

THÈSE

présentée en vue de
l'obtention du titre de

DOCTEUR

de

**L'ECOLE NATIONALE SUPERIEURE
DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE**

SPECIALITE : MECANIQUE DES FLUIDES

par

Patrick GONIDEC

**CONTRIBUTION EXPERIMENTALE ET NUMERIQUE A L'ETUDE
DE L'AERODYNAMIQUE DES CORPS FUSELES EN INCIDENCE**

Soutenue le 24 Mars 1992 devant la Commission d'Examen :

MM. P.	SULMONT	Président
A.	BONNET	
J.	DELERY	
A.	GIOVANNINI	
R.	LACAU	
J.	LUNEAU	Directeur de thèse

A DANIELLE,

*qui a supporté avec amour les turbulences que j'ai
engendrées pendant ce travail.*

"Le véritable savant met vingt bonnes années en moyenne à effectuer la grande découverte, celle qui consiste à se convaincre que le délire des uns ne fait pas du tout le bonheur des autres et que chacun ici-bas se trouve indisposé par la marotte du voisin."

Louis-Ferdinand CELINE

"Voyage au bout de la nuit"

Je remercie Monsieur SULMONT, Directeur du Laboratoire de Mécanique des Fluides de l'Ecole Centrale de NANTES de m'avoir fait l'honneur d'être président de ce jury et rapporteur du présent mémoire, ainsi que pour ses précieux conseils concernant la théorie des singularités. qu'il m'a fait découvrir jadis à NANTES.

Je remercie Monsieur LUNEAU, mon directeur de thèse, Chef du Département d'Aérodynamique de L'ENSAE, de m'avoir proposé d'entreprendre cette thèse. Ses remarques et son attention m'ont guidé tout au long de ce travail et ont grandement contribué à sa bonne marche.

J'exprime ma gratitude à Monsieur BONNET, Professeur d'aérodynamique à l'ENSAE, dont la rigueur d'esprit scientifique m'a évité bien des faux-pas. Ce mémoire doit beaucoup à sa correction, extrêmement attentive, pour laquelle il n'a ménagé ni son temps, ni ses efforts.

Que Monsieur DELERY trouve ici l'expression de toute ma reconnaissance pour l'intérêt qu'il a manifesté envers mes recherches tout au long de mon travail. Ces encouragements et ces conseils ont largement contribué à l'aboutissement de cette thèse. Je tiens à lui exprimer ici toute ma sympathie et mon admiration.

Je voudrais aussi remercier Monsieur GIOVANNINI, Maître de Recherche au C.E.R.T., d'avoir accepté d'être rapporteur de ce travail. Qu'il soit assuré de ma reconnaissance, pour l'aide qu'il m'a apporté lors de la mise en œuvre de la thermographie infrarouge qui, sans lui, n'aurait pu être abordée.

Je remercie Monsieur LACAU, Chef du Département Etudes et Calculs Numériques de la division Engins Tactiques de l'AEROSPATIALE des Gâtines, d'avoir participé au jury et d'avoir rendu possible ce travail par son soutien.

Je remercie MM. JOUTY et MENNECHET et, à travers eux, la DRET qui a financé ces travaux.

Mes remerciements à Monsieur GAILLARD, ingénieur à l'ONERA, pour son accueil à Chalais-Meudon lors de l'étalonnage des sondes cinq-trous et pour les très précieuses explications qu'il m'a transmises sur ce sujet dont il est un spécialiste incontesté.

Je tiens à remercier Monsieur MARTY, Chef du Laboratoire d'aérodynamique de l'E.N.S.A.E., de l'accueil chaleureux qu'il m'a réservé dans son laboratoire et du soutien qu'il m'a prodigué au cours de mon travail.

Je veux tout particulièrement remercier Monsieur SOTOUL pour sa collaboration de chaque instant lors des essais en soufflerie, sans laquelle rien n'aurait pu être mené à bien. Qu'il trouve ici l'expression de toute mon amitié.

Je remercie au même titre Monsieur COMBES qui m'a également apporté une aide, aussi précieuse que sympathique.

Je voudrais également remercier:

Messieurs MERCHADOU et ISELLE, pour le soin qu'ils ont porté à l'élaboration, souvent délicate, des maquettes et des dispositifs d'essais.

Le personnel du laboratoire d'aérodynamique pour son accueil et l'aide qu'il m'a apporté: Messieurs GRELLET, GARCIA, CLANET.

Le personnel du Centre de documentation de leur gentillesse et de leur collaboration tout spécialement Monsieur BERTRAND, Mme MARQUIER, M. REGESTE

Le personnel du service édition de Sup'Aéro pour son affabilité et pour le soin qu'il a apporté à la reproduction du mémoire.

Les photographes de Sup'aéro que j'ai largement mis à contribution : MM. DOURNES et TROIN

Je remercie tous les amis que j'ai connu pendant ce stage de thèse. Ils se reconnaîtront sans peine. Je les y aiderais si besoin en était.

Titre du mémoire:

Contribution expérimentale et numérique à l'étude de l'aérodynamique des corps fuselés en incidence

Résumé du mémoire

Dans une première partie les grandes lignes de l'aérodynamique des corps fuselés aux incidences faibles et moyennes sont exposées. Les diverses méthodes couramment utilisées sont passées en revue; leurs avantages et défauts sont discutés. La deuxième partie présente la topologie des écoulements tridimensionnels, nécessaire au dépouillement des essais effectués.

Les diverses expériences effectuées sont décrites dans la troisième partie du mémoire. Elles mettent en évidence le rôle du nombre de Reynolds de l'écoulement. Une explication est donnée de l'évolution du décollement de la couche limite le long du fuselage. Une formule expérimentale a été établie pour estimer la position de cette séparation sur le corps ogivo-cylindrique étudié lors des essais. Les pressions pariétales, la position de la transition, les vitesses au-dessus de l'extrados ont également fait l'objet d'une étude expérimentale. Les conclusions de cette partie permettent d'étayer un modèle fluide parfait de ce type de configuration.

Un programme utilisant la méthode des singularités de seconde génération a donc été écrit. L'effet des enroulements d'extrados est représenté par des surfaces de glissement modélisées par des nappes porteuses de singularités (doublets normaux). Leur positionnement dans l'espace s'effectue itérativement de manière à vérifier les conditions de Rankine-Hugoniot stationnaires. Sa structure est exposée dans la dernière partie du mémoire, ainsi que les principaux résultats obtenus.

Mots-clefs:

Écoulement tridimensionnel - Écoulement incompressible - Séparation écoulement - Nappe tourbillonnaire - Écoulement tourbillonnaire - Sillage - Corps élanés.

English title of the thesis

Contribution to the experimental survey and the numerical analysis of the aerodynamics of slender bodies at angle of attack, at subsonic speeds.

Summary of the thesis

First, the outline of aerodynamics of slender bodies at moderate angles of attack is presented. The various methods commonly used to calculate the flows around these bodies are reviewed, while their advantages and drawbacks are pointed out. The second part deals with the topology of three-dimensional flows, which is required to analyse the results of the experimental survey profitably.

The experiments, carried out in the frame of this work, are described in the third part of the text. They clearly show the influence of the Reynolds number of the up-stream flow. An explanation of the structure of the separation along the fuselage is proposed. An empirical formula is inferred from flow pattern visualisations which enables to locate separation line along the body. Wall-pressure measurements, location of boundary-layer transition, five-hole probe measurements were also carried out. The conclusions of this part back up the use of a potential flow model in order to calculate this kind of flow.

Therefore a lattice vortex program has been developed for a steady flow. The effect of the leeward free-shear layers is represented by vortex sheets which are iteratively reshaped in order to fulfill Rankine-Hugoniot's conditions. The computing process and the most significant results are finally discussed.

Key-words:

Three-dimensional flows - Separated flow - Vortex sheets - Vorticity - Wakes - Slender bodies

TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES	3
INTRODUCTION GENERALE.....	9
I) PRESENTATION GENERALE ET ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....	11
1.1 Présentation générale - Influence des divers paramètres de l'écoulement.....	11
1.1.1 Influence de l'incidence	11
1.1.1.1 Incidence nulle	11
1.1.1.2 Très faibles incidences : écoulement non décollé.....	11
1.1.1.3 Ecoulement décollé symétrique	12
1.1.1.4. Ecoulement décollé dissymétrique.....	14
1.1.2 Effet du nombre de Mach	15
1.1.3 Effet du nombre de Reynolds	17
1.2 Etude bibliographique des théories existantes en fluide parfait	19
1.2.1 Approches semi-empiriques - Théories linéarisées sur corps élancés	19
1.2.1.1 Théories potentielles	19
1.2.1.2 Théories de ALLEN et dérivées.....	20
1.2.1.3 Analogie impulsionnelle ('Impulse Flow Analogy')	22
1.2.2 Généralités sur les méthode numériques utilisées sur corps élancés.....	24
1.2.2.1 Introduction	24
1.2.2.2 Théories des méthodes intégrales - Transport de la circulation	24
1.2.3 Méthode des tranches	27
1.2.3.1 Méthode à tourbillon concentré	28
1.2.3.2 Méthode 'Multi Vortex'	33
1.2.3.3. Conclusion sur les méthodes des tranches.	36
1.2.4 Théories tridimensionnelles.....	36
1.2.4.1 Méthode pseudo-stationnaire avec tourbillons élémentaires	38
1.2.4.2 Méthode pseudo-stationnaire avec nappes tourbillonnaires.....	39
1.2.4.3 Méthodes stationnaires à tourbillons filamenteux.....	40
1.2.4.4 Méthodes stationnaires avec nappes de doublets équilibrées.....	44
1.3 Cadre de l'étude - Objectifs.....	46

II) TOPOLOGIE DES ECOULEMENTS TRIDIMENSIONNELS	49
2.1 Introduction.....	49
2.2 Topologie des lignes pariétales.....	50
2.2.1. Loi fondamentale - Définitions des points singuliers	50
2.2.2 Agencement des points critiques à la paroi.....	52
2.2.3 Caractérisation pariétale d'un décollement	52
2.3 Topologie des écoulements hors paroi.....	54
2.3.1 Généralités - Définition.....	54
2.3.2 Agencement des points critiques hors paroi	55
2.4 Structures topologiques du décollement tridimensionnel	57
2.4.1 Introduction.....	57
2.4.2 Décollements vérifiant le critère de Lighthill	57
2.4.3. Stabilité d'un écoulement - Application à la séparation.....	58
2.4.4 Etude de la séparation à partir de développements limités	61
2.4.3.1 Présentation de l'outil mathématique	61
2.4.3.2. Développement à l'ordre 1 de dx/ds - Propriétés topologiques générales	63
2.4.3.3 Séparation fermée - Séparation ouverte.....	65
2.4.5 Définition d'une surface de séparation.....	67
2.4.6 Orientation des lignes de courant au voisinage d'un décollement	67
2.4.5.1 Cas d'une séparation fermée	67
2.4.5.2 Cas d'une séparation ouverte	70
2.4.7 Conclusion générale sur le décollement tridimensionnel	70
2.5 Application aux écoulements sur les fuselages en incidence	72
2.5.1 Décollement le long d'un fuselage	72
2.5.2 Structure topologique de l'écoulement de culot.....	74
III) ETUDE EXPERIMENTALE.....	77
3.1 Introduction.....	77
3.1.2 Généralités sur les moyens d'essais	78
3.1.2.1 Soufflerie	78
3.1.2.2. Chaînes d'acquisition	78
3.2 Visualisations pariétales	80
3.2.1 Première campagne: Détermination de la structure globale	80
3.2.1.1 Présentation de la méthode.....	80

3.2.1.2 Critique du dispositif.....	81
3.2.2 Deuxième campagne: Etude du décollement naissant.....	82
3.2.2.1 Description du dispositif et de la méthode.....	82
3.2.2.2 Critique du dispositif.....	83
3.2.3 Troisième campagne: Position du décollement sur la fin de l'ogive et sur le cylindre	83
3.2.3.1 But.....	83
3.2.3.2 Dispositif expérimental et méthode.....	84
3.2.3.3 Critique du dispositif - Résultats.....	84
3.3 Approche expérimentale de la transition sur fuselage.....	86
3.3.1 Objectifs.....	86
3.3.2 Visualisations par acénaphène.....	86
3.3.2.1. Principe de la méthode	86
3.3.2.2 Observations expérimentales.....	87
3.3.3 Visualisation de la transition par thermographie infrarouge	88
3.3.3.1 Effets thermiques relatifs à la transition.....	88
3.3.3.2 Principes de la thermographie	89
3.3.3.2.1 Thermographie passive.....	89
3.3.3.2.2 Thermographie active	90
3.3.3.2.3 Problème d'application de ces méthodes - Procédés utilisés	92
3.3.3.3 Dispositif expérimental	93
3.3.3.3.1 Matériel de thermographie.....	93
3.3.3.3.2 Veine et Maquettes utilisées	93
3.3.3.4 Résultats	93
3.3.3.4.1 Détection de la transition à incidence nulle.....	93
3.3.3.4.2 détection de la transition liée à l'incidence	93
3.3.3.4.3 Résultat concernant le procédé et le dispositif	94
3.3.3.5 Conclusions des observations de transition par thermographie	94
3.4 Mesures de pression à la paroi	95
3.4.1 Objectifs.....	95
3.4.2 Présentation du dispositif expérimental.....	95
3.4.3 Critique du processus , incertitudes de mesure.....	95
3.4.4 Corrections de parois	96
3.4.4.1. Calcul du facteur de blocage solide.....	97
3.4.4.2. Calcul du coefficient de sillage	99
3.4.4.3 Calcul des corrections sur les divers coefficients aérodynamiques.....	99
3.4.4.4 Effet d'incidence induite.....	101

3.4.5 Résultats.....	102
3.5 Première exploration du champ d'extrados par sonde "cinq-trous"	104
3.5.1 Objectifs.....	104
3.5.2 Présentation du dispositif.....	104
3.5.2.1 Principe et étalonnage.....	104
3.5.2.2 Dispositif - Choix de l'orientation de la sonde	106
3.5.3 Incertitudes.....	107
3.5.4 Résultats.....	107
3.6 Conclusions du travail expérimental.....	108
3.6.1 Caractéristiques générales de l'écoulement.....	108
3.6.2 Approche de la transition	109
3.6.2.1 Etude de la transition à incidence nulle.....	109
3.6.2.2 Transition en incidence.....	110
3.6.3 Forme de la ligne de séparation	112
3.6.3.1 Description qualitative de la séparation et de son évolution suivant les conditions de vol.....	112
3.6.3.2 Approche empirique de la position de la ligne de décollement.....	115
3.6.4 Conclusions sur la séparation et ses conséquences.....	118
IV) APPROCHE NUMERIQUE.....	121
4.1 Introduction.....	121
4.2 Rappels généraux sur la méthode des singularités	122
4.2.1 Généralités	122
4.2.2 Méthode des sources	123
4.2.3 Méthode des doublets normaux	124
4.2.4 Solution mixte de GREEN	125
4.3 Programmations et validations des calculs sans nappe.....	127
4.3.1 Discrétisations de la vitesse et du potentiel induit	127
4.3.1.1 Discrétisation de la vitesse induite par un panneau source	128
4.3.1.2 Discrétisation du potentiel induit par des doublets normaux	130
4.3.1.3 Discrétisation de la vitesse induite par des doublets normaux	131
4.3.2. Calcul des efforts	132
4.3.3 Structure des programmes sur corps seul - Maillage.....	134
4.3.3.1 Structure des programmes sans nappe.....	134
4.3.3.2 Maillages utilisés.....	135
4.3.4 Divers types de méthodes - Avantages et défauts.....	135

4.3.5 Validation des programmes sans nappe.....	136
4.3.5.1 Validation sur ellipsoïde de révolution	136
4.3.5.2. Condition de fermeture.....	136
4.3.5.3 Validation sur ogive à incidence nulle - Comparaison avec l'expérience.....	137
4.3.5.4 Calcul en incidence, comparaison avec la théorie des corps élancés	137
4.3.5.5 Effet du culot.....	137
4.3.6 Conditionnement du système linéaire.....	138
4.4 Calcul avec "équilibrage de nappes"	140
4.4.1 D'une couche de cisaillement libre à une surface de glissement	140
4.4.2 Généralité sur les surfaces de glissement	142
4.4.3 Application au domaine incompressible stationnaire de fluide parfait	143
4.4.3.1. Représentation d'une surface de glissement.....	143
4.4.3.2. surfaces de glissement iso-Pression génératrice.....	144
4.4.3.3 Généralisation des propriétés des surface iso-Pi en compressible	145
4.4.3.4 Surface de glissement bordant une zone "d'eau-morte" - Nappe fermée.....	146
4.5 Modélisation des nappes "ouvertes"	147
4.5.1 Modélisation de la nappe par des bandes iso- μ de panneaux doublets	147
4.5.2 Quelques propriétés des nappes de glissement et leurs conséquences	147
4.5.3 Principe général du programme.....	149
4.5.3.1 Choix de la répartition de singularité	149
4.5.3.2 Processus de résolution	150
4.5.3.3 Symétrisation du problème.....	151
4.5.3.4 Calcul de la vitesse induite par la surface tourbillonnaire	151
4.5.4 Maillage de la nappe et de la paroi de l'obstacle.....	152
4.5.5 Ecriture de la condition de glissement.....	154
4.5.5.1 Sur le corps sans nappe	154
4.5.5.2 Sur le corps avec nappe.....	155
4.5.5.3 Condition de glissement sur la première rangée de la nappe	156
4.5.6 Calcul de la vitesse médiane.....	157
4.5.7 Reconstruction des nappes.....	158
4.5.8. Structure du programme	162
4.6 Résultats du programmes	163

4.6.1 Nappe d'extrados seule	163
4.6.1.1 Résultats concernant la géométrie de la nappe	163
4.6.1.2. Résultats concernant la répartition d'effort normal et de pression sur le fuselage	165
4.6.2 Prise en compte d'une partie du décollement au culot	166
4.6.2.1 Résultats concernant la géométrie de la nappe	166
4.6.2.2 Résultats concernant les pressions et les CNL	167
4.6.3 Conclusions des résultats	167
V) CONCLUSION GENERALE	169

INTRODUCTION GENERALE

Lors de son lancement, un missile ou une fusée spatiale passe, bien sûr, par une phase de vol subsonique. Pour des engins tirés verticalement, cette étape correspond souvent au basculement. Dans de nombreux cas le nombre de Mach est alors compris entre Mach 0.4 et Mach 0.7, et l'incidence, souvent élevée, se situe en général, entre 15° et 60° .

Ainsi, bien que leur vol soit effectué à des vitesses supersoniques ou transsoniques, il est important de connaître le comportement des missiles à forte incidence en vol nettement subsonique (nombre de Mach inférieur à 0.7).

A l'heure actuelle, les recherches gravitent surtout autour des incidences très élevées ($\alpha > 30^\circ$) où apparaissent des efforts latéraux. Cependant l'aérodynamique des corps fuselés aux faibles et moyennes incidences ($\alpha < 30^\circ$) pose encore de nombreux problèmes. Son étude détaillée nécessite la mise en œuvre de programmes souvent très lourds (résolution des équations d'EULER ou de NAVIER-STOKES).

Au niveau de l'avant-projet industriel, l'absence de modélisation théorique précise laisse souvent place à l'empirisme ou à des démarches semi-empiriques parfois discutables.

Le nombre des paramètres entrant en jeu dans ce problème est une des principales sources de difficultés. Le premier objectif de ce travail est l'analyse expérimentale de l'influence de ces paramètres sur l'écoulement. Ainsi, le rôle du nombre de Mach et du nombre de Reynolds est mis en évidence. Dans ce but, les coefficients de pression et la structure de l'écoulement à la paroi sont étudiés. La topologie des écoulements pariétaux permet de préciser la structure du décollement tridimensionnel. Une étude expérimentale précise de la ligne de séparation est alors menée.

Enfin, la synthèse de ces observations, ainsi que de la bibliographie disponible sur le sujet, étayent l'utilisation d'un programme "fluide parfait", tout en en fixant les limites. L'étude expérimentale doit fournir alors les données nécessaires au départ du calcul fluide parfait.

Le programme proposé, calcule l'écoulement autour de corps fuselés en incidence, dans le domaine incompressible. Les couches rotationnelles,

INTRODUCTION GENERALE

présentes au sein du fluide, sont modélisées par des surfaces de glissement porteuses de singularités. Les résultats de cette modélisation sont ensuite présentés et discutés. Finalement, les extensions de cette méthode et les améliorations possibles sont décrites et commentées.

I) PRESENTATION GENERALE ET ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Présentation générale - Influence des divers paramètres de l'écoulement

Dans ce qui suit sont présentées les principales caractéristiques aérodynamiques des corps fuselés en incidence. Cette démarche a deux objectifs: définir le cadre exact de l'étude et appréhender les principaux éléments de ces écoulements.

L'aérodynamique des corps fuselés repose essentiellement sur la présence de décollements de la couche limite à la paroi de ces corps. Ces décollements sont souvent directement liés à la géométrie de la paroi (e.g. au culot). Ils peuvent également se produire de façon spontanée le long du fuselage, par exemple, sous l'influence des gradients de pression engendrés par la mise en incidence.

L'aérodynamique des corps fuselés dépend de très nombreux paramètres. Les principaux sont :

- L'incidence (angle α entre l'axe de l'engin et la vitesse). Dans le cas d'un corps qui n'a pas de symétrie de révolution il faut bien sûr introduire l'angle de roulis.
- Le nombre de Reynolds de l'écoulement amont.
- Le nombre de Mach de l'écoulement amont.
- Taux de turbulence de l'écoulement amont.

1.1.1 Influence de l'incidence

De nombreuses modélisations décomposent l'écoulement en composantes transversale et longitudinale. Lorsque l'incidence augmente, la composante longitudinale, d'abord prédominante, cède le pas à la composante transversale. Quatre configurations se distinguent alors suivant l'incidence.

1.1.1.1 Incidence nulle

Dans ce cas, seul intervient l'écoulement longitudinal. Si l'ogive n'est pas trop trapue (e.g. hémisphérique), il n'y a pas de décollement le long du fuselage. Si la partie cylindrique est longue par rapport à l'ogive, la couche limite se développe sensiblement de la même manière que sur une plaque plane, sauf au voisinage de l'ogive.

Le culot engendre une zone de recirculation de révolution. Le coefficient de pression au culot C_{pc} dépend peu des nombres de Mach et de Reynolds dans le domaine subsonique. (cf. [1.17]). Dans le cas d'un culot droit, ce coefficient reste voisin de $C_{pc} = -0.13$. La traînée du corps dépend alors essentiellement du frottement pariétal (pour 50% à 70%) et du coefficient de pression au culot. Compte tenu de la symétrie de révolution de l'écoulement, il n'y a aucun effort normal ni latéral.

1.1.1.2 Très faibles incidences : écoulement non décollé

Lorsque l'incidence est très faible, on peut supposer que l'écoulement contourne encore le fuselage sans décoller (s'il ne décollait pas déjà à incidence nulle). L'écoulement transversal reste très faible. C'est le domaine d'application de la théorie des corps élancés (cf. [1.20]). La non recompression au culot engendre alors une part de la traînée mais aussi une portance directement liée à la surface du culot. En fait l'expérience montre que le domaine d'incidence où n'apparaît pas de décollement d'extrados est réduit à des angles très faibles ($\alpha < 3^\circ$ ou 4°) (cf chap III).

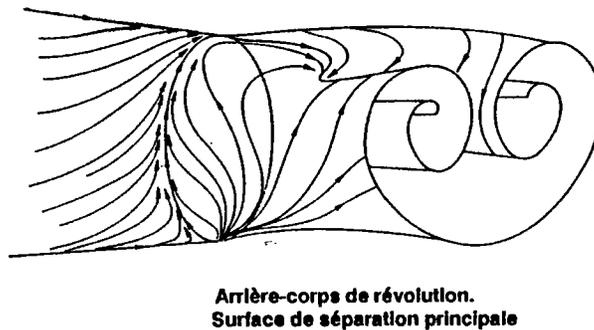
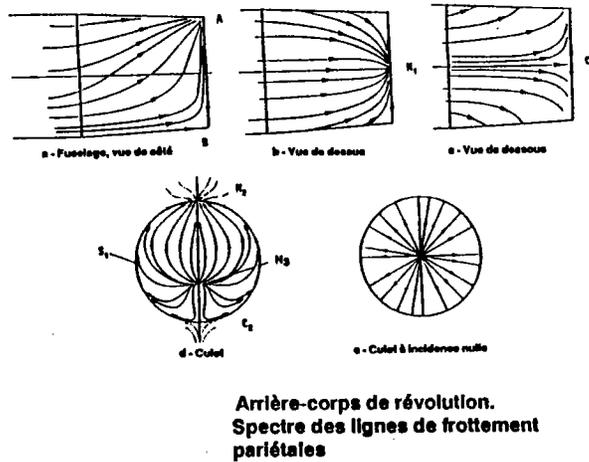


figure 1.1 : Structure de l'écoulement de culot (réf. DELERY [2.7])

En aval du culot, la dissymétrie, due à l'incidence, engendre une structure tourbillonnaire (cf fig. 1.1). Celle-ci modifie les distributions de vitesses en amont immédiat du culot, sur le fuselage. Elle explique en partie les différences de portance classiquement observées entre la théorie et la réalité. Nous reviendrons plus loin sur ce point.

1.1.1.3 Ecoulement décollé symétrique

Pour une incidence $\alpha \geq 5^\circ$ env. les gradients de pression font décoller la couche limite le long du fuselage. La position exacte du décollement naissant et l'incidence où il apparaît sont difficiles à établir avec précision. Ce décollement s'amorce en général au voisinage du culot. Pour un corps pointu, ou équivalent, le décollement atteint pratiquement l'extrémité avant de l'ogive dès 5° d'incidence. (cf. Chap. III).

Les lignes de décollement séparent en deux l'écoulement autour de l'obstacle. On distingue alors, la partie inférieure, où les lignes de courant "remontent" vers le décollement, et la partie située au-dessus du décollement (cf. fig.1.2). Par analogie avec les ailes delta en incidence, la partie située au-dessus de la séparation est appelée extrados, la zone inférieure de l'obstacle est alors l'intrados du missile.

De chaque côté de l'engin, le décollement donne naissance à une couche de cisaillement libre. Il s'agit d'une zone rotationnelle et diffusive qui n'est liée à aucune paroi et se développe au sein du fluide. Sous l'effet des forces d'inertie et de la viscosité, ces nappes s'enroulent sur elles-mêmes pour former deux tourbillons au dessus du fuselage. L'enroulement de cette nappe décollée crée une portance supplémentaire qui croît rapidement avec l'incidence et dépasse la portance de culot (potentielle) dès 10° d'incidence environ. Les enroulements de la nappes introduisent une forte composante non-linéaire de la portance.

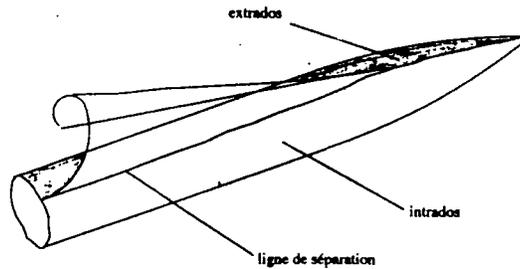


figure 1.2 : Schéma de définition de l'intrados et l'extrados

A partir du moment où la couche cisailée se love en tourbillon, l'écoulement d'extrados est fortement dévié latéralement. (cf. planche 1.1). Pour des incidences suffisamment élevées ($13^\circ - 15^\circ$), cet écoulement, provenant de la méridienne d'extrados, subit une recompression importante. Il se produit alors un décollement secondaire (cf. fig. 1.3). Ce décollement est imbriqué dans le décollement primaire (principal). Sa taille est en général beaucoup plus petite. Il n'influe que peu sur la pression à la paroi car il reste souvent dans la couche limite. En subsonique, on n'observe pas d'autre décollements secondaires, contrairement au vol supersonique où les interactions chocs/couche limite peuvent provoquer jusqu'à quatre séparations imbriquées (cf. [1.25]).

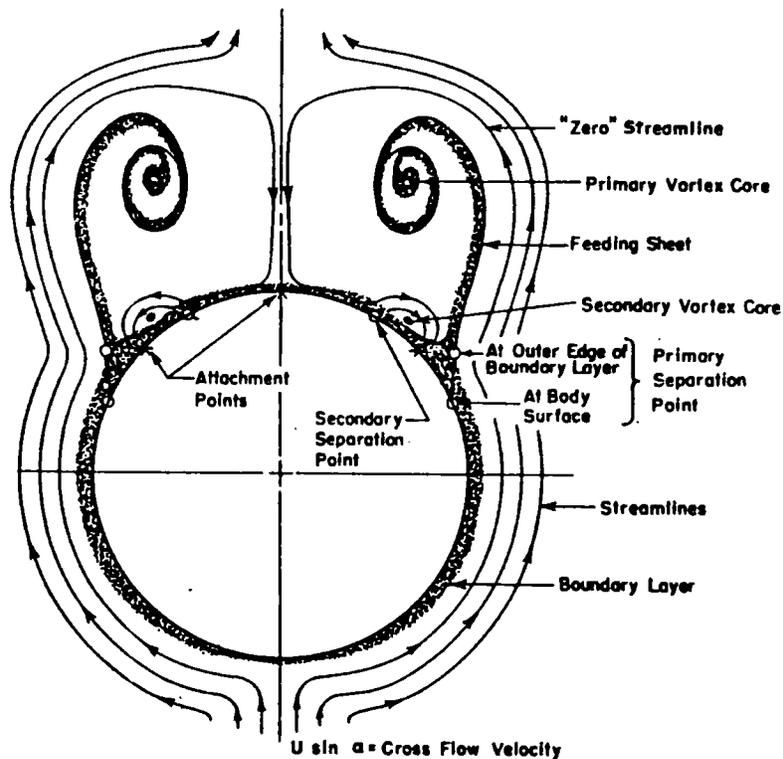


figure 1.3 (cf. WARDLAW [1.39])

Toutes ces configurations sont a priori symétriques (cf. pl.1.2). La taille des tourbillons augmente lors de leur progression le long du fuselage. Cette expansion est d'autant plus rapide que l'incidence est élevée. Une augmentation du nombre de Reynolds favorise également ce processus mais dans une moindre mesure. Si le fuselage est suffisamment long et l'incidence assez élevée, la taille croissante des tourbillons ne leur permet plus de se maintenir en configuration symétrique.

1.1.1.4. Écoulement décollé dissymétrique

Pour une incidence suffisamment élevée, la structure des tourbillons d'extrados devient dissymétrique (cf. fig. 1.4). La ligne de décollement et la répartition de pression deviennent également dissymétriques d'un côté et de l'autre du missile. Il apparaît alors des efforts latéraux non négligeables, perpendiculairement au plan formé par la vitesse amont et l'axe du fuselage.

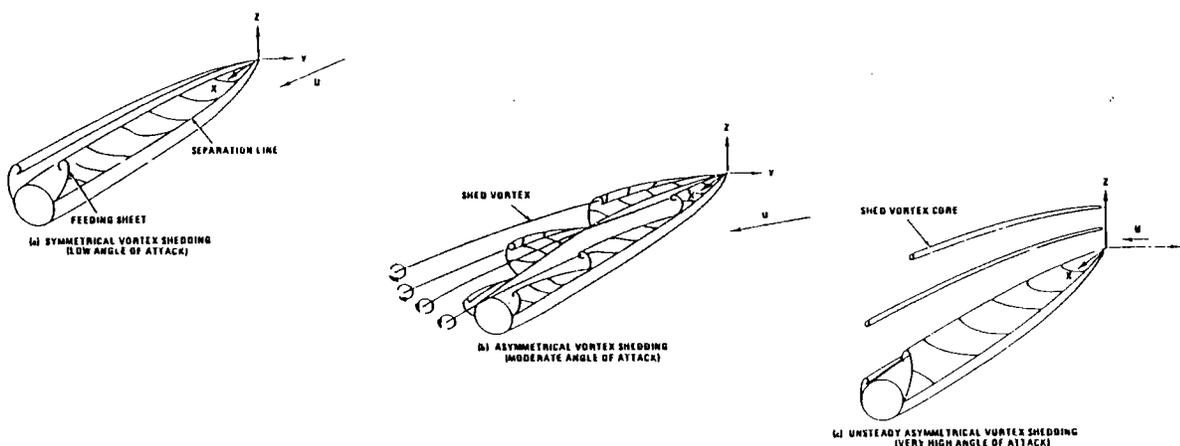


figure 1.4 : Schéma des diverses configurations de l'écoulement

Comme il a été vu au § 1.1.1.3, l'évolution des tourbillons vers la dissymétrie dépend essentiellement de l'incidence et de l'élanement L/D du fuselage. FIECHTER (cf. [1.14]) a ainsi proposé une formule donnant l'incidence à partir de laquelle la dissymétrie peut se produire:

$$\alpha_c = \frac{240}{L/D} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \alpha_c : \text{Incidence d'apparition de la dissymétrie (en degrés)} \\ L/D : \text{Élanement du fuselage} \end{cases}$$

Mais cette formule ne prend pas en compte l'effet du nombre de Reynolds qui a été mis en évidence expérimentalement, par CHAMPIGNY, entre autre (cf. [1.12],[1.13]). De plus la déstabilisation de l'écoulement symétrique est souvent déclenchée, sur les ogives effilées, par certaines "micro-dissymétries" géométriques du fuselage. NIELSEN l'a montré expérimentalement en mettant en évidence, sur une maquette de révolution, l'influence du roulis dans l'apparition de la dissymétrie (cf. [1.16],[1.39]). Cependant sur des ogives émoussées, même très légèrement, ces influences sont très faibles.

Enfin, la forme générale de l'ogive joue également un rôle. Le développement du réseau tourbillonnaire sur l'ogive est accéléré par les gradients de pression longitudinaux qui s'y développent. Là aussi l'élanement de l'ogive vient précipiter la dissymétrisation des tourbillons: A élanement L/D , égal la dissymétrie apparaît plus tôt sur un missile à ogive élancée que sur un missile avec une ogive plus trapue (cf. fig. 1.6b, cf [1.22]). La loi de FIECHTER s'applique alors avec une incertitude de l'ordre de 5° à 10° environ, selon le

nombre de Reynolds du vol et la forme de l'ogive (cf. [1.19]). , ceci après comparaison avec les travaux expérimentaux de THOMSON et MORRISON (cf. [1.39],[1.38]).

Quand l'incidence augmente encore, les tourbillons issus du décollement quittent le voisinage de la paroi d'extrados (cf. fig. 1.5 pl.1.3). Ils suivent alors le lit de l'écoulement. La ligne de décollement engendre ainsi une nouvelle nappe sous ce tourbillon libre (cf fig. 1.5). Du fait de la dissymétrie, les tourbillons se répartissent en "quinconce" à l'extrados du fuselage. Une fois détachés, ils n'ont qu'une très faible influence sur le corps. A chaque "détachement" il y a une chute de l'effet tourbillonnaire, suivi d'une augmentation rapide correspondant à la formation d'un nouveau tourbillon au voisinage de la paroi. Le détachement des tourbillons dépend de l'incidence, du nombre de Reynolds et bien sûr de la géométrie du fuselage. On peut situer cependant l'incidence où il apparaît entre 35° et 50° .



figure 1.5 séparation de tourbillons à incidence élevée (Réf. WARDLAW [1.39])

Enfin pour de très grandes incidences, les tourbillons se séparent de la paroi dès la pointe du fuselage (cf. fig. 1.7). L'écoulement d'extrados est alors fortement instationnaire et rejoint le cas du cylindre à 90° d'incidence. En subsonique, ce phénomène se produit pour des incidences de l'ordre de 65° (cf. fig.1.5, cf. [1.37],[1.38]).

1.1.2 Effet du nombre de Mach

Il est à noter que l'apparition de ces phénomènes est pratiquement insensible aux évolutions du nombre de Mach, jusqu'aux nombre de MACH critique (cf fig. 1.6a). En revanche, ce n'est pas le cas en écoulement supersonique (cf. [1.38]). En supersonique, les évolutions décrites plus haut apparaissent en général à des incidences bien plus faibles qu'en régime subsonique. A fortiori quand il se forme des chocs transversaux à l'extrados. Le

nombre de Mach joue alors un rôle primordial qu'il n'a absolument pas en vol subsonique (cf. chap.III).

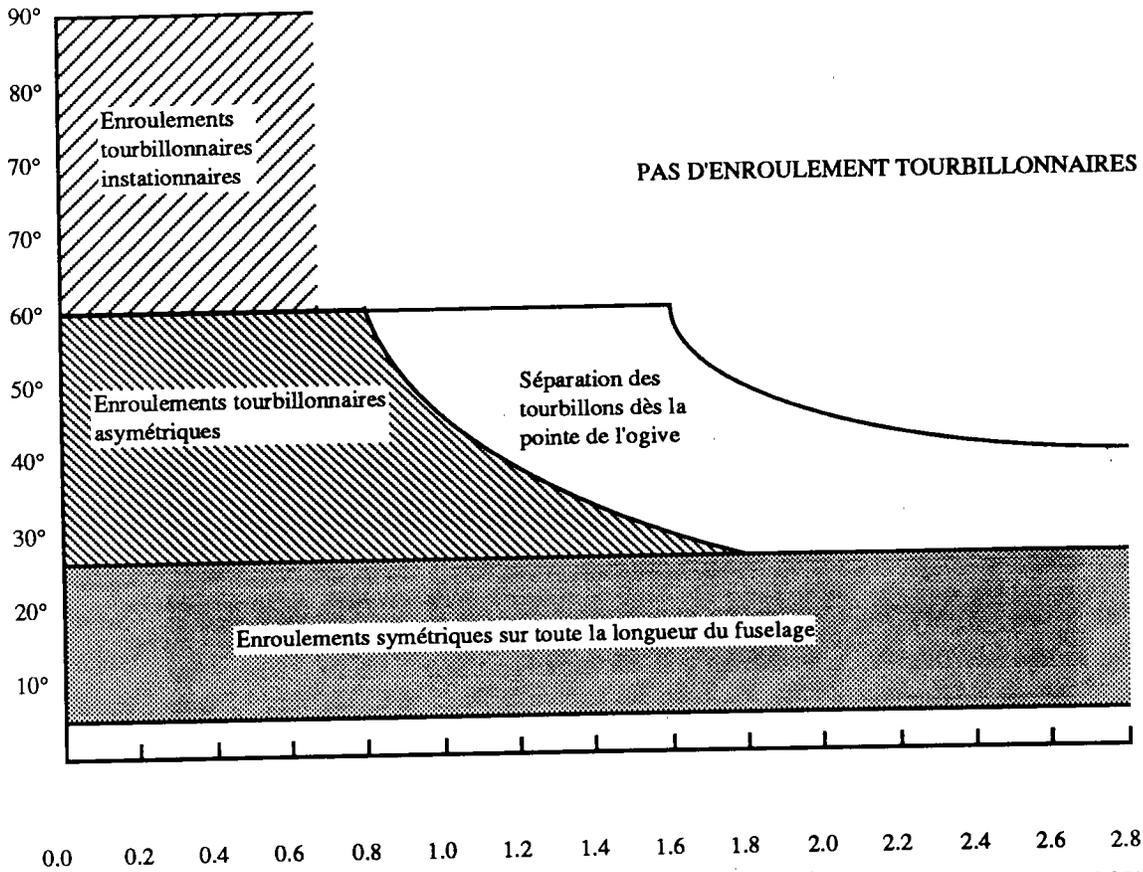
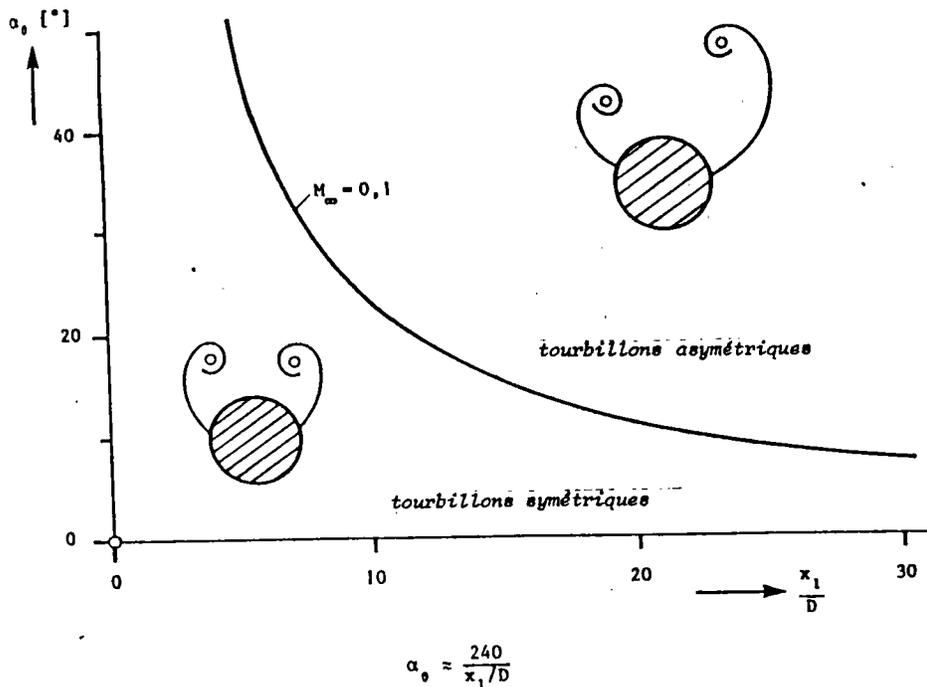


figure 1.6 a: Configuration selon l'incidence et le nombre de Mach (Réf. [1.39])



$$\alpha_0 = \frac{240}{x_1/D}$$

figure 1.6 b: Incidence de dissymétrie fonction de l'allongement (Réf. CZIKOWSKY[1.14])

1.1.3 Effet du nombre de Reynolds

La viscosité, et plus généralement la diffusion cinématique (visqueuse ou turbulente) a trois conséquences principales:

- 1- Elle engendre un frottement pariétal; Elle constitue la principale cause de traînée à incidence nulle (avec le culot).
- 2- Elle déforme la ligne de décollement. Elle fait évoluer ainsi la forme initiale de la nappe tourbillonnaire.
- 3- L'évolution de la couche de cisaillement libre dépend en partie de ces phénomènes de diffusion au sein du fluide.

Le nombre de Reynolds intervient dans ces trois mécanismes. Cependant HILHORST et GLEYZE (cf. [1.19]) ont montré que l'influence directe du coefficient de frottement sur les efforts normaux était négligeable. Toutefois l'épaisseur de déplacement de la couche limite peut intervenir aux très faibles incidences (cf. [1.19]). Lorsqu'un décollement apparaît, l'influence du développement de la couche limite devient négligeable devant les effets directement liés à la séparation (déformation et grossissement de la zone visqueuse, effets tourbillonnaires).

De nombreux auteurs, dont CHAMPIGNY et WARDLAW (cf. [1.11], [1.12], [1.38], [1.39]) ont montré expérimentalement que le nombre de Reynolds influait sur le comportement de la couche de cisaillement libre. Mais cet effet est surtout sensible dans les configurations de vol où les tourbillons d'extrados sont dissymétriques. En particulier, l'incidence où se produit cette dissymétrie est fortement liée à la valeur du nombre de Reynolds. Dans le cas d'un vol symétrique, l'effet direct du nombre de Reynolds sur la couche de cisaillement libre semble nettement plus faible. En revanche, les variations du nombre de Reynolds modifient largement la forme de la ligne de décollement, y compris aux incidences moyennes. Son influence se fait sentir essentiellement pour des nombres de REYNOLDS (rapportés au diamètre de l'engin) compris entre $1.7 \cdot 10^5$ et $2 \cdot 10^6$ (cf. [1.11], [1.12]). Cette influence a fait l'objet d'une partie de nos expériences (cf Chap. III).

Les effets du nombre de REYNOLDS sur le décollement et le comportement de la nappe décollée peuvent être appréhendés à partir de l'étude du cylindre en incidence. (cf. [1.2]). Trois cas se présentent sur le cylindre à 90° d'incidence (cf. [1.10],[1.24]), (Red: Nombre de REYNOLDS rapporté au diamètre de l'engin):

- Quand la couche limite est entièrement laminaire avant de décoller. On dit alors que le nombre de REYNOLDS est subcritique ($Red \leq 1.4 \cdot 10^5$).
- Quand la couche limite est turbulente avant de décoller, le nombre de REYNOLDS est alors dit supercritique ($Red \geq 10^6$). Pour les plus faibles nombres de REYNOLDS de cet catégorie, la configuration est assez instable (fin de la transition). Elle devient stable (pleinement turbulente) pour $Red \geq 5 \cdot 10^6$, le nombre de REYNOLDS est alors dit transcritique.
- Entre ces deux cas la couche limite décolle alors qu'elle transitionne. Le nombre de REYNOLDS est alors critique ($Red \in [2 \cdot 10^5; 10^6]$).

Par analogie avec le cylindre (surtout valable dans les cas extrêmes), une distinction analogue est effectuée pour un corps élancé en incidence. Le nombre de REYNOLDS (Red: rapporté au diamètre de l'engin) est dit :

- Subcritique lorsque la couche limite qui décolle le long du fuselage est entièrement laminaire. ($Red \leq 1.8 \cdot 10^5$). Une coupe transversale de l'écoulement se ramène au cas d'un cylindre subcritique.
- Critique lorsque la couche limite décolle alors qu'elle transitionne le long du fuselage ($1.9 \cdot 10^5 < Red \leq 1.8 \cdot 10^6$). Certaines sections le long du de l'engin donnent lieu à un écoulement analogue au cas du cylindre critique.

-Supercritique lorsque la séparation est entièrement turbulente dès la pointe du corps ($Re_d \geq 2 \cdot 10^6$). Une coupe transversale de l'écoulement se ramène au cas d'un cylindre supercritique.

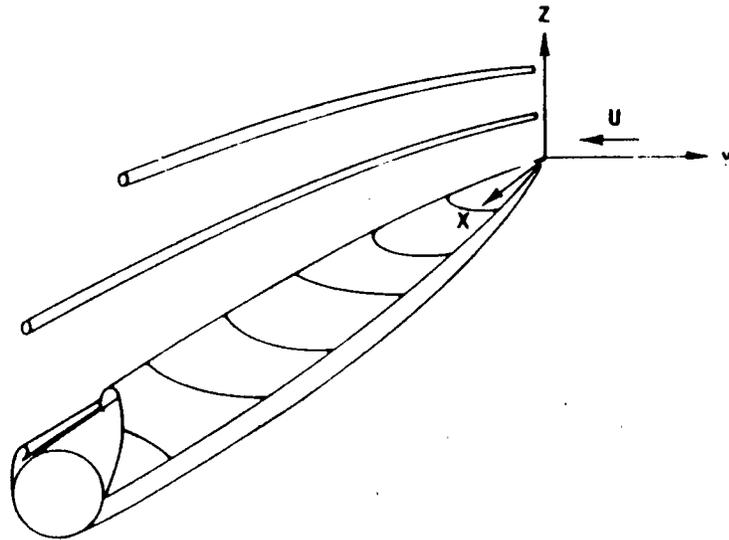


figure 1.7 : Configuration avec séparation des tourbillons dès le nez (réf. [1.14])

1.2 Etude bibliographique des théories existantes en fluide parfait

1.2.1 Approches semi-empiriques - Théories linéarisées sur corps élancés

L'aérodynamique des missiles fourmille de formules empiriques ou semi-empiriques permettant de faire des calculs d'avant-projets plus ou moins précis, destinés à être ensuite affinés par des essais en soufflerie.

Certaines de ces formules sont peu générales et purement empiriques. D'autres, bien qu'imprécises parfois, ont le mérite de faire "comprendre" l'écoulement, en mettant en évidence le rôle de la géométrie ou des conditions amont. Nous allons dans ce qui suit donner un aperçu de ces dernières.

1.2.1.1 Théories potentielles

La théorie linéarisée des corps élancés (cf. BONNET&LUNEAU,[1.20]) montre que l'effort normal local le long d'un fuselage est donné par:

$$\frac{dF_n}{dx} = q \sin 2\alpha \frac{dS}{dx} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} F_n : \text{Effort normal} \\ q : \text{Pression dynamique} \\ \frac{dS}{dx} : \text{Dérivée de la loi des aires le long de l'axe du missile} \end{array} \right.$$

MUNK (cf. [1.23]) avait déjà montré que ce même effort prenait sur un ellipsoïde (cf. [1.7], cf. Annexe 4.1) la forme:

$$\frac{dF_n}{dx} = (k_2 - k_1) q \sin 2\alpha \frac{dS}{dx} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} F_n : \text{Effort normal} \\ q : \text{Pression dynamique} \\ S : \text{Section dans le plan perpendiculaire} \\ \quad \text{à l'axe du missile} \\ k_2, k_1 : \text{Coefficients de masse ajoutée en translation} \\ \quad \text{suivant X et Y (X, Y) est le plan de symétrie} \\ \quad \text{du système contenant la vitesse } V_0 \\ \alpha : \text{Incidence} \end{array} \right.$$

Sur des corps élancés $k_2 - k_1 = 1$, on retrouve la théorie linéarisée pour les petits angles (cf. [1.20]).

Ces théories montrent que les parties du fuselage dont la section croît sont porteuses alors que les sections où dS/dx est négatif sont déportantes. Sur un corps fermé, sans décollement on retrouve bien la nullité des efforts globaux (à l'exception de l'effort de frottement).

Cela met en évidence le rôle porteur du décollement au culot qui élimine l'influence déportante de l'arrière-corps. (où bien sûr $dS/dx < 0$).

Cette théorie est valable pour un corps, élancé ou non, en translation dans le plan de symétrie (X, Y) contenant la vitesse à l'infini amont.

L'effort global est obtenu en intégrant le CN local le long du corps. La théorie ne pouvant s'appliquer que s'il n'y a pas de décollement la formule ne concerne que les petites incidences. Il est donc plus cohérent avec les conditions d'application de ce calcul d'utiliser l'expression linéarisée suivante:

$$C_N = 2\alpha \frac{S_q}{S_{\text{réf}}} \quad (\text{corps élancés, } \alpha \text{ faible}) \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_N : \text{Coefficient d'effort normal} \\ S_q : \text{Surface du culot} \\ \alpha : \text{Incidence} \\ S_{\text{réf}} : \text{Surface de référence} \end{array} \right.$$

Ces formules, basées sur une théorie potentielle, ne sont applicables qu'à de très faibles incidences, où il n'y a pas de décollement le long du fuselage. Elles sous-estiment le coefficient

d'effort normal de 20% à 35% selon l'élanement du corps étudié. Ceci a deux causes principales:

- Le sillage n'est pas modélisé correctement. Il est supposé être dans le prolongement du corps ce qui est très approché, et son influence sur le corps est négligée.
- L'influence de la couche limite est négligée.

L'effet de déplacement de la couche limite peut être introduit. ESCH (cf. [1.15]) propose un calcul de l'effort normal à partir d'une surface de culot fictive prenant en compte l'épaisseur de déplacement de la couche limite.

Il y ajoute l'effet des forces de frottement. Il obtient alors un surplus d'effort normal ΔC_N donné par:

$$\Delta C_N = 8 \alpha \frac{\delta_{1t}}{D} + 4\alpha \left[C_{fl} \frac{L_1}{D} + C_{ft} \left(\frac{L}{D} - \frac{L_1}{D} \right) \right] \quad \text{où}$$

L: Longueur du fuselage

L_1 : Longueur axiale où la couche limite reste laminaire sur le fuselage

C_{fl} , C_{ft} : Coefficients de frottement, respectivement, laminaire et turbulent

D : Diamètre du corps au culot

δ_{1t} : Epaisseur de déplacement de la couche limite turbulente au culot

HILHORST (cf[1.19]) montre que la contribution des forces de frottement au CN est négligeables. Il ne considère que la première partie de cette formule. Pour compenser l'effort normal théorique trop faible il introduit un coefficient correctif empirique. Ce coefficient K_{LH} reste pratiquement constant pour $\alpha \in [0^\circ, 10^\circ]$ égal à $K_{LH} \approx 1.7$. Il propose alors la formule:

$$C_N = 2 \frac{S_q + \pi D K_{LH} \delta_1}{S_{réf}} \alpha \quad \text{où}$$

δ_1 : épaisseur de déplacement de la couche limite au culot

D : Diamètre au culot

$S_{réf}$: Surface de référence

S_q : Surface au culot

K_{LH} : Coefficient correctif

1.2.1.2 Théories de ALLEN et dérivées

Dès qu'on dépasse quatre degrés d'incidence le décollement et les effet tourbillonnaires apparaissent.

Pour traiter ce cas ALLEN et JORGENSEN (cf. [1.2]) décomposent l'écoulement en une somme de deux parties:

- Une contribution potentielle, décrite par les équation précédentes.
- Une contribution tourbillonnaire qui introduit un terme en α^2 .

Cette dernière est modélisée en supposant que l'effort normal local est égal à celui d'un cylindre attaqué par l'écoulement transversal (de vitesse $V_0 \sin \alpha$). On aboutit alors à la

$$\frac{dF_T}{dx} = D C_{N_{cyl}} q \sin \alpha |\sin \alpha| \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{N_{cyl}} : \text{Coefficient d'effort normal local sur cylindre à } \alpha=90^\circ \\ \alpha : \text{Incidence} \\ q = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 = \frac{1}{2} \gamma P_0 M_0^2 : \text{Pression dynamique} \\ D : \text{Diamètre local du fuselage} \end{array} \right.$$

La traînée bidimensionnelle, donnée expérimentalement (cf. [1.18], [1.24]) $C_{T_{cyl}}$ surestime l'effort réel sur un corps d'allongement fini (cf. [1.2]). On introduit donc un coefficient pondérateur η . L'effort local englobant les deux contributions est donné par:

$$C_N = \sin 2\alpha \cos \frac{\alpha}{2} \frac{S_q}{S_{réf}} + \eta \frac{S_p}{S_{réf}} C_{N_{cyl}} q \sin \alpha |\sin \alpha|$$

$$\text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} C_{N_{cyl}} : \text{Coefficient d'effort normal sur Cylindre perpendiculaire au courant} \\ \alpha : \text{Incidence} \\ q = \frac{1}{2} \rho_0 V_0^2 = \frac{1}{2} \gamma P_0 M_0^2 : \text{Pression dynamique} \\ D : \text{Diamètre local du fuselage} \\ S_p = \int_0^L D(x) dx : \text{Surface en plan du fuselage (de longueur L)} \\ S_q : \text{Surface du culot} \\ S_{réf} : \text{Surface de référence} \\ \eta : \text{Coefficient correctif de l'élanement fini du fuselage} \end{array} \right.$$

Plusieurs autres modélisations ont été tirées de cette première approche. Elles visent essentiellement à améliorer le coefficient h en fonctions des conditions de vol.

La méthode d'ALLEN donne de bons résultats en bas subsonique pour des incidences comprises entre 10° et 20° . En dessous de 10° d'incidence, l'erreur commise sur le terme potentiel n'est pas "rattrapée" par le terme tourbillonnaire. Au-dessus de 20° cette contribution surestime la réalité et le C_N trouvé est un peu fort. (cf [1.2]).

Les diverses modifications consistent essentiellement à étendre le domaine de validité de cette théorie, ou d'en augmenter localement la précision, par des ajustement tirés de travaux expérimentaux.

On peut cependant émettre quelques critiques au sujet de cette modélisation:

- L'effet d'interaction de la nappe sur elle-même n'est pas pris en compte
- Le coefficient d'effort normal du cylindre équivalent nécessite une estimation du nombre de REYNOLDS vu par le cylindre. En toute rigueur, il faudrait employer le nombre de REYNOLDS à partir de la vitesse $V_0 \sin \alpha$. Aux faibles incidence ($\alpha < 15^\circ$) Le nombre ainsi trouvé est beaucoup trop petit. L'écoulement qui se développe sur le cylindre équivalent ne correspond pas à la structure observée sur le fuselage. En effet les effets visqueux dépendent du parcours des particules fluides à la paroi. A ces incidences (faibles) il est plus réaliste de calculer le REYNOLDS du cylindre équivalent avec V_0 , sans projeter.

A contrario, pour des incidences plus élevées et des nombres de REYNOLDS largement critiques, on surestime cette fois le Reynolds du cylindre équivalent.

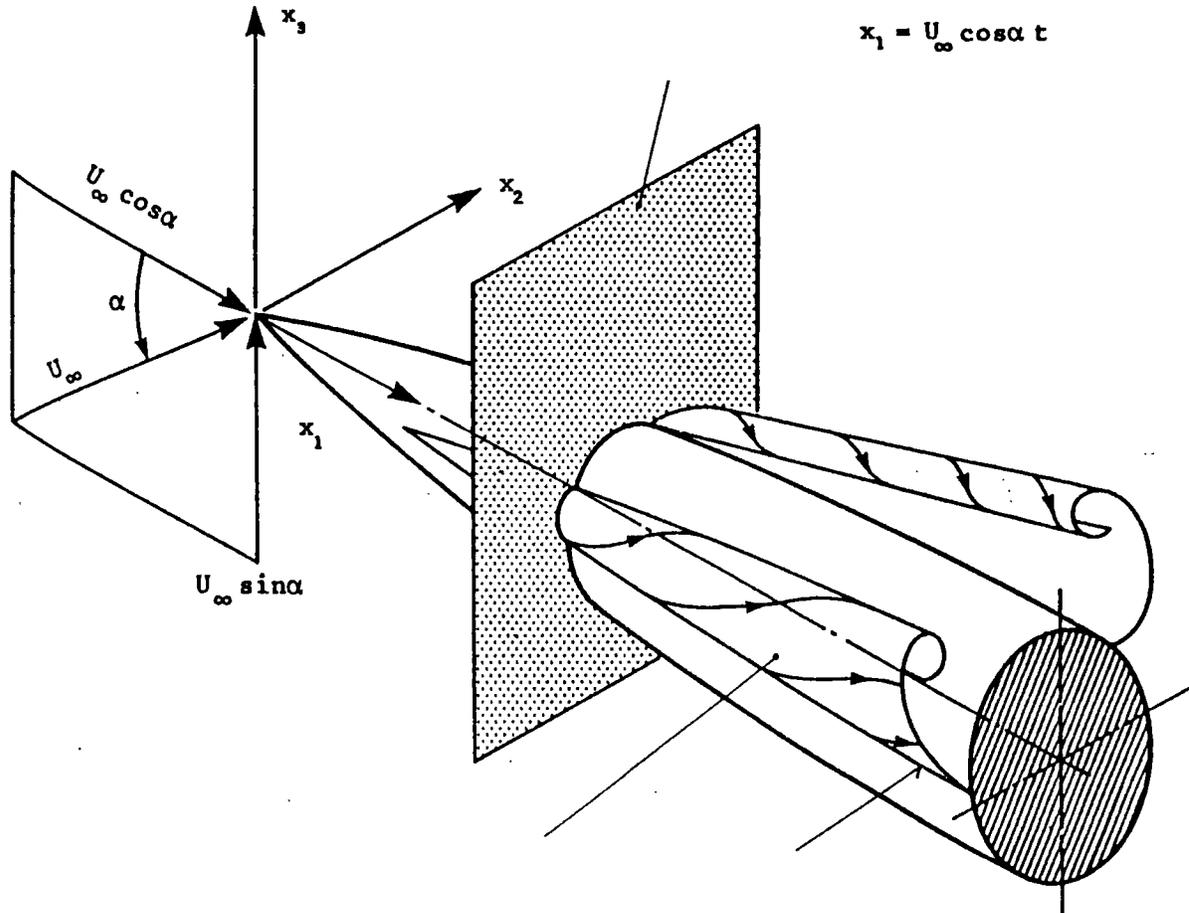


Figure 1.8 : Schéma de l'analogie impulsionnelle (réf. SARPKEYA [1.14])

L'expérience fournit des courbes de l'effort tourbillonnaire ainsi observé $CNI = CN_{loc}(t^*)$ (cf. [1.30]). Dans le calcul des efforts globaux on remplace alors le terme tourbillonnaire d'ALLEN par l'intégrale :

$$C_{NT} = \frac{R_{max}}{S_{réf}} \int_{X_{sep}}^L C_{NT_{loc}}(X - X_{sep}) dX = \frac{R_c^2}{S_{réf} \tan \alpha} \int_{t_{sep}^*}^{t_L^*} C_{NT_{loc}}(t^*) dt^*$$

où

- $C_{NT_{loc}}$: Effort normal tourbillonnaire sur le fuselage
- $C_{NT_{loc}}$: Coefficient d'effort normal local dû aux tourbillons
- t_{sep}^* : "Instant" où apparaissent les enroulements
- $R_c = R_{max}$: Rayon du cyl. équivalent et du fuselage
- X_{sep} : point où apparaissent les tourbillons

Cette méthode permet d'estimer l'évolution des tourbillons sur l'extrados d'un cylindre. Elle permet également de trouver le début des enroulements, mais ce processus est plus compliqué sur des ogives (où R varie) cf §1.2.2.

Les principaux défauts de la méthode sont:

- Elle ne prend pas en compte la transition de la couche limite sur le fuselage.
- Elle ne tient pas compte de l'influence de la nappe sur elle-même.
- Elle doit n'être appliquée, en théorie, qu'à des corps élancés, dans un écoulement vérifiant les hypothèses de petites perturbations.
- Elle ne prend pas en compte l'effet du gradient longitudinal de pression sur le développement des enroulements tourbillonnaires d'extrados.

Les théories présentées ci-dessus sont couramment employées dans l'industrie. Elles y ont fait l'objet de nombreuses modifications et améliorations. On s'aperçoit cependant que le cadre théorique est parfois bien mince ou impose des restrictions importantes sur l'incidence et les conditions de vol. Des méthodes numériques ont été introduites afin de préciser ces résultats ou étendre le domaine d'étude de manière plus rigoureuse.

1.2.2 Généralités sur les méthode numériques utilisées sur corps élancés

1.2.2.1 Introduction

On peut distinguer trois types de calculs numériques appliqués couramment aux fuselages:

- 1- Les méthodes de petites perturbations ("méthode des tranches") .
- 2- Les méthodes intégrales.
- 3- Les résolutions directes des équations d'EULER ou de NAVIER-STOKES.

La méthode des tranches est issue des équation "aux petites perturbations". Elle modélise un écoulement autour d'un corps élancé, en ne considérant que l'écoulement transversal. Nous exposons ses avantages et ses limites.

Les méthodes intégrales utilisent les formules de POINCARÉ et de GREEN. Elles diffèrent fondamentalement des résolutions directes par le fait que l'on connaît déjà les formes générales des solutions qui sont exprimées en fonction de singularités réparties sur les obstacles ou disséminées dans le domaine fluide. Le but de ces démarches est de trouver l'intensité (et parfois la position) de ces singularités à partir des conditions aux limites. Le procédé que nous utilisons fait partie de ce type de résolution. Nous détaillons ici les diverses théories analogues et leurs principales caractéristiques. Ceci permet de situer la méthode proposée ici par rapport à celles déjà développées.

Les processus de résolution directe utilisent en général une discrétisation des équations (différences finies) ou une intégration locale (volumes finis). Les programmes qui en découlent sont souvent tributaires du choix de l'algorithme de résolution, d'éventuels coefficients de relaxation et du maillage. Ils sortent largement du cadre de ce travail.

1.2.2.2 Théories des méthodes intégrales - Transport de la circulation

Les méthodes intégrales sont assez nombreuses. Elles reposent sur l'équation de transport de la vorticité et sur la décomposition de STOKES des écoulements (ou la formule de POINCARÉ) . L'équation de transport de la vorticité ω s'écrit en fluide réel (cf.PIQUET [1.26]):

$$\boxed{\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \text{div}(\vec{\tau}) + \text{Grad}(\vec{V}) \cdot \vec{\omega}} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{\omega} : \text{Vecteur tourbillon} \\ \vec{\tau} : \text{Tenseur des contraintes visqueuses} \\ \vec{V} = \text{Vitesse} \end{cases}$$

En fluide parfait ou en fluide à viscosité évanescente cette équation devient l'équation d'HELMHOLTZ bien connue:

$$\boxed{\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \overline{\text{Grad}(\vec{V})} \vec{\omega}} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{\omega} : \text{Vecteur tourbillon (ou vorticité)} \\ \vec{V} = \text{Vitesse} \end{cases}$$

Il est à noter qu'en bidimensionnel :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial x_3} = \vec{0} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{V} : \text{Vitesse dans le plan d'étude (O,x,y)} \\ x_3 : \text{coordonnée perpendiculaire au plan (O,x,y)} \end{cases}$$

On a donc :

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \vec{0}$$

En bidimensionnel, l'écoulement ne peut que convecter la vorticité sans la modifier ni en norme, ni en direction (portée par x3).

En tridimensionnel, $d\omega/dt \neq 0$; on constate toutefois que la propriété:

$$\text{div}(\vec{\omega}) = \text{div}(\overline{\text{rot}(\vec{V})}) = 0$$

implique que le rotationnel ne peut être produit que sur les frontières du domaine fluide (Si le champ des vitesses reste continu). Il peut en revanche être réorienté en fonction du gradient des vitesses, le long d'une trajectoire.

On utilise souvent l'équation d'HELMHOLTZ pour convecter le rotationnel au sein du fluide, sous forme de particules porteuses de vorticité. Ceci pose des problèmes en tridimensionnel où une singularité ponctuelle de rotationnel n'est pas mathématiquement cohérente (cf. REHBACH,BOUSQUET). Cette méthode n'est alors utilisée qu'en bidimensionnel ou dans des écoulements de révolution où on utilise alors la vorticité réduite ω/r (cf. ALISBER). En tridimensionnel on peut toutefois convecter des volumes élémentaires porteur de tourbillon réparti.

Cette équation est complétée par des formules intégrales issues de celle de POINCARE ou de la décomposition de STOKES. (cf. [1.6],[1.27]). La vitesse en un point M quelconque du domaine fluide s'écrit alors:

$$\begin{aligned} 4\pi \vec{V}(M) = & \iiint_{\Omega} \overline{\text{Grad}_R\left(\frac{1}{r}\right)} \wedge \overline{\text{rot}(\vec{V})} \, d\tau_p - \iiint_{\Omega} \overline{\text{Grad}_R\left(\frac{1}{r}\right)} \cdot \text{div}(\vec{V}) \, d\tau_p + \dots \\ & + \iint_{\partial\Omega} \overline{\text{Grad}_R\left(\frac{1}{r}\right)} \wedge (\vec{n} \wedge \vec{V}) \, dS_p - \iint_{\partial\Omega} \overline{\text{Grad}_R\left(\frac{1}{r}\right)} \cdot (\vec{n} \cdot \vec{V}) \, dS_p \end{aligned}$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} P: \text{Point courant d'intégration} \\ r = \|PM\| : \text{Distance du point de calcul M au point P} \\ \overrightarrow{\text{Grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right) = \overrightarrow{\text{Grad}}_P \left(\frac{1}{\|PM\|} \right) : \text{Gradient calculé avec P comme origine.} \\ \vec{n} : \text{Normale tournée vers le domaine fluide.} \end{array} \right.$$

Cette relation signifie que tout champ de vitesse de classe C2 (au moins) sur un volume Ω peut être mis sous la forme d'une somme de sources et de tourbillons répartis en surface et dans le volume Ω . Il s'agit ici d'une simple représentation intégrale du champ des vitesses. Ceci ne préjuge en rien de la nature de l'écoulement (Stationnaire ou non, compressible ou non, laminaire ou turbulent). Le comportement du fluide est en fait donné par l'équation de transport de la vorticité, ou par des propriétés particulières de l'écoulement ($\text{div} \mathbf{V} = 0, \text{rot} \mathbf{V} = 0$).

Par ailleurs, il est intéressant de calculer l'évolution de la circulation le long d'une courbe se déplaçant avec le fluide en écoulement (cf. Annexe 1.1). En fluide réel on a:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_{C=\partial S} \vec{u} \cdot d\vec{l} = \iint_S \frac{\overrightarrow{\text{grad}} p \wedge \overrightarrow{\text{grad}} p}{\rho^2} \cdot \vec{n} dS + \iint_S \frac{\text{Div}(\vec{\tau}) \wedge \overrightarrow{\text{grad}} p}{\rho^2} \cdot \vec{n} dS + \iint_S v \Delta \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma : \text{Circulation de la vitesse sur C} \\ \vec{\tau} : \text{Tenseur des contraintes visqueuses} \\ p, \rho : \text{Pression et masse volumique} \\ \vec{\omega} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{V}) = \text{Vorticité au point d'intégration} \\ \nu : \text{Viscosité cinématique} \end{array} \right.$$

En écoulement incompressible (visqueux):

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_{C=\partial S} \vec{u} \cdot d\vec{l} = \iint_S \nu \Delta \vec{\omega} \cdot \vec{n} dS \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Gamma : \text{Circulation de la vitesse sur C} \\ \vec{\tau} : \text{Tenseur des contraintes visqueuses} \\ \vec{\omega} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u}) : \text{Vorticité au point d'intégration} \\ \nu : \text{Viscosité cinématique} \end{array} \right.$$

Et en écoulement incompressible fluide parfait :

$$\boxed{\frac{d\Gamma}{dt} = 0}$$

La circulation le long d'une courbe se déplaçant avec le fluide est constante.

1.2.3 Méthode des tranches

Ces méthodes utilisent l'équation aux petites perturbations (valable en subsonique et supersonique modérés) :

$$\left(1-M_0^2\right) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

Sur un corps élancé ($L/D \gg 1$) le terme $\partial^2 \Phi / \partial x^2$ est négligeable devant les deux autres dérivées secondes du potentiel. On retrouve alors l'équation:

$$\Delta_{yz} \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{où } (y, z) : \text{ plan normal à l'axe}$$

A partir de là, l'étude se ramène à celle d'un cercle en écoulement bidimensionnel incompressible. On se place alors dans le plan complexe $Z=y+iz$. Le théorème de MILNE-THOMSON [1.21] permet alors de modéliser facilement cet écoulement. Le potentiel complexe ayant le cercle comme ligne de courant est alors donné par :

$$F(Z) = f(Z) + \bar{f}\left(\frac{a^2}{Z}\right)$$

Le plan de calcul va se déplacer le long du corps à une vitesse $V_0 \cos(\alpha)$ qui est la composante longitudinale de la vitesse suivant l'axe du fuselage (cf fig. 1.8). Dans le plan de calcul, l'écoulement obtenu est instationnaire (variation du rayon du corps, de la position de certaines singularités). Il existe alors une équivalence entre la dérivée par rapport au temps $\partial/\partial t$ et le terme $X/(V_0 \cos(\alpha))$.

Outre $V_0 Z$ (potentiel de la vitesse à l'infini), on introduit en plus un ou plusieurs tourbillons ponctuels qui modélisent les enroulements des nappes décollées.

On distingue alors deux méthodes:

- La méthode à tourbillon concentré ('Concentrated Vortex Method').
- La méthode à tourbillons multiples ('Multi-Vortex Method')

Les tourbillons introduits doivent représenter la diffusion dans le fluide de la vorticit   créée    la paroi.

Ainsi s'il s'agit d'un seul tourbillon, il est n  cessaire qu'il soit reli   au corps par une nappe de discontinuit  . En effet si tel n'  tait pas le cas, on aurait affaire    un tourbillon bidimensionnel isol   dont la circulation v  rifierait l'  quation d'HELMHOLTZ bidimensionnelle:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0 \Rightarrow \Gamma = \text{Cste} \quad \text{en   coulement bidimensionne}$$

Sa circulation Γ resterait alors constante. Ceci est en contradiction avec le fait que la ligne de d  collement continue, tout du long du fuselage    produire de la vorticit   et donc    augmenter Γ . Une telle mod  lisation,    tourbillon Γ constant, repr  sente en fait un   coulement dans lequel la vorticit   ne provient que d'un point bien particulier de la paroi (point de d  part de la ligne tourbillonnaire). Ce cas n'a rien de r  aliste!

C'est pourquoi, les m  thodes d  crites ici vont, ou bien, transporter un tourbillon reli      l'obstacle (avec $d\Gamma/dt \neq 0$) ('Concentrated Vortex Method'), ou bien, cr  er,    chaque pas de progression le long du corps un nouveau tourbillon. Celui-ci symbolise alors la vorticit     mise au niveau de d  collament entre deux points de d  part de la nappe ('Multi-Vortex Method').

1.2.3.1 Méthode à tourbillon concentré (cf. [1.5],[1.9],[1.14])

Cette méthode est basée sur l'équation de transport de la circulation d'un tourbillon relié à la paroi par une nappe d'alimentation en vorticité ('feeding sheet'). Cette nappe est modélisée par une surface plane. (cf.fig1.9). Dans ces conditions, BRYSON (cf. [1.5],[1.39]) a proposé la formule de transport suivante (cf. Annexe 1.2):

$$\Gamma \frac{dZ_1}{dt} + (Z_1 - Z_0) \frac{d\Gamma}{dt} = \Gamma \bar{W}_1 \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Gamma : \text{Circulation du tourbillon transporté} \\ \bar{W}_1 : \text{Vitesse complexe au point } Z_1 \\ Z_1 : \text{Affixe du tourbillon concentrant la vorticité} \\ Z_0 : \text{Affixe du point de décollement} \end{array} \right.$$

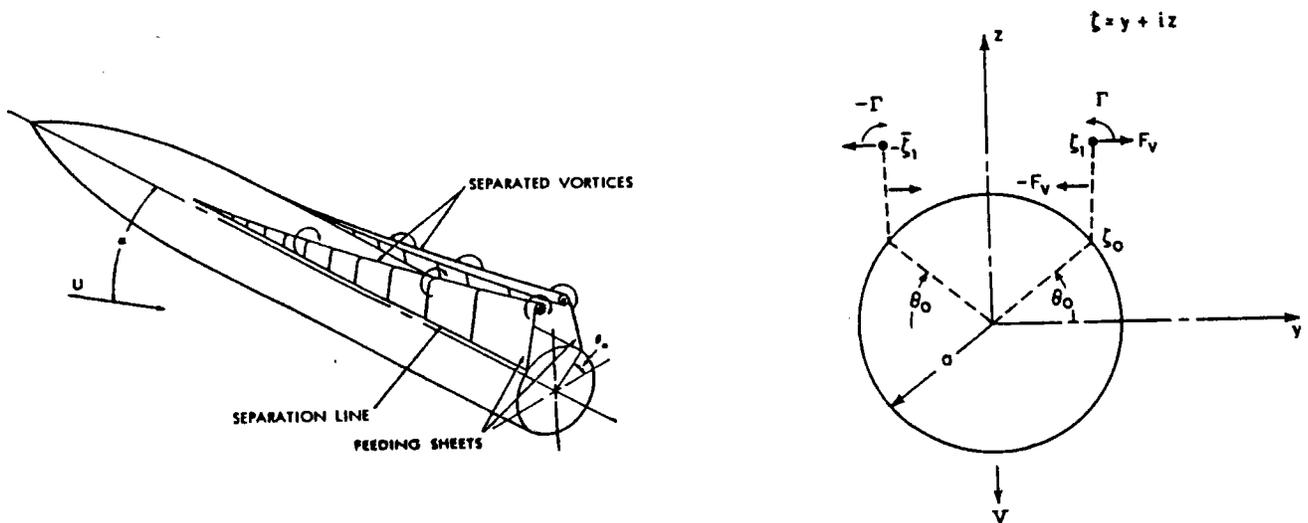


Figure 1.9: Méthodes à tourbillons concentrés

Le théorème de MILNE-THOMSON permet alors de construire l'écoulement autour d'une section circulaire (ou elliptique (cf. [1.33]) à partir de ces deux tourbillons et de leur image par rapport au cercle. La vitesse en un point du plan complexe est donnée par :

$$\frac{\bar{W}(Z)}{U_0} = \frac{v - iw}{U_0} = -i \left(1 + \frac{a^2}{Z^2} \right) - i \lambda a \left[\frac{1}{Z - Z_1} - \frac{1}{Z - \bar{Z}_1} + \frac{1}{Z + \frac{a^2}{Z_1}} - \frac{1}{Z - \frac{a^2}{\bar{Z}_1}} \right] + a \cotg(\alpha) \frac{da}{dx} \ln Z$$

$$\frac{dZ_1}{dt} + (Z_1 - Z_0) \frac{1}{\lambda} \frac{d\lambda}{dt} = \bar{W}_1 = -i U_0 \left(1 + \frac{a^2}{Z_1^2} \right) + \dots$$

$$- i \lambda U_0 a \left[-\frac{1}{Z_1 - \bar{Z}_1} + \frac{1}{Z_1 + \frac{a^2}{Z_1}} - \frac{1}{Z_1 - \frac{a^2}{Z_1}} \right] + \dots \quad \text{où}$$

$$+ a U_0 \cotg(\alpha) \frac{da}{dx} \ln Z_1$$

- λ : Circulation réduite du tourbillon
- W_1 : Vitesse complexe au point Z_1
- Z_1 : Affixe du tourbillon
- Z_0 : Affixe du point de décollement
- a : Rayon du cercle
- Z_1 : Affixe du tourbillon
- α : incidence
- $U_0 = V_0 \sin \alpha$: Vitesse transverse amont

Cette équation unie à la précédente permet de résoudre le problème. On intègre numériquement en temps le système obtenu. A chaque pas de temps Δt , la section se déplace de $V_0 \cos(\alpha) \Delta t$ le long du fuselage.

