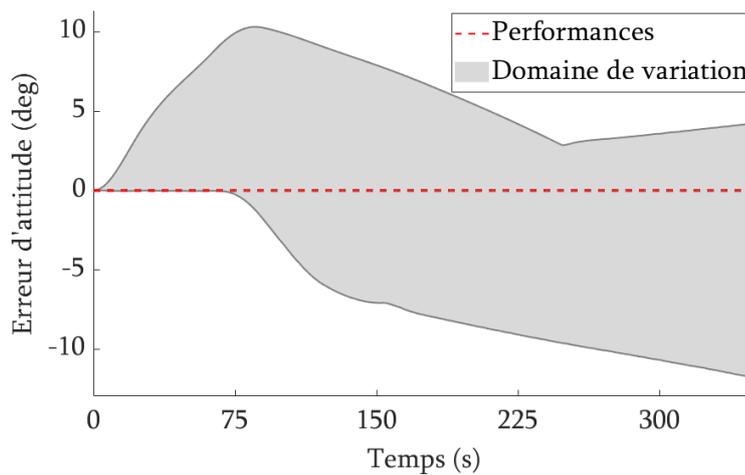
Les figures 7.1a et 7.1b illustrent les enveloppes d'évolution de l'attitude ainsi que des couples et moment cinétiques commandés à partir de 5000 conditions initiales différentes de la dynamique de balottement. On constate alors que les saturations peuvent être dépassées lorsque les conditions initiales sont défavorables. Les couples et moment réalisés par les actionneurs, après application des saturations, sont alors très différents des commandes. Les non-linéarités introduites par les saturations n'étant pas prises en compte par le contrôleur ou l'observateur, les performances du système sont dégradées, comme illustré par la figure 7.1c. La réponse en attitude peut être très lente, fortement oscillante, avec d'importants dépassements. Plus grave, l'action des saturations peut même mener à la perte de stabilité du système. On constate qu'il est alors nécessaire de traiter avec attention cette problématique de saturation des actionneurs afin de rétablir les performances du système. Pour cela nous utiliserons deux approches, un filtre *Anti-Windup* et un *Reference Governor*, dont nous comparerons les performances et la facilité d'implémentation.



(a) Couple appliqué au système par la roue de réaction



(b) Moment cinétique



(c) Erreur d'attitude

FIGURE 7.1 – Couple, moment cinétique et erreur d'attitude en fonction des conditions initiales

On rappelle que les saturations s'expriment par (cf. chapitre 5) :

$$\Gamma_A(s) = R_W(s)\Gamma_{C,2}(s) \quad (7.1)$$

$$\Gamma_{C,1}(t) = \text{sat}_{\bar{\Gamma}}(\Gamma_C(t)) \quad (7.2)$$

$$\dot{H}_{w,1}(t) = \Gamma_{C,1}(t) \quad (7.3)$$

$$H_{w,2}(t) = \text{sat}_{\bar{H}_w}(H_{w,1}(t)) \quad (7.4)$$

$$\dot{H}_{w,2}(t) = \Gamma_{C,2}(t) \quad (7.5)$$

où $\Gamma_A(s)$ est le couple appliqué au système par l'actionneur après saturations.

Remarque. En appliquant les saturations à la commande directement, on peut utiliser la commande saturée $\Gamma_{C,2}$ en entrée de l'observateur et ainsi justifier son utilisation même en présence de saturations, sans dégradation de l'observation.

On introduit des filtres pseudo-intégrateur F_I (pour ne pas ajouter un pôle à l'origine) et pseudo-dérivateur F_D (afin d'avoir une fonction de transfert strictement propre) définis par :

$$F_I(s) = \frac{10^{-3}s + 1}{s + 10^{-3}} \quad (7.6)$$

$$F_D(s) = \frac{s + 10^{-3}}{10^{-3}s + 1} \quad (7.7)$$

Les numérateurs de ces filtres sont choisis tels que lorsque les saturations ne sont pas actives le transfert entre Γ_C et $\Gamma_{C,2}$ est égal à 1. Un schéma bloc du système avec saturations et filtres est donné par la figure 7.2.

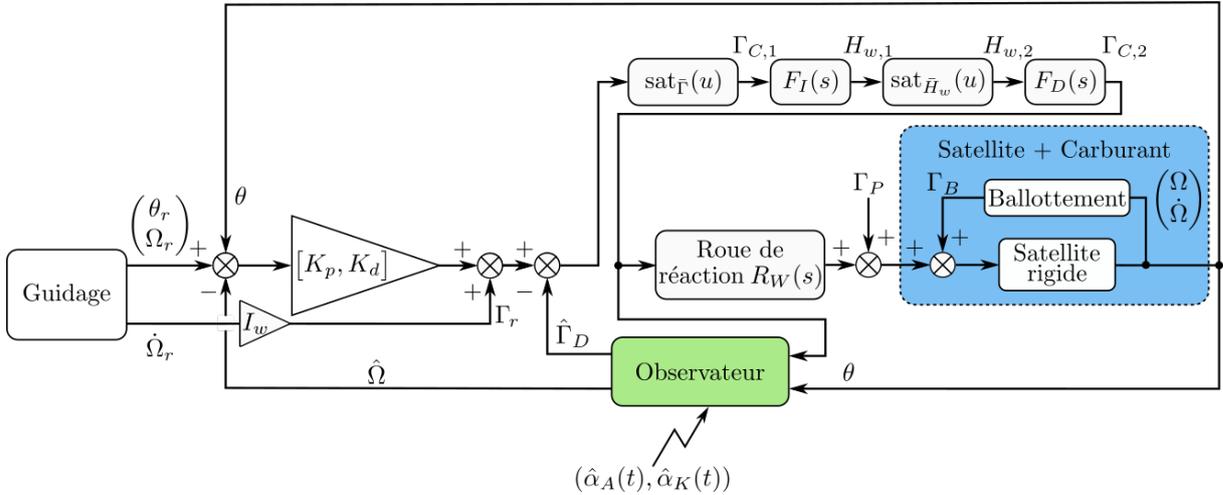


FIGURE 7.2 – Schéma bloc du système avec saturations et filtres

7.2 Modification de la commande par approche *Anti-Windup*

Les techniques de type *Anti-Windup* ont initialement été développées pour traiter le phénomène de *windup* du terme intégral des correcteurs Proportionnel-Intégral-Dérivé en présence de saturations : lorsque la saturation est active l'erreur de suivi ne peut être corrigée avant que la commande ne doive changer de signe, ce qui fait croître le terme intégral qui à son tour contribue à la saturation de la commande, il en résulte une réponse du système ralentie et très oscillante, voire instable. Les techniques *Anti-Windup* modernes généralisent alors ce principe à de nombreux autres correcteurs. L'approche classique est la synthèse d'un filtre, parfois un simple gain, dont une des entrées est la différence entre la commande demandée (sortie du correcteur) et la commande réellement appliquée (sortie de la saturation).

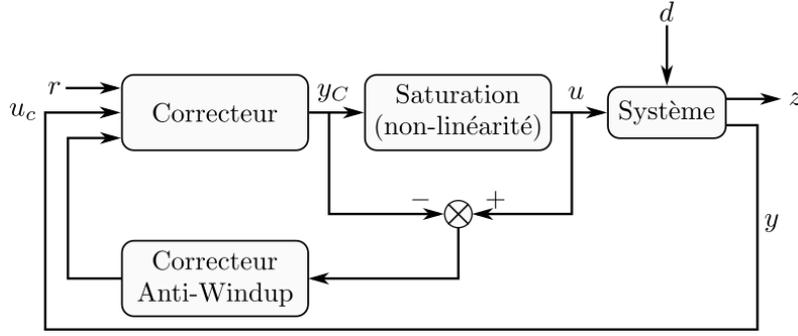


FIGURE 7.3 – Architecture *Anti-Windup* classique [2]

Le filtre *Anti-Windup* doit répondre aux deux objectifs suivants [2, 9] :

- Lorsque la saturation n'est pas active, la réponse du système augmenté du filtre *Anti-Windup* doit être identique à la réponse du système sans saturation (*small signal preservation*).
- Lorsque la saturation est active, la réponse du système augmenté du filtre *Anti-Windup* doit être la plus proche possible de la réponse du système sans saturation (*large signal recovery*), ce qui implique qu'elle soit stable malgré la saturation.

Les deux architectures de filtre *Anti-Windup* les plus utilisés sont le *Direct Linear Anti-Windup* et le *Model Recovery Anti-Windup*.

Dans les sections qui suivent, nous allons considérer :

- Le système (*plant*) :

$$\dot{x} = Ax + B\text{sat}_{u_0}(u) \quad (7.8)$$

$$y = Cx + D\text{sat}_{u_0}(u) \quad (7.9)$$

- Le correcteur :

$$\dot{x}_C = A_C x_C + B_C u_C \quad (7.10)$$

$$y_C = C_C x_C + D_C u_C \quad (7.11)$$

- L'interconnexion initiale entre le système est le correcteur est :

$$u_C = y \quad (7.12)$$

$$u = y_C \quad (7.13)$$

7.2.1 *Direct Linear Anti-Windup*

Le filtre *Direct Linear Anti-Windup (DLAW)* est un filtre linéaire décrit par la représentation d'état suivante :

$$\dot{x}_{AW} = A_{AW} x_{AW} + B_{AW} (\text{sat}_{u_0}(y_C) - y_C) \quad (7.14)$$

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = C_{AW} x_{AW} + D_{AW} (\text{sat}_{u_0}(y_C) - y_C) \quad (7.15)$$

où x_{AW} est l'état de l'*Anti-Windup*, v_x et v_y ses sorties.

Les entrées de la représentation d'état du contrôleur sont augmentées de sorte à ce que les signaux v_x et v_y agissent respectivement sur la dynamique de l'état x_C et sur la sortie y_C du contrôleur (transmission directe) :

$$\dot{x}_C = A_C x_C + B_P y + v_x \quad (7.16)$$

$$y_C = B_C x_C + D_C u_C + v_y \quad (7.17)$$

L'interconnexion initiale ne change pas, nous avons toujours $u = y_C$.

Un cas particulier de *DLAW* est le simple gain, où le correcteur dynamique devient une matrice statique D_{AW} . Dans tous les cas, la synthèse d'un filtre *DLAW* consiste à calculer les matrices de la représentation d'état.

7.2.2 Model Recovery Anti-Windup

Le modèle du filtre *Model Recovery Anti-Windup (MRAW)* reproduit la dynamique du système, dont la représentation d'état est donnée par les matrices A , B , C et D :

$$\dot{x}_{AW} = A x_{AW} + B(y_C - \text{sat}_{u_0}(y_C + v)) \quad (7.18)$$

$$y_{AW} = C x_{AW} + D(y_C - \text{sat}_{u_0}(y_C + v)) \quad (7.19)$$

L'entrée du contrôleur est modifiée, de y elle devient $y + y_{AW}$:

$$\dot{x}_C = A_C x_C + B_P(y_p + y_{AW}) \quad (7.20)$$

$$y_C = B_C x_C + D_C(y_p + y_{AW}) \quad (7.21)$$

Et l'entrée de commande du système devient :

$$u = \text{sat}_{u_0}(y_C + v) \quad (7.22)$$

L'état du filtre *MRAW* correspond à la différence entre les états du système sans-saturation x_l et du système saturé x . En combinant les équations 7.8 à 7.11 et les équations 7.18 à 7.22, on obtient la représentation d'état de l'état libre x_l :

$$\dot{x}_l = A x_l + B y_C \quad (7.23)$$

$$y + y_{AW} = C x_l + D y_C \quad (7.24)$$

L'objectif de la synthèse est de calculer le signal v de sorte à minimiser l'erreur d'état x_{AW} afin que la réponse saturée se rapproche de la réponse hors saturation.

La méthode de synthèse des filtres *Anti-Windup* la plus couramment utilisée repose sur la réécriture des saturations comme des zones mortes et la formulation du problème par des LMIs en s'appuyant sur des conditions de secteur [2, 8]. On peut également appliquer ces méthodes aux systèmes LPV [7].

Dans notre cas, nous avons deux saturations successives dans la chaîne de contrôle (couple et moment cinétique), ce qui nous amène à considérer deux filtres *Anti-Windup*. On ne souhaite pas modifier la dynamique, relativement complexe, du correcteur PID augmenté de l'observateur LPV. On choisit alors des filtres *Anti-Windup* du type *DLAW* en imposant que la sortie v_x soit nulle. De plus, pour ne pas augmenter le nombre d'état du système à des fins d'implémentation, nous choisissons des filtres statiques (i.e. deux gains). On propose alors de formuler le problème de synthèse de ces gains afin de le traiter par une approche \mathcal{H}_∞ multi-modèles, qui nous permettra d'imposer des critères de performances du système en boucle fermée.

7.2.3 Mise en forme du problème et synthèse

Chacune des saturations peut être réécrite comme une zone morte, i.e. :

$$\text{sat}_{x_0}(x(t)) = (1 - \lambda_{x_0}(t)) x(t) \quad (7.25)$$

$$\lambda_{x_0}(t) = \begin{cases} 1 - \frac{x_0}{x(t)}, & \text{si } |x(t)| > x_0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (7.26)$$

Remarque. $\lambda_{x_0}(x(t)) \in [0 \ 1[$

On définit deux paramètres variants dans le temps $\lambda_\Gamma(t)$ et $\lambda_H(t)$ associés respectivement à la saturation en couple, et à la saturation en moment cinétique de la roue de réaction (de façon similaire à la stratégie proposée dans [1]). En l'absence de saturations, ces paramètres sont nuls.

Notre système modifié dépend maintenant de deux paramètres supplémentaires. Toutefois, du fait de la succession des saturations en couple et en moment cinétique le système n'est linéaire ni en $\lambda_\Gamma(t)$ ni en $\lambda_H(t)$.

On considère alors un nouveau système, dont l'entrée est la référence r :

$$r = K_p \theta_r + K_d \Omega_r + I_w \dot{\Omega}_r \quad (7.27)$$

et les sorties sont les différences entre le moment cinétique et le couple, et leurs valeurs saturées :

$$d_H = \text{sat}_{\bar{H}_w}(H_{w,1}) - H_{w,1} = -\lambda_H H_{w,1} \quad (7.28)$$

$$d_C = \text{sat}_\Gamma(\Gamma_C) - \Gamma_C = -\lambda_C \Gamma_C \quad (7.29)$$

La sortie du filtre *DLAW* statique choisi est donnée par :

$$y_C = K_{CH}(\Lambda(t)) \begin{pmatrix} d_C \\ d_H \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_C(\Lambda(t)) & 0 \\ 0 & K_H(\Lambda(t)) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_C \\ d_H \end{pmatrix} \quad (7.30)$$

Cette sortie est ajoutée à l'entrée de commande pour modifier celle-ci dans le but de respecter les contraintes. Considérer les saturations au niveau de la commande a pour avantage d'avoir des entrées parfaitement connues pour le filtre *Anti-Windup*.

On choisit une grille $\mathcal{G}_{i \leq N_A, j \leq N_K}$ qui recouvre le polytope à l'intérieur duquel varient les paramètres α_A et α_K . Chaque point de la grille $\mathcal{G}_{i,j}$ est associé à un couple $(\alpha_{A,i}, \alpha_{K,j})$.

On définit également des valeurs d'intérêt pour λ_H et λ_Γ et qui sont définies dans des intervalles fixés, i.e. $\lambda_{\Gamma,k \leq N_C} \in [0 \ \bar{\lambda}_C]$ et $\lambda_{H,l \leq N_H} \in [0 \ \bar{\lambda}_H]$. Le choix des valeurs maximales de ces intervalles est assez critique :

- Une valeur trop faible peut en pratique être dépassée si le K_{CH} s'avère trop faible.
- Une valeur trop grande peut mener à l'absence de solution stable, au non respect des contraintes, et pourrait ne pas être atteinte.