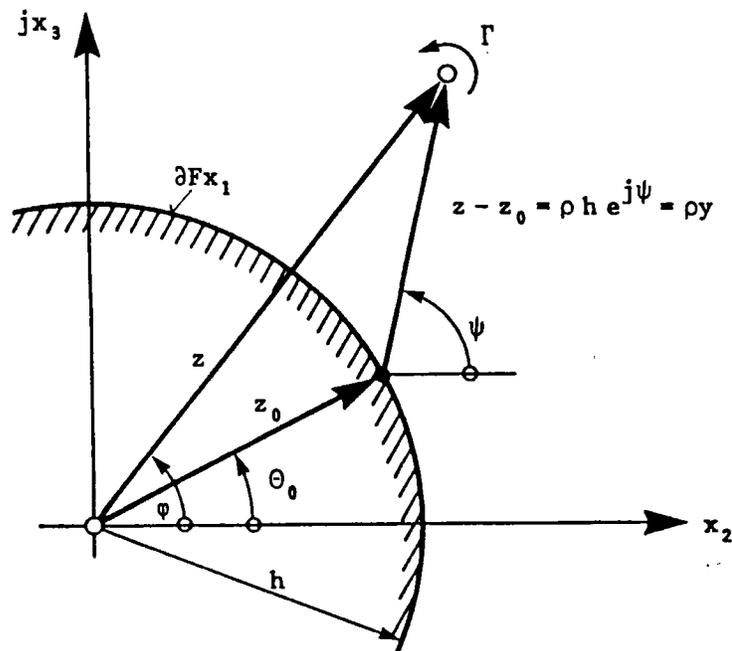


Figure 1.10a : repérage de la position d'un tourbillon emis au décollement (réf. CZIKOWSKY [1.14])

La formule en λ donne la circulation du tourbillon en fonction de sa position Z_1 . La position initiale de ce tourbillon est estimée en introduisant ρ et φ définis par (cf fig. 1.10a).

$$Z_1 - Z_0 = a \rho e^{i\varphi} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} a : \text{Rayon du cercle} \\ Z_1 : \text{Affixe du tourbillon} \\ Z_0 : \text{Affixe du décollement} \\ \varphi : \text{Angle de la nappe avec l'horizontale} \end{array} \right.$$

Pour trouver cet angle φ , on exprime la vitesse en fonction de φ et ρ puis on fait tendre r vers zéro (cf. [1.9],[1.14]). Conformément à la condition de KUTTA-JOUKOWSKI au niveau du décollement, la vitesse $W_1=W(Z_1)$ s'annule. On trouve alors (fig. 1.10b):

$$\boxed{\varphi_0 = \theta_0 + \frac{\pi}{3}} \quad \text{où } \theta_0 : \text{position angulaire du décollement}$$

Une étude exacte du décollement (cf. chap. II) montre qu'en deux dimensions, il est tangent à la paroi pour les très grands nombres de Reynolds. L'angle $\varphi=\theta_0+\pi/3$ trouvé prend donc en compte le caractère tridimensionnel de l'écoulement.

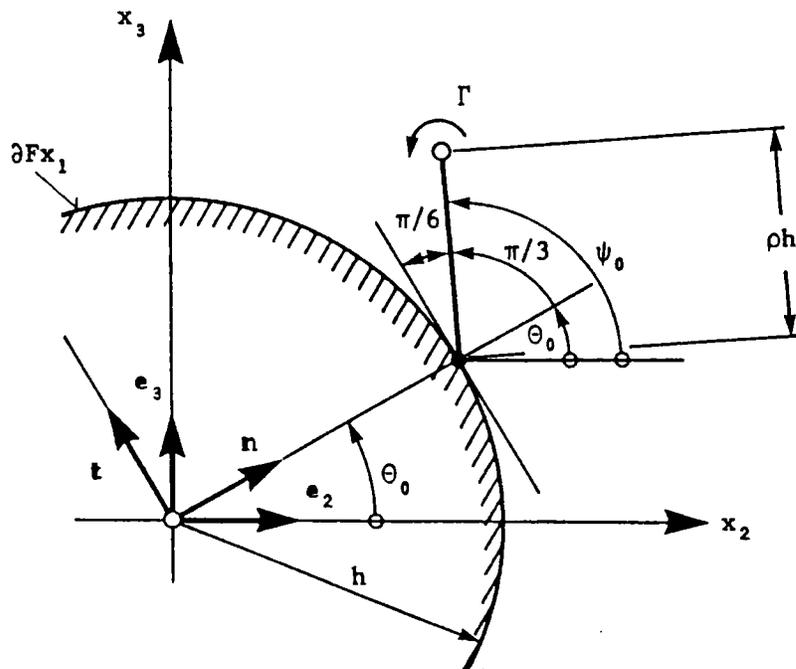


Figure 1.10b : Schéma de la méthode de calcul du décollement naissant
(réf. CZIKOWSKY [1.14])

A partir du développement limité ainsi réalisé, on peut déterminer une condition approchée d'existence du tourbillon . BRYSON (cf. [1.9]) montre ainsi que le décollement ne se transforme en tourbillon que si la relation suivante est vérifiée:

$$\boxed{\frac{\tan \alpha}{\tan \delta} \geq \frac{3}{2 \sin \theta_0}} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha : \text{Incidence} \\ \delta : \text{angle du c\^one ou pente locale} \\ \theta_0 : \text{Position angulaire du d\^ecollement} \end{array} \right.$$

Cette équation est rigoureuse dans le cas d'un cône de demi-angle au sommet δ , placé en grande incidence. C'est une approximation dans le cas d'une ogive, où l'angle δ est la pente locale de la méridienne.

Le principe de cette relation est intéressant. Il est d'ailleurs largement vérifié par nos expériences. Toutefois, son expression quantitative reste fondée sur une théorie très approchée. L'équation de transport n'est pas, en effet, "au dessus de tout soupçon" du point de vue théorique. De plus on utilise alors l'angle de décollement qui doit lui être fourni par une formule correcte (ce qui n'est pas le cas, en général). Aux faibles incidences, on préfère utiliser une méthode basée sur l'analogie impulsionnelle (cf. [1.30], cf. § précédent). On introduit alors un temps équivalent défini par:

$$t^* = \frac{U_0 \cdot t}{a} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} t : \text{Temps} \\ U_0 (=V_0 \sin \alpha): \text{Vitesse transversale amont} \\ a : \text{Rayon du cylindre} \end{array} \right.$$

"L'instant" de formation du tourbillon sur un cylindre en incidence est alors donné par ([1.14]):

$$t^* = 0.33 + \frac{15.70}{\text{Re}_D} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Re}_D = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{V_0 \sin \alpha \cdot 2a}{\nu} : \text{Nombre de Reynolds transversal} \\ t^* : \text{Temps r\^eduit \^a partir duquel appara\^it un tourbillon} \\ \quad \text{apr\^es la mise en mouvement brusque du syst\^eme} \\ \quad \text{instationnaire \^equivalent} \end{array} \right.$$

Ce qui correspond à l'abscisse X_t le long d'un cylindre en incidence, donnée par:

$$X_D = a \left(0.33 + \frac{15.70}{Re_D} \right) \quad \text{où} \quad \begin{cases} Re_D = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{V_0 \sin \alpha \cdot 2a}{\nu} : \text{Nombre de Reynolds transversal} \\ X_D : \text{Abscisse où apparaît le tourbillon le long du fuselage} \\ a : \text{Rayon du cylindre} \end{cases}$$

Pour une ogive, le rayon de référence est variable. On utilise l'expression intégrale:

$$t^* = \tan \alpha \int_{X_0}^{X_D} \frac{dx}{a(x)} = 0.33 + \frac{15.70}{Re_D} \quad \text{où} \quad \begin{cases} Re_D : \text{Nombre de Reynolds transversal} \\ X_D : \text{Abscisse où apparaît le tourbillon} \\ a(x) : \text{Rayon courant de l'ogive} \\ X_0 : \text{Abscisse du point où apparaît le décollement} \end{cases}$$

(Nous montrons par nos expériences que $X_0=0$ pour $\alpha \geq 7^\circ$)

La méthode définie par BRYSON donne d'assez bons résultats en subsonique comme en supersonique (dans les limites classiques de la méthode de petites perturbations). Elle a le gros avantage de calculer automatiquement la circulation à mettre au sein du fluide en fonction de la position du tourbillon concentrant la vorticité.

Cependant, cette méthode, rentrée parmi les "classiques" de la littérature, reste extrêmement approchée. On peut formuler plusieurs critiques à son encontre

- L'équation de transport provient de l'intégration du terme $d\Gamma/dt$ supposé constant sur la nappe $[Z_0, Z_1]$. La forme de cette dernière, a priori arbitraire, est approchée par un segment de droite. Ces deux suppositions ne sont pas justifiées en théorie.
- La répartition des forces sur la nappe tend à ramener le tourbillon vers l'intérieur (cf fig.1.14). Cela engendre des nappes dont la concavité est tournée vers l'extérieur, résultat opposé à la réalité. La nappe fictive est uniquement un outil mathématique sans signification physique.
- La position θ_0 du décollement est en général donnée par une formule établie pour un cône en incidence,. Dans ce cas, la séparation se produit le long d'une génératrice dont l'azimut est fonction de l'incidence α et de l'ouverture δ du cône. Cette formule est très approchée quand elle est appliquée à une ogive (cf. chap. III)

1.2.3.2 Méthode 'Multi Vortex'

Cette théorie emprunte le même cadre que la méthode à tourbillon concentré ('petites perturbations'). Mais, au lieu d'alimenter un seul tourbillon par une nappe fictive, elle injecte, à chaque pas de temps, un tourbillon supplémentaire dans l'écoulement autour du cercle modélisant la section de fuselage (cf. fig. 1.11).

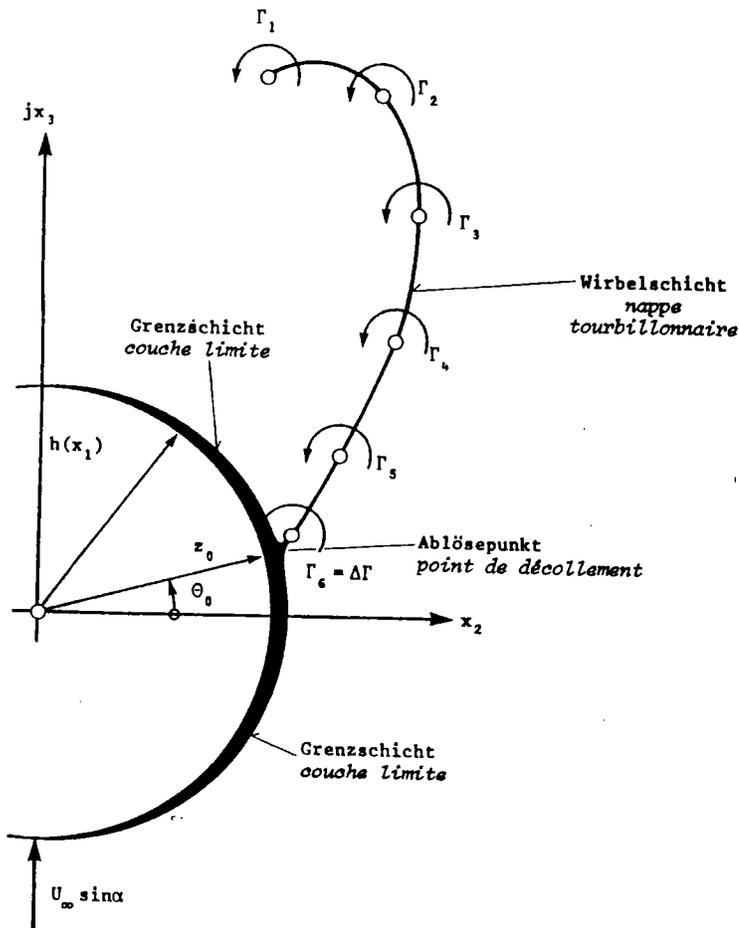


Figure 1.11 : Schéma de la modélisation 'multi-vortex' (réf. CZIKOWSKY [1.14])

La circulation portée par ces tourbillons vérifie l'équation d'HELMHOLTZ bidimensionnelle:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0$$

L'évolution de la circulation due au décollement est alors représentée par l'ajout d'une nouvelle singularité à chaque pas de temps. Ces 'clusters' sont alors convectés par le fluide et leur position vérifie l'équation:

$$\frac{dZ_k}{dt} = W_k \quad \text{où} \quad \begin{cases} Z_k : \text{Position du } k\text{ième tourbillon} \\ W_k : \text{Vitesse du fluide en ce point} \end{cases}$$

Le plan d'exploration se déplace toujours suivant la composante longitudinale de la vitesse $V_0 \cos \alpha$.

La vitesse $W(z)$ d'un point dans le fluide est alors donnée par:

$$\bar{W}(Z_k) = -i V_0 \left(1 + \frac{a^2}{Z_k^2} \right) - i a \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{N_t} \lambda_j G_{kj} - i a G_{kk} + a V_0 \cotg(\alpha) \frac{da}{dx} \ln Z$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} G_{kj} = \frac{1}{Z_k - Z_j} - \frac{1}{Z_k - \bar{Z}_j} + \frac{1}{Z_k + \frac{a^2}{Z_j}} - \frac{1}{Z_k - \frac{a^2}{\bar{Z}_j}} \\ G_{kk} = -\frac{1}{Z_k - \bar{Z}_k} + \frac{1}{Z_k + \frac{a^2}{Z_k}} - \frac{1}{Z_k - \frac{a^2}{\bar{Z}_k}} \end{array} \right.$$

On suppose ainsi que le tourbillon n'induit pas de vitesse sur lui même.

Le problème supplémentaire qui se pose alors, (comme dans toute méthode à injection de rotationnel) est de trouver la circulation à injecter à chaque pas de temps ainsi que sa position dans l'espace. Faute de mieux, on utilise la position déterminée par BRYSON à l'aide de la méthode à tourbillons concentrés (cf. [1.5],[1.14]).

La circulation injectée à chaque pas de temps dans la section d'étude est obtenue par une résolution approchée des équations de couche limite (cf. [1.5],[1.9],[1.14]). La circulation réduite est alors donnée par:

$$\lambda = \frac{\tan \alpha}{4\pi} \frac{|W(\theta_0)|^2}{U_0} \Delta X \quad \text{où } \left\{ \begin{array}{l} W(\theta_0) : \text{Vitesse au point de décollement} \\ \Delta X \text{ déplacement du plan de coupe entre deux pas de temps} \\ \lambda = \frac{\Gamma}{2\pi a U_0} : \text{Circulation réduite} \end{array} \right.$$

Cette relation donne de médiocres résultats. (Γ trop grand). Il est donc introduit un "tournevis" de correction par l'intermédiaire d'un coefficient multiplicatif $k \in [0.5; 0.6]$. La circulation réduite étant alors finalement (cf. [1.5],[1.9],[1.14]):

$$\lambda = k \frac{\tan \alpha}{4\pi} \frac{|W(\theta_0)|^2}{U_0} \Delta X \quad \text{où } \left\{ \begin{array}{l} W(\theta_0) : \text{Vitesse au point de décollement} \\ \Delta X \text{ déplacement du plan de coupe entre deux pas de temps} \\ \lambda = \frac{\Gamma}{2\pi a U_0} : \text{Circulation réduite} \\ k : \text{Coefficient correctif compris entre 0.5 et 0.6} \end{array} \right.$$

Des méthodes analogues ont été développées par SARKAYA et WARDLAW (cf. [1.31],[1.32],[1.39])

Les coefficients de pression sont ensuite calculés pour chaque section par la formule:

$$C_p = \frac{1}{V_0^2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] - \frac{2}{V_0} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \cos \alpha + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \sin \alpha \right]$$

$$\text{où} \left\{ \begin{array}{l} \Phi = \text{Réal}(F(Z)) : \text{Potentiel de vitesse dans le plan de coupe} \\ \alpha : \text{incidence} \\ V_0 : \text{Vitesse à l'infini amont} \\ C_p : \text{Coefficient de pression} \end{array} \right.$$

Les coefficients globaux sont ensuite calculés par intégration.

La technique 'Multi Vortex' donne de bons résultats quant à la position de la nappe. Toutefois, quand les enroulements deviennent très resserrés, il est nécessaire de remplacer les tourbillons ponctuels par des 'clusters', qui sont, en général, des tourbillons d'OSEEN dont la vitesse suit une courbe de GAUSS à l'intérieur d'un volume donné. Ce type de tourbillon vérifie localement l'équation d'HELMHOLTZ bidimensionnelle (cf. [1.14]).

1.2.3.3. Conclusion sur les méthodes des tranches.

Ces méthodes ont l'avantage de s'appliquer en théorie aussi bien en subsonique qu'en supersonique. Une exploration par sonde "cinq trous" fixe cependant les limites de l'hypothèse des petites perturbations. En subsonique, son application semble correcte jusqu'à 20° d'incidence, où, déjà, les angles de déviation de l'écoulement atteignent localement des valeurs voisines de 25° dans les enroulements des nappes (cf. pl. 3.10).

Toutefois il est fort improbable que l'hypothèse "petites perturbations" soit encore satisfaite à des incidences supérieures à 30°. On peut donc mettre en doute la validité de son application à l'analyse des configurations tourbillonnaires dissymétriques (cf[1.5]).

En supersonique, l'étude des grandes incidences par cette méthode est à écarter. En effet dès 15° d'incidence il se produit en général des chocs qui rendent caduques d'emblée les hypothèses de petites perturbation. L'analyse par sonde 'cinq-trous' confirme cette idée en mettant en évidence des rapports P_i/P_{i0} tombant jusqu'à $P_i/P_{i0} = 0.3$ ($Mo = 2$, $\alpha = 15^\circ$) (cf. [1.15]).

Outre les conditions d'application de l'hypothèse de petites perturbations, ces méthodes négligent en subsonique l'influence de la nappe sur elle-même, alors que cette influence apparaît comme un paramètre capital du comportement des nappes tourbillonnaires en subsonique.

Malgré ces lacunes, ces méthodes ont introduit des couplages couche limite/fluide parfait intéressants. Elles se révèlent, certes, souvent très approchées, mais sont simples, analytiques et très commodes d'emploi. On peut remarquer tout particulièrement la valeur estimée à $\pi/3$ (par rapport à la normale) de l'angle d'orientation de la nappe au niveau du décollement.

1.2.4 Théories tridimensionnelles

La formule de POINCARÉ montre qu'un écoulement incompressible peut être modélisé par une distribution surfacique de sources et de tourbillons (ou doublets), associée à une répartition volumique de rotationnel. Cette dernière est de la forme:

$$\vec{V}(M)_{\text{rot}} = \frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega} \overrightarrow{\text{Grad}}\left(\frac{1}{r}\right) \wedge \vec{\omega} \, d\tau_p \quad \text{où} \left\{ \begin{array}{l} \Omega : \text{Volume fluide} \\ \vec{\omega} : \text{Tourbillon} \\ M, P : \text{Points de calcul et d'intégration (resp.)} \\ r = \|\vec{PM}\| ; \text{ le Gradient de } 1/r \text{ est pris en } P \end{array} \right.$$

Dans la pratique, en subsonique, le rotationnel est concentré à la paroi (où il est créé) et dans le sillage (où il est diffusé). Dans les écoulements subsoniques externes il est par conséquent nul dans le volume fluide sauf à la paroi et dans le sillage.

De ce fait, la répartition volumique de rotationnel peut se modéliser par une injection de rotationnel réparti sur des volumes élémentaires ou sur des courbes. Dans ce cas, les tourbillons sont émis depuis la paroi, et transportés de façon à vérifier l'équation d'HELMHOLTZ:

$$\boxed{\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \overline{\text{Grad}(\vec{V})} \vec{\omega}} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{\omega} : \text{Vecteur tourbillon (ou vorticité)} \\ \vec{V} = \text{Vitesse} \end{cases}$$

Cette équation suppose que les tourbillons évoluent dans un milieu non-visqueux. Sous cette hypothèse, elle reste toutefois générale. Elle ne présume en rien de la forme du sillage.

Si le sillage prend la forme d'une couche de cisaillement libre (sillage d'aile, enroulements d'extrados de fuselage), le volume Ω se ramène à l'espace compris entre deux surfaces assez proches l'une de l'autre.

Quand le nombre de REYNOLDS tend vers l'infini, le sillage se ramène à une surface de discontinuité. En reprenant la relation de POINCARÉ on montre que la contribution des termes en rotationnel se ramène à (cf. chap. IV):

$$\vec{V}(M)_{\text{rot}} = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \overline{\text{Grad}\left(\frac{1}{r}\right)} \wedge (\vec{n} \wedge [\vec{V}]) dS_p \quad \text{où} \quad \begin{cases} \Sigma : \text{Surface de discontinuité (deux côtés notés 1 et 2)} \\ \vec{\omega} : \text{Tourbillon} \\ M, P : \text{Points de calcul et d'intégration (resp.)} \\ \overline{\text{Grad}\left(\frac{1}{r}\right)} : \text{calculé en P} \\ \vec{n} : \text{Normale à la surface de discontinuité de 1 vers 2} \\ [\vec{V}] : \text{Saut de vitesse de 1 vers 2} \end{cases}$$

Cette expression n'est autre que la vitesse engendrée par une surface tourbillonnaire ou porteuse de doublet de répartition surfacique μ telle que:

$$\overline{\text{grad}(\mu)} = -[\vec{V}] \quad \text{où} \quad \begin{cases} \mu : \text{Répartition de doublet} \\ [\vec{V}] : \text{Saut de vitesse à travers la nappe porteuse} \end{cases}$$

Donc, en écoulement incompressible, quand le nombre de REYNOLDS tend vers l'infini, un sillage en couche de cisaillement libre peut être modélisé par une surface de glissement porteuse de doublets.

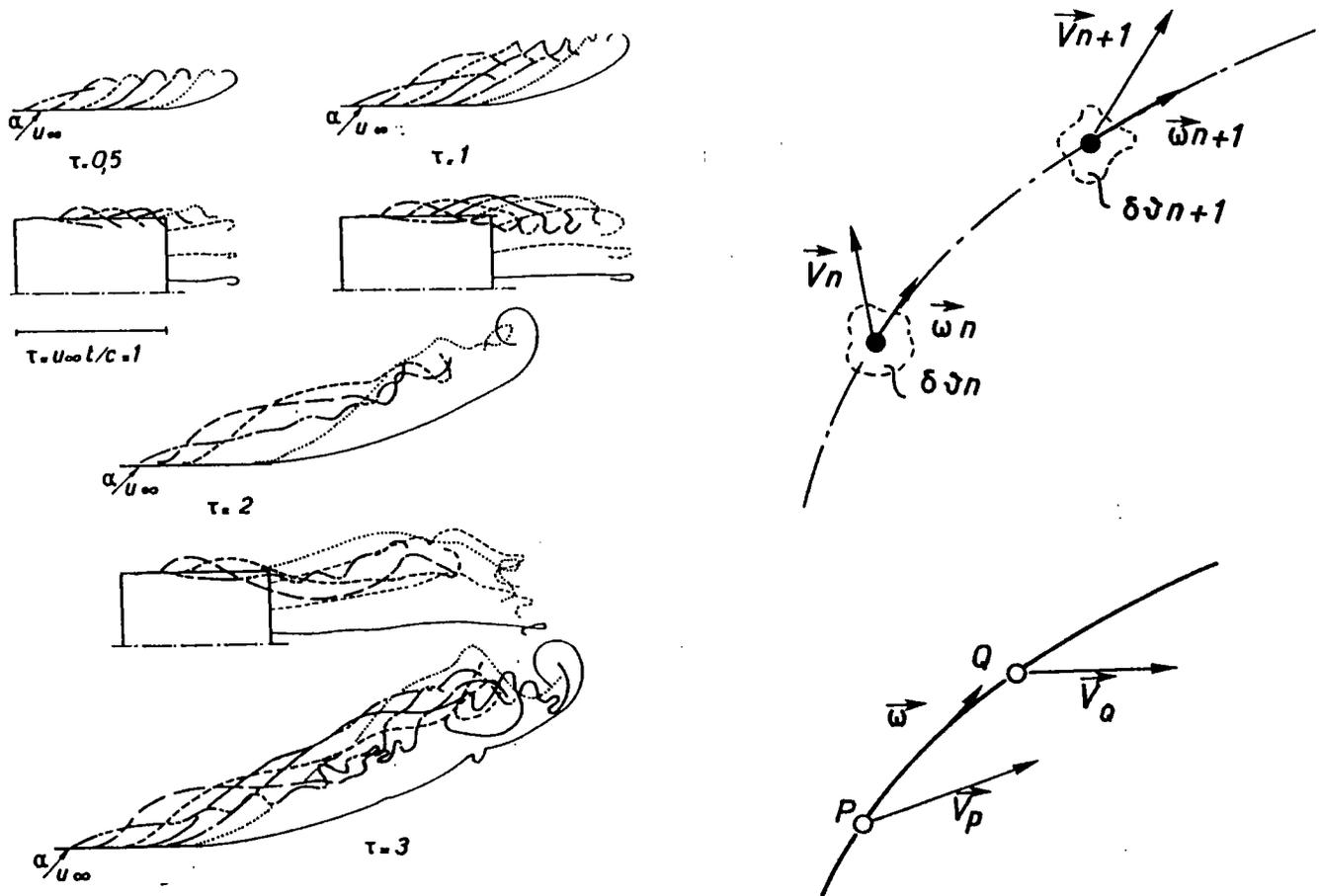


Figure 1.12 : Méthode de REHBACH (réf. [1.28]) Volumes tourbillonnaires élémentaires

On distingue ainsi plusieurs types de méthodes intégrales représentant un écoulement incompressible fluide parfait possédant une couche rotationnelle au sein du fluide:

- a - Méthode pseudo-stationnaire avec tourbillons élémentaires (cf. [1.28]).
- b - Méthode pseudo-stationnaire avec nappes tourbillonnaires.
- c - Méthodes stationnaires à tourbillons filamenteux
- d - Méthodes stationnaires avec nappes de doublets équilibrées.

1.2.4.1 Méthode pseudo-stationnaire avec tourbillons élémentaires (cf. [1.28])

La première méthode consiste à créer des particules porteuses (cf. fig.1.12), de rotationnel réparti en volume, qui discrétisent directement l'intégrale V_{rot} . Ces volumes élémentaires sont introduits pour jouer le rôle de singularités ponctuelles de tourbillon, qui n'ont pas de sens en tridimensionnel. En revanche, pour utiliser ces volumes, on peut considérer qu'ils sont équivalents à de telles singularités. Il ne s'agit là que d'un artifice de calcul qui permet de discrétiser plus commodément l'équation d'HELMHOLTZ et d'effectuer les calculs de vitesses induites (cf. [1.28]). La singularité ponctuelle équivalente est alors porteuse du rotationnel moyen ω du volume élémentaire.

Cette singularité ponctuelle fictive est transportée en suivant l'écoulement (d'où le nom de "méthode lagrangienne" parfois utilisé pour la décrire). Le vecteur ω est transporté de manière à vérifier l'équation d'HELMHOLTZ. Si P et Q sont deux points de discrétisation consécutifs sur la trajectoire, le second membre de l'équation d'HELMHOLTZ devient:

$$\overrightarrow{\text{Grad}}(\vec{V}) \cdot \vec{\omega} = \lim_{P \rightarrow Q} \frac{\vec{V}(P) - \vec{V}(Q)}{|\overrightarrow{PQ}|} \cdot \vec{\omega}$$

Le vecteur $\vec{\omega}$ de départ est créé à partir des conditions au niveau du décollement ou du bord de fuite (ailes).

La méthode pseudo-stationnaire consiste à supposer le corps brutalement mis en mouvement. L'évolution du phénomène est alors discrétisée dans le temps. A chaque pas une nouvelle série de particules est émise du bord de fuite ou de la ligne de décollement. Au bout d'un certain temps l'état stationnaire est atteint ; les coefficients aérodynamiques n'évoluent plus lors de l'émission de nouvelles particules.

Le seul point délicat de ce processus est la création des particules émises. Pour qu'elles aient un sens physique il faut leur donner un volume dV (qui reste constant dans le temps car l'écoulement est incompressible) et un vecteur tourbillon moyen $\vec{\omega}$. Ces deux éléments sont calculés à partir de l'épaisseur de couche limite arrivant au bord de fuite d'une aile ou en amont du décollement. (cf. [1.28])

Cette méthode a plusieurs avantages:

- Chaque particule une fois créée devient indépendante de son point d'émission et de la ligne tourbillonnaire qu'elle suit.
- Le sillage se construit au fur et à mesure. Il n'y a pas à faire intervenir de mailleur en dehors des parois solides.
- Le transport du tourbillon se fait par des formules explicites simples, donc peu coûteuses en temps de calcul.

On peut lui trouver cependant quelques défauts:

- Elle donne de bons résultats sur ailes minces (cf. [1.28]), mais semble difficile à adapter à un écoulement décollé spontanément où la création de rotationnel est mal reproduite par l'algorithme utilisé par C. REHBACH (cf. [1.28]) (l'épaisseur de couche limite n'a pas sens lors du décollement).
- Pour obtenir l'écoulement stationnaire il faut introduire un nombre important de volumes porteurs. Le calcul de la vitesse de l'écoulement en chacun d'eux nécessite $N \times (N-1)$ calculs d'influence pour N tourbillons émis (le tourbillon n'agit pas sur lui-même). Ce calcul est équivalent en temps à un calcul d'influence sur N panneaux doublet dont la qualité est celle de $\approx 4 \times N$ particules (dépend de la largeur de la nappe), les particules jouant le rôle de points nœuds du maillage par panneaux. Le rendement de cette méthode semble donc moins bon que celui d'une discrétisation par panneaux.

1.2.4.2 Méthode pseudo-stationnaire avec nappes tourbillonnaires

La seconde méthode consiste justement à modéliser le rotationnel dans le sillage non pas par des volumes élémentaire mais par une nappe de glissement que l'on déplace en suivant l'écoulement à chaque pas de temps. Cette nappe est modélisée par une superposition de bandes dont le premier panneau est confondu avec le corps (bord de fuite) (cf. [1.28],[1.4] (cf. fig.1.12). Les autres parties de ces éléments sont déplacés en suivant l'écoulement. Leur circulation reste constante égale à celle du premier panneau. La circulation d'une bande prise isolément vérifie donc, par construction, l'équation d'HELMHOLTZ sous sa forme de conservation de la circulation:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = 0$$

Cette méthode, également appelée "lagrangienne", ne nécessite pas de maillage de la nappe. Mais appliquée telle qu'elle, elle pose des problèmes au niveau du calcul des vitesses induites. On doit négliger l'influence de chaque segment sur lui-même et effectuer autant de calcul qu'il y a de nœuds de maillage. Le gain par rapport à la première méthode est donc minime. Enfin la création du rotationnel, directement inspirée de la surface portante reste difficile à adapter aux fuselages. Il existe cependant des essais assez concluants (cf. [1.3]).

1.2.4.3 Méthodes stationnaires à tourbillons filamenteires

On a vu que l'un des problèmes majeurs des méthodes des tranches provient du fait que l'on néglige l'influence de la nappe sur elle-même.

Une méthode tridimensionnelle introduisant des lignes tourbillonnaires peut compléter utilement la méthode à vortex concentrés de BRYSON. Son principe est simple: on modélise chaque enroulement d'extrados par une ligne tourbillonnaire unique, dont la répartition est fournie par la méthode des tranches ou par voies expérimentales.

Quand la configuration reste symétrique ($\alpha < 25^\circ$ env. pour $L/D \approx 9$), deux lignes tourbillonnaires suffisent à modéliser l'écoulement d'extrados. La condition de glissement sur le corps est assurée par des panneaux sources.

Dans la méthode de BRYSON, le théorème de MILNE-THOMSON permet de vérifier dans chaque section la condition de glissement sur le cercle représentant le corps. Dans le cas tridimensionnel, si l'on relie par des segments porteurs les points images des points externes on obtient une ligne tourbillonnaire interne au corps qui rejoint la ligne externe à son origine à la paroi. Ceci revient à utiliser des tourbillons "fer à cheval" dont la moitié est à l'intérieur du corps. Cette technique permet de vérifier la condition de glissement sur le corps avec un maillage de panneaux sources assez grossier donc peu coûteux en calcul (fig. 1.13).

A partir de là trois méthodes de discrétisation des lignes tourbillonnaires sont envisageables (cf. [1.34]):

- Une ligne tourbillonnaire rectiligne
- Une ligne tourbillonnaire divisée en segments
- Une ligne tourbillonnaire "courbe".

Tout comme dans la méthode des tranches, on est amené à introduire un noyau tourbillonnaire pour éviter les singularités au voisinage des lignes porteuses. En dessous d'une certaine distance R_{co} (rayon de 'cut off'), la vitesse suit une loi arbitraire non singulière (en général linéaire) (cf. [1.34]). Ceci conduit sur des segments rectilignes à supprimer la vitesse auto-induite.

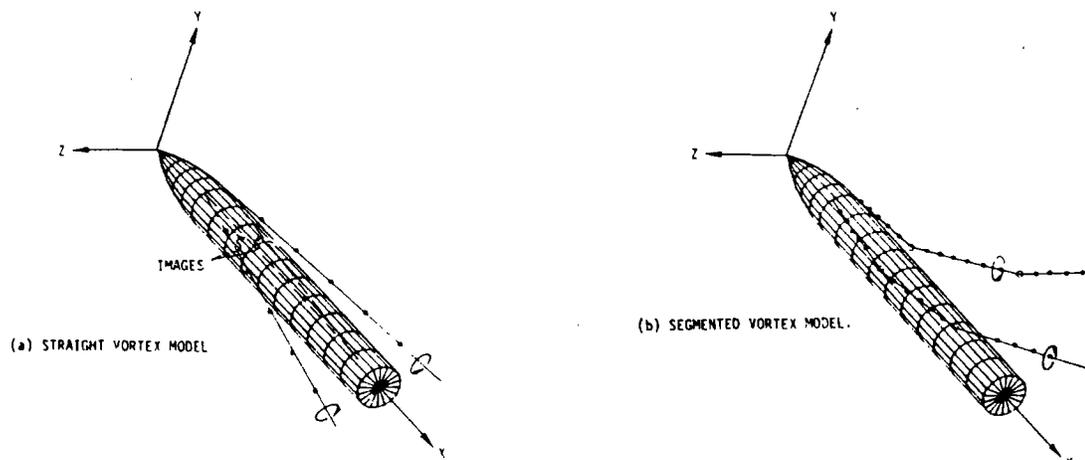


Figure 1.13 : Position des tourbillons de la méthode de DEFFENBAUGH et SCHEFFIELD (réf. [1.34])

La représentation par tourbillons rectilignes (cf. fig. 1.13), a l'avantage d'être simple. Un certain nombre de points sont disposés sur cette droite. La vitesse y est calculée en négligeant la vitesse induite de la droite sur elle-même (l'influence de l'image reste bien sûr conservée). Ces points sont ensuite déplacés de façon à aligner les segments qu'il constituent ainsi avec la vitesse locale. Ceci fait, on obtient un nuage de points qu'une nouvelle droite tourbillonnaire vient interpoler au sens des moindres carrés. La droite est ainsi déplacée jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de changement notable de sa position.

Au lieu d'une droite, les lignes tourbillonnaires peuvent être représentée par des segments de droite (cf. fig. 1.13), qui sont alignés avec la vitesse locale, calculée en général en leur milieu supprimant l'influence de chaque segment sur lui-même. La longueur des segments reste en général constante au cours de leur positionnement. Cette méthode est beaucoup plus longue à converger que la précédente et est également sujette à des instabilités.

Le calcul de la vitesse auto-induite est amélioré si lors de ce calcul on remplace le segment par un arc de cercle passant par ses deux extrémités et par un troisième point appartenant à un segment contigu. Ce second sert à estimer la courbure et le centre de courbure afin de construire l'arc de cercle en question. Cette méthode permet de trouver une vitesse auto-induite non nulle.

Ces méthodes, plus générales que les méthodes des tranches, comportent toutefois de nombreuses lacunes:

- Le calcul de la circulation Γ (variable) repose sur la méthode des tranches, ou sur des données expérimentales (souvent délicates à exploiter).
- L'introduction d'un noyau visqueux (cut off) pose des problèmes au voisinage des parois. En effet quand ce noyau englobe un point de contrôle de la paroi la vitesse induite dépend alors de la loi de vitesse à l'intérieur du noyau. Les résultats finissent donc par dépendre de cette loi qui n'est pas toujours très physique. De plus la distance de 'cut off' joue un rôle important sur les efforts obtenus, ce qui n'est pas très réaliste.
- Par son principe même, la modélisation par tourbillon rectiligne peut aboutir à des oscillations qui l'empêchent de converger. Ces fluctuations sont liées à l'interpolation linéaire, qui ne permettent pas d'approcher de suffisamment près les points déplacés, et introduit des instabilités.

Ce type de méthode tourbillonnaire est encore imprécis. SHEFFIELD et DEFFENBAUGH concluent d'ailleurs leur étude (cf. [1.34]) sur ce sujet, en proposant de remplacer cette technique par un équilibrage de nappe de glissement tel que nous le ferons dans notre étude (cf Chap.IV).

VAN TUYL (cf. [1.35]) a proposé une méthode tourbillonnaire complètement théorique qui supplante largement la technique de SHEFFIELD et DEFFENBAUGH, bien que légèrement plus coûteuse en temps de calcul.

La nappe décollée est représentée cette fois par un ensemble de lignes tourbillonnaires discrétisées par des segments. Cette fois, chaque ligne tourbillonnaire est porteuse d'une circulation Γ constante. La condition de glissement sur le corps est assurée par des panneaux sources répartis à la paroi

Les lignes tourbillonnaires peuvent être construites de deux manières selon la symétrie du problème:

- Dans le cas général, elles pénètrent dans le fuselage au niveau de la ligne de séparation en un point de contrôle de panneau source. Elle atteint ensuite l'axe du missile et le suit jusqu'à l'infini aval (cf. fig. 1.14).
- Dans les configurations symétriques, les lignes tourbillonnaires traversent également la paroi au niveau de la séparation en un point de contrôle mais elle ressortent au point symétrique de l'autre côté de l'engin sur la ligne de séparation (cf fig. 1.14).

Dans les deux cas, le premier segment extérieur au corps est pris tangent à la ligne de décollement.

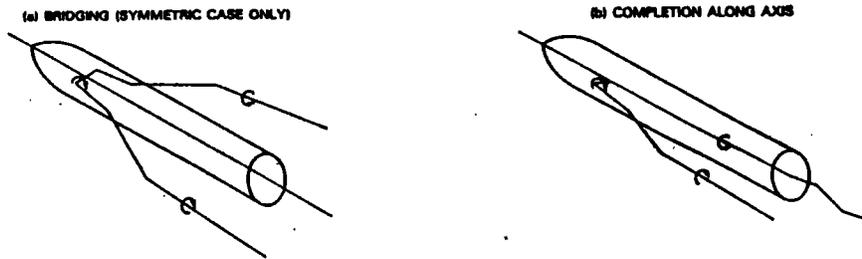


Figure 1.14 : Position des tourbillons de la méthode de VAN TUYL (réf. [1.35])

La théorie de VAN TUYL repose sur l'hypothèse qu'au niveau du décollement, la vitesse à l'intrados V^- est tangente à la ligne de séparation, alors qu'à l'extrados V^+ se décompose en deux parties (v_1, v_2) où v_1 est la composante tangente à la ligne de séparation et v_2 , la composante normale à la séparation et tangente à la nappe.

Compte tenu de l'équilibre des pressions statiques et totales en tout point au travers de cette nappe (cf. chap. IV), on a :

$$V^2 = v_1^2 + v_2^2$$

Soient deux points M_1 M_2 situés de part et d'autre de la nappe au niveau de la ligne de séparation, la propriété fondamentale des nappes tourbillonnaire s'écrit alors :

$$\Gamma = \int_{M_1}^{M_2} \vec{U} \cdot d\vec{l} = \int_O^M (\vec{U}_2 - \vec{U}_1) \cdot d\vec{l} = \int_0^s (\vec{U}_2 - \vec{U}_1) \cdot d\vec{l}$$

- où
- $\vec{U}_2 = (v_1, v_2, 0)$: Vitesse à l'extrados du décollement
 - $\vec{U}_1 = (V, 0, 0)$: Vitesse à l'intrados du décollement
 - O : Point origine de la nappe le long de la ligne de décollement
 - M : Point le long de la ligne de séparation
 - M_1, M_2 : Points respectivement à l'intrados et à l'extrados de M par rapport à la nappe
 - Γ : Circulation le long de la ligne de séparation
 - s : Abscisse curviligne le long de la séparation

On en déduit du côté bâbord de l'engin :

$$\frac{d\Gamma}{ds} = v_1 - V \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} : \text{Norme de la vitesse, composante tangentielle de} \\ \text{la vitesse à l'intrados de la séparation} \\ v_1 : \text{Composante tangentielle de la vitesse à l'extrados de la séparation} \\ \frac{d\Gamma}{ds} : \text{Dérivée de la circulation le long de la ligne de séparation} \end{array} \right.$$

En remplaçant V par sa valeur en fonction des composantes v_1 et v_2 on trouve finalement:

$$\frac{d\Gamma}{ds} = - \frac{v_2^2}{v_1 + V} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} V = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} : \text{Norme de la vitesse, composante tangentielle de} \\ \text{la vitesse à l'intrados de la séparation} \\ v_1, v_2 : \text{Composantes tangentielle et normale de la vitesse à l'extrados} \\ \frac{d\Gamma}{ds} : \text{Dérivée de la circulation le long de la ligne de séparation} \end{array} \right.$$

A partir de cette propriété il est possible de trouver la circulation $\Delta\Gamma_k$ portée par la k ème ligne tourbillonnaire au point M_k grâce à la relation:

$$\boxed{\Delta\Gamma_k = \left(\frac{d\Gamma}{ds}\right)_k \Delta s_k} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{d\Gamma}{ds}\right)_k : \text{Dérivée locale de la circulation calculée} \\ \text{à partir des vitesse intrados et extrados} \\ \Delta s_k : \text{Longueur du segment de la } k \text{ème ligne tourbillonnaire} \\ \text{tangent à la séparation} \\ \Delta\Gamma_k : \text{Circulation portée par la } k \text{ème ligne tourbillonnaire} \end{array} \right.$$

Ceci signifie que la variation de circulation le long de la ligne de séparation en un point M_k provient de la circulation $\Delta\Gamma_k$ de la ligne tourbillonnaire qui quitte la paroi en M_k . (Cette démarche est à rapprocher, en un sens, des théories du style 'ligne portante').

Pour calculer la vitesse sur la ligne de séparation on utilise les vitesses induites par les panneaux sources aux deux extrémités des segments tourbillonnaires tangents au décollement (ces deux points sont points de contrôle du maillage source). On estime par interpolation linéaire la vitesse induite par le corps au milieu de ces segments. On y ajoute alors la vitesse induite par les lignes tourbillonnaires. Le terme $(d\Gamma/ds)_k$ est alors calculé, on en déduit la circulation portée par la ligne tourbillonnaire.

Une fois les circulations tourbillonnaires calculées la nappe est alignée avec le champ des vitesses d'une manière proche de celle utilisée par SHEFFIELD et DEFFENBAUGH. Tant que la position de la nappe évolue de manière sensible on itère le processus décrit ci-dessus :

- Calcul des circulations et des répartitions de sources à nappe fixée
- Déplacement de la nappe avec des répartitions de singularités données.

Comme dans toutes les techniques stationnaires, c'est l'orientation locale de la nappe qui sert de critère de convergence. Ceci permet d'éviter, à chaque itération, un calcul de coefficients globaux, nécessaire avec les méthodes instationnaires et très coûteux en temps de calcul.

Cette méthode semble donner d'assez bons résultats. VAN TUYL a comparé les coefficients de pression obtenus avec un programme de résolution de NAVIER-STOKES avec hypothèse de couche mince et à l'expérience. Les valeurs des C_p obtenus par la méthode sont meilleures à l'intrados où l'influence du décollement et des enroulements est plus modérée. VAN TUYL n'a cependant pas fourni de résultats concernant les $C_{Nlocaux}$, qui auraient pu valider le modèle de façon plus nette (cf. [1.35]).

On ne peut formuler que deux remarques à l'encontre de cette technique de calcul:

- Un point délicat de la méthode réside dans l'hypothèse portant sur l'orientation de la vitesse au niveau de la ligne de séparation. Mais ce problème est inhérent à toutes les méthodes fluides parfait (cf Chap II et IV).
- Comme la plupart des techniques à lignes tourbillonnaires il est nécessaire d'effectuer une hypothèse de "noyau visqueux" ('cut off') pour négliger l'influence singulière des segments tourbillonnaires sur eux mêmes. Dans les méthodes de SHEFFIELD et DEFFENBAUGH ce noyau tourbillonnaire a un sens physique (cœur des enroulements). Ce n'est plus le cas lorsqu'il s'agit de lignes modélisant une nappe tourbillonnaire. Toutefois VAN TUYL essaie de minimiser l'influence de la distance de 'cut off' choisie par des techniques d'alignement des segments ne nécessitant pas, pour chaque segment, un calcul de la vitesse auto-induite (cf. [1.35]).

Cette méthode, qui permet en outre de traiter des cas dissymétriques, est une des plus employées actuellement.

1.2.4.4 Méthodes stationnaires avec nappes de doublets équilibrés.

Dans ce paragraphe nous présentons rapidement les diverses variantes de la méthode des panneaux doublets que nous avons mise en œuvre sur les fuselages et dont la théorie complète est exposée au chapitre IV du mémoire. Le principal but de ce paragraphe est de montrer comment cette technique pallie certains défauts des méthodes lagrangiennes ou à filaments tourbillonnaires.

La technique, proposée ici, représente le sillage par une nappe de glissement, modélisée par une surface porteuse de doublets normaux, comme on l'a vu au § 1.2.3. Sa structure est régie par les conditions de RANKINE HUGONIOT (cf. Chap IV): Dans le cas stationnaire, la pression statique doit être identique de part et d'autre de la nappe qui doit en outre vérifier la condition de glissement (cf chap. IV).

Les problèmes liés aux modélisations présentées précédemment sont les suivants:

- Les méthodes instationnaires nécessitent un calcul des coefficients globaux à chaque itérations afin de déterminer si l'état stationnaire est atteint ou non.
- La méthode utilisant des particule porteuses de tourbillons exige un calcul d'influence très lourd; il y a en effet à calculer la vitesse en deux fois plus de points environ que sur un maillage de panneaux doublets ou le long des lignes tourbillonnaires, pour une même qualité de représentation de l'écoulement.
- Toutes les techniques utilisant une répartition tridimensionnelle de tourbillons doivent introduire des hypothèses, souvent peu physiques, lors du calcul des vitesses auto-induites par les éléments porteurs de tourbillon.

La méthode utilisant des nappes doublets a des temps de calcul voisins des programmes introduisant des tourbillons filamentaires. Elle ne nécessite pas de calcul des coefficients globaux à chaque itération. De plus, elle effectue le calcul des vitesses en des points de contrôle, généralement choisis aux barycentres des facettes. Cela évite donc toute singularité lors de l'estimation des vitesses auto-induites.

En revanche, ce procédé ne donne pas un nombre suffisant d'équations pour positionner la nappe. On peut alors achever la construction de celle-ci à l'aide de plusieurs techniques différentes:

- Trouver une contrainte supplémentaire (en général géométrique) et optimiser la forme de la nappe en fonction de cette nouvelle contrainte. RIVOIRE et COLIN (cf. [1.29]) utilisent cette technique avec succès lors de l'équilibrage de sillages d'ailes hypersustentées. Ils imposent une courbure minimale de la nappe. Cette condition semble malheureusement peu adaptée au calcul des enroulements d'extrados d'un fuselage, compte tenu de leur géométrie.
- Déplacer les points de contrôle pour vérifier les conditions de RANKINE HUGONOT. On reconstruit alors la nappe à partir de ces points déplacés en introduisant une contrainte géométrique locale permettant d'initialiser la reconstruction. Cette méthode, assez séduisante de prime abord, se heurte rapidement à des instabilités géométriques. (cf chap.IV).
- Choisir une forme de maillage de la nappe qui évite le problème (avec un point origine). Cette solution, est écartée pour des raisons théoriques développées au chapitre IV.
- A partir du champ des vitesses aux points de contrôle, interpoler la vitesse au niveau des segments tourbillonnaires équivalents. Une extrapolation est alors nécessaire aux extrémités de la nappe. Nous utilisons un algorithme voisin qui est détaillé au chapitre IV.

Une méthode utilisant des panneaux doublets normaux semble donc mathématiquement mieux adaptée au calcul de nappe de glissement qu'une modélisation tourbillonnaire filamentaire tout en conservant leur principaux avantages (simplicité, temps de calcul réduits). Sa mise en œuvre sur extrados de fuselage est l'un des objets du présent travail.

1.3 Cadre de l'étude - Objectifs

Le présent travail concerne uniquement les incidences où l'écoulement d'extrados reste symétrique. La phase expérimentale étudie exclusivement un missile d'élancement $L/D = 9$, dont l'ogive, pointue, est à méridienne circulaire d'une longueur de trois calibres (cf. fig.1.15). Les incidences étudiées vont de 0° à 25° . Dans ce cadre, la structure des tourbillons d'extrados est symétrique.

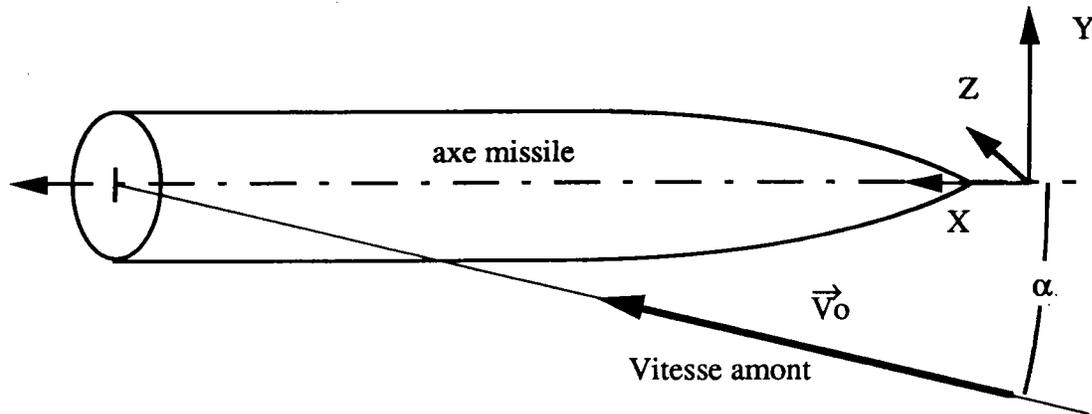


figure 1.15 : axes de référence du missile étudié

L'objectif de l'étude est de modéliser cet écoulement par des nappes de glissement en utilisant la théorie des singularités. Cette démarche comporte quatre étapes:

- Tout d'abord, une étude expérimentale analyse la structure de l'écoulement. Elle permet de construire les nappes d'une manière cohérente avec la réalité physique. De plus, elle fixe les limites de la modélisation fluide parfait, tout particulièrement au voisinage du décollement. Elle montre également le rôle particulier de certaines surfaces de courant. Cette analyse ne peut se faire qu'avec l'aide de la topologie des écoulements tridimensionnels. Cette théorie est donc introduite au préalable, afin de préciser clairement les justifications qu'elle apporte dans la suite du travail. L'étude expérimentale apporte des justifications nécessaires à l'application d'une forme simplifiée d'équilibrage de nappes. De plus, elle donne des renseignements sur la position de la nappe et sa structure. Elle permet ainsi de fixer le point de départ à la paroi d'une couche de cisaillement modélisée en fluide parfait par une surface de glissement.
- Le couplage couche limite/fluide parfait a été écarté d'emblée (il pourrait constituer éventuellement une étape consécutive au présent travail). De ce fait, la position du décollement doit être fournie par l'expérience. L'étude qualitative du décollement permet de proposer une expression générale de sa position. Elle dépend alors de quatre coefficients déterminés par des relevés expérimentaux le long du fuselage. Si la forme générale reste valable pour toutes les ogives pointues, ces derniers coefficients sont a priori à estimer pour chaque fuselage. Toutefois les valeurs de certains d'entre eux ne dépendent que des conditions amont de l'écoulement (Nombres de Mach et Reynolds), ce qui leur donne un caractère assez général.
- Une fois la ligne de séparation fixée, le calcul théorique est mené en déplaçant les nappes de façon à leur faire vérifier les conditions de RANKINE-HUGONIOT. Les enroulements d'extrados sont alors reproduits. La nappe issue du culot est ensuite ajoutée au système.

La formation des enroulements tourbillonnaires est souvent associée à un phénomène visqueux ou instationnaire. Si ces contributions ne sont pas remises en cause ici, on démontre le rôle prépondérant tenu par les seules forces d'inertie.

Paradoxalement, le caractère tridimensionnel apparaît alors comme un élément de simplification des modélisations. En effet en 2D stationnaire il n'est pas possible de construire une ligne tourbillonnaire finie qui ne soit pas contournée par l'écoulement (cf. annexe 1.2). La troisième dimension apporte la possibilité de bâtir des nappes tourbillonnaires cohérentes avec la réalité physique.

Le but de l'étude est ainsi de montrer qu'il est possible de modéliser les enroulements d'extrados d'un fuselage, dans le cadre d'une théorie fluide parfait en écoulement stationnaire incompressible, à l'aide de telles nappes. A partir de la seule connaissance de la ligne de décollement, une modélisation de l'écoulement autour d'un fuselage en incidence peut être ainsi tentée.

II) TOPOLOGIE DES ECOULEMENTS TRIDIMENSIONNELS

2.1 Introduction

L'étude des écoulements tridimensionnels exige une vision globale de leur structure. Par exemple, il n'est plus possible de prévoir le décollement par un simple critère local (sur le Coefficient de frottement). La compréhension des écoulements en trois dimensions nécessite une procédure précise et des règles commodes pour avancer à pas comptés dans le travail d'analyse. La topologie répond à ce besoin.

La topologie des écoulements pariétaux est la discipline qui permet d'étudier qualitativement les formes possibles des trajectoires à la surface d'un obstacle. Elle donne en particulier des règles simples permettant d'interpréter les visualisations pariétales. Elle sert également à vérifier la cohérence de certains résultats numériques (cf. [2.1]). Elle est ainsi l'outil de base de l'étude du décollement de la couche limite tridimensionnelle le long d'un fuselage en incidence.

Par ailleurs, l'application de la topologie peut être étendue aux écoulements hors paroi. Elle guide, là aussi, l'analyse des résultats expérimentaux (plan LASER, Vélocimétrie LASER, sonde cinq-trous (cf.[2.4])). A ce titre, elle facilite l'étude de l'écoulement tourbillonnaire d'extrados sur les missiles en incidence.

Dans ce qui suit, nous allons exposer les principales règles de la topologie et présenter quelques applications sur les fuselages en incidence.

2.2 Topologie des lignes pariétales

Nous allons, dans un premier temps, présenter les principales propriétés de la topologie des écoulements au voisinage immédiat de la paroi d'un obstacle.

2.2.1. Loi fondamentale - Définitions des points singuliers

Les trajectoires d'un écoulement vérifient l'équation:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}(\vec{x}) \quad \{\text{éq 2.1}\} \quad \text{où } \vec{x} \text{ est la position d'un point courant, } \vec{v}(\vec{x}), \text{ la vitesse en ce point.}$$

La théorie des équations différentielles de champs vectoriels montre alors que les trajectoires solutions de cette équation ne peuvent se couper (cf. [2.10]). Il existe deux exceptions à cette règle:

- Pour un écoulement instationnaire,
- Dans le cas stationnaire, en des points où la vitesse s'annule. Ces points se situent alors sur des surfaces singulières (surface d'adhérence ou de glissement). Les lignes qui se coupent se situent nécessairement sur cette surface. Cette condition empêche qu'un tube de courant (de débit non nul) aboutisse sur un point singulier.

Ces équations sont appelées autonomes (cf. [2.2],[2.5],[2.15], [2.16],[2.23]). Nous ne nous intéressons par la suite qu'au cas stationnaire. La condition d'adhérence implique que la vitesse s'annule à la surface des obstacles. La paroi de l'obstacle joue alors le rôle de surface singulière. Le champ des vitesses tend donc vers une structure pariétale où les lignes de courant peuvent se couper. Les lieux où ceci se produit s'appellent points singuliers (ou points critiques). Dans le cas stationnaire, il n'existe donc des points singuliers de ce type qu'à la paroi des obstacles. Ceci n'est vrai, bien sûr, que si la condition d'adhérence y est vérifiée (paroi non poreuse). Puisque la vitesse n'a pas de direction privilégiée au niveau des points singuliers (il s'y coupe au moins deux lignes de courant pariétales) sa dérivée perpendiculairement à la paroi est nulle. Le frottement pariétal s'annule donc en ces points.

En s'inspirant des propriétés du décollement bidimensionnel, il vient naturellement à l'esprit de relier la présence de points singuliers à un éventuel décollement de la couche limite tridimensionnelle. MASKELL, LEGENDRE et LIGHTHILL (cf [2.9],[2.11],[2.12]) ont mené une étude de ces points où $\tau_p=0$. Ils ont utilisé pour cela les travaux de POINCARÉ (cf [2.10],[2.11],[2.12], Annexe 2.1). On en déduit alors que les points singuliers à la surface d'un obstacle sont isolés les uns des autres. Une ligne de décollement tridimensionnel ne peut donc pas être constituée d'un ensemble continu de points singuliers. On démontre ainsi que, contrairement au cas bidimensionnel, le frottement pariétal ne s'annule pas uniformément le long de la ligne de décollement qui n'est qu'une ligne de courant reliant entre eux certains points critiques.

De ces travaux est apparue la loi fondamentale de la topologie des écoulements pariétaux: Les lignes de courant d'un écoulement tridimensionnel ne peuvent intercepter la paroi d'un obstacle qu'en un ensemble discret de points singuliers où le frottement pariétal s'annule. Cette loi distingue nettement les écoulements tridimensionnels de toute extrapolation issue du cas bidimensionnel. En effet, dans ce cas, l'écoulement quitte la paroi au niveau du décollement. En tridimensionnel, les particules fluides contournent en général le décollement tout en restant à la paroi (sauf justement aux points singuliers). La ligne de décollement est alors appelée ligne de séparation car elle partage l'écoulement pariétal en canalisant les lignes d'un point singulier à un autre (cf. annexe 2.2).

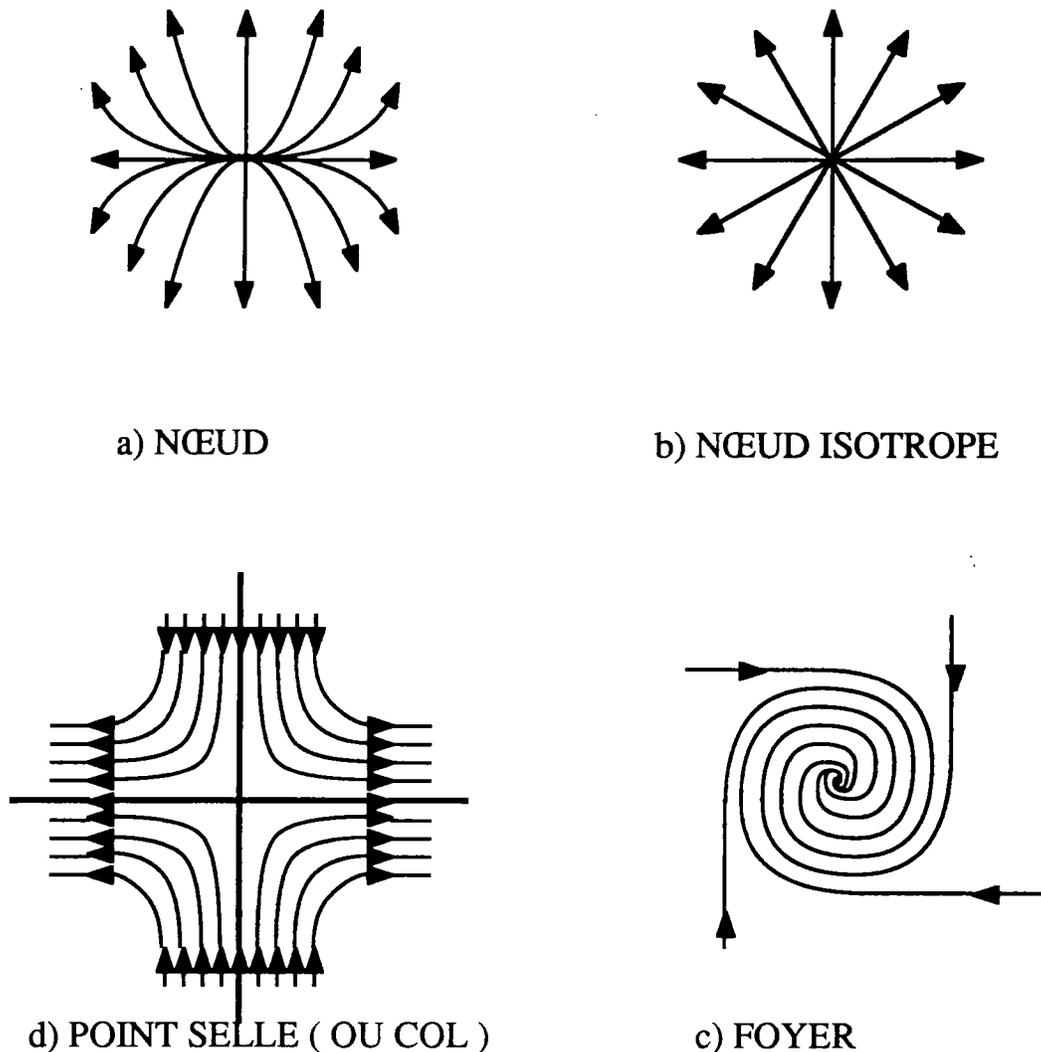


Figure 2.1 : divers points singuliers

Le fait que coefficient de frottement s'annule aux points singuliers donne un caractère particulier aux lignes pariétales qui les avoisinent (cf. annexe 2.1). On dégage ainsi trois sortes de points critiques:

- Les nœuds sont des points où se coupent toutes les lignes avoisinantes (cf. fig.2.1). Elles peuvent diverger de ces points (lors de l'attachement d'un filet fluide à la paroi) ou diverger de ces points (lors du décollement d'un filet pariétal). On parle alors (respectivement) de nœuds d'attachement ou de nœuds de séparation.
- Les foyers sont les points où toutes les lignes pariétales avoisinantes s'enroulent en une spirale de plus en plus resserrée (cf. fig.2.1). Le foyer n'est jamais atteint par ces lignes. Mais il correspond à leur point d'intersection asymptotique. Ceci confère d'ailleurs la même nature topologique aux foyers et aux nœuds. Tout comme les nœuds, les foyers peuvent être convergents ou divergents. Mais en général le foyer correspond à un point de séparation de l'écoulement pariétal (les lignes voisines y convergent). On montre en effet que le foyer d'attachement (lignes divergentes) est une structure instable (cf.[2.18]). La séparation par foyer est très répandue. Elle correspond à un décollement en "trombe" où les lignes pariétales sont aspirées avant de quitter la paroi. Ce mécanisme est souvent issu d'une réorientation rapide des gradients de pression à la paroi. On le trouve essentiellement sur des corps à géométrie rapidement variable (ogive hémisphérique par exemple).

- Les points selles (ou cols) sont des points singuliers où se coupent deux lignes pariétales qui partagent le champ des lignes avoisinantes en quatre (cf. fig.2.1). L'une de ces deux lignes particulières est une ligne d'attachement; toutes les lignes voisines ont tendance à s'en écarter. Ceci correspond à une convergence de l'écoulement extérieur vers la paroi. L'autre ligne, coupant le col, est une ligne de séparation (ou séparatrice) vers laquelle les lignes avoisinantes convergent.

Une étude plus générale de l'écoulement au voisinage de la paroi permet de relier de façon plus étroite les points singuliers et une séparation de l'écoulement.(cf Annexe 2.5).

2.2.2 Agencement des points critiques à la paroi

Il n'existe pas de théorie mathématique rigoureuse qui permette de fixer l'agencement global des points singuliers à la surface d'un obstacle quelconque. Quoiqu'il en soit le rotationnel est tangent à la paroi. De ce fait, il ne peut y avoir cisaillement entre les lignes pariétales. De plus celles-ci ne peuvent se couper qu'aux points singuliers. Compte tenu de ces deux remarques, une loi concernant la répartition des points critiques a pu être établie, de manière plus ou moins rigoureuse.(cf. [5],[7],[10], Annexe 2.2). La règle de disposition des points singuliers à la surface d'un corps est la suivante:

$N - S = 2$ où N : Nombre de nœuds ou foyers à la paroi

S : Nombre de points selles à la paroi.

Cette loi s'applique aux corps topologiquement équivalents à une sphère (d'où son nom anglais 'hairy sphere theorem'). Cette équivalence topologique impose que le corps soit connexe et de dimension finie. En revanche elle ne préjuge en rien de la régularité du corps, qui n'influe pas sur la cohérence de l'écoulement pariétal. Les singularités géométriques éventuelles rajoutent seulement des séparations obligées (arêtes vives) ou rapprochent certains points singuliers (pointes). Cette règle topologique est donc universelle. Cependant elle exige de considérer le corps dans son ensemble, ce qui n'est pas toujours commode. Pour cela d'autres surfaces annexes seront introduites pour faciliter l'analyse locale de l'écoulement (cf. § 2.3).

2.2.3 Caractérisation pariétale d'un décollement

La topologie des lignes pariétales sert, on l'a vu, à structurer l'écoulement à la surface d'un obstacle. Elle permet également de détecter certains phénomènes hors paroi, comme le décollement de l'écoulement. LIGHTHILL et LEGENDRE (cf. [2.3],[2.4]) montrent de manière simple que le décollement correspond à l'existence d'une ligne de séparation à la paroi. Pour cela, il considère une tube de courant de largeur b et de hauteur h , au voisinage immédiat de la paroi.(cf. annexe 2.4). S'il passe un débit q_m dans ce tube, alors la hauteur h est donnée par :

$$h = \sqrt{\frac{q_m \mu}{\rho} \cdot \frac{1}{b \tau_p}} = \frac{K(\rho)}{\sqrt{b \tau_p}} \quad \text{(éq 2.2)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} K(\rho) : \text{fonction de } \rho \text{ (masse volumique)} \\ \tau_p : \text{frottement pariétal} \\ b : \text{Largeur du tube de courant} \end{cases}$$

On s'aperçoit qu'il existe deux cas où h tend vers l'infini:

- Au voisinage d'un point singulier où τ_p s'annule.(cf Annexe 2.5)
- Au voisinage d'une ligne de séparation où b tend vers zéro. Toutes les lignes pariétales convergeant vers la séparatrice.

Le cas du point singulier correspond à un nœud de séparation. L'émergence de l'écoulement pariétal est alors localisée au voisinage immédiat du point critique où une ligne pariétale quitte effectivement la paroi. Cette configuration peut se présenter sans qu'il y ait décollement de couche limite (contournement de corps tridimensionnels; cf.[2.2],[2.6], [2.8], [2.11], [2.12]).

L'autre éventualité représente un décollement à la paroi. Le raisonnement ci-dessus montre que la présence d'une ligne de séparation pariétale correspond à un décollement de la couche limite. Il établit également que ce "surgissement" de l'écoulement pariétal dans l'écoulement externe est d'autant plus violent que les lignes de frottement convergent rapidement vers la séparatrice.

Par ailleurs, les démonstrations précédentes n'utilisent pas les hypothèses de couche mince liées à la couche limite. Elles se basent uniquement sur la condition d'adhérence. Certains auteurs parlent alors de décollement des filets pariétaux ('fluid particles separation') (cf. [2.23]). Cette nomenclature veut ainsi dissocier ce type de décollement de la notion de couche limite, liée aux seuls grands nombres de Reynolds.

Enfin, le décollement n'est donc lié qu'à la convergence des lignes pariétales vers une ligne particulière. Cette ligne n'est a priori associée à aucune structure de points singuliers. Cependant, dans la plupart des cas, cette ligne de séparation est issue d'un point selle (cf. § 2.2.1.). La nécessité d'un tel point sera discutée plus loin.

Par la suite, nous parlons de séparation lorsqu'il y a convergence des lignes pariétales vers une ligne particulière, qui sera alors appelée séparatrice. Certains auteurs appellent cette structure séparation effective (cf [2.4]). C'est en effet à partir de ce moment que les lignes pariétales surgissent effectivement de la paroi (cf fig.2.2).

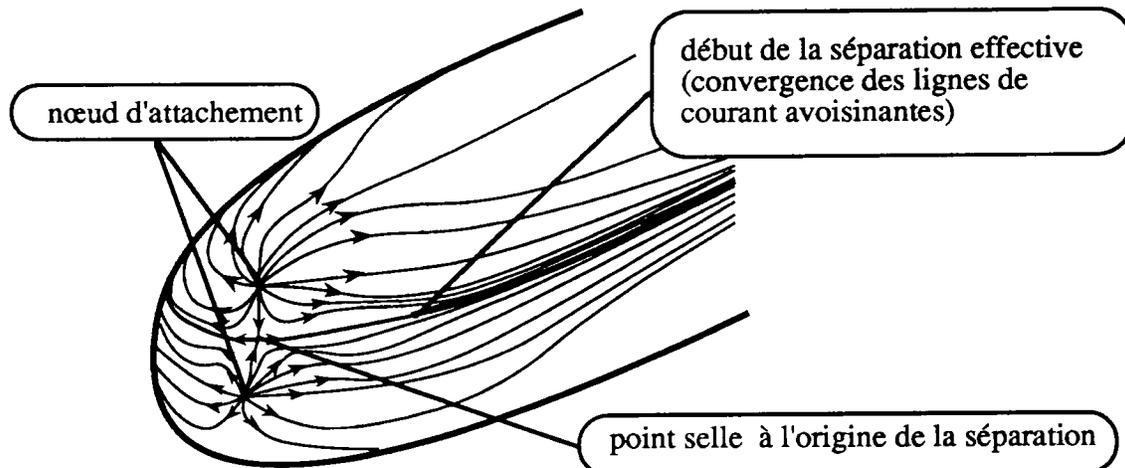


Figure 2.2 : Séparation effective

2.3 Topologie des écoulements hors paroi

2.3.1 Généralités - Définition

La présence d'un point singulier dans un écoulement stationnaire est liée à la structure de l'équation des trajectoires et à la vérification de la condition de glissement (ou d'adhérence). La surface d'un obstacle constitue donc un lieu possible pour des points singuliers, mais il en existe d'autres au sein du fluide. Ainsi toute nappe de courant peut contenir des points singuliers. Un éventuel plan de symétrie de l'écoulement est, par exemple, une surface très intéressante de ce point de vue. On y trouve en particulier un nœud d'attachement au moins, et d'éventuels foyers. Mais, sauf exception, les autres surfaces de courant sont trop complexes pour être exploitées.

Pour faciliter l'analyse du problème on coupe alors l'écoulement par un plan fictif $P=(O',X_1,X_2)$. Considérons maintenant la restriction de la vitesse au plan vectoriel (X_1, X_2) . Ce nouveau champ admet, par construction, le plan P comme surface de courant. On trace les trajectoires de ce champ réduit qui peuvent donc se couper en des points singuliers sur P . Il devient alors possible de structurer ces trajectoires et d'analyser le comportement de certaines composantes de l'écoulement. Cependant, les trajectoires ainsi obtenues ne sont pas celles de l'écoulement ni même leur projection sur P . Le plan P est parfois remplacé par d'autres surfaces simples (sphères, cylindres). On définit de même la restriction de la vitesse à l'aide des coordonnées curvilignes associées à ces géométries.

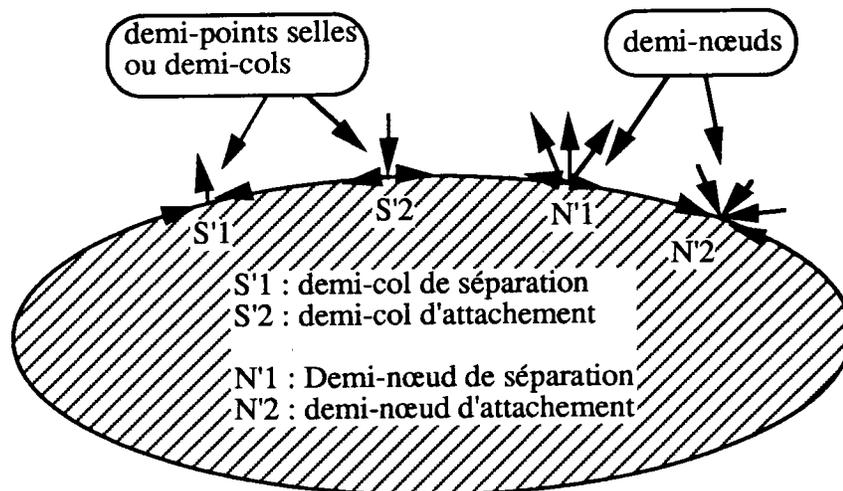


Figure 2.3 : demi-points critiques

A condition de choisir des champs restreints intéressants, on s'aperçoit que ce nouvel outil facilite grandement la compréhension de l'écoulement. On retrouve alors les trois points singuliers classiques: Nœuds, foyers, cols. Mais, si la surface de restriction coupe une paroi, il peut exister un point singulier à l'intersection de P et de la paroi. Seul l'écoulement situé au-dessus de la paroi atteint ce point (cf fig.2.3). On parle alors de "demi-point" singulier. On définit ainsi:

- Le demi-nœud: Il correspond à une aspiration ou à une injection du fluide de la paroi. Il apparaît, par exemple, lorsqu'un dispositif expérimental injecte du fluide à la paroi ou en aspire (cf [2.18]).
- Le demi-col, extrêmement utile car il correspond à l'attachement ou à la séparation du fluide de la paroi. Il se remarque lorsqu'une ligne de séparation (resp. d'attachement) est coupée par le plan d'observation.(cf.2.4)

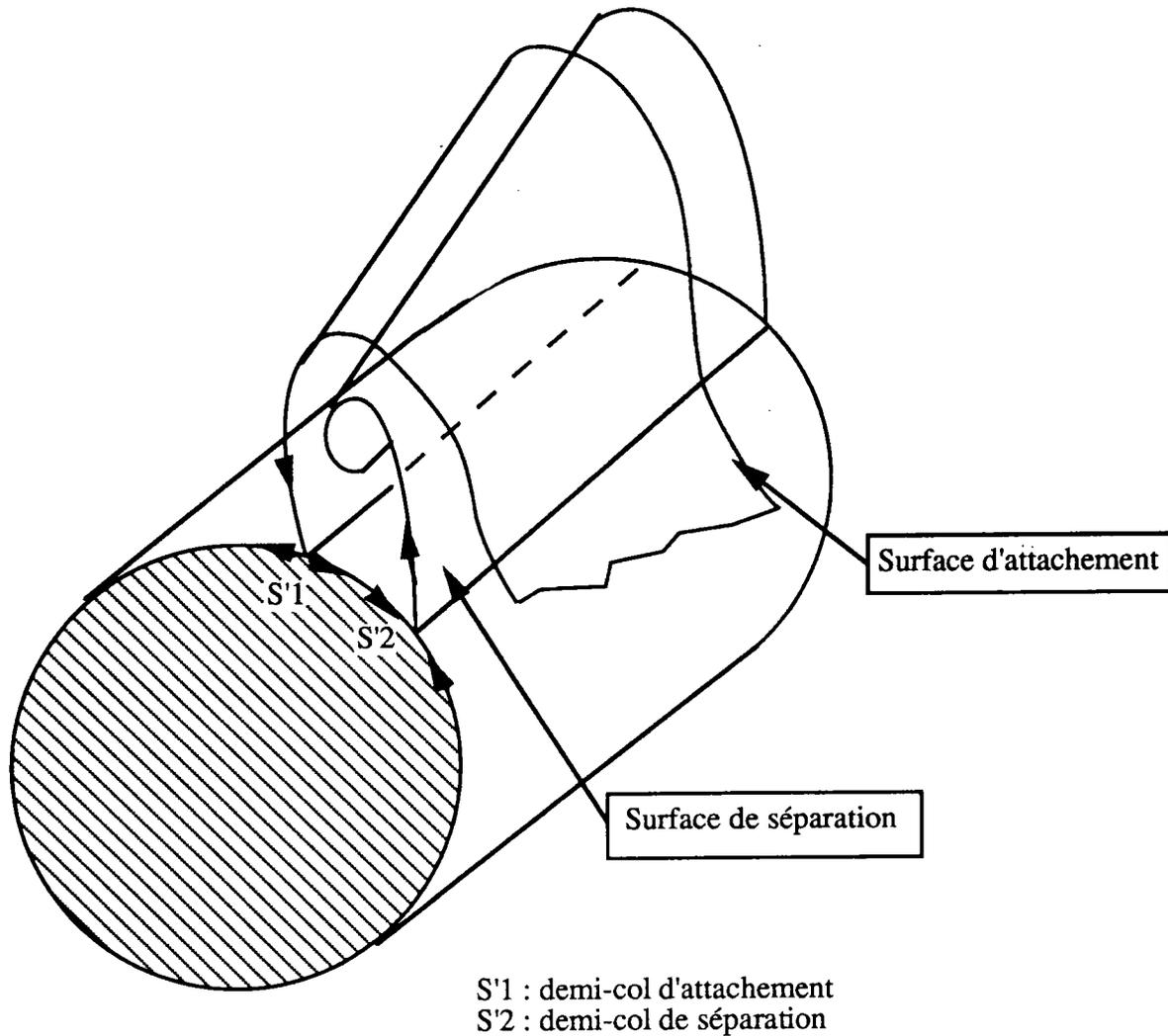


Figure 2.4 : Demi-col

Il est à noter que l'intersection d'une "vraie" surface de glissement (champ complet des vitesses) et d'une paroi peut contenir de tels points. En revanche, quand ces surfaces sont remplacées par des surfaces solides les demi-points singuliers disparaissent du fait de la condition d'adhérence. Un montage à la paroi montre ainsi une structure topologique ne faisant apparaître que des points singuliers simples.

2.3.2 Agencement des points critiques hors paroi

De manière analogue aux écoulements pariétaux, on a pu établir certaines règles concernant la répartition des points singuliers hors parois. Dans le cas d'un plan de symétrie la démonstration est identique à celle déjà employée à la paroi. En effet, par symétrie le rotationnel est tangent à ce plan. Dans le cas d'autres surfaces de glissement ou de restrictions à des surfaces fictives, le rotationnel n'est pas tangent à la nappe d'étude. Les propriétés sont alors établies essentiellement à partir d'observations expérimentales. Les surfaces les plus usitées sont en général les plans de symétrie éventuels et les plans perpendiculaires à un axe de symétrie.

La plus utile de ces règles concerne la "coupe" du champ des vitesses par un plan confondu ou non avec un plan de symétrie. On a alors:

$$\left(N + \frac{1}{2} N'\right) - \left(S + \frac{1}{2} S'\right) = -1 \quad \text{(éq 2.3)} \quad \text{Où: } \begin{cases} N : \text{Nombre de nœuds} \\ N' : \text{Nombre de demi-nœuds} \\ S : \text{Nombre de points selles} \\ S' : \text{Nombre de demi-points selles} \end{cases}$$

Cette règle est particulièrement efficace pour analyser l'écoulement tourbillonnaire à l'extrados d'un missile. (cf. [2.3], [2.18]). Cette règle a été généralisée par HUNT et al. (cf [2.8]) à plusieurs corps coupés par un même plan. On a alors:

$$\left(N + \frac{1}{2} N'\right) - \left(S + \frac{1}{2} S'\right) = 1 - n \quad \text{Où: } \begin{cases} N : \text{Nombre de nœuds} \\ N' : \text{Nombre de demi-nœuds} \\ S : \text{Nombre de points selles} \\ S' : \text{Nombre de demi-points selles} \\ n = \text{Nombre de domaines délimités par les parois} \end{cases}$$

Dans le cas d'un domaine fluide sans obstacle ou si ce dernier est relié à une paroi, $n=1$; il n'y a qu'un seul domaine. Dans la présence d'un obstacle vient ajouter un domaine de plus. On retrouve la loi déjà citée plus haut. Si le plan coupe k obstacles, n vaut $k+1$.

Certaines règles introduisent des surfaces planes connectées uniformément au corps étudiés. Ceci facilite le dépouillement de montages à la paroi. Pour un obstacle relié uniformément à un plan infini, la règle suivante s'énonce: $N - S = 0$. Il y a autant de points selles que de nœuds à la surface du solide obstacle+plan. Pour d'autres règles spécifiques on se référera à HUNT&AL. (cf. [2.8].).

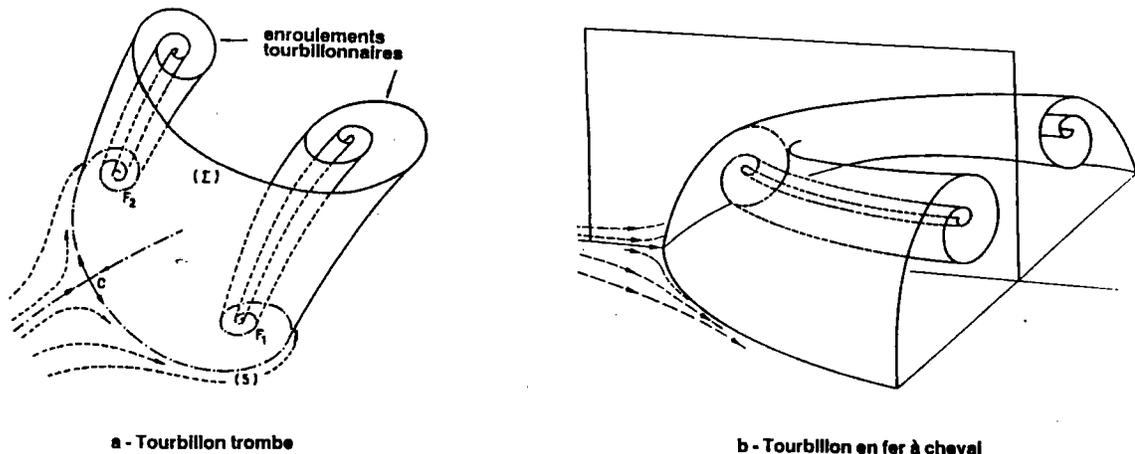


Figure 2.5 : Décollement en trombe et décollement en fer à cheval
(réf. CHANETZ&DELERY [2.4])

2.4 Structures topologiques du décollement tridimensionnel

2.4.1 Introduction

Les visualisations expérimentales sont souvent imprécises et sujettes à des interprétations diverses (cf. chap.III). La topologie guide l'analyse de ces résultats expérimentaux pour repérer et comprendre la séparation tridimensionnelle.

A partir de la structure des spectres pariétaux, LIGHTHILL propose ainsi un critère caractérisant un écoulement décollé (cf. annexe 2.3), qui recouvre la majeure partie des observations expérimentales. Cependant certains cas de figure restent difficiles à expliquer à l'aide de ce critère (cf. [2.3],[2.4],[2.12],[2.13],[2.17]). Le besoin d'une théorie plus générale se fait sentir.

Pour compléter la théorie de POINCARÉ par une vision plus globale, deux démarches sont généralement suivies:

- Une étude qualitative de la séparation, qui assimile le mécanisme de décollement à un problème de stabilité des trajectoires (cf BERGER [2.2], WANG [2.17], PEAKE&TOBAK [2.12]). Cette analogie permet d'utiliser les propriétés mathématiques de la stabilité des équations différentielles autonomes (cf [2.2]). La théorie des bifurcations généralise la notion de séparation en englobant les cas déjà existants puis introduit de nouvelles possibilités de structures(cf[2.12]). Cependant, aucune démonstration précise d'existence ne peut être formulée, le second membre des équations étant inconnu (lié au champ des vitesses). La confrontation trop directe de ces idées, essentiellement qualitatives, avec des constatations expérimentales conduit, semble-t-il, à des conclusions parfois hasardeuses. En revanche, certaines des notions ainsi développées semblent trouver écho lors d'études expérimentales dont les résultats s'avéraient inexpliqués jusqu'à présent.
- Une analyse de l'écoulement au voisinage de la paroi à l'aide d'un développement limité du second membre de l'équation des trajectoires (cf. [2.16],[2.23]). Cette théorie, complémentaire de celle de POINCARÉ, aboutit à des propriétés intéressantes et précise certains points introduit par l'étude des bifurcations.

2.4.2 Décollements vérifiant le critère de LIGHTHILL

Un point selle correspond à la création d'une ligne de séparation (cf § 2.2.3). Celle-ci engendre un décollement. A partir de ces considérations, LIGHTHILL a caractérisé une séparation tridimensionnelle. Son critère stipule qu'un écoulement autour d'un corps est séparé quand le champ pariétal sur l'obstacle contient plus de deux nœuds. Une telle configuration impose, d'après les lois de la topologie (cf. § 2.2.2), l'existence à la paroi d'un point selle. Chaque ligne de décollement débute alors à partir d'un col et aboutit nécessairement à un nœud de séparation.(cf. Annexe 2.3).

Cette théorie recouvre un très grand nombre de cas expérimentaux. Deux structures sont toutefois particulièrement fréquentes:

- Le décollement en "fer à cheval" où le point selle est souvent placé dans un plan de symétrie. La ligne de séparation se termine par des nœuds de séparation (cf. fig. 2.5). On peut assimiler cette structure à l'évolution tridimensionnelle du bulbe de décollement rencontré en écoulement bidimensionnel (cf. [2.5]).
- Le décollement en "trombe" où la ligne de décollement se termine par deux foyers. Cette configuration fait apparaître un nœud de séparation à l'origine du décollement encadré par deux points selles.(cf. fig. 2.5). (cf.[2.14]).

Cependant, certaines visualisations pariétales montrent des séparations qui ne proviennent d'aucun point singulier cité plus haut. Elles sont qualifiées de séparation ouverte par opposition au modèle où la ligne de séparation se développe de manière continue d'un point selle aux nœuds de séparation. Lors d'une séparation "ouverte", la ligne semble être créée

spontanément le long d'une ligne de courant a priori quelconque. Pour comprendre ce type de structure, une étude plus générale doit être menée.

2.4.3. Stabilité d'un écoulement - Application à la séparation.

Le terme de stabilité qualifie ici le comportement d'un écoulement lorsqu'il "réagit" à une perturbation. Ce comportement change lorsque l'on modifie un ou plusieurs paramètres de l'écoulement. Dans la suite, pour simplifier, nous ne faisons évoluer qu'un seul paramètre. Dans le cas d'un fuselage, il peut s'agir de l'incidence α (cf. [2.12]), ou d'une condition amont comme le nombre de Reynolds (cf. [2.5]).

Deux types de stabilités se distinguent alors:

- La stabilité structurale, essentiellement qualitative.
- La stabilité asymptotique.

La stabilité structurale est la propriété d'un écoulement qui ne change pas de structure topologique lorsqu'on lui applique une perturbation. La dimension du phénomène peut évoluer mais il conserve sa structure topologique intacte. En particulier il garde la même répartition de points singuliers.

La stabilité asymptotique est plus complexe à définir. Considérons U , grandeur locale, caractéristique de l'écoulement en un point d'un fuselage (e.g. la vitesse locale). Cette vitesse vérifie un système d'équations que nous notons de manière générique:

$$G(\vec{U}_0, \alpha) = 0 \quad \text{\{éq 2.5\}} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \alpha \text{ est un paramètre de l'écoulement} \\ \vec{U}_0 \text{ et la vitesse locale de l'écoulement non perturbé} \end{cases}$$

Si l'on applique une perturbation au système, cette équation prend alors la forme générique:

$$\frac{\partial \vec{U}_t}{\partial t} = G(\vec{U}, \alpha) \quad \text{\{éq 2.6\}} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \alpha \text{ est un paramètre de l'écoulement} \\ \vec{U} \text{ est la vitesse locale de l'écoulement perturbé} \\ \vec{U}_t \text{ est une vitesse de perturbation} \end{cases}$$

Le terme en $\partial U_t / \partial t$ tend bien sûr vers zéro au bout d'un temps suffisamment long. Le système est stable asymptotiquement si, après cette perturbation, l'écoulement vérifie à nouveau l'équation $G(U_0, \alpha) = 0$ quant t tend vers l'infini (nous travaillons à α fixé). Cette définition caractérise la convergence à plus ou moins long terme de l'écoulement perturbé vers l'écoulement moyen initial.

Pour diverses valeurs de α , l'écoulement reste asymptotiquement stable. Mais, à partir d'une valeur critique α_c de ce paramètre, l'écoulement ne converge plus vers un système vérifiant $G(U_0, \alpha) = 0$. On dit alors que le système subit une bifurcation (cf. [2.2]).

Considérons une propriété Ψ caractéristique du système, en fonction du paramètre α (diagramme de bifurcation cf. fig. 2.6). $\Psi=0$ est supposée représenter la position initiale du système. Lors de la bifurcation apparaît brutalement une autre solution $\Psi \neq 0$.

Cependant l'écoulement obtenu peut rester proche de l'écoulement initial. Il vérifie alors $G(U', \alpha) = 0$ avec $\|U_0 - U'\| < \epsilon$, avec ϵ aussi petit que l'on veut. La bifurcation est alors dite supercritique (ou normale). (cf. fig. 2.6, cf. [2.2], [2.12]). Dans ce cas Ψ s'éloigne de 0 mais de façon continue suivant α . Il est à noter que ce genre de déstabilisation est réversible i.e. si α revient à α_c l'écoulement retrouve son caractère stable et son état d'origine.

Mais il existe des cas où la bifurcation fait converger le système vers un état nettement différent de l'état initial. Souvent le point $(\alpha, \Psi(\alpha))$ parcourt sur le diagramme de bifurcation un chemin instable avant de trouver sa position "d'équilibre" (cf fig. 2.6). La valeur de α en ce point est souvent plus faible que α_c . De plus ce processus n'est pas réversible. Un retour de α à α_c ne suffit pas à restabiliser l'écoulement et à lui rendre son aspect de départ. Il est alors nécessaire de repasser à une incidence α_0 inférieure à α_c pour retrouver l'état $\Psi=0$ cf fig. 2.6

[2.12],[2.2]). Une telle bifurcation est appelée bifurcation sous-critique (ou inverse) (cf. [2.2]).

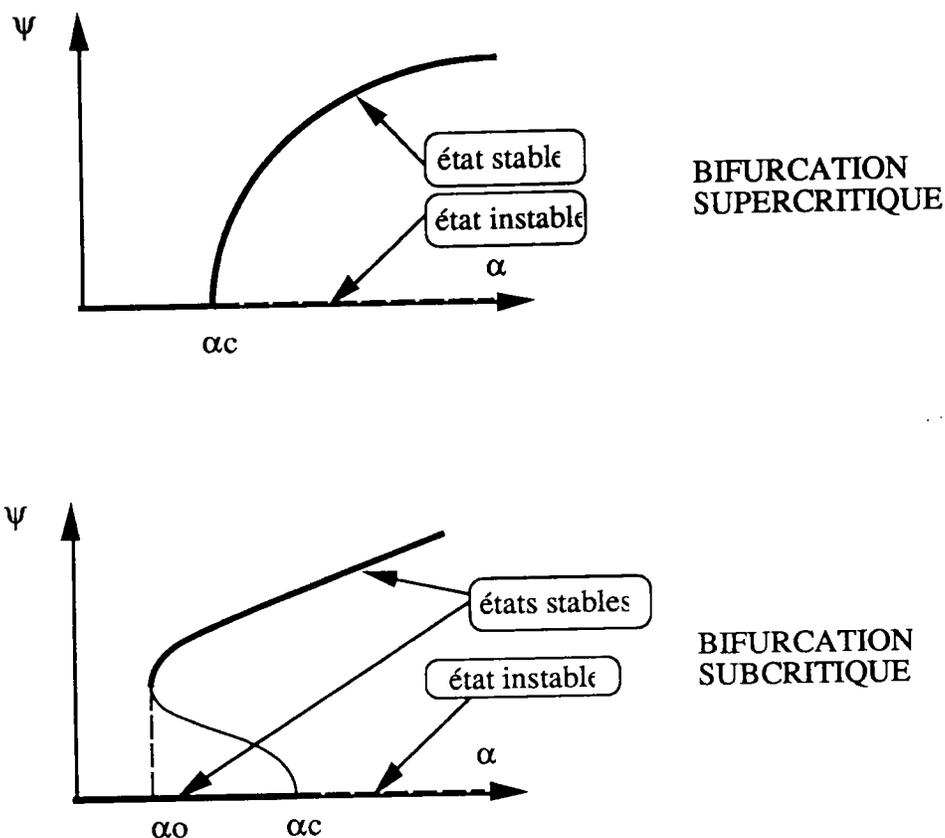


Figure 2.6 : Diagrammes de bifurcation

Par ailleurs, la bifurcation affecte une partie plus ou moins importante de l'écoulement. On parle d'instabilité globale lorsque la structure générale de l'écoulement est affectée. Cette instabilité est généralement due à une bifurcation sous-critique. Il s'agit toujours d'une instabilité structurale (changement de topologie).

D'un autre côté on parle d'instabilité locale quand, seule, une région bien précise de l'écoulement subit les conséquences de l'instabilité. Cette bifurcation préserve la structure de l'écoulement. Mais elle peut être due aussi bien à une bifurcation normale qu'à une bifurcation sous-critique.

Ces considérations générales s'appliquent à la structure des écoulements pariétaux. En effet si l'on reprend l'équation des trajectoires, elle se met sous la forme:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{V}(\vec{x}) = \vec{F}(\vec{x}, \lambda) \quad \{\text{éq 2.7}\}$$

En effet, la vitesse locale $V(x)$ est fonction de certains paramètres, dont λ (par exemple : incidence, nombre de Reynolds, ou autres). λ peut jouer alors le rôle de paramètre de bifurcation. Une étude mathématique de la structure pariétale est donc théoriquement possible. Le principal problème est bien sûr l'expression de F , en générale inconnue. C'est pourquoi divers auteurs (cf [2.14],[2.17]) n'utilisent que l'analyse qualitative des bifurcations. Ils tentent de justifier ainsi l'existence possible d'autres formes de séparation que celle de LIGHTHILL. Ils ont essayé de la mettre en évidence par voie expérimentale. Leur raisonnement généralisent la théorie de la séparation, tout en englobant les configurations issues du critère de LIGHTHILL.

Ainsi, on va parler de séparation globale quand elle affecte tout l'écoulement. Une séparation de ce genre donne lieu à la présence d'un point selle. Elle vérifie alors le critère de Lighthill qui impose qu'une ligne de séparation doit nécessairement "démarrer" d'un point selle pour aboutir à un nœud de séparation au moins (cf annexe 2.3, [2.12], [2.13], [2.14], [2.17]). Elle est la conséquence d'une bifurcation globale. Ce genre de séparation est aussi appelé séparation "fermée" (cf. fig. 2.7a). Une telle évolution est, en général, le fruit d'une bifurcation subcritique (cf. fig. 2.6).

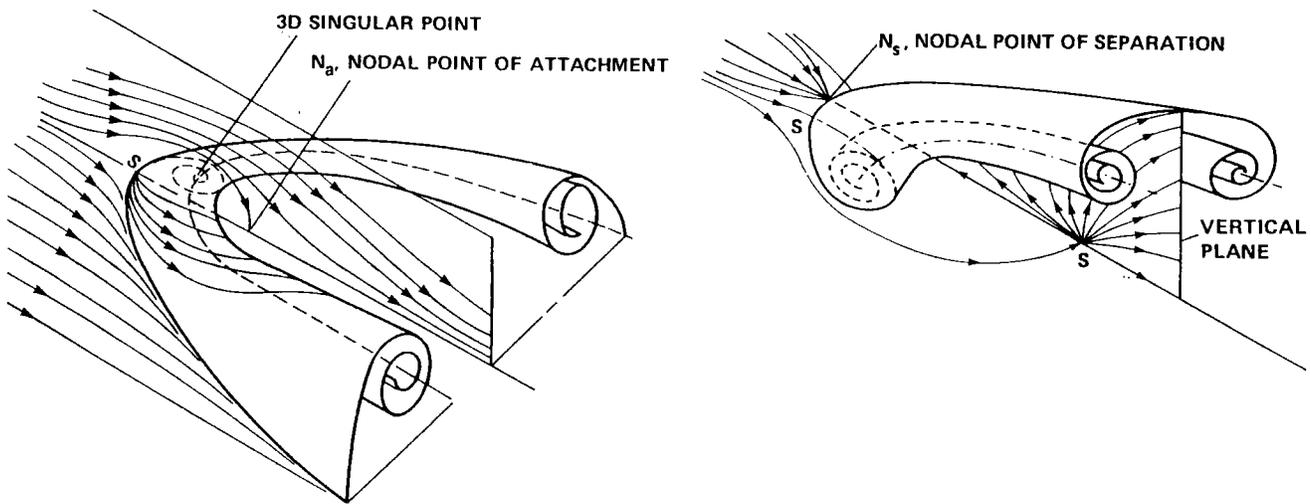


Figure 2.7a : Séparation fermée (réf. PEAKE & TOBAK [2.12])

On définit également une séparation locale. Celle-ci semble se produire sous certaines conditions, à α faible, par exemple. Elle n'influe que sur une partie du corps. Sa présence est liée à l'existence d'une bifurcation locale. Ce type de bifurcation engendre sur les fuselages ce qu'on appelle une séparation ouverte (cf fig. 2.7b) qui apparaît localement sur une ligne de courant issue du nœud d'attachement (cf. [2.12],[2.13],[2.14],[2.17]). La ligne de séparation n'émerge plus d'un point selle. Cette ligne sera dite ligne de séparation locale. Cette bifurcation peut être sous-critique ou normale. Si le premier cas se présente, elle fera apparaître une séparation effective sans avoir introduit de nouveau point singulier pour s'établir. Mais le cas d'une séparation ouverte supercritique n'est pas non plus à écarter.

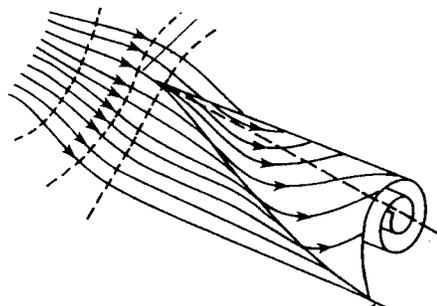


Figure 2.7b : Séparation ouverte (réf. PEAKE & TOBAK [2.12])

L'analyse du problème à l'aide du concept de bifurcation introduit deux notions nouvelles:

- La séparation ouverte (locale) subcritique qui vérifie le critère de Lighthill (création de points critiques lors de l'apparition de la séparation).
- La possibilité d'une séparation supercritique qui ne ferait pas intervenir de changement structuraux qui ne vérifie pas le critère de Lighthill.

2.4.4 Etude de la séparation à partir de développements limités

L'étude menée au § 2.4.2, étayée par de nombreuses expériences (cf [2.3],[2.4]), semble montrer que le critère de Lighthill est trop restrictif. Toutefois, l'existence d'une séparation issue d'un point non-singulier reste très discutée, en particulier quand on étudie l'évolution de la vorticité en ce point. Dans ce qui suit nous écartons ce cas, mais nous montrons qu'une séparation avec point singulier peut avoir une structure ouverte.

Dans ce but, une analyse de l'écoulement est menée en effectuant un développement limité en trois dimensions au voisinage de la paroi d'un obstacle. Les dérivées de la vitesse sont explicitées en fonction des gradients de pression et des termes visqueux, à l'aide des équations de Navier-Stokes simplifiées à la paroi ( quations de Stokes). Des développements aux troisièmes et quatrièmes ordres donnent de très bons résultats concernant la formation des tourbillons (cf [2.15]). Mais ces calculs, extrêmement fastidieux   établir, sortent largement du cadre de notre étude. Nous nous contentons donc d'une approche qualitative à partir de développements limités aux premier et deuxième ordre. Cette analyse reprend, dans ces grandes lignes, le travail effectué sur ce sujet par WU et al. (cf [2.23]).

Il est à noter que le raisonnement suivant ne fait intervenir aucune hypothèse de couche limite. Il traite ainsi d'un décollement, plus général, des particules fluides de la paroi. Le cadre est donc plus vaste que celui de la couche limite. Ceci permet d'analyser plus rigoureusement l'étude du décollement.

2.4.3.1 Présentation de l'outil mathématique (cf. Annexe 2.6)

Le but de ce raisonnement est de trouver les trajectoires des particules fluides au voisinage de la paroi. Celle-ci est une surface singulière ($V=0$) du fait de la condition d'adhérence. La définition des trajectoires à la paroi est donc plus facile si l'on introduit une nouvelle paramétrisation s définie par :

$$s = \frac{1}{\mu} \int_0^t x_3 dt_0 \quad \{\text{éq 2.8}\}$$

l'équation des trajectoires :

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \vec{v}(\vec{x}) \quad \{\text{éq 2.9}\}$$

devient alors:

$$\frac{d\vec{x}}{ds} = \frac{\mu}{x_3} \vec{v}(\vec{x}) \quad \{\text{ q 2.10}\}$$

Les courbes ainsi définies restent bien sûr identiques aux trajectoires; on n'a fait qu'un changement de paramètre. En revanche, le second membre de cette équation tend vers le vecteur frottement pariétal quand $x_3 \rightarrow 0$ (cf. Annexe 2.1). La paroi n'est plus une surface singulière, ce qui simplifie les calculs.

La courbure de la paroi joue un rôle important dans le comportement du décollement. Nous prenons donc en compte ce paramètre en écrivant les équations dans un système de coordonnées curvilignes liées à la surface, noté (x_1, x_2, x_3). La base associée (e_1, e_2, e_3) est définie par:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{e}_1, \vec{e}_2 : \text{Vecteurs orthogonaux tangents à la paroi.} \\ \vec{e}_3 = \vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2 : \text{orienté vers le fluide} \end{array} \right.$$

Les dérivations indicielles se font par rapport aux coordonnées indépendantes x_i , et non pas par rapport aux coordonnées "physiques".

La base obtenue est orthogonale. Les équations utilisent les coefficients de Lamé et le tenseur des courbures définis par :

$$\{ \text{éq 2.11} \} \left\{ \begin{array}{l} h_i = \sqrt{g_{ii}} : \text{où } g_{ii} \text{ sont les termes du tenseur métrique} \\ \frac{\partial \vec{n}}{\partial x_i} = \frac{\partial \vec{e}_3}{\partial x_i} = b_{ik} \vec{e}_k \end{array} \right.$$

Il est commode d'introduire le coefficient $K = (b_{11} + b_{22})$, double de la courbure moyenne locale. Il est à noter que $h_3 = 1$ et $e_{i,3} = 0$ pour $i=1,3$.

La condition d'adhérence permet d'effectuer des simplifications importantes. On a notamment :

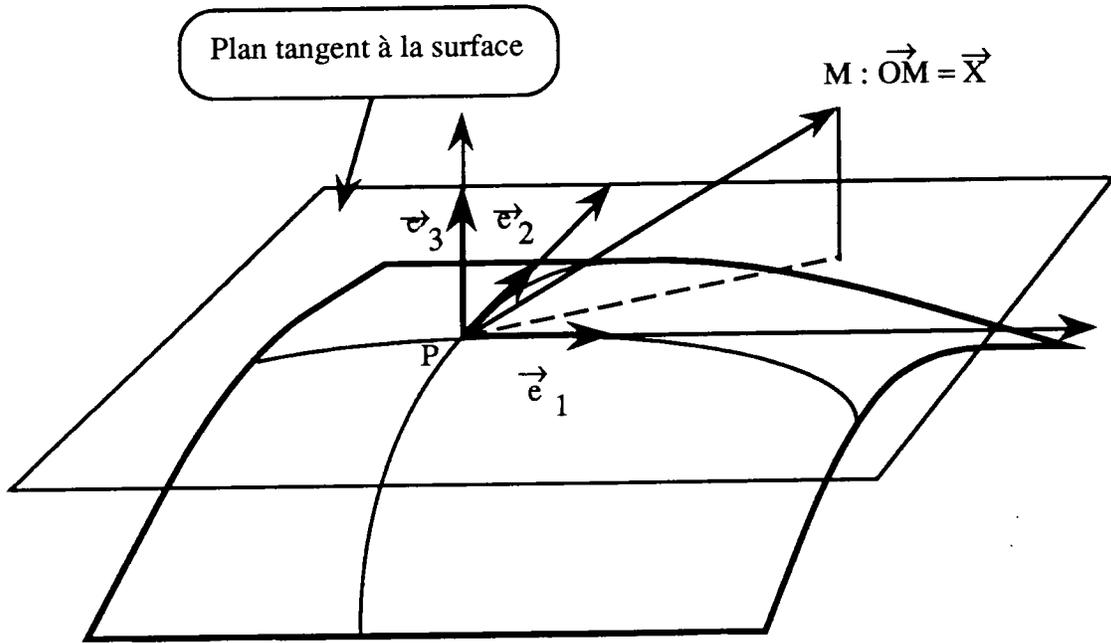
$$\left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial x_j} \right]_{\partial B}^n = 0 \quad \{ \text{éq 2.12} \} \quad \text{pour } j \neq 3 \quad \text{où } \left\{ \begin{array}{l} \partial B : \text{paroi de l'obstacle} \\ \vec{v} : \text{Vitesse} \\ n : \text{puissance symbolique} \end{array} \right.$$

Nous nous plaçons en écoulement incompressible. Cette hypothèse et la relation précédente donnent :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \Big|_{\partial B} = 0 \\ \mu \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial x_3^2} \Big|_{\partial B} = K \vec{\tau} + \overrightarrow{\text{Grad}}(P) \end{array} \right\} \{ \text{éq 2.13} \} \quad \text{où } \left\{ \begin{array}{l} \vec{\tau} : \text{Vecteur frottement pariétal} \\ P : \text{Pression} \\ K = b_{11} + b_{22} \text{ double de la courbure moyenne} \end{array} \right.$$

Nous effectuons maintenant un développement limité de $\mu V/x_3$ en un point M au voisinage de P point à la paroi. Nous obtenons:

$$\begin{aligned} \frac{dx_i}{ds}(M) = \mu \frac{v_i}{x_3} = & \mu \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_3}(P) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2} \right) (P) x_3 + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_3} \right) (P) x_1 + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_3} \right) (P) x_2 \right. \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_3} \right) (P) x_1 x_2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2} \right) (P) x_1 x_3 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2} \right) (P) x_2 x_3 \\ & \left. + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 v_i}{\partial x_3^3} \right) (P) x_3^2 + o(\|\vec{x}_3\|^3) \right] \quad \{ \text{éq 2.14} \} \end{aligned}$$



On remarque que le terme en X_3 (normal à la paroi) joue un rôle particulier, puisque $V_i=0$ en $x_3=0$ quel que soit les autres coordonnées. Ceci incite à décomposer cette relation générale en un terme dépendant de X_3 et un terme ne dépendant que des autres coordonnées. Les équations de STOKES permettent de simplifier ensuite l'expression obtenue en y introduisant les pressions et le vecteur frottement pariétal (cf Annexe 2.5). Nous explicitons cette expression par la suite, au premier ordre seulement.

2.4.3.2. Développement à l'ordre 1 de dx/ds - Propriétés topologiques générales

Pour simplifier les équations nous prenons:

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{\tau}}{|\vec{\tau}|} \quad \text{(éq 2.15)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{\tau} : \text{Vecteur frottement pariétal} \\ \vec{e}_1 : \text{Premier vecteur de la base associée à la surface} \end{cases}$$

Le choix de cette base simplifie les calculs car :

$$\left(\frac{\partial \cdot}{\partial x_1} \right)^n \tau_2 = 0 \quad \text{(éq 2.16)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} n : \text{puissance symbolique, } n=0,1,2,\dots \\ \tau_2 : \text{deuxième composante du vecteur frottement pariétal} \end{cases}$$

En se bornant au premier ordre, le développement limité déjà décrit au § 2.4.3.1 s'écrit :

$$\left(\frac{d\vec{x}}{ds} \right) (M) = \vec{\tau}(P) + \overline{\overline{A}}(P) \vec{x} + o(\|\vec{x}\|) \quad \text{(éq 2.17)} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{\tau}(P) : \text{Vecteur frottement pariétal} \\ \overline{\overline{A}}(P) : \text{Gradient de vitesse simplifié à la paroi} \\ o(\cdot) : \text{Notation de Landau "négligeable devant"} \end{cases}$$

Le point pariétal P est a priori quelconque. En utilisant les notations et les simplifications du § 2.4.3.1 et les équations de Stokes, A se met sous la forme (cf Annexe 2.6):

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{\tau_{1,1}}{h_1} & \frac{\tau_{1,2}}{h_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{p_{,1}}{h_1} + K \tau_1 \right) \\ -\frac{h_{1,2}}{h_1 h_2} \tau_1 & \frac{\tau_{2,2}}{h_2} - \frac{h_{2,1}}{h_1 h_2} \tau_1 & \frac{1}{2} \frac{p_{,2}}{h_2} \\ b_{11} \tau_1 & b_{12} \tau_1 & \frac{p_{,3}}{2} \end{pmatrix} \quad \{\text{éq 2.18}\}$$

Au voisinage d'un point singulier C ($\tau = 0$) cette matrice devient:

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{\tau_{1,1}}{h_1} & \frac{\tau_{1,2}}{h_2} & \frac{1}{2} \frac{p_{,1}}{h_1} \\ 0 & \frac{\tau_{2,2}}{h_2} & \frac{1}{2} \frac{p_{,2}}{h_2} \\ 0 & 0 & \frac{p_{,3}}{2} \end{pmatrix} \quad \{\text{éq 2.19}\} \text{ au point singulier C}$$

La courbure de la paroi n'intervient plus dans l'expression des trajectoires au niveau d'un point singulier. On peut donc utiliser des coordonnées cartésiennes au voisinage d'un point singulier (cf Annexe 2.1). La restriction de cette matrice aux coordonnées (x_1, x_2) permet l'étude des propriétés des points singuliers à la paroi (cf Annexe 2.1). Ailleurs la courbure va donc jouer un rôle non négligeable.

La restriction à d'autres "plans" permet de retrouver les propriétés de l'écoulement hors paroi (cf § 2.2). Or d'après la définition d'une surface de séparation toutes les lignes provenant du point singulier initial C_i doivent rester dans cette nappe. Toute coupe de l'écoulement par un plan non tangent doit donc montrer une demi-point selle à la paroi au niveau de la ligne de séparation. Cette structure implique que la restriction de A à (x_2, x_3) doit avoir deux valeurs propres réelles de signes opposés (cf définition point selle, Annexe 2.1).

On en déduit donc une relation que doit nécessairement vérifier :

$$\boxed{(\nabla\tau)_{2,2} < \frac{b_{12}}{h_2} \frac{p_{,2}}{p_{,3}} \tau_1} \quad \{\text{éq 2.20}\} \text{ le long de la ligne de séparation}$$

$(\nabla\tau)_{2,2}$ est la composante (2,2) du gradient du vecteur frottement pariétal. Ce terme indique le tendance des lignes de frottement voisines à s'éloigner ($(\nabla\tau)_{2,2} > 0$) ou à se rapprocher ($(\nabla\tau)_{2,2} < 0$) de la ligne de séparation. Les trois dérivées utilisées dans cette relations ne sont pas directement liées par l'équation de quantité de mouvement. Cette relation est donc parfaitement générale.

Pour un point singulier ($\tau=0$), ou pour une paroi plane ($b_{12}=0$), cette relation devient:

$$(\nabla\tau)_{2,2} < 0 \quad \{\text{éq 2.21}\}$$

Au voisinage d'un point singulier les lignes de courant convergent bien vers la ligne de séparation. De même sur une paroi plane, le raisonnement effectué par LEGENDRE (cf [2.3], Annexe 2.4) s'applique. Tout le long de la ligne de séparation, il y a alors convergence des lignes pariétales. En revanche, sur des corps à forte courbure, $(\nabla\tau)_{2,2}$ peut devenir positif. Dans ce cas les lignes pariétales avoisinantes divergent localement de la ligne de séparation.

Il peut donc exister une surface de séparation qui localement ne fait pas apparaître un décollement effectif à la paroi (cf § 2.2.3).

Par ailleurs, les points critiques C_i, C_t qui marquent le début et la fin de la ligne de séparation ne sont pas des nœuds d'attachement (le fluide quitte la paroi). Donc sur un voisinage de ces points, la composante normale de la vitesse v_3 est positive. Or v_3 vérifie la relation:

$$v_3 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2} x_3^2 + o(x_3^2) \quad \{\text{éq 2.22}\} \quad \text{où } \begin{cases} v_3 : \text{composante normale de la vitesse} \\ o(.) : \text{Notation de Landau "négligeable devant"} \end{cases}$$

car en ce point $\tau_3 = \mu \frac{\partial v_3}{\partial x_3} = 0 \quad \{\text{éq 2.23}\} \quad \text{où } \begin{cases} v_3 : \text{composante normale de la vitesse} \\ o(.) : \text{Notation de Landau "négligeable devant"} \\ \tau_3 : \text{Troisième composante du frottement pariétal} \end{cases}$

Il vient alors la condition:

$$\boxed{\mu \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2} = -\nabla_{\pi} \cdot \tau = p_{,3} > 0} \quad \text{où } \begin{cases} v_3 : \text{composante normale de la vitesse} \\ p_{,3} = \text{composante normale du gradient de pression} \\ \nabla_{\pi} \cdot \tau = \frac{\tau_{1,1}}{h_1} + \frac{\tau_{2,2}}{h_2} : \text{Div. surfacique du frottement} \end{cases}$$

Ceci montre que pour qu'il y ait décollement il faut nécessairement, aux points singuliers liés à cette séparation, que $\partial p / \partial x_3 > 0$.

Cette analyse précise donc les propriétés des lignes pariétales déjà développées au § 2.2.3. On notera l'influence importante de la courbure sur la séparation effective.

2.4.3.3 Séparation fermée - Séparation ouverte.

Dans le cas d'une séparation fermée, il existe un point selle à la paroi en C_i (cf. [2.6],[2.11]). Donc le déterminant de la restriction de A à la paroi doit être strictement négatif. Or en ce point $(\nabla \tau)_{22} < 0$. Compte tenu de l'expression de A en C_i , il faut que $(\nabla \tau)_{11} > 0$ en ce point. En aucun cas $(\nabla \tau)_{11}$ ne peut être nul dans ce type de séparation.

Si maintenant $(\nabla \tau)_{11} = 0$ au niveau de C_i (début de la séparation), le système dégénère. Il faut alors pousser le développement au second ordre. WU et al. (cf [2.23]) montre que l'équation des trajectoires prend alors l'allure suivante:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{ds} = P(x_1, x_2) \\ \frac{dx_2}{ds} = x_2 + G(x_1, x_2) \end{cases} \quad \{\text{éq 2.25}\} \quad \text{où } P \text{ et } G \text{ sont des polynômes homogènes de degré deux}$$

On montre (cf [2.23], Annexe 2.8) qu'un tel système fait apparaître une nouvelle sorte de point singulier : les cols/nœuds (cf. fig.2.8) Ce point rend possible une séparation ouverte. La structure de l'écoulement autour d'un tel point s'adapte très bien aux cas de séparations ouvertes, observées expérimentalement.

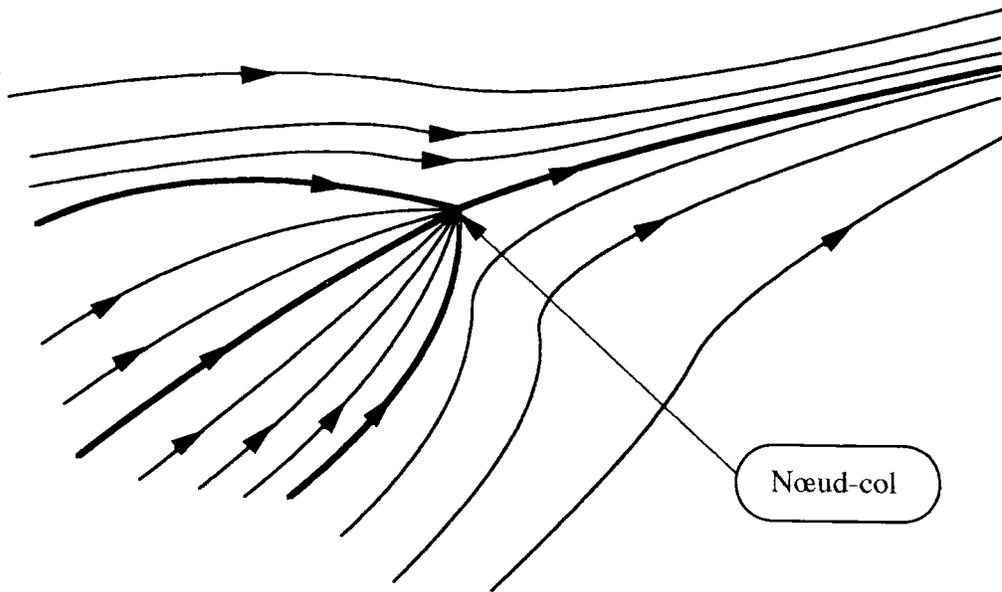


Figure 2.8 : Nœud-col, point critique d'ordre deux

Ces considérations montrent qu'il existe donc deux types de séparations suivant la nature du gradient de frottement le long des lignes pariétales. Quand ce gradient est nul, il existe un point "mixte" selle/nœud. La séparation est alors ouverte. Lorsqu'il augmente la séparation devient fermée, avec un point selle comme origine.

Cette notion de séparation ouverte est cependant nettement différente de celle introduite par PEAKE et TOBAK en utilisant des bifurcations supercritiques de l'équation des trajectoires. Dans le cas traité ici, la séparation reste liée à un point singulier.

2.4.5 Définition d'une surface de séparation

Cette surface fait l'objet de plusieurs définitions plus ou moins précises. Nous donnons tout d'abord la plus intuitive, puis nous la précisons ensuite, afin de généraliser cette première définition.

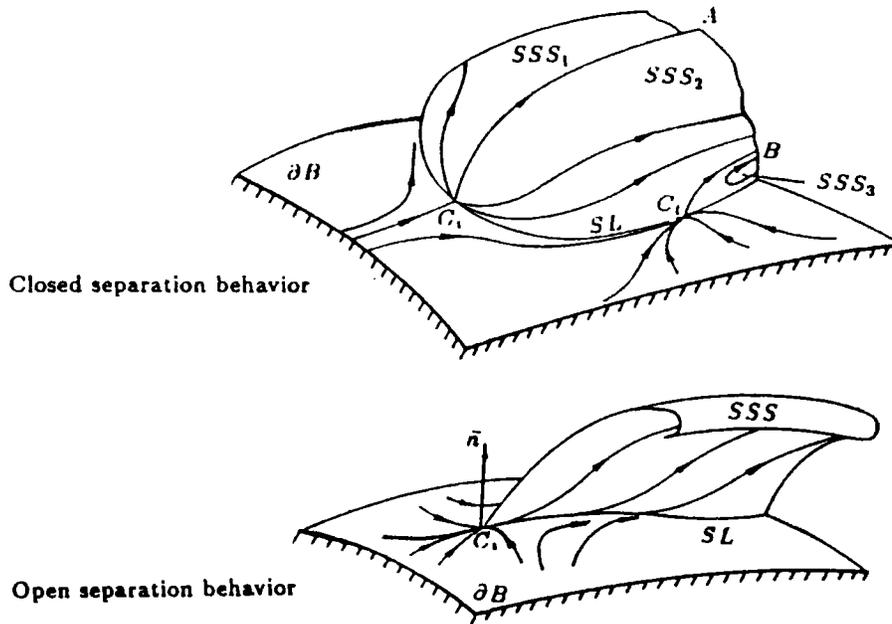


Figure 2.9 : Surfaces de séparation (réf. WU et al. [2.23])

Une surface de séparation est une surface de courant dont l'intersection avec le corps est la ligne de séparation. Cette surface sépare, au sein du fluide, les lignes de courant provenant respectivement de l'aval et de l'amont du décollement.

Cette définition est délicate à appliquer si la séparation n'est pas globale. Certains auteurs (cf [2.15],[2.16],[2.23]) préfèrent une définition plus générale. Une surface de séparation est une surface de courant dont toutes les lignes de courant sont issues d'un point selle ou d'un nœud de séparation à la paroi. Son intersection avec le corps est la ligne de séparation. La ligne de courant issue du point singulier C_t terminant la séparation est alors la limite de cette surface dans l'espace (cf. fig.2.9). Certains auteurs l'appellent (cf.[2.23]) le "bord de fuite" de la nappe de séparation.

La seconde définition est plus générale que la première. De plus elle impose que toutes les lignes de courant du point C_i , point initial de la séparation, restent sur la surface de séparation (cf fig.2.9). Cette propriété topologique est très intéressante car elle permet une analyse fine du comportement du fluide au voisinage de cette surface (cf § 2.4.3.3.) .

2.4.6 Orientation des lignes de courant au voisinage d'un décollement

2.4.5.1 Cas d'une séparation fermée

La direction des trajectoires au niveau du point selle est déterminée à partir du développement limité du § 2.4.3. . Pour ce faire, deux angles θ et φ sont introduits (cf fig.2.10).

Ils sont définis par:

$$\theta = \widehat{(\vec{e}_1, \vec{t})} \quad \text{et} \quad \varphi = \widehat{(\vec{e}_2, \vec{t})} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{e}_1 : \text{Vecteur de base tangent à la ligne de séparation} \\ \vec{e}_2 : \text{Vecteur de base perpendiculaire à la ligne de séparation} \\ \vec{t} : \text{Vecteur tangent à une trajectoire au niveau du point sell} \end{array} \right.$$

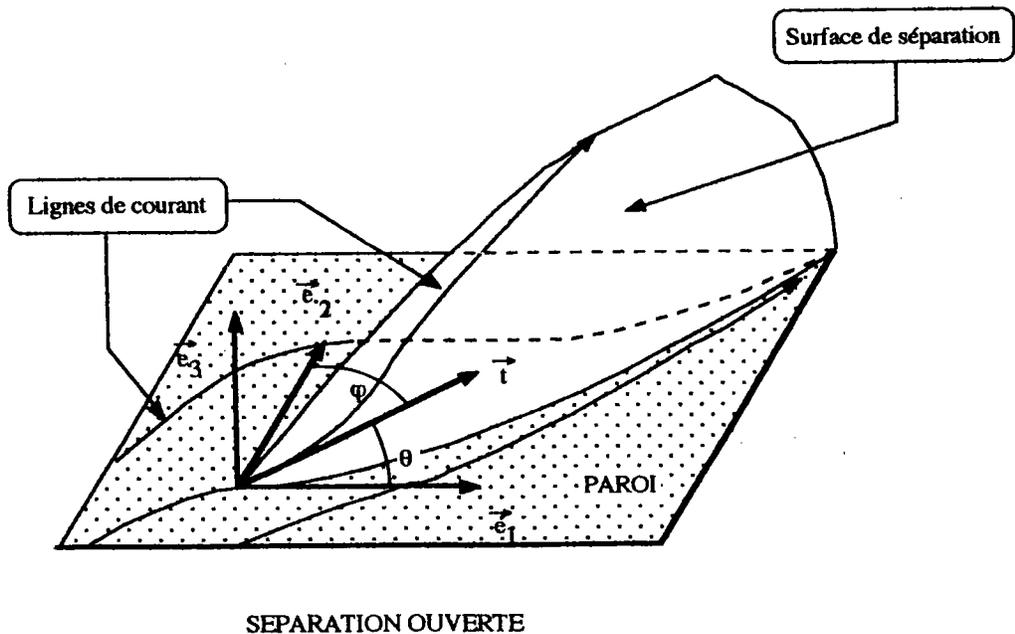
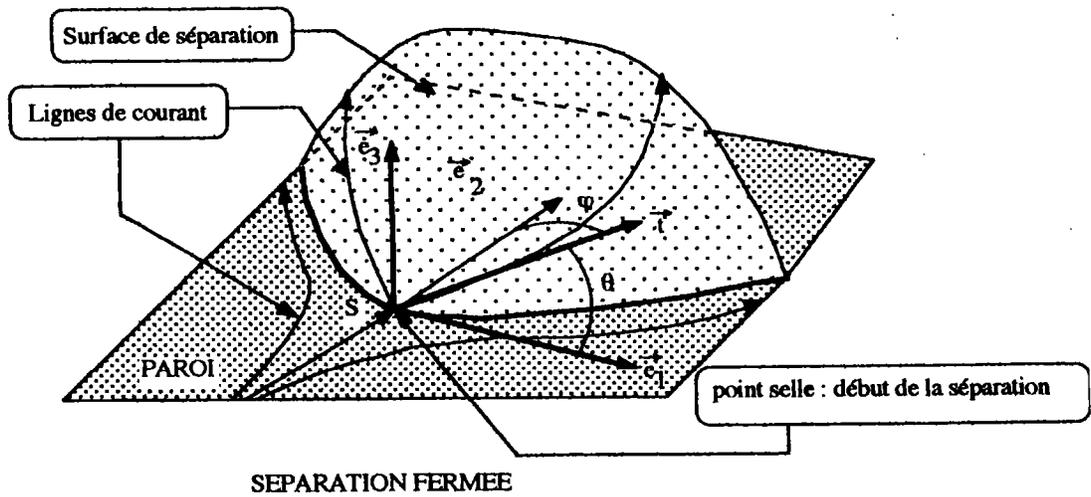


Figure 2.10 : Orientation des lignes de courant sur la surface de séparation au voisinage d'un point critique

Ces deux angles sont alors données au voisinage du point selle par(cf. [2.23],annexe 2.6):

$$\tan\theta = \frac{1}{h_1} \frac{dx_3}{dx_1} = \frac{1}{p_1} \left(p_3 - 2 \frac{\tau_{1,1}}{h_1} \right) = \frac{1}{p_1} \left(3 p_3 + 2 \frac{\tau_{2,2}}{h_2} \right)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} p_i : \text{ième composante du gradient de pression} \\ \tau_{i,j} = \frac{\partial \tau_i}{\partial x_j} = \text{dérivées partielles du frottement pariétal} \\ h_j : \text{Facteurs métriques} \end{array} \right.$$

De même, pour l'angle φ on trouve:

$$\tan\varphi = \frac{1}{h_2} \frac{dx_3}{dx_2} = \frac{1}{p_2} \left(p_3 - 2 \frac{\tau_{2,2}}{h_2} \right) = \frac{1}{p_2} \left(3 p_3 + 2 \frac{\tau_{1,1}}{h_1} \right)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} p_i : \text{ième composante du gradient de pression} \\ \tau_{i,j} = \frac{\partial \tau_i}{\partial x_j} = \text{dérivées partielles du frottement pariétal} \\ h_j : \text{Facteurs métriques} \end{array} \right.$$

On remarque le rôle joué par la composant normale du gradient de pression à la paroi. L'orientation du décollement naissant est donc donnée, en théorie, par le calcul des grandeurs pariétales. Cependant on constate que ces dernières ne sont pas accessibles à un programmes de couche limite (où $p_3=0$ par hypothèse). Mais elles permettent une étude qualitative; on démontre ainsi que lorsque le nombre de REYNOLDS est élevé le point selle est orthogonal (cf[2.23]).

Dans le cas bidimensionnel , dans plan (X1,X3) par exemple:

$$\frac{\partial \cdot}{\partial x_2} = 0$$

Les expressions précédentes se réduisent donc à:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan\theta = 3 \frac{p_3}{p_1} = -3 \frac{\tau_{1,1}}{p_1} \\ \varphi = \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$$

LEGENDRE avait déjà obtenu ce résultat, par d'autres voies, en bidimensionnel. Quand le nombre de REYNOLDS tend vers l'infini ces formules montrent que θ devient nul ($\tau_{1,1}=0$). Le décollement est alors tangent à la paroi en bidimensionnel pour les nombres de REYNOLDS élevés.

Dans le cas tridimensionnel on constate également que θ tend vers zéro quand le nombre de REYNOLDS tend vers l'infini. Mais, en tridimensionnel, cette propriété est limitée au voisinage du point initial de la ligne de séparation, ce qui en réduit notablement l'intérêt.

2.4.5.2 Cas d'une séparation ouverte

Le développement limité, poussé cette fois au second ordre, est utilisé de la même façon que précédemment. On aboutit alors aux formules (cf [2.23],annexe 2.6):

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \varphi = 3 \frac{p_{,3}}{p_{,2}} = -3 \frac{\tau_{2,2}}{h_2 p_{,2}} \\ \tan \theta = \frac{p_{,3}}{p_{,1}} = - \frac{\tau_{2,2}}{h_2 p_{,1}} \end{array} \right. \quad \text{avec les mêmes notations que précédemment}$$

On remarque qu'à grand nombre de REYNOLDS la nappe est tangente à la paroi ($\theta=0$) mais n'y est pas couchée ($\varphi=\pi/2$). Là aussi ces formules sont essentiellement locales ce qui en limite l'intérêt.

L'existence d'une telle structure ouverte est cohérentes avec certaines constatations sur l'ordre de grandeur de la diffusion cinématique suivant x_1 . La nullité de $\tau_{1,1}$ est souvent utilisée dans les programmes numériques, afin de paraboliser les équations.

Par ailleurs, on montre (cf §) que la courbure de la paroi et les gradients de pression peuvent arrêter momentanément la convergence des lignes pariétales vers une lignes de séparation. Ceci donne un fondement théorique rigoureux à l'analyse du spectre pariétal de corps émoussés. En effet, on explique souvent la séparation ouverte observée sur ce type d'ogive en disant que la ligne de séparation débute bien en un point selle mais que le décollement effectif ne se produit que plus en aval (cf DELERY[2.7]). Il est toutefois à noter que si ce point selle existe les lignes pariétales y convergent au moins localement. Ce point singulier doit donc rester visible lors d'une visualisation pariétale. Ceci ne semble pas avoir été le cas.

2.4.7 Conclusion générale sur le décollement tridimensionnel

Une synthèse des notions actuelles sur le décollement tridimensionnel est présentée ici. On y distingue deux points principaux:

- L'utilisation des bifurcations pour justifier qualitativement une notion de séparations plus générale que le critère de LIGHTHILL.
- L'étude de l'écoulement à la paroi par développement limité au premier et au deuxième ordre. Elle permet d'étendre le domaine d'application du critère de LIGHTHILL en introduisant des points singuliers d'ordre deux. De plus, ce travail précises certaines propriétés observées expérimentalement.

L'étude de la stabilité des systèmes différentiels relie la séparation à une bifurcation. Ce point de vue introduit notamment:

- Une séparation locale qui ne concerne donc qu'une région bien définie de l'écoulement. Cette séparation ne décrit pas une ligne fermée sur la paroi. D'où son nom de séparation ouverte.
- Une séparation associée à une bifurcation supercritique de l'équation des trajectoires. Elle ne crée pas de point singulier nouveau lors de son apparition

Ce dernier point est sujet à polémique. Il n'existe pas en effet de démonstration vraiment rigoureuse à ce sujet. Nous l'écartons de notre étude.

Les développements limités de la vitesse constituent un support mathématique rigoureux à l'étude de la topologie. Cette démarche établit les résultats suivants:

- La structure classique des points singuliers à la paroi est retrouvée. Elle apporte en plus une vision tridimensionnelle de l'écoulement autour de ces points .
- Une ligne de séparation peut localement ne pas être lieu de convergence des autres lignes pariétales avoisinantes. Ce résultats explique que, sur certaines

visualisations, la séparation ne soit visible que bien en aval de son point selle origine. La courbure de la paroi et certains gradients de pression superficiels peuvent empêcher l'accumulation des lignes pariétales vers la séparation qui n'est donc repérable que plus loin en aval. Cette remarque était, de manière théorique, la notion de séparation effective introduite par M. DELERY à partir d'observations expérimentales (cf DELERY [2.7]).

- Il est mené une analyse plus précise de l'écoulement autour de la ligne séparatrice. On met ainsi en évidence le rôle de la courbure, du gradient normal de pression. Cette propriété montre les éventuels problèmes rencontrés par un calcul de couche limite au voisinage immédiat du décollement.
- L'importance du terme de diffusion ($\tau_{1,1}$) le long des lignes pariétales est également mise en évidence. Ce terme régit en effet la structure du décollement. Lorsqu'il est nul, il faut pousser le développement au second ordre. On démontre alors l'existence d'un point singulier nouveau (nœud/col). La séparation obtenue est alors ouverte. Cette étude établit donc une justification théorique de ce type de séparation, souvent observée (cf [2.3],[2.4], [2.12],[2.13]) et que certaines interprétations du critère de Lighthill ne pouvaient expliquer (pas de point selle).

Les principales conclusions de cette partie seront appliquées tout au long de l'analyse de l'écoulement .

2.5 Application aux écoulements sur les fuselages en incidence

Dans ce qui suit est présenté un aperçu des conséquences des théories exposées plus haut sur les séparations le long d'un fuselage. Une description directement liée à nos expériences est effectuée au chapitre 3.

2.5.1 Décollement le long d'un fuselage

Nous ne considérons ici que le cas des ogives effilées (cf Annexe). Dans ce cas il n'y a pas de décollement à incidence nulle. Une séparation ouverte a été observée (cf expé.) sur ces fuselages à faible incidence ($\alpha \leq 5^\circ$) (cf Fig.2.7a). Cette séparation ouverte se produit de plus en plus vers la pointe quand α croît. Les deux lignes de séparation présentes de chaque côté du fuselage finissent par se rejoindre au nez. La séparation devient alors fermée. La présence d'une pointe ne permet pas de voir clairement la structure topologique de l'écoulement. Tous les points critiques à l'origine des structures sont concentrés à la pointe. Cependant, le reste du spectre pariétal (ligne d'attachement) permet de proposer une structure en "fer à cheval" (cf.fig.2.5). Lorsque l'incidence atteint environ 13° apparaît un décollement secondaire. Sa structure est présentée fig.2.11. Il est à noter que l'apparition d'un décollement secondaire est bien plus tardive en écoulement subsonique qu'en supersonique où elle a lieu dès 5° d'incidence environ.

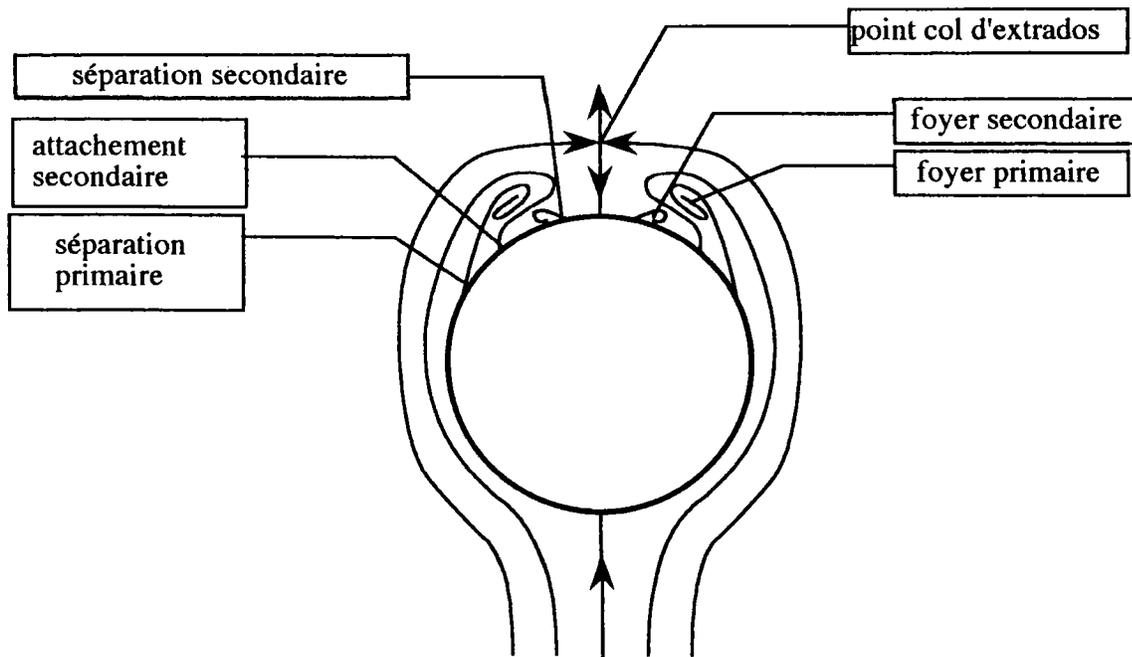


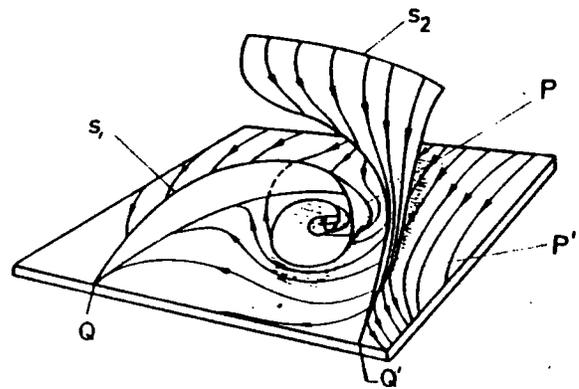
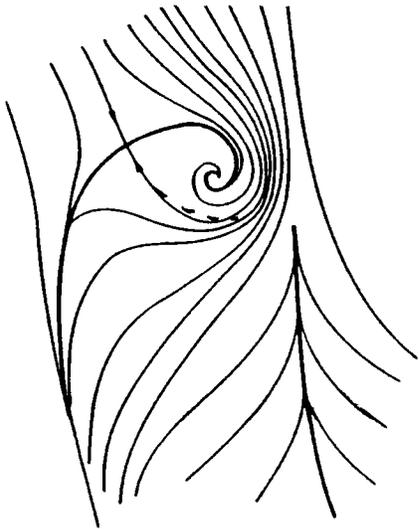
Figure 2.11 : Topologie transversale sur fuselage

Sur des ogives émoussées (cf définition Annexe) La séparation ouverte persiste jusqu'à des incidences bien plus importantes ($\alpha \approx 20^\circ$ à 30°) (cf.[2.3]). Sur des ogives très trapues (e.g. hémisphériques) un décollement longitudinal existe déjà aux faibles incidences. L'intensité du gradient longitudinal de pression distingue trois types d'ogives (effilées, émoussées et quasi-hémisphériques).

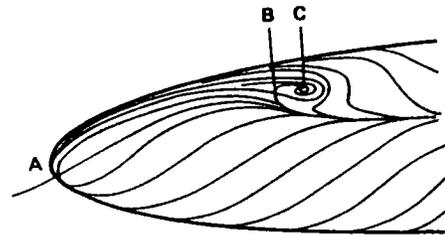
Sur certaines ogives LEGENDRE et WERLE (cf. [2.20],[2.22]) ont mis en évidence une combinaison point col-foyer (cf fig.2.8) qui permet dans certains cas d'expliquer une séparation ouverte. Cette structure, dite de WERLE-LEGENDRE (cf. fig 2.12), n'est pas retrouvée sur maquette élancée (cf. CHANETZ [2.3]). Elle nécessite en fait une répartition de pression qui ne se trouve que sur les corps trapus ou au voisinage d'un culot (cas où WERLE l'a mis en évidence). Ce type de structure, longtemps recherchée pour justifier une séparation

ouverte est à écarter des applications pratiques sur corps élancés. Elle ne peut en effet exister que sous l'influence d'un très fort gradient de pression longitudinal ou d'une singularité géométrique de la surface (culot, raccord coiffe fuselage). Ces cas de figures ne se présentent guère sur des corps élancés suffisamment réguliers, sauf dans le cas d'ogive hémisphérique où, de toute manière, une structure avec foyer différente de celle de WERLE-LEGENDRE est déjà présente.

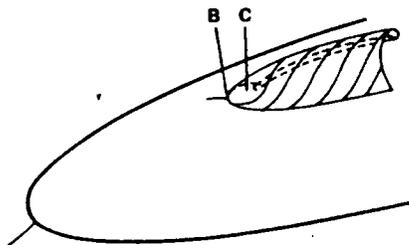
Par ailleurs, les théories développées précédemment donnent une expression précise de la forme de la surface de séparation, au voisinage d'un point singulier. Deux cas se présentent suivant la nature "ouverte" ou "fermée" de la séparation.



(b) Experiment of Werlé



(a) Original sketch of skin-friction lines by Legendre (Ref. 11).
 A - Nodal attachment point
 B - Saddle point
 C - Spiral node separation



(c) Extension of spiral node, Legendre

2.5.2 Structure topologique de l'écoulement de culot

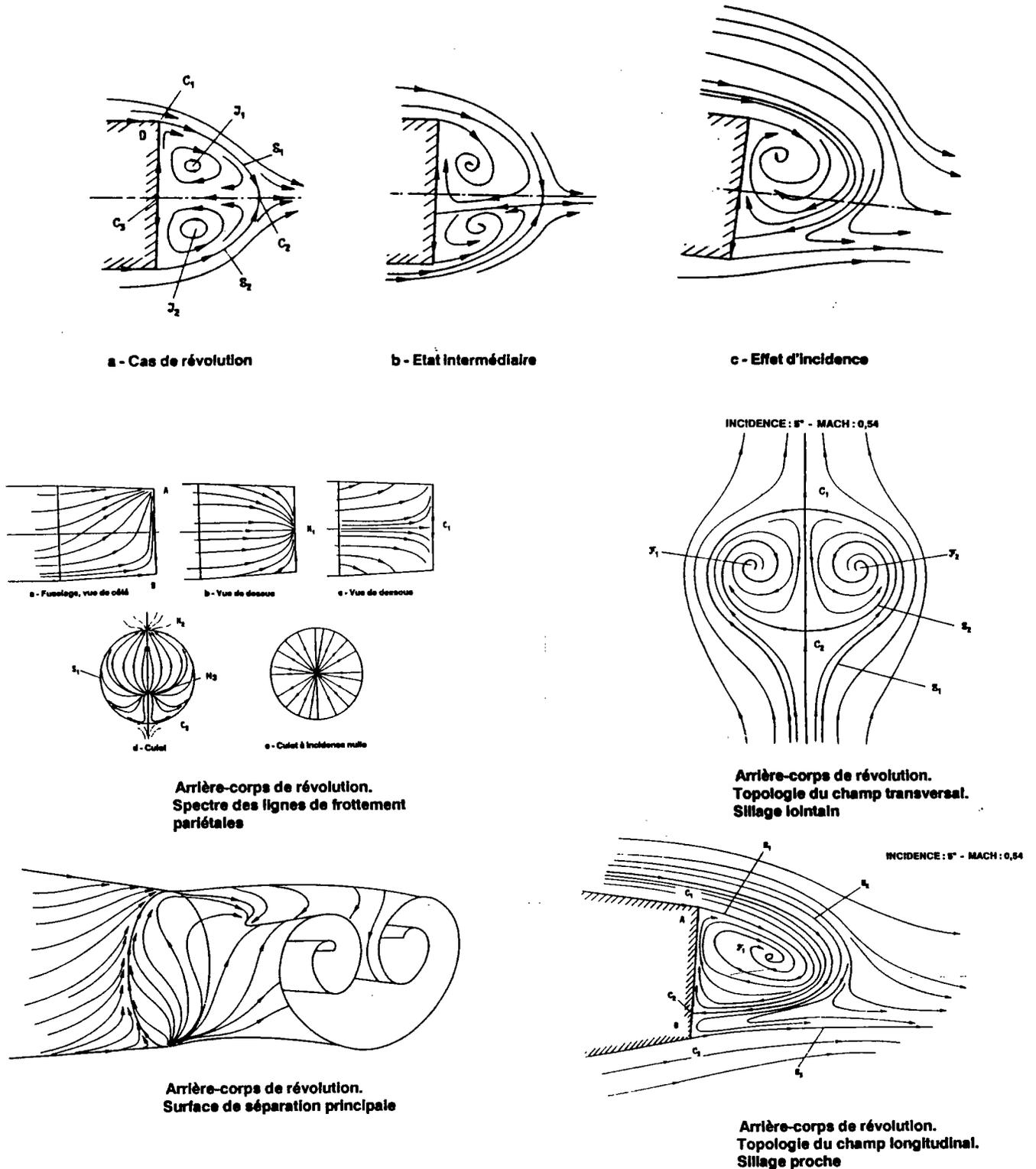


Figure 2.13 : Topologie des écoulements de culots (réf. DELERY [2.7])

L'écoulement de culot se caractérise, bien sûr, par un décollement lié à son arête vive.. Plusieurs cas se distinguent suivant l'incidence:

- Ecoulement quasi-axisymétrique (incidence nulle ou voisine de zéro).
- Contournement du culot par l'extrados, en l'absence de décollement le long du fuselage. (incidence $\leq 5^\circ$)
- Interaction des nappes issues respectivement de l'arête du culot et du décollement le long du fuselage

A incidence nulle, l'écoulement autour d'un culot circulaire est de révolution. L'arête peut être représentée par une infinité de cols. L'écoulement recolle nécessairement en un point R de l'axe en aval du culot. R est un point selle dans tous les plans contenant l'axe de révolution (cf. fig.2.13). Dans le plan perpendiculaire à l'axe passant par R, il devient un nœud de rattachement (cf. fig.2.13).

Aux faibles incidences ($\alpha \leq 5^\circ$) apparaît un point selle à l'intersection de la méridienne d'intrados et du culot (cf. [2.7]). Ce point C_i est à l'origine de la nappe de séparation de culot. La ligne de séparation longe l'arête du culot et s'achève à l'extrados en un nœud de séparation C_t (cf. fig. 2.9). Donc dès les faibles incidences la structure topologique du culot est ouverte. Deux tourbillons se forment au sein du sillage en une structure de "fer à cheval"(cf. fig.2.13).

Quand l'incidence croît encore, il apparaît une ligne de séparation le long du fuselage. L'intersection de cette ligne avec le culot est un nœud de séparation analogue à celui qui était auparavant situé sur la méridienne d'extrados. Un point selle apparaît à la fin de la méridienne d'extrados (cf fig.2.13., cf.[2.7]). La structure de l'écoulement de culot reste ouverte. La structure proposée ici n'est qu'une conjecture qu'il faudrait confirmer par l'expérience. Elle complète la structure "fer à cheval" par la présence d'une nappe issue de la ligne de séparation le long du fuselage. L'intersection des deux nappes est le point délicat de cette représentation.

Quoiqu'il en soit, la topologie des écoulements d'arrière corps en incidence est donc essentiellement ouverte. Tout point de la zone de recirculation appartient à une ligne de courant provenant de l'infini amont.

III) ETUDE EXPERIMENTALE

3.1 Introduction

3.1.1 Objectif du travail

L'aérodynamique des corps fuselés en incidence dépend d'un nombre élevé de paramètres dont il faut connaître l'influence exacte pour concevoir une modélisation numérique correcte de l'écoulement. Cette connaissance nécessite une étude expérimentale.

La compréhension de la structure générale de l'écoulement permet également de construire une méthode "fluide parfait" et d'en vérifier la validité. De plus, ce type de calcul exige de connaître a priori la position de la ligne de séparation primaire le long du fuselage (les autres décollements imbriqués ont des conséquences dynamiques faibles).

Bien que les modélisations "fluide parfait" soient nombreuses (cf chapitre I), peu de travaux font mention de formules donnant la position de la ligne de décollement en fonction de l'incidence, pourtant nécessaire à la mise en œuvre de ces techniques de calcul.

La formule de SCHINDEL (cf. chap. I) souvent utilisée, n'est valable, stricto sensu, que sur des cônes en régime laminaire. ($Re < 10^5$). Appliquée aux ogives, elle devient très approchée (cf fig.3.1).

La formule de VAN TUYL, basée sur des calculs numériques, est également d'une application limitée et d'une précision parfois douteuse (cf fig. 3.1) et semble réservée aux cas laminaire.

Bien souvent les essais en soufflerie concernent les coefficients globaux. Quelques auteurs seulement (CHAMPIGNY[3.4], TINLING & ALLEN, [3.25] BURSNALL&LOTFIN[3.3]) ont effectué des relevés de C_p ou des calculs de coefficients d'effort normal local.

Dans les publications de M. CHAMPIGNY beaucoup d'essais portent sur des incidences supérieures à 30° . TINLING&ALLEN n'ont traité que deux nombres de REYNOLDS ($4.4 \cdot 10^5$ et $3 \cdot 10^6$). Or, comme le montre CHAMPIGNY, c'est justement entre $1.5 \cdot 10^5$ et $2 \cdot 10^6$ que se produit le passage entre le régime à REYNOLDS subcritique (laminaire) et supercritique (entièrement turbulent).

Les effets du nombre de REYNOLDS se trouvent, de par ce fait, "concentrés" dans ce domaine, que nous explorons de manière plus resserrée.

Nos expériences ont quatre objectifs:

-1- Fournir un ensemble de données sur la ligne de séparation à faible nombre de MACH ($Mo < 0.60$) pour des nombres de REYNOLDS de $2.3 \cdot 10^5$ à $9 \cdot 10^5$ et des incidences de 10° à 25° . La forme de la ligne de séparation est alors représentée par une formule empirique valable pour des nombres de REYNOLDS critiques ($Re \geq 4.4 \cdot 10^5$) un nombre de MACH inférieur à 0.60 et des incidences de 15° à 25° sur des corps pointus (ou aérodynamiquement équivalents).

Ces résultats sont utilisés dans la modélisation fluide parfait.

-2- Effectuer une première approche expérimentale de la transition pour comprendre son rôle dans la position de la séparation.

-3- Etablir un ensemble de résultats sur les coefficients de pression et les coefficients d'effort normal local en fonction des nombres de REYNOLDS et MACH dans le domaine critique ($Re \in [10^5; 10^6]$) pour des incidences de 0° à 25° . L'influence exacte de ces divers paramètres est alors dégagée.

-4- Montrer, par une étude de la topologie de l'écoulement et une exploration du champ d'extrados, qu'une modélisation fluide parfait n'est pas incompatible avec la réalité physique.

Pour ce faire, plusieurs manipulations sont effectuées:

-1- A la paroi de l'engin:

- Visualisations pariétales par enduits visqueux, avec relevés de la position de la ligne de séparation.
- Visualisations de la ligne de séparation par injection d'enduit en un point de la paroi.
- Mesures de pression à la paroi.
- Visualisations de la transition par sublimation d'acénaphène.
- Essais de thermographie infrarouge.

-2- Dans l'écoulement: Mesure par sonde anémoclinométrique "cinq-trous"

Dans ce qui suit, les dispositifs et les principales conclusions de ces expériences sont décrits.

3.1.2 Généralités sur les moyens d'essais

3.1.2.1 Soufflerie

La soufflerie utilisée pour nos essais est la F757 du laboratoire d'aérodynamique de l'ENSAE (cf. fig 3.2). C'est une soufflerie à retour pressurisable, ce qui permet de faire varier indépendamment les nombres de MACH et de REYNOLDS en contrôlant la pression génératrice des essais (à température stabilisée).

En pratique, les plages d'utilisation sont :

- Pour le nombre de MACH : de $Mo = 0.17$ (limite de stabilité ventilateur) à $Mo = 0.55$ (limite de puissance moteur).
- Pour le nombre de REYNOLDS (rapporté au diamètre de la maquette $\varnothing 30\text{mm}$): de $Re_d = 1.1 \cdot 10^5$ à $1.9 \cdot 10^6$. Dans la pratique cette plage doit être réduite si l'on veut faire varier le nombre de MACH dans des proportions significatives en gardant un nombre de REYNOLDS constant.

La température à l'intérieur de la veine est limitée par un aéro-réfrigérant, dont la température d'équilibre est malheureusement subordonnée au MACH de l'essai et aux conditions météorologiques, l'échangeur utilisant l'air extérieur comme source froide (cf. planche 3.1, fig. 3.2).

Toutes les expériences utilisent des montages en dard. Deux types de support de dards ont été utilisés (fig. 3.3 a et b):

- Le premier support est un arceau circulaire maintenu au plancher et au plafond de la veine permettant des incidences de -28° à $+28^\circ$.
- Le second support de dard n'est tenu qu'au plancher de la veine. Les incidences possibles vont alors de -5° à 28° . Ce type de support rend une exploration du champ d'extrados plus aisée.

Dans la mesure du possible, la position du centre de rotation de la maquette est conservée lors des différents essais.

Les dards utilisés n'ont pas cependant le même diamètre, pour des raisons technologiques. En général, la section des dards est nettement plus faible que celle du missile, au moins sur trois diamètres ($D_{\text{dard}} \leq 0.8 \cdot D_{\text{maquette}}$). Cette règle n'est transgressée que dans le cas de certaines mesures de C_p .

Les dispositifs spécifiques à chaque manipulation sont décrits au fur et à mesure de la présentation des travaux expérimentaux.

3.1.2.2. Chaînes d'acquisition

Les acquisitions numériques ont été effectuées sur APPLE II et transférées sur un réseau APOLLO DOMAIN pour le dépouillement final (fig. 3.4.2).

Dans un premier temps, un montage utilisant une commutation mécanique des prises de pression (Scanivalve) était utilisé (cf fig. 3.4.1). Un module d'acquisition rapide a ensuite été développé au laboratoire par M. COMBES (cf. fig. 3.4.2). Les logiciels d'acquisition ont été écrits à la demande. Un multiplexeur électronique de capteurs de pression a été conçu et réalisé au laboratoire.

Un calcul des conditions amont (MACH Mo, REYNOLDS Red) est effectué en permanence lors des essais. Pour ce faire, trois grandeurs sont mesurées simultanément tout le long de l'essai :

- La pression génératrice amont P_{io} , mesurée dans la chambre de tranquillisation.
- La pression statique de la veine P_o , mesurée à la paroi en amont dans la veine.
- La température totale T_{io} , mesurée dans la chambre de tranquillisation par thermocouple.