Une approche \mathcal{H}_∞ multi-modèles avec un gain K_{CH} constant est difficilement implémentable du fait du nombre de modèles à considérer (i.e. $N_A \times N_K \times N_C \times N_H$). Puisqu'il n'y a aucune raison de donner a priori la dépendance de K_{CH} vis à vis de $\Lambda(t)$, nous choisissons l'approche mixte \mathcal{H}_∞ multi-modèles/*Gain Scheduling* qui consiste à calculer un gain $K_{CH}^{i,j}$ en chaque point $\mathcal{G}_{i,j}$ de la grille pour l'ensemble des modèles obtenus par variation de λ_Γ et λ_H .

7.2.4 Résultats de synthèse et simulation

Pour la synthèse, nous avons défini une grille de 100 points sur le polytope \mathcal{P} dans lequel les paramètres α_A et α_K prennent leur valeurs. Le niveau de la saturation virtuelle est $\frac{\bar{H}}{2}$ ($e = 2$). On choisit les valeurs d'intérêt de λ_H dans l'ensemble $\{0, 0.5\}$, et celles de λ_Γ dans l'ensemble $\{0, 1e - 1\}$, ce qui donne quatre modèles par point de la grille.

Les valeurs maximales des ensembles sont calculées en définissant des valeurs admissibles de dépassement des saturations $\delta_C = 1e - 1 \times \bar{\Gamma}$ et $\delta_H = \left(1 - \frac{1}{e}\right) \times \bar{H}$, respectivement pour le couple et le moment cinétique. Par exemple, pour le moment cinétique, on a approximativement $|\lambda_H H_w| \leq |\lambda_H \bar{H}| \leq \delta_H$, en considérant que λ_H est positif, on retrouve facilement la valeur maximale choisie. On procède de la même manière pour la valeur maximale de λ_Γ . Avec le même raisonnement, les pondérations choisies pour les sorties d_C et d_H sont $W_C = \delta_C^{-1}$ et $W_H = \delta_H^{-1}$.

Afin de minimiser les dépassements des saturations en couple et en moment cinétique, on impose $500 \leq K_C \leq 1000$ et $10 \leq K_H \leq 25$. La borne inférieure est équivalente à considérer que des dépassements d'un centième de Nm de la saturation en couple et d'un dixième de Nms de la saturation en moment cinétique ont au moins le même poids que la commande. La borne supérieure des gains prévient l'apparition de gains déraisonnablement élevés qui entraîneraient une sensibilité aux bruits tout en assurant une action rapide du filtre. Imposer des contraintes sur la dynamique de la boucle fermée s'est avéré trop restrictif durant nos essais.

L'algorithme de synthèse implémenté est le suivant :

Algorithme 1 : Synthèse des gains du filtre *Anti-Windup*

Result : Matrice de gains K_C en chacun des points de la grille \mathcal{G}

for $i \leq N_A, j \leq N_K$ **do**

Choix d'un point $\mathcal{G}_{i,j} = (\alpha_{A,i}, \alpha_{K,j}) \in \mathcal{G}$

Calcul de $N_C \times N_H$ modèles en ce point par variation de λ_Γ et $\lambda_{\bar{H}_w}$

Initialisation de $\bar{\lambda}$ à 0.01

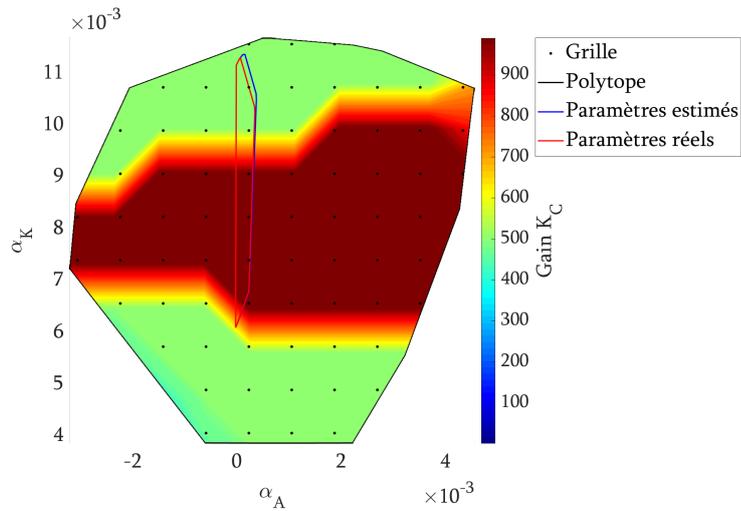
Calcul du gain $K_C^{i,j}$ par approche \mathcal{H}_∞ multi-modèles

end

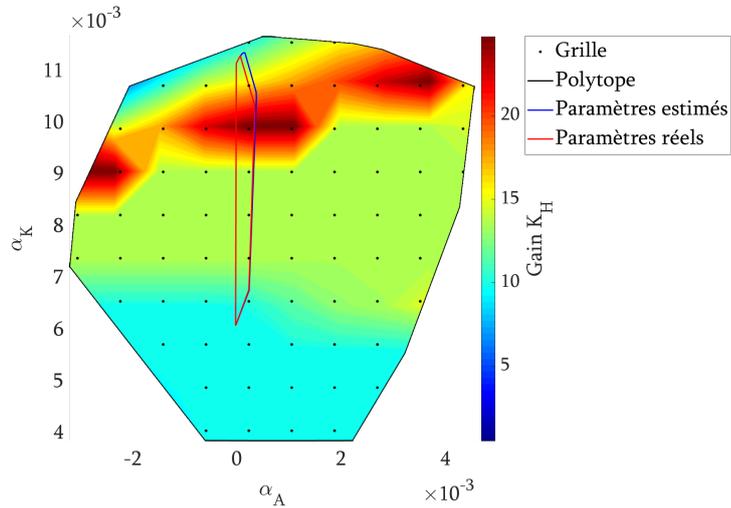
En chaque point de la grille, la synthèse \mathcal{H}_∞ multi-modèle a pu trouver des gains K_C et K_H permettant de stabiliser le système et de respecter les contraintes de performances. Les valeurs de ces gains interpolés sur l'ensemble du polytope \mathcal{P} sont présentées par les figures 7.5a et 7.5b, ainsi que la grille utilisée pour la synthèse et les régions de variation des paramètres estimés et réels du modèle LPV (qui seront discutés dans la section 7.2.5).

L'efficacité en simulation de notre schéma de filtre *DLAW* est constatée sur les figures 7.6 et 7.7. Les figures 7.6a et 7.6b montrent que le filtre *Anti-Windup* entraîne un ralentissement significatif du suivi de consigne d'attitude par rapport au cas nominal, néanmoins l'erreur de suivi revient dans les limites de performances du cahier des charges et s'y maintient en régime permanent. On constate également que la stabilité du système est restaurée. Les performances en estimation du moment perturbateur (cf. figure 7.6c) restent excellentes et ne diffèrent pas du cas nominal. Ce dernier résultat était attendu puisque c'est la commande saturée qui est en entrée de l'observateur.

Les demandes avant saturation en couple et moment cinétique avec le filtre *Anti-Windup*, figures 7.7a, 7.7b, sont compatibles avec la capacité des actionneurs. Il n'y a qu'un dépassement au plus de l'ordre d'un centième de la saturation en couple, ce qui la rend quasi-transparente. Plus important, il n'y a pas de dépassement de la saturation en moment cinétique, et celui-ci ne devient pas constant, permettant ainsi d'éviter l'annulation du couple de commande et de conserver, dans une certaine mesure, la contrôlabilité du système. Ces résultats se retrouvent sur la figure 7.7c, où les valeurs de λ_C et λ_H sont bien plus faibles grâce au filtre *DLAW*, confirmant ainsi son efficacité.

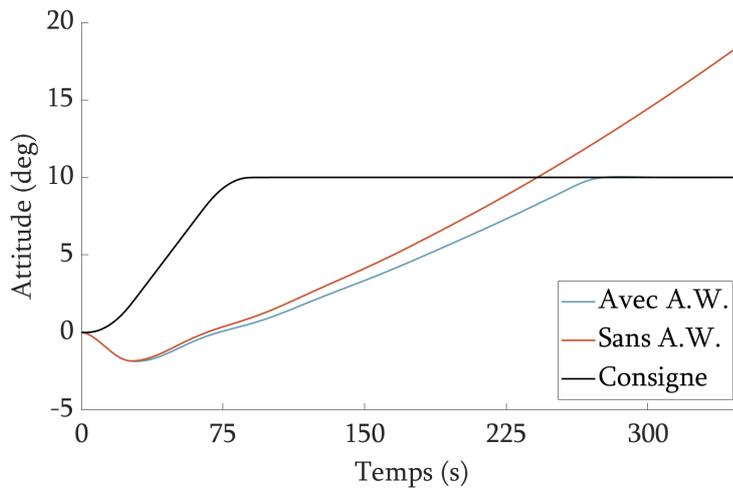


(a) Gain K_C

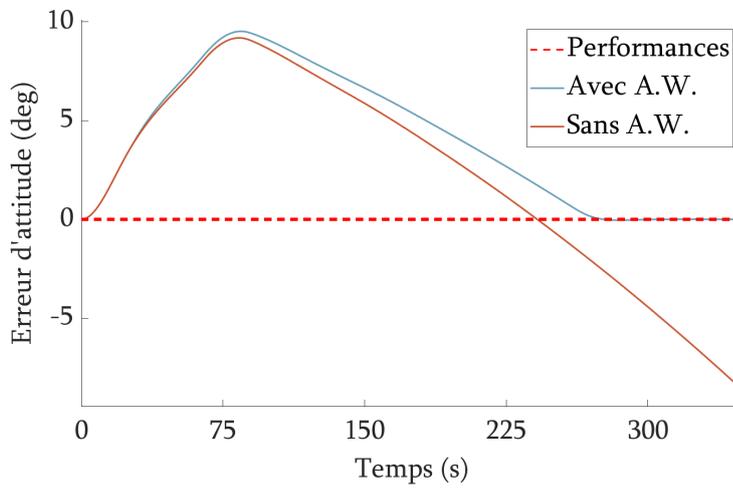


(b) Gain K_H

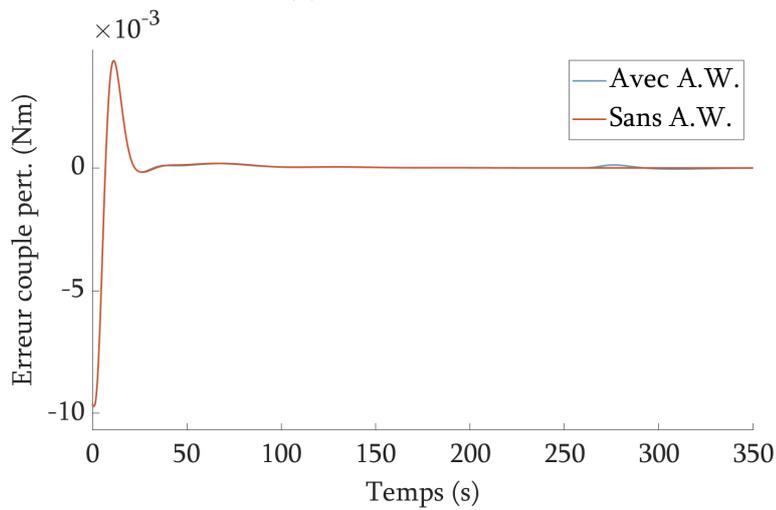
FIGURE 7.5 – Valeurs des gains K_C et K_H du filtre *DLAW* interpolées sur le polytope \mathcal{P}



(a) Attitude

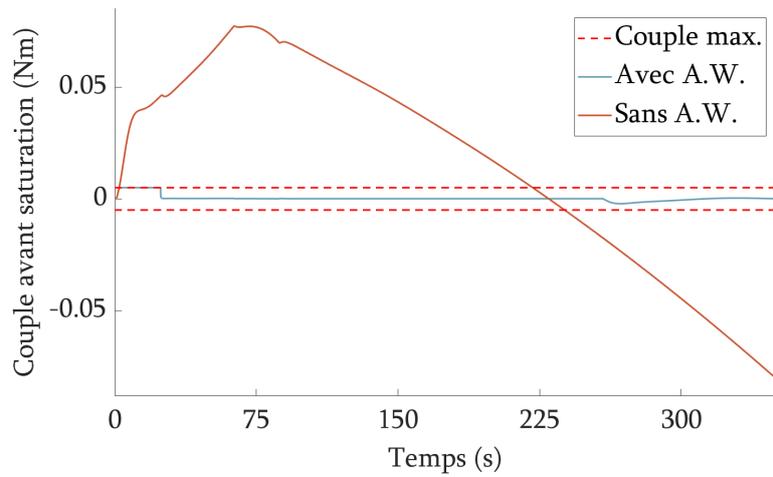


(b) Erreur d'attitude

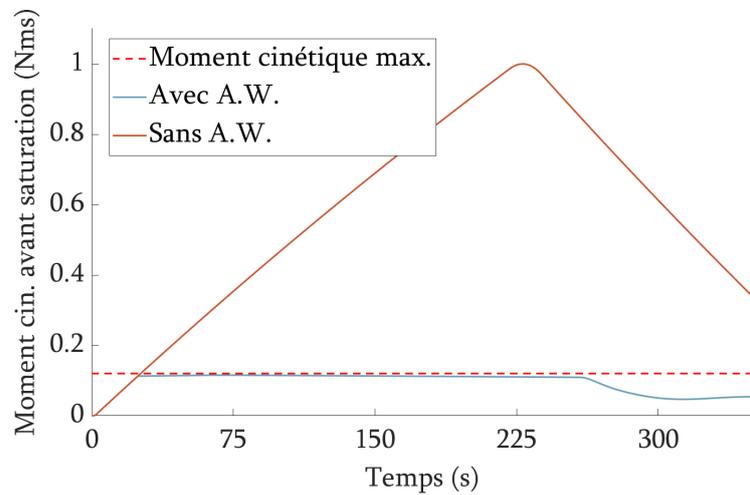


(c) Erreur d'estimation du moment de force perturbateur

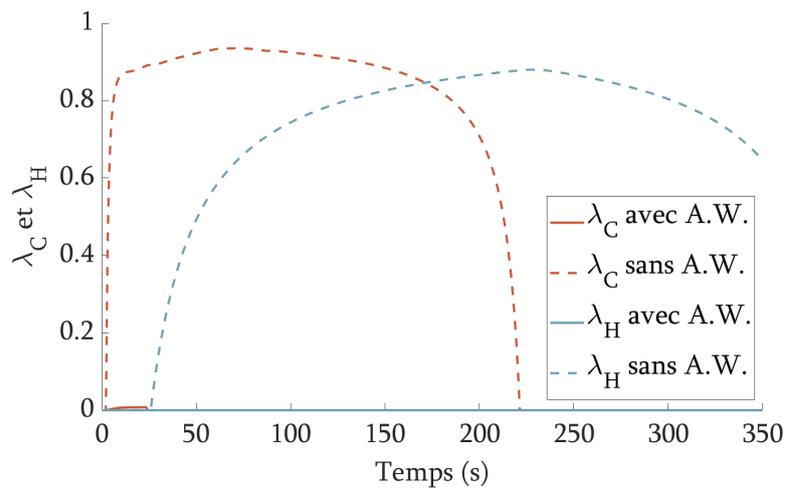
FIGURE 7.6 – Résultats de simulation avec le filtre *Anti-Windup* (1/2)



(a) Couple demandé avant saturation



(b) Moment cinétique demandé avant saturation



(c) λ_C et λ_H

FIGURE 7.7 – Résultats de simulation avec le filtre *Anti-Windup* (2/2)

7.2.5 Analyse de stabilité et de robustesse aux conditions initiales

Le filtre *Anti-Windup* modifie la dynamique du système en boucle fermée, étant donnée la méthode de synthèse choisie il est donc nécessaire de vérifier *a posteriori* la stabilité de ce dernier. Les approches de preuve de stabilité par fonctions de Lyapunov indépendante ou dépendante des paramètres mènent à un problème LMI marginalement infaisable.