Chaque mesure est ainsi effectuée dans des conditions (Red, Mo) définies de manière instantanée. La consigne prévue est en générale respectée à 1% près; l'essai est annulé, ou la mesure refaite, si la consigne n'est pas vérifiée à 2% près.

3.2 Visualisations pariétales

3.2.1 Première campagne: Détermination de la structure globale

3.2.1.1 Présentation de la méthode

Ces visualisations ont pour objectif une étude qualitative de l'écoulement . Elles sont menées sur deux types de maquettes (cf. planches 3.2):

- Une maquette dont le nez est interchangeable :
 - Un nez effilé
 - Une ogive légèrement émoussée (le rayon de courbure de la pointe étant alors de 1mm env.). Ce type de manipulation montre que l'influence d'un émoussement léger sur la structure de l'écoulement est négligeable (aux incidences inférieures à 30°).
- Une maquette monobloc. Elle recoupe les essais précédents où la jonction nez/cylindre peut perturber le décollement en provoquant une transition prématurée.

Toutes les maquettes utilisées ont un maître-couple de Ø30mm pour une longueur L de 270mm (l'élanement $L/D=9$). Le montage utilise un dard long (cf. planches 3.2).

Le principe des visualisations pariétales repose sur le fait que le champ des vitesses à la paroi d'un obstacle est colinéaire au champ des forces de frottement (cf Annexe 3.1). La maquette est donc badigeonnée avec un enduit coloré qui est entraîné par le frottement. Il visualise ainsi les lignes de frottement pariétal, et, par là même, les lignes de courant à la paroi (cf MARTY [3.16]).

La plupart des enduits utilisés sont composés d'un liant fluide (huile de paraffine) et un pigment solide (dioxyde de titane ou noir de carbone).

Les forces de frottement sont, bien sûr, reliées à $\rho \cdot V_e^2$. Les visualisations donnent donc de meilleurs résultats à MACH élevés (cf. STETSON[3.24]). A très faible MACH l'adjonction d'un solvant permet de fluidifier l'enduit . Le rôle de l'évaporation du solvant est, ici, quelque peu illusoire. En revanche, il provoque une agglomération du pigment qui altère la qualité des visualisations. Il n' est pas utilisé dans nos expériences.

La consistance de l'enduit doit être adaptée au MACH de l'essai et à la température de la veine (la viscosité du liant chutant avec ce paramètre).

Nous effectuons systématiquement trois essais au moins à chaque configuration de vol (à incidence, nombres de Mach et de Reynolds donnés)(cf. pl. 3.3) :

- Un essais avec enduit épais : La visualisation des lignes est nette (cf pl 3.3) mais l'enduit perturbe l'écoulement. Ce type de visualisation ne permet qu'une analyse qualitative du spectre pariétal.
- Un essais avec enduit "normal" (env. deux fois moins de pigment que l'essai "épais") : Les lignes pariétales obtenues sont en général, moins nettes qu'avec un enduit épais (cf pl. 3.3), mais la perturbation due à l'enduit devient assez faible. Il permet de visualiser les lignes pariétales tout en mesurant la position de la ligne de séparation avec une précision acc
- Un essais avec enduit fluide (le mélange à presque la viscosité de l'huile seule): Les lignes pariétales sont difficilement visibles, mais les lignes d'accumulation sont repérées avec une très bonne précision (largeur du "trait " de l'ordre d'une fraction de millimètre). Ce type de visualisation détermine la position de la ligne de décollement.

3.2.1.2 Critique du dispositif

Les visualisations par enduit visqueux font intervenir des paramètres supplémentaires liés à la nature de l'enduit. La température statique lors de l'écoulement de l'essai prend une grande importance puisqu'elle gouverne la viscosité de l'enduit. Si l'enduit est épais il faut conserver des conditions d'essais très stables en température.

La composition de l'enduit joue bien sûr un rôle très important. Son homogénéité est un critère capital de validité de l'opération; un enduit légèrement inhomogène pouvant produire une accumulation fautive (sans fondement physique), provoquer une séparation parasite, ou faire transitionner la couche limite.

Les relevés de la position de la ligne de séparation sont effectués, lors de la première campagne de visualisations, à l'aide d'un dispositif assez rudimentaire (cf fig. 3.5). La précision angulaire est estimée par répétition des essais, à $\pm 4^\circ$ sur la partie cylindrique et $\pm 8^\circ$ au voisinage de la pointe ($X/D \leq 1$). La largeur de la ligne d'accumulation est aussi un facteur d'erreur non négligeable.

Les clichés photographiques (cf planches 3.4) permettent cependant de déceler clairement la structure de l'écoulement. Les meilleurs résultats sont obtenus avec un objectif de 50mm, bien que celui-ci déforme légèrement le spectre pariétal. Dans le cas d'un dépouillement par traitement d'images, l'usage d'un téléobjectif semble impératif. Cette technique très bien adaptée à ce type d'essais n'a pu malheureusement être appliquée ici pour des raisons techniques.

Les diverses lignes de séparation sont mises en évidence par accumulation d'enduit. Ce mécanisme, tout comme le décollement sur corps pointu, est lié aux confluences des vitesses transversales. Il existe, en tridimensionnel, une vitesse longitudinale tangente à la ligne de séparation. Cette vitesse est même bien supérieure aux composantes transverses sur des corps élancés, mais si elle est trop élevée, elle efface les lignes d'accumulation en entraînant l'enduit vers l'arrière du corps.

Cette difficulté se présente surtout aux faibles incidences où la composante longitudinale de la vitesse domine largement les autres. De ce fait, les visualisations à des incidences inférieures à 10° exigent des précautions particulières (décrites § 3.2.2), faute de quoi, les résultats de ces visualisations peuvent conduire à repousser vers l'aval le début de la ligne de séparation, alors qu'elle existe mais que sa trace a simplement été effacée dès le début de l'expérience.

Le raccord ogive cylindre perturbe la visualisation en créant une accumulation d'enduit "parasite". Les enduits fluides sont les plus sensibles à la présence du raccord. Cependant il ne provoque pas, en général de modification notable de la position de la ligne de décollement, ni de transition. Il épaissit seulement les contours des lignes d'accumulation en aval, ce qui altère la précision des relevés. Des visualisations de contrôle ont été effectuées systématiquement avec une maquette monobloc (cf pl. 3.4) en fin de campagne d'essais.

Les résultats obtenus ici sont suffisamment nets pour décrire la structure de l'écoulement. Des valeurs plus précises de la position de la ligne de séparation sont fournies par les deux autres campagnes de visualisations.

Les clichés mettent en évidence la symétrie de l'écoulement jusqu'à 27° d'incidence, où il apparaît un début de dissymétrie au voisinage du culot.

Le spectre pariétal est très différent à l'intrados et à l'extrados.

Sur l'intrados, il garde une allure quasi-uniforme tout le long du fuselage; l'écoulement y est fortement dévié vers l'extrados (de plus de 20° par rapport à la vitesse amont) avant de s'aligner avec la ligne de séparation. (cf pl. 3.5). Le point d'arrêt est rejeté sur la pointe même ou en son voisinage immédiat (les visualisations ne permettent pas à ce niveau la finesse d'analyse suffisante pour conclure avec précision).

Sur l'extrados l'écoulement a deux comportements différents:

- Sur l'ogive (ou ses deux premiers tiers) le fluide n'est pratiquement pas dévié transversalement.

- A partir d'un point situé vers la fin de l'ogive (qui se déplace vers l'amont quand l'incidence augmente) les filets fluides s'écartent brusquement du plan de symétrie. La ligne d'attachement liée à ce plan apparaît très nettement.

A partir de 12° à 13° d'incidence, un décollement secondaire apparaît sur la partie cylindrique.

Pour des incidences supérieures à 15° , il se forme également une structure particulière sur l'ogive. On observe ainsi une ligne d'attachement et une ligne de séparation dès la pointe avant de l'ogive. Une explication de ces observations est proposée plus loin (§ 3.3).

Quand l'incidence augmente le décollement secondaire de la partie cylindrique remonte largement (d'un calibre env. à 25° d'incidence) sur l'ogive.

Les relevés de la position angulaire du décollement ainsi effectués sont certes peu précis ($\pm 5^\circ$ à $\pm 8^\circ$) mais donnent une bonne idée de l'allure du décollement le long du corps (cf. graphes 3.1).

3.2.2 Deuxième campagne: Etude du décollement naissant

3.2.2.1 Description du dispositif et de la méthode

Lors de cette campagne, les essais en soufflerie se déroulent de manière analogue à celle décrite plus haut. Ils sont toutefois menés avec des enduits plus fins. Le dioxyde de titane est remplacé aux faibles nombres de Mach par du noir de carbone, plus léger. Les essais sont répétés un plus grand nombre de fois.

La durée de l'essai étant primordiale, une même configuration aérodynamique est étudiée plusieurs fois en augmentant progressivement la durée de l'essai. Cette façon de faire permet de donner aux accumulations d'enduit le temps de se former sur la pointe sans être balayées (durée courte) et d'observer ensuite le développement de la séparation le long du fuselage (durées plus longues) alors que l'enduit s'élimine déjà de l'ogive.

Les relevés de la position du décollement utilisent un dispositif de mesure d'angle amélioré.

Les essais étudient spécialement l'incidence 5° en dessous de laquelle les visualisations ne semblent pas donner de résultats satisfaisants.

3.2.2.2 Critique du dispositif

Ce dispositif est plus précis que le précédent. La maquette utilisée est monobloc ce qui évite les problèmes liés au raccord. Les enduits au blanc de titane sont en général très dilués, ce qui améliore la sensibilité mais nécessite un dépouillement rapide car les effets de la gravité ne sont pas toujours négligeables, quand le vent s'annule. Des enduits au noir de carbone sont testés avec succès. Ce type d'enduit est bien mieux adapté aux Mach faibles, les lignes pariétales obtenues sont en général plus nettes, l'effet de la gravité est plus faible car le carbone est de masse volumique plus faible que l'oxyde de titane.

La précision de l'appareil utilisé est de l'ordre de 0.1° , mais il ne permet pas d'effectuer des relevés à une distance inférieure à un calibre de la pointe. Le calage de la maquette introduit une incertitude angulaire de l'ordre de 1° (jeu dans la bride de fixation). Compte tenu des perturbations d'enduit et des inhomogénéités de l'écoulement, l'incertitude totale sur ces mesures est de $\pm 3^\circ$.

3.2.2.3 Observations expérimentales

Cette deuxième série de visualisations a pour but de repérer le décollement naissant aux faibles incidences. Toutefois ces visualisations ne donnent pas de résultats probants en dessous de cinq degrés d'incidence. En effet, dès quatre degrés d'incidence, l'enduit est pratiquement effacé avant qu'une ligne d'accumulation ne puisse être dégagée sur une longueur significative.

A cinq degrés d'incidence, la ligne de séparation est parfaitement repérable dès $X/D=2$. En fait, on la discerne à partir de l'abscisse $X/D=1$, mais de manière assez floue (enduit presque effacé). (cf. graphes 3.2)

Ce dispositif est également utilisé pour recouper des visualisations à 10° et 15° d'incidence. Les courbes obtenues (cf. graphes 3.2) sont beaucoup plus précises que celles de la première campagne.

3.2.3 Troisième campagne: Position du décollement sur la fin de l'ogive et sur le cylindre

3.2.3.1 But

Les visualisations pariétales sont très fastidieuses, surtout lorsqu'on cherche à exploiter quantitativement les relevés. Il est nécessaire d'effectuer plusieurs fois les mêmes essais pour s'assurer de leur répétitivité. Or les visualisations aux nombres de REYNOLDS élevés ($Re \geq 5.5 \cdot 10^5$) sont longues à mettre en œuvre du fait de la mise sous pression de la soufflerie. De plus, la trace de la ligne de séparation manque souvent de netteté.

Par ailleurs, l'étude de la structure de l'écoulement montre que la séparation ne va être utile dans le programme fluide parfait qu'au-delà de $X/D = 1.5$. On peut donc se concentrer sur la partie de la ligne de séparation située en aval de ce point.

Ces remarques nous incitent à modifier le dispositif expérimental, afin d'étudier la ligne de séparation d'une manière à la fois plus précise et plus rapide.

Nous nous proposons maintenant d'injecter l'enduit à l'intrados de la maquette, au lieu de la badigeonner. Nous observons alors les lignes d'émission issues du point d'injection qui s'accumulent le long de la ligne de séparation, ainsi mise en évidence de manière très précise (cf photo).

Cette manipulation a plusieurs objectifs:

- Améliorer la précision des relevés afin d'utiliser les résultats de manière quantitative.
- Diminuer la durée des essais en évitant au maximum des ouvertures de veines.
- Permettre ainsi d'analyser les configurations à nombres de REYNOLDS élevés, peu ou pas traitées lors des deux premières campagnes.

3.2.3.2 Dispositif expérimental et méthode

La maquette utilisée est quadrillée en abscisse tous les 0.5 D et tous les 10° d'azimut (cf. Planche 3.5).

L'injection d'enduit s'effectue par un orifice de 0.8mm, situé à l'intrados dans le plan de symétrie du système, à une distance d'un calibre (30mm) de la pointe. Sa position est telle que toutes les lignes d'émission de ce point atteignent la ligne de séparation à un endroit où la couche limite a déjà "transitionné". Ceci évite que l'injection ne provoque une transition parasite et modifie ainsi la structure du décollement.

Un orifice est situé à l'extrados du missile à environ deux diamètres de la pointe. Il permet de nettoyer la maquette entre deux essais sans intervenir dans la veine. Pour ce faire, la vitesse soufflerie est diminuée afin de passer à un nombre de REYNOLDS subcritique ($Re < 1.7 \cdot 10^5$) pour lequel le décollement le long du cylindre est situé à 80° ou 90° d'azimut. On injecte alors de l'huile de paraffine vierge à l'extrados qui efface la ligne d'accumulation tracée lors de l'essai précédent.

On peut donc très rapidement enchaîner deux essais consécutifs. La répétitivité des résultats peut donc être facilement vérifiée en itérant à la suite plusieurs essais à la même pression génératrice.

L'enduit choisi est du noir de carbone dans de l'huile de paraffine. Il est bien plus dilué que dans le cas de visualisations par badigeonnage, donc beaucoup plus sensible et bien moins intrusif. De plus les quantités d'enduit injectées sont environ dix fois plus faibles que celles d'une visualisation classique ce qui en réduit encore l'influence perturbatrice.

La ligne d'accumulation est bien plus fine (de l'ordre de 0.3 mm env. à 1mm) que lors des autres visualisations.

Les visualisations sont photographiées au travers du hublot de la soufflerie. Le dépouillement s'effectue ultérieurement sur projection des diapositives obtenues.

3.2.3.3 Critique du dispositif - Résultats

Les incertitudes de mesures de ce dispositif ont trois causes:

-1- L'épaisseur de la ligne d'accumulation de l'enduit (de l'ordre de 0.5mm en moyenne) qui introduit une erreur angulaire de $\pm 1^\circ$ en moyenne. Cette erreur tombe à $\pm 0.5^\circ$ pour les relevés d'incidence supérieure à 20° et plus.

-2- La précision du tracé des angles sur la maquette qui introduit une erreur maximale de $\pm 0.5^\circ$

-3- Le dépouillement dont la répétitivité (sur un cliché différent du même essai) est de l'ordre de $\pm 1^\circ$.

L'incertitude des relevés est donc de $\Delta\theta \approx \pm 2.5^\circ$. Cette précision est largement confirmée par les recoupements d'essais (cf graphe).

Les relevés de cette campagne concernent uniquement des configurations à des nombres de REYNOLDS supérieurs à $4.4 \cdot 10^5$ et des incidences supérieures ou égales à 15°. Ils permettent dès les premières observations de mettre en évidence l'influence des divers paramètres d'essais (cf graphes 3.3):

- L'incidence joue évidemment le rôle principal. Son influence se fait sentir sur toute la longueur de la maquette. (les variations angulaires moyenne de la position de la ligne de décollement sont d'environ 20° entre 15° et 25° d'incidence).

- Le nombre de REYNOLDS a également une influence importante mais son effet est plus réduit que celui de l'incidence (de l'ordre de 5° à 10° au plus). Pour 25° d'incidence son influence est concentrée entre 2.5 et 4. calibre à partir de la pointe. Quand l'incidence diminue, la zone d'influence du nombre de REYNOLDS recule vers l'aval (5 à 8 calibre de la pointe avant).

•L'influence du nombre de MACH est bien plus faible, au plus de l'ordre de $\Delta\theta_d \leq 5^\circ$ (variation de la position de la ligne de décollement toutes choses égales par ailleurs sur la plage de $Mo=.23$ à $Mo=0.55$). Elle ne se fait sentir que pour les nombres de REYNOLDS élevés (9.10^5) pour 15° d'incidence et principalement sur la zone arrière du fuselage ($X/D > 6$).

Par ailleurs la position du maximum des courbes $\theta_d=f(X/D)$ avance légèrement vers l'amont quand l'incidence et le nombre de REYNOLDS augmentent. Elle reste toutefois voisine de $X/D=2$.

La synthèse de ces observations est dégagée au § 3.6.

3.3 Approche expérimentale de la transition sur fuselage.

3.3.1 Objectifs

La position du décollement de l'écoulement le long du fuselage dépend beaucoup de la nature laminaire ou turbulente de la couche limite. Il est donc intéressant de repérer où la transition se produit et d'essayer de comprendre comment cette déstabilisation de l'écoulement se produit.

Le but de nos visualisations se limite à une étude qualitative, dont le principal objectif est de rapprocher l'apparition de la transition du comportement de la ligne de décollement..

Nous avons mis en œuvre deux techniques:

- La sublimation de l'acénaphène
- La thermographie infrarouge dont nous avons testé l'application à la détection de la transition sur petites maquettes.

3.3.2 Visualisations par acénaphène

3.3.2.1. Principe de la méthode

Le principe de cette méthode est bien connu (cf. MARTY [3.16]); nous n'en faisons qu'un bref rappel.

L'acénaphène est une substance solide (cristaux), qui se sublime à température ambiante. Ce mécanisme est en partie lié à la température, mais il dépend surtout des transferts de masse entre le fluide et la paroi. Ainsi lorsque la couche limite passe du régime laminaire au régime turbulent ces transferts de masse s'effectuent de manière beaucoup plus efficace. La turbulence fait alors chuter la concentration de l'acénaphène gaz au voisinage de la paroi et accélère ainsi la sublimation de l'acénaphène solide de manière bien plus rapide qu'un écoulement laminaire. Si l'on recouvre la paroi d'une couche homogène d'acénaphène, les zones turbulentes correspondent alors aux endroits où il subsiste, après essai, le moins de produit. L'acénaphène étant blanche et déposée sur une surface noire, les zones turbulentes apparaissent en noir sur les essais.

L'avantage de ce type de visualisation est qu'il est basé sur un transfert de masse. Il ne dépend que peu des échanges thermiques ni des propriétés du matériau constitutif de la paroi. Cependant si les effets thermiques sont importants ils finissent tout de même par perturber la visualisation. Toutefois, dans nos essais, seule la pointe de l'ogive peut présenter ce type de perturbation (limitée à 0.5 calibre de la pointe avant). Cette méthode reste donc peu liée à l'évolution des températures externes de la couche limite; elle est peu influencée par les gradients de pression le long de la paroi (contrairement à la thermographie infrarouge).

Par ailleurs, il faut prendre garde que l'enduit ne provoque de lui-même la transition ou n'en modifie l'emplacement à la paroi. La couche d'acénaphène doit également être répartie de manière régulière, ce qui est parfois délicat à réaliser et constitue une source d'erreur. Pour appliquer le produit on peut soit tremper la maquette dans une solution d'acénaphène dans de l'acétone soit pulvériser le produit sur l'engin.

Le bain donne un dépôt très fin peu perturbateur et très sensible, mais l'essai doit être de courte durée (une minute au maximum). Compte tenu de la finesse de la couche de produit, les effets thermiques peuvent perturber les essais et les clichés obtenus manquent souvent de netteté. Ces manipulations sont donc utilisées uniquement pour contrôler les essais effectués avec des épaisseurs de produits plus importantes, qui donnent des résultats plus nets, en pulvérisant le produit sur la maquette.

3.3.2.2 Observations expérimentales

Les premiers essais sont effectués à incidence nulle. Ils font apparaître clairement la transition (cf. planches 3.6). La précision des relevés est d'environ 8mm (d'après l'écart-type des essais réalisés dans les mêmes conditions).

Lors des essais en incidence la zone d'extrados apparaît complètement turbulente. A grande incidence (25°), pour des nombres de REYNOLDS assez faibles (3.10^5) l'intrados reste laminaire (blanc)(cf. photos). Lors des essais à REYNOLDS plus élevés ($Re \geq 4.410^5$) ou à des incidences plus faibles, la turbulence apparaît beaucoup plus tôt.(cf. Schéma, Résultats).

Des instabilités transversales (repérées par des encoches caractéristiques appelées "dents de requins") sont observées. Mais ce phénomène est bien moins marqué que dans les divers articles publiés à ce sujet (cf. POLL [3.21]).

La méridienne d'intrados transitionne légèrement plus rapidement que le reste de l'intrados. Cet effet reste toutefois très limité pour les incidences supérieures à 20°.(cf. planches 3.7).

3.3.3 Visualisation de la transition par thermographie infrarouge

3.3.3.1 Effets thermiques relatifs à la transition

Les échanges thermiques entre l'écoulement et la paroi dépendent fortement de la nature de la couche limite qui s'y développe. Lors de la transition l'écriture de l'équation de l'enthalpie moyenne au sein du fluide fait apparaître alors un terme de transport convectif d'enthalpie, lié au transfert de masse provenant de la turbulence:

$$\Phi_t = \rho C_p \langle U' T' \rangle \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_t : \text{Flux thermique turbulent apparent} \\ C_p : \text{Capacité calorifique à pression constante} \\ \rho : \text{Masse volumique} \\ U' : \text{Vitesse fluctuante} \\ T' : \text{Température fluctuante du fluide} \\ \langle \cdot \rangle : \text{Moyenne de FAVRE} \end{array} \right.$$

Ceci est un flux apparent qui n'existe qu'au sein du fluide et s'annule à la paroi où le flux thermique reste donné par la loi de FOURIER bien connue:

$$\Phi_p = -\lambda \overrightarrow{\text{Grad}T} \cdot \vec{n} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_p \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_p : \text{Flux thermique à la paroi} \\ \lambda : \text{Conductivité du fluide} \\ T : \text{Température du fluide à la paroi} \\ \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_p : \text{Composante normale du gradient} \\ \text{de température à la paroi (dans le fluide)} \end{array} \right.$$

Cependant, le profil de température dans la couche limite est modifié par l'existence de Φ_t et le gradient de température à la paroi s'en trouve fortement augmenté, ce qui accroît le flux pariétal Φ_p .

Cette augmentation de flux peut se traduire de deux manières distinctes:

- Une variation de la température de frottement du fluide à la paroi.
- Une augmentation importante du coefficient de transfert thermique par convection.

L'accroissement des échanges thermiques entre le fluide et la paroi sous l'effet de la turbulence peut donc être étudié en déterminant deux grandeurs à la paroi, la température, ou bien la densité surfacique de flux thermique à la paroi.

- Modélisation par la température de frottement:

De façon classique la température de frottement ou "athermane" se déduit des conditions extérieures à l'aide d'un facteur dit de "récupération":

$$r = \frac{h_f - h_e}{h_{i_e} - h_e} = \frac{T_f - T_e}{T_{i_e} - T_e} \quad \text{Où} \quad \begin{cases} T_e : \text{Température externe} \\ T_f : \text{Température de frottement} \\ h_e : \text{Enthalpie externe} \\ h_f : \text{Enthalpie de frottement} \\ T_{i_e} : \text{Température externe} \\ h_{i_e} : \text{Enthalpie totale externe} \end{cases}$$

Pour une couche limite laminaire $r \approx 0.85$. Il passe à $r \approx 0.90$ en régime turbulent. La température de frottement est alors donnée par:

$$T_f = 1 + \frac{\gamma-1}{2} r M_e^2 \quad \text{où } M_e : \text{Nombre de Mach externe à la couche limite}$$

Soit pour $Me \approx 0,5$:

$$\left(\frac{T_f}{T_e}\right)_{\text{lam}} = 1,0450 \quad ; \quad \left(\frac{T_f}{T_e}\right)_{\text{turb}} = 1,0425$$

Soit, pour une température génératrice de 313K, une différence de $T_{f_{\text{lam}}} - T_{f_{\text{turb}}} = 0,75$ K. La transition est donc détectable, en théorie, en observant directement le champ de températures à la paroi lorsque le système est proche de l'équilibre thermique (flux nul).

• Modélisation à partir des flux :

Il est possible d'étudier directement les flux à la paroi en l'exprimant sous la forme:

$$\Phi_{\text{cv}}(M) = h(M) \cdot (T_p(M) - T_f(M)) \quad \text{où} \quad \begin{cases} \Phi_{\text{cv}}(M) : \text{Flux dit "de convection" à la paroi} \\ h(M) : \text{coefficient de convection en } M, \text{ point de la paroi} \\ T_p(M) : \text{Température de la paroi} \\ T_f(M) : \text{Température de frottement à la paroi} \end{cases}$$

h est relié au nombre de STANTON Ch par : $h = Ch \rho_e U_e$
où ρ_e et U_e sont les conditions externes de la couche limite.

La transition va directement agir sur le coefficient h , en provoquant un accroissement important de ce paramètre.

Contrairement à la différence des températures de frottement, lors de la transition, la variation des flux, et donc de h , reste nette même à faible nombre de MACH (cf. DESCOINS [3.6], GIOVANNINI [3.7]). Il semble ainsi plus intéressant à basses vitesses d'étudier directement le flux de convection, par le biais de h , que les températures de frottement.

Ces deux modélisations correspondent à deux utilisations de la thermographie infrarouge.

3.3.3.2 Principes de la thermographie

La thermographie infrarouge se base sur l'analyse du rayonnement infrarouge d'un objet pour former un image de la température de sa surface (cf. BALAGEAS [3.2], GAUFRE [3.10],[3.11], LAUG [3.15]) (cf Annexe 3.6).

On distingue deux types d'utilisation de la thermographie:

- La thermographie passive qui analyse les températures sur le corps .
- La thermographie active qui calcule les flux thermiques à la surface du corps. Cette technique étudie en général des configurations instationnaires où les flux sont plus élevés et dominent les éventuels "parasites thermiques".

3.3.2.2.1 Thermographie passive

Lors de cette utilisation, le système dresse une carte de température de la surface du corps. Il permet ainsi de détecter les zones "chaudes" ou "froides" à la surface du corps. Au voisinage de l'équilibre thermique, la carte des températures T_p à la paroi est en fait une carte

"approchée" des températures de frottement du fluide à la paroi. La transition peut donc être détectée par ce système.

En fait, ceci est un cas idéal. La conduction dans le matériau et les variations des grandeurs externes à la couche limite (T_e , P_e , ρ_e) créent également des variations de T_p qui peuvent masquer le saut de T_f dû à la transition. Pour des nombres de MACH assez grands ou des corps à faible gradient de pression (plaque plane), cette technique est acceptable. Elle est, en revanche, plus délicate à appliquer en subsonique dans des écoulements "très" tridimensionnels.

3.3.2.2 Thermographie active

Cette méthode consiste à calculer, à partir des cartes de températures entre deux instants voisins, la dérivée de la température par rapport au temps, soit par différences finies ($\partial T/\partial t \approx \Delta T/\Delta t$). La rapidité d'acquisition des caméras actuelles permet de construire deux images séparées de seulement $\Delta t=1/6$ sec (caméra AGA[®] à balayage mécanique, cf annexe 3.7) l'approximation réalisée est acceptable dans le cadre de la présente étude, car le temps caractéristique des évolutions thermiques est en général supérieur à 1/16sec.

La densité de flux de chaleur Φ_T se propageant au voisinage immédiat de la surface vérifie:

$$\Phi_T = \rho C e \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} C: \text{Capacité calorifique du revêtement} \\ \rho: \text{masse volumique de la "peau" thermique} \\ e: \text{épaisseur de la "peau" thermique} \\ \Phi_T: \text{Flux total reçu par la surface} \\ \quad \text{(deux faces de la peau et faces latérales)} \\ T: \text{Température moyenne dans la "peau" thermique du corps} \\ \quad \text{(zone affectée par le flux à l'instant t)} \end{array} \right.$$

La température utilisée est en fait une moyenne au travers de l'épaisseur du corps où la température évolue sous l'action du flux. On peut rattacher le terme $\partial T/\partial t$ à la variation de la température de paroi $\partial T_p/\partial t$ par un coefficient R :

$$R = \frac{\int_0^e \rho(y) C(y) \frac{\partial T(y)}{\partial t} dy}{\rho C e \frac{\partial T_p}{\partial t}} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} e: \text{épaisseur de la "peau" thermique} \\ T(y): \text{Température à travers la "peau"} \\ R: \text{Coefficient de correction} \\ \rho(y), C(y): \text{Masse volumique et capacité calorifique locale} \\ \rho, C: \text{Masse volumique et capacité calorifique à la paroi} \\ T_p: \text{Température de la surface de la paroi} \end{array} \right.$$

Un moyen simple de fixer ce coefficient est d'étudier un revêtement métallique conducteur placé sur un isolant léger. L'épaisseur de la peau thermique est alors confondue avec celle du revêtement conducteur, car le terme $\partial T/\partial t$ est faible dans l'isolant (il faut pour cela que $\lambda \cdot \rho \cdot C$ soit faible dans l'isolant (cf LAUG[3.15]). Dans un tel cas R est très voisin de l'unité si le matériau choisi est un bon conducteur (cuivre, aluminium, argent)(cf DESCOINS[3.6], [3.7]).

On peut alors écrire:

Φ_{cond} se résume au flux latéral et peut être estimé. Sur des corps conducteurs, le problème de calcul de ce flux de conduction est un des obstacles majeurs de l'application de la méthode.

Quand le nombre de Mach est faible (ici $Mo < 0.5$ env.) la température de frottement T_f est voisine de la température externe de la couche limite T_e . De plus, dans ces conditions de MACH, la variation de Φ_{cv} à travers la transition est essentiellement due à l'évolution de h et peu à celle de T_f . Pour une étude qualitative, le coefficient h peut donc être estimé en effectuant l'approximation $T_f \approx T_e$, soit:

$$h(M) = \frac{\rho c \frac{\partial T_p}{\partial t}(M) - \Phi_{\text{cond}} - \phi_r - \phi_s}{T_p(M) - T_e(M)}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial T_p}{\partial t}(M) : \text{Variation de la température de paroi directement donnée par la thermographie} \\ \Phi_{\text{cond}} : \text{Flux de conduction dans le matériau de la paroi} \\ \text{(négligé ou estimé à partir de la répartition des température à la surface de la paroi)} \\ T_p(M), T_e(M) : \text{Températures pariétale et externe à la couche limite en M} \end{array} \right.$

Ce type de thermographie est appelée thermographie active. Elle a été largement développée au D.E.R.M.E.S. (département du C.E.R.T./O.N.E.R.A.).

Quand l'objet étudié est soumis à un apport d'énergie extérieure, réchauffage ou refroidissement, on parle alors de thermographie stimulée. La thermographie active est quasiment toujours stimulée afin d'augmenter le caractère instationnaire des échanges thermiques, ce qui permet une meilleure mesure de $\partial T / \partial t$ dont la valeur est d'autant plus importante que l'on est loin de l'état d'équilibre thermique du système.

3.3.2.2.3 Problème d'application de ces méthodes - Procédés utilisés

Dans la pratique, la thermographie passive est beaucoup plus facile à mettre en œuvre. On dresse aisément une carte exacte des températures sur un corps, pourvu que le capteur de la caméra ait été correctement étalonné.

Mais, sur un corps ogivo-cylindrique, l'évolution des pressions, liée à la forme de l'ogive, provoquent des variations de la température externe de la couche limite. Le problème est donc plus difficile à résoudre qu'en bidimensionnel, car il règne sur la pointe un gradient de température de frottement lié à l'évolution du nombre de Mach externe le long de l'ogive ((cf. annexe 3.4, cf. graphe 3.4). Le saut de température de frottement provenant de la transition peut être alors "noyé" par ces variations de température, issues de l'écoulement externe.

La "carte de h " est également délicate à construire correctement car elle dépend du temps de réponse thermique de la surface et des diverses conductions parasites qui peuvent intervenir. Mais le flux obtenu subit un saut plus net au travers de la transition.

Enfin, la forme de la maquette pose de nombreux problèmes technologiques et rend très lourde la mise en œuvre de calculs thermiques précis sur l'ogive.

Trois types d'essais ont été réalisés (cf planche 3.8):

- Essais avec écoulement amont permanent.
- Essais avec réchauffement rapide de l'écoulement : l'aéroréfrigérant de soufflerie n'est pas utilisé. L'écoulement passe de 20°C à 40°C en 2 minutes à Mach 0.55.

- Essais avec refroidissement rapide : Après avoir réchauffé l'écoulement , l'aéroréfrigérant est mis en route. La température chute alors de $\Delta T \approx -20^\circ\text{C}$ en trente secondes environ.

L'acquisition est la même que la thermographie soit active ou passive. Le calcul des cartes de "h" s'effectue en temps différé.

3.3.3.3 Dispositif expérimental

3.3.2.3.1 Matériel de thermographie

La chaîne d'acquisition utilisée (matériel du DERMES/CERT/ONERA) se compose d'une caméra infrarouge, son électronique et d'un micro-ordinateur servant au dépouillement des résultats et à leur présentation (cf. annexe 3.7.)

3.3.2.3.2 Veine et Maquettes utilisées

La soufflerie F757 de l'ENSAE est équipée d'un hublot d'observation en séléniure de zinc (transparent aux infrarouges) d'un diamètre de 100mm qui ne permet pas une observation globale de la maquette.

Plusieurs types de maquettes ont été utilisés:

- Une maquette creuse en aluminium: sans succès à cause des flux de conduction trop élevés (cf. planches 3.9).
- Une maquette en plexiglas peinte en noir: Cette maquette qui donne des résultats assez satisfaisants (cf. planches 3.9) a de plus l'avantage d'être de conception très simple avec une bonne émissivité. C'est la maquette retenue à l'issue des essais.
- Maquette plexiglas recouverte d'aluminium déposé sous vide.: Cette maquette n'a pas donné de meilleurs résultats que la précédente. En effet, l'épaisseur de la peinture(isolante) est du même ordre que celle du conducteur. La peinture, utilisée pour augmenter l'émissivité du revêtement, anihile complètement ses propriétés thermiques. Le même effet est constaté avec la maquette en Uréol.
- Maquette en Uréol : Ce matériau a l'avantage d'être légèrement moins lourd que le plexiglas et il est opaque avec une émissivité de l'ordre de 0.8. La maquette est utilisée avec et sans revêtement conducteur. Les deux dispositifs donnent des résultats proches.

3.3.3.4 Résultats

3.3.2.4.1 Détection de la transition à incidence nulle

La transition à incidence nulle est analogue à celle observée sur plaque plane avec gradient de pression; aucun mécanisme tridimensionnel n'est impliqué dans son apparition qui est liée au parcours du fluide à la paroi le long des méridiennes. Seules interviennent les évolutions longitudinales de l'écoulement (gradients de pression et de vitesse).

Malheureusement elle est positionnée lors de nos essais au voisinage des bords du hublot. Elle n'a ainsi pas pu être clairement mise en évidence. En revanche la transition déclenchée, par fil collé à la paroi, est très nettement détectée (cf planches 3.9).

3.3.2.4.2 détection de la transition liée à l'incidence

Les mécanismes de transition sont profondément modifiés par la mise en incidence.

Le décollement qui apparaît dès $\alpha=5^\circ$ engendre une couche de cisaillement libre, qui est très instable et transitionne au voisinage de la paroi. Elle rend l'extrados turbulent.

L'effet de déstabilisation transversale, lié au caractère tridimensionnel de la couche limite (cf. COUSTEIX[3.5]) provoque lui aussi une transition, mise en évidence par des essais à l'acénaphène.

Ces deux transitions ont clairement été mises en évidence lors des visualisations par thermographie infrarouge. (cf vues). la comparaison avec les essais à l'acénaphène et les visualisations du décollement se sont avérées satisfaisantes (cf résultats).

3.3.2.4.3 Résultat concernant le procédé et le dispositif

Le procédé donnant les meilleurs résultats est le refroidissement rapide de la veine. Les zones d'échanges thermiques élevés se refroidissent donc plus vite.(cf pl. 3.9).

Les effets perturbateurs restent encore élevés. Ils sont surtout gênants à incidence nulle où les phénomènes à détecter sont de faibles intensités.

Une approche intéressante consiste à calculer point par point les différences ΔT entre prises de vues consécutives. Cette technique donne une idée qualitative des évolutions des températures. On contrôle ainsi certaines cartes de "h" ou de températures, en cas de difficulté d'interprétation ou lorsque la température externe T_e (prise constante par le programme) semble inadaptée.

3.3.3.5 Conclusions des observations de transition par thermographie

L'étude effectuée ici montre la faisabilité de la détection de la transition en subsonique sur maquette de faibles dimensions en écoulement tridimensionnel. On distingue plusieurs points:

- La transition à incidence nulle n'a pu être mise en évidence pour des raisons technologiques (perturbation hublot). La transition provoquée étant nettement décelée la détection de la transition naturelle à incidence nulle est fort probable.
- La transition due au décollement de la couche limite est clairement mise en évidence.
- La transition par instabilité transversale est également détectée, mais des perturbations dues aux hublots altèrent la netteté de ces résultats.

Les principales difficultés de la technique sont les suivantes:

- 1- Nombre de Mach faible ($\leq 0,55$), qui engendre des sauts de température de frottement très faibles au travers de la transition.($\leq 0.75K$).
- 2- Evolution de la température externe liée à la présence de gradients de pression à la paroi (cf annexe 3.4), qui rend plus difficile le repérage d'un éventuel saut de température et provoque un déséquilibre thermique permanent de la maquette (dû au gradient de T_e le long de l'ogive). Le corps est ainsi toujours soumis à une conduction thermique dans le matériau de la pointe où la température T_e est plus élevée, vers le milieu de l'ogive où température T_e est minimale. Ceci renforce le flux de conduction Φ_{cond} .
- 3- Difficultés technologiques inhérentes à la géométrie du corps (non développable). La mise en place d'un clinquant est ici impossible.
- 4- La thermographie active est bien plus adaptée à ce genre de recherche. Mais les programmes de tracés des cartes de "h" utilisent une température T_e constante. Ils introduisent ainsi une erreur dans les valeurs de flux obtenues. Toutefois cette altération des résultats ne change pas leur interprétation qualitative.

3.4 Mesures de pression à la paroi

3.4.1 Objectifs

Deux séries de mesure des coefficients de pression (C_p) à la paroi sont effectuées:

+La première a pour objectifs de :

- Vérifier la symétrie de l'écoulement
- Permettre une première analyse des C_p .
- Estimer le coefficient d'effort normal local (CNL) en deux sections sur l'ogive.
- Choisir le système de capteurs de pression le plus efficace.

+ La seconde campagne (cf. GONIDEC [3.13]), beaucoup plus importante a pour buts de :

- Constituer une banque de données des C_p en fonction des nombres de REYNOLDS et de Mach, pour des incidences de 0° à 25° .
- Réunir des résultats expérimentaux concernant les CN locaux.

Les nombres de Mach et de Reynolds utilisés permettent de recouper les essais de TINLING et ALLEN (cf.[3.25]) à 15° et 20° pour des nombres de Reynolds de $4.4 \cdot 10^5$ et de 9.10^5 . La corrélation des résultats avec les visualisations pariétales a deux objectifs:

- Dégager l'influence locale du décollement sur la pression.
- Interpréter la topologie du décollement en fonction des gradients de pression. Des cartes 'isobares sur le fuselage sont utilisées à cette fin.

3.4.2 Présentation du dispositif expérimental

Trois maquettes ont été utilisées :

- Maquette MC0, munie de 32 prises de pression, réparties sur la méridienne d'extrados et sur deux sections tous les 30° d'azimut (cf. fig. 3.6).
- Maquette MC1, munie de 17 prises de pression réparties sur une seule méridienne. Cette maquette peut être mise en roulis et le champ de pression à la paroi peut ainsi être exploré dans 17 sections différentes. La manœuvre est manuelle (cf. fig. 3.7).
- Maquette MC2, munie de 16 prises de pression réparties en quinconce sur deux méridiennes diamétralement opposées. (cf. fig. 3.8). Cette maquette est motorisée. Elle est pilotée en roulis. Son moteur pas à pas a une précision théorique de 0.01° de roulis. En pratique, des marques sont tracées sur le fuselage afin de vérifier la position angulaire par contrôle optique, ceci en cas de glissement du moteur pas à pas (la précision du tracé est de 0.1°)(cf planche 3.10).

3.4.3 Critique du processus , incertitudes de mesure

Les incertitudes de mesures sont de plusieurs types:

- 1- Incertitudes dues aux capteurs
- 2-Incertitudes liées à l'appauvrissement de l'information lors du passage d'un signal analogique à un signal numérisé.
- 3-Fluctuations des conditions amont pendant le temps de stabilisation des pressions dans les tubes de mesures.
- 4-Perturbations dues au principe même de l'utilisation de prise de pression perçant la paroi.

Les deux premiers points (cf. annexe 3.2 et 3.5 et GONIDEC [3.13]) donnent une erreur qui varie considérablement avec le nombre de Mach (cf.courbes d'incertitudes). En règle générale l'incertitude inhérente aux capteurs reste très inférieure à celle provoquée par la

numérisation du signal. C'est donc cette dernière source d'erreur qui sera prise en compte dans les calculs d'incertitude.(cf annexe 3.5)

Un multiplexeur électronique a été mis au point au laboratoire. Cet appareil permet de commuter électroniquement 16 capteurs de pression avec un temps de basculement entre capteurs de l'ordre de la milliseconde. Grâce à cette commutation électronique, les tubes de pression sont toujours sous pression. Les effets du temps de remplissage des tubes, très importants lors des manipulations avec commutation mécanique(scanivalve), s'en trouvent nettement diminués.

De plus, l'impact des fluctuations des conditions amont est réduit au minimum puisque celles-ci sont mesurées quasi-simultanément avec les valeurs de C_p , pour chaque méridienne explorée.

Toutefois un temps de stabilisation reste nécessaire entre deux mesures sur des méridiennes distinctes afin de rééquilibrer les pressions dans les capillaires d'alimentation des capteurs après une rotation de la maquette.

Une approche théorique (cf. annexe 3.3) conduit à un temps $\Delta t \approx 3$ secondes, plus petit que celui trouvé dans certains cas; en effet le calcul suppose que la pression externe reste stable. Les fluctuations de l'écoulement viennent donc retarder encore la stabilisation des capteurs. Cependant, pour les nombres de Mach supérieurs à 0.23, où l'écoulement reste assez stable, le temps de remplissage Δt théorique s'est avéré assez réaliste. Cette perturbation, devenue négligeable du fait de la commutation électronique n'introduit plus d'erreur sensible dans nos mesures (lors de la deuxième campagne d'essais).

Les perturbations dues aux orifices de prises de pression (cf. DUCRUET [3.8],[3.9]), (cf annexe 3.2) conduisent à une erreur de l'ordre de:

$$\frac{\Delta C_p}{C_p} \approx 2\% \quad (4\% \text{ au décollement})$$

Tout calcul fait, l'incertitude reste très dépendante du nombre de Mach soit :

$M_0 \geq 0,35$	$\forall Re_D$	$\frac{\Delta C_p}{C_p} \approx 4 \text{ à } 8\%$
-----------------	----------------	---

$M_0 = 0,23$	$\forall Re_D$	$\frac{\Delta C_p}{C_p} \approx 7 \text{ à } 10\%$
$M_0 = 0,16$	$P_i > 2 \text{ bars}$	

$M_0 = 0,16$	$P_i < 2 \text{ bars}$	$\frac{\Delta C_p}{C_p} \approx 10 \text{ à } 15\%$
--------------	------------------------	---

3.4.4 Corrections de parois

Lors des essais en soufflerie, les parois perturbent l'écoulement. On ne retrouve donc pas le même champ des vitesses autour de la maquette qu'en vol libre. En fait la maquette obstrue la veine. Il en résulte en subsonique une modification des conditions amont qu'il est possible de

caractériser par un coefficient de blocage ϵ_b :

$$\epsilon_b = \frac{(\Delta V)_b}{V_0} = \frac{V_{réelle} - V_0}{V_0} \quad \text{(éq 3.4.1)} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} (\Delta V)_b : \text{variation de la vitesse due} \\ \text{à l'obstruction de la veine} \\ V_0 : \text{Vitesse de référence à l'infini} \\ \text{amont non-perturbé.} \\ V_{réelle} : \text{Vitesse en amont} \\ \text{de la maquette dans la soufflerie} \end{array} \right.$$

La vitesse effective "vue" par la maquette en soufflerie est donc :

$$V_{réelle} = V_0 + (\Delta V)_b$$

Tout le raisonnement repose alors sur l'idée que l'essai en soufflerie ne correspond plus au vol à vitesse V_0 mesurée en soufflerie, mais à un vol à vitesse $V_{réelle}$. Cette vitesse une fois obtenue, toutes les conditions amont qui en dépendent (nombres de Mach, de Reynolds, pression statique P_0) vont également être modifiées. Le vol réel représenté par l'essai en soufflerie correspond alors à ces valeurs corrigées.

En subsonique, le blocage a deux causes: la présence de l'obstacle lui-même et celle de son sillage. Le coefficient de blocage subsonique se décompose donc en deux parties:

$$\epsilon_b = \epsilon_s + \epsilon_w \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \epsilon_s : \text{blocage dû à l'obstacle solide} \\ \epsilon_w : \text{blocage dû au sillage ('wake')} \end{array} \right.$$

3.4.4.1. Calcul du facteur de blocage solide

De façon classique mais rudimentaire ϵ_s est modélisé par des singularités sources (cf. E. W. E. ROGER [3.22]). Les perturbations étant, bien sûr, supposées petites, cette modélisation s'avère suffisante.

Une théorie développée par LOCK puis HERRIOT (cf ROGER[3.22]) donne la formule:

$$\epsilon_s = T \left(\frac{1}{b \cdot h} \right)^{3/2} \cdot \vartheta \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vartheta : \text{Volume du corps dans la veine.} \\ b : \text{Largeur de la veine} \\ h : \text{Hauteur de la veine} \\ T : \text{Facteur de forme de la veine} \end{array} \right.$$

HERRIOT donne une expression du facteur de forme de la veine tirée de la théorie des images:

$$T = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{b \cdot h}{m^2 b^2 + n^2 h^2} \right)^{3/2} \quad \text{où} \quad \begin{cases} T : \text{Facteur de forme de la veine} \\ b : \text{Largeur de la veine} \\ h : \text{Hauteur de la veine} \end{cases}$$

$|m|+|n| \neq 0$

Cette double série converge très lentement. Elle est donc laborieuse à calculer.

La prise en compte des effets de compressibilité et de l'élanement L/D (cf. THOMSON et EVANS[3.22]) aboutit à la formule:

$$\epsilon_s = T \cdot \left(\frac{1}{b \cdot h} \right)^{3/2} \frac{\vartheta}{\beta^3} \left(1 + 0.4 \frac{\beta}{f} \right) \quad \text{où} \quad \begin{cases} T : \text{Facteur de forme de la veine} \\ \vartheta : \text{Volume du corps (maquette et dard)} \\ \beta = \sqrt{1-M^2} : \text{Facteur de similitude de Prandtl} \\ b : \text{largeur de veine} \\ h : \text{Hauteur de veine} \\ f = L/D : \text{Elancement du corps} \end{cases}$$

La fonction T , tabulée en fonction des valeurs b/h , est approchée efficacement par la formule (cf. THOMSON [3.22]):

$$T = 0.36 \cdot \left(\frac{b}{h} + \frac{h}{b} \right)$$

Finalement, la formule suivante est utilisée pour le calcul du blocage "solide":

$$\epsilon_s = 0.36 \cdot \left(\frac{b}{h} + \frac{h}{b} \right) \left(\frac{1}{b \cdot h} \right)^{3/2} \frac{\vartheta}{\beta^3} \left(1 + 0.4 \frac{\beta}{f} \right) \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vartheta : \text{Volume du corps (maquette et dard)} \\ \beta = \sqrt{1-M^2} : \text{Facteur de compressibilité} \\ b : \text{largeur de veine} \\ h : \text{Hauteur de veine} \\ f = L/D : \text{Elancement du corps} \end{cases}$$

Le corps est ogivo-cylindrique. La méridienne de l'ogive est donnée par son rayon R en fonction de l'abscisse x comptée à partir de la pointe:

$$R(x) = \sqrt{R_c^2 + (x-x_c)^2} + y_c \quad \text{où} \quad \begin{cases} R_c : \text{Rayon de courbure des méridiennes} \\ \quad \quad \quad (\text{ici } R_c = 277.5 \text{ mm}) \\ x_c : \text{Longueur de l'ogive (ici } x_c = 90 \text{ mm)} \\ y_c : \text{Ordonnée du centre de courbure} \\ \quad \quad \quad (\text{ici } y_c = -263.5 \text{ mm}) \end{cases}$$

La partie cylindrique de longueur $L_c = 180 \text{ mm}$ a un rayon $R_m = 15 \text{ mm}$ (cf. fig.3.6 fig.3.7, fig.3.8). Le volume V de la maquette est alors:

$$V = V_{\text{ogive}} + V_{\text{cyl.}} = \pi \left[R_c^2 x_c - \frac{x_c^3}{3} + y_c^2 x_c + y_c R_c^2 \arcsin\left(\frac{x_c}{R_c}\right) + y_c x_c \sqrt{R_c^2 - x_c^2} + L_c R_{\text{max}}^2 \right]$$

Le volume du dard est ajouté au volume V afin de prendre en compte le blocage solide qu'il provoque. Ceci est particulièrement utile sur la maquette à méridienne mobile (cf fig.3.8) où la "règle des trois diamètres" n'a pas pu être respectée. Pour le corps étudié nous avons un volume V_{maquette} de 161.43 cm^3 et un volume du dard estimé à 108 cm^3 . L'élancement $f=L/D$ de la maquette seule est 9, son élancement total avec le dard ($L_{\text{dard}}=18 \text{ cm}$) est de $(L+L_{\text{dard}})/D=13.5$.

3.4.4.2. Calcul du coefficient de sillage

Ce coefficient, délicat à calculer, est beaucoup plus petit que ϵ_s . Nous avons choisi la modélisation d'ALLEN-VINCENTI, qui, bien que très approchée, donne un ordre de grandeur du phénomène. Elle fournit ϵ_w par la formule (complétée par EVANS pour prendre en compte la compressibilité):

$$\epsilon_w = \frac{1}{4} \left(\frac{S}{b \cdot h} \right) \frac{1 + 0.4 M^2}{\beta^2} C_{d0} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \beta = \sqrt{1-M^2} : \text{Facteur de compressibilité} \\ S = \pi R_{\text{max}}^2 : \text{Surface de référence} \\ C_{d0} : \text{Coefficient de traînée à incidence null} \\ b : \text{Largeur de veine} \\ h : \text{Hauteur de la veine} \end{cases}$$

Cette formule modélise mal le sillage aux incidences élevées, mais donne un ordre de grandeur en général acceptable de ϵ_w car aux incidences non nulles le sillage revient assez rapidement dans le lit du vent ; la modélisation par source redevient alors très grossièrement applicable ($\alpha \leq 25^\circ$).

Le principal intérêt de cette formule est donc, plus, de montrer le caractère négligeable de cette correction ($\epsilon_w \approx 0.06 \epsilon_s$), que d'en fournir une valeur exacte.

3.4.4.3 Calcul des corrections sur les divers coefficients aérodynamiques

Les coefficients aérodynamiques sont bien évidemment perturbés par le blocage. Nous allons donc détailler l'influence de la perturbation de la vitesse V_0 sur les autres paramètres.

Dans tout ce qui suit l'écoulement est supposé stationnaire, isentropique, isoénergétique. (Nous n'étudions pas d'effets instationnaires, et nous restons en dehors des zones dissipatives supposées petites). Nous utilisons donc comme donnée de départ:

- T_{i0} : la température génératrice supposée constante (isoénergétique).
- P_{i0} : la pression génératrice supposée constante (isentropique).
- $V_{réelle}$: la vitesse en amont de la veine, perturbée par la maquette.

Les formules de base, bien connues, sont:

$$M = \frac{V_{réelle}}{\sqrt{\gamma r T}} \quad T = \frac{T_{i0}}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} \quad \text{où} \begin{cases} M : \text{Nombre de Mach amont "vu" par la maquette} \\ V_{réelle} : \text{Vitesse amont "vue" par la maquette} \\ T : \text{Température statique amont réelle} \end{cases}$$

En introduisant le coefficient de blocage par la formule:

$$\epsilon_b = \frac{(\Delta V)_b}{V_0}$$

dans:

$$\frac{M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2} = \frac{V^2}{\gamma r T_{i0}}$$

et en différenciant cette équation membre à membre (sachant que $T_{i0} = \text{cste}$) et en supposant la perturbation ΔM petite, celle-ci est alors donnée par (cf ROGER [3.22]):

$$\boxed{\Delta M \approx M_0 \epsilon_b \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)} \quad \text{où} \begin{cases} M_0 = \text{Nombre de Mach mesuré} \\ \epsilon_b : \text{coefficient de blocage} \\ \Delta M = M - M_0 : \text{perturbation du Mach} \end{cases}$$

Par un raisonnement analogue (en isentropique) sur la pression statique (cf ROGER [3.22]) la perturbation sur la pression statique amont est donnée par:

$$\boxed{\Delta P = -P_0 \gamma M_0^2 \epsilon_b} \quad \text{où} \begin{cases} M_0 : \text{Nombre de Mach mesuré en soufflerie} \\ \epsilon_b : \text{Coefficient de blocage} \\ \Delta P = P - P_0 : \text{perturbation sur la pression statique amont} \\ P_0 : \text{Pression statique amont mesurée en soufflerie} \\ P : \text{Pression statique amont réelle équivalente en vol libre} \end{cases}$$

En remplaçant les valeurs mesurées P_0 de la pression statique et M_0 du nombre de Mach à l'infini amont par les valeurs corrigées P et M , on relie le coefficient de pression mesuré C_{p0} et le coefficient corrigé C_p par la formule (cf ROGER [3.22]):

$$C_p = \frac{C_{p0} - 2\varepsilon_b}{\left(1 - \gamma \varepsilon_b M_0^2\right) \left(1 + \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right) \varepsilon_b\right)^2}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} C_{p0} : \text{Coefficient de pression mesuré} \\ M_0^2 = \text{Nombre de Mach mesuré en soufflerie} \\ \varepsilon_b : \text{Coefficient de blocage} \end{array} \right.$

Les coefficients d'effort normal local CNL et d'effort normal global CN sont calculés par intégration:

$$C_{NL} = \frac{C_{NL0}}{\left(1 - \gamma \varepsilon_b M_0^2\right) \left(1 + \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right) \varepsilon_b\right)^2}$$

$$C_N = \frac{C_{N0}}{\left(1 - \gamma \varepsilon_b M_0^2\right) \left(1 + \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2\right) \varepsilon_b\right)^2}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} C_{NL0} : \text{Coefficient d'effort normal brut} \\ M_0^2 = \text{Nombre de Mach mesuré en soufflerie} \\ \varepsilon_b : \text{Coefficient de blocage} \end{array} \right.$

Le nombre de Reynolds subit également une légère perturbation . La viscosité étant supposée évoluer comme $T^{3/4}$, le nombre de Reynolds corrigé est alors:

$$Re_D = \left(1 + \left(1 + \frac{3\gamma - 7}{4} M_0^2\right) \varepsilon_b\right) Re_{D0}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} Re_{D0} : \text{Reynolds mesuré en soufflerie} \\ M_0^2 = \text{Nombre de Mach mesuré en soufflerie} \\ \varepsilon_b : \text{Coefficient de blocage} \\ Re_D : \text{Reynolds réel en vol équivalent} \end{array} \right.$

Ces corrections sont introduites directement dans le programme de dépouillement où les coefficients de blocage sont calculés en fonction du nombre de Mach de l'essai. Les conditions amont sont ensuite corrigées dans ce programme. Il est à noter qu'elles ne dépassent guère 5% des valeurs mesurées en soufflerie, ce qui justifie a posteriori les hypothèses simplificatrices liées à leur ordre de grandeur.

3.4.4.4 Effet d'incidence induite

Le support de dard utilisé pour les dernières mesures de C_p laisse libre la partie supérieure de la veine en aval immédiat de la maquette alors qu'il obstrue considérablement la partie basse de cette section. A ceci s'ajoute l'effet du diamètre important du dard, nécessaire pour des raisons technologiques.

Il a donc été constaté dans la section d'essais une déviation de l'écoulement vers le haut de la veine, ainsi qu'une chute de vitesse dans la partie basse. Ce phénomène bien connu se traduit par une incidence induite par le montage sur la maquette. L'incidence induite est positive sur la partie haute de la maquette (ogive). De plus, les effets d'enroulements d'extrados sont atténués par ce phénomène.

La déviation parasite reste faible pour des nombres de REYNOLDS et de Mach modérés ($Mo \leq 0.35$ et $Red \leq 5.5 \cdot 10^5$), comme le montre la comparaison avec les résultats CHAMPIGNY [3.4] et TINLING & ALLEN [3.25] (cf. graphe 3.5.1). En revanche, à nombre de REYNOLDS élevés ($Red \geq 7 \cdot 10^5$) à 20° elle est de l'ordre de 13% (cf graphe 3.5.2).

On observe également une variation des CNL analogue (env. 11%) entre les résultats des dernières mesures de C_p et celles effectuées en 1989 avec un montage dans lequel le support de dard traversait la veine du plancher au plafond (cf fig 3.3) (mais ce montage ne permet pas de mesures par sonde cinq trous).

Ceci met clairement en cause la modification apportée sur le support de dard. Toutefois le porte sonde cinq trous (de dimensions analogues à celles du support de dard ancien) supprime cet effet parasite si on le laisse en position lors des mesures de pressions pariétales. Cependant les essais n'ont pu pour l'instant être ré-effectués dans ces conditions.

3.4.5 Résultats

Les travaux présentés ici donnent le champ des pressions à la paroi sous forme de coefficient de pression (C_p). Les coefficients d'effort normal local (CNL) sont obtenus par intégration sur chaque section. Les résultats bruts (cf. GONIDEC [3.13]), sont présentés ici après corrections. L'influence de l'incidence (cf. graphe 3.6.1) et du nombre de REYNOLDS (cf. graphe 3.6.2) sont mises en évidence. Le nombre de Mach ne joue pas ici un rôle important comme le montre les courbes de comparaison à nombres de Mach variables (cf. graphe 3.6.3).

Les essais balayent des nombres de Mach de 0.16 à 0.50 et des nombres de Reynolds de $2.3 \cdot 10^5$ à $9.0 \cdot 10^5$, les incidences vont de 10° à 25° (cf. planche 3.11). Dans un certain nombre de cas, une validation est effectuée à 0° d'incidence. Outre la vérification de l'état des prises de pression et des capteurs, ainsi que du calage de incidence, ces mesures permettent de constater les faibles effets de la compressibilité (cf graphes 3.6.3).

La symétrie des coefficients de pression sur le fuselage est bien vérifiée par les essais sur la maquette à prises de pression fixes (cf graphe 3.7).

A 5° d'incidence, les résultats confirment le caractère très longitudinal de l'écoulement d'ogive (cf graphe 3.8.1). La recompression au voisinage de la méridienne d'extrados n'apparaît qu'à partir de $X/D \approx 2$. La forme des courbes de C_p obtenues sur la partie cylindrique diffère très nettement des répartitions prévisibles en fluide parfait ce qui confirme l'existence d'une séparation sur la partie cylindrique du fuselage, même si ses effets locaux sur les pressions restent très limités.

Plus généralement, quelle que soit l'incidence (de 0° à 25°), la position du décollement ne coïncide avec aucune perturbation locale des courbes de C_p (cf graphe 3.9.1). La perturbation apportée par la séparation est globale : c'est la forme de la courbe entière de C_p qui est affectée. Cette constatation a également été effectuée sur ellipsoïde de révolution par PEAKE, RAINBIRD, ATRAGHI [3.19].

A 10° la recompression locale qui apparaît au niveau de la méridienne d'extrados (cf graphe 3.8.2 et 3.9.2, cf GONIDEC [3.13]) confirme l'attachement du fluide à la paroi dans le plan de symétrie d'extrados. Le classique plateau de pression mis en évidence par BURNSALL & LOTFIN [3.3] (entre autres) est visible pour les incidences supérieures à 12° environ (cf graphe 3.10). Sa présence semble fortement liée à l'apparition d'un décollement secondaire.

Les CNL obtenus mettent nettement en évidence l'effet potentiel sur l'ogive et le rôle porteur des enroulements d'extrados sur la partie cylindrique. Leur comparaison avec les résultats de TINLING et ALLEN [3.25] (pour $\alpha = 20^\circ$ $Red = 4.4 \cdot 10^5$ et $Mo = 0.3$) est assez

satisfaisante (cf graphe 3.5.1). L'erreur de numérisation des signaux capteurs (cf annexe 3.5) se fait sentir sur la partie cylindrique où elle est amplifiée par l'intégration de C_p .

La comparaison des résultats avec ceux de M. CHAMPIGNY[3.4], aux nombres de Mach et de Reynolds élevés ($Mo \geq 5$ $Re \geq 7.10^5$) (cf. graphes 3.5.2) montre que les CNL sont sensiblement surestimés sur l'ogive. Cette erreur qui provient d'un phénomène d'incidence induite déjà décrit précédemment, ne concerne qu'une faible part des essais (7 sur 72).

Dans l'ensemble, les résultats, déjà satisfaisants seront affinés grâce à l'amélioration de la sensibilité des capteurs (surdimensionnés pour de raisons technologiques) ou de la carte d'acquisition (passage en codage sur 16 bits au lieu de 12).

3.5 Première exploration du champ d'extrados par sonde "cinq-trous"

3.5.1 Objectifs

Ce travail a plusieurs objectifs:

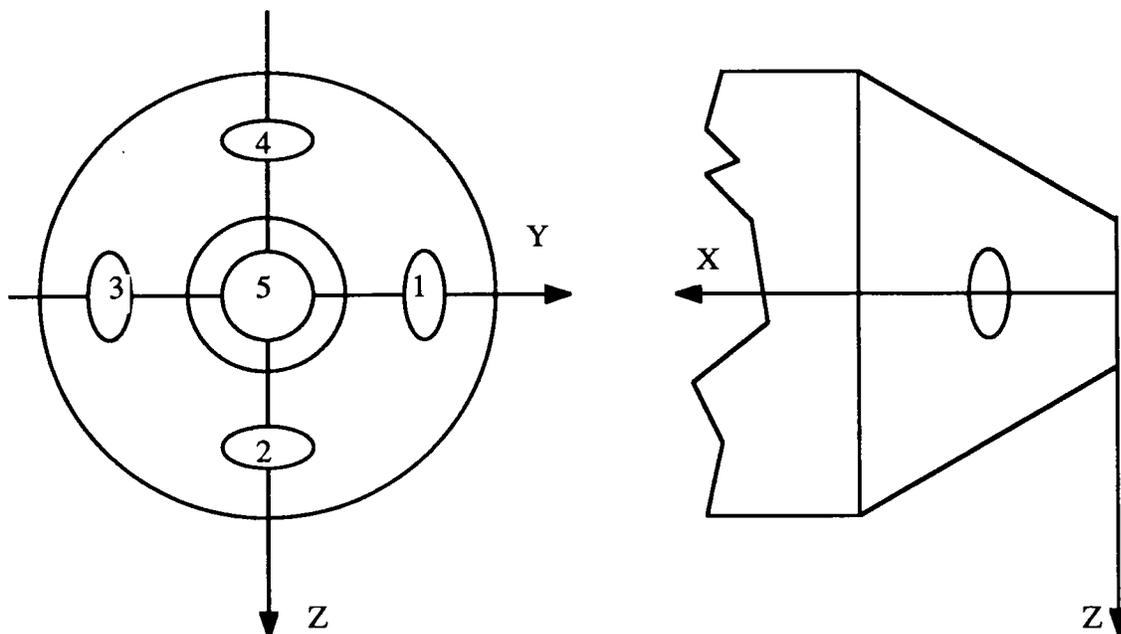
- Faisabilité d'une exploration par sonde cinq-trous au voisinage d'une maquette de petite taille en subsonique.
- Donner le champ des vitesses. Ceci permet de valider certaines structures proposées par un raisonnement basé sur la topologie des écoulements tridimensionnels.
- Enfin, le champ des pressions et des pressions totales permet de confirmer certaines hypothèses sur la conservation de la pression totale dans l'écoulement d'extrados, très utile lors d'une modélisation de cette zone par des nappes de glissement en fluide parfait.

3.5.2 Présentation du dispositif

3.5.2.1 Principe et étalonnage

La répartition de pression mesurée par la sonde "cinq trous", assimilée à un corps élancé en incidence permet de déterminer la direction de la vitesse de l'écoulement par rapport à l'axe de la sonde. Quand les dimensions de cette sonde sont suffisamment petites, on mesure alors le vecteur vitesse local dans un écoulement. La pression statique, la pression d'arrêt locales, et donc le nombre de Mach local, sont également déterminés.

A son extrémité, la sonde dispose de cinq prises de pression comme l'indique le schéma ci-dessous (cf aussi fig. 3.9):



De ces cinq mesures, on tire trois coefficients principaux:

$k_\alpha = \frac{P_4 - P_2}{P_5 - P_m}$ $k_\beta = \frac{P_3 - P_1}{P_5 - P_m}$ $k_s = \frac{P_m}{P_5} \text{ ou } k_s = \frac{P_5 - P_m}{Q}$ <p style="text-align: center;">(suivant l'étalonnage)</p>	}	<p>où</p> <p>P_K = Pression mesurée par la prise N° K</p> <p>$P_m = \frac{\sum_{K=1}^4 P_K}{4}$: Moyenne des pressions "latérales"</p> <p>Q : Pression dynamique à l'infini amont (étalonnage incompressible)</p>
--	---	--

Pour préciser l'orientation de la vitesse, on utilise deux représentations angulaires:

- En tangage/roulis (θ, φ) (cf fig. 3.10)
- En incidence/dérapiage (α, β) (cf fig. 3.11)

En tangage/roulis (θ, φ), les coordonnées de la vitesse du vent dans le repère sonde (X, Y, Z) (cf. fig. 3.10 ou fig. 3.11) sont:

$$\vec{V} : \begin{cases} V_x = \|\vec{V}\| \cdot \cos \theta \\ V_y = \|\vec{V}\| \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi \\ V_z = \|\vec{V}\| \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \end{cases}$$

En incidence/dérapiage (α, β) elles deviennent:

$$\vec{V} : \begin{cases} V_x = \|\vec{V}\| \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha \\ V_y = \|\vec{V}\| \cdot \sin \beta \\ V_z = \|\vec{V}\| \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

Les deux paramétrisations angulaires sont reliées par :

$\theta = \text{Arccos}(\cos \alpha \cdot \cos \beta)$ $\varphi = \text{Atan}\left(\frac{\tan \beta}{\sin \alpha}\right)$

Ces deux paramétrisations sont bien sûr équivalentes. Toutefois, si les angles sont petits, il existe un découplage de α et β dans l'expression des composantes de la vitesse. Ceci permet

de simplifier le dépouillement en (α, β) . Mais l'étalonnage en (α, β) est technologiquement plus délicat. De plus, en écoulement incompressible ϕ est facilement obtenu sans étalonnage (cf. SOLIGNAC[3.23])

En subsonique, il existe deux types d'étalonnage:

- L'étalonnage incompressible (effectué en (θ, ϕ)), relativement simple.(cf. SOLIGNAC[3.23])

- L'étalonnage compressible introduit l'influence du nombre de Mach.(cf. GAILLARD [3.12], HOUTMAN[3.14]).

C'est ce dernier qui a été utilisé ici avec un étalonnage en (α, β) .

Ces paramètres sont directement donnés par le programme de dépouillement. Il consiste à associer à chaque point de mesure $(k\alpha, k\beta, k_s)$ un point dépouillé $(\alpha, \beta, P_s/P_i)$ (P_s/P_i étant le rapport de la pression statique sur la pression totale locale P_i). On obtient ainsi un maillage en trois dimensions $(\alpha, \beta, P_s/P_i)$ qui est associé point par point à un autre canevas en $(k\alpha, k\beta, k_s)$.

Lors du dépouillement, les valeurs trouvées $(k\alpha, k\beta, k_s)_m$ sont situées dans ce maillage, l'orientation de la vitesse se trouve alors dans la case correspondante en $(\alpha, \beta, P_s/P_i)$. On trouve ainsi la case qui encadre la valeur exacte. Cette première estimation est ensuite précisée par interpolation trilineaire en $(k\alpha, k\beta, k_s)$. Le Mach est alors déduit de P_s/P_i . Un étalonnage secondaire permet enfin de trouver la pression d'arrêt locale P_i .

En écoulement compressible, la sonde "cinq-trous" donne l'orientation locale de la vitesse, le nombre de Mach local, la pression statique locale et la pression totale locale.

3.5.2.2 Dispositif - Choix de l'orientation de la sonde

Les différentes pressions sont mesurées avec des capteurs différentiels ± 0.5 bar. Ils sont disposés pour minimiser l'erreur sur $P_4 - P_2$ et $P_3 - P_1$.

P_5 est comparée à la pression statique P_0 mesurée à la paroi de la veine. La pression totale est mesurée à l'aide d'un capteur absolu 0 à 7 bars.

Lors des mesures la sonde est maintenue horizontale, alignée à la vitesse à l'infini amont ($\pm 0.5^\circ$ près)(cf.fig.3.12.1). Elle est déplacée, parallèlement à elle-même, suivant les trois axes (X, Y, Z) , X étant parallèle à l'axe de la veine. Le déplacement est manuel en X et automatique en (Y, Z) .

Nous avons choisi un dispositif maintenant la sonde horizontale pour minimiser les interactions avec la paroi. Cette disposition est de plus bien adaptée à un étalonnage en (α, β) . Le défaut de ce système est qu'il ne donne pas une mesure directe des vitesses très significative (cf graphe 3.10). En effet, les composantes transversales sont projetées dans un repère (O, Y, Z) qui n'est pas perpendiculaire à l'axe du missile (cf. fig. 3.13). Pour rendre le champ des vitesses plus "lisible" nous projetons donc les mesures de vitesses transversales dans un plan dont la normale est parallèle à l'axe de la maquette. Le champ obtenu est alors beaucoup plus net.(cf. graphe 3.10).

Les mesures sont effectuées sur un plan vertical, coupant l'axe du missile en $X/D=5$ (cf. fig. 3.12.1). Les mesures balayent un quart de disque sur des rayons espacés de 9° d'azimut, allant de 16mm à 30mm de l'axe missile (cf. fig. 3.12.2).

3.5.3 Incertitudes

Les capteurs de pression employés (différentiels $\pm 0.5\text{bar}$) ainsi que l'étalonnage de la sonde ont une incertitude de 0.5 à 0.75% (essais en veine vide). L'incertitude sur le nombre de Mach mesuré par la sonde (fournie à l'issue de l'étalonnage égale à $\Delta M=0.02$ ($\Delta M/M \approx 6\%$) pour $M=0.35$) semble trop importante. Les tests veines vides dans un domaine de Mach allant de 0.23 à 0.50 donnent un écart de 0.005 maxi entre la valeur affichée par le dispositif de contrôle de la soufflerie et celle mesurée par la sonde. Une incertitude moyenne de 1% environ semble donc plus plausible. Par ailleurs, les mesures de pression génératrice sont très précises compte-tenu de la sensibilité des capteurs de la sonde. L'incertitude sur P_i est de l'ordre de 1% . Les variations de la pression génératrice ainsi relevés dans le champ ($\Delta P_i/P_{i0} \approx 1\%$) sont donc tout à fait valides.

Compte tenu de la conception du porte-sonde et du support de maquette, l'incertitude sur la position du point de mesure est inférieure à $\pm 0.20\text{mm}$. Elle est contrôlée par un dispositif optique (cf. planche 3.12).

3.5.4 Résultats

Les mesures ont été effectuées pour un nombre de Mach de veine de $M_0=0.35$, un nombre de Reynolds de $4.4 \cdot 10^5$ et une incidence α de 20° . La pression génératrice est alors voisine de 2bars (pression d'étalonnage sonde). L'exploration du champ a été faite dans un plan vertical coupant l'axe de la maquette à $X/D=5$.

On a obtenu un champ des vitesses d'extrados satisfaisant. (cf. graphe 3.10). Il met en évidence le tourbillon principal dont le noyau est situé à un rayon de 22mm environ du centre du fuselage, pour un azimut Φ de 18° . Le point selle d'extrados se situe à environ 30mm du centre. On remarque que la structure de cet écoulement est assez peu différente de celle observée en supersonique.

En revanche la pression totale se conserve mieux qu'en supersonique (cf PAGAN[3.18]). Ceci confirme que la dissipation observée en supersonique est essentiellement due aux chocs présents dans l'écoulement et non pas à la dissipation au sein de la couche de cisaillement libre. Ainsi, dans le cas subsonique, le rapport P_i/P_{i0} reste très voisin de 1. (cf. graphe 3.11). La perte de pression totale est au plus de 6% environ. Le fait de considérer la nappe d'extrados comme une surface iso- P_i est pleinement justifié par ces mesures.

3.6 Conclusions du travail expérimental

3.6.1 Caractéristiques générales de l'écoulement

L'écoulement autour d'un fuselage pointu de révolution dépend essentiellement de trois influences:

- Les gradients de pressions transversaux qui provoquent la séparation de la couche limite le long du fuselage.
- Les gradients longitudinaux de pression et de vitesse à l'extrados (cf. carte isobares) qui régissent le développement des tourbillons (et du rotationnel plus généralement). Il suffit pour s'en convaincre de manipuler l'équation de HELMHOLTZ dans des cas simples (cf PIQUET[3.20]).
- La nature de la couche limite et sa résistance aux gradients de pression positifs. Cette caractéristique est capitale car la forme de la séparation change considérablement lorsque la couche limite transitionne le long du fuselage.

L'aérodynamique d'un fuselage en incidence est souvent comparée à celle d'une aile delta. En effet, à partir d'incidences relativement faibles ($\alpha \approx 5^\circ$), il existe, deux écoulements de natures différentes respectivement à l'extrados et à l'intrados de l'engin.

Cependant, dans le cas d'une aile delta la séparation quand elle existe, est toujours située au bord d'attaque, ceci quelle que soit l'incidence. Les deux écoulements s'en trouvent "découplés" et évoluent pratiquement indépendamment.

Ce n'est bien sûr pas le cas sur un fuselage, où le décollement n'est lié à aucune singularité géométrique. La séparation spontanée dépend donc fortement de l'évolution des deux écoulements à l'extrados et à l'intrados de l'engin. De plus, son évolution n'est pas sans conséquence, puisque la forme de la séparation modifie la géométrie des enroulements d'extrados ainsi que l'intensité des gradients de pression sur l'intrados. Il se crée ainsi un couplage fort entre les écoulements d'extrados et d'intrados.

Qui plus est, la nature de la couche limite intervient puisqu'elle décolle plus ou moins vite selon qu'elle est laminaire ou turbulente. Ce dernier point est particulièrement important pour des nombres de REYNOLDS Red (rapportés au diamètre) compris entre $2 \cdot 10^5$ et $2 \cdot 10^6$ où la couche limite se développe successivement de manière laminaire puis turbulente le long du fuselage.

Les nombres de REYNOLDS de nos essais vont de $2.3 \cdot 10^5$ à $9 \cdot 10^5$; la transition de la couche limite y joue donc un rôle très important, nettement mis en évidence lors de la première campagne d'essais.

Sur l'intrados, le vecteur vitesse est très fortement dévié vers le haut. L'écoulement est essentiellement transversal, sauf au voisinage de la méridienne d'attachement et le long de la ligne de séparation (cf. planches 3.5.). Dans cette partie le fuselage est contournée transversalement. Le fluide y subit tout d'abord une compression au voisinage de la ligne d'attachement d'intrados, une détente au début du contournement puis une recompression qui engendre le décollement de la couche limite.

Dans le cas d'une ogive plus émoussée, ou pratiquement hémisphérique, le décollement peut être dû aux gradients de pression longitudinaux positifs. Dans le cas d'une ogive effilée, cette zone est réduite à la pointe même et on peut considérer que seuls les gradients de pression transversaux provoquent le décollement (cf. graphe 3.9.1).

A contrario, l'écoulement d'extrados est essentiellement régi par les gradients de pression longitudinaux. Sur les deux premiers tiers de l'ogive, l'écoulement est fortement accéléré. Les lignes de courant sont pratiquement longitudinales, et suivent des trajectoires quasi-rectilignes.

Vers la fin de l'ogive (pour $X/D \approx 2$) apparaît à l'extrados un gradient de pression positif, ainsi qu'une augmentation de la recompression qui se caractérise par un resserrement des lignes isobares entre $X/D=2$ et $X/D=3.5$ pour un azimuth compris entre 120° et 140° (cf. carte isobares: graphes 3.9.1 et 3.9.2). La composante axiale de la vitesse d'extrados chute, ce qui a pour effet de dilater les tourbillons.

En effet, dans un champ de vitesse longitudinale, l'équation de HELMHOLTZ montre que le rotationnel se développe par sa composante longitudinale. On assiste alors à un étirement des tourbillons (cf. comportement de l'écoulement dans un convergent de soufflerie). Sur le début de l'ogive les enroulements d'extrados restent de dimensions transversales très faibles. Ils sont alors d'autant plus sensibles aux effets de diffusion visqueuse de la couche limite et perdent ainsi une grande part de leur énergie cinétique. Quand la vitesse axiale diminue les composantes transversales du rotationnel augmentent, le tourbillon prend alors du volume. Il finit ainsi par s'extraire de la zone visqueuse.

Dans la partie arrière de l'ogive, les gradients de pression tendent à dévier l'écoulement d'extrados transversalement. Il se produit alors un transfert d'énergie cinétique de la composante longitudinale de la vitesse vers les composantes transversales, ce qui a pour effet d'intensifier les enroulements tourbillonnaires. Parallèlement l'écoulement est nettement dévié vers la ligne de séparation ce qui précipite le décollement. La ligne de séparation redescend alors vers l'intrados.

Les visualisations pariétales montrent nettement cette évolution. On constate en effet une forte divergence des lignes de courant pariétales à deux calibres environ de la pointe alors qu'elles sont pratiquement axiales avant ce point. Ce phénomène est corrélé avec la répartition de pression à la paroi. (cf cartes isobares et mesures de pression pariétales: graphes 3.8 et 3.9).

C'est à partir de cet endroit que les enroulements tourbillonnaires commencent à jouer un rôle dynamique important. Ainsi, bien que le décollement se produise dès la pointe de l'ogive, les nappes issues de cette séparation ne deviennent actives qu'à partir du tiers arrière de l'ogive (ce point ne doit pas être assimilé au début du décollement).

3.6.2 Approche de la transition

Les mécanismes de déstabilisation de la couche limite sont complexes. Les calculs de stabilité des écoulements sortent complètement du cadre de ce travail. De plus, ils ne fournissent pas la position de la transition, qu'il faut déterminer par des corrélations expérimentales à partir du point de déstabilisation de l'écoulement et des grandeurs de couche limite (cf. ARNAL et al. [3.1]).

Pour pallier cette lacune théorique (sûrement provisoire), nous avons mené des essais dont l'ambition est une étude qualitative de la transition et de son influence sur la séparation.

L'étude est divisée en deux:

- Essais à incidence nulle, qui détectent la position de la transition longitudinale avec gradients de pression.
- Essais en incidence, où les divers mécanisme de déstabilisation sont mis en évidence.

3.6.2.1 Etude de la transition à incidence nulle

L'abscisse X_t du lieu où apparaît la transition est relevée à incidence nulle. Elle correspond pratiquement à la distance s parcourue par le fluide le long de la paroi (faible courbure de l'ogive).

L'évolution de la position X_t/D de la transition est étudiée en fonction du nombre de REYNOLDS. Le nombre de REYNOLDS local, au point de transition, est calculé par $Re_x = \rho U X_t / \mu$. Le taux de turbulence étant supposé fixe, si les gradients de pression ne jouaient pas, il faudrait trouver un nombre de REYNOLDS local constant, puisque le point de transition ne dépend alors que de ce paramètre. L'étude de ce paramètre permet de comparer l'influence des gradients de pression sur la transition le long du fuselage.

On trouve:

ReD 10^{-5}	Xt/D
3.	3,9
4,4	3,5
7,0	2,2
9,0	1,35

Le taux de turbulence Tu de la veine dépend essentiellement de la vitesse de rotation du moteur de la soufflerie qui est gardée constante ici. On peut donc considérer que Tu reste pratiquement constant d'un essai à l'autre. Les effets constatés ne sont donc pas dus au bruit de la soufflerie.

Ces résultats semblent donc montrer que le Reynolds local de transition est affecté par le gradient de pression sur l'ogive.

Cependant la transition à 9.10^5 s'effectue à un nombre de Reynolds local plutôt faible alors qu'elle se situe dans une zone à fort gradient de pression négatif, où l'on s'attendrait à voir une augmentation du nombre de Reynolds de transition. Ce comportement anormal peut provenir de l'échauffement de la pointe qui altère les résultats des visualisations pour $X/D \approx 1$. Les autres essais confirment le rôle du gradient de pression qui retarde la transition sur le premier tiers de l'ogive et la précipite sur le reste du corps, comme le montre la courbe du nombre de REYNOLDS (cf. graphe 3.12).

L'ensemble des résultats est compris entre les courbes sur plaque plane calculées avec un taux de turbulence Tu variant de 0.35% à 0.5% (en utilisant la courbe de MICHEL [3.17])(cf. graphe 3.12).

3.6.2.2 Transition en incidence

La transition "naturelle" n'est possible qu'à incidence nulle ou très faible. Quand le corps est placé en incidence, d'autres mécanismes de déstabilisation de la couche limite interviennent et précipitent la transition.

On constate classiquement trois types de mécanisme provoquant la transition de la couche limite dans un écoulement tridimensionnel (cf COUSTEIX [3.5]) :

- La déstabilisation transversale
- La transition le long de la ligne d'arrêt
- La déstabilisation de la couche de cisaillement libre

Instabilité transversale:

Lors du contournement de l'intrados du fuselage l'écoulement n'est pas co-planaire au gradient de pression et à la normale à la paroi. Ceci crée à l'intérieur de la couche limite une composante de vitesse transversale, qui s'annule à la fois à la paroi et à la frontière extérieur de la couche limite. Compte tenu de la condition ($\partial W_e / \partial y = 0$), ce profil de vitesse présente donc un point d'inflexion (cf. fig. 3.14). L'écoulement suivant cette direction (ou une direction voisine) est donc instable et peut être à l'origine d'une transition prématurée (cf. COUSTEIX [3.5]). Cet effet est surtout sensible aux incidences moyennes ($\alpha \approx 15^\circ$). Aux incidences plus élevées nos essais montrent un recul de ce type de transition vers l'aval. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'à ces incidences ($\alpha \geq 25^\circ$) la vitesse et les gradients de pression sont moins désalignés. La déstabilisation, sans être supprimée se produit plus tardivement.

Transition le long de lignes d'arrêt :

La transition est liée à la longueur du parcours du fluide à la paroi. Quand le fuselage est mis en incidence, ce parcours est notablement réduit puisque l'écoulement ne longe plus le

fuselage mais le balaie transversalement donc sur une longueur beaucoup plus faible. Il existe deux exceptions à ceci, les deux méridiennes contenues dans le plan de symétrie qui restent longées par l'écoulement. Il peut donc s'y produire une transition analogue à la transition longitudinale.

Dans nos essais, c'est surtout au voisinage de la ligne d'attachement d'intrados qu'apparaît ce genre de transition. On y constate une avancée de la transition. Ce phénomène se produit à toutes les incidences (de 5° à 25°) mais il est plus intense aux faibles incidences où l'écoulement d'intrados est moins transversal.

Instabilité de la couche de cisaillement libre:

Un autre mécanisme important de la transition est lié à la couche de cisaillement libre issue du décollement. Ce type de couche possède souvent un profil avec point d'inflexion. Elle est donc instable. Elle transitionne rapidement et contamine le plus souvent toute la région d'extrados, qui lors de nos essais s'est toujours avérée complètement turbulente, même aux faibles REYNOLDS ($Re=3.105$) (cf. planches 3.7).

Cependant, lorsqu'on compare ces essais avec les visualisations par enduit visqueux, on constate que, dans certains cas, la séparation subit un ressaut vers l'extrados, lié à la transition, bien avant l'abscisse repérée par thermographie infrarouge ou sublimation de l'acénaphène. Les essais de visualisations des lignes pariétales sont répétés avec des enduits de finesse variables (en évitant toute hétérogénéité de l'enduit ou de son application). Le phénomène est suffisamment répétitif pour considérer que la transition ainsi observée la long du décollement, n'est pas due à l'enduit.

Ceci met en évidence l'existence d'un autre mécanisme de transition qui se développe le long de la ligne de séparation. La contamination par la couche de cisaillement libre ne semble pas être à l'origine de cette transition. En effet, l'extrados devient turbulent, du fait de cette contamination, bien en avant du point où le phénomène décrit plus haut apparaît. Les deux transitions ne sont donc pas corrélées.

On peut proposer deux explications à ces observations:

- De manière analogue à la ligne d'attachement d'intrados, la ligne de séparation est longée par l'écoulement pariétal. Il apparaît donc une transition semblable à celle présente sur la ligne médiane d'intrados. De plus, l'écoulement au voisinage du décollement subit une recompression, il est donc plus instable que celui d'intrados. La transition le long de la ligne de séparation a donc lieu bien avant celle de la ligne d'attachement.
- WARD et KATZ [3.26] mettent en évidence des structures enroulées de faibles dimensions de part et d'autre de la base du décollement (cf fig 3.15). Dans nos essais ces décollements parasites restent de dimensions extrêmement faibles (pratiquement indétectables). Toutefois, ils engendrent des tourbillons au niveau de la ligne de séparation qui peuvent causer la transition de la couche limite juste avant le décollement, provoquant ainsi le recul de la séparation vers l'extrados.

En conclusion, notre étude met en évidence les effets tridimensionnels sur la transition. Le comportement de la ligne de séparation ne peut être expliqué que par la présence d'un mécanisme de déstabilisation de la couche limite à l'intrados, au voisinage immédiat du décollement.

3.6.3 Forme de la ligne de séparation

3.6.3.1 Description qualitative de la séparation et de son évolution suivant les conditions de vol

L'évolution de la ligne de décollement le long du fuselage dépend essentiellement de deux paramètres:

- L'incidence
- Le nombre de REYNOLDS

Le taux de turbulence joue également un rôle important pour des nombres de REYNOLDS critiques. Le taux de la soufflerie est estimé par les relevés de la transition à incidence nulle entre 0.3% et 0.5%. Ces valeurs sont approximatives du fait des gradients de pression sur l'ogive. Un relevé par fil chaud devrait lever le doute à ce sujet (il n'a pu être mis en œuvre faute de temps).

Dans notre domaine d'étude (bas subsonique) le nombre de Mach n'a qu'une très faible incidence sur le décollement. On remarque, tout au plus, une légère influence sur le décollement le long de la partie cylindrique, mais celle-ci reste pratiquement inférieure aux incertitudes expérimentales sur les relevés de la position angulaire θ_{dec} du décollement ($\Delta\theta_{dec} \approx \pm 2^\circ$).

Les premières visualisations (par badigeonnage d'enduit) permettent de donner une explication de la structure du décollement aux nombres de Reynolds critiques. La ligne de séparation se divise en trois parties:

- a) Partie laminaire
- b) Partie en transition
- c) Partie turbulente avec un gradient d'extrados longitudinal positif (cf. graphes 3.9).

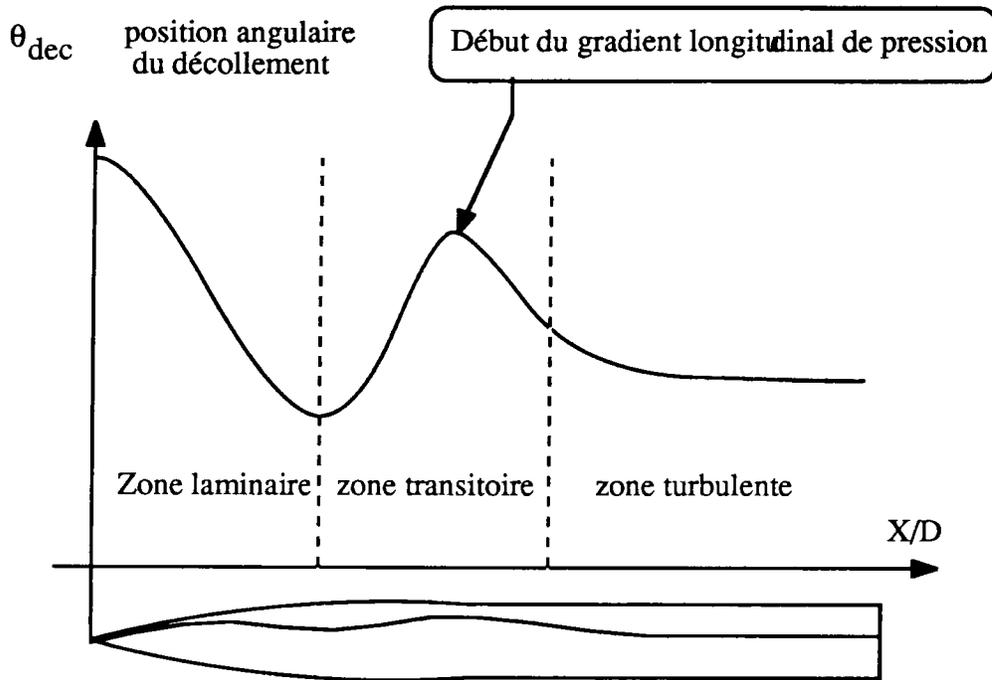
a) Partie laminaire: Au voisinage de la pointe, le nombre de Reynolds local est très faible. Le décollement a lieu très tardivement malgré des gradients de pression transverses importants. Quand le rayon de l'ogive croît, le nombre de Reynolds locale augmente, la couche limite, alors plus sensible aux effets des gradients de pression, décolle de plus en plus tôt le long du fuselage. La ligne de séparation descend donc très rapidement vers l'intrados. La courbe de la position angulaire du décollement le long du fuselage se caractérise dans cette zone par une pente négative, plus ou moins marquée suivant le nombre de Reynolds (cf. graphes 3.1, 3.2, 3.13.2).

b) La transition apparaît ensuite le long du décollement ou à l'intrados. Le décollement subit alors un recul assez brutal vers l'extrados, nettement visible sur les visualisations pariétales. Cette remontée de la séparation se prolonge vers l'extrados jusqu'à des azimuts de $\theta_{dec} = 140^\circ (\alpha = 25^\circ)$ à $\theta_{dec} = 150^\circ (\alpha = 15^\circ)$.

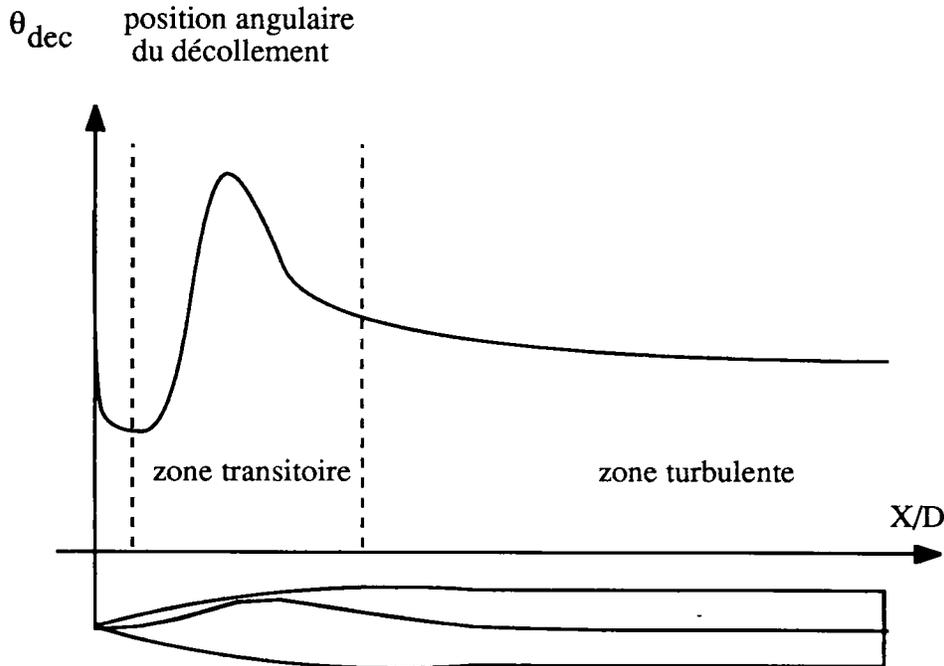
c) La couche limite passe ensuite en régime pleinement turbulent. De ce fait, elle devient légèrement moins résistante aux gradients de pression que lorsqu'elle transitionne. Cependant, à la fin de l'ogive ($X/D \approx 2$) apparaît à l'extrados un gradient de pression longitudinal positif. Ceci engendre une confluence violente entre les écoulements d'extrados et d'intrados ainsi qu'une augmentation du gradient transversal situé à 120° d'azimut environ (cf. cartes isobares). La séparation s'en trouve donc précipitée et la ligne de décollement redescend vers l'intrados à partir de cet endroit ($\theta_{dec} = 130^\circ$ à $\theta_{dec} = 110^\circ$). La partie cylindrique voit ensuite la ligne de séparation se stabiliser en tendant vers la position du décollement sur un cylindre de longueur infinie placé à la même incidence que l'engin étudié.

On constate que la chute de la ligne de décollement vers l'intrados à la fin de l'ogive, n'est pas caractéristique du régime turbulent. Elle existe également en laminaire (cf PAGAN [3.18]). Les effets de la turbulence augmentent cependant l'amplitude des variations de θ_{dec} .

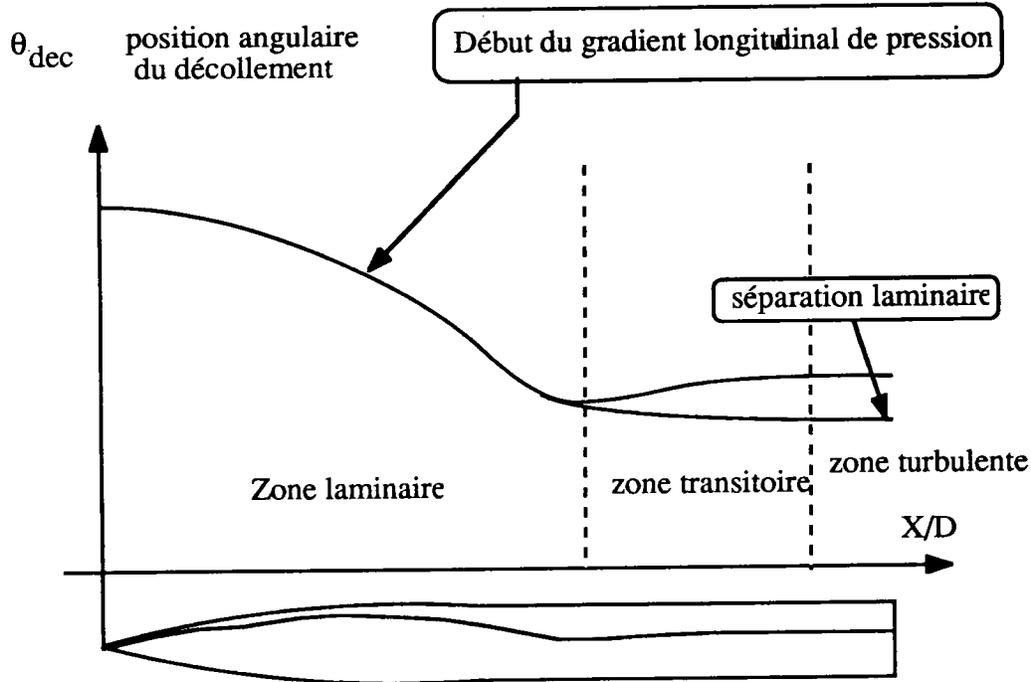
On peut résumer la forme de la ligne de séparation par le schéma suivant:



Quand le nombre de Reynolds augmente, la zone laminaire devient de plus en plus petite. Pour un nombre de Reynolds de $4.4 \cdot 10^5$, elle s'étend sur seulement un calibre à partir du nez. La pente de la courbe θ_{dec} y est très forte. Quand le nombre de Reynolds augmente encore on aboutit à la forme suivante:

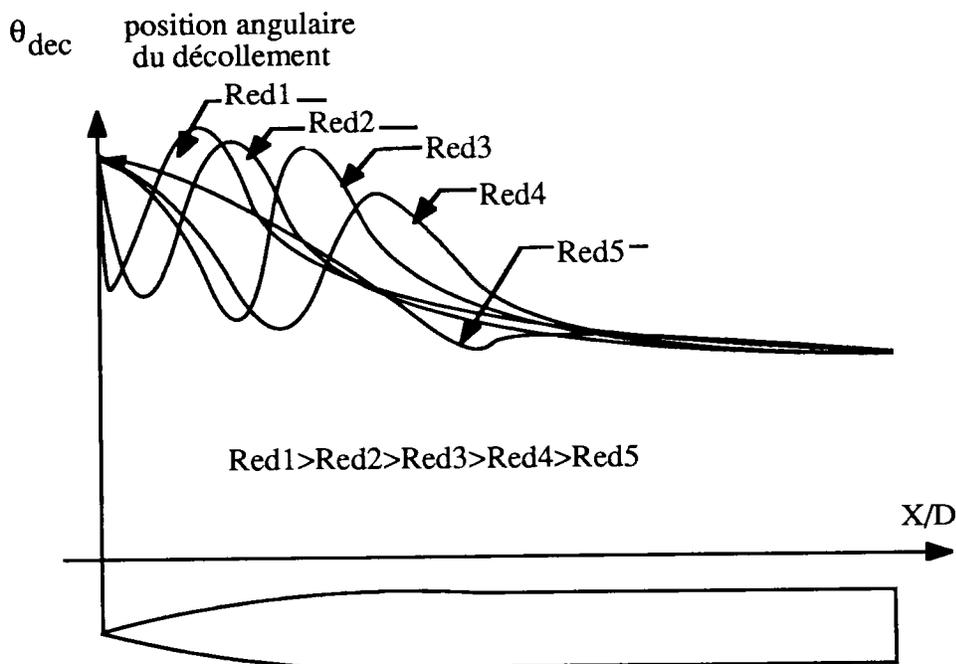


Au contraire, quand le nombre de Reynolds décroît, la transition recule de plus en plus sur le fuselage; pour un Reynolds de l'ordre de $2.5 \cdot 10^5$, on a ainsi la forme de ligne de décollement suivante:



Dans ce cas la transition intervient après l'apparition du gradient longitudinal d'extrados. La remontée du décollement s'effectue alors sur la partie cylindrique.

On peut donc représenter l'évolution de la ligne de décollement en fonction du nombre de Reynolds par le schéma suivant (cf. planches 3.5, graphes 3.1, 3.2, 3.3):



L'influence de l'incidence est également très importante. Pour les faibles incidence, le pic de la courbe θ_{dec} monte jusqu'à 160° (pour $\alpha \approx 10^\circ$) (cf. graphes 3.1, 3.2, 3.3).

Sa position axiale subit également une variation, surtout pour les nombres de Reynolds inférieurs à 4.410^5 . Au delà, elle évolue assez peu et reste au voisinage de $X/D \approx 2$.

Quand l'incidence augmente, la position de la ligne de séparation sur la partie cylindrique descend vers l'intrados, car les gradients de pression transversaux augmentent avec l'incidence.

Un accroissement du nombre de Reynolds Re_d va, en général, contrarier cet effet en retardant la séparation. Cependant, si la transition n'est pas complètement achevée, l'accroissement du Reynolds va faire passer la couche limite d'un état transitoire à une turbulence pleinement développée. Cette modification de la nature de la couche limite a tendance à la rendre plus sensible aux gradients de pression. Donc, paradoxalement, une augmentation du nombre de Reynolds peut conduire sur la partie cylindrique à une légère descente de la séparation vers l'intrados.

Les caractéristiques du décollement décrites ici s'applique dans le domaine de Mach inférieur à 0.6. Elles correspondent à celles du corps étudié et évoluent bien sûr suivant la géométrie de l'ogive. Toutefois, pour une ogive pointue cette description qualitative reste valable.

3.6.3.2 Approche empirique de la position de la ligne de décollement

Avant d'effectuer une étude empirique de la séparation, il convient de déterminer tout d'abord le rôle de chacun des paramètres (α, Re_d, Mo) sur sa forme. Les courbes de relevés de la position de la ligne de séparation sont donc superposées, en faisant varier soit l'incidence, soit le nombre de REYNOLDS ou le nombre de MACH, les deux autres paramètres restant constants (cf. Courbes résultats: "Position angulaire de la ligne de décollement" : graphe 3.13).

Trois points se dégagent de ces observations:

- L'incidence a une influence prépondérante sur la position de la ligne (cf. graphe 3.13.1).
- Le nombre de REYNOLDS joue également un rôle important, bien qu'il ne provoque pas des variations aussi importantes que l'incidence (cf. graphe 3.13.2).
- Les effets de la compressibilité sont très faibles dans notre domaine de nombre de MACH ($Mo \in [0.16; 0.6]$). Ils sont négligés dans cette étude (cf. graphe 3.13.3).

Nous avons vu au § précédent que la forme de la ligne de décollement évolue selon le nombre de Reynolds. Pour $Re_d \geq 4.410^5$ la forme générale de la ligne de séparation est caractérisée par une "bosse" située aux alentours de $X/D \approx 2$. Ce pic est dû aux influences conjuguées de la transition de couche limite et des gradients de pression longitudinaux positifs.

La position de ce maximum est relevée lors des manipulations. Elle avance vers la pointe avec l'incidence et le nombre de REYNOLDS croissants. Ces essais sont bien recoupsés, pour $Re_d \geq 4.410^5$, par la formule suivante proposée ici :

$$\frac{X_{\max}}{D} = \frac{18.37}{\alpha} - 1.11 \cdot 10^{-6} \cdot Re_d + 1.995$$

où $\left\{ \begin{array}{l} \alpha : \text{Angle d'incidence } (\alpha \in [15^\circ, 25^\circ]), \text{ exprimé en degrés} \\ Re_d : \text{Nombre de Reynolds rapporté au diamètre } Re_d \in [4.4 \cdot 10^5; 9 \cdot 10^5] \\ \frac{X_{\max}}{D} : \text{Position du maximum de la position angulaire du décollement} \end{array} \right.$

Cette expression correspond à un développement limité à l'ordre 1 de X_{max}/D en fonction de $1/\alpha$ et ReD .

La précision de cette formule est environ de 0.1 calibre. Elle semble pouvoir s'appliquer avec des nombres de REYNOLDS supérieur ($ReD \geq 10^6$). Elle rend compte de l'allure générale des cas subcritiques ou faiblement critiques ($ReD \leq 3.5 \cdot 10^5$) mais avec une précision bien moindre (env. 0.3D).

La position de la séparation sur la partie cylindrique est presque confondue avec une génératrice (dans le cas d'écoulements symétriques bien sûr). cette propriété se vérifie surtout sur des corps où la partie cylindrique est beaucoup plus longue que l'ogive. Sur notre maquette, il existe encore une évolution de la ligne de décollement sur la partie cylindrique. On peut cependant considérer que la séparation tend vers une génératrice asymptote qu'elle atteindrait si la partie cylindrique était suffisamment longue. La position de cette asymptote dépend essentiellement de l'incidence et, dans une moindre mesure, du nombre de REYNOLDS.

La forme de la ligne de décollement est repérée grâce à sa position angulaire θ_{dec} dans une section courante perpendiculaire à l'axe de révolution de l'engin et située à une distance X de sa pointe. Cette position est une fonction de X/D qui, pour $ReD \geq 4.4 \cdot 10^5$ peut être très bien approchée par l'expression empirique:

$$\theta_{dec}\left(\frac{X}{D}\right) = \frac{A \cdot Y^3 + B}{\sqrt{(1-Y^3)^2 + 4\epsilon^3 Y^3}} \quad \text{avec } Y = \frac{X/D}{\omega_0}$$

- où
- $\frac{X}{D}$: abscisse réduite de la position le long du fuselage
 - A : Limite de la courbe quand X/D tend vers l'infini (cylindre en incidence).
dans le domaine de Reynolds [$4.4 \cdot 10^5$; 10^6]
 - B : Limite de l'angle de décollement quand X tend vers zéro
 - ϵ : Facteur lié à la cambrure de la courbe, il dépend surtout du Reynolds de l'essai et varie assez peu dans le domaine étudié de 0.86 à 0.93
 - ω_0 : Facteur caractérisant la position du maximum de la courbe (mais lié à A, B et ϵ)

Cette formule est valable pour $X/D \geq 1.5$ ou 2 puisqu'elle est issue de la troisième série d'essais qui ne visualise pas l'écoulement en amont de cette position. Cependant, la forme de séparation obtenue recoupe très bien les relevés des visualisations globales (graphe 3.1 et 3.3, cf. §3.) jusque $X/D \approx 0.5$ ou 1 (cf graphe 3.14).

Si l'on ajuste cette courbe cas par cas, elle redonne les données expérimentales avec une précision supérieure à 1° en moyenne, avec une erreur locale maximale de 2° sur toute la courbe ($X/D \in [1. ; 9.]$).

L'avantage de cette formule est qu'elle donne des résultats cohérents même avec des valeurs assez arbitraires des coefficients A, B, ω_0 et ϵ , pourvu qu'elles restent dans le domaine décrit plus haut. En particulier, la forme générale de la courbe obtenue reste toujours

plausible. La plupart du temps l'erreur commise en utilisant de mauvais coefficients ne dépasse pas 10° au plus, essentiellement due à un décalage de la "bosse" et à une erreur sur A).

Nous proposons ici une formulation heuristique de ces coefficients qui permet une approche acceptable de la forme de cette ligne avec un écart par rapport aux données expérimentales de cinq degrés, au plus, et d'une erreur moyenne de 2° au plus par rapport à l'expérience pour des incidences de 15° à 25° et des nombres de Reynolds de $4.4 \cdot 10^5$ à 10^6 (cf graphe 3.15). L'influence du nombre de Mach étant négligée, nous n'avons que deux paramètres à prendre en compte. Nous allons fixons ω_0 après quelques essais, puis A est déterminé pour obtenir l'écart minimum avec les résultats expérimentaux tout en vérifiant l'évolution de la ligne de séparation observée pour $X/D > 5$. B et ϵ sont corrélés pour retrouver la position du maximum de la courbe donné par la formule générale donnant θ_{dec} .

On prend:

$$\omega_0 = 3.75 - 0.05 \cdot \alpha \quad \text{où } \alpha \text{ est l'incidence en degrés}$$

Ce paramètre est choisi arbitrairement après essais successifs. Enfin, le coefficient A est donné par:

$$A = \frac{1.25 \cdot 10^{-3} \text{ Red} - 426.39}{\alpha} + 127.141 - 5.883 \cdot 10^{-5} \text{ Red}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} \text{Red : Nombre de Reynolds de l'écoulement rapporté au diamètre de l'engin} \\ \alpha : \text{Angle d'incidence en degrés} \end{array} \right.$

Ce coefficient vérifie deux conditions physiques:

- L'influence de l'incidence augmente avec le nombre de Reynolds.
- La ligne de séparation descend vers l'intrados quand la nombre de Reynolds croît (à 25° d'incidence), pour les angles plus petits (15° , 20°) cette ligne subit un net recul vers l'extrados.

Cette dernière évolution, observée sur les relevés (cf. graphes 3.3) est liée à la transition de la couche limite et à l'élancement relativement faible du corps étudié. En effet la couche limite en transition est plus résistante aux gradients de pression que la couche limite pleinement turbulente. Il semble que, dans la plage de nombres de Reynolds étudiée ici, la couche limite ne soit pas encore pleinement turbulente sur la partie cylindrique pour les incidences élevées où la longueur de parcours du fluide à la paroi est assez faible. De ce fait, quand le nombre de Reynolds augmente à incidence fixée, la couche limite devenant pleinement turbulente sur cette partie, la séparation marque une légère chute vers l'intrados sur la partie cylindrique. L'expression de A tient compte de cet effet, mais ceci en limite la validité pour 25° d'incidence, à des nombres de Reynolds ne dépassant pas $2 \cdot 10^6$. Sinon ce coefficient est sous-estimé par la formule donnant A.

Le coefficient B est donné par:

$$B = \frac{-7.47 \cdot 10^{-4} \text{ Red} + 897.25}{\alpha} - 517.58 + 47.325 \text{ Log}(\text{Red})$$

où $\left\{ \begin{array}{l} \text{Red : Nombre de Reynolds de l'écoulement rapporté au diamètre de l'engin} \\ \alpha : \text{Angle d'incidence en degrés} \end{array} \right.$

Ce coefficient est ajusté pour vérifier la chute légère de l'influence de l'incidence et l'augmentation du minimum de θ_{dec} quand le nombre de Reynolds augmente.

ϵ régit la hauteur du maximum et le resserrement de la courbe. Ces caractéristiques dépendent surtout du nombre de Reynolds. On pose arbitrairement après essais d'ajustement:

$$\epsilon = 0.9398 - \frac{6.80 \cdot 10^{15}}{(Re_d)^3} \quad \text{où } Re_d: \text{ Nombre de Reynolds rapporté au diamètre}$$

Cette modélisation, comme toute synthèse empirique, est limitée à un domaine d'application bien précis. Cependant la ligne de décollement garde une forme sensiblement identique pour tous les nombres de Reynolds supérieurs à $4.4 \cdot 10^5$. La courbe générale choisie pour représenter cette ligne a de fortes chances de donner une forme correcte de la séparation pour des nombres de Reynolds élevés. En revanche les coefficients A et B devront être ajustés de nouveau, les formules donnant ces coefficients sous-estimant A pour les forts nombres de Reynolds aux incidences inférieures ou égales à 15° . Les coefficients ϵ et ω_0 semblent garder un sens physique même pour des nombres de REYNOLDS supérieurs à 10^6 . Cependant, pour généraliser cette synthèse empirique complète, il serait nécessaire d'effectuer des relevés de lignes de séparation à des nombres de Reynolds beaucoup plus élevés ($3 \cdot 10^6$ à 10^7) qui n'ont pu être réalisés pour des raisons techniques évidentes (performances et taille de la soufflerie).

3.6.4 Conclusions sur la séparation et ses conséquences

Les visualisations pariétales donnent une idée de la structure de l'écoulement à la paroi (cf Annexe 3.1). Elles permettent ainsi de classer en quatre catégories les configurations de vol suivant l'incidence:

- $\alpha < 3^\circ$ (4°): On peut considérer qu'il y a contournement du fuselage sans décollement de la couche limite. Cette hypothèse de non décollement est mise en défaut par nos essais dès 5° d'incidence. A cette incidence la position axiale de la ligne de décollement se situe déjà, en moyenne, au milieu de la partie cylindrique de la maquette ($X/D \approx 5$). Le développement assez important de cette ligne laisse penser que le décollement existe déjà à des incidences plus faibles (de l'ordre de 4°). Mais ceci n'a pu être clairement mis en évidence car les visualisations pariétales ne donnent pas de résultats probants aux très faibles incidences.
- 4° (env.) $< \alpha < 8^\circ$: Une séparation primaire apparaît. Elle ne se "referme" pas. En effet on ne peut prolonger clairement la ligne de séparation jusqu'à la pointe du missile. Il s'agit là d'une séparation ouverte telle que l'ont observée WANG, PEAKE et TOBAK, la théorie exacte de cette séparation étant toutefois l'œuvre de WU et al. (cf chap II et 3.6.4.1).
- $8^\circ < \alpha < 12^\circ$ à 13° : Il y a une séparation fermée qui débute clairement dès le nez. Elle induit une structure transversale très classique, avec un point selle dans le plan de symétrie au dessus du corps.
- $13^\circ \leq \alpha < 25^\circ$: Il apparaît un décollement secondaire. Cette séparation débute le plus souvent dès la pointe avant. Sur l'ogive on constate donc une structure de ligne de séparation et d'attachement supplémentaire (cf. planches 3.5). Cette structure est bien moins nette que sur la partie cylindrique. En effet, sur le nez, les vitesses sont très longitudinales; elles ne provoquent donc pas d'accumulation importante d'écoulement lors des visualisations. Elles donnent lieu à deux fuseaux (cf. pl. 3.5) qu'il ne faut pas prendre pour des bulbes d'attachement.

La séparation se développe donc dès 8° d'incidence depuis la pointe du missile. Cependant deux éléments viennent considérablement réduire l'effet du décollement sur le champ des pressions au niveau de l'ogive (cf. fig 3.16):

- Les structures tourbillonnaires y sont petites, donc pratiquement immergées dans la couche limite .
- Les lignes pariétales d'extrados, presque confondues sur l'ogive avec méridiennes, montrent que la nappe décollée est transportée le long de l'ogive sans avoir le temps de s'enrouler.

Sur l'avant de l'ogive les enroulements tourbillonnaires sont donc ou inexistantes ou bien situés dans la couche limite, ce qui leur enlève une grande part de leur influence sur l'écoulement.

On constate toutefois qu'à partir d'une certaine distance du nez, les lignes pariétales d'extrados, longitudinales sur le nez, divergent brutalement à la fin de l'ogive.

Ceci s'explique par deux phénomènes :

- l'écoulement longitudinal rencontre à la fin de l'ogive un gradient de pression positif (cf. graphe 3.9). Le champ des pressions tend alors à dévier les vitesses latéralement.
- Le tourbillon qui se développait dans la couche limite finit par en sortir. Il acquiert à ce moment une énergie cinétique plus importante puisqu'il est "alimenté" par un écoulement plus rapide. Cette émergence augmente brutalement l'activité du tourbillon, qui engendre alors une forte dépression. Celle-ci a deux effets :
 - + Elle retarde le décollement en créant une dépression à l'extrados.
 - + Elle dévie l'écoulement d'extrados (cf. pl. 3.5).

A partir de ce point se produisent ensuite deux autres phénomènes :

- La divergence des vitesses d'extrados engendre une confluence plus forte des écoulements d'extrados et d'intrados. Ceci augmente les gradients de pression transversaux.
- Le tourbillon s'éloigne de la paroi ce qui diminue son action retardatrice sur le décollement.

Ainsi, après avoir augmenté assez rapidement, la position angulaire de la ligne de décollement va chuter à nouveau. La forme de la "bosse", ainsi constituée dépend de deux facteurs : l'apparition de la transition, qui retarde le décollement, puis l'émergence d'enroulements tourbillonnaires actifs qui précipite la séparation.

La combinaison de ces deux phénomènes modèlent la forme de la ligne de séparation. En fait, au-dessous de $4.4 \cdot 10^5$, ils se produisent presque au même endroit (à environ 3 calibres du nez) et sont ainsi directement opposés . La forme de la ligne de séparation ainsi obtenue est souvent chaotique, peu marquée et difficilement modélisable. En revanche, pour des nombres de REYNOLDS plus élevés (au-dessus de $4.4 \cdot 10^5$), la transition précède nettement l'apparition des enroulements d'extrados; ceci a pour effet de produire une "bosse" nettement accentuée sur les courbes de position de la ligne de séparation. Ce pic est d'autant plus net que le nombre de REYNOLDS est élevé. Dans ce domaine de REYNOLDS la position même de la transition n'a plus guère d'effet sur la forme de la séparation, la zone laminaire devenant pratiquement négligeable dans tous les cas (surtout aux incidences élevées).

De ces observations, on constate que l'étude de la ligne de séparation permet de situer la position axiale X/D à partir de laquelle les nappes décollées forment réellement une structure d'enroulements tourbillonnaires. Elle coïncide avec le début de la chute de la séparation vers

l'intrados. L'apparition de structures tourbillonnaires actives se situe donc à la même distance X/D que le maximum des courbes $\theta_{dec}=f(X/D)$. Cette propriété permet de placer ce point par la seule donnée de la forme de la ligne de séparation, fournie, par exemple, par la formule de synthèse proposée précédemment.

Avant le point de divergence, la nappe est fortement liée à des phénomènes visqueux. Un calcul fluide parfait est donc incapable d'en prévoir l'évolution. Après ce point, la nappe quitte nettement la paroi se comporte vraiment comme une couche de cisaillement libre. Sa modélisation par une surface de glissement devient alors acceptable.

Trois points se dégagent de cette étude:

- La nappe décollée prend naissance dès le nez, mais sa partie avant, fortement diffusive, n'a pas d'effet important sur la répartition des pressions sur le corps. Les effets dynamiques de la nappe décollée n'apparaissent donc qu'à partir de l'endroit où l'écoulement d'extrados est absorbé par les enroulements tourbillonnaires. Les enroulements sont alors peu influencés par les diffusions visqueuses ou turbulentes. Les effets des forces d'inertie sont alors prépondérants (la dissipation devenant très faible). Une modélisation fluide parfait est donc envisageable.
- La position axiale du point de divergence de l'écoulement d'extrados peut être déterminée par une étude quantitative de la ligne de séparation. Il correspond au maximum de cette courbe.
- Pour des nombres de REYNOLDS supérieurs à 4.410^5 , la transition ne joue qu'un rôle secondaire sur la position de ce point pour des incidences supérieures ou égales à 20° . En dessous 20° la transition modifie légèrement la forme de la ligne de séparation; en général, cette influence (qui retarde le décollement) se traduit par un élargissement de la "bosse" de la courbe de position angulaire du décollement.

IV) APPROCHE NUMERIQUE

4.1 Introduction

L'aérodynamique des missiles à grande incidence est régie par les tourbillons d'extrados issus du décollement de la couche limite le long du fuselage, et par la zone de recirculation provenant du décollement au culot. Le calcul de tels écoulements est généralement mené par des programmes de résolution des équations d'EULER. Mais, si ces logiciels donnent de bons résultats en supersonique, il semble que leurs versions subsoniques ne soient pas pleinement opérationnelles. De plus, le maillage de tout le volume fluide étudié impose un espace mémoire très important, une grande dépendance à l'égard du maillage choisi et un temps de calcul élevé.

Dans le domaine du "bas subsonique ", il apparaît donc très intéressant de développer un code de calcul utilisant la méthode des singularités. Dans ce cas en effet, seules les surfaces de glissement (sur le corps ou au sein du fluide) font l'objet d'un maillage, ce qui réduit considérablement la dimension des matrices utilisées ainsi que le temps de calcul. Cependant nous n'avons plus alors la possibilité de localiser automatiquement les surfaces de discontinuité utilisées pour modéliser les couches rotationnelles au sein du fluide. Ces nappes seront donc construites arbitrairement par l'utilisateur au début du programme, puis seront déplacées de manière itérative pour être stabilisées dans une position où elles vérifient les conditions de RANKINE-HUGONIOT.

Une modélisation par singularités linéiques est classiquement employée pour traiter l'écoulement autour de fuselages élancés (la théorie des corps élancés en dérive), mais ce type de méthode utilise la symétrie de révolution du corps et l'absence de singularités à l'extérieur de celui-ci. Il n'est donc plus applicable quand on veut modéliser un fuselage à incidence élevée où sont introduites des nappes de glissement. Il est alors nécessaire de modéliser le corps par des singularités surfaciques, plus coûteuses mais d'un emploi moins restrictif.

Après avoir testé l'utilisation des divers types de singularités sur corps seul, la présente étude modélise le corps par des panneaux sources et les nappes décollées par une répartition de doublets normaux. Les résultats du programme qui en découle sont ensuite commentés. Enfin certaines extensions de la méthode sont présentées.

4.2 Rappels généraux sur la méthode des singularités

Il est présenté ici un rapide rappel de la théorie classique des singularités (cf DELHOMMEAU[4.9],BOUSQUET[4.4],HESS &SMITH[4.12]). Ce paragraphe sert à délimiter le cadre de notre travail et à fixer les diverses modélisations et notations utilisées par la suite.

4.2.1 Généralités

Ce problème concerne un écoulement incompressible, irrotationnel autour d'un obstacle Ω , dans un domaine fluide D. On a :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\text{rot}}(\vec{V}) = \vec{0} \\ \text{div}(\vec{V}) = 0 \end{array} \right\} \text{ sur D}$$

Dans ce cas la vitesse dérive d'un potentiel ϕ qui vérifie le problème de NEUMANN:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\phi = 0 \text{ dans le domaine fluide D} \\ \frac{\partial\phi}{\partial n} = \vec{V}_E \cdot \vec{n} \text{ sur } \partial\Omega \text{ (surface du corps)} \end{array} \right. \quad \text{où } \vec{V}_E \text{ est la vitesse d'entraînement du corps dans le repère considéré}$$

Il est alors commode d'introduire deux potentiels harmoniques ϕ_e et ϕ_i définis respectivement à l'extérieur et à l'intérieur du corps Ω . A l'extérieur de Ω on a: $\phi = \phi_e$. Ces deux potentiels permettent de définir une modélisation de ϕ à partir de sources et doublets normaux.

En effet, la troisième formule de Green montre que tout écoulement potentiel harmonique ($\Delta\phi=0$) peut être modélisé par la somme d'une répartition surfacique de doublets et de sources, car les potentiels à l'intérieur et à l'extérieur vérifient :

$$\left. \begin{array}{l} \phi_e(M) \\ \frac{\phi_e(M) + \phi_i(M)}{2} \\ \phi_i(M) \end{array} \right\} = \frac{-1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} \vec{\text{grad}}_P(\phi_e(P) - \phi_i(P)) \cdot \vec{n}_P \frac{1}{r} dS_P + \frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} (\phi_e(P) - \phi_i(P)) \cdot \vec{\text{grad}}_P\left(\frac{1}{r}\right) \cdot \vec{n}_P dS_P$$

{éq.4.1} où

- $\partial\Omega$: paroi du corps Ω
- M : Point de calcul du potentiel
- P : Point courant d'intégration
- $r = |\vec{PM}|$: Distance entre les points P et M
- ϕ_e : Potentiel extérieur (nul à l'intérieur de Ω)
- ϕ_i : Potentiel interne (nul à l'extérieur de Ω)

En posant:

$$\boxed{\begin{matrix} \mu = -(\phi_e - \phi_i) \\ \sigma = \overrightarrow{\text{grad}}(\phi_e - \phi_i) \cdot \vec{n} \end{matrix}} \quad \{ \text{éq.4.2} \} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \mu : \text{Répartition de doublet normal} \\ \sigma : \text{Répartition de source} \\ \phi_e, \phi_i : \text{Potentiels, externe et interne} \end{cases}$$

on obtient alors:

$$\left. \begin{matrix} \phi_e(M) \\ \frac{\phi_e(M) + \phi_i(M)}{2} \\ \phi_i(M) \end{matrix} \right\} = \frac{-1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} \alpha(P) \frac{1}{r} \, dS_P - \frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} \mu(P) \overrightarrow{\text{grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n}_P \, dS_P$$

$$\{ \text{éq.4.3} \} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \partial\Omega : \text{paroi du corps } \Omega \\ M : \text{Point de calcul du potentiel} \\ P : \text{Point courant d'intégration} \\ r = |\overrightarrow{PM}| : \text{Distance entre les points P et M} \\ \alpha(P) : \text{Répartition de source en P} \\ \mu(P) : \text{Répartition de doublet en P} \end{cases}$$

Cette formule est directement issue de $\Delta\phi=0$ (f étant suffisamment régulière). Elle montre bien que tout écoulement potentiel ($\Delta\phi=0$) peut être modélisé à partir d'une répartition de source et doublet sur la surface de l'obstacle. Dans le cas d'un problème externe, le potentiel ϕ_i est arbitraire à l'intérieur du corps. Suivant les hypothèses formulées à son égard, trois méthodes classiques se dégagent. (cf DELHOMMEAU[4.9])

4.2.2 Méthode des sources

Si l'on choisit de prendre $\phi_i = \phi_e$ à la surface du corps. Le terme doublet s'annule. ϕ_i est arbitraire à l'intérieur du corps. Il reste d'ailleurs indéterminé puisqu'il ne sert à rien dans l'expression des vitesses à l'extérieur du corps et qu'il est remplacé par ϕ_e à la paroi. On doit trouver la répartition de sources σ :

$$\sigma = \overrightarrow{\text{grad}}(\phi_e - \phi_i) \cdot \vec{n} \quad \{ \text{éq.4.4} \}$$

on a alors à la surface du corps (et à l'extérieur):

$$\phi_e(M) = \frac{-1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} \alpha(P) \frac{1}{r} \, dS_P \quad \{ \text{éq.4.5} \} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \partial\Omega : \text{paroi du corps } \Omega \\ M : \text{Point de calcul du potentiel} \\ P : \text{Point courant d'intégration} \\ r = |\overrightarrow{PM}| : \text{Distance entre P et M} \\ \alpha(P) : \text{Répartition de source en P} \\ \phi_e(M) : \text{Potentiel (externe) en M} \end{cases}$$

Cette équation de FREDHOLM de première espèce a une résolution numérique instable. Il est plus commode de prendre, en un point M de l'espace, le gradient de la formule de GREEN.

Après introduction de la condition de glissement sur le corps, il vient alors (cf DELHOMMEAU[4.9]):

$$\frac{\alpha(M)}{2} - \frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} \alpha(P) \frac{1}{r} dS_P = -\vec{V}_0 \cdot \vec{n}(M) \quad \text{(éq.4.6)} \quad \text{où} \left\{ \begin{array}{l} \partial\Omega : \text{paroi du corps } \Omega \\ M : \text{Point de calcul du potentiel} \\ P : \text{Point courant d'intégration} \\ r = |\vec{PM}| : \text{Distance entre P et M} \\ \alpha(P) : \text{Répartition de source en P} \\ \vec{V}_0 : \text{Vitesse du vent à l'infini amont} \end{array} \right.$$

Cette équation (FREDHOLM de deuxième espèce) est classiquement résolue (cf. HESS[4.12]). La discrétisation de cette équation est traitée plus loin.

D'après cette modélisation:

$$\iint_{\partial\Omega} \alpha(P) dS_P = \iiint_{\Omega} \text{div}(\vec{\text{grad}}(\phi_e - \phi_i)) d\tau = \iiint_{\Omega} \Delta(\phi_e - \phi_i) d\tau = 0 \quad \text{(éq.4.7)}$$

$$\text{où} \left\{ \begin{array}{l} \partial\Omega : \text{paroi du corps } \Omega \\ \Omega : \text{Volume du corps (fermé)} \\ \alpha(P) : \text{Répartition de source en P} \\ \phi_e : \text{Potentiel externe} \\ \phi_i : \text{Potentiel interne} \end{array} \right.$$

Cette relation appelée condition de fermeture de la répartition est une validation très fine de la solution et du maillage (cf § 4.3.4.2). Elle traduit mathématiquement que la modélisation d'un corps fermé par une répartition de sources ne produit pas de fluide au sein de l'écoulement.

4.2.3 Méthode des doublets normaux

Si on prend maintenant :

$$\vec{\text{grad}}(\phi_e - \phi_i) \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{(éq.4.8)}$$

La condition de glissement est implicitement résolue si ϕ_i est égal au potentiel d'entraînement. Dans le cas d'une translation uniforme à la vitesse d'entraînement \vec{V}_E on a :

$$\phi_i = \vec{V}_E \cdot \vec{OM} = -\vec{V}_0 \cdot \vec{OM} \quad \text{(éq.4.9)} \quad \text{où} \left\{ \begin{array}{l} \vec{OM} : \text{Rayon vecteur (O origine liée au référentiel)} \\ \vec{V}_E : \text{Vitesse d'entraînement du corps} \\ \vec{V}_0 : \text{Vitesse du fluide à l'infini amont} \end{array} \right.$$

Si on égale cette relation avec la formule de GREEN simplifiée ($\sigma = 0$), on aboutit à l'équation:

$$\phi_i(M) = \frac{\mu(M)}{2} + \frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} \mu(P) \overrightarrow{\text{grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n}_P \, dS_P = -\vec{V}_0 \cdot \overrightarrow{OM} \quad \text{(éq.4.10)}$$

où

- $\partial\Omega$: paroi du corps Ω
- M : Point de calcul du potentiel
- P : Point courant d'intégration
- $r = |\overrightarrow{PM}|$: Distance entre P et M
- $\mu(P)$: Répartition de doublet en P
- $\vec{V}_0 \cdot \overrightarrow{OM}$: Potentiel d'entraînement en translation

De cette équation on tire le potentiel ϕ_e solution du problème (à une constante près). On remarque que dans ce cas "l'écoulement" interne à un sens physique; il correspond à une zone d'eau morte translatée à la vitesse V_e qui représente ainsi le corps (mais dont la frontière ne vérifie pas, a priori, les conditions de RANKINE-HUGONIOT (cf §4.4.2)).

Le calcul du potentiel une fois effectué, la vitesse se trouve par dérivation. On a :

$$\vec{V}_d(M) = \overrightarrow{\text{grad}}(\phi_e) \text{ et } \overrightarrow{\text{grad}}\mu = -[\vec{V}_e - \vec{V}_i] \quad \text{(éq.4.11)}$$

et finalement la vitesse V à la surface du corps est :

$$\boxed{\vec{V}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\mu + \vec{V}_0 - (\vec{V}_0 \cdot \vec{n}) \vec{n}} \quad \text{(éq.4.12)} \quad \text{où}$$

- \vec{V}_0 : Vitesse du fluide à l'infini amont
- $\vec{V}(M)$: Vitesse du fluide au point M
- $\overrightarrow{\text{grad}}\mu$: Gradient (surfactive) de la répartition de doublet

Cette méthode nécessite un calcul de gradient à la paroi. C'est son principal inconvénient. Mais le système linéaire obtenu à la suite de la discrétisation est bien mieux conditionné que celui des sources. Cependant la formule (4.12) évite de calculer la composante continue de la vitesse au point de contrôle ce qui compense largement le temps de calcul du gradient (du moins tant que le maillage n'est pas trop complexe)

De plus, si l'on choisit une répartition constante par panneau, les facettes utilisées peuvent être gauches.

4.2.4 Solution mixte de GREEN (cf DELHOMMEAU[4.9], HUNTI[4.13])

Si on prend $\phi_i=0$ sur la surface du corps, on vérifie la condition de glissement en posant:

$$\boxed{\begin{matrix} \sigma = \vec{V}_E \cdot \vec{n} = \overrightarrow{\text{grad}}\phi_e \cdot \vec{n} \\ \text{Avec : } \mu = -\phi_e \end{matrix}} \quad \text{(éq.4.13) où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu : \text{Répartition de doublet normal} \\ \sigma : \text{Répartition de source} \\ \phi_e : \text{Potentiel extene} \\ \vec{V}_E = \text{La vitesse d'entraînement du corps (connue)} \end{array} \right.$$

On a alors affaire à une distribution mixte de GREEN. Il ne reste plus qu'à écrire à l'aide de la formule de GREEN que le potentiel interne est nul, ce qui donne finalement:

$$\frac{\mu}{2} - \frac{1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} \mu(P) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n}_P \, dS_P = \frac{-1}{4\pi} \iint_{\partial\Omega} \vec{V}_\alpha(P) \cdot \vec{n}_P \frac{1}{r} \, dS_P \quad \text{(éq.4.14)}$$

$$\text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \partial\Omega : \text{paroi du corps } \Omega \\ \vec{V}_\alpha(P) : \text{Vitesse du fluide à l'infini amont} \\ P : \text{Point courant d'intégration} \\ r = |\overrightarrow{PM}| : \text{Distance entre les points P et M} \\ \alpha(P) : \text{Répartition de source en P} \\ \mu(P) : \text{Répartition de doublet en P} \end{array} \right.$$

Cette équation a le même premier membre que celle obtenue par les doublets seuls. Mais le second membre est une expression locale de la condition de glissement très intéressante du point de vue numérique. En effet, elle élève artificiellement l'ordre de la discrétisation (les doublets, d'ordre 0 en vitesse, passent ici à un ordre 1 en vitesse) sans compliquer le problème par rapport à la méthode doublets. Cette méthode est universellement appliquée dans le cas de problèmes complexes (cf RYAN, LE[4.19]). Il est noter que les calculs de cette méthode modélisent le mouvement dans un repère fixe par rapport au fluide à l'infini amont. C'est le corps qui se déplace. Le potentiel interne fi n'a aucun sens physique. Elle nécessite, comme les doublets un calcul de gradient superficiel.

La vitesse est donnée par:

$$\vec{V}(M) = \overrightarrow{\text{grad}}(\phi_e) = (\overrightarrow{\text{grad}}(\phi_e) \cdot \vec{n}) \vec{n} + \overrightarrow{\text{grad}}(\phi_e)_{\partial\Omega} = -(\vec{V}_0 \vec{n}) \vec{n} - \overrightarrow{\text{grad}}\mu$$

$$\text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{V} : \text{Vitesse calculée au point M dans un repère fixe par rapport au fluide amont} \\ \vec{V}_0 : \text{Vitesse du fluide à l'infini amont dans le repère lié au corps} \\ \overrightarrow{\text{grad}}(\phi_e)_{\partial\Omega} : \text{Gradient du potentiel sur la surafce du corps } \partial\Omega \end{array} \right.$$

Dans le repère lié au corps on a alors a même formule qu'avec des doublets:

$$\boxed{\vec{V}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\mu + \vec{V}_0 - (\vec{V}_0 \cdot \vec{n}) \vec{n}} \quad \text{(éq.4.12) où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{V}_0 : \text{Vitesse du fluide à l'infini amont} \\ \vec{V}(M) : \text{Vitesse du fluide au point M} \\ \overrightarrow{\text{grad}}\mu : \text{Gradient (surfaccique) de la répartition de doublet} \end{array} \right.$$

4.3 Programmations et validations des calculs sans nappe

4.3.1 Discretisations de la vitesse et du potentiel induit

A priori les singularités tridimensionnelles semblent assez lourdes à mettre en œuvre parce qu'elles utilisent des intégrales de surfaces pour définir le potentiel et les vitesses. Mais il est possible, comme le montre CANTALOUBE et REHBACH [4.5] puis BOUSQUET[4.4], de ramener le calcul de ces expressions à une intégration sur un contour.

Ces transformations nécessitent parfois certaines hypothèses restrictives, en ce qui concerne la forme des mailles, elles sont précisées pour chacun des types de singularité utilisé.

Dans ce qui suit il est montré que la vitesse induite par un ensemble de panneaux plans, porteurs d'une distribution de source, constante par panneau, se discrétise en :

$$\vec{V}(M_i) = \sum_{j=1}^{N_s} \sigma_j \vec{S}_{ij} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{S}_{ij} : \text{Influence du panneau } N^{\circ}j \text{ sur le point de contrôle } M_i \\ \sigma_j : \text{Répartition de source sur la facette } N^{\circ}j \\ M_i : \text{Point de contrôle} \end{array} \right.$$

Une expression de S_{ij} est donnée in extenso plus loin.

Pour un ensemble de panneaux, plans ou non, porteurs d'une répartition de doublet normal constante par panneau, le potentiel et la vitesse vont se mettre sous la forme:

$$\phi(M_i) = \sum_{j=1}^{N_s} \mu_j T_{ij} \quad \text{et} \quad \vec{V}(M_i) = \sum_{j=1}^{N_s} \mu_j \vec{D}_{ij}$$

$$\text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_{ij} : \text{Influence en potentiel du panneau } N^{\circ}j \text{ sur le point de contrôle } M_i \\ \vec{D}_{ij} : \text{Influence en vitesse du panneau } N^{\circ}j \text{ sur le point de contrôle } M_i \\ \mu_j : \text{Répartition de doublet sur la facette } N^{\circ}j \\ M_i : \text{Point de contrôle} \end{array} \right.$$

Le calcul du potentiel ne sert que dans la phase de validation du programme sans nappe. En revanche l'expression de la vitesse induite par une surface porteuse d'une répartition de doublet normal va directement être utilisée lors du calcul prenant en compte les conséquences du décollement.

Les diverses répartitions de singularités utilisées peuvent ainsi être calculées à partir d'un système linéaire issu de la discrétisation, qui prend la forme générale:

$$\sum_{j=1}^{N_s} A_{ij} X_j = B_i \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} X_j \text{ est soit } \mu_j \text{ soit } \sigma_j \\ N_s : \text{Le nombre de panneaux porteurs} \end{array} \right.$$

A et B sont explicités, plus loin, pour chaque type de singularité utilisé.

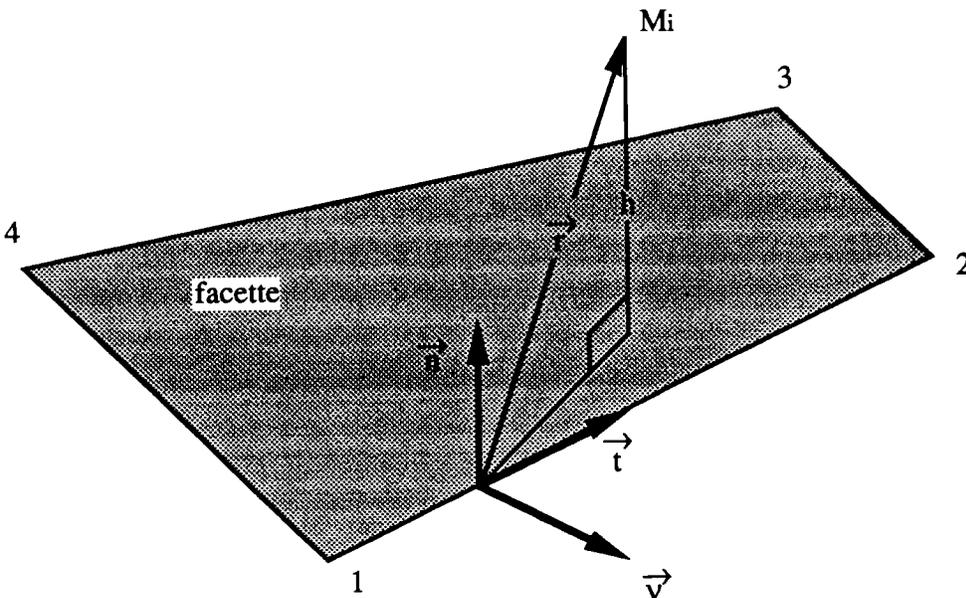
4.3.1.1 Discretisation de la vitesse induite par un panneau source

La vitesse induite par un panneau plan porteur d'une répartition de source d'intensité constante σ_j , en un point de contrôle M_i est donnée par (cf CANTALOUBE et REHBACH [4.5], BOUSQUET [4.4], GUIRAUD [4.11], et cf ANNEXE 4.3) :

$$\vec{V}(M_i) = \frac{1}{4\pi} \left[\vec{n} \operatorname{sgn} \oint_{P \in \partial S} \frac{\vec{r} \cdot \vec{v}}{r(r+h)} dl_p + \oint_{P \in \partial S} \frac{\sigma \vec{v} dl_p}{r} \right]$$

- où
- $\vec{V}(M_i)$: Vitesse induite par la facette au point de contrôle M_i
 - \vec{n} : Normale à la facette influençante
 - sgn : Indicateur de côté ($\operatorname{sgn}=1$ si M_i du même côté de \vec{n} sinon $\operatorname{sgn}=-1$)
 - $\vec{r} = \vec{PM}_i$: Rayon vecteur d'origine le point couant P d'intégration
 - $\vec{v} = \vec{t} \wedge \vec{n}$: Normale au contour dans le plan de la facette

On a alors la configuration suivante:



Cette formule s'intègre quand la surface (plane) est délimitée par des segments de droites (cf. BOUSQUET [4.4]).

La vitesse induite par un panneau de répartition σ constante est alors donnée par:

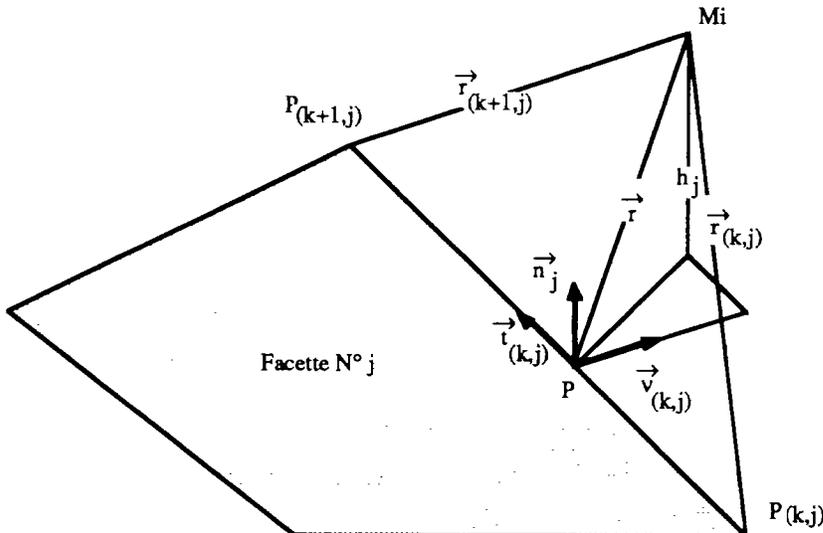
$$\vec{S}_{ij} = \vec{V}_j(M_i) = \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{k=1}^{K_{\max}} \left[\vec{v}_{kj} \ln \left(\frac{r_{kj} + r_{k+1,j} + l_{kj}}{r_{kj} + r_{k+1,j} - l_{kj}} \right) + \vec{n}_j \cdot \text{sgn} \left(\text{atan} \alpha_{kj} + \text{atan} \beta_{kj} \right) \right] \right)$$

où $\vec{V}_j(M_i)$: Vitesse induite par la facette de densité de source unité
 \vec{S}_{ij} Coefficient de vitesse induite réduite de la facette N°j sur le point M_i
 $\alpha_{kj} = - \frac{(\vec{r}_{kj} \cdot \vec{t}_{kj})(\vec{v}_{kj} \cdot \vec{r}_{kj})}{h_j^2 + (\vec{v}_{kj} \cdot \vec{r}_{kj})^2 + h_j r_{kj}}$ et $\beta_{kj} = \frac{(\vec{r}_{kj} \cdot \vec{t}_{kj})(\vec{v}_{kj} \cdot \vec{r}_{kj})}{h_j^2 + (\vec{v}_{kj} \cdot \vec{r}_{kj})^2 + h_j r_{k+1,j}}$
 $\vec{r}_{kj} = \overrightarrow{P_{kj}M_i}$; $\vec{r}_{k+1,j} = \overrightarrow{P_{k+1,j}M_i}$
 $h_j = |\vec{r} \cdot \vec{n}|$ distance du point de contrôle au plan contenant la facette
 K_{\max} = Nombre de segments bordant la facette
 $l_{kj} = |\overrightarrow{P_{kj}P_{k+1,j}}|$: Longueur du segment porteur

Cette écriture suppose que M_i n'appartient pas à la facette N°j. Si M_i est sur cette facette N°j, l'influence S_{ij} s'écrit alors:

$$\vec{S}_{ij} = \frac{1}{2} \text{sgn} \cdot \vec{n}_j$$

Avec les mêmes notations que précédemment, la configuration est la suivante:



La vitesse induite par une distribution de source constante par panneau (plan) se discrétise donc en :

$$\vec{V}(M_i) = \sum_{j=1}^{N_s} \sigma_j \vec{S}_{ij} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{S}_{ij} : \text{Influence du panneau } N^{\circ}j \text{ sur le point de contrôle } M_i \\ \sigma_j : \text{Répartition de source sur la facette } N^{\circ}j \\ M_i : \text{Point de contrôle} \end{cases}$$

L'écriture de la condition de glissement se résume alors à:

$$\boxed{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N_s} \sigma_j \vec{S}_{ij} \cdot \vec{n}_i + \frac{\sigma_i}{2} = -\vec{V}_0 \cdot \vec{n}_i} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{V}_0 : \text{Vitesse à l'infini amont} \\ \vec{n}_i : \text{Normale à la surface au point de contrôle} \\ \vec{S}_{ij} : \text{Influence de la facette } N^{\circ}j \text{ sur le panneau } N^{\circ} \\ \sigma_j : \text{Répartition de source du panneau } N^{\circ}j \end{cases}$$

La matrice A du système à résoudre ainsi que son second membre sont donc donnés par:

$$A_{ij} = \vec{S}_{ij} \cdot \vec{n}_i \quad \text{et} \quad B_i = -\vec{V}_0 \cdot \vec{n}_i \quad (\text{adimensionné par } |\vec{V}_0|)$$

4.3.1.2 Discrétisation du potentiel induit par des doublets normaux

Le potentiel de doublet est très proche de la vitesse induite par des sources. Pour un panneau (non nécessairement plan) porteur d'une répartition de doublet μ_j constante, on a (cf CANTALOUBE et REHBACH [4.5], BOUSQUET [4.4], GUIRAUD [4.11], et cf ANNEXE4.3) :

$$\phi(M_i) = \frac{1}{4\pi} \oint_{P \in \partial S} \mu \frac{\text{sgn}(\vec{n} \wedge \vec{r})}{r \cdot (r + \text{sgn} \vec{r} \cdot \vec{n})} d\vec{l}_p = \frac{\text{sgn}}{4\pi} \oint_{P \in \partial S} \mu \frac{(\vec{n} \wedge \vec{t}) \cdot \vec{r}}{r \cdot (r + h)} d\vec{l}_p = -\mu \frac{\text{sgn}}{4\pi} \oint_{P \in \partial S} \frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{r \cdot (r + h)} d\vec{l}_p$$

Cette fois il n'est pas nécessaire que les panneaux soient plans. En un point de contrôle M_i , subissant l'influence d'une facette $N^{\circ}j$, délimitée par K_{\max} segments de droite, le potentiel est donné par :

$$\boxed{P_{ij} = \phi(M_i) = \frac{-1}{4\pi} \sum_{k=1}^{K_{\max}} \text{sgn} \cdot \left[\text{atan} \alpha_{kj} + \text{atan} \beta_{kj} \right]}$$

avec:

$$\alpha_{kj} = -\frac{(\vec{r}_{kj} \cdot \vec{t}_{kj})(\vec{v}_{kj} \cdot \vec{r}_{kj})}{h_j^2 + (\vec{v}_{kj} \cdot \vec{r}_{kj})^2 + h_j r_{kj}} \quad \text{et} \quad \beta_{kj} = \frac{(\vec{r}_{kj} \cdot \vec{t}_{kj})(\vec{v}_{kj} \cdot \vec{r}_{kj})}{h_j^2 + (\vec{v}_{kj} \cdot \vec{r}_{kj})^2 + h_j r_{k+1j}}$$

$$\text{et où } \left\{ \begin{array}{l} \phi_j(M_i) : \text{Potentiel induit par la facette de densité de doublet unité} \\ P_{ij} : \text{Coefficient de potentiel induit de la facette } N^{\circ}j \text{ sur le point } M_i \\ \vec{r}_{kj} = \overrightarrow{P_{kj}M_i} ; \vec{r}_{k+1j} = \overrightarrow{P_{k+1j}M_i} \\ h_j = |\vec{r} \cdot \vec{n}| \text{ distance du point de contrôle au plan contenant la facette} \\ K_{\max} = \text{Nombre de segments bordant la facette} \end{array} \right.$$

Le problème de DIRICHLET (corps seul) lié à une répartition de doublet se met alors sous la forme:

$$\boxed{\sum_{j=1}^{N_d} \mu_j P_{ij} + \frac{\mu_i}{2} = -\vec{V}_0 \cdot \overrightarrow{OM_i}} \quad \text{où } \left\{ \begin{array}{l} \vec{V}_0 : \text{Vitesse à l'infini amont} \\ O : \text{Origine arbitraire fixe} \\ P_{ij} : \text{Influence en potentiel de la facette } N^{\circ}j \text{ sur } M_i \\ N_d : \text{Nombre de facettes porteuses de doublet} \end{array} \right.$$

Lors de la programmation cette équation est adimensionnée par $V_0 D$. La matrice A du système à résoudre ainsi que son second membre sont donc donnés par:

$$A_{ij} = P_{ij} \quad \text{et} \quad B_i = -\vec{V}_0 \cdot \overrightarrow{OM_i}$$

4.3.1.3 Discrétisation de la vitesse induite par des doublets normaux

La vitesse induite par un panneau (non nécessairement plan) porteur d'une répartition constante μ de doublet normal se met sous la forme (cf. CANTALOUBE[4.5], BOUSQUET[4.4]):

$$\vec{V}(M_i) = \frac{-\mu}{4\pi} \left[\oint_{P \in \partial S} \frac{\vec{r} \wedge \vec{t}}{r^3} dl_p \right] \quad \text{où } \vec{t} : \text{Vecteur tangent au contour au point d'intégration } P$$

(On retrouve l'expression de BIOT et SAVART du tourbillon).

Cette expression s'intègre sur une facette, plane ou non, délimitée par des segments de droite. On obtient alors (cf BOUSQUET[4.4]):

$$\boxed{D_{ij} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^{K_{\max}} \vec{i}_{kj} \wedge \vec{\omega}_{kj}} \quad \text{où } \left\{ \begin{array}{l} \vec{i}_{kj} = \overrightarrow{P_k P_{k+1}} \\ \vec{\omega}_{kj} = \frac{\vec{U}_{kj} + \vec{U}_{k+1j}}{(r_{kj} + r_{k+1j})^2 - l_{kj}^2} \quad \text{avec } \vec{U} = \frac{\vec{t}}{|\vec{t}|} \\ D_{ij} : \text{Coefficient de vitesse induite } (\mu=1) \end{array} \right.$$

Cette expression sert essentiellement pour calculer l'influence des nappes.

Il est maladroit de l'utiliser pour calculer les vitesses à la paroi avec doublet où la discrétisation des vitesses n'est que d'ordre zéro. En effet le calcul qui a conduit à μ repose sur le fait que le potentiel interne est donné par: $\phi_i = \vec{V}_E \cdot \vec{OM} = -\vec{V}_0 \cdot \vec{OM}$

On utilise alors la formule :

$$\vec{V}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}\mu + \vec{V}_0 - (\vec{V}_0 \cdot \vec{n}) \vec{n}$$

qui ne dépend de la répartition de μ que pour le calcul de $\text{Grad}\mu$ et qui est bien plus rapide qu'un calcul direct à partir des μ_i (évidemment). Tout l'avantage de l'utilisation des doublets réside dans cette formule.

4.3.2. Calcul des efforts

La grandeur tout particulièrement étudiée ici est le coefficient d'effort normal local, CNL, qui est comparé avec l'expérience.

Une fois le calcul des vitesses achevé, les coefficients de pression C_p sont donnés par Bernoulli $C_p = 1 - (V/V_0)^2$.

Le CNL est ensuite calculé par intégration sur une section située à la distance X de la pointe, suivant la formule:

$$\text{CNL}(X) = \frac{2}{\rho_0 V_0^2 R_{\max}} \cdot \frac{dF_N}{dX} = - \int_0^{2\pi} C_p(\theta, X) \frac{R(X)}{R_{\max}} \cos \theta \, d\theta ,$$

où F_N est l'effort normal à l'axe missile dans le plan de symétrie.

Cette définition du CNL est choisie afin de recouper plus facilement les résultats expérimentaux de TINLING & ALLEN (cf [4.6]). A chaque section contenant des points de contrôle, ce terme est calculé par la méthode des trapèzes, après intégration par partie du cosinus (les C_p sont supposés évoluer de façon linéaire entre deux points de contrôle en fonction de l'azimut θ). On obtient alors la formule suivante:

$$\text{CNL}(X) = - \frac{R(X)}{R_{\max}} \left[\sum_{k=1}^{K_{\max}} \left(\left[C_{p_{k+1}} \sin \theta_{k+1} - C_{p_k} \sin \theta_k \right] + \frac{C_{p_{k+1}} - C_{p_k}}{\theta_{k+1} - \theta_k} \left[\cos \theta_{k+1} - \cos \theta_k \right] \right) \right]$$

où $\left\{ \begin{array}{l} K_{\max} : \text{Nombre de facette sur une section} \\ \theta_k : \text{Position angulaire du point de contrôle } N^{\circ}k \text{ par rapport à l'extrados} \\ C_{p_k} : \text{Coefficient de pression au point de contrôle } N^{\circ}k \\ X : \text{Position longitudinale le long du fuselage} \end{array} \right.$

Le CN, le C_{m0} (coefficient de moment de tangage par rapport à la pointe avant) sont obtenus par intégration des CNL suivant X ou bien par intégration directe des C_p sur chaque facette (en supposant le C_p constant sur chacune d'elles). Cette dernière méthode donne de bons résultats quand les facettes sont planes. Elle n'a pas été retenue lors du calcul avec nappes où le maillage, légèrement gauchie, ne permet pas un calcul suffisamment précis de l'aire des mailles (cf § 4.5.4).