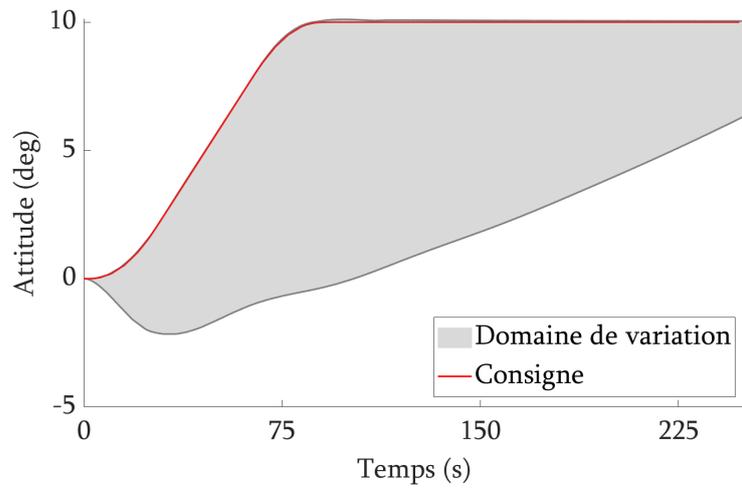
On va évaluer à la fois la stabilité et la robustesse du système aux conditions initiales avec une approche de type Monte-Carlo où on fait également varier aléatoirement les conditions initiales de l'état du fluide. Les résultats de 1000 simulations sont présentés par les figures 7.8 et 7.9, qui montrent les régions de variation des différentes variables sur toute la plage de simulations.

Les résultats ainsi présentés permettent de constater l'efficacité du filtre *Anti-Windup* sur une large gamme de conditions initiales. En effet les différentes réponses semblent stables ; les erreurs d'attitude et de moment de force estimé tendent vers zéro en régime permanent. Selon les conditions initiales, plus ou moins défavorables, le filtre *Anti-Windup* entraîne un fort ralentissement du suivi de consigne. Ce comportement était attendu, puisque le filtre *Anti-Windup* permet justement de réduire la sollicitation des actionneurs afin que leur capacité en couple et moment cinétique soit respectée. Le suivi de consigne est alors dégradé au profit d'une stabilisation du fluide, d'une réponse stable et de la préservation des actionneurs. Les capacités des actionneurs sont respectées, puisque les demandes en couple n'excèdent pas un centième des valeurs maximales admises, ce qui est assez faible pour négliger l'action de la saturation en couple. De plus, le moment cinétique ne sature pas, ce qui permet de ne pas annuler le couple de commande. Ces résultats se retrouvent sur la figure 7.9c, qui montre l'évolution de la valeur maximale des paramètres λ_Γ , λ_H et λ_H virtuel au cours du temps sur l'ensemble des simulations, et permet de constater que les valeurs maximales considérées lors de la synthèse ne sont jamais dépassées.

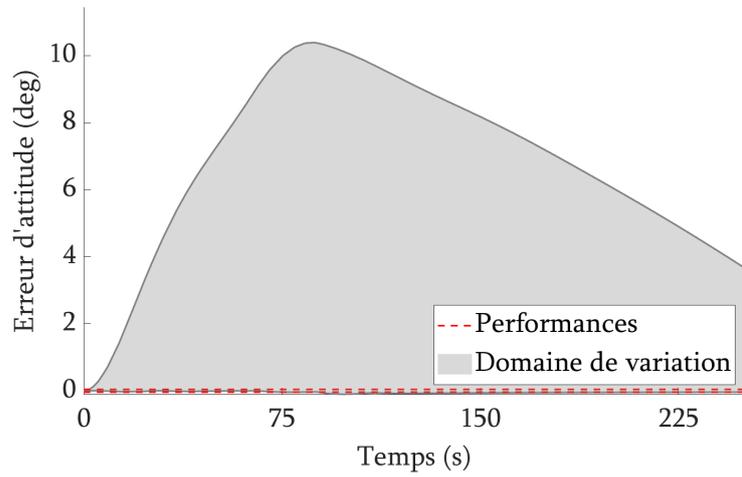
On peut donc raisonnablement admettre que le système en boucle fermée reste stable, respecte le cahier des charges de l'asservissement et que les performances attendues du filtre *Anti-Windup* sont respectées en dépit de conditions initiales défavorables.

Les figures 7.5a et 7.5b montrent les régions d'évolution des paramètres α_A et α_K , estimés et réels, sur l'ensemble des simulations effectuées pour l'analyse de Monte-Carlo. Du fait de l'efficacité de l'observateur pour l'estimation de la vitesse et de l'accélération angulaires, ces régions sont presque confondues. On remarque que le polytope effectif pour la manoeuvre considérée est inclus dans le polytope utilisé pour la synthèse, et qu'il est bien plus restreint que ce dernier. On peut également déduire de ces figures une certaine robustesse aux incertitudes paramétriques sur les paramètres estimés, puisqu'un changement d'échelle et un biais appliqués au polytope estimé n'entraînerait pas de variation significative des gains du filtre *DLAW*.

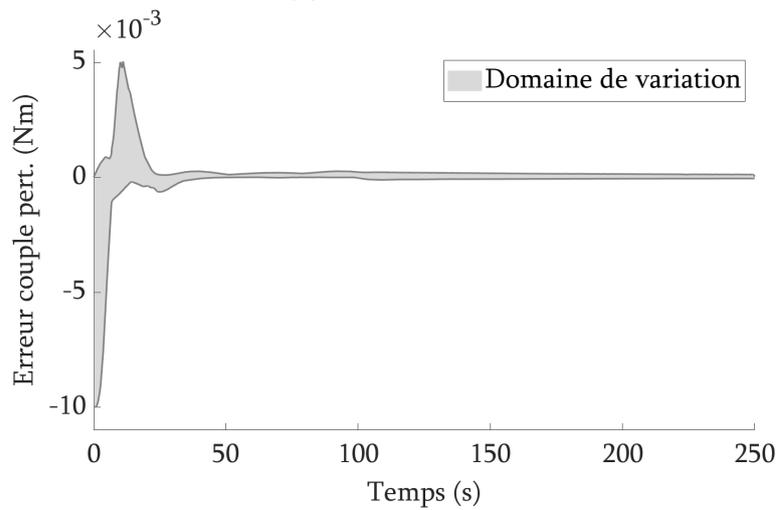
On remarque sur les figures 7.9a et 7.9b que l'actionneur est à la limite de ses capacités. En effet, on rappelle que les simulations utilisées pour l'identification du modèle de ballonnement sont associées à un réservoir de 58 cm de rayon, soit presque le double du satellite DEMETER qui nous sert de *benchmark*. Bien que dans ce cas très défavorable la stratégie de compensation des ballonnements avec filtre *Anti-Windup* permette de minimiser la perte de performance par rapport au cas nominal, les actionneurs sont de toute évidence mal dimensionnés puisque le moment des efforts de ballonnement est du même ordre de grandeur que couple de commande maximal. Les figures 7.10 et 7.11 montrent les résultats de simulations de Monte-Carlo où le moment des efforts de ballonnement est divisé par 10, ce qui les amène à un dixième de l'ordre de grandeur du couple de commande maximal. On constate alors que les performances sont nettement meilleures, ce qui montre qu'une stratégie de compensation des saturations ne pourra pas remplacer un dimensionnement adéquat des actionneurs.



(a) Attitude

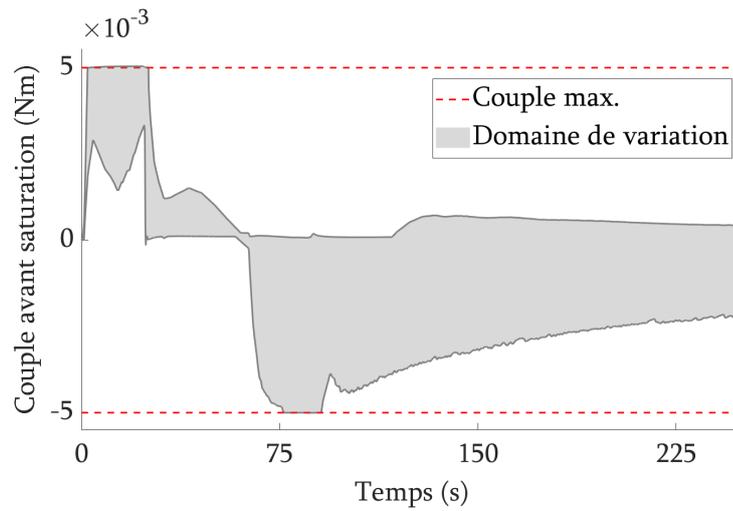


(b) Erreur d'attitude

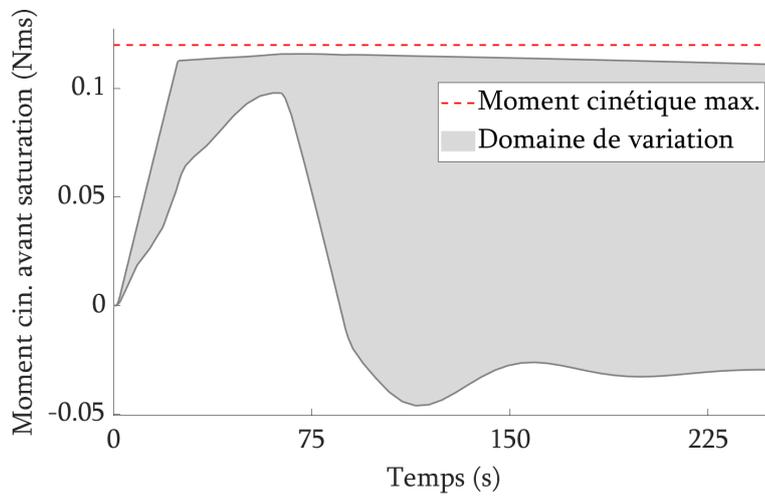


(c) Erreur d'estimation du moment de force perturbateur

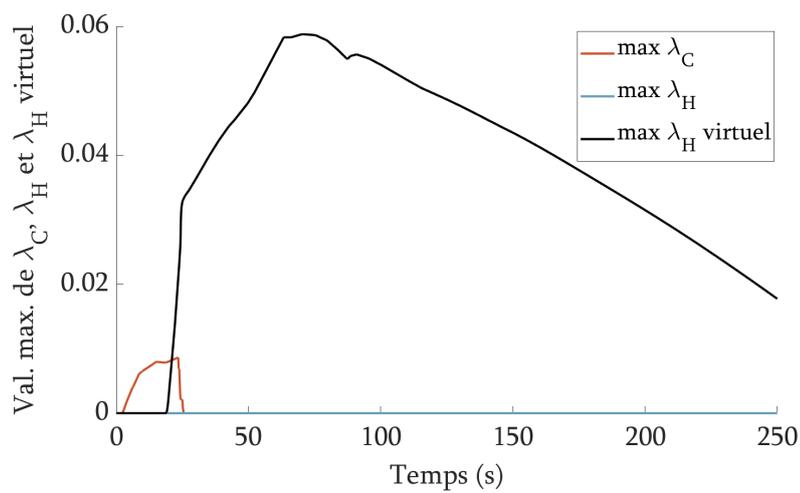
FIGURE 7.8 – Résultats des simulations de Monte-Carlo avec le filtre *Anti-Windup* (1/2)



(a) Couple demandé avant saturation

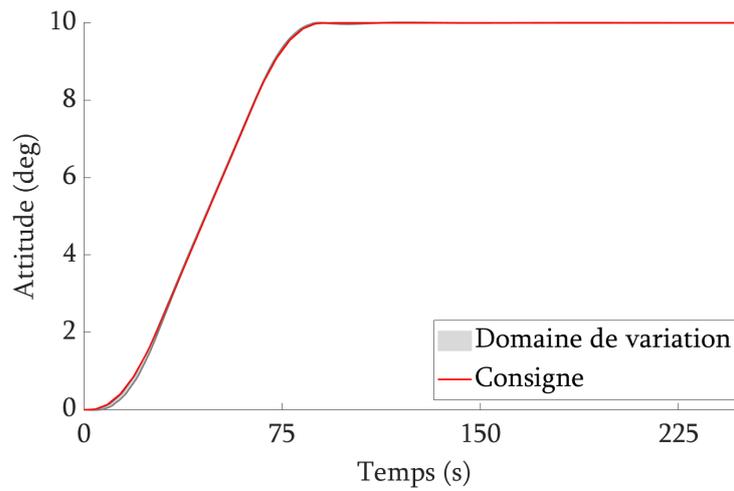


(b) Moment cinétique demandé avant saturation

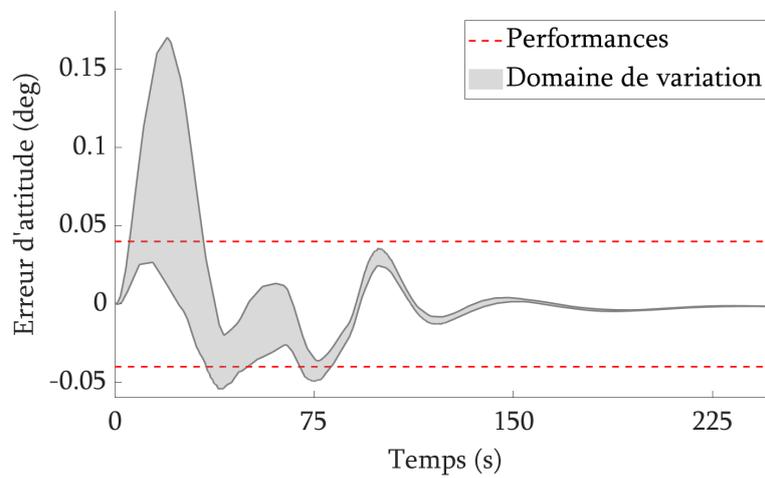


(c) λ_C et λ_H

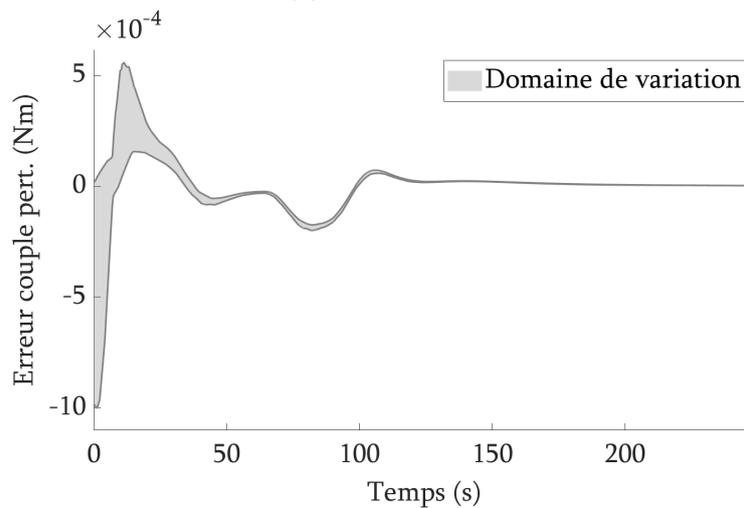
FIGURE 7.9 – Résultats des simulations de Monte-Carlo avec le filtre *Anti-Windup* (2/2)



(a) Attitude



(b) Erreur d'attitude



(c) Erreur d'estimation du moment de force perturbateur

FIGURE 7.10 – Résultats des simulations de Monte-Carlo avec le filtre *Anti-Windup* et l'amplitude du ballottage divisée par 10 (1/2)