CHAPITRE IV : Approche numérique

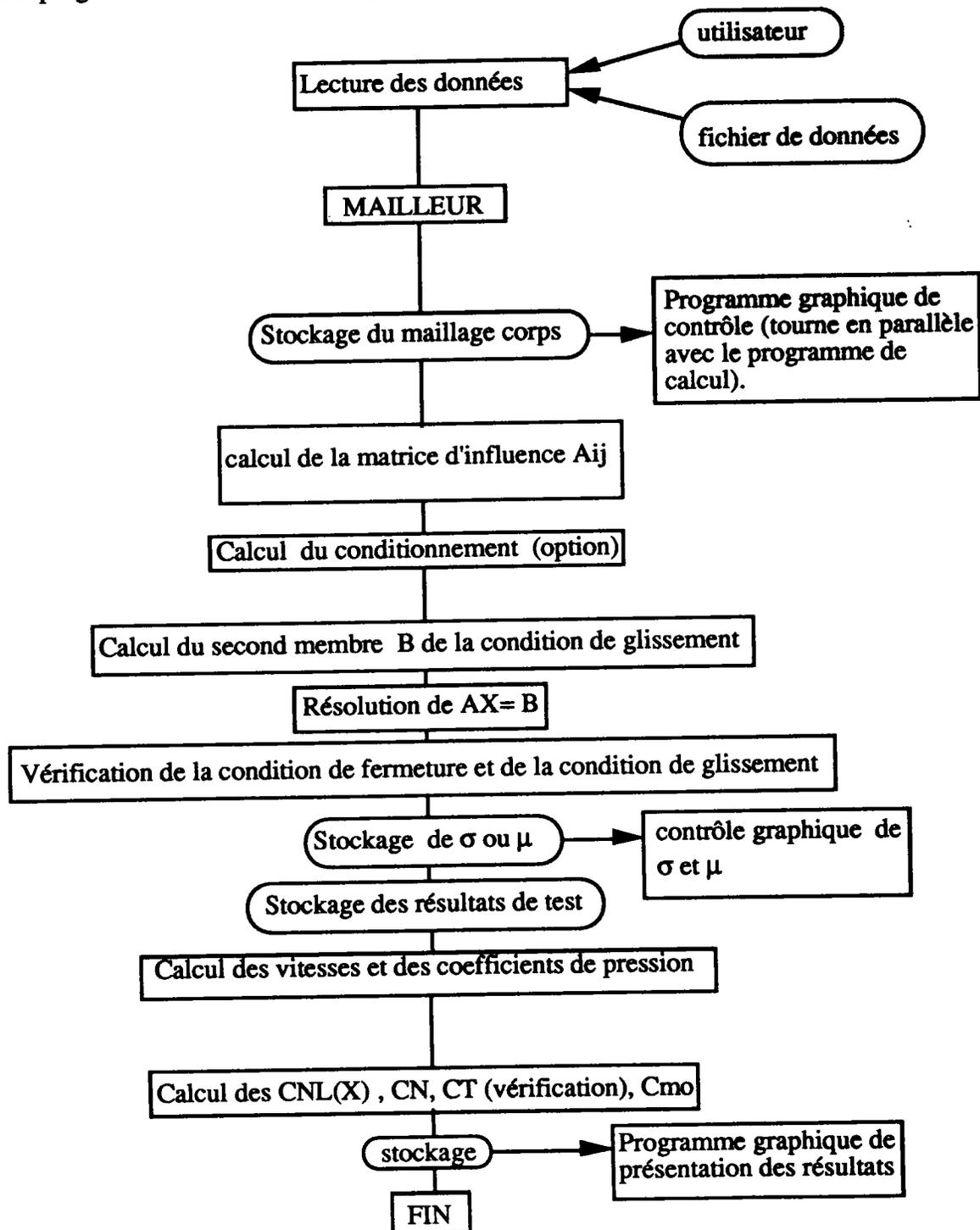
La position du centre de poussée, sur l'axe missile, est calculée en effectuant le rapport C_{mo}/C_N .

4.3.3 Structure des programmes sur corps seul - Maillage

4.3.3.1 Structure des programmes sans nappe

Les programmes écrits au cours de ces travaux ont tous une structure modulaire, avec une entière compatibilité et transportabilité des sous-programmes (y compris des sous-programmes mathématiques).

Les programmes de calcul sans nappe suivent le schéma suivant:



4.3.3.2 Maillages utilisés

Les premières versions utilisent un maillage du corps entier. Le fuselage est divisé en deux parties: ogive et cylindre. Ces deux parties sont partagées suivant l'abscisse X, en tranches dont la largeur évolue de manière géométrique. La série de tranches de l'ogive et celle de la partie cylindrique ont deux raisons géométriques indépendantes, fournies par l'utilisateur.

Ceci permet de façonner le maillage suivant le nombre de facettes que l'on veut mettre sur l'une et l'autre de deux parties. Les deux suites géométriques sont croissantes si leur raison est supérieur à l'unité, la taille des mailles est alors croissante (cf. planches 4.1).

Toutes les sections sont divisées en azimut, en MMAX secteurs égaux (quand il n'y a pas de modélisation du décollement)(cf planches 4.1).

Le culot peut être maillé ou non. Quand il est pris en compte, il est représenté par un ensemble de cercles concentriques, dont les rayons évoluent également selon une suite géométrique (cf planches 4.1).

Au-delà d'une certaine taille de maillage, la mémoire centrale est saturée et donne lieu à un phénomène de 'page trash' qui immobilise le calcul. Cette taille maximale de maillage est d'environ 700 facettes sur les programmes sans stockage des vitesses ni des influences, il tombe à 300 facettes sur les codes qui conservent en mémoire ces données.

Cette modélisation est la plus simple et la plus générale mais elle atteint assez rapidement la limite de capacité de la mémoire centrale du l'ordinateur utilisé (4 ou 8 Mo). De plus, pour représenter correctement le corps, elle ne laisse pratiquement plus de place pour la modélisation des nappes décollées.

Notre problème est symétrique, même quand des nappes décollées sont introduites (à condition que l'incidence a soit inférieure à 25°). Il est donc possible de réduire la taille des matrices en associant dans un même calcul les facettes symétriques par rapport au plan contenant la vitesse amont et l'axe missile. On ne travaille plus que sur le demi-corps et sur une seule nappe de glissement.

Ainsi, dans les modules de calcul de l'influence, chaque élément de la matrice A_{ij} correspond à la vitesse ou au potentiel induit par deux mailles symétriques (sauf pour les facettes situées dans le plan de symétrie).

Dans le cas des sources, la simple symétrie de la géométrie suffit pour assurer la symétrie des vitesses. Pour les doublets, il faut changer également le sens de déplacement le long du contour des facettes.

Dans chaque tranche, les facettes sont réparties de telle manière qu'il y a un point de contrôle dans le plan de symétrie ($\theta = 0^\circ$ et $\theta = 180^\circ$) (cf.fig.4.1,4.6,4.8,4.10). Il est alors possible de contrôler. La symétrie du problème en vérifiant que la vitesse en ces points n'a pas de composante transversale. Cette condition est en général très bien vérifiée (à 10-16 près).

Cette manipulation rallonge le temps de calcul pour une même taille de matrice d'influence mais décrit alors pratiquement deux fois plus finement la géométrie du corps. La place mémoire ainsi préservée permet alors de traiter correctement les nappes décollées.

4.3.4 Divers types de méthodes - Avantages et défauts

Les méthodes exposées plus haut ont chacune leurs avantages et leurs défauts. Ils sont rapidement exposés plus loin. Ces arguments et la mise en œuvre de ces techniques "sur le terrain" permettent de justifier le type de singularités choisi pour le programme avec nappes décollées.

La méthode des panneaux source à σ constant est une discrétisation d'ordre un en vitesse aux points de contrôle (i.e. il est possible de calculer cette vitesse sans faire appel à des calcul de dérivée utilisant plusieurs mailles contiguës). C'est la méthode la moins coûteuse pour obtenir une représentation des vitesses aux points de contrôle et en dehors de la surface du corps

En revanche elle donne le moins bon conditionnement de système linéaire $AX=B$, qui reste cependant tout à fait acceptable dans notre cas (cf. § 4.3.4.5). Par ailleurs, cette modélisation nécessite, en théorie, l'emploi de facettes planes pour pouvoir appliquer les intégrations sur contours (cf §4.3.1). Quand cette condition n'est pas remplie les formules citées précédemment deviennent approchées. Mais les validations effectuées sur corps seul montrent que cette approximation est acceptable si le maillage n'est pas trop gauchi.

Les méthodes utilisant les doublets sur le corps sont d'ordre 1 en potentiel, mais l'utilisation d'un potentiel interne connu (potentiel d'entraînement) évite le calcul direct de la composante continue des vitesses à la paroi. Cette technique gagne beaucoup de temps et compense largement le calcul des gradients par différences finies nécessaire à l'obtention des vitesses à la paroi. En fait, le temps de calcul des doublets est légèrement inférieur à celui des sources quand le maillage reste de révolution.

Le calcul de ce maillage est simple sur corps de révolution si l'on connaît analytiquement l'évolution du rayon polaire $R=R(X)$. En revanche il est beaucoup plus fastidieux sur un maillage quelconque où il nécessite l'inversion de la matrice jacobienne du système de coordonnées défini par le maillage et ce, sur chaque facette.

En revanche, le conditionnement du système linéaire obtenu est bien meilleurs (cf §4.3.4.5). Le calcul du gradient de la répartition de doublet nécessite un maillage légèrement plus fin que les sources.

Les Coefficients de pression obtenue le long du corps à incidence nulle tendent moins vite vers zéro, quand X/D croît, qu'avec une modélisation par des sources. Cette évolution, déjà remarquée par ASFAR et Al.[4.1], est plus proche des résultats expérimentaux.

La solution mixte de GREEN a pratiquement les mêmes avantages et inconvénients que la représentation du corps par des doublets, avec toutefois une précision de calcul sur des maillages assez grossiers plus satisfaisante que les sources ou les doublets. Cependant les représentations utilisant des doublets nécessitent deux calculs distincts:

- Calcul en potentiel pour déterminer la répartition de doublets;
- Calcul des vitesses à la paroi.

Le calcul des vitesses externes au corps n'utilise pas les mêmes méthodes que celui à la paroi. Cette méthode est ainsi plus longue à mettre en œuvre que les sources quand des calculs hors paroi sont nécessaires

Dans un premier temps il semble donc plus simple d'utiliser une répartition de source pour modéliser le corps en présence de nappe. C'est d'ailleurs la technique la plus souvent employée, l'équilibrage des nappes utilisant un calcul en vitesses et non en potentiel. Cependant l'introduction d'une méthode avec doublets constitue une suite intéressante au présent travail.

4.3.5 Validation des programmes sans nappe

4.3.5.1 Validation sur ellipsoïde de révolution

L'écoulement autour de l'ellipsoïde a une solution analytique (cf. BONNET[4.3], Annexe 4.1). Cette solution est comparée aux résultats des calculs utilisant des répartitions de sources, de doublets ou une solution mixte de GREEN.

La répartition de CNL (effort normal local) est correctement retrouvée dans les trois cas (cf. planches 4.2).

4.3.5.2. Condition de fermeture

Dans la cas d'un corps fermé la répartition de source σ est donnée d'après la troisième formule de GREEN :

$$\sigma = \overrightarrow{\text{grad}}(\phi_e - \phi_i) \cdot \vec{n} \quad (\text{éq.4.4})$$

la condition de fermeture (éq. 4.7) se discrétise en :

$$T_f = \sum_{i=1}^{N_s} \sigma_i S_i = 0 \quad (\text{éq.4.17}) \quad \text{où} \quad \begin{cases} \sigma_i : \text{Répartition de source sur la facette N}^\circ i \\ S_i : \text{Surface de la facette N}^\circ i \\ N_s : \text{Nombre de facettes} \end{cases}$$

Cette condition est délicate à vérifier car elle dépend à la fois de la condition de glissement et du calcul des aires S_i des facettes. Mais bien plus que la simple condition de glissement (en général vérifiée à 10-16 près), cette relation teste la qualité du maillage et la précision avec laquelle il représente le problème. Sur un maillage médiocre la condition de glissement n'assure pas que le débit au travers de la surface de chaque facette soit faible, même si la vitesse normale s'annule au point de contrôle.

Lors de ce test nous avons obtenu $T_f \approx 10^{-2}$ pour $N_s=300$ (sur demi-corps), $T_f \approx 10^{-3}$ pour $N_s=700$ (sur le demi-corps).

4.3.5.3 Validation sur ogive à incidence nulle - Comparaison avec l'expérience

Les enroulements tourbillonnaires n'étant pas présents à incidence nulle, le calcul fluide parfait doit pouvoir donner une approche correcte de la répartition de pression sur le corps dans cette configuration (du moins, suffisamment en amont du culot). Seuls les effets "d'engraissement" dus à la couche limite peuvent modifier légèrement cette répartition. Compte tenu de la taille de la maquette et des nombres de Reynolds élevés des manipulations expérimentales, cette influence reste faible. Les essais tests sont effectués à des nombres de Mach de l'ordre de 0.23 et ne présentent donc pas d'effets de compressibilité notable. Les résultats à incidences nulle sont comparés avec les mesures de C_p à la paroi à incidence nulle de manière satisfaisante (cf planches 4.3).

4.3.5.4 Calcul en incidence, comparaison avec la théorie des corps élancés

Le calcul sans nappe décollée et sans maillage du culot est comparé avec les résultats de la théorie de corps élancés. Le calcul par les singularités donne une courbe de CNL analogue à celle de la théorie des corps élancés (cf planches 4.4).

Mais la méthode donne une courbe de CNL légèrement plus faible que la théorie des corps élancés.

Cette tendance se retrouve dans toute la plage d'incidences de 5° à 25° . Elle provient du caractère fini du maillage (L/D fini) et également du fait que la théorie des corps élancés est approchée ($L/D \gg 1$).

La différence la plus importante entre ces deux calculs de CNL se situe au voisinage du maximum des courbes (cf. planches 4.4) ; elle peut atteindre 10%. Toutefois, dans l'ensemble, les courbes se recoupent assez bien (cf résultats validation sans nappe). Le C_{Na} calculé par les singularités ne dépasse pas 1.92 pour un élancement ($L/D \approx 40$). La différence entre la théorie des corps élancés et le calcul de singularités décroît lentement avec l'élancement L/D du corps.

La théorie des corps élancés apparaît donc bien comme l'écoulement asymptotique atteint le long d'un corps d'élancement infini en fluide parfait.

4.3.5.5 Effet du culot

La théorie des corps élancés modélise les effets propres au culot d'une manière assez grossière. Le décollement y est représenté de façon très approchée, puisque la condition de glissement n'est pas vérifiée au culot, ce qui permet de représenter approximativement le décollement à l'arrêt de l'arrière-corps. Nous avons appliqué une technique analogue avec des singularités surfaciques, mais le calcul de l'écoulement autour de l'obstacle par des singularités panneaux n'a de fondements mathématiques rigoureux (unicité, existence) que pour des corps fermés.

Cependant, à incidence nulle la répartition σ tend vers zéro quand X/D tend vers l'infini. On peut donc considérer que la "coupure" du culot est un passage à la limite prématuré, tout à fait acceptable pour $X/D > 15$.

Aux autres incidences, σ n'est plus nul quand X tend vers l'infini. Il convient donc de tester si une modélisation sans culot donne un résultat cohérent et à partir de quel élanement. Une validation numérique de la méthode a donc été effectuée.

Les résultats obtenus sur un maillage donné du fuselage, avec ou sans culot, sont comparés (cf. planches 4.5).

Cette étude montre que les effets dus au culot sont essentiellement liés au contournement de l'arête d'arrière corps. L'allure des courbes de CNL (ou les résultats de C_p), ne subit pas de changements importants pour des élanements L/D suffisamment grands ($L/D \geq 15$). A partir de $L/D=15$ les courbes de CNL avec et sans culot fermé, sont superposables pour $X/D \leq 10$ (cf. planches 4.5).

En fait, l'effet de la fermeture du corps en ce qui concerne le CNL se limite à trois calibres environ en amont de l'arête du culot.

Si le corps étudié est suffisamment élané ($L/D \geq 15$), le fait de mailler le culot ou non n'influence plus les CNL sur la partie $X/D < 9$.

De manière analogue à celle des corps élanés il est donc possible de modéliser l'écoulement d'arrière corps par un maillage non refermé au culot. La comparaison avec un maillage fermé, où la théorie des singularités s'applique de manière rigoureuse montre que cette coupure n'introduit pas de problème théorique ni de différence notable entre les deux types de calculs (hormis au voisinage du culot). On valide ainsi a posteriori l'usage de cette technique qui donne de bons résultats (cf planches 4.5).

4.3.6 Conditionnement du système linéaire

Outre les problèmes d'intégration de l'influence des facettes, déjà cités précédemment, le problème majeur de la méthode des singularités est la résolution précise du système linéaire obtenu en fin de discrétisation. Les systèmes à traiter sont en effet de tailles souvent importantes ($n > 300$) et leur matrice sont pleines et quelconques.

Un des moyens d'estimer l'erreur commise est de calculer le conditionnement de ces systèmes linéaires.

Soit un système linéaire $AX=B$ son conditionnement est défini par (cf CIARLET [4.7]):

$$\text{Cond}(A) = |A| \cdot |A^{-1}| \quad \text{où } |A| = \sup_{0 < |V| \leq 1} \left(\frac{|A \cdot V|}{|V|} \right)$$

$\text{Cond}(A)$ permet d'évaluer l'erreur introduite par la résolution du système linéaire, plus exactement l'amplification de l'erreur numérique liée aux calculs de A et B .

B subit une erreur δB (vecteur) lors de son calcul. La répercussion sur la solution X et dX donnée par (cf CIARLET [4.7]) :

$$\frac{|X|}{|X + \delta X|} \leq \text{Cond}(A) \frac{|\delta B|}{|B|}$$

De même pour l'erreur due au calcul de A :

$$\frac{|X|}{|X + \delta X|} \leq \text{Cond}(A) \frac{|\delta A|}{|A|}$$

Pour des raisons techniques (changement de système) et par soucis de transportabilité, le programme possède ces propres codes de résolutions de systèmes linéaires (GAUSS, HOUSHOLDER et GAUSS-SEIDEL).

Le temps de calcul, sans nappe, est très court, la phase la plus longue étant la construction de la matrice d'influence. La résolution du système ne ralentit vraiment le processus qu'à partir de matrices dont la taille est 250x250 (env. 5sec. de temps processeur). Il est donc peu pénalisant d'effectuer des tests numériques lors du calcul sur corps seul. La validation de la résolution numérique du système a donc été menée lors de cette étape.

Cette option reste toutefois disponible dans tous les programmes, avec ou sans nappes, elle peut être activée si un résultat douteux venait à apparaître suite à un maillage maladroit du corps.

Pour éviter des pertes de temps, nous avons utilisé la norme matricielle (subordonnée à une norme vectorielle) la plus simple à calculer:

$$|A|_{\infty} = \text{Max}_i \left(\sum_{j=1}^N |a_{ij}| \right) \text{ subordonnée à la norme vectorielle définie par } |v|_{\infty} = \text{Max}_i |v_i|$$

Ce conditionnement est calculé après l'inversion de A par la formule:

$$\text{Cond}(A) = |A|_{\infty} \cdot |A^{-1}|_{\infty}$$

Le conditionnement du système dépend du choix de la singularité utilisée et de l'homogénéité du maillage choisi.

Pour des sources panneaux, Cond(A) varie de 40 à 150 environ (cette dernière valeur apparaissant pour un maillage très irrégulier).

Avec les doublets, ce conditionnement tombe à 3 ou 10 pour des maillages identiques. Le conditionnement du système est le même pour une solution mixte de GREEN et des doublets.

Ces conditionnements sont satisfaisants car ils donnent une précision de 10-15 pour la solution si ou μ_i du système. La condition de glissement est d'ailleurs vérifiée avec cette précision.

Ces bons conditionnements montrent que la résolution du système linéaire n'introduit pratiquement pas d'erreur notable.

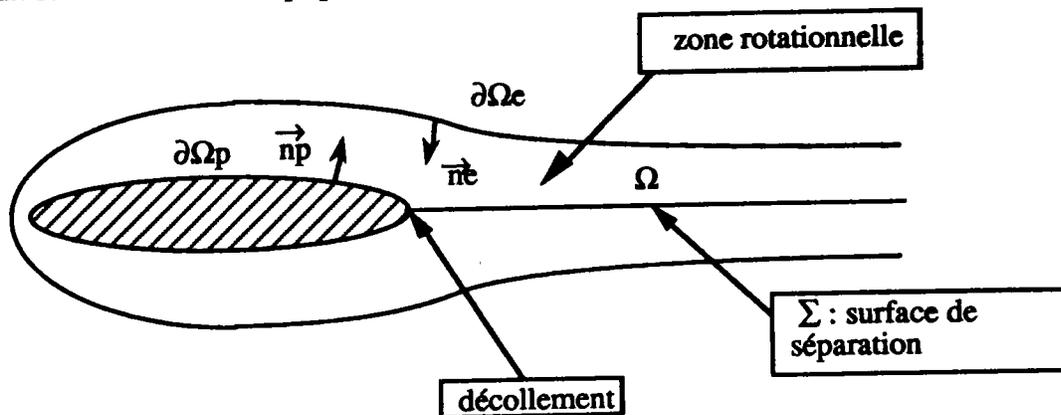
4.4 Calcul avec "équilibrage de nappes"

4.4.1 D'une couche de cisaillement libre à une surface de glissement

Comme déjà mentionné, une couche de cisaillement libre est une zone rotationnelle qui se développe au sein du fluide sans être directement en contact avec une paroi, par opposition avec une couche limite. Tout comme cette dernière, la notion de couche de cisaillement libre n'a d'intérêt que si le nombre de REYNOLDS de l'écoulement, est grand.

Un exemple, volontairement simplifié, introduit ici une couche de cisaillement libre et permet de comprendre son comportement quand le nombre de REYNOLDS augmente. Soit un sillage issu d'un décollement le long d'une paroi. Il développe nécessairement une surface de séparation Σ (cf chapitre II).

De manière classique (cf chap. I), la formule de POINCARE permet de représenter la vitesse en un point M de l'écoulement (incompressible ici). Quand le nombre de REYNOLDS augmente la zone rotationnelle se rapproche des parois du corps et peut être délimitée par deux surfaces $\partial\Omega_e$ et $\partial\Omega_p$ (paroi) (cf.schéma):

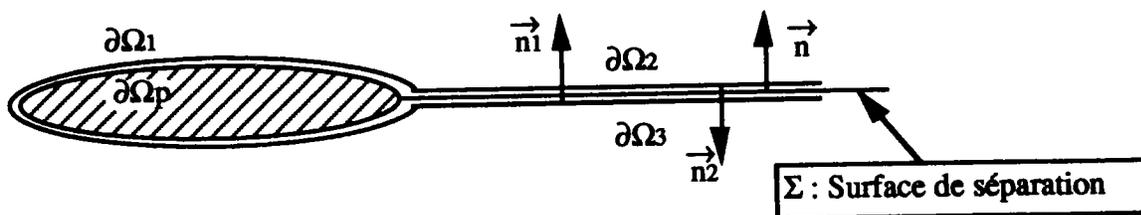


L'équation de POINCARE devient alors :

$$4\pi \vec{V}(M) = \iiint_{\Omega} \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{r}\right) \wedge \text{rot}(\vec{V}) dt + \dots$$

$$+ \iint_{\partial\Omega_p \cup \partial\Omega_e} \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{r}\right) (\vec{n} \wedge \vec{V}) dS - \iint_{\partial\Omega_e} \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{r}\right) (\vec{n} \cdot \vec{V}) dS$$

Quand le nombre de REYNOLDS croît encore, la configuration devient



Quand le nombre de Reynolds tend vers l'infini, $\partial\Omega_2$ et $\partial\Omega_3$ se rejoignent pour se confondre

Quand le nombre de REYNOLDS croît encore, la configuration devient

Quand le nombre de Reynolds tend vers l'infini, $\partial\Omega_1$ vient adhérer à la paroi $\partial\Omega_p$. A la limite aucune zone rotationnelle ne subsiste, seules restent les intégrales de surfaces. On arrive ainsi au cas d'un fluide parfait

On aboutit ainsi à la formule:

$$4\pi \vec{V}(M) = \iint_{\partial\Omega_p \cup \Sigma} \overline{\text{Grad}_P\left(\frac{1}{r}\right)} (\vec{n} \wedge [\vec{V}]) dS_p - \iint_{\Sigma} \overline{\text{Grad}_P\left(\frac{1}{r}\right)} (\vec{n} \cdot [\vec{V}]) dS_p$$

où

- P: Point courant d'intégration
- $r = \|\text{PM}\|$: Distance du point de calcul M au point P
- $\overline{\text{Grad}_P\left(\frac{1}{r}\right)} = \overline{\text{Grad}_P\left(\frac{1}{\|\text{PM}\|}\right)}$: Gradient calculé avec P comme origine.
- \vec{n} : Normale tournée vers le domaine fluide. ou définie par le schéma (pour Σ)
- $[\vec{V}]$: Saut de vitesse à la paroi et à travers le sillage

Comme la condition de glissement est vérifiée sur Σ la seconde intégrale de l'expression s'annule. Il vient alors:

$$4\pi \vec{V}(M) = \iint_{\partial\Omega_p \cup \Sigma} \overline{\text{Grad}_P\left(\frac{1}{r}\right)} (\vec{n} \wedge [\vec{V}]) dS_p$$

Ce raisonnement peut être généralisé sans peine à plusieurs couches de ce type.

Quand le nombre de REYNOLDS tend vers l'infini un écoulement incompressible est modélisable par une répartition surfacique de singularités tourbillonnaires (appelées tourbillons par la suite) sur la paroi et sur toutes les surfaces de glissement ainsi introduites. Cette répartition est cinématiquement équivalente à une distribution surfacique de doublets normaux.

Ce raisonnement "physique" peut être effectué de manière plus rigoureuse à l'aide des distributions (cf MUDRY[4.16]). Quoi qu'il en soit, il montre que des couches de cisaillement libre peuvent être modélisées en fluide parfait, sous l'hypothèse de travail que le nombre de REYNOLDS de l'écoulement réel soit suffisamment grand pour que l'on puisse négliger leur épaisseur.

L'écoulement fluide parfait apparaît donc comme l'écoulement asymptotique vers lequel tend le fluide réel quand le nombre de REYNOLDS tend vers l'infini. La nappe de glissement ainsi obtenue est donc une surface vers laquelle va tendre la couche de cisaillement. Or cette couche possède toujours une surface de séparation (cf chap II) qui est issue du décollement. Cette surface est liée à la topologie de l'écoulement et non au nombre de REYNOLDS comme le montrent les travaux de WU (cf chap II). Autrement dit, la surface de séparation existe toujours à tous les nombres de Reynolds.

On peut donc conclure que la surface de glissement est en fait la surface de séparation à REYNOLDS infini. Si l'on suppose que la structure générale de l'écoulement n'évolue plus à partir d'un certain nombre de Reynolds (pas de décollement nouveau). On peut donc estimer qualitativement la structure de la nappe de cisaillement à partir de l'étude de la topologie d'écoulement à fort nombres de REYNOLDS. Les observations expérimentales citées au chapitre II et III peuvent donc être utilisées pour fournir la structure des nappes de glissement de la modélisation fluide parfait.

4.4.2 Généralité sur les surfaces de glissement (cf. BONNET [4.2])

On sait que les équations de la mécanique des fluides admettent, en fluide parfait, deux types de discontinuités: les chocs et les surfaces de glissement. Comme il vient d'être vu, ces dernières représentent l'état asymptotique, quand le nombre de Reynolds tend vers l'infini, des couches limites et des couches de cisaillement libres.

A travers ces discontinuités les conditions de RANKINE-HUGONIOT se traduisent par:

$$\begin{cases} \mathbf{V}^+ \cdot \mathbf{n} = \mathbf{V}^- \cdot \mathbf{n} = W_s \\ p^+ = p^- \end{cases}$$

Où \mathbf{n} est la normale à la surface de glissement, W_s sa vitesse normale de déplacement. Les signes + ou - désignent l'un ou l'autre côté de la surface de discontinuité. Quand l'écoulement est stationnaire $W_s=0$ il vient alors:

$$\begin{cases} \mathbf{V}^+ \cdot \mathbf{n} = \mathbf{V}^- \cdot \mathbf{n} = 0 \\ p^+ = p^- \end{cases}$$

Il est à noter qu'une surface de glissement, siège d'un saut de vitesse tangentielle, est essentiellement un phénomène rotationnel. On montre en effet qu'au sens des distributions, le rotationnel au travers de ces nappes de discontinuité est égal à $\text{rot} \mathbf{V} = \mathbf{n} \wedge [\mathbf{V}^+ - \mathbf{V}^-] \cdot d\mathbf{s}$ où $d\mathbf{s}$ est le Dirac de surface associé à la surface de glissement (LUNEAU & BONNET [4.15], MUDRY [4.16], RODDIER [4.18]). Il en résulte donc que le calcul d'un écoulement dont les vitesses dérivent d'un potentiel (irrotationnel) ne peut pas trouver ces discontinuités qui doivent être, du coup, positionnées par l'utilisateur. Le raisonnement physique (écoulement classique à l'aval d'une aile) ou l'expérience (extrados de missile) doivent permettre de découvrir les configurations aérodynamiques donnant naissance à ces discontinuités.

Un autre problème lié au rotationnel concerne les zones adjacentes au culot de l'obstacle : en effet les surfaces de glissement qui sont issues des arêtes des culots, afin d'en éviter le contournement, définissent une zone fluide dont l'irrotationnalité ne peut être démontrée puisque aucune ligne de courant de l'infini amont n'y pénètre. En revanche, si l'on suppose acquise l'irrotationnalité de l'écoulement dans cette zone, alors, que le fluide soit incompressible ou non, la vitesse n'y peut être que nulle comme le montre le calcul de l'énergie cinétique dans ce domaine Ω (cf. BONNET [4.2]):

$$2 E_c = \iiint_{\Omega} \rho V^2 d\tau = \iiint_{\Omega} \rho (\text{Grad} \Phi)^2 d\tau = \iiint_{\Omega} (\text{div}(\rho \Phi \text{Grad} \Phi) - \Phi \text{div}(\rho \mathbf{V})) d\tau$$

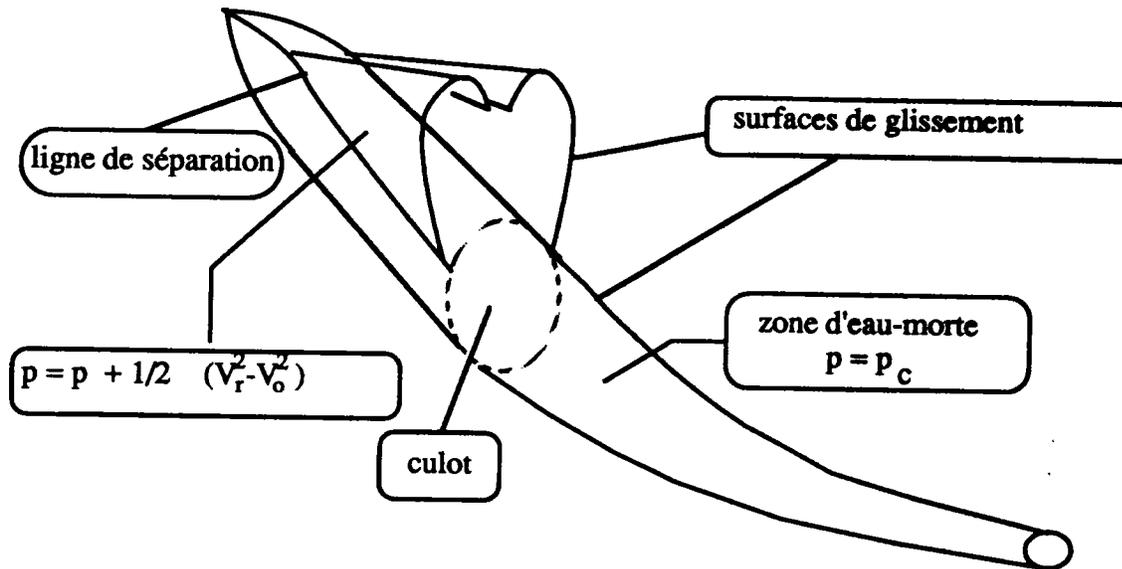
or la forme conservative de l'équation de continuité d'un écoulement stationnaire s'écrit : $\text{div}(\rho \mathbf{V}) = 0$.

En appliquant le théorème de la divergence (la zone étant supposée close) on obtient alors :

$$2 E_c = \iint_{\partial \Omega} \rho \Phi \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad \text{condition de glissement sur le corps et la nappe de glissement.}$$

Nous avons donc bien affaire à une zone d'eau-morte. La vitesse y étant nulle, la pression dans cette zone est constante, notée généralement P_c .

On peut donc trouver deux types de surfaces de glissements au voisinage d'un fuselage:



4.4.3 Application au domaine incompressible stationnaire de fluide parfait

4.4.3.1. Représentation d'une surface de glissement

D'après les relations de RANKINE-HUGONIOT sur les surfaces de glissement et les résultats généraux relatifs aux répartitions surfaciques de singularités, une surface de glissement peut être représentée par une répartition surfacique de doublet normal assurant la continuité de la vitesse normale. Cette répartition de doublets normaux (de densité μ) conduit au champ de vitesse suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } M \notin \Sigma : V(M) = -\frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} \mu \left[\frac{n(P)}{\|PM\|^3} - 3 \frac{PM \cdot n(P)}{\|PM\|^5} \right] dS_P \\ \text{si } M \in \Sigma : V(M) = \frac{-\text{sgn}}{2} \text{Grad} \mu - \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma - \{M\}} \mu \left[\frac{n(P)}{\|PM\|^3} - 3 \frac{PM \cdot n(P)}{\|PM\|^5} \right] dS_P \end{array} \right.$$

L'intégrale de la dernière expression est en fait sa valeur principale sur $\Sigma - M$ dont on ne connaît pas, a priori, la convergence.

Dans le calcul d'une configuration complexe, présentant une ou plusieurs surfaces de glissement, le champ total des vitesses en un point d'une de ces surfaces se présente sous la forme:

$$\vec{V}(M) = \vec{V}_c(M) + \frac{1}{2} \vec{V}_d(M) = \vec{V}_c(M) + \frac{1}{2} |\vec{V}_d(M)| \vec{i}(M)$$

où

- $\vec{V}(M)$: Vitesse en un point M de la surface de glissement
- $\vec{V}_c(M)$: Composante continue de la vitesse en M
- $\vec{V}_d(M)$: Composante discontinue de la vitesse en M
- $\vec{i}(M)$: Vecteur tangent à la surface en M

4.4.3.2. surfaces de glissement iso-Pression génératrice

Nous appelons ainsi les surfaces de glissement telles que tout point situé d'un côté ou de l'autre de la nappe est atteint par une ligne de courant provenant de l'infini amont. De part et d'autre de ces surfaces, la pression génératrice est égale à :

$$P_i = P_\infty + \frac{1}{2} \rho V_\infty^2$$

Pour une telle surface, la condition $P^+ = P^-$ s'écrit :

$$P_\infty + \frac{1}{2} \rho \vec{V}_\infty^2 - \frac{1}{2} \rho \vec{V}^{+2} = P_\infty + \frac{1}{2} \rho \vec{V}_\infty^2 - \frac{1}{2} \rho \vec{V}^{-2}$$

$$\text{d'où : } \vec{V}^{+2} = \vec{V}^{-2} \Leftrightarrow (\vec{V}^+ + \vec{V}^-)(\vec{V}^+ - \vec{V}^-) = 0$$

soit, avec les notations adoptées plus haut : $\vec{V}_c \cdot \vec{V}_d = 0$

avec $\vec{V}_c = \frac{\vec{V}^+ + \vec{V}^-}{2}$: Composante continue de la vitesse (ou vitesse médiane)

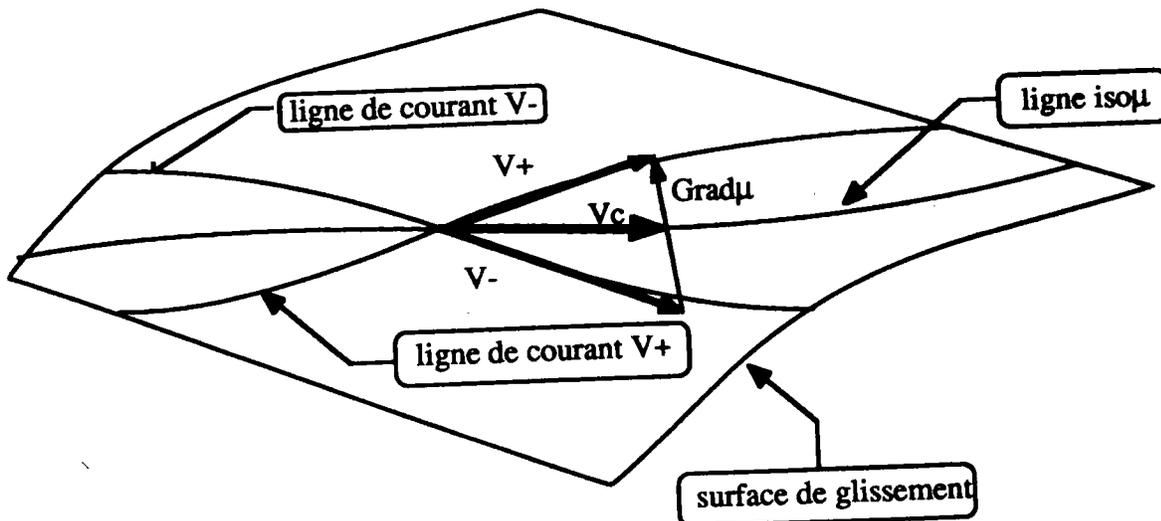
Or d'après les propriétés des doublets normaux : $\vec{V}_d = -\overrightarrow{\text{grad}}\mu$, nous aboutissons donc à l'égalité :

$$\frac{(\vec{V}^+ + \vec{V}^-)}{2} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\mu = \vec{V}_c \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\mu = 0$$

Les courbes tangentes à la vitesse médiane (cf MUDRY [4.16]), que nous appellerons par commodité lignes de courant de la vitesse médiane, sont perpendiculaires en chacun de leurs points au gradient $\overrightarrow{\text{grad}}\mu$. On peut également dire que la vitesse médiane est tangente aux lignes iso- μ en chaque point de la surface de glissement.

Nous pouvons représenter ces diverses grandeurs sur la nappe par le schéma suivant :

Schema De La Configuration Sur La Surface De Glissement



On voit donc que l'alignement de la vitesse médiane entraîne la condition $P^+ = P^-$; du fait

est aussi une condition de glissement. En effet si V_c est aligné à la courbe iso- μ , alors V_c est tangent à une courbe contenue, par définition, dans la surface de glissement. Il en résulte que $2 \cdot V_c = (V^+ + V^-)$ est ainsi tangente à cette nappe. Comme $\text{Grad}\mu = -(V^+ - V^-)$ est tangent, par construction, à cette même surface, on montre en faisant la demi-somme et la demi différence entre ces deux relations que V^+ et V^- sont tangents tous les deux à la surface de glissement. La condition de glissement est alors bien vérifiée.

Sur ce type de nappe, les conditions de RANKINE-HUGONIOT sont donc équivalentes à l'alignement des vitesses médianes avec les lignes iso- μ en chaque point de cette surface. Ceci permet donc d'exprimer les conditions de RANKINE-HUGONIOT sous une forme purement cinématique directement liée à la géométrie de la nappe.

Si le saut de pression génératrice n'est pas nul, on trouve par le même raisonnement:

$$\boxed{\vec{\text{grad}}\mu \cdot \vec{V}_m = \frac{\Delta P_i}{\rho}} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \Delta P_i : \text{Saut de pression totale} \\ \rho : \text{Masse volumique} \end{cases}$$

Mais cette relation ne permet pas de trouver la direction de $\text{grad}\mu$ par rapport à V_m que si $\Delta P_i = 0$. Donc les conditions de RANKINE-HUGONIOT ne se traduisent en termes géométriques simples que si la pression totale est continue à travers la nappe.

4.4.3.3 Généralisation des propriétés des surface iso- P_i en compressible

Le détail de la mise en œuvre des singularités permettant de modéliser un écoulement compressible subsonique sort du cadre de ce travail. Il faut cependant garder à l'esprit qu'elle utilise l'équation aux petites perturbations:

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} = 0$$

Son application est donc plus délicate aux grandes incidences.

Quoiqu'il en soit une modélisation par doublet est possible (avec le rayon r remplacé par r^* donné par:

$$r^* = \sqrt{x_1^2 + \beta^2 \cdot (x_2^2 + x_3^2)} \quad \text{où} \quad \beta = \sqrt{1 - M_\infty^2}$$

La discontinuité de vitesse tangentielle est toujours donnée par :

$$\boxed{\vec{\text{grad}}\mu = -[V]} \quad \text{où} \quad \begin{cases} [V] = (V^+ - V^-) : \text{saut de vitesse à travers la nappe} \\ \vec{\text{grad}}\mu = \text{Gradient de la répartition de doublet sur} \\ \text{la surface porteuse} \end{cases}$$

Dans ces conditions la continuité de la pression génératrice au travers de la nappe s'écrit:

$$P^+ \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^{+2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} = P^- \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^{-2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

La continuité de la pression statique conduit alors à l'égalité : $M^{+2} = M^{-2}$. La conservation de la température génératrice T_i conduit alors à la continuité de la température statique puis finalement à la relation : $V^{+2} = V^{-2}$, analogue au cas incompressible. On retrouve donc bien la propriété:

$$\left(\vec{V}^+ + \vec{V}^- \right) \cdot \vec{\text{grad}}\mu = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{V}_m \cdot \vec{\text{grad}}\mu = 0}$$

Un équilibrage de nappe en compressible peut donc être mené exactement de la même manière qu'en incompressible. La formulation géométrique des condition de RANKINE

HUGONIOT est donc généralisable en compressible sous réserve de satisfaire les hypothèses de petites perturbations. Elle est donc moins générale que dans le cas incompressible.

4.4.3.4 Surface de glissement bordant une zone "d'eau-morte" - Nappe fermée

On ne peut démontrer l'irrotationnalité de la zone de recirculation au culot d'un fuselage. L'étude de ce domaine à l'aide d'une théorie d'écoulement potentiel, donc irrotationnel, ne peut être justifiée de manière théorique. Nous voyons donc que le caractère irrotationnel de cette zone n'est qu'une hypothèse de travail. Si l'on applique de cette manière une théorie d'écoulement potentiel on se place d'emblée dans le cas d'une zone d'eau-morte où $V=0$ et $P_i = P_s = \text{Cste}$ (cf. BONNET[4.2]).

L'expérience montre cependant qu'en général les vitesses régnant dans cette zone sont faibles par rapport à V_0 et que les gradients de pressions y restent modérés. Dans ces conditions l'hypothèse de zone "d'eau-morte" peut être justifiée, dans une certaine mesure, par des observations expérimentales mais elle s'applique surtout à des écoulements dont la vitesse externe au sillage est grande; d'où son utilisation très répandue en supersonique et sa rareté dans les écoulements subsoniques où vraisemblablement elle n'est pas justifiée par l'expérience.

En fait, dans la réalité, à incidence nulle, le coefficient de pression dans le sillage passe de $C_{ps} = C_{pc} \approx -0.13$ au culot à $+0.1$ quelques diamètres en aval, pour tendre finalement vers 0 à l'infini aval (cf DELERY[4.8]). Cette structure est encore moins régulière quand le missile est en incidence.

De plus, cette modélisation en zone fermée ne correspond pas du tout à la topologie d'un culot en incidence, dont on a montré (cf chap II) qu'elle est ouverte. Pour rester cohérent avec l'hypothèse d'écoulement asymptotique, il faudrait donc modéliser cette zone suivant par une nappe iso- P_i qui s'enroule sur elle-même en coupant la nappe issue du décollement le long du fuselage. Cette modélisation, plus réaliste manque encore de donnée précise et sûre sur la structure topologique de l'écoulement d'arrière-corps. De ce fait, la modélisation complète de l'écoulement d'arrière-corps n'a pas été abordée ici.

4.5 Modélisation des nappes "ouvertes"

4.5.1 Modélisation de la nappe par des bandes iso- μ de panneaux doublets

D'après la théorie précédente, les conditions de RANKINE - HUGONOT sont remplies quand la vitesse médiane calculée sur la nappe s'aligne en tout point avec les lignes iso- μ caractérisant la répartition de doublet sur cette surface.

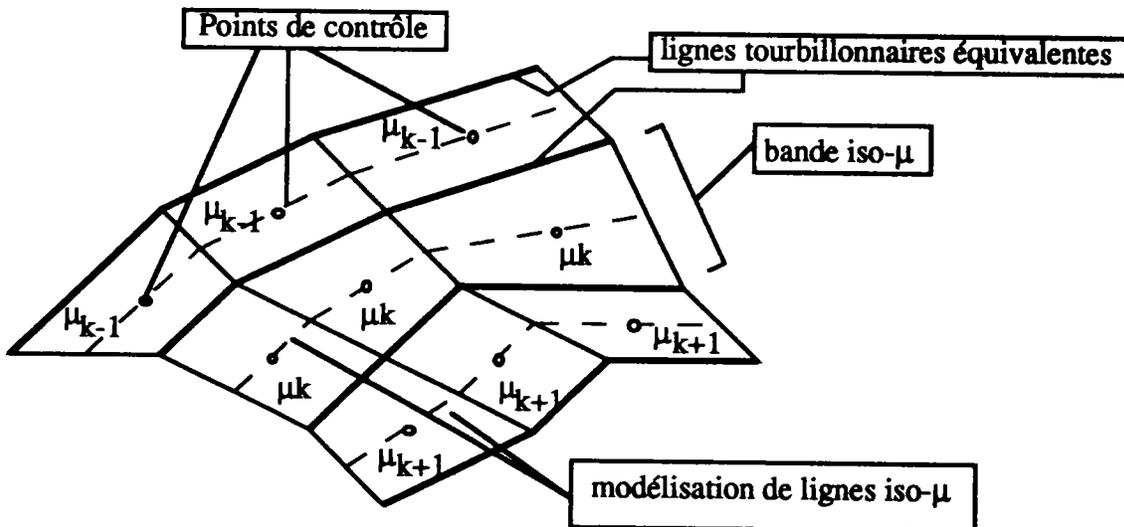
Il est donc naturel de construire la modélisation numérique de cette nappe à partir des lignes iso- μ , que l'on alignera ensuite à la vitesse médiane.

La façon la plus classique de mettre en œuvre cette technique consiste à utiliser des surfaces tourbillonnaires constituées, par définition, de lignes tourbillonnaires (cf. BOUSQUET[4.4]), ou, de manière équivalentes, d'introduire des surfaces porteuses de doublets normaux (cf. BONNET & LUNEAU[4.15], cf. HUNT[4.13]).

Cependant l'étude de la bibliographie (cf. chapitre I) montre que l'utilisation des lignes tourbillonnaires pose des problèmes lors du calcul des vitesses auto-induites. Il est alors nécessaire d'introduire des artifices numériques ('cut-off', noyau visqueux) dont on sait qu'ils ne correspondent pas toujours à la réalité physique (cf. chap. I).

Pour éviter ce problème, Il semble préférable d'utiliser une nappe porteuse de doublets normaux. La nappe est alors modélisée par un ensemble de bandes iso- μ , constituées par des panneaux doublet de répartition constante. (ces panneaux ne sont pas en général plan).

La nappe peut alors être schématisée comme suit:



Il est alors possible d'envisager deux "ossatures" de la nappe :

- 1- Les lignes iso- μ , qui relient entre-eux les points de contrôle.
- 2- Les lignes qui bordent les bandes (équivalentes aux lignes tourbillonnaires).

Dans les deux cas, l'originalité de la méthode consiste à n'effectuer les calculs de vitesses qu'aux points de contrôle sans avoir à effectuer de manipulation particulière (introduction de viscosité artificielle), ni d'hypothèses restrictive sur les vitesses auto-induites (cut-off).

4.5.2 Quelques propriétés des nappes de glissement et leurs conséquences

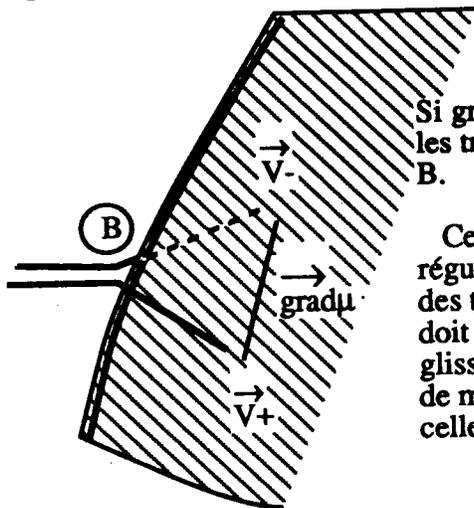
La nappe initiale étant choisie arbitrairement, elle doit avoir la structure la plus générale possible tout en restant compatible avec la physique de l'écoulement qui ne peut être déduite que de la topologie (cf § 4.4.1).

Une surface de séparation est délimitée au sein du fluide par deux trajectoires provenant l'une du point singulier initial C_i de la nappe l'autre du point critique final C_t qui bornent tous

deux la ligne de séparation à la paroi (cf. chap. I). Si l'on calque la structure de la nappe de glissement sur celle de la surface de séparation, comme stipulé au § 4.4.1, cette surface de glissement doit donc être délimitée, outre la ligne de décollement, par deux lignes de courant, qui constituent ainsi les bords "libres" de la nappe.

Compte tenu de la topologie des enroulements d'extrados, un des bords libres va s'enrouler sur lui-même. Ce bord devrait démarrer dès la pointe du fait de la forme de la ligne de décollement, mais comme on l'a vu (cf chap III), cette partie de l'écoulement échappe à la modélisation fluide parfait. On fait donc démarrer cette ligne particulière à l'endroit où les effets dynamiques des enroulements se font réellement sentir : à partir de l'abscisse où la position angulaire q_{dec} de la ligne de décollement est maximale conformément aux observations effectuées précédemment (cf chap. III).

Dans la modélisation par surface de glissement ces bords de nappes ont des propriétés intéressantes. Si l'on considère deux trajectoires infiniment voisines qui arrivent au bord d'une nappe l'une d'elle passant au "recto" de la surface l'autre au "verso".



Si $\text{grad}\mu$ est différent de zéro au bord de la nappe, les trajectoires présentent alors un point anguleux en B.

Cette propriété est en contradiction avec la régularité des trajectoires. Le gradient de répartition de doublet doit donc être nul au bord libre d'une nappe de glissement, de façon à ce que l'écoulement se prolonge de manière régulière en abordant ou en quittant celle-ci.

(On montre de même que la circulation associée à une nappe tourbillonnaire s'annule également en son bord).

Les bords libres d'une nappes de glissement sont donc des lignes iso- μ , qui plus est, ils sont une ligne extrémale de la répartition de doublet sur la nappe. (puisque $\text{grad}\mu=0$). Il est à noter que cette propriété est valable, que la nappe soit équilibrée ou non.

Il est de plus intéressant de constater que dans les enroulements tourbillonnaires en fluide réel, le noyau visqueux est tel qu'en son centre $\text{rot}V=0$. On montre de même que le rotationnel s'annule en un foyer à la paroi (cf chap.I). On constate ainsi que la modélisation fluide parfait est cohérente sur ce point, puisque le centre des enroulements n'est autre que le bord de nappe. Le rotationnel se modélise par $\text{rot}V = n\dot{Y}\text{grad}\mu=0$ aux bords libres de la nappe. Le rotationnel (au sens des distributions) s'annule donc bien au centre d'un enroulement tourbillonnaire en fluide parfait (presque partout).

Par ailleurs, un bord de la nappe est lié à la ligne de séparation. Pour étudier son orientation, il convient de distinguer deux cas :

- 1- La nappe n'est pas tangente à la paroi au niveau de la ligne de décollement. Les normales respectives de la nappe (n) et de la paroi (n) sont distinctes.
- 2- La nappe est tangente à la paroi tout le long de la ligne de séparation.

-1- Dans le premier cas les conditions de glissement sur la nappe et la paroi imposent que les vitesses de part et d'autre du décollement soient tangentes à la ligne de séparation. La condition $\text{grad}\mu \cdot V_m=0$ impose alors que $\text{grad}\mu=0$ tout le long de la ligne de séparation, qui devient du fait une ligne isdo- μ . Or ces lignes sont équivalentes aux lignes d'émission du

rotationnel à partir de la paroi. Comme la vorticité est émise tout du long de la séparation, cette ligne ne peut pas être une iso- μ . Cette orientation de la nappe par rapport à la paroi n'est donc pas acceptable.

-2- Si la nappe est tangente à la paroi au niveau du décollement, la vitesse n'est plus nécessairement tangente à la ligne de séparation, puisque le seul fait qu'elle appartienne au plan tangent commun à la paroi et à la nappe suffit à vérifier la condition de glissement sur ces deux surfaces. Cette disposition du bord "lié" de la nappe n'impose pas de contrainte supplémentaire sur $\text{grad}\mu$, qui reste a priori quelconque.

Cette orientation est donc la seule possible en fluide parfait. La nappe de glissement modélisant un décollement doit être tangente à la paroi tout le long de la ligne de séparation.

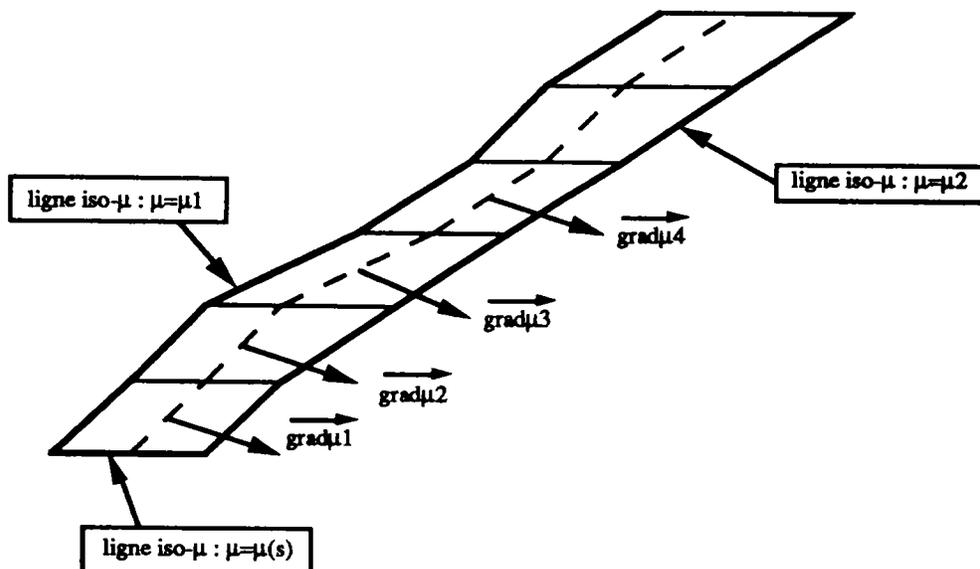
Cette hypothèse est couramment utilisée lors de modélisation de la nappe par une surface tourbillonnaire. (cf VAN TUYL [4.20] par exemple, cf. chap I). Dans ce cas, il est cependant nécessaire d'introduire des hypothèses de 'Cut-off' des lignes tourbillonnaires au voisinage immédiat de la paroi, qui influent directement sur les points de contrôle voisins, ce qui conduit à une dépendance des C_p à la paroi à l'égard de la distance de cut-off, comme le fait d'ailleurs remarquer VAN TUYL ([4.20]). Le résultat final dépend alors de la valeur d'un "tournevis" de modélisation numérique ce qui est inacceptable.

Dans le cas d'une nappe porteuse de doublets normaux, tous les calculs de vitesses sont effectués aux points de contrôle des facettes, sans qu'il apparaisse de problème mathématique.

4.5.3 Principe général du programme

4.5.3.1 Choix de la répartition de singularité

Si la modélisation par doublet normaux (ou tourbillons) surfaciques est la seule à convenir physiquement pour représenter les nappes de glissement, la structure de cette répartition mérite discussion. Le choix de la répartition à mettre en œuvre semble très grand. La modélisation à utiliser ici doit seulement conserver μ dans une direction donnée sur chaque facette. A priori il peut être intéressant d'introduire une répartition variable sur chaque facette de la nappe, compatible avec la structure des iso- μ . Cependant une telle répartition complique considérablement le calcul. Elle exige un calcul du gradient $\text{grad}\mu$ sur toutes les facettes des bandes. En effet si μ reste constant le long des iso- μ , il n'en est pas de même pour $\text{grad}\mu$ qui dépende de la forme de ces lignes, et de l'écartement séparant chacune d'elle (cf. schéma).



Enfin, l'expression de la composante continue de la vitesse induite par cette répartition ne peut pas se ramener à un calcul d'intégrale de contour, sauf sur des facettes planes. cas trop

restrictif ici. Le coût important de l'algorithme qui en découle a fait abandonner ce type de méthode pour l'instant.

Dans un souci de simplification et sachant que des modélisations à tourbillons linéiques ont déjà donné des résultats intéressants, la discrétisation choisie utilise des bandes sur lesquelles μ reste constant.

Le corps est modélisé par des panneaux sources porteur, chacun, d'une intensité de sources σ constante.

4.5.3.2 Processus de résolution

Les inconnues du problème sont les répartitions de singularités sur le corps et la nappe ainsi que la géométrie de cette dernière.

Pour calculer les répartitions de doublet μ , la condition de glissement est vérifiée aux points de contrôle de la nappe situés au voisinage de la ligne de séparation. Cette façon de faire est la plus simple, mais elle fige la direction des normales à la nappe au voisinage du décollement. En effet, en choisissant μ de façon à vérifier la condition de glissement en ces points de contrôle, on impose d'emblée à la vitesse V_m d'être dans le plan tangent à la nappe. Quand les lignes iso- μ sont ensuite alignées à V_m lors de l'équilibrage, elles restent donc dans ce même plan normal à n . La procédure ainsi définie ne permet donc pas de modifier l'orientation de la nappe au voisinage de la séparation au cours des itérations. Cependant, ceci ne soulève pas de problème puisque la théorie impose que la nappe soit tangente à la paroi au niveau du décollement (cf § 4.5.2).

Le programme positionne donc, une fois pour toutes, la normale des facettes de la nappe liées à la séparation (première rangée de la nappe) tangentiellement à la paroi. En fait elles sont alignées avec le panneau du corps qui leur est contigu à l'intrados.

Cependant, la nappe ne garde pas en général très longtemps son orientation initiale; très vite elle se redresse. Sa courbure locale, parfois très prononcée, nécessite de raffiner le maillage si l'on veut vérifier la tangence tout en gardant une surface régulière. Pour des raisons purement numériques, il peut donc être intéressant, si l'on veut employer un maillage plus rudimentaire, d'orienter cette partie de la nappe suivant l'angle "moyen" qu'elle forme avec la paroi au voisinage de la séparation. Cet angle peut être inspiré par la méthode des tranches ($\pi/3$ par rapport à la normale de la paroi) (cf. chap.1) ou peut être fixé après des essais préliminaires utilisant un maillage fin.

Ainsi, implicitement le programme considère que la nappe quitte la paroi de manière tangentielle, mais il offre la possibilité à l'utilisateur de modifier cette orientation.

La condition de glissement sur cette partie de la nappe donne les μ_k (répartition de doublet sur la bande $N^{\circ}k$). La condition de glissement sur le corps permet de trouver la répartition s_j de source (cf § 4.5.5).

Les répartitions μ_k et s_j étant trouvées, la vitesse médiane est ensuite calculée en chaque point de contrôle de la nappe. (cf § 4.5.6).

Les vecteurs directeurs des lignes iso μ sont ensuite déplacés de façon à obtenir un meilleur alignement avec les vitesses médianes. La nappe est enfin reconstruite à partir de ce champ de vecteurs (cf § 4.5.7).

Le calcul reprend alors avec cette nouvelle nappe et ainsi de suite jusqu'à ce que l'alignement des lignes iso μ avec les vitesses médianes soit jugé satisfaisant.

Dans un premier temps, la nappe décollée, liée à la séparation au culot, n'a pas été modélisée (cf. planches 4.6). Le contournement de l'arête de l'arrière corps est alors évité par la "non fermeture" du maillage au culot, dont la validité a été testée sur corps seul (cf § 4.)

Dans un second temps la surface de séparation est prolongée sur la partie intrados du culot. (cf. planches 4.7). Cette structure est cohérente avec la topologie des culots (cf chap.II), où seule la partie inférieure de la surface de séparation au culot se prolonge à l'infini. Le maillage de l'arrière-corps reste alors ouvert.

Lors d'une troisième étape il serait intéressant de compléter la modélisation en y adjoignant la nappe décollée issue de la partie extrados du culot. On sait que la topologie de cet écoulement est ouverte (cf chap. II), l'équilibrage en nappe ouverte est alors valide. Cependant la structure très complexe des nappes en cet endroit et tout particulièrement l'intersection des surfaces de séparation nécessite une étude approfondie qui n'a pu être menée dans le cadre de ce travail. Ainsi, bien que cette modélisation soit très intéressante car elle permet de refermer la maillage au culot, elle n'a pu être menée ici.

4.5.3.3 Symétrisation du problème

De manière identique au calcul sans nappe, la discrétisation ne porte que sur un demi-corps et une seule nappe (située du côté bâbord du missile) (cf. planches 4.6). Par construction les configurations obtenues sont symétriques.

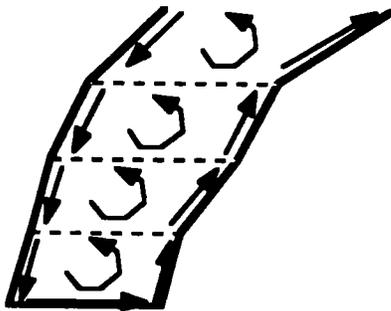
Ceci impose de ne considérer que les incidences inférieures à 28° environ (cf chap. I), dans le cas d'un fuselage d'élanement $L/D=9$. et de restreindre ce domaine aux angles inférieurs à 20° environ dans le cas d'allongement de l'ordre de 15

Le problème perd donc un peu de sa généralité. Toutefois, il est à noter que le simple fait de conserver le corps entier et deux nappes n'est pas complètement suffisant pour représenter les écoulements en configuration dissymétrique. Dans ce cas, en effet, la ligne de séparation perd également sa symétrie. Il faudrait donc la positionner des deux côtés de l'engin ce qui n'est pas possible ici, faute de relevés expérimentaux à ces incidences.

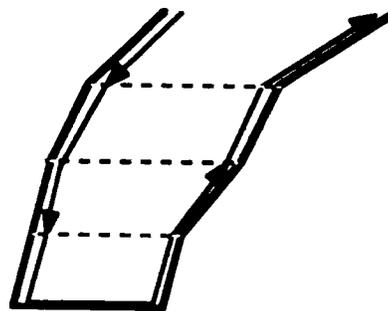
De toute manière, le passage à des configurations dissymétriques s'effectue sans aucun problème théorique en ce qui concerne le calcul en fluide parfait, si ce n'est le problème d'espace mémoire inhérent au stockage du corps en entier.

4.5.3.4 Calcul de la vitesse induite par la surface tourbillonnaire

La vitesse induite par les doublets normaux de la nappe se calcule à partir de la formule de BIOT et SAVART exposées au §4.3.1.3. Cette vitesse provient de la somme des vitesses induites par les segments contours. Cette somme peut s'effectuer de deux manières. D'une part l'influence de chaque bande peut être calculée en suivant son contour en tourbillon en "fer à cheval", d'autre part, en regroupant deux à deux les segments "tourbillonnaires" d'un même panneau (les segments transversaux n'intervenant pas). La première technique est plus rapide mais elle pose des problèmes si, au cours des déformations de la nappe, les segments porteurs se rapprochent de trop près les uns des autres. Dans ce cas la composante continue de la vitesse sur la nappe est obtenue par la différence de deux termes très grands correspondant à chacune des "branches" du fer à "cheval", ce qui peut induire une amplification des erreurs numériques. Il est donc plus sûr de sommer deux à deux l'influence des segments antagonistes. La vitesse ainsi obtenue est d'un ordre de grandeur voisin d'un panneau sur l'autre. On réduit ainsi la propagation de l'erreur numérique.



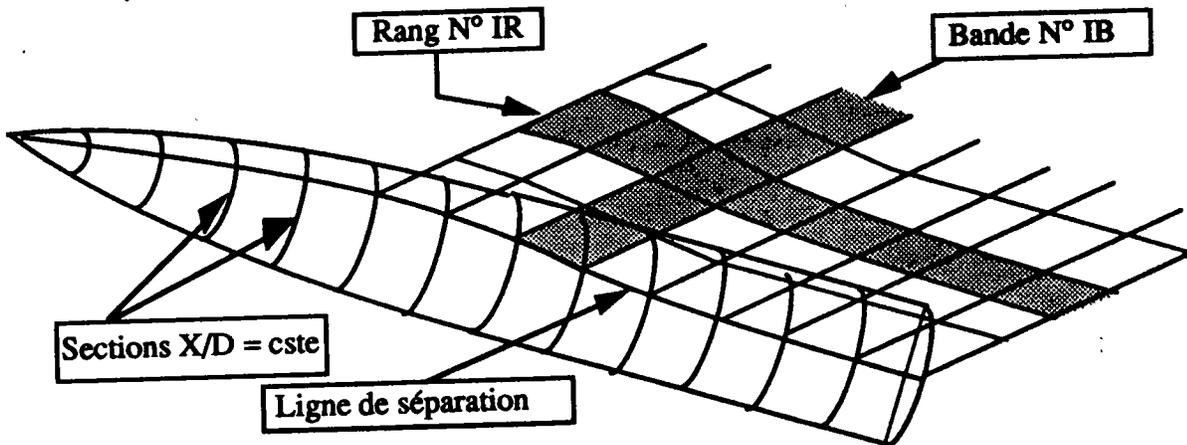
Traitement par segments antagonistes



Traitement par ligne tourbillonnaire

4.5.4 Maillage de la nappe et de la paroi de l'obstacle

La nappe est maillée à partir de la ligne de séparation sur laquelle sont "greffées" des bandes iso- μ telles que l'indique le schéma suivant:



La largeur des bandes iso- μ est égale à l'espacement en X/D des sections du corps, et suit une loi géométrique dont la raison est fournie par l'utilisateur.

La largeur des rangées est également fixée par une suite géométrique, dont la raison est donnée par l'utilisateur. (cf. planches 4.8).

Le point D, début de la nappe de glissement peut être fixé de deux manières (cf. planches 4.9):

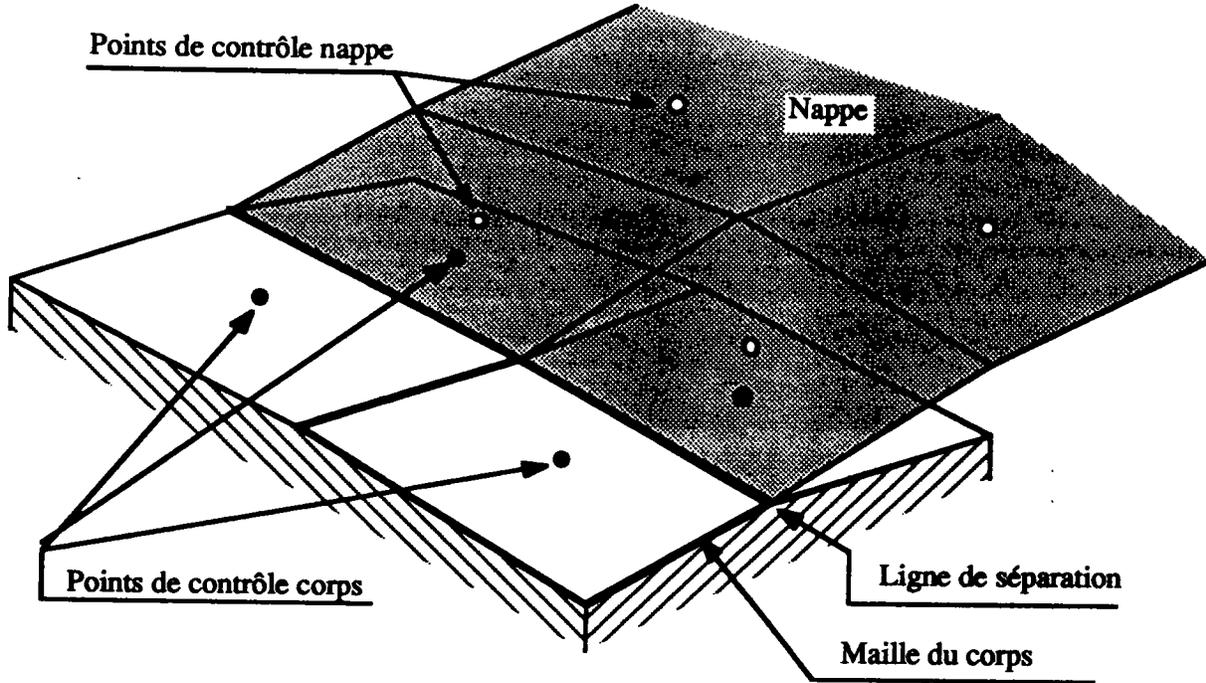
- Automatiquement au maximum de la courbe $\theta_{dec} = f(X/D)$ conformément aux conclusions expérimentales (cf chap III).
- Par l'utilisateur

Cette seconde option permet de tester la capacité du programme à modéliser des enroulements serrés en avançant le début de la nappe vers la pointe. A contrario le fait de reculer le début de la nappe évite la prise en compte de tels enroulements. Toutefois cette option n'a pas été utilisée autrement que comme test. Le point D est dans la quasi-totalité de cas, positionné automatiquement par le programme au maximum de la position angulaire de la ligne de séparation, conformément aux observations expérimentales (cf chap. III).

Le maillage de la paroi et de la nappe se coupent au niveau de la ligne de séparation*. Les panneaux du corps suivent la ligne de décollement afin d'éviter qu'un point de contrôle du corps ne se trouve sur un segment porteur de la nappe.

* En toute rigueur le choix d'une modélisation sources seules, pour le corps impose, que la vitesse tangentielle reste continue à la traversée de la surface du corps. Or dans notre modélisation la ligne de séparation sert d'appui à la nappe; elle est donc porteuse d'un tourbillon lié qui engendre une discontinuité locale de la vitesse tangentielle à la surface du corps le long de la séparation. Ce problème peut être résolu soit en répartissant des doublets sur le corps, soit en faisant entrer la nappe à l'intérieur du corps de manière à éviter la discontinuité de vitesse tangentielle à la surface de l'obstacle. Cette seconde solution a été testée. La comparaison de ses résultats avec la méthode initiale montre que la perturbation due aux tourbillons de la ligne de séparation est négligeable. Nous conservons donc, par soucis de simplification, la modélisation avec nappe externe au

La configuration géométrique est alors la suivante:



Ce maillage assure, quelle que soit la forme de la ligne de décollement un calcul correct au niveau de points de contrôle du corps au voisinage de la séparation.

Mais pour suivre cette ligne de séparation tout le maillage du fuselage doit être déformé. Pour cela, chaque section du corps est divisée en deux parties: l'une à l'intrados, l'autre à l'extrados.

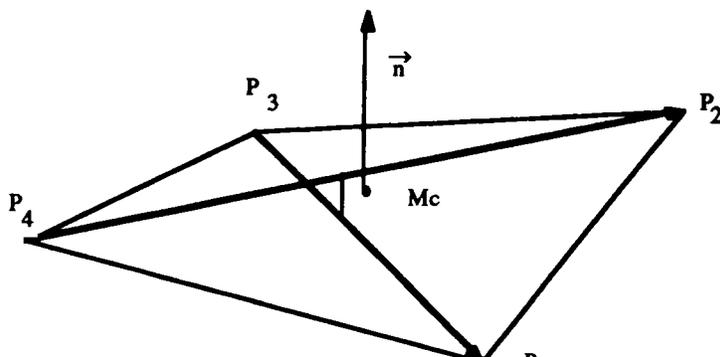
Leur maillage angulaire s'effectue de manière indépendante. Chacune de ces deux discrétisations s'effectue selon une loi géométrique de façon à resserrer le maillage au voisinage du décollement.

Cette déformation gauchit les facettes. Dans ces conditions, le calcul des répartitions surfaciques de sources par des intégrales de contour n'est plus valable stricto sensu. De manière classique, on peut toutefois approcher le calcul à condition de se donner une normale sur chaque facette.

On estime alors une normale approchée, qui permet d'effectuer les calculs. Deux techniques donnent ce vecteur:

- Un calcul par produit vectoriel en croix. La normale est alors donnée par:

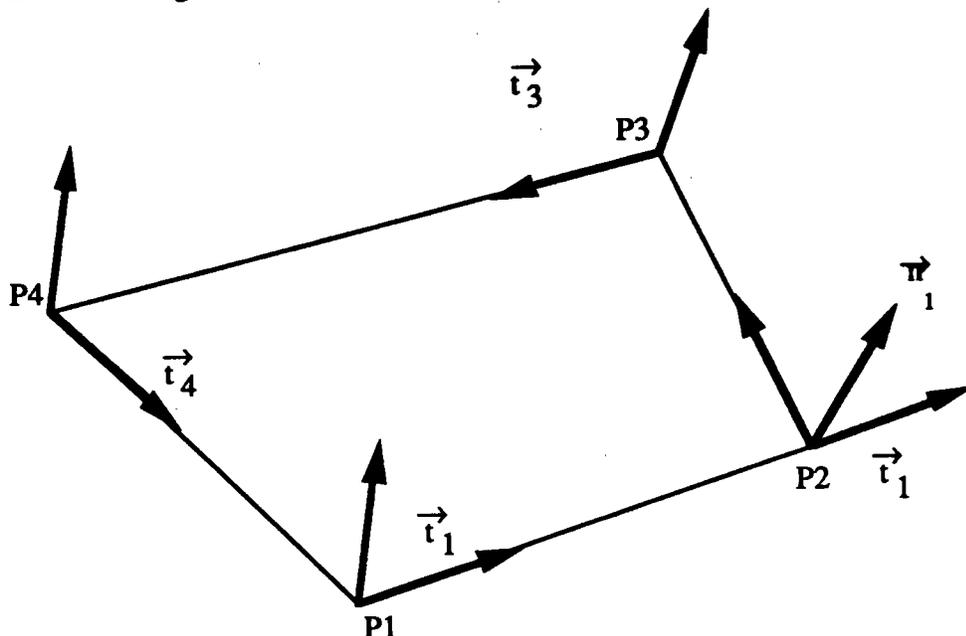
$$\vec{n} = \frac{\overrightarrow{P_3P_1} \wedge \overrightarrow{P_4P_2}}{|\overrightarrow{P_3P_1} \wedge \overrightarrow{P_4P_2}|}$$



• L'utilisation d'une normale locale lors du calcul sur chaque segment. Sur le segment N° k la normale est alors donnée par:

$$\vec{n}_K = \frac{\vec{t}_K \wedge \vec{t}_{K+1}}{|\vec{t}_K \wedge \vec{t}_{K+1}|}$$

avec la configuration suivante:



Le vecteur normal à la facette est estimé en faisant la moyenne des quatre vecteurs ainsi obtenus

Ces deux méthodes ne sont applicables que si le gauchissement des facettes reste faible. La première méthode est la plus classique. La seconde donne en général des résultats plus satisfaisants lors d'une comparaison (corps seul) avec le maillage non-gauchi. Les deux techniques sont disponibles dans le programme et sont choisies par l'utilisateur.

L'étude des coefficients de pression à incidence nulle permet de tester la validité de ce calcul. Le gauchissement altère légèrement la symétrie de révolution des résultats, mais il n'introduit qu'une erreur faible sur le Coefficient de pression.

En incidence, l'erreur sur le coefficient d'effort normal local reste très faible (4% max.).

4.5.5 Ecriture de la condition de glissement

Les répartitions de sources et de doublets sont obtenues en écrivant la condition de glissement respectivement, sur le corps ainsi que sur la première rangée de la nappe de glissement.

4.5.5.1 Sur le corps sans nappe

La condition de glissement sur le panneau N°i sur le corps en l'absence de nappe s'écrit:

$$\boxed{\sum_{j=1}^{N_s} \sigma_j \vec{S}_{ij} \cdot \vec{n}_i + \vec{V}_0 \cdot \vec{n}_i = 0}$$

où:

- \vec{S}_{ij} : Influence du corps sur lui-même
- \vec{V}_0 : Vitesse à l'infini amont
- \vec{n}_i : Normale à la paroi au point de contrôle
- σ_j : Densité surfacique de source sur corps seul
- N_s : Nombres de facettes porteuses de sources

Ceci constitue un système de N_s équations, N_s étant le nombre de panneaux modélisant le corps.

4.5.5.2 Sur le corps avec nappe

σ peut être décomposée en :

$$\sigma_j = \sigma_{0j} + \sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \sigma_{jk}^*$$

où:

- σ : Densité surfacique de source sur corps en présence de la nappe
- μ_k : Densité surfacique de doublet de la bande N°k
- σ_{jk}^* : "Réaction" du panneau source N° j à l'influence de la bande N° k
- σ_{0j} : Densité surfacique de source sur corps seul
- N_b : Nombres de bandes iso- μ

La condition de glissement devient alors:

$$\boxed{\sum_{j=1}^{N_s} \sigma_j \vec{S}_{ij} \cdot \vec{n}_i + \sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \vec{B}_{ik} \cdot \vec{n}_i + \vec{V}_0 \cdot \vec{n}_i = 0 \text{ pour } i \in [1, N_s]}$$

où:

- \vec{S}_{ij} : Influence du corps sur lui-même
- \vec{V}_0 : Vitesse à l'infini amont
- \vec{n}_i : Normale à la paroi au point de contrôle
- σ_j : Densité de source sur corps avec la nappe
- \vec{B}_{ik} : Influence de la bande N° k sur le corps
- N_s : Nombre de panneaux source modélisant le corps
- N_b : Nombre de bandes iso- μ modélisant la nappe décollée

Expression finale de l'équation de glissement sur le corps:

$$\sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \cdot \left(\sum_{j=1}^{N_s} \sigma_{jk}^* \vec{S}_{ij} \cdot \vec{n}_i + \vec{B}_{ik} \cdot \vec{n}_i \right) = 0$$

Ce qui revient à résoudre :

$$\sum_{j=1}^{N_s} \sigma_{jk}^* \vec{S}_{ij} \cdot \vec{n}_i = -\vec{B}_{ik} \cdot \vec{n}_i \quad \text{pour } k \in [1, N_b] \text{ et } j \in [1, N_s]$$

ce qui conduit à la résolution de N_b systèmes $N_s \times N_s$

Dans un premier temps, indépendamment de la répartition de doublets sur la nappe, on peut donc trouver une expression des σ_{jk}^* qui relie la répartition de sources assurant la condition de glissement sur l'obstacle à la seule géométrie des nappes de glissement.

Pour une forme de nappe donnée, la répartition de sources σ_j découle ainsi directement de la répartition de doublet de la nappe, par la formule:

$$\sigma = \sigma_0 + \sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \sigma_{jk}^*$$

Pour résoudre le problème, il ne reste plus qu'à trouver cette répartition de doublets.

4.5.5.3 Condition de glissement sur la première rangée de la nappe

Nous écrivons la condition de glissement sur la première rangée de la nappe au voisinage du point de concours des lignes iso- μ (cf. fig.):

$$\sum_{j=1}^{N_s} \sigma_j \vec{S}_{1j} \cdot \vec{v}_1 + \sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \vec{B}_{1k} \cdot \vec{v}_1 + \vec{V}_0 \cdot \vec{v}_1 = 0$$

où

- \vec{S}_{ij} : Influence du corps sur la nappe
- \vec{V}_0 : Vitesse à l'infini amont
- \vec{v}_1 : Normale à la nappe au point du contrôle $N^{\circ 1}$
- σ_j : Densité de sources sur le corps avec nappes
- \vec{B}_{1k} : Influence de la bande $N^{\circ k}$ sur le point de contrôle ($N^{\circ 1}$)

Nous avons toujours:

$$\sigma = \sigma_0 + \sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \sigma_{jk}^*$$

On met alors facilement la condition de glissement sur nappe sous la forme:

$$\sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \left[\sum_{j=1}^{N_s} \sigma_{jk}^* \vec{S}_{1j} \cdot \vec{v}_1 + \vec{B}_{1k} \cdot \vec{v}_1 \right] = - \sum_{j=1}^{N_s} \sigma_{0j} \vec{S}_{1j} \cdot \vec{v}_1 - \vec{V}_0 \cdot \vec{v}_1 \quad \text{où}$$

\vec{S}_{ij} : Influence du corps sur la nappe

\vec{V}_0 : Vitesse à l'infini amont

\vec{v}_1 : Normale à la nappe au point du contrôle N°1

σ_{0j} : Densité de sources sur corps seul

σ_{jk}^* : Densité de sources supplémentaire sous l'influence de la nappe

\vec{B}_{1k} : Influence de la bande N°k sur le point de contrôle (N°1)

Ce système permet de trouver la répartition de doublets μ_k sur chaque bande. Du même coup, la répartition de sources est trouvée en utilisant σ^* , calculé auparavant. Pour cette position de nappe donnée, les répartitions σ et μ assurant la condition de glissement sur le corps et sur une partie de la nappe de glissement sont ainsi trouvées. Il reste maintenant à vérifier l'équilibrage des nappes. Mais pour cela il faut tout d'abord effectuer le calcul des vitesses médianes.

4.5.6 Calcul de la vitesse médiane

Un des principaux attraits de cette méthode réside dans le calcul de la vitesse médiane en un point de la surface de glissement. L'expression générale de la vitesse sur la nappe en présence du corps s'écrit:

$$\vec{V}(M_1) = \sum_{j=1}^{N_s} \sigma_j \vec{S}_{1j} + \sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \vec{B}_{1k} - \frac{\text{Grad} \mu(M_1)}{2} \cdot \text{sgn}$$

où $\text{sgn} = \begin{cases} -1 & \text{si } M_1 \text{ du même côté que la normale à la nappe} \\ +1 & \text{si } M_1 \text{ du côté opposé à celui de la normale} \end{cases}$

On peut résumer cette expression par $\vec{V}(M_1) = \vec{V}_d(M) + \vec{V}_d(M) \cdot \text{sgn}$

V_c représente la partie continue de la vitesse et V_d , la partie discontinue (tangentielle) en un point de la nappe porteuse de singularités. On voit donc tout de suite que la vitesse médiane s'écrit:

$$\vec{V}_m(M_1) = \frac{\vec{V}^+(M_1) + \vec{V}(M_1)}{2} = \vec{V}_c(M_1)$$

La vitesse médiane est donc égale à la partie continue de la vitesse en tout point de la nappe. Cette propriété est très intéressante car elle permet un calcul direct de cette vitesse sans

avoir à faire intervenir les gradients de répartition de doublets très délicats à calculer sur cette nappe déformable. On peut donc calculer directement la vitesse médiane en fonction des répartitions de sources et de doublets par la formule:

$$\vec{V}_m(M_1) = \sum_{j=1}^{N_s} \sigma_j \vec{S}_{ij} + \sum_{k=1}^{N_b} \mu_k \vec{B}_{ki}$$

4.5.7 Reconstruction des nappes

Classiquement, il existe trois techniques pour reconstruire les nappes de glissement:

-1- En calculant les différences de pression de part et d'autre de la nappe et en optimisant la forme de la nappe pour annuler cette différence par un algorithme du style NEWTON-RAPHSON (cf JOHNSON [4.14])

-2- En alignant les lignes tourbillonnaires avec la vitesse locale.

-3- En déplaçant les lignes iso- μ (par le biais des points de contrôle qui les constituent) pour les aligner avec la vitesse médiane puis reconstruire la nappe à partir de ce canevas.

-1- L'optimisation non linéaire sur les différences de pression à travers la nappe relève des programmes numériques de "haute-volée". Il nécessite en effet un calcul de pression sur chaque maille de la nappe, ce qui impose le calcul du gradient de μ sur la surface de glissement. Il est nécessaire de trouver ou d'approcher la matrice jacobienne de la transformation donnant localement p en fonction du déplacement de la nappe. L'optimisation exige de stocker ces valeurs et d'inverser la matrice obtenue. Ce type d'équilibrage, extrêmement lourd, est écarté d'emblée.

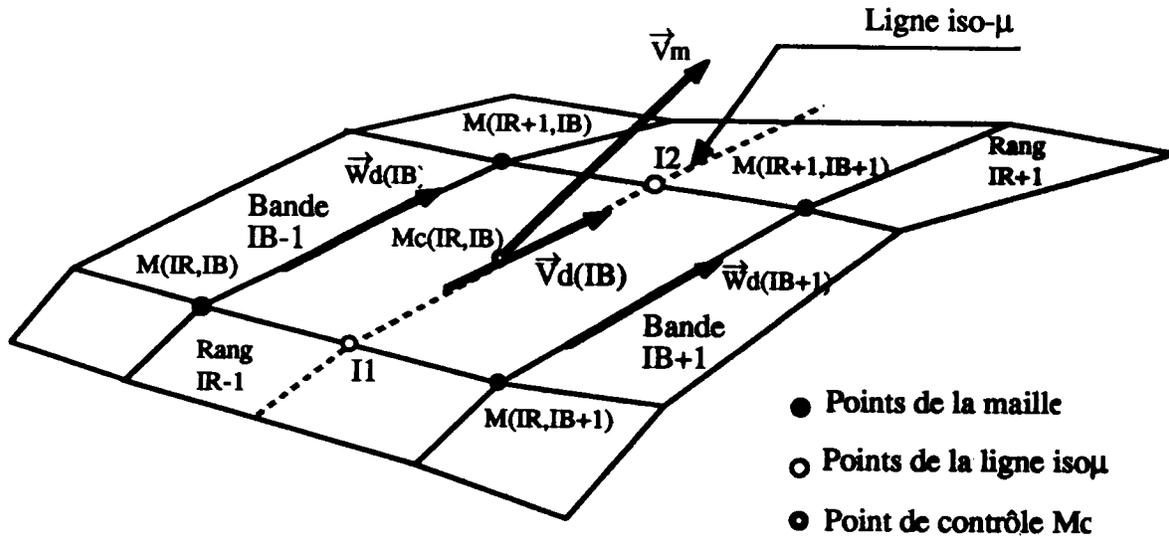
-2- L'alignement direct des lignes tourbillonnaires, dont il a déjà été question au chapitre I fait intervenir des surfaces tourbillonnaires et nécessite un "cut-off" pour calculer les vitesses auto-induites de la nappe. Les résultats obtenus dépendent alors fortement de la distance de coupure ou du rayon du noyau "visqueux" choisis. Sans cet artifice numérique l'équilibrage diverge assez vite (cf RIVOIRE & COLIN [4.17]), mais les premières itérations donnent des formes de nappes très réalistes avant que les points de calcul ne se rapprochent trop près des lignes tourbillonnaires.

-3- L'alignement des points de contrôle donne en général des lignes iso- μ très "belles", mais la reconstruction des autres points du maillage donne souvent lieu à des oscillations géométriques souvent rédhibitoires.

La reconstruction utilisée ici est, en quelque sorte, un hybride entre les deux dernières méthodes décrites. Elle se divise en trois parties:

- Calcul des vecteurs directeurs V_d sur les lignes iso- μ
- Calcul des vecteurs directeurs W_d des segments tourbillonnaires par interpolation du champ des vecteurs directeurs des lignes iso- μ V_d .
- Alignement des segments porteurs (contours des facettes) avec W_d .

Dans un premier temps, le vecteur directeur V_d de la ligne iso- μ (cf schéma) est recalculé de manière à s'aligner avec la vitesse médiane "fraîchement" calculée au point de contrôle M_c du panneau considéré.



Le vecteur directeur \vec{V}_d (normé) de la ligne iso- μ d'une facette est porté par le segment $[I1, I2]$ discrétisant, sur la facette courante, la ligne iso- μ . (cf schéma ci-dessus). Ce vecteur n'a pas a priori d'origine précise. Dans la suite il est appelé le vecteur directeur en M_c et son origine se situe au point M_c .

Le nouveau vecteur directeur \vec{V}_d en M_c est alors donné par:

$$\vec{V}_d(M_c) = \frac{\vec{V}_d(M_c) + R \cdot (\vec{V}_m(M_c) - \vec{V}_d(M_c))}{\left\| \vec{V}_d(M_c) + R \cdot (\vec{V}_m(M_c) - \vec{V}_d(M_c)) \right\|}$$

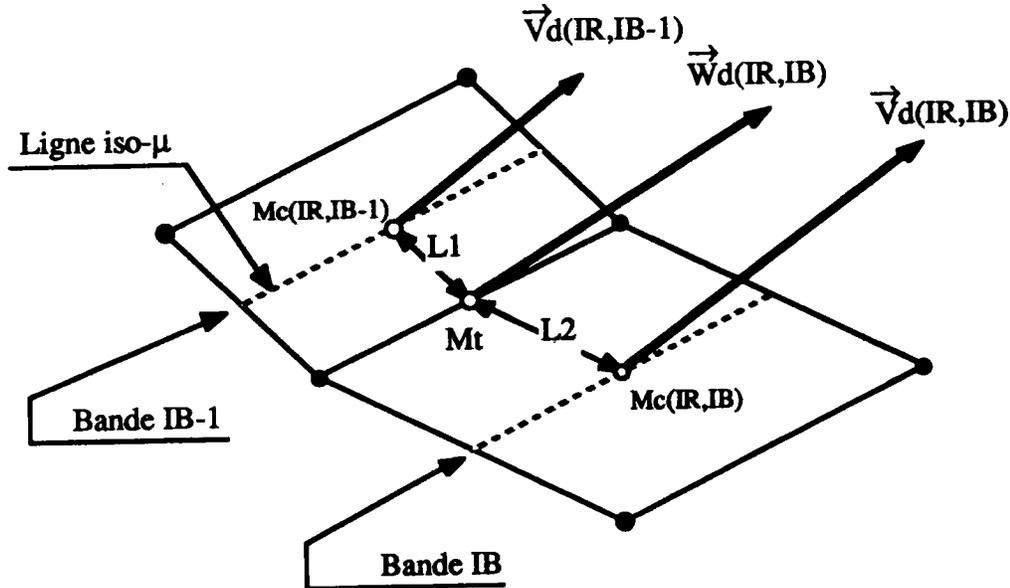
où $\left\{ \begin{array}{l} \vec{V}_m(M_c): \text{vitesse médiane au point de contrôle } M_c \\ \text{(qui n'est d'ailleurs pas nécessairement sur } [I1, I2]) \\ R : \text{Coefficient de relaxation} \\ \text{permet de ne pas déformer trop brutalement la nappe} \\ \vec{V}_d(M_c) : \text{Ancien vecteur directeur au point de contrôle} \end{array} \right.$

Le champ des vecteurs \vec{V}_d ainsi obtenu ne permet pas de construire directement les segments contours des mailles. Pour cela il convient de reconstruire le champ des vecteurs \vec{W}_d , vecteurs directeurs des lignes tourbillonnaires, à partir des vecteurs \vec{V}_d .

Chaque vecteur directeur de ligne tourbillonnaire est interpolé en suivant la surface le long de deux segments reliant respectivement le point de contrôle IB-1 et le milieu du segment $[M(IR,IB), M(IR+1,IB)]$, puis de ce point au point de contrôle de la maille suivante sur la rangée. (cf. schéma), le vecteur \vec{W}_d est alors donné par :

$$\vec{W}_d(IR, IB) = \frac{L_1 \cdot \vec{V}_d(IR, IB-1) + L_2 \cdot \vec{V}_d(IR, IB)}{\left\| L_1 \cdot \vec{V}_d(IR, IB-1) + L_2 \cdot \vec{V}_d(IR, IB) \right\|}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} L_1 = \left| \overrightarrow{M_c(IR, IB-1)M_c} \right| \text{ cf. schéma suivant} \\ L_2 = \left| \overrightarrow{M_t M_c(IR, IB)} \right| \text{ cf. schéma suivant} \\ \vec{W}_d(IR, IB) : \text{Vecteur directeur du segment } [M(IR, IB), M(IR+1, IB)] \end{array} \right.$



Les vecteurs directeurs W_d de la première bande ne peuvent être interpolés de cette manière. Ils sont donc pris égaux aux vecteurs V_d correspondants.

Les lignes tourbillonnaires sont ensuite construites à partir de leur vecteur directeur respectif W_d . Cette reconstruction débute à la ligne de séparation à la paroi ($IR=1$) et progresse rangée par rangée jusqu'à la fin de la nappe qui s'achève avec des tourbillons semi-infini de direction constante alignée avec la vitesse à l'infini amont V_0 . Les vecteurs directeurs V_d sont ensuite calculés à partir du maillage ainsi obtenu en prenant le milieu des segment de contour non porteur $[M(IR, IB), M(IR, IB+1)]$. La nappe est alors complètement reconstruite.

Le choix de cette méthode provient de la topologie et directement de l'observation expérimentale. En effet, le bord de la nappe est une ligne de courant qui est issue en théorie du point initial de la séparation. Cette ligne correspond sur la nappe à une zone de convergence des lignes de courant (direction propre normale au foyer du tourbillon débutant le décollement fer à cheval). La vitesse tend donc à se stabiliser dans cette zone en s'alignant avec le bord de la nappe. De plus, Les mesures de vitesse effectuées dans les champs d'extrados (cf chap III, CHAMPIGNY[4.6]), ainsi que les visualisations (cf FIECHTER[4.10], cf chap.I) montrent que la vitesse tend à s'aligner avec l'axe du tourbillon au voisinage de celui-ci. En conclusion, là où la géométrie de la nappe est la plus "tourmentée", le champ des vitesses est le plus régulier.

Pour construire la géométrie d'une structure à forts enroulements il apparaît donc beaucoup plus intéressant de travailler sur la direction des vitesses ou des vecteurs directeurs (qui tendent vers le même comportement) que d'interpoler la nappe à partir de ces points de contrôle.

De plus la première bande iso- μ apparaît comme un lieu où la direction de la vitesse varie peu car elle se situe au cœur de l'enroulement ou au voisinage d'une ligne de convergence des lignes de courant de la nappe. Ceci légitime le fait d'égaliser W_d et V_d sur la première bande.

Avant chaque reconstruction de la nappe un test de convergence est effectué en calculant $\vec{V}_d \cdot \vec{V}_m = \cos \beta$ quand l'angle β est suffisamment faible le programme s'arrête. ($\beta \approx 1^\circ$ à 5° environ suivant la finesse du maillage).

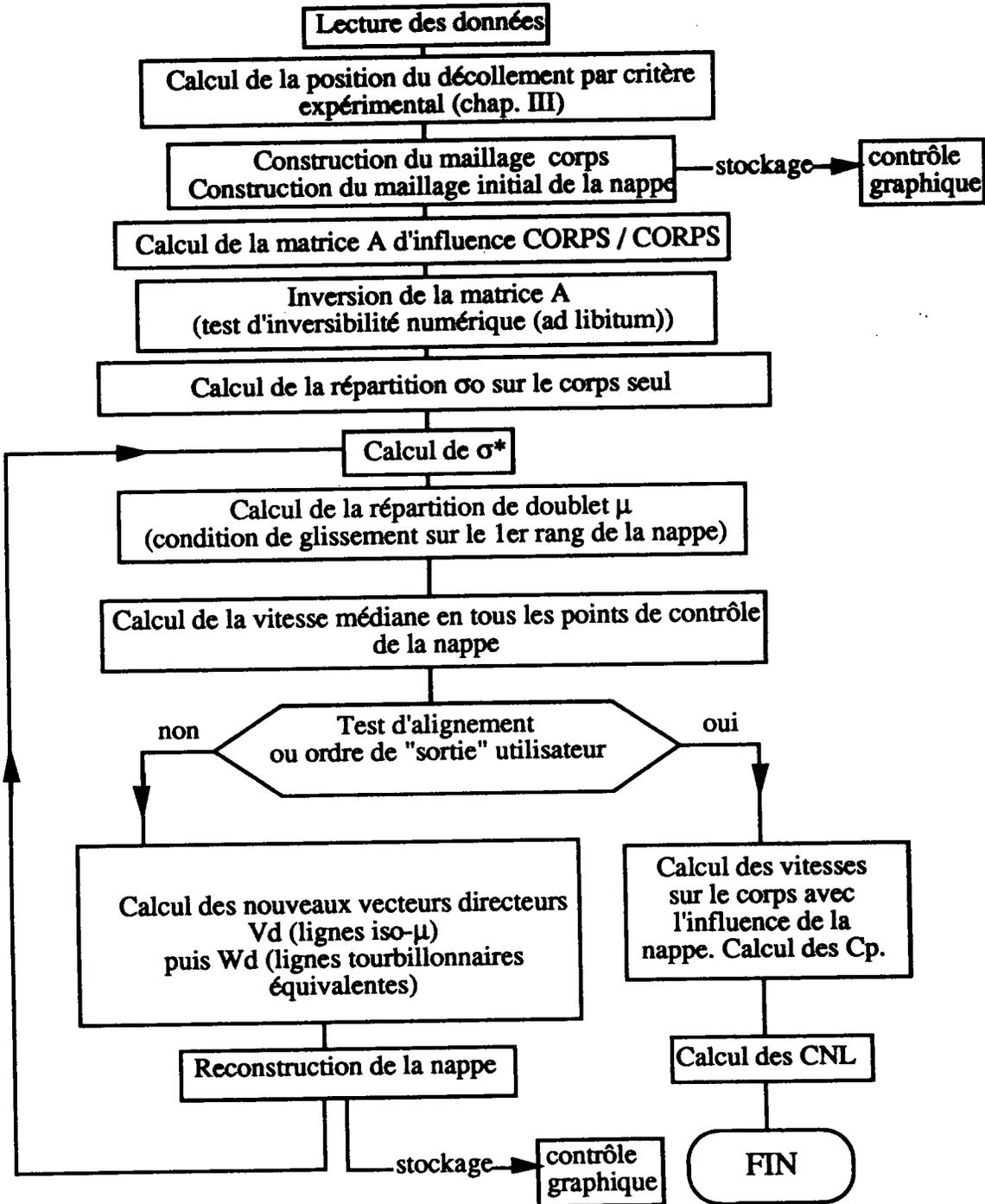
A priori, la nappe peut évoluer librement lors de l'équilibrage y compris couper le plan de symétrie de l'écoulement ce qui n'a pas de sens physique quand la modélisation suppose l'écoulement symétrique par rapport au plan contenant l'axe de l'engin et la vitesse à l'infini amont. Cette limite les déplacements de la nappe à

la partie bâbord du missile (demi-cors maillé effectivement) où $Z > 0$. Si un point du maillage travers le plan $Z=0$ il est repositionné en conservant les mêmes coordonnées (X, Y) mais avec une coordonnée $Z > 0$ qui est choisie par l'utilisateur.

De même un point de la nappe peut traverser la paroi du corps en cours de reconstruction. Dans ce cas il est déplacé le long de son rayon polaire en une position où $r > R_{\text{paroi}}$ (fixée par l'utilisateur). Toutefois cette option s'avère superflue si la nappe n'est pas déplacée trop brutalement. et l'utilisation de ce type de limitation artificielle est évité dans la quasi-totalité des calculs.

4.5.8. Structure du programme

Le programme de calcul avec nappes est constitué de modules (sous-programmes) dont une bonne part a été validée lors du calcul sans nappe (calculs des influences sources ou doublets). Il présente la structure suivante:



4.6 Résultats du programmes

4.6.1 Nappe d'extrados seule

Dans un premier temps, seuls les enroulements d'extrados sont représentés. Cette modélisation se réfère à la topologie qui indique que la surface de séparation issue du décollement le long du fuselage est délimitée par une ligne de courant dont le point de départ est l'intersection entre la ligne de séparation à la paroi et l'arête de l'arrière-corps.

Le décollement lié au culot est modélisé, de façon très rudimentaire, par la non-fermeture du maillage au niveau de l'arrière-corps. Le but de cette première étape concerne surtout l'équilibrage des enroulements d'extrados ce qui limite les conséquences de cette simplification de l'écoulement de culot.

4.6.1.1 Résultats concernant la géométrie de la nappe

L'équilibrage de la nappe a donné des formes assez réalistes dans l'ensemble (cf. planches 4.10). Les enroulements n'ont pu être reproduits de façon très fine juste au dessus du corps compte tenu de la petitesse de leur taille (par rapport au maillage utilisé), mais on constate cependant la formation très rapide d'une structure incurvée constituant la base des nappes décollées.

La convergence vers une structure stable, parfaitement équilibrée, est cependant difficilement obtenue. En effet, après un alignement assez rapide de la majeure partie de la surface, les rangées extrêmes, en général voisine du cœur des enroulements, commencent à basculer pour resserrer le vortex (cf. pl. 4.10.1). Très vite le rayon de courbure de cette structure devient alors inférieur à la taille des mailles de discrétisation. Le programme oscille dès lors très lentement à la recherche d'une position d'équilibre qu'il ne peut pas atteindre du fait de la taille des mailles de la nappe.

Cependant avant d'aboutir à cette phase ultime, le programme a déjà équilibré la plus grande partie de la surface de glissement. Si l'utilisateur interrompt l'équilibrage lors de cette étape, il s'aperçoit que l'alignement des premières rangées de la nappe avec la vitesse médiane est correct (sinus de l'angle entre la ligne iso- μ et la vitesse médiane de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-5}). Pour "pousser" la modélisation des enroulements de manière plus fine il faudrait élaborer un algorithme d'adaptation du maillage de la nappe au rayon de courbure local. Cette opération est très lourde car elle complique considérablement les calculs d'influence. Elle n'a pas été menée ici.

Par ailleurs, le problème de régularité des nappes semble avoir été complètement résolu par l'algorithme de reconstruction proposé. Aucun lissage n'est nécessaire et les formes obtenues ne subissent pratiquement pas de singularités ni d'oscillations géométriques (cf. planches 4.10).

La stabilité et l'efficacité du programme ont été contrôlées sur un certain nombre de cas tests (cf. pl.4.10.3). L'objectif de cette manipulation est d'analyser l'influence du choix de la nappe initiale sur la structure "pratiquement équilibrée". Dans la plupart des cas, les segments constitutifs de la nappe initiale sont orientés suivant la vitesse à l'infini amont V_0 . Mais il est également possible de les réorienter arbitrairement. Deux paramètres peuvent alors être modulés.:

- L'inclinaison des segments dans un plan longitudinal (X,r) (r : rayon polaire). On l'appellera inclinaison longitudinale de la nappe.

- L'inclinaison de ce plan par rapport à la verticale qui permet d'orienter la nappe transversalement.

Les essais montrent que le programme peut ramener des nappes très inclinées transversalement (60°) dans une position correcte, si toutefois l'angle d'inclinaison

longitudinal reste modéré (de l'ordre de l'incidence ou plus petit). Ce dernier paramètre joue en effet un rôle considérable, et son influence constitue un des défauts majeurs de la méthode.

En effet, si l'on prend une nappe initiale très redressée (cf. planches 4.11), sa partie supérieure ne correspond pas à la réalité physique et doit être "absorbée" par le "tourbillon", or son influence contrarie l'effet d'enroulement de la surface de glissement. Les itérations sont, de ce fait, longues, passent par des formes assez "tordues", pour n'aboutir que rarement à une structure de nappe acceptable, au bout d'un nombre d'itérations raisonnable (inférieur à 40 ou 50). Avec ce type de configuration initiale, il peut apparaître, sous certaines conditions, un plissement de la surface de glissement qui semble matérialiser une position plausible pour l'enroulement de la nappe (cf. planches 4.12). Ce type de singularité pose des problèmes de traitement numérique dans certains cas mais fait apparaître le caractère "physique" du programme, puisqu'il a tendance à repositionner l'enroulement d'une nappe mal initialisée à un endroit assez réaliste. Quand l'inclinaison n'est pas trop forte de tels cas peuvent aboutir à des configurations acceptables (cf. planches 4.12).

En revanche une nappe trop inclinée longitudinalement par rapport à la forme réelle ne pose pas de problème majeur car rien n'entrave l'équilibrage de la surface de glissement. L'absence de modélisation du noyau des enroulements semble au contraire bénéfique (cf plus loin). De plus, il est plus facile à la nappe de se redresser lors des itérations que de s'enrouler sur elle-même.

En résumé, un angle d'inclinaison longitudinal initial de la nappe compris entre α et $\alpha/3$ (où α est l'incidence) donne de bons résultats. Le choix de la nappe initiale alignée avec la vitesse V_0 se révèle tout à fait acceptable, même si une inclinaison longitudinale plus prononcée conduit à un déroulement plus rapide de l'équilibrage.

L'algorithme d'équilibrage de la surface de glissement se révèle assez robuste. Le choix du coefficient de relaxation n'a une influence notable que dans les cas où la nappe initiale est assez mal orientée; il faut alors prendre R allant de 0.01 à 0.05. Dans les autres cas, il peut être pris voisin de l'unité (de 0.1 à 2.). Dans certaines configurations, un ajustement de ce coefficient au cours des itérations accélère considérablement l'équilibrage, mais il n'est pas possible pour l'instant de dégager une loi fixant le coefficient R optimum à chaque itération. Hormis dans quelques tests, R a donc été pris constant tout au long des itérations.

De manière générale, le nombre des itérations varie entre 10 et 20 environ. L'arrêt du programme est souvent provoqué par l'utilisateur. Le test d'alignement est toujours appliqué à l'ensemble de la nappe. L'alignement à réaliser est en général égal à une fraction de degré d'angle entre la vitesse médiane et la ligne iso- μ . Il est parfaitement atteint sur les trois ou quatre premiers rangs de la nappe, sauf parfois en son bord.

Pour l'instant, toute la nappe est déplacée à chaque itération. Parfois, cette technique amplifie les perturbations apportées par les enroulements serrés du cœur des vortex. Il pourrait être intéressant de poser un seuil de mésalignement au-dessous duquel les mailles ne seraient plus déplacées lors d'une itération. Cette modification n'a pu être mise en œuvre.

Par ailleurs, au voisinage du culot se forme un enroulement "parasite" de la nappe. Son existence n'est peut-être pas irréaliste mais étant donnée la modélisation rudimentaire du culot on ne peut conclure à ce sujet. Parce qu'il peut déstabiliser dans certains cas la structure de la nappe en provoquant un tourbillon au culot plus important que celui d'extrados, il semble plus prudent de filtrer cet effet en utilisant des mailles assez larges pour la dernière bande. Cette opération annule complètement la perturbation qui pourra cependant faire l'objet d'une étude plus approfondie quand le culot sera mieux modélisé.

En conclusion, le programme aboutit à des structures de nappes acceptables sous deux conditions:

-1-Que la nappe initiale ne soit pas trop redressée.

-2-Que l'on ne recherche pas à équilibrer les enroulements trop resserrés situés au cœur des vortex. et que l'on arrête de ce fait les itérations dès que les premières rangées de la nappe sont correctement alignées.

4.6.1.2. Résultats concernant la répartition d'effort normal et de pression sur le fuselage

Plus encore que la pression sur le corps, l'allure de l'effort normal local permet de comparer de façon efficace les résultats du calcul aux relevés expérimentaux. Les coefficients de pression obtenus par le processus d'équilibrage sont donc intégrés sur chaque section X/D.

Le type d'algorithme utilisé ici ne nécessite pas de calcul des répartitions de vitesses ou de C_p sur le corps à chaque itération ; c'est un de ses avantages sur une méthode instationnaire. L'évolution des CNL au cours du temps n'a donc pas été sortie dans les calculs. Les valeurs présentées sont donc les résultats après équilibrage ou quasi-équilibrage (arrêt prématuré) des nappes de glissement. Quelques tests sont effectués en arrêtant le processus d'équilibrage dès que les premiers rangs sont alignés.

La répartition d'effort normal révèle trois points principaux:

- 1-Un calcul correct sur l'ogive, malgré un maillage assez gauchi.
- 2-Une succion tourbillonnaire beaucoup plus forte que dans la réalité, dès que les enroulements se forment.
- 3-L'apparition de singularités numérique dans certains cas de maillages.

-1-Le CNL est effectivement assez bien retrouvé sur l'ogive. Comme pour le calcul sans nappe les valeurs obtenues sont plus faibles que la théorie des corps élancés mais relativement proches de l'expérience (cf. planches 4.13).

-2-Sur le reste du fuselage le CNL va augmenter rapidement et dépasser dès $X/D \approx 4$ ou 5 la valeur expérimentale. Au voisinage du culot, où les enroulements sont très vite nettement marqués, le CNL atteint des valeurs de l'ordre de 0.5 à 0.75 pour des incidences de 15° et 20° alors que les résultats expérimentaux donnent un CNL d'environ 0.1 sur cette partie! Ce résultat peut s'interpréter de deux manières (cf. planches 4.13):

- Par un problème au niveau du décollement
- Par la nature même des enroulements de nappe en fluide parfait.

La modélisation du décollement à la paroi n'est pas correcte. Le rotationnel, en particulier, n'y est pas cohérent avec la réalité physique. Le calcul de la répartition de doublet μ s'effectue donc dans une zone où la modélisation est peu réaliste, d'où des valeurs trop fortes des μ . Cependant cette remarque est contredite par deux faits.

D'une part le point de contrôle de la première rangée n'est pas situé au voisinage immédiat de la paroi. L'écriture de la condition de glissement est alors tout à fait cohérente dès que l'on s'éloigne du point de décollement (à grand nombre de REYNOLDS).

D'autre part si l'on n'équilibre que les premiers rangs de la nappe (supposés responsables du problème), et si l'on arrête le programme avant que des enroulements ne se soient formés, on retrouve des courbes de CNL en assez bon accord avec la réalité physique (cf. planches 4.14.1). Ces essais, qui mériteraient une comparaison avec des résultats de programme EULER 3D (par exemple), tendent à montrer que ce sont les enroulements d'extrados et non la représentation du décollement qui engendrent cette surestimation du CNL sur la partie cylindrique. De plus, la forme des C_p calculés, montre le net progrès apporté par la prise en compte des nappes et la cohérence de la méthode par rapport à la réalité physique (cf. planche 4.14.2).

En effet, la viscosité annule les effets d'éventuels enroulements sur l'ogive (cf. chap.III), son action est bien sûr identique dans un noyau tourbillonnaire. Quand une modélisation "purement" fluide parfait réussit à prendre en compte les enroulements de la nappe, il est donc naturel que ceux-ci soient plus énergétiques que dans la réalité puisqu'ils ne subissent aucune perte par dissipation. Cette surévaluation des effets d'aspiration tourbillonnaire apparaît en fait plutôt "rassurante" puisqu'elle correspond à une conséquence logique de la modélisation en fluide parfait de enroulements tourbillonnaires.

Par ailleurs, si l'on rapproche ces résultats de ceux des programmes utilisant la méthode des tranches 'multi-vortex' on constate qu'il est nécessaire, dans ces codes, d'introduire un coefficient de réduction de la production de circulation au décollement ($k=0.5$ à 0.6) (cf chap. I § 1.2.2.2). Or la méthode de calcul de $\partial G/\partial t$ ne prend en compte que le flux de rotationnel de la partie d'intrados en négligeant celui provenant de l'extrados. La circulation obtenue devrait donc être trop faible. Pourtant, bien au contraire, il faut la diminuer encore pour obtenir des résultats exploitables. En fait, cette méthode qui reproduit remarquablement les structures enroulées, subit vraisemblablement les mêmes problèmes que l'équilibrage de nappe.

Les résultats obtenus en arrêtant les itérations avant le début de la formation des enroulements (repérable par une chute locale du $\cos\beta$ au bord de la nappe) sont assez répétitifs. Ils semblent ainsi constituer une modélisation acceptable de l'écoulement réel en supposant que l'effet de la viscosité peut être modélisé par un non enroulement des nappes qui correspond à la perte d'énergie due à la dissipation. Il va de soi que dans cette démarche l'inclinaison de la nappe initiale doit absolument être plus faible que celle du tourbillon à représenter.

Cette manipulation permet d'envisager une application plus "industrielle" du programme. Elle semble compatible en effet avec l'adjonction de modules (théoriques ou semi-empiriques) représentant l'influence du noyau visqueux (basés par exemple sur l'analyse du rayon de courbure de la nappe). Cependant, l'écriture et la validation d'une telle application sort du cadre de ce travail.

-3- Pour prendre en compte les enroulements de la surface de glissement des maillages assez resserrés de la nappe ont été testés. Ils conduisent parfois à des singularités dans les résultats de C_p ou de CNL, qui se traduisent par un pic, souvent localisé au début de la nappe. En fait cette aberration est liée à un resserrement trop prononcé des lignes tourbillonnaires constitutives des panneaux doublets. Dans ce cas, le point de contrôle du panneau considéré est trop "proche" des segments porteurs. Cette notion de proximité est bien sûr rapportée à la taille des segments en question. On peut ainsi juger le point de contrôle M_c trop voisin d'un segment [P1P2] si la distance de M_c à [P1P2] est très inférieure à la longueur de [P1P2]. Cette configuration se produit sur la première bande de la nappe qui est très peu inclinée vers la paroi. Ses mailles sont alors très aplaties ce qui produit les singularités constatées.

Ce problème est essentiellement local. Mais il apparaît souvent près de la paroi à l'emplanture de la première bande. Il se crée alors un pic de dépression sur les résultats de C_p et une surportance locale sur les courbes de CNL (cf. planche 4.15).

Ce type d'erreur est largement atténué quand le calcul de l'influence des panneaux associe deux à deux les segments tourbillonnaires d'une même maille, mais il subsiste encore dans bien des cas. Une solution plus efficace (mais plus lourde) consisterait, lors du calcul de la vitesse auto-induite, à fractionner chaque segment du panneau porteur en sous-segments dont la taille serait voisine de la distance qui les sépare du point de contrôle. Cette amélioration (sûrement payante) du module de calcul de l'influence n'a pu être testée.

4.6.2 Prise en compte d'une partie du décollement au culot

4.6.2.1 Résultats concernant la géométrie de la nappe

Cette modélisation vise à mieux représenter la structure du culot en prolongeant la nappe d'extrados le long de l'arête d'arrière-corps sur la partie inférieure du culot.

L'évolution de la surface de glissement au-dessus du fuselage s'en trouve très nettement ralentie et stabilisée. Les enroulements se forment plus tôt. La structure de la nappe au dessus du corps reste voisine de celle observée précédemment (cf. pl. 4.16).

Toutefois, le rôle de l'inclinaison longitudinale de la nappe semble alors encore plus fort. Une nappe mal initialisée sur ce point conduit très vite à des aberrations; la nappe coupant le plan de symétrie, ou recoupant la partie de la surface de glissement issue du culot.

Plus généralement, cette technique améliore la convergence des cas où la nappe se positionnait déjà correctement lors de la modélisation précédente, en accélérant le processus d'enroulement. Mais elle semble nettement moins stable si la nappe initiale est mal configurée.

On peut cependant remarquer l'alignement très rapide et la stabilité de la partie de la nappe issue de l'arête du culot.

On remarque de manière générale, une plus grande stabilité des nappes à maillage serré dans ce type de configuration que lorsque l'on ne tient pas compte de la nappe issue du culot.

4.6.2.2 Résultats concernant les pressions et les CNL

Les résultats utilisant cette modélisation ne sont pas meilleurs que dans le cas précédent en ce qui concerne les pressions et les coefficients d'effort normal local (cf. planches 4.15). Ils restent très voisins de ceux déjà trouvés sans nappes au culot.

La stabilisation plus aisée des maillages resserrés a permis d'obtenir des résultats plus fins qu'avec la méthode précédente. Cependant le risque de singularité numérique est alors bien plus élevé que dans le cas précédent (cf pl. 4.15). La seule différence notable entre les résultats obtenus avec les deux formes de maillage est une chute de CNL au voisinage du culot observée quand la partie inférieure de la nappe d'arrière-corps est modélisée. Cette évolution semble correspondre à une meilleure représentation de la partie intrados du culot.

En conclusion le fait de mailler une partie seulement de la nappe issue de l'arête du culot n'apporte pas de grandes améliorations par rapport à la modélisation initiale, si ce n'est un accroissement de la stabilité des nappes déjà satisfaisant avec la première méthode exposée précédemment. Cependant, la partie inférieure semble être mieux modélisée. Cette approche constitue une première étape vers la modélisation complète du culot par une structure ouverte qui est le prolongement tout naturel du travail présenté ici.

4.6.3 Conclusions des résultats

Le programme d'équilibrage positionne les nappes d'extrados de manière satisfaisante dans l'ensemble. Il est capable de redresser des nappes initiales très inclinées transversalement.

La géométrie des enroulements très serrés est plus délicate à retrouver. Elle dépend essentiellement de la finesse du maillage employé.

Les valeurs du coefficient d'effort normal surestiment la réalité physique, mais cet effet est une conséquence presque "classique" de la modélisation fluide parfait qui ne prend pas en compte la viscosité dans les enroulements. Certains essais montrent que cet inconvénient peut facilement être supprimé en évitant de former les enroulements serrés ou en envisageant une modélisation particulière de cette zone.

Le programme présenté ici nécessite encore de nombreuses améliorations mais il permet de cerner correctement les avantages et les limites de la modélisations fluide parfait avec équilibrage de nappes.

On peut citer les défauts suivants:

- Difficulté de modéliser la zone au voisinage du décollement.
- Impossibilité d'obtenir un équilibrage complet de toute la nappe sans prendre un maillage ou bien trop grossier, ou bien trop fin (singularité de calcul). Les enroulements serrés ne semblent pas facilement modélisables
- Nécessité de fournir une nappe dont l'inclinaison initiale n'est pas trop élevée.
- Importance de l'homogénéité du maillage (comme dans bien des calculs numériques).
- Nécessité de choisir un maillage adapté de la nappe pour éviter "l'écrasement" de certaines mailles lors de l'équilibrage (singularités numériques).

On dégage en revanche les avantages suivants:

- Temps de calcul court ; l'équilibrage de la majeure partie de la nappe est obtenu en deux ou trois itérations (temps de console 30sec à cinq minutes sur Apollo suivant le maillage de la nappe).
- Résultats assez satisfaisants avec des maillages grossiers.
- Bonne indépendance à l'égard du maillage sous réserve des conditions mentionnées plus haut.
- Très bonne indépendance à l'égard du coefficient de relaxation R dans les limites définies au § 4.6.1.
- Bonne stabilité géométrique de la nappe, qu'il n'est pas nécessaire de lisser lors de l'équilibrage.
- Bonne indépendance à l'égard d'une inclinaison transversale de la nappe.

On peut envisager les améliorations suivantes:

- Amélioration de la discrétisation sur la nappe en introduisant des répartitions variables sur les panneaux (compatible avec la construction des lignes iso- μ) (algorithme assez lourd).
- Modélisation complète de l'écoulement d'arrière-corps par une structure ouverte, ce qui permet de fermer le corps.
- Modélisation du corps (fermé) par une solution mixte de GREEN.
- Calcul de la répartition de doublets μ à partir d'autres algorithmes, analogues à celui développé par VAN TUYL.

V) CONCLUSION GENERALE

L'aérodynamique des corps fuselés aux grandes incidences se caractérise par la présence de couches de cisaillement libres issues du décollement de la couche limite le long du fuselage. Ces structures constituent les enroulements d'extrados qui engendrent une portance supplémentaire importante. Pour des incidences modérées cette configuration reste symétrique.

Dans ce cadre, la présente étude montre que la formation des enroulements tourbillonnaires d'extrados, peut être modélisée par un écoulement de fluide parfait dans lequel les couches de cisaillement sont représentées par des surfaces porteuses de singularités (doublets normaux).

Ce travail se divise en trois étapes:

Dans un premier temps, une synthèse bibliographique permet de dégager les principales méthodes utilisant déjà une modélisation en fluide parfait. Hormis les calculs classiques linéarisés ou semi-empiriques (Corps Elancés, ALLEN), les théories utilisées aboutissent souvent à des programmes assez lourds (méthodes Lagrangienne pseudo-stationnaire), ou bien à des méthodes dont les hypothèses s'avèrent très restrictives pour traiter les grandes incidences (méthodes des tranches). Enfin la modélisation des surfaces tourbillonnaires exige souvent l'introduction d'artifices numériques (noyau visqueux, coefficient de réduction de la production de circulation) qui influent de manière inacceptable sur les résultats obtenus. Des méthodes analogues à celle proposée ici ont déjà été mises en œuvre mais leur champ d'application se limite, en général, à l'étude des ailes et elles n'ont pas, à notre connaissance, été utilisées sur des fuselages.

Dans une seconde étape l'écoulement autour d'un fuselage ogivo-cylindrique d'élanement (L/D) de 9 est étudié de manière expérimentale. Ce travail fournit un ensemble de données sur la répartition de pression et les efforts normaux locaux pour des incidences variant de 0° à 25°, des nombres de Reynolds (rapportés au diamètre D de l'engin) allant de $2.3 \cdot 10^5$ à $9 \cdot 10^5$ et des nombres de Mach de 0.17 à 0.60. L'influence de ces divers paramètres est étudiée. L'effet du nombre de REYNOLDS apparaît très clairement, alors que l'influence du nombre de MACH reste négligeable, dans le domaine étudié ici.

De plus, la structure de l'écoulement est mise en évidence à l'aide de visualisations (enduit visqueux, sublimation d'acénaphène, thermographie infrarouge) et des mesures dans le champ d'extrados (sonde anémoclinométrique "cinq-trous"). Cette étude permet d'étayer une modélisation fluide parfait en détaillant le mécanisme de création des structures tourbillonnaires et en montrant qu'il ne dépend pas seulement du décollement mais aussi des gradients de pression longitudinaux qui a pour effet de repousser la formation des enroulements à la fin de l'ogive.

CONCLUSION

Ce travail comble, en partie, certaines lacunes de données expérimentales en ce qui concerne la forme et la position de la ligne de décollement à des nombres de Reynolds critiques et supercritiques. Une formule expérimentale est proposée pour synthétiser les résultats obtenus aux nombres de Reynolds supérieurs à $4.4 \cdot 10^5$.

Enfin la dernière partie du travail est l'écriture du programme de singularités tridimensionnelles de seconde génération. L'utilisation des propriétés des surfaces de glissement ne présentant pas de discontinuité de pression totale permet de traduire les conditions de RANKINE- HUGONOT sous forme géométrique, très agréable à utiliser pour déplacer les nappes. Une modélisation originale des surfaces de glissement est effectuée; elle consiste à construire celle-ci à l'aide d'un ensemble de bandes porteuses de répartitions uniformes de doublets. Cette technique permet de mener les calculs de vitesses sur la nappe sans avoir à introduire d'artifice numériques. L'algorithme d'équilibrage ainsi obtenu est très léger et assez efficace. Un procédé de reconstruction des surfaces à partir d'une interpolation du champ des vitesses assure une géométrie très régulière des surfaces de glissement au cours des itérations.

Bien que les enroulements serrés ne puissent être positionnés de manière satisfaisante, la forme générale des nappes obtenues est cohérente avec la réalité physique. En particulier, la structure enroulée est retrouvée.

Cette étude montre donc la faisabilité théorique et numérique d'un programme de singularités en écoulement stationnaire avec équilibrage de nappes, ainsi que sa compatibilité avec la nature réelle de l'écoulement autour d'un fuselage en incidence. Les limites de la méthode sont nettement mises en évidence, mais ses avantages sont dégagés. Les évolutions plus appliquées de tels programmes devraient constituer un outil intéressant pour les calculs d'avant-projets de corps fuselés en incidence.

ANNEXES

•

REFERENCES

BIBLIOGRAPHIQUES

•

FIGURES

ANNEXE 1.1 : EQUATION DE TRANSPORT DE LA CIRCULATION

Soit une courbe C dont chaque point suit un écoulement. L'évolution de la circulation Γ de la vitesse du fluide sur cette courbe évolue a priori dans le temps. La dérivée particulaire de la circulation prend alors la forme suivante:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\int_C \vec{u} \cdot d\vec{l} \right) = \int_C \frac{d\vec{u}}{dt} \cdot d\vec{l} + \int_C \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{|\vec{u}|^2}{2} \right) \cdot d\vec{l} \quad (\text{relation de transport linéique})$$

Sur une courbe C fermée et en introduisant l'équation de quantité de mouvement, il vient:

$$\begin{aligned} \frac{d\Gamma}{dt} &= \oint_C \frac{d\vec{u}}{dt} \cdot d\vec{l} = - \oint_C \frac{\overrightarrow{\text{grad}} p}{\rho} \cdot d\vec{l} + \oint_C \frac{\overrightarrow{\text{div}}(\overline{\tau})}{\rho} \cdot d\vec{l} \\ &= - \iint_S \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\overrightarrow{\text{grad}} p}{\rho} \right) \cdot \vec{n} \, dS + \iint_S \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\overrightarrow{\text{div}}(\overline{\tau})}{\rho} \right) \cdot \vec{n} \, dS \end{aligned}$$

Le terme rotationnel en pression de cette expression se développe selon l'expression suivante:

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\overrightarrow{\text{grad}} p}{\rho} \right) = \frac{\overrightarrow{\text{grad}} p \wedge \overrightarrow{\text{grad}} \rho}{\rho^2}$$

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\overrightarrow{\text{div}}(\overline{\tau})}{\rho} \right) = \frac{\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{div}}(\overline{\tau}))}{\rho} + \frac{\overrightarrow{\text{div}}(\overline{\tau}) \wedge \overrightarrow{\text{grad}} \rho}{\rho^2}$$

Le tenseur des contraintes vérifie (bien sûr):

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{div}}(\overline{\tau}) &= (\lambda + \mu) \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) + \mu \Delta \vec{u} \\ \text{donc} \quad \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{div}}(\overline{\tau})) &= \mu \Delta \vec{\omega} \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \overline{\tau} : \text{Tenseur des contraintes} \\ \vec{u} : \text{Vitesse} \\ \lambda \text{ et } \mu : \text{Coefficient de LAME} \\ (\mu : \text{viscosité dynamique}) \\ \vec{\omega} : \text{Rotationnel ('vorticity')} \end{array} \right\}$$

d'où l'expression finale:

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \oint_{C=\partial S} \vec{u} \cdot d\vec{l} = \iint_S \frac{\overrightarrow{\text{grad}} \rho \wedge \overrightarrow{\text{grad}} p}{\rho^2} \cdot \vec{n} \, dS + \iint_S \frac{\overrightarrow{\text{Div}}(\overline{\tau}) \wedge \overrightarrow{\text{grad}} \rho}{\rho^2} \cdot \vec{n} \, dS + \iint_S \nu \Delta \vec{\omega} \cdot \vec{n} \, dS$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} \Gamma : \text{Circulation de la vitesse sur C} \\ \overline{\tau} : \text{Tenseur des contraintes visqueuses} \\ p, \rho : \text{Pression et masse volumique} \\ \vec{\omega} = \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{V}) = \text{Vorticité au point d'intégration} \end{array} \right.$$

ANNEXE1.2 : FORMULE DE BRYSON : TRANSPORT DE LA CIRCULATION EN BIDIMENSIONNEL.

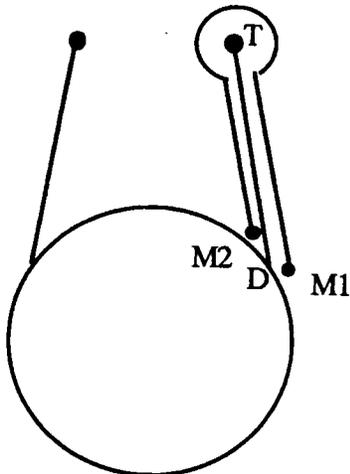
Dans une modélisation bidimensionnelle, la vérification des conditions de RANKINE - HUGONOT à travers une ligne de glissement sans discontinuité de pression génératrice conduit à :

$$\vec{u}^2 = \bar{u}^2$$

- Ceci conduit :
- Ou bien à une simple ligne de courant sans aucune discontinuité
 - Ou bien à un obstacle infiniment mince, contourné par le fluide en mouvement, qui n'a rien de physique.

Dans un écoulement bidimensionnel l'équilibrage d'une ligne de glissement sans saut de pression totale aboutit à une triviale ou n'a pas de sens physique. Or, si dans une modélisation la ligne de glissement ne délimite pas une zone fermée, il est possible de faire aboutir de part et d'autre de cette ligne des trajectoires provenant de l'infini amont. En fluide parfait ceci conduit à l'égalité des pressions totales de chaque côté de cette ligne. Il n'est donc pas possible de les modéliser par un "équilibrage". En bidimensionnel, seules les zones fermées peuvent faire l'objet d'un équilibrage leur permettant de vérifier les équations de RANKINE-HUGONOT.

On ne peut donc pas, dans une méthode des tranches équilibrer dans chaque section la configuration tourbillonnaire obtenue, puisqu'elle est "ouverte". Pour pallier cette lacune, BRYSON, propose de calculer l'influence de la nappe en concentrant sa circulation en un seul tourbillon ponctuel de circulation Γ .



D'après l'équation d'HELMHOLTZ, un tourbillon isolé (en 2D, fluide parfait) est à circulation constante. Bryson l'a donc relié à la paroi par une nappe fictive qui "alimente" le tourbillon en rotationnel à partir de la paroi, et qui n'a pas de circulation propre. La circulation Γ est alors calculée sur chaque section de M1 à M2

Le transport de la circulation le long du corps s'écrit alors (cf. annexe1.1):

$$\frac{d\Gamma}{dt} = \int_{M_1}^{M_2} \frac{d\vec{u}}{dt} \cdot d\vec{l} = - \int_{M_1}^{M_2} \frac{\text{grad} p}{\rho} \cdot d\vec{l} + \int_{M_1}^{M_2} \text{grad} \left(\frac{\vec{u}^2}{2} \right) \cdot d\vec{l}$$

D'où:

$$\dot{\Gamma} = -[P_2 - P_1] + \left[\frac{\vec{u}_2^2 - \vec{u}_1^2}{2} \right]$$

Le point de décollement est considéré comme point d'arrêt; le dernier terme du second membre est donc nul. Il vient donc:

$$\dot{\Gamma}(D) = - \left[\frac{P_2 - P_1}{\rho} \right] = - \frac{\Delta P}{\rho} \quad \text{variation de la circulation au point D}$$

Ce calcul peut être effectué non seulement en D mais en tout point de la nappe.

Il est alors possible de trouver la "force" appliquée sur celle-ci du fait de la variation de circulation:

$$\vec{F}_{\text{inst.}} = - \int_D^T \rho \dot{\Gamma}(M) \vec{n} dl \Leftrightarrow F_{\text{inst}} = -\rho \dot{\Gamma} [z_1 - z_0] \text{ car } \dot{\Gamma} \text{ est constant sur la section}$$

où z_1 et z_0 sont les affixes respectives des points D et T

BRYSON suppose que cette force (instationnaire) est compensée par la force appliquée sur le tourbillon T. Il suppose que toute la circulation est concentrée en T est donc que le théorème de JOUKOWSKI puisse s'appliquer directement sur T (ce qui est inexact si la nappe est une ligne de discontinuité). La force appliquée sur T est alors (classiquement) :

$F = -\rho \Gamma V$ où V est la vitesse de T dans l'écoulement d'où

$$F = -\rho \Gamma (W_1 - \dot{z}_1) \text{ où } \begin{cases} W_1 : \text{Vitesse de l'écoulement en T d'affixe } z_1 \\ \dot{z}_1 : \text{Vitesse du tourbillon ponctuel} \end{cases}$$

BRYSON suppose que l'équilibre de ce système impose l'égalité de ces deux efforts. Il aboutit alors à:

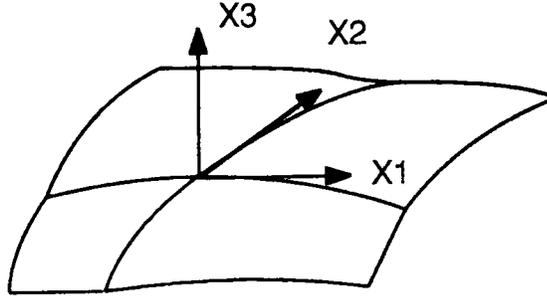
$$F = F_{\text{inst}} \Leftrightarrow -\rho \Gamma (W_1 - \dot{z}_1) = -\rho \dot{\Gamma} [z_1 - z_0]$$

D'où la formule de transport de BRYSON:

$$z_1 + \frac{\dot{\Gamma}}{\Gamma} [z_1 - z_0] = W_1$$

ANNEXE 2.1: Théorie des lignes de courant pariétales au voisinage d'un point singulier.

Nous étudions ici les lignes de courant pariétales au voisinage d'un point singulier O de coordonnées (a,b,0) dans la base (x1,x2,x3) définie par:



Le développement limité du champ des vitesses par rapport à X3 au voisinage d'un point singulier se met sous la forme:

$$\vec{V}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial \vec{V}(x_1, x_2, 0)}{\partial x_3} \cdot x_3 + \alpha(x_3) = \frac{\vec{\tau}(x_1, x_2)}{\mu} \cdot x_3 + \alpha(x_3)$$

Au voisinage de la paroi le vecteur vitesse est colinéaire avec le vecteur frottement pariétal τ (image de la normale à la surface par le tenseur des contraintes (visqueuses) à la paroi). Le changement de paramètre remplaçant le temps t par s défini par :

$$s = \frac{1}{\mu} \int_0^t x_3 dt_0$$

Permet de trouver une autre paramétrisation des trajectoires ce qui donne :

$$\frac{d\vec{x}}{ds} = \frac{\mu}{x_3} \vec{V}(\vec{x}) \Rightarrow \text{à la paroi} \left(\frac{d\vec{x}}{ds} \right)_P = \lim_{x_3 \rightarrow 0} \frac{\mu}{x_3} \vec{V}(\vec{x}) = \vec{\tau}$$

Les trajectoires à la paroi sont donc confondues avec les lignes de frottement. Nous étudions donc maintenant les lignes de frottement pariétal qui sont identiques aux lignes de courant pariétales.

Au voisinage d'un point singulier, le développement limité (au 1er ordre) du frottement pariétal prend la forme :

$$\begin{cases} \tau_1(x_1, x_2) = \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} (x_1 - a) + \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} (x_2 - b) \\ \tau_2(x_1, x_2) = \frac{\partial \tau_2}{\partial x_1} (x_1 - a) + \frac{\partial \tau_2}{\partial x_2} (x_2 - b) \end{cases}$$

Par commodité, nous prenons a=b=0. Ceci ne change strictement rien à la forme du résultat final.

Les lignes de frottement pariétales sont constamment tangentes au vecteur frottement pariétal (cf. définition annexe visualisations pariétales). Elles ont pour équation :

$$\frac{dx_1}{\tau_1} = \frac{dx_2}{\tau_2} = dt \quad t \text{ étant une paramétrisation admissible de la ligne de frottement.}$$

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \tau_1(x_1, x_2) = \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = \tau_2(x_1, x_2) = \frac{\partial \tau_2}{\partial x_1} x_1 + \frac{\partial \tau_2}{\partial x_2} x_2 \end{cases}$$

Dans ce dernier système x_1 et x_2 sont les coordonnées d'un point courant d'une ligne pariétale. Nous nous sommes ramenés à un système différentiel de la forme:

$$X' = A X \quad \text{où } A = \begin{pmatrix} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \tau_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \tau_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \tau_2}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

Nous prenons A comme un paramètre donné a priori. Nous cherchons alors la forme des lignes de frottement pariétales correspondantes. Dans ce qui suit : $t \in]-\infty; +\infty[$

Nous résolvons ce système suivant la nature de A (cf réf. ARNAUDIES):

-1- A est diagonalisable et à valeur propres réelles. Dans une base propre nous obtenons alors le système différentiel suivant:

$$\text{avec } \mu \text{ et } \lambda \text{ valeur propre réelles de A : } \begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \lambda x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = \mu x_2 \end{cases}$$

Nous nous plaçons maintenant dans une base propre de A. Dans cette base propre,

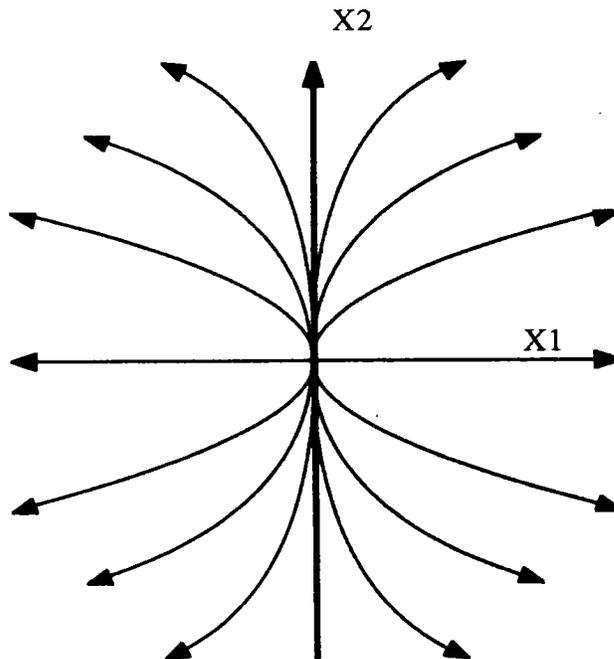
la solution de ce système est : $\begin{cases} x_1(t) = kx_1 e^{\lambda t} \\ x_2(t) = kx_2 e^{\mu t} \end{cases}$ où kx_1 et kx_2 sont des constantes arbitraires

Suivant la valeur de λ et μ , nous obtenons les réseaux suivants:

Si $\lambda\mu > 0, \lambda \neq \mu$

Ici $\lambda > 0$

Si le signe de λ change
l'orientation des courbes
s'inverse.

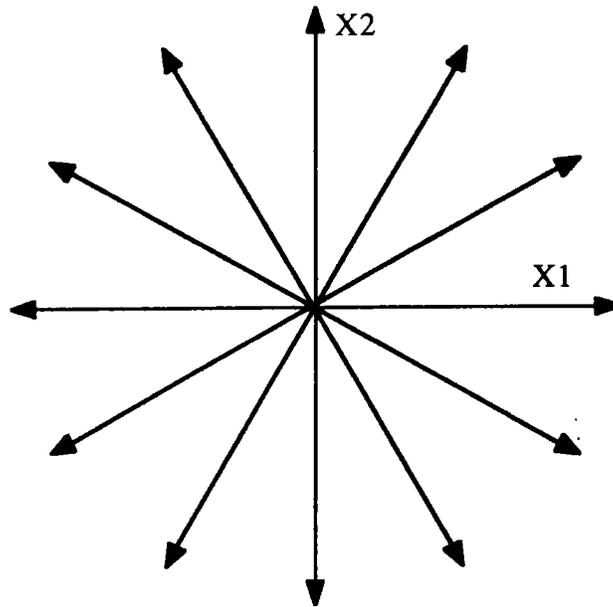


Nous avons affaire ici à un point singulier appelé nœud.

Si $\lambda = \mu$

Ici $\lambda > 0$

Si le signe de λ change
l'orientation des courbes
s'inverse.



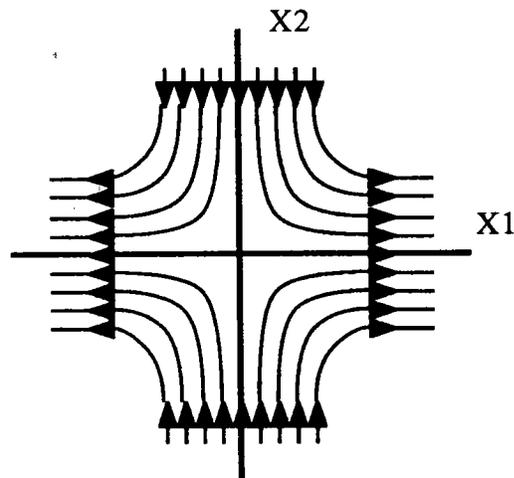
Dans ce cas on parle de nœud isotrope

Si $\lambda \mu < 0$

Ici : $\lambda > 0$ et $\mu < 0$

L'orientation des lignes s'inverse
avec le signe des paramètres.

Nous avons alors affaire à
un point selle ou point col.



-2- Si A est diagonalisable, mais à valeurs propres complexes (nécessairement conjuguées)

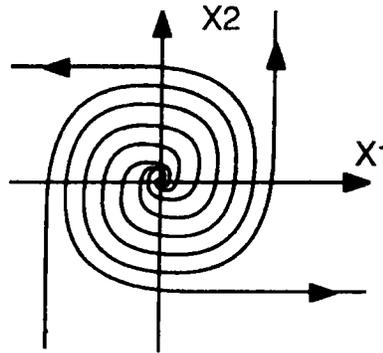
Nous avons $\lambda = \alpha + i\beta$; $\bar{\lambda} = \alpha - i\beta$. Le système est alors équivalent à : $z' = \lambda z$ donc $z = kz e^{\lambda t}$
 ce qui s'écrit encore : $z = kz e^{(\alpha+i\beta)t}$

Soit, en repassant en coordonnées x_i :

$$\begin{cases} x_1 = e^{\alpha t} (kx_1 \cos \beta t - kx_2 \sin \beta t) \\ x_2 = e^{\alpha t} (kx_1 \sin \beta t - kx_2 \cos \beta t) \end{cases}$$

Si $\alpha \neq 0$ nous avons des spirales logarithmiques de la forme:

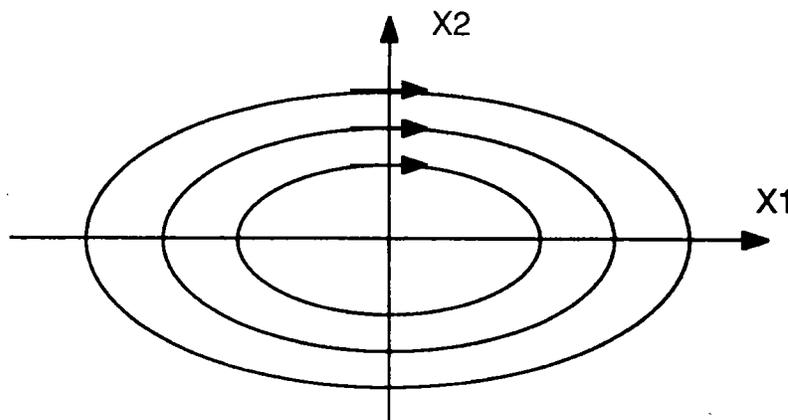
Il s'agit d'un foyer .
 Ici α est positif. L'orientation
 des lignes est inversée si $\alpha < 0$



Si $\alpha = 0$ nous obtenons des cercles ou des ellipses d'équation :

$$\begin{cases} x_1 = kx_1 \cos \beta t - kx_2 \sin \beta t \\ x_2 = kx_1 \sin \beta t - kx_2 \cos \beta t \end{cases}$$

Dans ce cas on parle alors de point centre pour qualifier le point singulier.



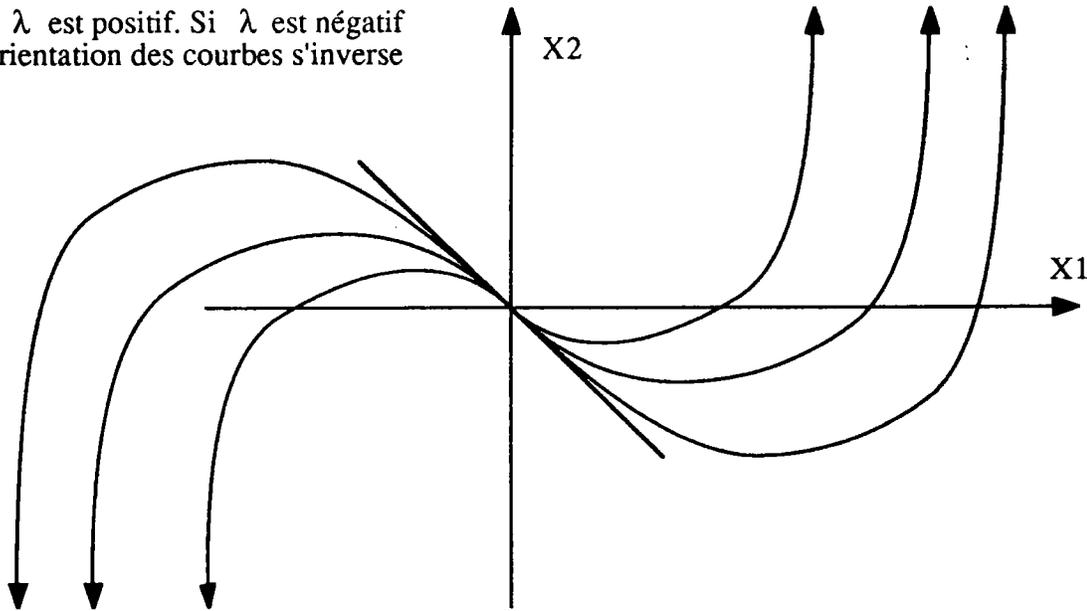
-3- Si A est non-diagonalisable. Ces valeurs propres sont réelles puisque égales et conjuguées à la fois. D'après le théorème de trigonalisation, il existe une base où A prend la forme:

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ \mu & \lambda \end{pmatrix} \text{ et } \mu \neq 0$$

Alors $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \lambda x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = \mu x_1 + \lambda x_2 \end{cases}$ la solution de ceci est : $\begin{cases} x_1 = kx_1 e^{\lambda t} \\ x_2 = (kx_2 + \mu t kx_1) e^{\lambda t} \end{cases}$

La configuration géométrique alors obtenue a l'aspect suivant:

Ici λ est positif. Si λ est négatif l'orientation des courbes s'inverse



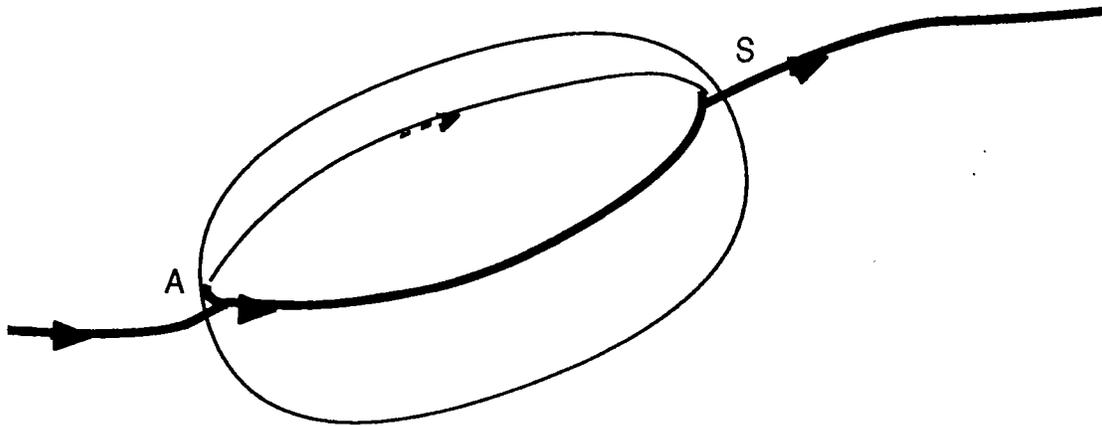
Il s'agit là d'un nœud

En conclusion, cette étude met en évidence trois sortes de points singuliers les nœuds, les foyers et les cols (points selles). Les représentations géométriques tracées plus haut utilisent des bases propres orthogonales. Ceci n'est absolument pas général. Les bases propres du système sont a priori quelconques, ce qui donne des structures déformées par rapport à celles représentées plus haut. Il est de plus à noter que cette démonstration est locale. Elle ne donne en particulier aucun renseignement sur la combinaison de ces différents points dans un écoulement. Celà va être le rôle de la topologie.

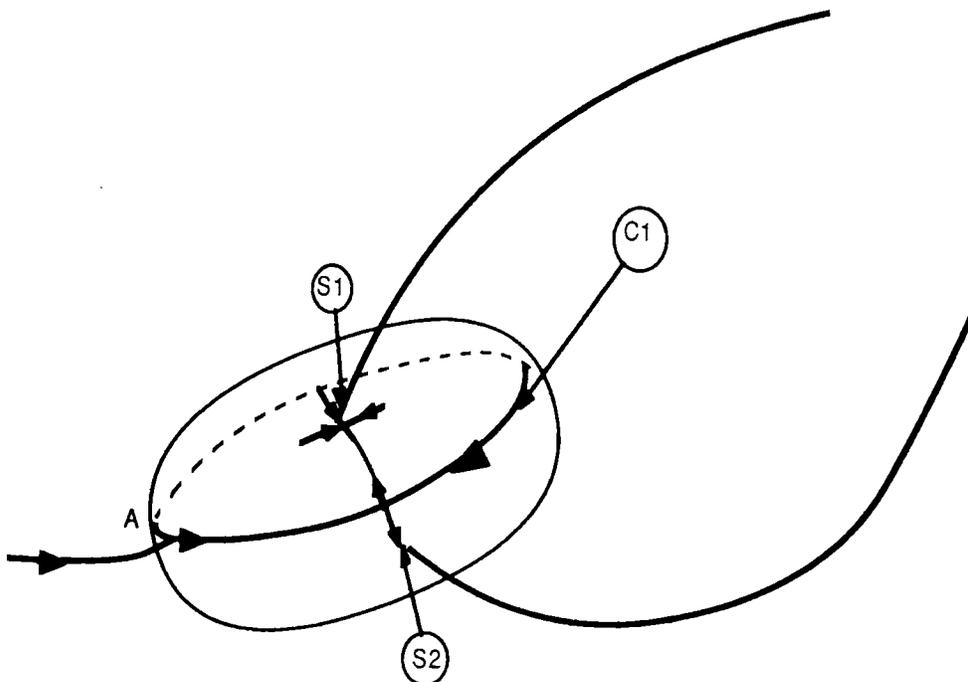
ANNEXE 2.2: ETABLISSEMENT "INTUITIF" DE LA LOI TOPOLOGIQUE DES ECOULEMENTS PARIETAUX

Soit un corps régulier i.e. ne présentant pas de singularité géométrique (pas de pointe ni culot). Considérons le au sein d'un écoulement ; il possède au moins un point d'arrêt. L'écoulement issu de ce point reste à la paroi. Par continuité il faut qu'il quitte la paroi en un point de séparation, au moins.

Plaçons nous tout d'abord dans ce cas à 1 nœud d'attachement A et un seul nœud de séparation S:

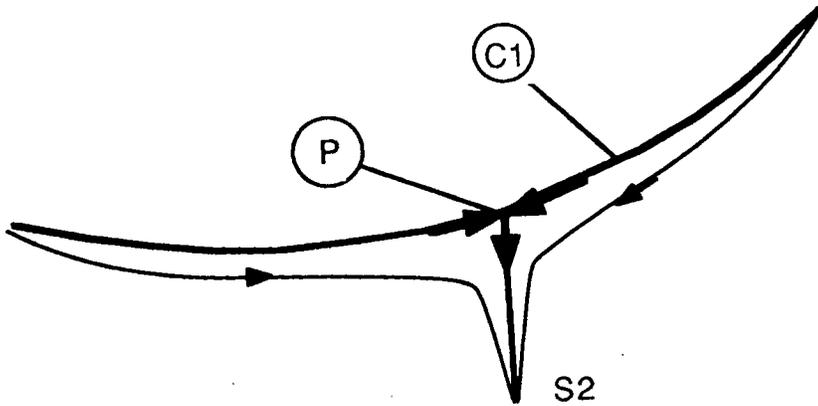


Nous effectuons maintenant un raisonnement qui ne correspond pas à une réalité physique mais à une nécessité topologique; il permet ainsi de démontrer la loi recherchée. Si nous rajoutons un second nœud de séparation à la paroi, l'écoulement a maintenant le choix entre deux points de séparation S1 et S2:

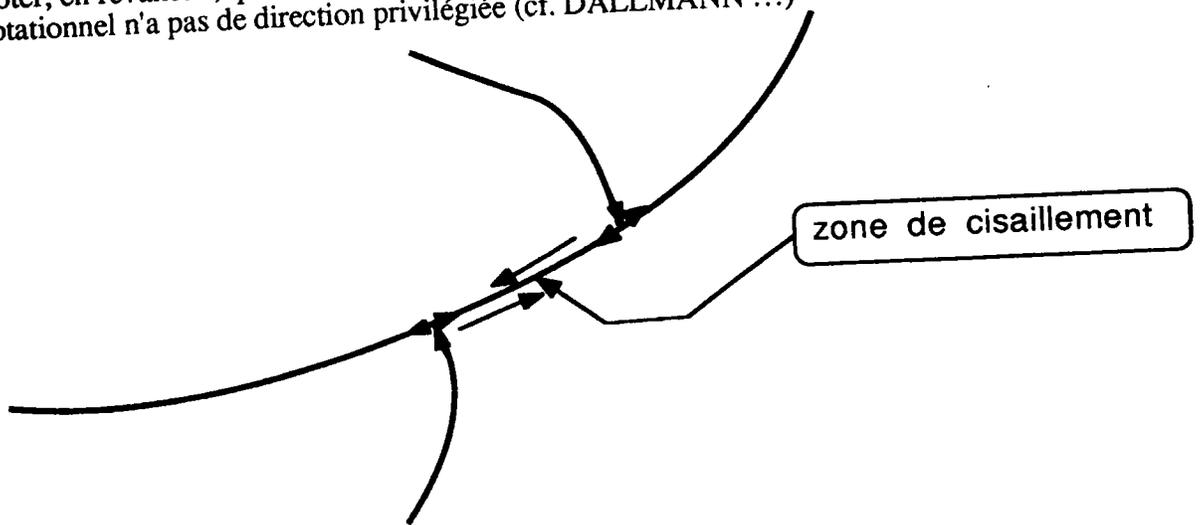


Il est alors nécessaire de séparer en deux le réseau des lignes de courant issues de A. Cette lignes de partage des eaux C1 passe par A. De plus, une particule fluide longeant C1 sur le

Les particules longent C1 dans les deux sens, ceci implique qu'en un endroit de C1 il y ait un point P du type "demi-col" illustré ci dessous:



De même de l'autre côté de la courbe C1, On peut également construire un autre "demi-point selle" P'. Si P' et P n'étaient pas confondus, on aurait la possibilité d'un cisaillement sur la surface de part et d'autre de C1. Ceci impliquerait que le rotationnel ne soit plus tangent à la surface ce qui est contraire aux lois de la couche limite à la paroi. Il est à noter, en revanche, que cette configuration n'est pas impossible dans un sillage où le rotationnel n'a pas de direction privilégiée (cf. DALLMANN ...)



Donc les point P et P' sont nécessairement confondus en un seul point selle C sur C1.

On constate que dans les deux cas exposés ci-dessus, on vérifie la loi:

$$N - S = 2 \quad \text{où } N = \text{Nombre de nœuds} \\ S = \text{Nombre de points selles.}$$

On peut réitérer ce rajout d'un point de séparation autant de fois qu'on le désire et formuler exactement le même raisonnement que ci-dessus. On démontre ainsi par récurrence que l'ajout d'un point de séparation entraîne nécessairement, celui d'un point selle.