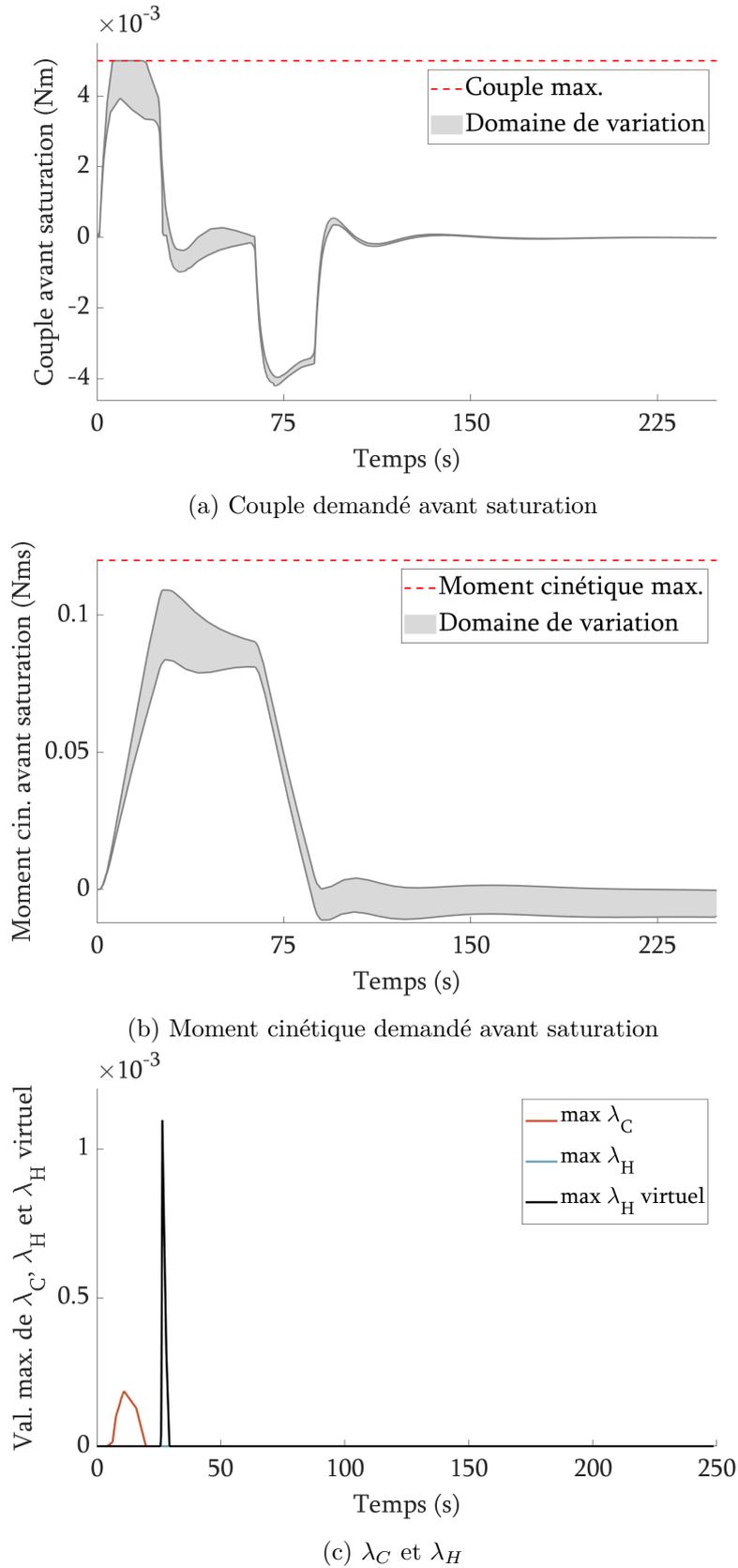


FIGURE 7.11 – Résultats des simulations de Monte-Carlo avec le filtre *Anti-Windup* et l'amplitude du ballottage divisée par 10 (2/2)

7.3 Modification de l'entrée de référence par approche *Reference Governor*

Nous proposons de faire la synthèse d'un *Reference Governor* pour tenir compte des saturations de la roue de réaction, afin d'étudier une alternative à la synthèse du filtre *Anti-Windup* que nous venons de voir.

Plutôt que de modifier la commande du système, et donc sa dynamique, les *Reference Governors* agissent sur la consigne, principalement en la ralentissant de sorte à assurer le respect de contraintes sur le vecteur d'état ou la commande. Dans notre cas un *Reference Governor* peut donc être utilisé afin de ne pas activer les saturations de la roue de réaction. Plusieurs formulations de cette technique ont été développées : en temps continu, en temps discret, linéaire, non-linéaire, statique ou dynamique. La variation la plus classiquement utilisée est le *Reference Governor* discret statique [3].

Considérons un système linéaire discret associé à une boucle fermée stabilisée et décrit par la représentation d'état suivante :

$$x(t+1) = Ax(t) + Bv(t) \quad (7.32)$$

$$y(t) = Cx(t) + Dv(t) \quad (7.33)$$

où

- $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état,
- $v \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrée de référence,
- $y \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de sortie.

On considère des contraintes sur les variables de sorties, telle que :

$$y(t) \in \mathcal{Y}, \forall t \in \mathbb{N} \quad (7.34)$$

Ces contraintes peuvent concerner le vecteur d'état et/ou le vecteur des variables de commande, en particulier les saturations.

Le principe fondamental du *Reference Governor* est de calculer à chaque instant t une référence $v(t)$ tel que si elle est appliquée continuellement, alors le vecteur de sortie prédit $y(n|x(t), v(t))$ calculé à partir de l'état initial $x(t)$ satisfait les contraintes pour tout instant n ultérieur à t . On introduit alors \mathcal{O}_∞ , l'ensemble des vecteurs d'état x et des références v qui vérifient cette propriété, i.e. :

$$\mathcal{O}_\infty = \{(v(t), x(t)) \text{ tel que } y(n|x(t), v(t)) \in \mathcal{Y} \forall n \geq t \in \mathbb{N}\} \quad (7.35)$$

Le vecteur d'entrée étant constant, on exprime le vecteur de sortie prédit par :

$$y(n|x(t), v(t)) = CA^n x(t) + \left(C(I - A)^{-1}(I - A^n)B + D \right) v(t) \quad (7.36)$$

Ainsi, à chaque instant t , le *Reference Governor* calcule la référence $v(t)$ à partir de l'état initial $x(t)$ tel que $(v(t), x(t)) \in \mathcal{O}_\infty$. En pratique, pour des raisons calculatoires, on utilisera plutôt un ensemble $\bar{\mathcal{O}}_\infty$ au lieu de \mathcal{O}_∞ . Ce nouvel ensemble est une restriction de \mathcal{O}_∞ obtenue en imposant que le vecteur de sortie en régime permanent respecte les contraintes avec une faible marge non-nulle ϵ , i.e. :

$$\bar{\mathcal{O}}_\infty = \mathcal{O}_\infty \cap \left\{ (v(t), x(t)) \text{ tel que } \left(C(I - A)^{-1}B + D \right) v(t) \in (1 - \epsilon)\mathcal{Y} \forall t \in \mathbb{N} \right\} \quad (7.37)$$

L'intérêt principal est qu'il est possible de démontrer que l'ensemble $\bar{\mathcal{O}}_\infty$ est *finitely determined*. Il existe alors un instant k tel que si l'application de la référence constante calculée $v(t)$ permet que le vecteur de sortie respecte les contraintes pour tout instant $n \leq t + k$, alors les contraintes seront également respectées pour tout instant $n > t + k$ et ainsi $(v(t), x(t)) \in \bar{\mathcal{O}}_\infty$.

En considérant des contraintes de la forme $\mathcal{Y} = \{y \text{ tel que } Hy \leq h\}$, on peut réécrire l'ensemble $\bar{\mathcal{O}}_\infty$ sous la forme suivante :

$$\bar{\mathcal{O}}_\infty = \left\{ (v(t), x(t)) \text{ tel que } \begin{bmatrix} HD & HC \\ HCB + HD & HCA \\ \vdots & \vdots \\ HC(I - A)^{-1}(I - A^k)B + HD & HCA^k \\ HC(I - A)^{-1}B + HD & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ x(t) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} h \\ h \\ \vdots \\ h \\ (1 - \epsilon)h \end{bmatrix} \right\} \quad (7.38)$$

Ainsi le *Reference Governor* va permettre d'obtenir à chaque instant t une référence $v(t)$ à partir de l'état initial $x(t)$ tel que $(v(t), x(t)) \in \bar{\mathcal{O}}_\infty$ en considérant un horizon de temps fini et glissant. Une approche usuelle pour calculer la référence $v(t)$ est de minimiser son écart à la consigne $r(t)$, par exemple les *Command Governors* utilisent la formulation :

$$\begin{aligned} v(t) &= \arg \min_v \|v - r(t)\|_2 \\ &\text{sous la contrainte :} \\ (v, x(t)) &\in \bar{\mathcal{O}}_\infty \end{aligned} \quad (7.39)$$

On remarquera les similarités avec la Commande Prédictive [6], bien que cette technique s'interconnecte en boucle fermée avec le système et non pas en boucle ouverte en amont du système comme le *Reference Governor*.

7.3.1 Mise en forme du problème et implémentation

Notre modèle étant Linéaire à Paramètres Variants, nous ne pouvons pas utiliser directement le schéma classique des *Reference Governor* présenté précédemment. Plutôt que d'utiliser des variantes non-linéaires plus complexes et plus lourdes à implémenter, nous proposons d'utiliser la propriété qu'a notre système d'avoir des paramètres variant lentement dans le temps. Nous allons alors utiliser, sur l'horizon de temps utilisé par le *Reference Governor*, notre système en boucle fermée figé aux valeurs des paramètres $\alpha_A(t)$ et $\alpha_K(t)$ associées à l'instant initial t de l'horizon. Le système Linéaire Temps Invariant qui en résulte peut ensuite être discrétisé et on obtient la représentation d'état suivante :

$$x(n + 1) = A(\alpha_A(t), \alpha_K(t))x(n) + Bv(t), \quad \forall n > t \in \mathbb{N} \quad (7.40)$$

$$y(n) = Cx(n) + Dv(t) = [\Gamma_C(n), H_w(n)] \quad (7.41)$$

où

- $\Gamma_C(n)$ est le couple de commande désiré,
- H_w est le moment cinétique désiré (obtenu par pseudo-intégration de Γ_C).

On exprime les saturations sous la forme d'une inégalité linéaire :

$$\begin{bmatrix} |\Gamma_C(t)| \\ |H_w(t)| \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{\Gamma} \\ \bar{H}_w \end{bmatrix}, \quad \forall t \in \mathbb{N} \quad (7.42)$$

On exprime maintenant le vecteur de sortie en fonction de l'état initial $x(t)$:

$$y(n) = \begin{bmatrix} C & D \end{bmatrix} \Phi^{(n-t)} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (7.43)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} A(\alpha_A(t), \alpha_K(t)) & B \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad (7.44)$$

Sur l'horizon glissant $[t, k]$, l'équation 7.42 se réécrit alors :

$$\begin{bmatrix} C & D \\ -C & -D \end{bmatrix} \Phi^{(n-t)} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \bar{\Gamma} \\ \bar{\Gamma} \\ \bar{H}_w \\ \bar{H}_w \end{bmatrix}, \quad \forall n \in [t, t+k] \quad (7.45)$$

Lorsque le niveau de commande est trop important, le *Reference Governor* va simplement s'assurer que le moment cinétique ne dépasse pas la saturation, en aucun cas il ne va prévenir la perte de contrôlabilité lorsque le moment cinétique devient constant. On propose alors de modifier la fonction coût de l'optimisation, et on cherchera une référence modifiée v telle que :

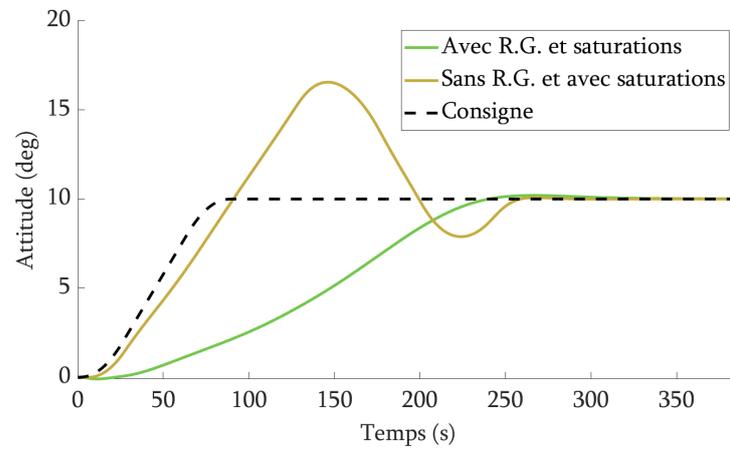
$$\begin{aligned} v(t) &= \arg \min_v \|v - r(t)\|_2 + \|\gamma(t)(H_{w,1}(t) - H_0)\|_2 \\ &\text{sous la contrainte :} \\ &(v, x(t)) \in \bar{\mathcal{O}}_\infty \end{aligned} \quad (7.46)$$

Cette approche permettra de minimiser le niveau de commande requis, et de préserver la contrôlabilité. La minimisation de l'écart entre moment cinétique et une valeur constante $H_0 > 0$ permet de ne pas entraîner l'apparition d'un moment cinétique négatif les premiers instants (où la pondération est la plus forte) et assurer un niveau de commande minimal pour ne pas trop ralentir la réponse en attitude. Le scalaire $\gamma \geq 0$ permet de moduler l'importance de la minimisation du moment cinétique par rapport à la minimisation de l'écart à la référence nominale.

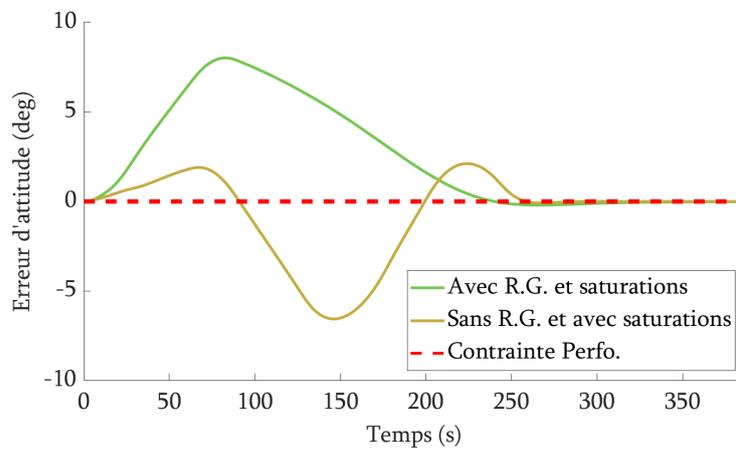
Comme le vecteur des paramètres du modèle n'est pas déterminé à l'avance, presque la totalité des calculs doivent être effectués en ligne, en particulier la discrétisation et la construction des contraintes (environ 1 s pour l'ensemble des opérations). Bien qu'il faudrait calculer l'indice k à partir duquel les contraintes deviennent redondantes à chaque pas de temps t , cela alourdit considérablement le temps de calcul. En pratique nous allons donc utiliser un indice k constant calculé hors-ligne à partir de contraintes exprimées pour modèles figés en plusieurs valeurs du couple (α_A, α_K) . Toutefois cet indice est très grand, supérieur à mille et ralentit considérablement les calculs et donc la simulation. En pratique on va donc choisir $k = 500$ (soit 12.5 s), dont la valeur s'est avérée satisfaisante lors de nos essais.

La représentation d'état discrète a été obtenue par l'approximation de Tustin via la routine `c2d` de Matlab[®] avec un pas de temps de 0.1 s, et l'optimisation a été effectuée par la routine `lsqlin` d'optimisation par moindres carrés linéaires.

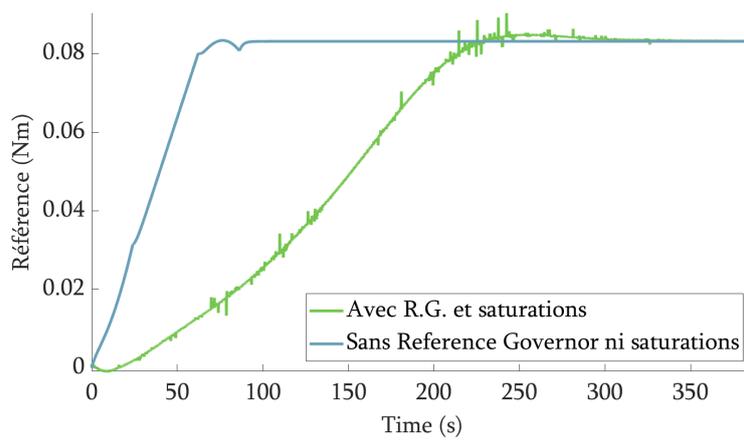
Afin de ne pas entraîner d'erreur statique, dû à la minimisation en régime permanent du moment cinétique, la pondération γ doit être décroissante en temps. Par essais-erreurs nous avons choisi $\gamma(t) = 0.6 \exp -\frac{t}{200}$, qui permet de favoriser la minimisation du moment cinétique au plus fort du moment de force perturbateur sans entraîner d'erreur statique.



(a) Attitude

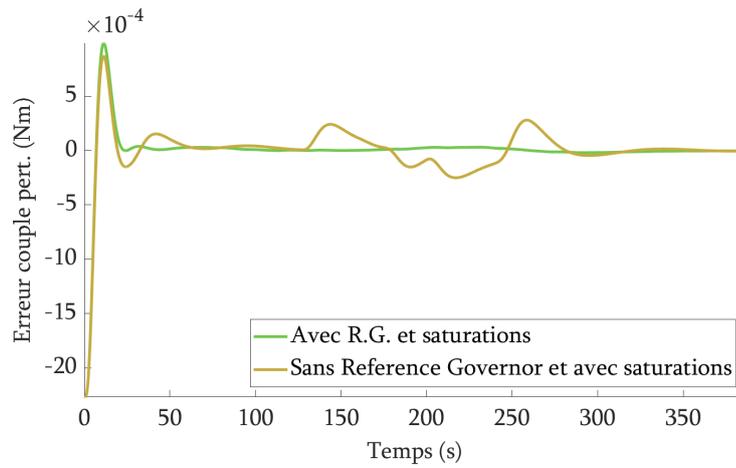


(b) Erreur d'attitude

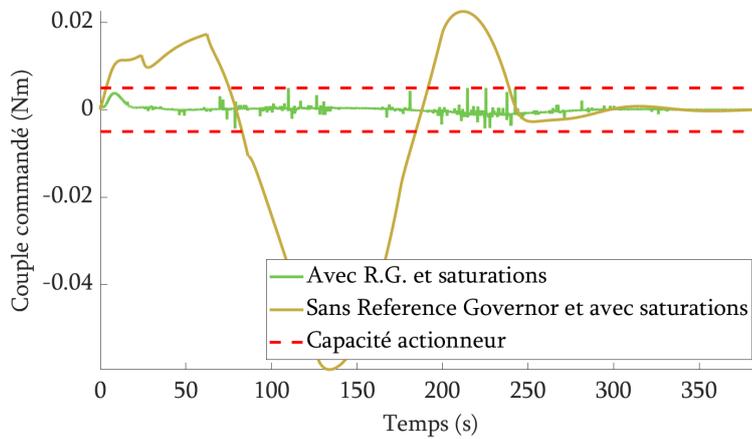


(c) Référence modifiée

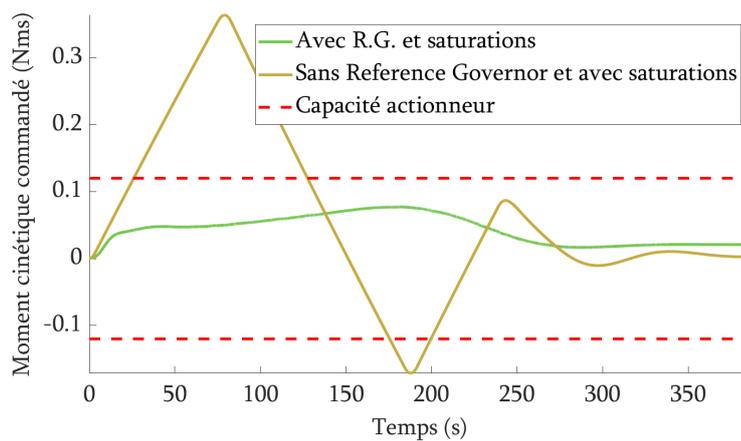
FIGURE 7.13 – Résultats de simulation avec le *Reference Governor* (1/2)



(a) Erreur d'estimation du moment de force perturbateur



(b) Couple demandé avant saturation

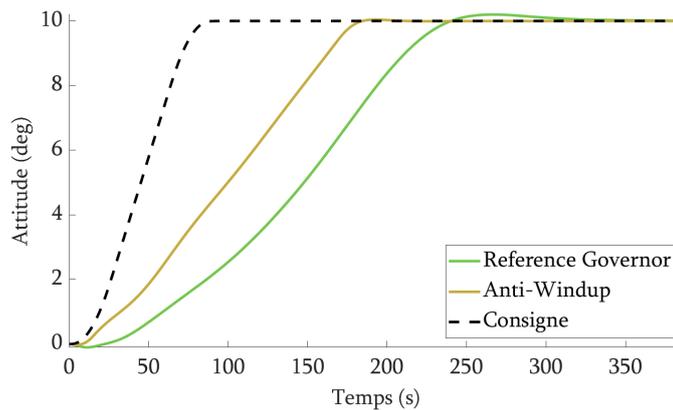


(c) Moment cinétique demandé avant saturation

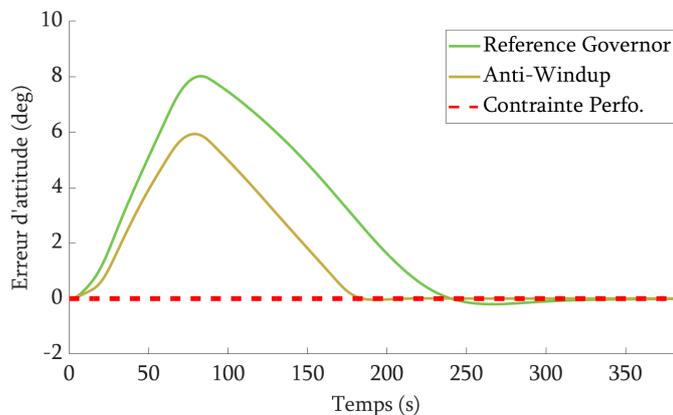
FIGURE 7.14 – Résultats de simulation avec le *Reference Governor* (2/2)

7.4 Comparaison des approches

Les figures 7.15 et 7.16 comparent les performances du filtre *Anti-Windup* et du *Reference Governor* implémentés. On constate sur les figures 7.15a et 7.15b que les réponses sont relativement similaires dans leur forme, avec un ralentissement du suivi de consigne par rapport au cas sans saturations. Le filtre *Anti-Windup* permet d'avoir une réponse en attitude plus rapide, et avec une erreur de suivi plus faible que le *Reference Governor*. La figure 7.16a montre que les performances en estimation du couple perturbateur sont très similaires, et sont aussi satisfaisantes que dans le cas sans saturations. On retrouve plus en détails les pics sur le couple commandé avant saturation sur la figure 7.16b. Ces pics sont issus des pics de la référence modifiée et sont ensuite filtrés par les actionneurs (action passe-bas). Il peut toutefois être intéressant de filtrer au préalable la référence modifiée. Les figures 7.16b et 7.16b montrent que les commandes en couple et en moment cinétique du filtre *Anti-Windup* et du *Reference Governor* sont assez similaires. La synthèse du *Reference Governor* est plus simple que celle du filtre *Anti-Windup*, mais a nécessité une adaptation conséquente et un réglage difficile par essais-erreurs pour arriver à un résultat satisfaisant. De plus, il faut effectuer l'optimisation de l'équation 7.39 à chaque instant, ce qui ralentit la boucle de contrôle et nécessite une adaptation pour une implémentation réelle. La synthèse du filtre *Anti-Windup*, bien qu'un peu plus complexe et dépendante d'un bon réglage des filtres de pondération, ne nécessite qu'une interpolation en ligne plus rapide à effectuer. Enfin, le filtre *Anti-Windup* permet de minimiser l'écart entre l'entrée et la sortie de la saturation tandis que le *Reference Governor* permet de garantir strictement la non-saturation.

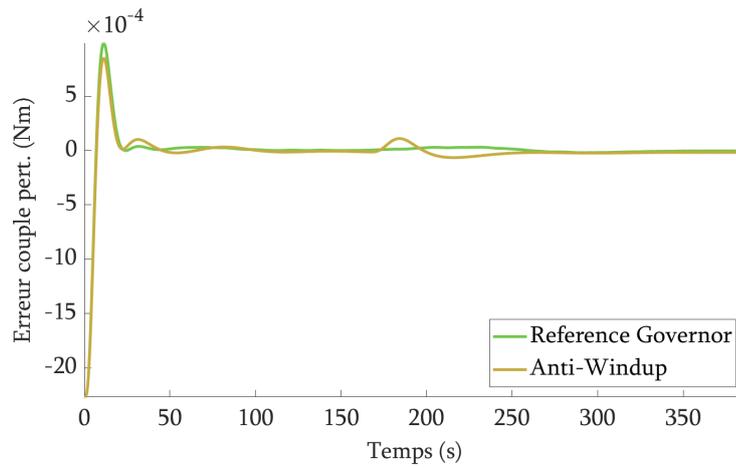


(a) Attitude

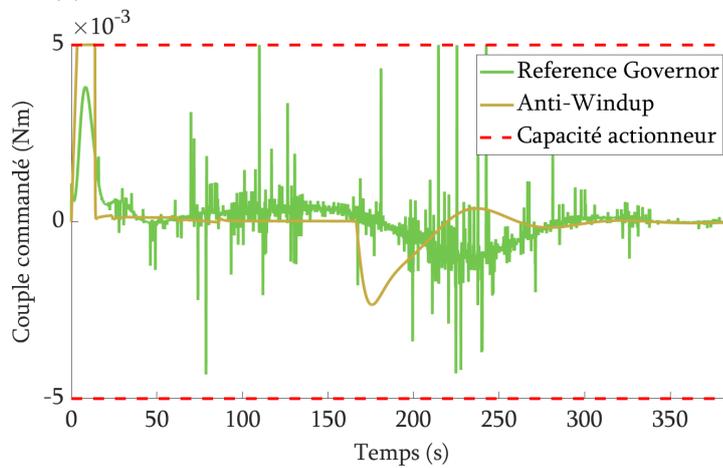


(b) Erreur d'attitude

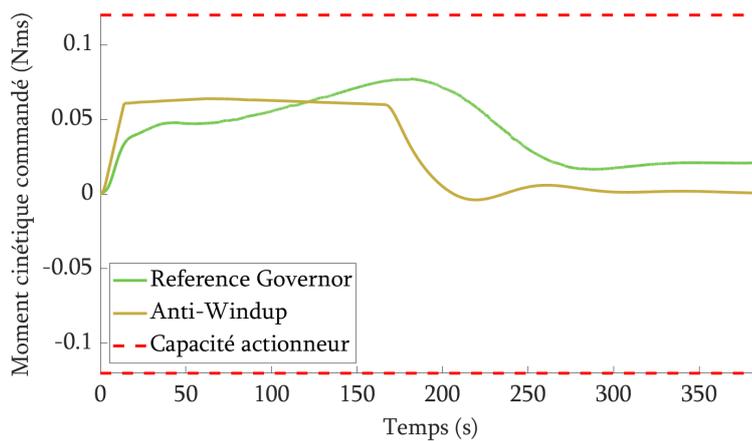
FIGURE 7.15 – Comparaison entre le filtre *Anti-Windup* et le *Reference Governor* (1/2)



(a) Erreur d'estimation du moment de force perturbateur



(b) Couple demandé avant saturation



(c) Moment cinétique demandé avant saturation

FIGURE 7.16 – Comparaison entre le filtre *Anti-Windup* et le *Reference Governor* (2/2)

7.5 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre des techniques, un filtre *Anti-Windup* et un *Reference Governor*, permettant de tenir compte des saturations des actionneurs afin de restaurer le comportement nominal d'un système. Nous avons montré que celles-ci permettent effectivement de restaurer la stabilité du système malgré la présence des saturations en couple et en moment cinétique de la roue de réaction. Bien que le suivi de consigne soit ralenti, la stratégie de compensation par observateur LPV reste efficace et les performances du cahier des charges sont respectées tout en prévenant la perte de contrôlabilité liée à la saturation en moment cinétique.

Références

- [1] J.-M. BIANNIC et P. APKARIAN. “Anti-windup design via nonsmooth multi-objective H_∞ optimization”. In : août 2011, p. 4457-4462. DOI : [10.1109/ACC.2011.5991186](https://doi.org/10.1109/ACC.2011.5991186) (cf. p. 98).
- [2] S. GALEANI et al. “A tutorial on modern anti-windup design”. In : *European Journal of Control* 15.3-4 (2009), p. 418-440 (cf. p. 96-97).
- [3] E. GARONE, S. DI CAIRANO et I. KOLMANOVSKY. “Reference and command governors for systems with constraints : A survey on theory and applications”. In : *Automatica* 75 (2017), p. 306-328 (cf. p. 109).
- [4] C. PITTET. *Le Contrôle d'Attitude des Satellites, Support et Projet de Recherche en Automatique (HDR)*. 2018 (cf. p. 99).
- [5] C. PITTET et al. “Nonlinear controller design for satellite reaction wheels unloading using anti-windup techniques”. In : *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. 2008, p. 7009 (cf. p. 99).
- [6] J. B. RAWLINGS, D. Q. MAYNE et M. DIEHL. *Model predictive control : theory, computation, and design*. T. 2. Nob Hill Publishing Madison, WI, 2017 (cf. p. 110).
- [7] C. ROOS. “Contribution à la commande des systèmes saturés en présence d'incertitudes et de variations paramétriques : application au pilotage de l'avion au sol”. Thèse de doct. Toulouse, ISAE, 2007 (cf. p. 97).
- [8] S. TARBOURIECH et al. “An Overview of Anti-windup Techniques”. In : *Stability and Stabilization of Linear Systems with Saturating Actuators*. Springer, 2011, p. 267-281 (cf. p. 97).
- [9] L. ZACCARIAN et A. R. TEEL. *Modern anti-windup synthesis : control augmentation for actuator saturation*. T. 36. Princeton University Press, 2011 (cf. p. 96).

Partie IV

Conclusion et perspectives de recherche

“Now I’m a scientific expert ; that means I know nothing about absolutely everything.”

— Arthur C. Clarke

2001 : A Space Odyssey

Conclusions

Le mouvement des ergols, et autres fluides, au sein des réservoirs des engins spatiaux est à l’origine d’efforts perturbateurs qui peuvent dégrader fortement les performances d’une boucle GNC s’ils ne sont pas explicitement pris en compte, voire mener à l’instabilité dans les pires cas. Ce phénomène est classiquement atténué par des méthodes passives et/ou actives. Par exemple, l’utilisation de structures ou des dispositifs mécaniques à l’intérieur des réservoirs permet de modifier avantageusement les fréquences et l’amortissement des ballottements, et de réduire leur amplitude. Cette solution entraîne cependant un gain de complexité et de masse dans un contexte où le moindre kilogramme mis en orbite se chiffre en milliers d’euros. Il est également possible de calculer un profil de guidage qui excitera le moins possible les modes de ballottement ou encore de considérer des phases de tranquillisation entre la manœuvre et la prise de vue, ce qui entraîne une réduction du temps d’observation. Lorsque des contraintes de masse ou de disponibilité mission sont fortes et que ces solutions atteignent leurs limites, il est possible de compenser cette perturbation par une boucle d’asservissement actif, reposant sur une modélisation du ballottement.

Différents modèles de ballottement existent, répondant aux besoins liés à la conception de simulateurs les plus réalistes possibles du phénomène et à la synthèse de lois de commande. Les modèles les plus complexes reposent sur un ensemble d’équations aux dérivées partielles complexes, qu’il n’est possible de résoudre que par le biais de code de Mécanique des Fluides Numériques élaborés et qui sont coûteux en temps de calcul. Bien qu’ils soient adaptés pour des simulateurs représentatifs de la dynamique d’un satellite couplé avec des ballottements, ces modèles sont trop complexes pour être utilisés à des fins de synthèse de correcteurs d’attitude. Des modèles simplifiés ont alors été développés, notamment les Modèles Mécaniques Équivalents au sein desquels le comportement oscillant du fluide est représenté par un ensemble d’oscillateurs harmoniques élémentaires, généralement des pendules ou des systèmes masses-ressorts. Des expressions analytiques pour les paramètres de ces modèles peuvent être obtenues en tenant compte d’hypothèses fortes, en particulier la linéarité du ballottement et la symétrie du système. Lorsque ces hypothèses ne sont plus raisonnables pour le système considéré, les paramètres peuvent être identifiés en utilisant les données des simulateurs basés sur la Mécanique des Fluides Numériques.

Une analyse du comportement des ballottements sur des manœuvres d’attitude de type *bang-stop* mettent en évidence un comportement pseudo-périodique amorti dont les caractéristiques dynamiques, fréquence et amortissement, dépendent de la vitesse et de l’accélération angulaire du satellite. Une telle dépendance n’est habituellement pas prise en compte (au mieux par l’identification de fonctions de transfert d’ordre élevé pour une vitesse initiale de rotation et un profil d’accélération donné) en particulier par les expressions analytiques mentionnées précédemment. Nous avons alors proposé un modèle innovant de ballottement, présenté comme une variation des modes souples classiques, sous la forme d’un système du second ordre non-linéaire dont les paramètres dépendent de la vitesse et de l’accélération angulaire.

Le modèle que nous avons développé est de dimension finie, adapté à la synthèse de contrôleurs, compatible avec les méthodes de contrôle modernes et a une structure simple. Une procédure d'identification associée a également été définie, permettant d'obtenir des paramètres non-structurés dont les valeurs à chaque instant sont obtenues par interpolation. Ce nouveau modèle a pu être confronté avec des données issues du code de Mécanique des Fluides Numériques DIVA de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse. Nous avons ainsi pu nous assurer que, pour les profils de type bang-stop, notre modèle est très représentatif du comportement dynamique du ballottement tout au long de la manœuvre d'attitude, en particulier lors des phases accélérées du profil.

En remarquant que les paramètres du modèle de ballottement évoluent dans un polytope, nous l'avons réécrit sous la forme d'un système Linéaire à Paramètres Variants incertain, dépendant de deux paramètres, qui est ensuite inter-connecté avec un modèle de satellite rigide asservi sur l'axe tangage par une roue de réaction (basé sur le satellite DEMETER). Le modèle LPV résultant de l'interconnexion, décrivant un satellite couplé avec le ballottement d'ergols, a été utilisé pour le développement d'une procédure de compensation active des ballottements. L'objectif était de restaurer les performances du contrôleur synthétisé sur le modèle rigide en présence des moments d'efforts perturbateurs des ballottements. Par définition, notre modèle est une approximation du comportement fortement non-linéaire du fluide, il est donc nécessaire que le schéma de compensation soit robuste à des incertitudes de modèles. Ces dernières ont été considérées avec l'ajout d'un bruit en entrée du système, de sorte à rester le plus général possible par rapport à leur forme tout en conservant la structure simple de notre modèle.

La stratégie de compensation proposée repose sur la synthèse d'un observateur LPV à gain variant qui permet d'estimer le moment perturbateur des efforts de ballottement. Cette synthèse utilise une technique robuste \mathcal{H}_∞ multi-modèles sur les systèmes LTI correspondant au système LPV figés aux sommets du polytope. Une synthèse LPV reposant sur la résolution de LMI est également proposée. Cette estimation est ensuite utilisée pour pré-compenser les effets du fluide par la commande, en tenant compte de la dynamique des actionneurs. Nous avons pu vérifier que les performances du contrôleur Proportionnel-Dérivé, synthétisé sur un modèle rigide de satellite, ont été restaurées par l'ajout de l'observateur de ballottements. La stabilité de l'observateur et de la boucle fermée ont pu être vérifiées, à la fois au sens de Lyapunov avec une fonction de Lyapunov indépendante des paramètres, et au sens *Bounded Input - Bounded Output*. Enfin, nous avons évalué la robustesse de l'observateur aux incertitudes paramétriques et aux conditions initiales. Notre méthode présente l'avantage intéressant de pouvoir être ajoutée aisément en interconnexion avec un modèle de satellite dont l'asservissement a été fait sans considérer les ballottements.

Lors de la phase de synthèse de l'observateur, nous avons sciemment omit de considérer les saturations en couple et en moment cinétique de la roue de réaction. La saturation en moment cinétique doit faire preuve d'une attention toute particulière puisque si celle-ci est atteinte lorsque le couple de contrôle s'annule et la contrôlabilité du satellite est perdue. Nous avons alors proposé des implémentations d'un filtre *Anti-Windup* et d'un *Reference Governor*.

Nous avons choisi un filtre *Anti-Windup* de type *DLAW* statique dont les gains ont été calculés avec une approche mixte \mathcal{H}_∞ multi-modèles/*Gain Scheduling* qui consiste à calculer les gains en chaque point d'une grille et les interpoler lors de la manœuvre. Afin de ne pas entraîner de perte de contrôlabilité consécutive à une saturation en moment cinétique de la roue de réaction, nous considérons une saturation virtuelle de niveau plus faible pour activer le filtre *Anti-Windup* par anticipation.

Le schéma de *Reference Governor* implémenté consiste à calculer une référence modifiée du système qui garantit que le couple et le moment cinétique commandés respectent les contraintes de l'actionneur tout en minimisant l'écart à la référence nominale. À chaque pas de temps un problème d'optimisation est alors résolu, qui s'avère coûteux en temps de calcul. La saturation en moment cinétique est considérée par la modification de la fonction de coût dans le but de minimiser également le moment cinétique pondéré par un coefficient décroissant dans le temps (évitant ainsi d'avoir une erreur statique). Que ce soit avec le filtre *Anti-Windup* ou le *Reference Governor* développés, le suivi de la consigne d'attitude est ralenti en conséquence des changements que ces méthodes apportent respectivement à la commande et à la référence.

Le réservoir considéré lors de l'identification des paramètres du modèle de ballonnement est huit fois plus volumineux que celui du satellite DEMETER. En conséquence, la roue de réaction est sous-dimensionnée face aux efforts de ballonnement très importants qui atteignent une amplitude maximale de l'ordre de la capacité en couple de la roue. On soulignera finalement qu'en dépit de conditions très défavorables, le système présente des performances très intéressantes.

“It looks like the future’s really bright.”

— Michael P. Anderson

Perspectives de recherche

Nous présentons ici quelques perspectives de recherches, dans la continuité de cette thèse, qui pourraient être considérées lors de travaux ultérieurs sur la compensation des ballottements d’ergols pour le contrôle d’attitude des engins spatiaux.

Développement d’un modèle de ballottement utilisant une description multi-modale à paramètres variants du fluide

Il s’agit d’avoir un modèle analogue au *Cantilever Hybrid Model* (cf. section 4.3) dont les fréquences et les amortissements de chaque mode varient selon la vitesse et l’accélération angulaires. Le but est d’améliorer la représentativité du modèle lors de la phase à accélération nulle du *bang-stop-bang*, et pour laquelle notre modèle est moins représentatif. Il sera nécessaire d’évaluer l’amélioration de la représentativité au regard de la complexification du modèle.

Tests de la stratégie de compensation avec un simulateur mixte MFN-Matlab®

Bien que nous ayons vérifié la robustesse de l’observateur LPV des efforts de ballottement aux incertitudes paramétriques, il reste primordial de vérifier si la stratégie de compensation développée à partir de notre modèle simplifié reste efficace lorsqu’on considère un modèle plus réaliste du fluide. Il est donc intéressant de procéder à des tests sur un simulateur résultant de l’interconnexion d’un code MFN et d’un code Matlab® (ou dans un autre langage).

Identification et tests du modèle de ballottement avec des données de simulations pour d’autres profils de guidage

Les données de simulation de MFN que nous avons utilisées au chapitre 4 sont associées à des profils de guidage *bang-stop*. En utilisant judicieusement les propriétés du système et en faisant quelques hypothèses, nous avons pu procéder à l’identification des paramètres du modèle pour un profil de guidage d’attitude *bang-stop-bang*. Il serait toutefois nécessaire d’identifier notre modèle, et de le tester en considérant des simulations de MFN associées à des profils de guidage *bang-stop-bang*, voire d’autres types de profils. La génération des données peut se faire de manière relativement simple avec des logiciels commerciaux de MFN, ou alors en collaboration avec une équipe de recherche.

Modélisation des efforts de ballottement pour un contrôle d’attitude 3 axes

Dans notre étude nous avons considéré le mouvement d’un satellite sur un seul axe. En exploitant d’autres données de simulation, il serait intéressant d’étendre notre modèle de ballottement pour une utilisation dans le cadre d’un contrôle d’attitude 3 axes. En particulier il faudrait étudier si les couplages entre les axes sont forts, ou s’il est possible de considérer raisonnablement une approximation dans laquelle les efforts de ballottement sur chaque axe sont indépendants.

Prise en compte de la consommation de carburant par les propulseurs

Notre *benchmark* utilise une roue de réaction, qui ne consomme pas de carburant, et nous avons donc pu considérer que le taux de remplissage du réservoir reste constant. Si l'attitude est contrôlée par le biais de tuyères, et selon le débit de celles-ci, il peut être nécessaire de considérer la diminution de masse liquide embarquée au cours du temps. Un autre cas intéressant est le contrôle d'attitude lors des corrections d'orbite à faible poussée, par exemple avec des moteurs ioniques. Il serait intéressant de tester la robustesse de l'observateur LPV des efforts de ballottement à la variation de masse. Si ce n'est pas le cas, une première idée d'approche conservative est le calcul d'un polytope élargi qui recouvre les variations possibles des paramètres sur un intervalle de masse.

Synthèse d'un contrôleur sur le modèle LPV du système couplé fluides-satellite

Un des objectifs que nous nous sommes fixés est de développer une stratégie de compensation qui permet de restaurer les performances d'un contrôleur développé sur un modèle rigide de satellite. Une perspective est donc de faire la synthèse directe d'un contrôleur d'attitude qui tienne compte des ballottements en se basant sur le modèle que nous avons proposé, par exemple un correcteur LPV [2, 6].

Synthèse d'un filtre *Anti-Windup* par résolutions de LMI

Nous avons fait la synthèse de notre filtre *Anti-Windup* par approche \mathcal{H}_∞ multi-modèle, qui ne garantit pas la stabilité sur l'ensemble du polytope des paramètres du modèle LPV. Celle-ci doit donc être vérifiée *a posteriori*, de manière formelle ou à défaut en simulation si les outils s'avèrent trop conservatifs. Il serait avantageux de faire une synthèse qui garantisse la stabilité sur le polytope, par exemple en utilisant des conditions de secteurs et en procédant à la synthèse d'un filtre *Anti-Windup*, qu'il soit LPV ou LTI, par résolution de LMI tel que proposé dans les références [7, 8, 9, 5].

Développement et implémentation d'un *Reference Governor* non-linéaire

Le *Reference Governor* que nous avons implémenté repose sur la variation lente des paramètres du modèle de ballottement (cf. section 7.3). Nous avons cependant vu que le schéma implémenté entraîne une lourde charge calculatoire. Il serait judicieux de résoudre ce problème en considérant des schémas de *Reference Governor* plus complexes, qui tiennent notamment compte de la non-linéarité du système en s'inspirant des travaux présentés dans [3, 1]. Afin d'accélérer la réponse en attitude, il est également possible d'implémenter un *Extended Command Governor* [4], une version dynamique du *Reference Governor* classique avec un état interne.

Références

- [1] D. ANGELI, A. CASAVOLA et E. MOSCA. "Command governors for constrained nonlinear systems : direct nonlinear vs. linearization-based strategies". In : *International Journal of Robust and Nonlinear Control : IFAC-Affiliated Journal* 9.10 (1999), p. 677-699 (cf. p. 126).
- [2] J.-M. BIANNIC. "Commande robuste des systèmes à paramètres variables : applications en aéronautique". Thèse de doct. Toulouse, ENSAE, 1996 (cf. p. 126).
- [3] L. CHISCI, P. FALUGI et G. ZAPPA. "Predictive tracking control of constrained nonlinear systems". In : *IEE Proceedings-Control Theory and Applications* 152.3 (2005), p. 309-316 (cf. p. 126).

- [4] E. G. GILBERT et C.-J. ONG. “Constrained linear systems with hard constraints and disturbances : An extended command governor with large domain of attraction”. In : *Automatica* 47.2 (2011), p. 334-340 (cf. p. 126).
- [5] B. LU, F. WU et S. KIM. “Linear parameter-varying antiwindup compensation for enhanced flight control performance”. In : *Journal of guidance, control, and dynamics* 28.3 (2005), p. 494-505 (cf. p. 126).
- [6] J. MOHAMMADPOUR et C. W. SCHERER. *Control of linear parameter varying systems with applications*. Springer Science & Business Media, 2012 (cf. p. 126).
- [7] C. PITTET. *Le Contrôle d’Attitude des Satellites, Support et Projet de Recherche en Automatique (HDR)*. 2018 (cf. p. 126).
- [8] C. ROOS. “Contribution à la commande des systèmes saturés en présence d’incertitudes et de variations paramétriques : application au pilotage de l’avion au sol”. Thèse de doct. Toulouse, ISAE, 2007 (cf. p. 126).
- [9] S. TARBOURIECH et al. “An Overview of Anti-windup Techniques”. In : *Stability and Stabilization of Linear Systems with Saturating Actuators*. Springer, 2011, p. 267-281 (cf. p. 126).

“This is when I’m at my best. This is when I shine : impossible deadlines.”

— Dr. Meredith Rodney McKay

Stargate Atlantis - Be All My Sins Remember'd (4.11)

Publications et conférences

Workshops :

- COMET Modelling and Control of Sloshing Modes - Avril 2018
- Journées CNES Jeunes Chercheurs - Octobre 2018
- 12th ESA Workshop on Avionics, Data, Control and Software Systems - Octobre 2018
- COMET Robust Control and Convex Optimization - Mars 2019

Conférences avec publications :

- A. BOURDELLE, L. BURLION, J.-M. BIANNIC et al. “Towards New Control Design Oriented Models for Fuel Sloshing in Observation Spacecraft”. In : *AIAA GNC Proceedings*. 2019
- A. BOURDELLE, J.-M. BIANNIC et al. “Modeling and Control of Propellant Slosh Dynamics in Observation Spacecraft with Actuator Saturations”. In : *EUCASS Proceedings*. 2019
Best Student Paper Award - catégorie *Flight Dynamics/GNC and Avionics*
- A. BOURDELLE, J.-M. BIANNIC et al. “Propellant Sloshing Torque H-infinity based Observer Design for Enhanced Attitude Control”. In : *ACA Proceedings*. 2019
- J.-M. BIANNIC, A. BOURDELLE et al. “On robust LPV-based observation of fuel slosh dynamics for attitude control design”. In : *LPVS Proceedings*. 2019

“That massive amount of data then slowly unspools into your brain, eventually taking over your consciousness completely.”

— Major Samantha Carter
Stargate SG-1 - Lost City, Part 1 (7.21)

Références

- H. ABRAMSON et al. *The Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers, With Applications to Space Vehicle Technology (NASA SP-106)*. Rapp. tech. 1966 (cf. p. xvii, 15, 19, 34).
- J. ACKERMANN. “Multi-model approaches to robust control system design”. In : *Uncertainty and Control*. Springer, 1985, p. 108-130 (cf. p. 70).
- J. ACKERMANN. “Der entwurf linearer regelungssysteme im zustandsraum”. In : *Automatisierungstechnik* 7 (1972), p. 297-300 (cf. p. 75).
- K. AKATSUKA, T. CHUJO, O. MORI et al. “Attitude Control of Earth Orbiting Satellite by Solar Radiation Pressure”. In : *The 24th Workshop on JAXA Astrodynamics and Flight Mechanics*. 2014, p. 226 (cf. p. 7).
- F. ALABAU-BOUSSOUIRA et al. *Control of Partial Differential Equations : Cetraro, Italy 2010, Editors : Piermarco Cannarsa, Jean-Michel Coron*. T. 2048. Springer, 2012 (cf. p. 32).
- D. ALAZARD, J.-R. CHRETIEN et M. LE DU. “Robust attitude control of a telescope with flexible modes”. In : *Dynamics and control of structures in Space III* (1996) (cf. p. 71).
- D. ALAZARD et al. *Robustesse et commande optimale*. Cépaduès-éditions, 1999 (cf. p. 72).
- D. ANGELI, A. CASAVOLA et E. MOSCA. “Command governors for constrained nonlinear systems : direct nonlinear vs. linearization-based strategies”. In : *International Journal of Robust and Nonlinear Control : IFAC-Affiliated Journal* 9.10 (1999), p. 677-699 (cf. p. 126).
- P. APKARIAN, P. GAHINET et C. BUHR. “Multi-model, multi-objective tuning of fixed-structure controllers”. In : *Proceedings of ECC 2014*. 2014, p. 856-861 (cf. p. 72, 77).
- P. APKARIAN et D. NOLL. “Nonsmooth \mathcal{H}_∞ Synthesis”. In : *IEEE Trans. on Automatic Control* 51.1 (2006), p. 71-86 (cf. p. 77).
- Astra 2A characteristics*. SatBeams Website, <https://www.satbeams.com/satellites?norad=25462>. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 17).
- G. J. BALAS. “Linear, parameter-varying control and its application to aerospace systems”. In : *ICAS congress proceedings*. 2002 (cf. p. 53, 70).
- S. BERRIVIN, J. DULOT, C. FALLET et al. *Techniques et Technologies des Véhicules Spatiaux - Module XII. Stabilisation et pointage*. CNES, 2017 (cf. p. 3-4, 9, 11).
- R. BERRY et J. TEGART. *Experimental study of transient liquid motion in orbiting spacecraft (NASA-CR-144003)*. Rapp. tech. 1975 (cf. p. 35).
- J.-M. BIANNIC. “Commande robuste des systèmes à paramètres variables : applications en aéronautique”. Thèse de doct. Toulouse, ENSAE, 1996 (cf. p. 54-55, 57, 70, 82-84, 89-90, 126).
- J.-M. BIANNIC et P. APKARIAN. “Missile autopilot design via a modified LPV synthesis technique”. In : *Aerospace Science and Technology* 3.3 (1999), p. 153-160 (cf. p. 76).

- J.-M. BIANNIC, A. BOURDELLE et al. “On robust LPV-based observation of fuel slosh dynamics for attitude control design”. In : *LPVS Proceedings*. 2019 (cf. p. 88, 129).
- J.-M. BIANNIC, C. ROOS et C. PITTET. “Linear parameter varying analysis of switched controllers for attitude control systems”. In : *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 34.5 (2011), p. 1561-1567 (cf. p. 83).
- J.-M. BIANNIC et P. APKARIAN. “Anti-windup design via nonsmooth multi-objective H_{∞} optimization”. In : août 2011, p. 4457-4462. DOI : [10.1109/ACC.2011.5991186](https://doi.org/10.1109/ACC.2011.5991186) (cf. p. 98).
- A. BOURDELLE, J.-M. BIANNIC et al. “Modeling and Control of Propellant Slosh Dynamics in Observation Spacecraft with Actuator Saturations”. In : *EUCASS Proceedings*. 2019 (cf. p. 129).
- A. BOURDELLE, J.-M. BIANNIC et al. “Propellant Sloshing Torque H-infinity based Observer Design for Enhanced Attitude Control”. In : *ACA Proceedings*. 2019 (cf. p. 129).
- A. BOURDELLE, L. BURLION, J.-M. BIANNIC et al. “Towards New Control Design Oriented Models for Fuel Sloshing in Observation Spacecraft”. In : *AIAA GNC Proceedings*. 2019 (cf. p. 129).
- S. BOYD et al. *Linear matrix inequalities in system and control theory*. T. 15. Siam, 1994 (cf. p. 90).
- T. BREINLINGER et al. “Surface tension and wetting effects with smoothed particle hydrodynamics”. In : *Journal of Computational Physics* 243 (2013), p. 14-27 (cf. p. 34).
- R. BUROW. *Identification of liquid sloshing dynamics by CFD analysis on board of a spin stabilized satellite (MSc thesis)*. 2016 (cf. p. 36, 42).
- H.-J. BUTT, K. GRAF et M. KAPPL. *Physics and chemistry of interfaces*. John Wiley & Sons, 2013 (cf. p. 16).
- A. CADIOU, F. DARNON, D. DILHAN et al. *Techniques et Technologies des Véhicules Spatiaux - Module XI. Propulsion*. CNES, 2017 (cf. p. 21).
- F. L. CARDOSO RIBEIRO. “Port-Hamiltonian modeling and control of a fluid-structure system : Application to sloshing phenomena in a moving container coupled to a flexible structure”. Thèse de doct. “Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace”, 2016 (cf. p. 33).
- F. L. CARDOSO-RIBEIRO, D. MATIGNON et V. POMMIER-BUDINGER. “A port-Hamiltonian model of liquid sloshing in moving containers and application to a fluid-structure system”. In : *Journal of Fluids and Structures* 69 (2017), p. 402-427 (cf. p. 33).
- S. CHINTALAPATI, C. HOLICKER, R. SCHULMAN et al. “Design of an experimental platform for acquisition of liquid slosh data aboard the International Space Station”. In : *48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*. 2012, p. 4297 (cf. p. 20).
- L. CHISCI, P. FALUGI et G. ZAPPA. “Predictive tracking control of constrained nonlinear systems”. In : *IEE Proceedings-Control Theory and Applications* 152.3 (2005), p. 309-316 (cf. p. 126).
- J.-P. CHRETIEN et C. MANCEAUX-CUMER. “Minimal LFT form of a spacecraft built up from two bodies”. In : *AIAA GNC Conference and Exhibit*. 2001, p. 4350 (cf. p. 42).
- M. COMBARNOUS, D. DESJARDINS et C. BACON. *Mécanique des solides et des systèmes des solides*. Dunod, 2004 (cf. p. 10).
- Control Engineering Handbook (ECSS-E-HB-60A)*. Rapp. tech. 2010 (cf. p. 3).
- J.-M. CORON, B. D’ANDRÉA-NOVEL et G. BASTIA. “A Lyapunov approach to control irrigation canals modeled by Saint-Venant equations”. In : *1999 European control conference (ECC)*. IEEE. 1999, p. 3178-3183 (cf. p. 33).

- J. L. CRASSIDIS, F. L. MARKLEY et Y. CHENG. "Survey of nonlinear attitude estimation methods". In : *Journal of guidance, control, and dynamics* 30.1 (2007), p. 12-28 (cf. p. 6).
- A. DALMON, M. LEPILLIEZ, S. TANGUY et al. "Direct numerical simulation of a bubble motion in a spherical tank under external forces and microgravity conditions". In : *Journal of Fluid Mechanics* 849 (2018), p. 467-497 (cf. p. xvii, 20, 32, 48).
- A. DALMON. "Simulation numérique du ballonnement d'ergol et modélisation de l'interaction fluides-membrane dans un réservoir de satellite". Thèse de doct. 2018 (cf. p. 30-31, 36, 39).
- Demeter artist rendering* (D. Ducros). https://demeter.cnes.fr/fr/DEMETER/Fr/img_demeter.htm. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 58).
- F. DODGE et al. *The new "Dynamic Behavior of Liquids in Moving Containers"*. S.W. Research Inst. San Antonio, TX, 2000 (cf. p. xvii, 15, 23, 34-35).
- L. DUBAND. "Space cryocooler developments". In : *Physics Procedia* 67 (2015), p. 1-10 (cf. p. 17).
- V. DUINDAM et al. *Modeling and control of complex physical systems : the port-Hamiltonian approach*. Springer, 2009 (cf. p. 33).
- P. ENRIGHT et E. WONG. *Propellant Slosh Models for the Cassini Spacecraft*. Rapp. tech. Jet Propulsion Laboratory, Caltech, 1994 (cf. p. 34-35, 42).
- H. EVAÏN. "Nouvelles configurations de grappes d'actionneurs gyroscopiques pour le contrôle de satellites agiles". Thèse de doct. Toulouse, ISAE, 2017 (cf. p. 7).
- T. I. FOSSEN. *Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control*. John Wiley & Sons, 2011 (cf. p. 29).
- S. GALEANI et al. "A tutorial on modern anti-windup design". In : *European Journal of Control* 15.3-4 (2009), p. 418-440 (cf. p. 96-97).
- E. GARONE, S. DI CAIRANO et I. KOLMANOVSKY. "Reference and command governors for systems with constraints : A survey on theory and applications". In : *Automatica* 75 (2017), p. 306-328 (cf. p. 109).
- P. GÁSPÁR et al. "Robust control design for active driver assistance systems". In : *Springer, DOI* 10 (2016), p. 978-3 (cf. p. 65).
- J. GERRITS. "Dynamics of Liquid-Filled Spacecraft - Numerical Simulation of Coupled Solid-Liquid Dynamics". Thèse de doct. Rijks Universiteit Groningen, 2001 (cf. p. xvii, 32).
- J. GERRITS et A. VELDMAN. "Dynamics of liquid-filled spacecraft". In : *Journal of Engineering Mathematics* 45.1 (2003), p. 21-38 (cf. p. xvii, 20, 30).
- E. G. GILBERT et C.-J. ONG. "Constrained linear systems with hard constraints and disturbances : An extended command governor with large domain of attraction". In : *Automatica* 47.2 (2011), p. 334-340 (cf. p. 126).
- R. A. GINGOLD et J. J. MONAGHAN. "Smoothed particle hydrodynamics : theory and application to non-spherical stars". In : *Monthly notices of the royal astronomical society* 181.3 (1977), p. 375-389 (cf. p. 33).
- D. GLASSMAN. "Italian Liner to Defy". In : *Popular Mechanics* (1931) (cf. p. 7).
- B. GRÜNBAUM et al. "Convex polytopes". In : (1967) (cf. p. 57).
- D. B. GUETTLER. *Satellite Attitude Control Using Atmospheric Drag (MSc thesis)*. 2007 (cf. p. 7).
- N. GUY. "Modèle et commande structurés : application aux grandes structures spatiales flexibles". Thèse de doct. 2013. URL : <http://www.theses.fr/2013ESAE0036> (cf. p. 71).
- H. HEMMATI. *Deep space optical communications*. T. 11. John Wiley & Sons, 2006 (cf. p. 4).

- J. HERVAS et M. REYHANOGLU. "Control of a spacecraft with time-varying propellant slosh parameters". In : *ICCAS 2012*. IEEE, 2012, p. 1621-1626 (cf. p. 35, 73).
- E. HOFFMAN, W. EBERT, M. FEMIANO et al. "The NEAR rendezvous burn anomaly of December 1998". In : *Applied Physics Laboratory, Johns Hopkins University* (1999) (cf. p. xvii, 16).
- R. A. HORN et C. R. JOHNSON. *Matrix analysis*. Cambridge university press, 2012 (cf. p. 89).
- R. IBRAHIM. *Liquid Sloshing Dynamics : Theory and Applications*. Cambridge University Press, 2005 (cf. p. xvii, 15).
- J. IMBERT et A. MAMODE. *The Effective Mass Concept in Base Motion Dynamics and Application to Solar Arrays Dynamics*. 1977 (cf. p. 42).
- P. A. IOANNOU et J. SUN. *Robust adaptive control*. Courier Corporation, 2012 (cf. p. 54).
- D. JAEKLE Jr. "Propellant management device conceptual design and analysis-Vanes". In : *27th Joint Propulsion Conference and Exhibit*. 1991 (cf. p. 21-22).
- D. JAEKLE Jr. "Propellant management device conceptual design and analysis-Sponges". In : *29th Joint Propulsion Conference and Exhibit*. 1993 (cf. p. 21-22).
- D. JAEKLE Jr. "Propellant management device conceptual design and analysis-Traps and Troughs". In : *31st Joint Propulsion Conference and Exhibit*. 1995 (cf. p. 21).
- D. JAEKLE Jr. "Propellant management device conceptual design and analysis-Galleries". In : *33rd Joint Propulsion Conference and Exhibit*. 1997 (cf. p. 21-22).
- T. A. JOHANSEN et T. I. FOSSEN. "Control allocation - A survey". In : *Automatica* 49.5 (2013), p. 1087-1103 (cf. p. 8).
- E. M. JONES et P. FJELD. "Gimbal angles, gimbal lock, and a fourth gimbal for Christmas". In : *Apollo Lunar Surface Journal. NASA* (2006) (cf. p. 8).
- R. E. KALMAN. "A new approach to linear filtering and prediction problems". In : (1960) (cf. p. 6).
- M. EL-KAMALI. "Ballotement des Liquides avec Tension Superficielle : Etudes Statique et Dynamique". Thèse de doct. Conservatoire National des Arts et Métiers, 2010 (cf. p. 32).
- H. K. KHALIL. *Nonlinear systems*. Prentice Hall, 2002 (cf. p. 84, 88).
- N. KRASOVSKII. *Stability of Motion : Applications of Lyapunov's second method to differential systems and equations with delay*. Stanford University Press, 1963 (cf. p. 82).
- L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ. *Mechanics - Course of Theoretical Physics Volume 1*. Pergamon Press, 1969 (cf. p. 10).
- L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ. *Course of Theoretical Physique - Fluid Mechanics*. T. 6. Butterworth-Heinemann, 1987 (cf. p. 31, 33).
- G. LAPILLI, B. WISE et D. GUTIERREZ H. and Kirk. "Characterization of elastomeric diaphragm motion within a spacecraft propellant tank". In : *51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. 2015, p. 4075 (cf. p. xvii, 22).
- M. LEMAÎTRE, G. VERFAILLIE, F. JOUHAUD et al. "Selecting and scheduling observations of agile satellites". In : *Aerospace Science and Technology* 6.5 (2002), p. 367-381 (cf. p. 5).
- M. LEPILLIEZ. "Simulation numérique des ballotements d'ergols dans les réservoirs de satellites en microgravité et à faible nombre de Bond". Thèse de doct. Université Paul Sabatier, 2015 (cf. p. xvii, 20, 30, 32, 36, 39-40).
- M. LEPILLIEZ et al. "On two-phase flow solvers in irregular domains with contact line". In : *Journal of Computational Physics* 321 (2016), p. 1217-1251 (cf. p. 32).
- W. LEY, K. WITTMANN et W. HALLMANN. *Handbook of space technology*. John Wiley & Sons, 2009 (cf. p. 21).

- R. LIACU. “Identification de Systèmes Linéaires à Paramètres Variants (LPV) - Différentes approches et mises en oeuvre”. Thèse de doct. Supélec, 2014 (cf. p. 43).
- M. LINDER et al. “Cryogenics in Space-A review of the missions and technologies”. In : *ESA bulletin* 107 (2001), p. 92-105 (cf. p. 17).
- M. LLIBRE. *Actionneurs gyroscopiques pour la commande d'attitude des satellites*. http://www.llibre.fr/michel/copie_cert/DCSD-2009_008-NOT-005-1.0.pdf. Consulté le : 15-07-2019. 2009 (cf. p. 7).
- Loi n° 2008-518 du 3 juin 2008 relative aux opérations spatiales*. Site Legifrance, <https://www.legifrance.gouv.fr/affichTexte.do?cidTexte=JORFTEXT000018931380>. Consulté le : 23-07-2019 (cf. p. 4).
- B. LU, F. WU et S. KIM. “Linear parameter-varying antiwindup compensation for enhanced flight control performance”. In : *Journal of guidance, control, and dynamics* 28.3 (2005), p. 494-505 (cf. p. 126).
- L. B. LUCY. “A numerical approach to the testing of the fission hypothesis”. In : *The astronomical journal* 82 (1977), p. 1013-1024 (cf. p. 33).
- M. MACDONALD et V. BADESCU. *The International Handbook of Space Technology*. Springer, 2014 (cf. p. 3, 6, 11).
- F. L. MARKLEY et J. L. CRASSIDIS. *Fundamentals of spacecraft attitude determination and control*. T. 33. Springer, 2014 (cf. p. 6, 8-9).
- M. MELTZER. *The Cassini-Huygens visit to Saturn : an historic mission to the ringed planet*. Springer, 2015 (cf. p. 17).
- Messenger 3D model*. <https://nasa3d.arc.nasa.gov/detail/eoss-messenger>. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 31).
- J. MIGNOT et al. “Fluid dynamics in space experiment”. In : IAC. 2017 (cf. p. xvii, 20, 30).
- J. MOHAMMADPOUR et C. W. SCHERER. *Control of linear parameter varying systems with applications*. Springer Science & Business Media, 2012 (cf. p. 54, 126).
- NASA PRESS KIT. *Dawn Launch - Mission to Vesta and Ceres*. 2007 (cf. p. 17).
- NASA Space Vehicle Design Criteria (structures) : Slosh Suppression (NASA SP-8031)*. Rapp. tech. 1969 (cf. p. xvii, 23).
- D. J. O'SHAUGHNESSY, J. V. MCADAMS, P. D. BEDINI et al. “MESSENGER's use of solar sailing for cost and risk reduction”. In : *Acta Astronautica* 93 (2014), p. 483-489 (cf. p. 7).
- K. OGATA. *Modern control engineering*. Prentice hall, 2002 (cf. p. 74).
- J. O. OROZCO-LÓPEZ et al. “Linear time-varying luenberger observer applied to diabetes”. In : *IEEE Access* 6 (2018), p. 23612-23625 (cf. p. 75).
- S. OVCHINNIKOV. *Measure, integral, derivative : a course on Lebesgue's theory*. Springer Science & Business Media, 2014 (cf. p. 83).
- N. PETIT et P. ROUCHON. “Dynamics and solutions to some control problems for water-tank systems”. In : *IEEE Transactions on Automatic Control* 47.4 (2002), p. 594-609 (cf. p. 33).
- C. PITTET et D. ARZELIER. “Demeter : A benchmark for robust analysis and control of the attitude of flexible micro satellites”. In : *IFAC Proceedings Vol.* 39.9 (2006), p. 661-666 (cf. p. 58, 69).
- C. PITTET. *Le Contrôle d'Attitude des Satellites, Support et Projet de Recherche en Automatique (HDR)*. 2018 (cf. p. 3-4, 99, 126).
- C. PITTET et al. “Nonlinear controller design for satellite reaction wheels unloading using anti-windup techniques”. In : *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. 2008, p. 7009 (cf. p. 99).

- Pleiades 1A characteristics*. Site web CNES, <https://pleiades.cnes.fr/fr/pleiades/en-resume/accueil>. Consulté le : 18-06-2019 (cf. p. 7, 17).
- I. PÓLIK et T. TERLAKY. “A survey of the S-lemma”. In : *SIAM review* 49.3 (2007), p. 371-418 (cf. p. 57).
- J. PRINS. *SLOSHSAT FLEVO - Description of the mini satellite*. Citeseer, 2000 (cf. p. 20, 30).
- J. B. RAWLINGS, D. Q. MAYNE et M. DIEHL. *Model predictive control : theory, computation, and design*. T. 2. Nob Hill Publishing Madison, WI, 2017 (cf. p. 110).
- J. REINER, G. J. BALAS et W. L. GARRARD. “Robust dynamic inversion for control of highly maneuverable aircraft”. In : *Journal of Guidance, control, and dynamics* 18.1 (1995), p. 18-24 (cf. p. 70).
- J.-M. REIX, T. PASSVOGEL, G. CRONE et al. “The Herschel/Planck programme, technical challenges for two science missions, successfully launched”. In : *Acta Astronautica* 66.1-2 (2010), p. 130-148 (cf. p. 17).
- “Results of microgravity fluid dynamics captured with the SPHERES-Slosh experiment”. In : *International Astronautical Congress*. 2015 (cf. p. 20).
- M. REYHANOGLU et J. HERVAS. “Nonlinear control of a spacecraft with multiple fuel slosh modes”. In : *CDC-ECC*. IEEE. 2011, p. 6192-6197 (cf. p. xvii, 35, 73).
- M. REYHANOGLU. “Modeling and Control of Space Vehicles with Fuel Slosh Dynamics”. In : *Advances in Spacecraft Technologies*. 2011 (cf. p. xvii, 73).
- O. RODRIGUES. *Des lois géométriques qui régissent les déplacements d'un système solide dans l'espace : et de la variation des coordonnées provenant de ces déplacements considérés indépendamment des causes qui peuvent les produire*. 1840 (cf. p. 8).
- C. ROOS. “Contribution à la commande des systèmes saturés en présence d'incertitudes et de variations paramétriques : application au pilotage de l'avion au sol”. Thèse de doct. Toulouse, ISAE, 2007 (cf. p. 97, 126).
- C. ROOS et al. “A set of μ -analysis based tools to evaluate the robustness properties of high-dimensional uncertain systems”. In : *2011 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design (CACSD)*. IEEE. 2011, p. 644-649 (cf. p. 71).
- W. RUGH et J. SHAMMA. “Research on gain scheduling”. In : *Automatica* 36 (2000), p. 1401-1425 (cf. p. 70).
- J. SANZ SUBIRANA, J. JUAN ZORNOZA et M. HERNÁNDEZ-PAJARES. “GNSS Data Processing Volume I : Fundamentals and Algorithms”. In : *ESA Communications* (2013), p. 145-161 (cf. p. 5).
- Satellite SPOT 5*. Site web CNES, <http://spot5.cnes.fr/satellite/482.htm>. Consulté le : 23-07-2019 (cf. p. 19).
- H. SCHAUB et J. L. JUNKINS. *Analytical mechanics of space systems*. American Institute of Aeronautics et Astronautics, 2005 (cf. p. 8).
- C. SCHERER. “Mixed h_2/h_∞ control”. In : *Trends in control* (1995), p. 173-216 (cf. p. 73).
- K. SCHLEE et al. “Modeling and parameter estimation of spacecraft fuel slosh mode”. In : *Proceedings of the Winter Simulation Conference, 2005*. IEEE. 2005, 10-pp (cf. p. 35).
- Scientific research flights*. Air Zero G Website, <https://www.airzerog.com/scientific-research-services/>. Consulté le : 25-07-2019 (cf. p. 19).
- S. L. SCRIVENER et R. C. THOMPSON. “Survey of time-optimal attitude maneuvers”. In : *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 17.2 (1994), p. 225-233 (cf. p. xvii, 5).

- O. SENAME. *Robust and LPV control of MIMO systems - Part 3 : Linear Parameter Varying systems : from modelling to control*. Site web GIPSA-Lab, <https://www.gipsa-lab.grenoble-inp.fr/~o.sename/docs/LPVcourse.pdf>. Consulté le : 15-05-2020. 2016 (cf. p. 65).
- M. SIDI. *Spacecraft dynamics and control : a practical engineering approach*. Cambridge Univ. Press, 1997 (cf. p. 9).
- L. M. SILVERMAN et H. MEADOWS. “Controllability and observability in time-variable linear systems”. In : *SIAM Journal on Control* 5.1 (1967), p. 64-73 (cf. p. 65).
- Simulation d’un disque protoplanétaire par SPH*. https://www.fz-juelich.de/ias/jsc/EN/Research/ModellingSimulation/PlasmaPhysics/PreviousTopics/Astrophysics/_node.html. Consulté le : 13-03-2017 (cf. p. 33).
- Simulation de la rentrée du véhicule HL-20 par le logiciel Simcenter STAR-CCM+*. <https://www.plm.automation.siemens.com/global/en/our-story/newsroom/simcenter-star-ccm-2020/70801>. Consulté le : 26-05-2021 (cf. p. 32).
- Sonde Deep Space 1*. NASA Website, <https://apod.nasa.gov/apod/ap981203.html>. Consulté le : 23-07-2019 (cf. p. 19).
- P. SOPASAKIS, D. BERNARDINI, H. STRAUCH et al. “Sloshing-aware attitude control of impulsively actuated spacecraft”. In : *2015 European Control Conference (ECC)*. IEEE. 2015, p. 1376-1381 (cf. p. 35).
- S. STARIN et J. ETERNO. *Attitude Determination and Control Systems*. NASA Goddard Space Flight Center, <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20110007876.pdf>. Consulté le : 10-07-2019. 2011 (cf. p. 11).
- G. P. SUTTON et O. BIBLARZ. *Rocket propulsion elements*. John Wiley & Sons, 2016 (cf. p. 17, 22).
- M. TAHK et J. L. SPEYER. “Parameter robust linear-quadratic-Gaussian design synthesis with flexible structure control applications”. In : *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 12.4 (1989), p. 460-468 (cf. p. 72).
- W. TAM et D. JAEKLE. “Review and History of ATK Space Systems Surface Tension PMD Tanks”. In : *Space Propulsion 2018 Proc.* 2018 (cf. p. 21-22).
- S. TARBOURIECH et al. “An Overview of Anti-windup Techniques”. In : *Stability and Stabilization of Linear Systems with Saturating Actuators*. Springer, 2011, p. 267-281 (cf. p. 97, 126).
- F. TRÖLTZSCH. *Optimal control of partial differential equations : theory, methods, and applications*. T. 112. American Mathematical Soc., 2010 (cf. p. 32).
- A. VAN DER SCHAFT et B. MASCHKE. “Fluid dynamical systems as Hamiltonian boundary control systems”. In : *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 01CH37228)*. T. 5. IEEE. 2001, p. 4497-4502 (cf. p. 33).
- F. VAN GRAAS et M. BRAASCH. “GPS interferometric attitude and heading determination : Initial flight test results”. In : *Navigation* 38.4 (1991), p. 297-316 (cf. p. 6).
- A. VELDMAN, J. GERRITS, R. LUPPES et al. “The numerical simulation of liquid sloshing on board spacecraft”. In : *Journal of Computational Physics* 224.1 (2007), p. 82-99 (cf. p. 20, 30).
- D. VIOLEAU. *Fluid mechanics and the SPH method : theory and applications*. Oxford University Press, 2012 (cf. p. 33-34).
- J. VREEBURG. “Measured states of Sloshsat FLEVO”. In : (2005) (cf. p. 20).
- G. WAHBA. “Problem 65-1 : A Least Squares Estimate of Satellite Attitude”. In : *Siam Review* 8.3 (1966), p. 384-386 (cf. p. 6).

- G. WELCH, G. BISHOP et al. “An introduction to the Kalman filter”. In : (1995) (cf. p. 72).
- J. R. WERTZ. *Spacecraft attitude determination and control*. T. 73. Springer Science & Business Media, 2012 (cf. p. 3, 8).
- K. YANO et K. TERASHIMA. “Robust liquid container transfer control for complete sloshing suppression”. In : *IEEE Trans. on Control Systems Tech.* 9.3 (2001), p. 483-493 (cf. p. 73).
- L. ZACCARIAN et A. R. TEEL. *Modern anti-windup synthesis : control augmentation for actuator saturation*. T. 36. Princeton University Press, 2011 (cf. p. 96).
- G. ZAMES. “On the input-output stability of time-varying feedback systems”. In : *IEEE Trans. Autom. Control* 11.2 (1966), p. 228-238 (cf. p. 73).
- Zero Gravity Research Facility*. NASA Website, <https://www1.grc.nasa.gov/facilities/zero-g/>. Consulté le : 25-07-2019 (cf. p. 19).
- K. ZHOU et J. C. DOYLE. *Essentials of robust control*. T. 104. Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 1998 (cf. p. 55).

Résumé

Le mouvement des ergols au sein des réservoirs, appelé ballottement, est à l'origine d'efforts perturbateurs qui nécessitent une attention particulière lors de la conception d'une mission ; ceci afin de ne pas entraîner de dégradation des performances en précision et stabilité de pointage, voire pour prévenir l'instabilité dans les pires cas. Après avoir présenté et analysé les méthodes habituelles pour l'atténuation des effets de ce phénomène, nous proposons une nouvelle solution méthodologique à la compensation des ballottements d'ergols pour l'amélioration du contrôle d'attitude des engins spatiaux. Nous développons alors une modélisation innovante du ballottement sous la forme de système LPV incertain dont l'identification repose sur des données de Mécanique des Fluides Numériques. En s'appuyant sur ce modèle nous élaborons une stratégie de pré-compensation basée sur un observateur LPV robuste dont la synthèse est effectuée via des techniques de synthèse \mathcal{H}_∞ multi-modèles et par résolution de LMI. Les limites en couple et en moment cinétique des actionneurs sont ensuite prises en compte par l'implémentation alternative d'un filtre *Direct Linear Anti-Windup* statique et d'un *Reference Governor*. Lorsque le système est asservi par un contrôleur d'attitude pré-existant et satisfaisant hors-ballottement, notre stratégie de compensation est calculée indépendamment du contrôleur, s'interconnecte facilement avec le système et rétablit ses performances nominales en dépit du mouvement des ergols. L'ensemble de cette stratégie est rigoureusement testée et analysée sur un modèle de satellite test. Les résultats suggèrent qu'une telle modification du système de contrôle d'attitude permet une atténuation efficace des effets délétères du ballottement et pourrait contribuer à réduire la complexité et la masse des réservoirs, et à améliorer la disponibilité des missions spatiales.

Mots clés : satellite, attitude, ballottement, modélisation, systèmes LPV, observateur, commande robuste, saturations, *Anti-Windup*, *Reference Governor*

Abstract

The movement of propellants within tanks, called sloshing, results in disturbing efforts that must be carefully taken into account during the design of space missions in order to prevent the degradation of pointing accuracy and stability performances, and even instability in worst cases. After presenting and analysing the usuals methods for the mitigation of this phenomenon, we propose a new solution for the compensation of propellant sloshing for spacecraft attitude control enhancement. We then develop an innovative model of sloshing as an uncertain LPV system whose identification is based on Computational Fluid Dynamics data. From this model we propose a pre-compensation strategy using a robust LPV observer designed with both multi-model \mathcal{H}_∞ synthesis techniques and resolution of LMI. The actuators limits in torque and angular momentum are taken into account by alternatively implementing a static *Direct Linear Anti-Windup* filter and a *Reference Governor*. When the system is controlled by a pre-existing attitude controller satisfying in the absence of sloshing, our compensation strategy is computed independently of the controller, interconnects easily with the system and restores its nominal performances despite sloshing. The entire strategy is rigorously tested and analysed on a satellite test model. The results suggest that such a modification of the attitude control system provides effective mitigation of the detrimental effects of sloshing and could contribute to reducing the complexity and mass spacecraft tanks, and improving the availability of space missions.

Keywords : spacecraft, sloshing, modelling, LPV systems, observer, robust control, saturations, *Anti-Windup*, *Reference Governor*