De même l'ajout d'un point d'attachement engendre par un raisonnement analogue un nouveau point selle. On montre donc par récurrence la loi :

$$N - S = 2 \quad \text{où } N = \text{Nombre de nœuds} \\ S = \text{Nombre de points selles.}$$

ANNEXE 2.3 : LE CRITERE DE LIGHTHILL-LEGENDRE ET SES LIMITES

La loi fondamentale de la topologie des écoulements pariétaux implique que le fluide à la paroi d'un obstacle contourne la ligne de séparation et ne quitte la surface du corps qu'en un ensemble discret de points singuliers.

Le nombre minimal de points singuliers est deux (cf. annexe 2.2); il se distingue alors à la paroi:

- Un nœud d'attachement,
- Un nœud de séparation.

LIGHTHILL et LEGENDRE prennent cette structure comme référence d'un écoulement non-décollé. Ils énoncent ainsi: "Un écoulement tridimensionnel autour d'un obstacle est séparé si le spectre pariétal sur ce corps présente plus de deux points singuliers" (critère de LIGHTHILL).

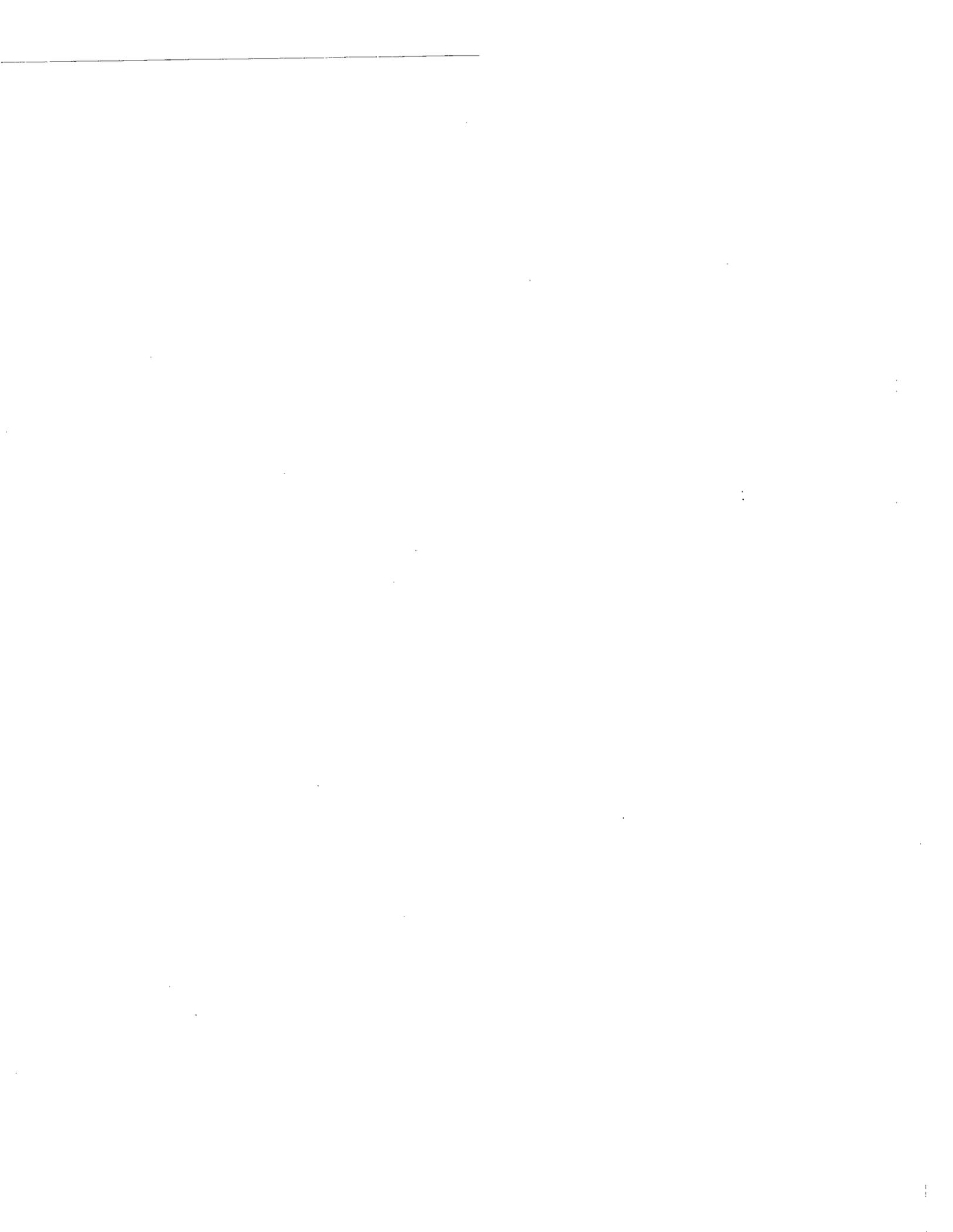
Si la loi $N-S=2$ s'applique, cette proposition équivaut à la création d'un point selle lors de l'apparition d'une séparation. Ceci conduit à utiliser souvent ce corollaire du critère de LIGHTHILL-LEGENDRE, qui associe l'apparition d'un décollement à la création d'un point selle. Les structures vérifiant ce second critère font apparaître une ligne de séparation qui débute en un col. De part et d'autre de ce point initial se développent deux lignes de séparation qui aboutissent, chacune, à un nœud de séparation. Ce sont en fait les structures fermées "classiques" (cf. fig. 2.5 et fig.2.7). A priori seules les séparations de ce type semblent remplir le critère de LIGHTHILL-LEGENDRE;

Cependant WU (cf § 2.4.5) montre que l'existence d'un point singulier d'ordre deux permet de justifier une séparation ouverte dont l'origine est également un point critique. Dans ces conditions, le critère de LIGHTHILL-LEGENDRE se trouve encore vérifié puisqu'un point singulier supplémentaire est introduit lors de l'apparition du décollement.

En fait, si l'on considère ce point à la fois comme un col et un nœud, la loi $N-S=2$ reste satisfaite.

Le critère de LIGHTHILL-LEGENDRE peut donc être généralisé à des séparations ouvertes associées à un point singulier d'ordre deux.

Seule, la séparation ouverte provenant d'une bifurcation supercritique de l'écoulement échappe à ce critère. En effet, elle n'introduit pas de point singulier nouveau lors de son établissement, mettant en défaut le critère de LIGHTHILL-LEGENDRE. Toutefois ce type de séparation est délicate à justifier. Une telle structure semble exiger que les enroulements d'extrados soient créés tangentiellement à la paroi ce qui est impossible (cf. fin annexe 2.5).



ANNEXE 2.4 : Forme d'un tube de courant au voisinage de la paroi

Le raisonnement suivant n'est valable qu'au voisinage immédiat d'une paroi. Il évalue l'évolution de la hauteur d'un tube de courant. Si X_3 est la coordonnée normale à la paroi, les vitesses s'écrivent alors :

$$\begin{cases} U_1 = \frac{\partial U_1}{\partial x_3} x_3 = \tau_1 \frac{x_3}{\mu} \\ U_2 = \frac{\partial U_2}{\partial x_3} x_3 = \tau_2 \frac{x_3}{\mu} \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} U_1 : \text{Composantes de la vitesse } \vec{V} \\ \mu : \text{Viscosité dynamique} \end{cases}$$

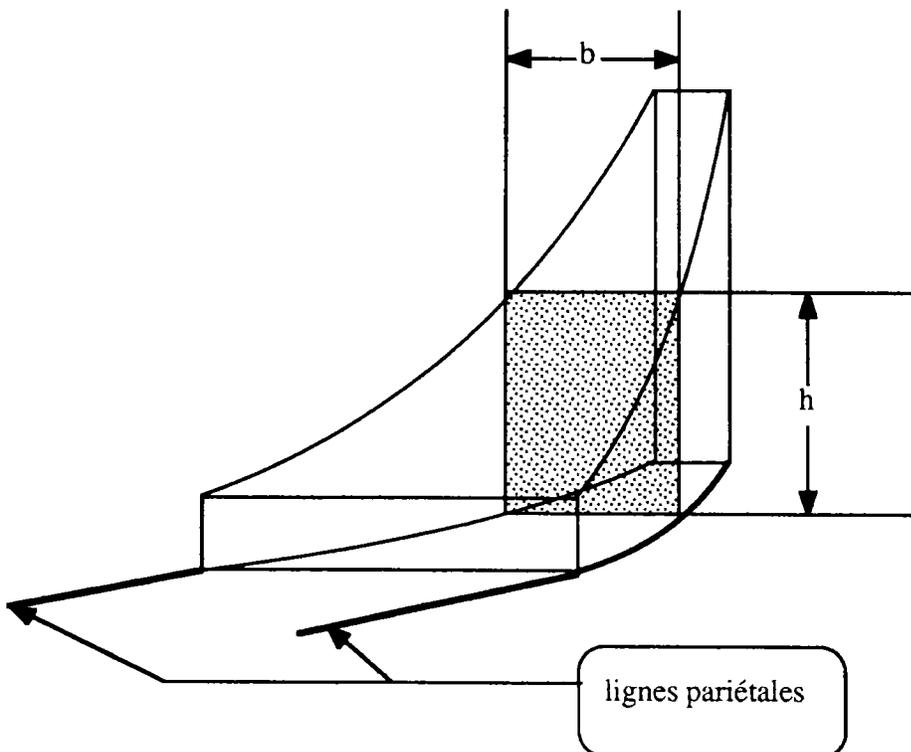
τ_1 et τ_2 sont les composantes, dans le plan tangent à la paroi, du vecteur frottement pariétal défini par:

$$\vec{\tau} = \tau \cdot \vec{n} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \tau : \text{Tenseur des contraintes visqueuses à la paroi} \\ \vec{n} : \text{Normale à la paroi} \end{cases}$$

On a donc le frottement pariétal $\tau_p = \sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2}$ alors : $\left| \vec{V}(x_3) \right| = \tau_p \frac{x_3}{\mu}$

On constate donc que, dans un domaine très proche de la paroi, la vitesse évolue de façon linéaire avec X_3 (au 1er ordre).

Soit un tube de courant rectangulaire dont la base est constituée de deux lignes pariétales.



On suppose que ce tube laisse passer un débit q_m alors :

$$q_m = \rho b h \bar{V} \quad \text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho : \text{Masse volumique} \\ b : \text{Largeur locale du tube} \\ h : \text{Hauteur locale du tube.} \\ \bar{V} : \text{Vitesse moyenne dans le tube} \end{array} \right.$$

$$\text{avec } \bar{V} = \frac{1}{h} \int_0^h \left\| \overrightarrow{V(x_3)} \right\| dx_3 \quad \text{on suppose que } \tau_i \approx \text{cstes}$$

Il vient alors:

$$\bar{V} = \frac{1}{h} \frac{\tau_p}{\mu} \frac{h^2}{2} = \frac{\tau_p}{\mu} \frac{h}{2}$$

La hauteur h de ce tube de courant est donc :

$$h = \sqrt{\frac{q_m \mu}{\rho} \cdot \frac{1}{b \tau_p}} = \frac{K(\rho)}{\sqrt{b \tau_p}}$$

$$\text{où} \quad \left\{ \begin{array}{l} K(\rho) : \text{fonction de } \rho \\ \tau_p : \text{frottement pariétal} \\ b : \text{Largeur du tube de courant} \end{array} \right.$$

Cette théorie a été largement reprise par de nombreux auteurs après LEGENDRE. Néanmoins, on constate qu'elle reste assez approchée. La linéarisation de la vitesse limite l'étude au voisinage immédiat de la paroi. Cette linéarisation impose donc à h de rester faible, ce qui n'est pas le cas, a priori, lors du décollement. Mais elle a le mérite d'être très simple et de permettre de raisonner qualitativement sur les lignes de courant, sans calcul de τ_p .

ANNEXE 2.5: Calcul de l'expression dX/ds

Le but de cette annexe est d'exposer les calculs conduisant à l'expression du développement limité à l'ordre 1 de dX/ds en fonction de la pression et du frottement pariétal. Cette démarche comporte six points:

- Décomposition du développement limité en partie tangentielle et normale.
- Valeur du tenseur des contraintes visqueuses à la paroi ; introduction du vecteur frottement
- Calcul à la paroi du terme $\partial^2 V_3 / \partial X_3^2$ en fonction du frottement.
- Calcul de la dérivée normale de V_3 à la paroi.
- Ecriture de l'équation de STOKES expression de la dérivée normale de la vitesse à la paroi
- Utilisation dans le développement limité ; expression finale.

A partir de l'expression obtenue, il est possible de généraliser la méthode développée annexe 2.1 et de donner une image tridimensionnelle de l'écoulement au voisinage d'un point singulier.

Le repère (e_i) utilisé pour ce calcul est le repère de Darboux associé à la ligne de séparation à la surface du corps. C'est un repère orthonormé avec:

$$\vec{e}_1 = \frac{\vec{\tau}}{|\vec{\tau}|} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{e}_1 : \text{Premier vecteur de la base} \\ \vec{\tau} : \text{Vecteur frottement pariétal, dernière colonne du tenseur des contraintes visqueuses à la paroi (suivant la normale).} \end{cases}$$

Les coordonnées x_i utilisées ici sont les coordonnées indépendantes. Le vecteur X est la position du point courant par rapport à l'origine, située à la paroi.

• Décomposition du développement limité en partie tangentielle et normale.

La vitesse V peut faire l'objet d'un développement limité à la paroi, mais cette démarche ne permet pas de relier son comportement à des grandeurs pariétales. De plus x_3 , composante normale à la paroi, joue un rôle particulier puisqu'elle se met en facteur de l'expression. Il est plus intéressant d'étudier le comportement de $\mu V/x_3$.

Si l'on effectue un développement limité selon cette seule variable x_3 , il vient:

$$\vec{V}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x_3}(x_1, x_2, 0) \cdot x_3 + \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2}(x_1, x_2, 0) \cdot \frac{x_3^2}{2} + o(|x_3|^3)$$

Compte tenu de la condition d'adhérence cette équation devient:

$$\vec{V}(x_1, x_2, x_3) = \frac{\partial \vec{V}}{\partial x_3}(x_1, x_2, 0) \cdot x_3 + \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2}(x_1, x_2, 0) \cdot \frac{x_3^2}{2} + o(|x_3|^3)$$

Multiplions par μ/x_3 :

$$\mu \frac{\vec{V}(x_1, x_2, x_3)}{x_3} = \mu \frac{\partial \vec{V}}{\partial x_3}(x_1, x_2, 0) + \mu \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2}(x_1, x_2, 0) \cdot \frac{x_3}{2} + o(|x_3|)$$

ce qui implique:

$$\mu \frac{\vec{V}(x_1, x_2, x_3)}{x_3} = \vec{\tau} + \mu \frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2}(x_1, x_2, 0) \cdot \frac{x_3}{2} + o(|x_3|)$$

Cette expression permet de déterminer la limite de $\mu V/x_3$ à la paroi :

$$\boxed{\left(\mu \frac{\vec{V}}{x_3}\right)_{(x_1, x_2, 0)} = \vec{\tau}} \quad \text{où } \vec{\tau} : \text{Vecteur frottement pariétal}$$

La justification, de l'expression du frottement pariétal est développée plus loin.

Etudions maintenant le développement limité de $\mu V/x_3$ dans les trois dimensions au premier ordre . On obtient :

$$\mu \cdot \frac{\vec{V}}{x_3} = \vec{\tau} + \overrightarrow{\text{Grad}}\left(\mu \cdot \frac{\vec{V}}{x_3}\right) \cdot \vec{x} + o(|\vec{x}|)$$

où \vec{x} est la position du point courant par rapport à l'origine à la paroi

Le gradient peut se décomposer en un terme utilisant les dérivées à la paroi et en une composante normale à celle-ci. Il se présente alors sous la forme:

$$\boxed{\overrightarrow{\text{Grad}}\left(\mu \cdot \frac{\vec{V}}{x_3}\right) \vec{x} = \overrightarrow{\text{Grad}}_{\pi}\left(\mu \cdot \frac{\vec{V}}{x_3}\right) \cdot \vec{x}_p + \frac{\partial}{\partial x_3}\left(\mu \cdot \frac{\vec{V}}{x_3}\right) \cdot x_3 + o(|\vec{x}|)}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\text{Grad}}_{\pi} : \text{Restriction du gradient au plan tangent à la paroi} \\ \text{Il s'agit des deux premières colonnes du tenseur gradient} \\ \vec{x}_p : \text{Projection de } \vec{x} \text{ à la paroi} \\ o(|\vec{x}|) : \text{Notation de Landau "négligeable devant } |\vec{x}| \text{ "} \end{array} \right.$

L'intérêt de cette décomposition réside dans le fait que les dérivées de Grad_{π} étant calculées par rapport à x_1 et x_2 , on peut remplacer $\overrightarrow{\text{Grad}}_{\pi}\left(\mu \cdot \frac{\vec{V}}{x_3}\right) \cdot \vec{x}$ par $\overrightarrow{\text{Grad}}_{\pi} \vec{\tau} \cdot \vec{x}$ à la paroi.

Pour expliciter le terme normal, on utilise le développement limité en x_3 effectué plus haut. Il vient alors:

$$\frac{\partial}{\partial x_3} \left[\mu \frac{\vec{V}(x_1, x_2, x_3)}{x_3} \right] = \frac{\partial}{\partial x_3} [\vec{\tau}_p] + \frac{\partial}{\partial x_3} \left[\mu \left(\frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2} \right)_p \cdot \frac{x_3}{2} \right] + o(|x_3|)$$

comme les valeurs à la paroi (indicées "p") ne dépendent pas de x_3 on a:

$$\frac{\partial}{\partial x_3} \left[\mu \frac{\vec{V}(x_1, x_2, x_3)}{x_3} \right] = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2} \right)_p$$

On aboutit finalement à:

$$\mu \frac{\vec{V}}{x_3}(x_1, x_2, x_3) = \vec{\tau}_p + \text{Grad}_\pi(\vec{\tau}) \cdot \vec{x}_p + \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2} \right)_p \cdot x_3 + o(\|\vec{x}\|)$$

où

- $\vec{\tau}_p$: Vecteur frottement à la paroi
- $\vec{\tau}$: Vecteur frottement, 3ème colonne du tenseur des contraintes visqueuses
- \vec{x}_p : Projection du vecteur position sur le plan tangent à la paroi en $P=(0,0,0)$
- Grad_π : Restriction du gradient calculé suivant les coordonnées x_1 et x_2 en P
- $\left(\frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2} \right)_p$: Dérivée seconde de la vitesse à la paroi au point P

Il ne reste plus qu'à expliciter ces deux termes. Nous exprimons d'abord le second terme (dérivée de la vitesse) en fonction du frottement τ grâce aux équations de STOKES et de continuité.

• Valeur du tenseur des contraintes visqueuses à la paroi : introduction du vecteur frottement.

Nous écrivons la loi de comportement newtonnien en incompressible:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= \mu \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) + \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \right] \\ &= \mu \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{v_j}{h_j} \frac{\partial h_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{v_i}{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial x_j} \right] \end{aligned}$$

où $\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)$ et $\left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$ sont les composantes en (1,3) et (3,1) du gradient de vitesse
Compte tenu de la condition d'adhérence:

$$(v_i)_p = 0 \text{ et } \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right)_p = 0, \text{ pour } j=1,2 ; \text{ l'indice "p" signifiant "à la paroi"}$$

Dans ces conditions, seuls les termes τ_{i3} restent non nuls à la paroi. On peut donc ramener l'étude à celle du vecteur frottement pariétal τ , égal à la troisième colonne du tenseur des contraintes. On a alors:

$$\begin{aligned} \tau_i &\equiv \tau_{i3} = \mu \left[\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_3} \right) + \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_i} \right) \right] \text{ pour } i=1,2,3 \\ &= \mu \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_i} - \frac{v_i}{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial x_3} \right] \quad (h_3 = 1) \end{aligned}$$

où $\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_3} \right)$ et $\left(\frac{\partial v_3}{\partial x_i} \right)$ sont les composantes en (1,3) et (3,1) du gradient de vitesse

En introduisant la condition d'adhérence dans cette équation, il vient :

$$\vec{\tau} = \mu \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial x_3} \right)_p$$

• Calcul à la paroi du terme $\partial^2 V_3 / \partial X_3^2$ en fonction du frottement.

En dérivant à la paroi la loi de comportement générale, écrite plus haut, par rapport à X_3 , on explicite la dérivée normale du vecteur frottement pariétal :

$$\frac{\partial \tau_i}{\partial x_3} = \mu \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3 \partial x_i} - \frac{1}{h_i} \frac{\partial v_i}{\partial x_3} \frac{\partial h_i}{\partial x_3} - v_i \frac{\partial}{\partial x_3} \left[\frac{1}{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial x_3} \right] \right)$$

pour $i=1 \text{ à } 3$, à la paroi $\frac{\partial v_3}{\partial x_i} = 0$ uniformément à la paroi et $v_i = 0$; il vient alors:

$$\frac{\partial \tau_i}{\partial x_3} = \mu \left(\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2} - \frac{1}{h_i} \frac{\partial v_i}{\partial x_3} \frac{\partial h_i}{\partial x_3} \right)$$

ce qui s'écrit encore sachant que : $\tau_i = \mu \frac{\partial v_i}{\partial x_3}$:

$$\mu \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_3^2} = \frac{\partial \tau_i}{\partial x_3} + \tau_i \frac{1}{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial x_3}$$

• Calcul de la dérivée normale de V_3 à la paroi.

Dans le repère choisi l'équation de continuité s'écrit:

$$\begin{aligned} \text{div } \vec{V} &= \frac{1}{h_1 h_2} \left(\frac{\partial h_2 v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial h_1 v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial h_1 h_2 v_3}{\partial x_3} \right) = 0 \\ &= \frac{v_1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} + \frac{v_2}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} + v_3 \frac{\partial h_1 h_2}{\partial x_3} = 0 \end{aligned}$$

où $\left\{ \begin{array}{l} v_i : \text{Composantes du vecteur } \vec{V} \\ h_i : \text{Eléments métriques } (h_i = \sqrt{g_{ii}} \text{ avec } g_{ij} \text{ tenseur métrique}), \text{ ici } h_3 = 1 \\ x_i : \text{Coordonnées indépendantes dans le repère curviligne } (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3) \end{array} \right.$

Compte tenu de la condition d'adhérence, cette expression devient à la paroi:

$$\left(\frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right)_p = 0$$

• Equation de STOKES ; Expression de la dérivée seconde en X_3 de la vitesse à la paroi

Les équations de STOKES s'écrivent:

$$\overrightarrow{\text{div}}_d(\vec{\tau}) = \overrightarrow{\text{grad}} p \quad \text{où} \quad \begin{cases} p : \text{pression} \\ \vec{\tau} : \text{Tenseur des contraintes visqueuses} \\ \overrightarrow{\text{div}}_d(\vec{\tau}) = C_i \vec{e}_i : \text{Divergence de } \tau \end{cases}$$

Cette équation se développe en utilisant les propriétés des coordonnées curvilignes. Du fait de la condition d'adhérence, les termes du tenseur des contraintes sont nuls sauf sur la troisième colonne. En ne conservant que ces termes et en utilisant la définition du vecteur frottement pariétal $\tau_i \equiv \tau_{i3}$, les composantes C_i de la divergence s'écrivent alors (cf LUNEAU BONNET pp 501-511):

$$C_1 = \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial \tau_1 h_1 h_2}{\partial x_3} + \frac{\tau_1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial x_3}$$

$$C_2 = \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial \tau_2 h_1 h_2}{\partial x_3} + \frac{\tau_2}{h_{12}} \frac{\partial h_2}{\partial x_3}$$

$$C_3 = \frac{\partial \tau_3}{\partial x_3}$$

En utilisant les propriétés métriques des surfaces, on introduit les courbures, données (en repère orthogonal) par :

$$b_{ij} = \frac{1}{h_j} \frac{\partial \vec{e}_3}{\partial x_j} \cdot \vec{e}_i \quad \text{pour } i=1,2$$

en utilisant les formules de dérivation dans le trièdre de DARBOUX, il vient :

$$b_{11} = -\frac{1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial x_3} ; \quad b_{22} = b_{12} = b_{21} = -\frac{1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_3}$$

En explicitant les C_i dans les équations de STOKES nous obtenons à la paroi:

$$\frac{\partial \tau_1}{\partial x_3} + \tau_1 \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_3} + 2 \cdot \frac{1}{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial x_3} \right) = \frac{1}{h_1} \frac{\partial p}{\partial x_1}$$

$$\frac{\partial \tau_2}{\partial x_3} + \tau_2 \left(\frac{1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_3} + 2 \cdot \frac{1}{h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_3} \right) = \frac{1}{h_2} \frac{\partial p}{\partial x_2}$$

$$\frac{\partial \tau_3}{\partial x_3} + \quad \quad \quad = \frac{1}{h_3} \frac{\partial p}{\partial x_3}$$

En introduisant la courbure $K=b_{11}+b_{22}$ (double de la courbure moyenne), il vient enfin à la paroi:

$$\frac{\partial \tau_i}{\partial x_3} + \tau_i \frac{1}{h_i} \frac{\partial h_i}{\partial x_3} = K \tau_i + \frac{1}{h_i} \frac{\partial p}{\partial x_i}$$

En comparant cette expression avec la dérivée seconde normale de V , déjà explicitée plus haut, on trouve à la paroi:

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \vec{V}}{\partial x_3^2} \right)_p = K \vec{\tau} + \overrightarrow{\text{grad}p}$$

• Utilisation dans le développement limité : expression finale.

Le développement limité de dX/ds se met alors sous la forme:

$$\mu \frac{\vec{V}}{x_3}(x_1, x_2, x_3) = \vec{\tau}_p + \overrightarrow{\text{Grad}_\pi(\vec{\tau})} \cdot \vec{x}_p + \frac{1}{2} \mu (K \vec{\tau} + \overrightarrow{\text{grad}p}) \cdot x_3 + o(\|\vec{x}\|)$$

- où
- $\vec{\tau}_p$: Vecteur frottement à la paroi
 - $\vec{\tau}$: Vecteur frottement, 3ème colonne du tenseur des contraintes visqueuses
 - \vec{x}_p : Projection du vecteur position sur le plan tangent à la paroi en $P=(0,0,0)$
 - $\overrightarrow{\text{Grad}_\pi}$: Restriction du gradient calculé suivant les coordonnées x_1 et x_2 en P
 - $\overrightarrow{\text{grad}p}$: Gradient de pression à la paroi
 - K : Double de la courbure moyenne locale de la paroi

Ce qui nous donne la relation recherchée:

$$\frac{d\vec{x}}{ds}(M) = \vec{\tau}_p + \overrightarrow{A(P)} \cdot \vec{x} + o(\|\vec{x}\|) \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{\tau}(P) : \text{Vecteur frottement pariétal} \\ \overrightarrow{A(P)} : \text{Gradient de vitesse simplifié à la paroi} \\ \alpha(.) : \text{Notation de Landau "négligeable devant"} \end{cases}$$

avec A donné par:

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{\tau_{1,1}}{h_1} & \frac{\tau_{1,2}}{h_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{p_{,1}}{h_1} + K \tau_1 \right) \\ \frac{\tau_{2,1}}{h_1} - \frac{h_{1,2}}{h_1 h_2} \tau_1 & \frac{\tau_{2,2}}{h_2} - \frac{h_{2,1}}{h_1 h_2} \tau_1 & \frac{1}{2} \left(\frac{p_{,2}}{h_2} + K \tau_2 \right) \\ b_{11} \tau_1 & b_{12} \tau_1 & \frac{p_{,3}}{2} \end{pmatrix}$$

en utilisant le fait que dans le repère choisi $\vec{\tau} = (\tau, 0, 0)$ et $\tau_{2,1} = 0$ on aboutit à:

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{\tau_{1,1}}{h_1} & \frac{\tau_{1,2}}{h_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{p_{,1}}{h_1} + K \tau_1 \right) \\ - \frac{h_{1,2}}{h_1 h_2} \tau_1 & \frac{\tau_{2,2}}{h_2} - \frac{h_{2,1}}{h_1 h_2} \tau_1 & \frac{1}{2} \frac{p_{,2}}{h_2} \\ b_{11} \tau_1 & b_{12} \tau_1 & \frac{p_{,3}}{2} \end{pmatrix}$$

Il est intéressant d'écrire cette matrice au voisinage d'un point singulier. On obtient alors:

$$A = (a_{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{\tau_{1,1}}{h_1} & \frac{\tau_{1,2}}{h_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{p_{,1}}{h_1} + K \tau_1 \right) \\ \frac{\tau_{2,1}}{h_1} & \frac{\tau_{2,2}}{h_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{p_{,2}}{h_2} + K \tau_2 \right) \\ 0 & 0 & \frac{p_{,3}}{2} \end{pmatrix}$$

Cette expression utilise un repère quelconque dont la dernière coordonnée est normale à la paroi. On peut alors écrire le système:

$$\frac{d\vec{x}}{ds} = A \vec{x}$$

Sa restriction au plan tangent redonne le système de l'annexe 2.1 (aux termes de courbure près). La restriction de A au plan tangent à la surface est définie. Le plan vectoriel associé est donc invariant par A. Ce plan contient donc deux vecteurs propres de A (si elle est diagonalisable). La troisième valeur propre est $1/2 \cdot \partial P / \partial X_3$. Nécessairement, son vecteur propre associé n'appartient pas au plan tangent.

De plus si l'on dérive par rapport à X_3 l'équation de continuité à la paroi en un point singulier ($\tau=0$), on obtient en utilisant la troisième équation de STOKES:

$$\frac{\partial P}{\partial x_3} = \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \tau_2}{\partial x_2} \right)$$

La trace de la matrice A est donc donnée par:

$$\text{Tr}(A) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \tau_2}{\partial x_2} + \frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial x_3} = -\frac{1}{2} \frac{\partial P}{\partial x_3}$$

$$\text{on en déduit : } \lambda_1 + \lambda_2 = -2 \lambda_3$$

Ces propriétés permettent de caractériser la troisième composante de l'écoulement, qui est ainsi parfaitement défini au voisinage d'un point singulier. Si nous reprenons les cas principaux de l'annexe 2.1 on trouve:

• si λ_1 et λ_2 sont réelles et $\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$ le point singulier est un nœud. Les trajectoires ont alors comme équation au voisinage du point critiques (généralisation de 2.1):

$$\begin{cases} x_1(t) = kx_1 e^{\lambda_1 t} \\ x_2(t) = kx_2 e^{\lambda_2 t} \text{ où } kx_1, kx_2 \text{ et } kx_3 \text{ sont des constantes arbitraires} \\ x_3(t) = kx_3 e^{\lambda_3 t} \end{cases}$$

Le signe de λ_3 est d'après la formule encadrée ci-dessus opposé au signe des deux autres valeurs propres. L'écoulement obtenu correspond donc bien à un attachement si λ_1 et λ_2 sont positifs, l'écoulement approche la paroi tangentiellement à la direction propre de λ_3 . Si le signe de λ_1 et λ_2 change, on obtient un nœud de séparation où l'écoulement quitte la paroi suivant la direction associée à λ_3 .

• si λ_1 et λ_2 sont réelles et $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$ le point singulier est un col ou point selle. On constate alors que l'orientation de la ligne suivant la direction propre non-tangente à la paroi est positive ou négative selon la valeur de $\lambda_1 + \lambda_2$. On constate toutefois que deux des valeurs propres ont nécessairement un signe opposé à la dernière. Si on considère les restriction de l'écoulement dans les 3 plans propres, on a alors deux plans dans lesquels l'écoulement présente un point selle (ou demi-point selle) et un autre où l'écoulement est un nœud.

• Si deux des valeurs sont complexes conjuguées (la troisième étant nécessairement réelle) ces deux valeurs propres sont associées au plan tangent. En effet si ce n'était pas le cas, posons λ_2 et λ_3 complexes conjugués, la relation:

$$\lambda_1 + \lambda_2 = -2 \lambda_3$$

aboutit immédiatement à une valeur complexe de λ_1 , incompatible avec la propriété que deux seulement des valeurs propres soient complexes non réelles (et non les trois).

On en déduit qu'un foyer ne peut être que tangent à la surface du corps. Un tourbillon ne peut donc pas être créé tangentiellement à la paroi.

ANNEXE 2.6 : Orientation des lignes de courant décollées issues d'un point critique.

Pour étudier la forme initiale de la nappe de décollement, nous utilisons deux angles θ et φ définies à partir de la tangente t à une trajectoire sur la nappe décollée et du repère de Darboux lié à la ligne de séparation. On a ainsi :

$$\theta = \widehat{(t, e_1)} \text{ et } \varphi = \widehat{(t, e_2)}$$

Nous nous plaçons au voisinage du point critique initial C_i de la surface de séparation.. En ce point le vecteur frottement pariétal est nul. Le développement limité des trajectoires s'y écrit donc au point M sur une trajectoire issue de C_i :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{ds} = \frac{\tau_{1,1}}{h_1} x_1 & + \frac{p_{,1}}{2h_1} x_3 \\ \frac{dx_2}{ds} = & \frac{\tau_{2,2}}{h_2} x_2 + \frac{p_{,2}}{2h_2} x_3 \\ \frac{dx_3}{ds} = & \frac{p_{,3}}{2} x_3 \end{cases}$$

Or l'angle θ vérifie:

$$\tan \theta = h_1 \frac{dx_1}{dx_3} \text{ ou bien } \tan \theta = \lim_{M \rightarrow C_i} \left(h_1 \frac{x_1}{x_3} \right) \text{ sur une trajectoire}$$

Si l'on fait le rapport de la première par la dernière équation du développement limité, il vient:

$$h_1 \frac{dx_1}{dx_3} = \frac{1}{\tan \theta} = 2 \frac{\tau_{1,1} x_1}{p_{,3} x_3} + \frac{p_{,1}}{p_{,3}}$$

Si l'on fait tendre M vers C_i , et si l'on passe à la limite en X_1/X_2 , il apparaît:

$$\frac{1}{\tan \theta} = 2 \frac{\tau_{1,1}}{p_{,3}} \frac{1}{h_1 \tan \theta} + \frac{p_{,1}}{p_{,3}} \text{ d'où } \boxed{\tan \theta = \frac{p_{,3}}{p_{,1}} \cdot \left(1 - 2 \frac{\tau_{1,1}}{h_1 p_{,3}} \right)}$$

L'équation de continuité (incompressible) dérivée à la paroi suivant X_3 donne après simplification (avec, au point critique, $\tau=0$):

$$\mu \left(\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2} \right)_p = - \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial \tau_1}{\partial x_1} + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \tau_2}{\partial x_2} \right)_p$$

Or on sait (cf annexe 2.5) que :

$$\mu \left(\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2} \right)_p = \frac{\partial p}{\partial x_3}$$

De ce fait l'angle θ peut se mettre sous deux formes:

$$\boxed{\tan \theta = \frac{1}{p_{,1}} \cdot \left(p_{,3} - 2 \frac{\tau_{1,1}}{h_1} \right) = \frac{1}{p_{,1}} \cdot \left(3p_{,3} + 2 \frac{\tau_{2,2}}{h_2} \right)}$$

Cette relation est valable que $\tau_{1,1}$ soit nul ou non. Elle s'applique donc aussi bien à une séparation ouverte ou fermée. Dans le cas d'une séparation ouverte, on a:

$$\tan \theta = \frac{p_{,3}}{p_{,1}} = -\frac{\tau_{2,2}}{h_2}$$

Le même raisonnement, effectué avec la seconde et la troisième équation du développement limité des trajectoires, donne une expression analogue pour φ :

$$\tan \varphi = \frac{1}{p_{,2}} \cdot \left(p_{,3} - 2 \frac{\tau_{2,2}}{h_2} \right) = \frac{1}{p_{,2}} \cdot \left(3p_{,3} + 2 \frac{\tau_{1,1}}{h_1} \right)$$

ANNEXE 1: THEORIE DES VISUALISATIONS PARIETALES

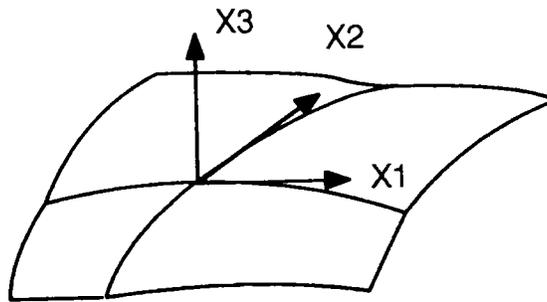
Lors d'une visualisation pariétale, l'enduit visqueux est entraîné par le seul frottement du fluide à la paroi. Ce frottement pariétal est essentiellement visqueux puisque la paroi est en contact, soit avec une couche limite laminaire, soit avec la sous-couche laminaire d'une couche limite turbulente. Le tenseur de Reynolds y reste donc très inférieur aux contraintes visqueuses, et ce, dès que l'enduit est devenu suffisamment fin.

Le tenseur des contraintes visqueuses se met sous la forme:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{3}{2} \mu \operatorname{div} U \cdot \delta_{ij}$$

($K=0$, module de viscosité volumique)

En nous plaçant dans le repère (O,X1,X2,X3):



Si nous nous plaçons au voisinage immédiat de la paroi, la théorie de couche limite nous donne:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_3} \gg \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (\forall j \neq 3)$$

De plus, à la paroi même : $\frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 0 \quad (\forall j \neq 3)$

A la paroi le tenseur des contraintes visqueuses (τ_{ij}) s'écrit donc:

$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \\ 0 & 0 & \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

On s'aperçoit que les efforts s'exerçant sur le fluide se réduisent à la paroi à un vecteur donné par $\tau_{ij} \cdot n_j$. Ce vecteur, homogène à une contrainte, est appelé vecteur frottement pariétal. Nous nous sommes placés à proximité immédiate de la paroi. Donc si la couche limite devient turbulente nous restons dans la sous-couche laminaire. De ce fait, les seuls termes de

On pose:

$$\vec{\tau}_f = \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \\ \mu \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \end{pmatrix} = \tau \cdot \vec{n}_3$$

Si maintenant, nous effectuons un développement limité de la vitesse au voisinage de la paroi, il vient:

$$\vec{U} = \begin{cases} U_1(x_3) = \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \cdot x_3 + o(x_3) \\ U_2(x_3) = \frac{\partial U_2}{\partial x_3} \cdot x_3 + o(x_3) \end{cases}$$

Or :

$$\tau_i = \mu \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_3}$$

Ce qui donne:

$$\vec{U} = \begin{cases} U_1(x_3) \approx \frac{\tau_1}{\mu} \cdot x_3 \\ U_2(x_3) \approx \frac{\tau_2}{\mu} \cdot x_3 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\vec{U} = \frac{x_3}{\mu} \cdot \vec{\tau}_f}$$

On constate ainsi que l'écoulement au voisinage de la paroi est colinéaire au vecteur frottement pariétal. Comme l'enduit met en évidence les lignes de frottement pariétales, il donne donc, du même coup la forme des lignes de courant pariétales, d'où l'intérêt de cette manipulation.

ANNEXE 3.2 : PERTURBATIONS LIEES AUX ORIFICES DE PRISE DE PRESSION

On peut scinder en deux les causes d'incertitudes provenant des trous de prises de pression: D'une part l'élaboration des prises est très délicate et peut induire des perturbations, d'autre part ces orifices, même parfaitement exécutés, modifient légèrement l'écoulement pariétal, qui ne représente plus, stricto sensu, l'écoulement réel sur paroi lisse.

Un mauvais usinage ou un écrasement des tubes de pression lors du montage rend ex abrupto la prise inutilisable, dans la majeure partie des cas. Cependant une imprécision légère dans l'usinage (micro bavure, légère inclinaison,...) donne à la prise une certaine propension à retenir les particules de toutes sortes et conduit plus ou moins régulièrement à des résultats erronés. Il est très difficile de vérifier la qualité des ajutages (à titre indicatif des contrôles à un grossissement de 200 fois sont nécessaires (cf. DUCRUET[3.8]). C'est pourquoi dans pratiquement tous essais un soufflage préliminaire a été effectué à 0° d'incidence pour valider l'homogénéité des résultats et détecter ainsi d'éventuelles prises défectueuses. L'écart maximal toléré entre les points à 0° est de $\Delta C_p = 0.02$. Cette erreur est inférieure aux incertitudes des capteurs. Elle est donc négligée par la suite.

La deuxième source d'erreur réside dans l'influence d'un trou à la paroi, fût-il parfaitement exécuté, sur la distribution des pressions pariétales. Des travaux importants ont été menés sur ce sujet à l'IMFL par M. DUCRUET [3.8],[3.9]. Ses travaux évaluent la différence entre la pression mesurée P_d et la pression P de paroi sans trou, sous la forme de similitude:

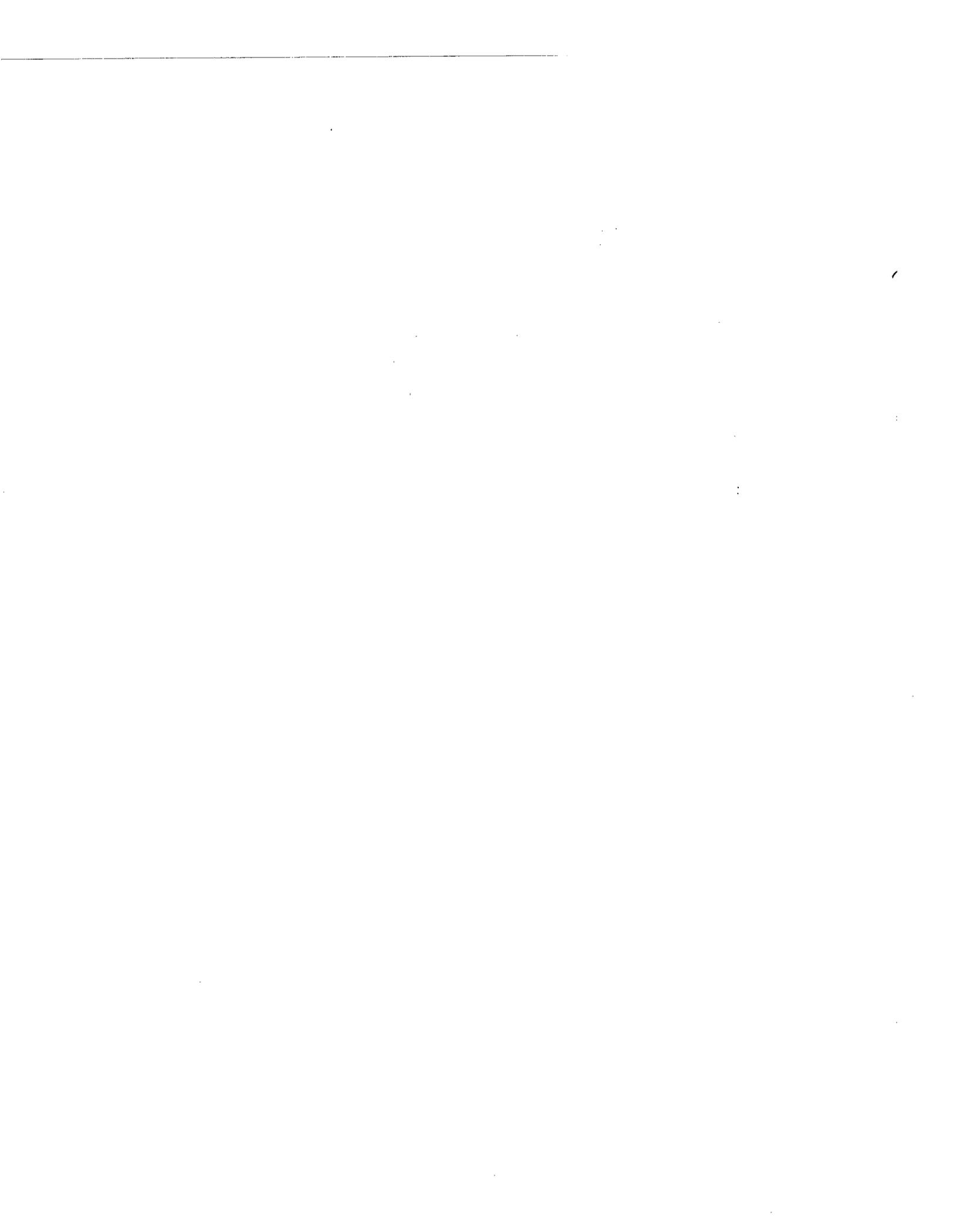
$$\frac{P_d - P}{\frac{1}{2} \rho_0 V_0^2} = F \left(\frac{d \cdot U_{e,x}}{U_e}, \frac{d}{D}, \frac{d}{\delta(2)} \right) \text{ où}$$

- U_e : Vitesse extérieure à la couche limite
- d : Diamètre de la prise de pression
- D : Diamètre de courbure de la paroi
- $U_{e,x}$: Gradient de vitesse
- F : Fonction expérimentale
- $\delta(2)$: Epaisseur de quantité de mouvement de la couche limite

Mme Ducruet a proposé des formules supplémentaires, spécifiques au point d'arrêt ou au niveau du décollement. De plus, elle a établi une formule linéarisée qui permet la correction des valeurs données par les prises de pression [3.8]. Malheureusement ces travaux ne concernent pour l'instant que des écoulements bidimensionnels incompressibles.

De toute manière, ces corrections nécessitent la connaissance de l'épaisseur de quantité de mouvement θ au niveau du trou et du gradient de vitesse au niveau des prises de pression. Nous ne disposons que d'un ordre de grandeur de θ , peu précis, surtout quand la maquette est mise en incidence.

Toutefois des travaux antérieurs de DUCRUET et DYMENT[3.9] (sur un cylindre de 30mm de diamètre) nous permettent d'estimer l'erreur commise. Le Reynolds des essais de Dyment étant de $5 \cdot 10^4$ (nos essais vont de $2 \cdot 10^5$ à 10^6 env.), l'erreur indiquée ne constitue bien sûr qu'un ordre de grandeur. En considérant que $H/d \approx 0$ (H = profondeur de la prise, qui chez nous est grande), on obtient :



ANNEXE 3.3 : CALCUL DU TEMPS DE REMPLISSAGE D'UN CAPTEUR DE PRESSION

Nous supposons que l'écoulement dans le capillaire d'alimentation du capteur reste quasi-stationnaire. Le nombre de Reynolds rapporté au diamètre du capillaire est très faible ($Re_a < 100$). L'écoulement est donc à viscosité prédominante (écoulement "rampant" de Stokes), ceci nous permet de négliger les termes d'inertie. Nous basons donc ce calcul sur la formule de Poiseuille :

$$\frac{16}{Re_a} = \frac{16}{\rho \frac{2a \langle U \rangle}{\mu}} = \frac{P_0 - P_c}{1/2 \rho \langle U^2 \rangle}$$

où a est le rayon du tube, μ la viscosité dynamique, P_0 la pression à mesurer et P_c la pression lue par le capteur. Nous en déduisons la vitesse moyenne du fluide en toute section du tube :

$$\langle U \rangle = \frac{(P_0 - P_c) a^2}{16 \mu L}$$

Par ailleurs, nous supposons que la compression du volume capteur n'affecte la masse volumique du gaz qu'après l'élargissement brusque (cf schéma). La compression sera supposée isotherme. Il vient alors :

$$\frac{dP_c}{P_c} = \frac{d\rho_c}{\rho_c}$$

Nous pouvons relier le débit d'alimentation du capteur et l'évolution de la masse volumique par :

$$\frac{d\rho_c}{\rho_0} = \frac{q}{\vartheta_0} dt = \frac{\langle U \rangle}{\vartheta_0} \pi a^2 dt$$

où ρ_c et ρ_0 sont les masses volumiques du gaz, respectivement dans le volume V_0 du capteur et dans le tube. Ces deux masses volumiques sont reliées par :

$$\frac{\rho_c}{\rho_0} = \frac{P_c}{P_0}$$

On en déduit la relation :

$$\frac{d\rho_c}{\rho_c} = \frac{\rho_0}{\rho_c} \frac{d\rho_c}{\rho_0} = \frac{P_0}{P_c} \frac{d\rho_c}{\rho_0}$$

et :

$$\frac{d\rho_c}{\rho_c} = \left(\frac{P_0}{P_c}\right) \frac{q}{\vartheta_0} dt = \left(\frac{P_0}{P_c}\right) \frac{\langle U \rangle}{\vartheta_0} \pi a^2 dt$$

ou encore :

$$\frac{dP_c}{P_c} = \left(\frac{P_0}{P_c}\right) \frac{\langle U \rangle}{\vartheta_0} \pi a^2 dt$$

d'où l'équation finale :

$$\frac{dP_c}{P_c} = \left(\frac{P_0}{P_c}\right) \times \frac{P_0 - P_c}{16 \mu} \times \frac{\pi a^4}{L \vartheta_0} dt$$

Cette équation s'intègre sans peine et donne:

$$(P_0 - P_c)_t = (P_0 - P_c)_{t=0} \exp\left(-\frac{P_0}{16 \mu} \frac{\pi a^4}{L \vartheta_0} t\right)$$

Ceci nous permet d'estimer le temps de réponse du capteur Δt . Pour ce faire nous considérons que le capteur est en équilibre quand l'écart de pression $\delta = P_0 - P_c$ est inférieur ou égal à 0,1 mbar.

Si δ_0 est l'écart au début du remplissage du capteur, nous obtenons ainsi:

$$\Delta t = \frac{16 \mu}{P_0} \times \frac{\vartheta_0 L}{\pi a^4} \times \log\left|\frac{\delta_0}{\delta}\right|$$

Dans notre cas $P_0 \approx 1$ bar, $\vartheta_0 \approx 2$ cc, $\delta_0 \approx 100$ mbar, $L \approx 2$ m, $a = 0.3$ mm. Nous prenons μ d'après la formule de Sutherland à 20°C : $\mu = 1.832 \cdot 10^{-5}$.

Dans ces conditions il vient :

$$\Delta t \approx 0,46 \times \log\left|\frac{\delta_0}{\delta}\right|$$

D'où pour $\delta_0 \approx 100$ mbar, $\delta \approx 0,1$ mbar, le temps Δt de remplissage du capteur :

$$\Delta t \approx 3,2 \text{ sec}$$

REMARQUES:

-1- Il est à noter que cette méthode n'est valable que lorsque le nombre de Reynolds rapporté au diamètre du tube reste très faible (<100 en pratique). Elle ne s'applique donc qu'à des capillaires dont les extrémités ne sont pas soumises à des pressions très différentes ($\Delta p < 200$ mbar). Si tel n'était pas le cas ce calcul sous-estime grossièrement le temps de stabilisation du capteur puisque les termes d'inertie qu'il néglige vont alors engendrer des oscillations de pressions qui retarderont la stabilisation de la pression mesurée. Nous avons supposé que la viscosité rendait le remplissage subcritique (sans oscillation)

-2- Si l'écoulement est supposé isentropique on aboutit à la formule:

$$\frac{dP_c}{P_c} = \gamma \left(\frac{P_0}{P_c} \right)^\gamma \times \frac{P_0 - P_c}{16 \mu} \times \frac{\pi a^4}{L \vartheta_0} dt$$

Cette formule, délicate à intégrer pour un γ quelconque, peut néanmoins s'intégrer avec $\gamma=7/5$ (cf. A. BONNET com. privée). Après un calcul assez long on trouve dans les mêmes conditions que précédemment un temps de remplissage de $\Delta t_{ad} \approx 2.23$ sec.

Nous avons choisi la formulation isotherme qui donne un résultat plus pessimiste. De plus, les faibles différences de pressions tendent à justifier le cas isotherme, même si le temps de remplissage reste court, car les effets prédominants de la viscosité font que l'écoulement même adiabatique n'est pas pour autant isentropique.

ANNEXE 3.4 : EFFETS PERTURBANT LA THERMOGRAPHIE INFRAROUGE

1. Conduction

Lors d'expériences par thermographie active, la maquette utilisée est souvent constituée d'une "peau" conductrice et d'un support isolant très léger. La conduction normale à la paroi reste de ce fait très faible. En revanche la conduction transversale est plus importante que sur une maquette sans revêtement conducteur. Elle est de la forme:

$$\Phi_T = \lambda \left(\frac{\partial^2 T_p}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T_p}{\partial x_2^2} \right) \quad \text{où} \quad \begin{cases} \lambda = \text{Conductivité du matériau} \\ T_p : \text{Température à la paroi} \\ \Phi_T : \text{Flux de conduction transversale} \end{cases}$$

Si le conducteur est très mince, ce flux est faible. Mais On n'a pas intérêt à avoir un revêtement trop mince car son effet thermique est alors masqué par la peinture qu'on y applique afin d'améliorer son émissivité (sauf dans le cas d'un revêtement en carbone, à la fois conducteur et de très bonne émissivité ($\epsilon \approx 0.98$ cf. LAUG[3.15])). Cette conduction transversale peut toutefois être estimée directement à partir de résultats de thermographie infrarouge (cf DESCOINS[3.8], GIOVANNINI [3.9]). Elle est alors estimée en calculant le Laplacien à la surface du corps par les différences finies.

2. Effet du gradient de pression sur l'ogive

L'évolution des C_p à la paroi conduit à une variation du nombre de MACH M_e , externe à la couche limite. On a bien sûr:

$$M_e^2 = \frac{2}{\gamma-1} \left[\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{\left(1 + \frac{C_p \gamma}{2} M_0^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} - 1 \right] \quad \text{où} \quad \begin{cases} M_e^2 : \text{Mach à la frontière externe} \\ \quad \text{de la couche limite} \\ M_0^2 : \text{Mach à l'infini amont} \\ C_p : \text{Coefficient de pression à la paroi} \\ \gamma : \text{Rapport des chaleurs spécifiques} \\ \quad (\gamma = 1.4 \text{ ici}) \end{cases}$$

Ce qui implique une variation de la température T_e , externe à la couche limite:

$$T_e = T_0 \cdot \left(1 + \frac{C_p \gamma}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{où} \quad \begin{cases} T_e : \text{Température externe de couche limite} \\ T_0 : \text{Température statique à l'infini amont} \\ M_0^2 : \text{Mach à l'infini amont} \\ C_p : \text{Coefficient de pression à la paroi} \\ \gamma : \text{Rapport des chaleurs spécifiques} \end{cases}$$

En utilisant la relation:

$$T_f = T_e \left(1 + r \cdot \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)$$

où

- r : Facteur de récupération
- M_0^2 : Mach à l'infini amont
- T_f : Température de frottement
- T_e : Température externe de couche limite
- γ : Rapport des chaleurs spécifiques
($\gamma = 1.4$ ici)

Il vient alors:

$$T_e = T_0 \cdot \left(1 + \frac{C_p \gamma}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left[1 - r + r \cdot \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2}{\left(1 + \frac{C_p \gamma}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right]$$

où

- T_e : Température externe de couche limite
- T_0 : Température statique à l'infini amont
- M_0^2 : Mach à l'infini amont
- C_p : Coefficient de pression à la paroi
- γ : Rapport des chaleurs spécifiques
($\gamma = 1.4$ ici)
- r : facteur thermique pariétal

On constate donc que la variation des C_p le long de l'ogive conduit à une évolution de la température de frottement à la paroi. Cette évolution est assez importante (cf. courbes) pour perturber les visualisations par thermographie.

ANNEXE 3.5: CALCUL DES INCERTITUDES DUES A LA CHAINE DE MESURE

L'incertitude des capteurs de pression différentielle que nous avons utilisés est de l'ordre de 1% (offset + non-linéarité). Nous recalons le zéro des capteurs très régulièrement ce qui réduit l'erreur capteur à $\Delta DP/DP \approx 0.25\%$ pour une pression différentielle DP de 0 à 2bars. Le capteur de pression absolue induit une erreur relative de l'ordre de 1‰ pour une pression de 0 à 5 bars. On constate donc que les erreurs produites par les capteurs de pression eux-mêmes sont faibles.

En revanche, le signal électrique issu des capteurs est ensuite numérisé sur 12 bits. La conversion du signal analogique en signal numérique engendre une erreur liée à la valeur analogique (en mV) que représente un bit (2.44 mv). l'erreur absolue commise lors de la numérisation du signal est égale à la moitié de cette résolution numérique. Compte tenu des coefficients d'étalonnage des capteurs différentiels et de leur plage d'utilisation, on estime la résolution en pression différentielle à 1.23 mbar. Ceci induit donc une erreur absolue sur les pressions différentielles DP de $\Delta DP_{num} = 0.615$ mbar.

Cette résolution est meilleure pour des capteurs différentiels ± 0.5 bars mais ils ne couvrent pas le domaine de pression désiré. De plus, le surdimensionnement de ces capteurs est nécessaire pour des raisons de sécurité. La veine étant pressurisée à 4 bars, nous avons choisi des capteurs qui résistaient mécaniquement à cette différence de pression afin d'éviter la destruction de la chaîne de mesure en cas de rupture des tuyaux d'alimentation des capteurs. Or les pressions différentielles mesurées sont en général de l'ordre de quelques millibars ou quelques dizaines de millibars. La numérisation du signal va donc être la principale source d'erreur, surtout pour les valeurs faibles du Cp. Pour les valeurs fortes de DP (≥ 20 mbars (sur l'ogive)) l'erreur relative introduite est alors de l'ordre de 3% et moins (cf. courbe d'incertitude Cp=0.2). Le problème est plus délicat pour la partie cylindrique où les pressions sont assez faibles. Nous effectuons le calcul des Cp en partant de la formule :

$$C_p = \frac{DP}{1/2 \gamma P_0 M_0^2}$$

Le calcul de l'incertitude relative donne:

$$\frac{\Delta C_p}{C_p} = \frac{\Delta DP}{DP} + 2 \frac{\Delta M_0}{M_0} + \frac{\Delta P_0}{P_0}$$

Le dernier terme du second membre est en général négligeable devant les deux premiers. Pour les faibles Cp, nous pouvons estimer $\Delta DP/DP$ par :

$$\frac{\Delta DP}{DP} = \frac{\Delta DP_{num}}{1/2 \gamma P_0 M_0^2 C_{p_{ref}}}$$

Comme ΔDP_{num} est une erreur absolue, nous introduisons un Cp de référence pour estimer DP. Nous avons choisi deux Cp de référence Cp=0.1 et 0.2. L'erreur sur la pression statique se est de l'ordre de:

$$\frac{\Delta P_0}{P_0} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \times \frac{\Delta DP_{num}}{P_{i0}}$$

Cette erreur reste très limitée et ne dépasse pas 1.5% dans le cas le plus défavorable. Il

Outre les C_p et P_0 , le nombre de Mach subit aussi les effets de cette erreur puisqu'il est déterminé à partir de la mesure des pressions génératrices et statiques à l'infini amont. L'incertitude sur ce nombre est donnée par :

$$\frac{\Delta M_0}{M_0} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{2\gamma - 1}{\gamma - 1}} \frac{1}{\gamma M_0^2} \times \frac{\Delta DP_{\text{num}}}{P_{i0}}$$

La valeur de cette erreur reste dans la grande majorité des cas inférieure largement à 1%. La tolérance de 1% que nous nous sommes imposée sur la valeur affichée du nombre de Mach lors de l'essai est donc légitime. Le nombre de Reynolds calculé avec les conditions amont subit à peu près la même incertitude que le nombre de Mach.

Nous obtenons finalement pour les C_p , l'incertitude suivante (cf. courbe):

$$\frac{\Delta C_p}{C_p} = \left[\frac{2}{\gamma C_{p,\text{ref}} M_0^2} + 1 + 2 \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2}{\gamma M_0^2} \right] \times \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \times \frac{\Delta P_{\text{num}}}{P_{i0}}$$

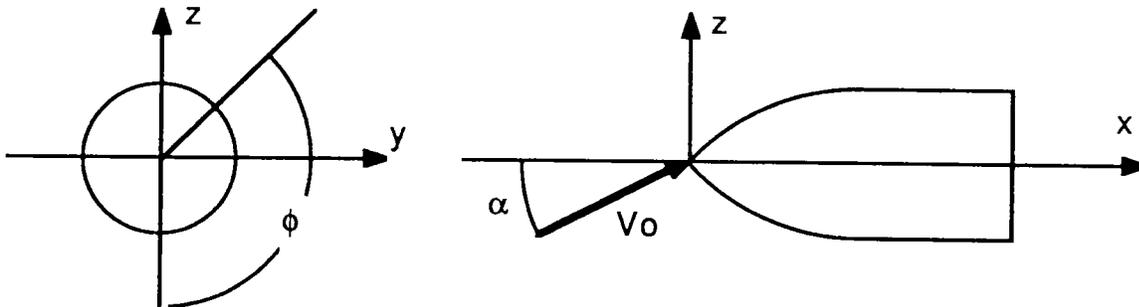
A cette erreur il faut encore ajouter l'erreur propre des capteurs et l'incertitude de perturbation causée par les orifices de prise de pression. La somme de ces erreurs est évaluée à environ 0.5 à 4% (2% en moyenne et 4% près du décollement) (cf. travaux de DUCRUET[3.8],[3.9], annexe3.2).

En conclusion, pour des DP assez grands (ogive) (≥ 20 mbar) l'incertitude $\Delta C_p/C_p$ due aux capteurs est le ordre de 2 à 3% (cf. courbes). Les valeurs plus petites du C_p peuvent subir une incertitude beaucoup plus grande. De plus, elle dépend grandement des conditions amont ; pour plus de précision, se reporter aux courbes d'incertitude, jointes plus loin. Nous avons tracé les incertitudes pour deux C_p de référence. $C_p=0.1$ correspond aux valeurs mesurées à des nombres de Mach et des pressions génératrices relativement faibles. $C_p=0.2$ correspond aux autres cas.

TABLEAU RECAPITULATIF DES MESURES DE Cp A LA PAROI

M \ Red	0,16	0,23	0,35	0,50
2.3 e+05	10°,15°	15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°	Pi <1bar
3.5 e+05	15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°
4.4 e+05	15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°
5.5 e+05	Pi > 5bars	10°,15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°
7.0 e+05	Pi > 5bars	Pi > 5bars	0°,5°,10°,15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°
9.0 e+05	Pi > 5bars	Pi > 5bars	10°,15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°

NOTATIONS:



- X : Abscisse le long du corps (en cm).
- ϕ : Azimut du point courant dans une section d'abscisse x donnée (cf fig.).
- D : Diamètre maximal de la maquette (30 mm).
- Rmax: Rayon maximal de la maquette (15 mm).
- Lmax: Longueur de la maquette (27 cm)

- P_{i0} : Pression génératrice à l'infini amont.
 T_{i0} : Température génératrice à l'infini amont.
 P_0 : Pression statique à l'infini amont.
 P : Pression statique mesurée en un point de la paroi.
 V_0 : Vitesse de l'écoulement à l'infini amont.
 M_0 : Nombre de Mach à l'infini amont.
 γ : Rapport des chaleurs spécifiques ($\gamma=1.4$).
 ρ : Masse volumique de l'air à l'infini amont.
 μ : Viscosité dynamique de l'air à l'infini amont.
 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$: Viscosité cinématique de l'air à l'infini amont

$$Re_D = \frac{V_0 D}{\nu} = \frac{\rho V_0 D}{\mu} : \text{Nombre de Reynolds de l'écoulement rapporté au diamètre de maquette}$$

$$C_p = 2 \frac{P - P_0}{\gamma P_0 M_0^2} : \text{Coefficient de pression à la paroi}$$

F_N : Force normale à l'axe du fuselage dans le plan de symétrie de la configuration

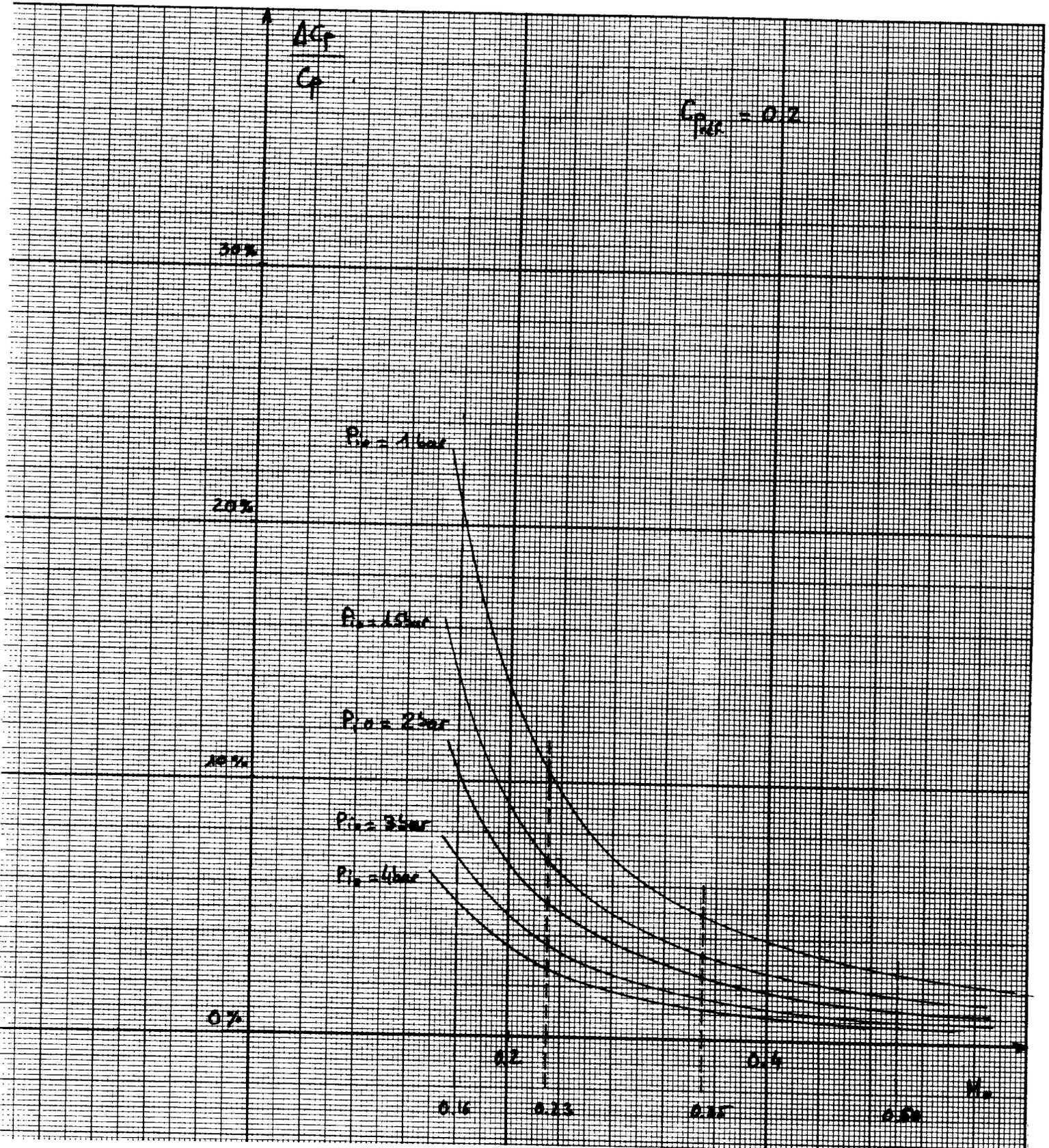
$$C_N = \frac{F_N}{\frac{1}{2} \rho V_0^2 S_{ref}} = \frac{F_N}{\frac{1}{2} \gamma P_0 M_0^2 S_{ref}} : \text{Coefficient d'effort normal}$$

$$C_{NL} = \frac{\int_0^x C_p(x) \frac{dx}{R_{max}}}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} = \frac{S_{ref}}{R_{max}} \frac{dC_N}{dx} : \text{Coefficient d'effort normal local}$$

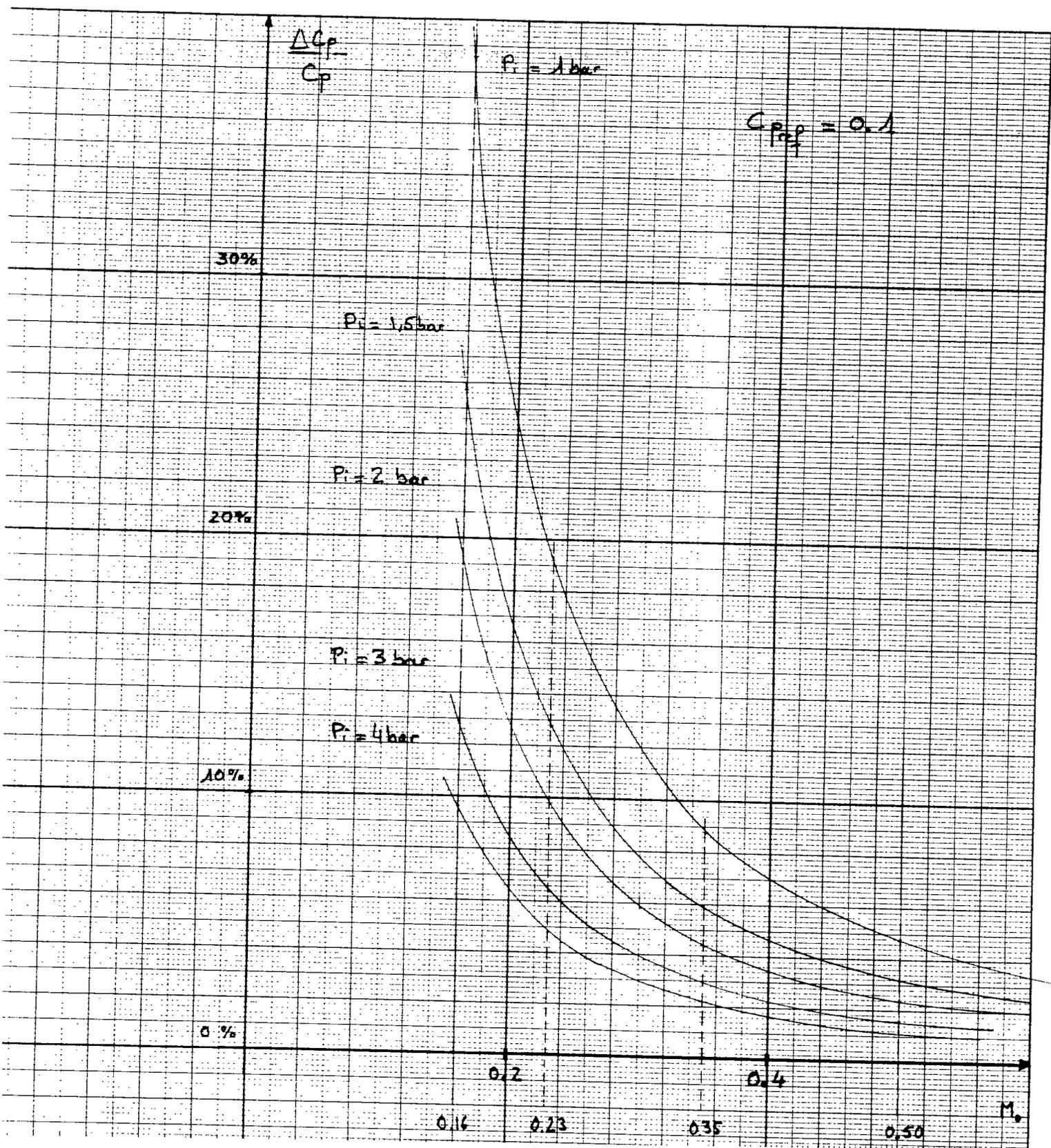
**TABLEAU DES PRESSIONS TOTALES
EN FONCTION DES CONDITIONS D'ESSAIS**

Mo \ Red	0,16	0,23	0,35	0,50
2,3 e+05	2,15 bar	1,51 bar	1,02 bar	< 1,0 bar
3,5 e+05	3,28 bar	2,31 bar	1,56 bar	1,15 bar
4,4 e+05	4,12 bar	2,90 bar	1,96 bar	1,45 bar
5,5 e+05	> 4,5 bar	3,62 bar	2,46 bar	1,82 bar
7,0 e+05	> 4,5 bar	> 4,5 bar	3,13 bar	2,31 bar
9,0 e+05	>4,5 bar	>4,5 bar	3,44 bar	2,97 bar

Le tableau ci-dessus donne la pression génératrice P_{io} à afficher pour obtenir un nombre de Mach Mo et un nombre de Reynolds Red donnés, la température génératrice T_{io} étant prise égale à 20°C. Les valeurs de P_{io} supérieures à 4,5 bar ne peuvent être atteintes par la soufflerie utilisée ici ; elles ne sont donc pas mentionnées.



COURBES D'INCERTITUDES SUR LES COEFFICIENTS DE PRESSION:
 Erreurs dues à la numérisation du signal des capteurs de pression
 en fonction du nombre de MACH pour diverses pressions génératrices



ANNEXE 3.6 : PRINCIPES DE LA THERMOGRAPHIE INFRAROUGE

1. Introduction

La technique de la thermographie infrarouge exploite le principe de la détection des rayonnements électro-magnétiques dans la bande spectrale infrarouge. La température jouant un rôle déterminant dans la production du rayonnement, cette image est en première approximation une carte de la répartition des températures à la surface de l'objet observé.

La théorie du rayonnement infrarouge, ses lois principales, ainsi que les fonctions spectrales de l'émissivité, de la réflexion, de l'absorption et de la transmission seront décrites dans cette annexe.

2. Théorie du rayonnement

Le rayonnement est une transmission de chaleur à distance sans échange de matière. Il est dû à une agitation thermique des molécules. Il est donc lié à la température.

Un corps qui reçoit une puissance rayonnée P_i (l'indice i signifiant incident) peut la répartir en trois parties:

- une puissance réfléchiée P_r ,
- une puissance transmise P_t ,
- une puissance absorbée P_a .

On définit les rapports:

- réflexivité: $\rho = P_r/P_i, \quad 0 \leq \rho \leq 1$
- transmissivité: $\tau = P_t/P_i, \quad 0 \leq \tau \leq 1$
- absorptivité: $\alpha = P_a/P_i, \quad 0 \leq \alpha \leq 1.$

La conservation d'énergie entraîne la relation:

$$\alpha + \tau + \rho = 1$$

Pour un corps opaque ($\tau = 0$) cette relation devient : $\alpha + \rho = 1$.

Un corps absorbant toute la puissance incidente P_i s'appelle "corps noir". On peut alors écrire: $\rho = \tau = 0$ et $\alpha = 1$.

On appelle émissivité ϵ d'un corps à la température T le rapport entre la puissance P_e qu'il rayonne et celle P_n que rayonnerait un corps noir à la même température.

- émissivité: $\epsilon = P_e/P_n \quad 0 \leq \epsilon \leq 1$

Pour un corps noir, ϵ est égale à l'unité. Un corps qui a une émissivité constante pour toutes les longueurs d'ondes et pour laquelle on peut écrire:

$0 < \epsilon < 1$ s'appelle "corps gris".

Loi de KIRCHHOFF

A l'équilibre thermique, la puissance émise doit être égale à la puissance absorbée, longueur d'onde par longueur d'onde. Cette loi est appelée loi de KIRCHHOFF:

$$\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$$

Pour un corps gris opaque on a : $\rho = 1 - \varepsilon$

Loi de LAMBERT

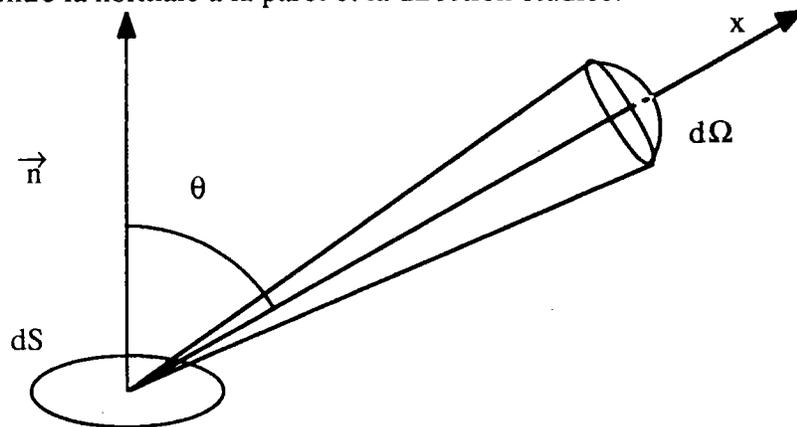
D'après la loi de LAMBERT, la luminance d'un corps noir est indépendante de la direction d'émission:

$$L_\theta = L_0$$

La luminance étant la puissance émise par unité de surface et d'angle solide sous un angle θ par rapport à la normale de la paroi:

$$L = \frac{d^2 P_e}{dS d\Omega \cos \theta}$$

où P_e = puissance émise,
 dS = élément de surface,
 $d\Omega$ = angle solide,
 θ = angle entre la normale à la paroi et la direction étudiée.



Rayonnement émis par un élément de surface

C'est à dire, la puissance émise par unité de surface dS et par $d\Omega$ est indépendante de l'angle de vue (pour $0 < \theta < 90^\circ$). Il est cependant possible, que l'émissivité soit fonction de q pour un corps gris. Des essais qui ont été effectués pour des différentes surfaces montrent une décroissance de l'émissivité à partir d'un angle de vue d'environ 60° .

Loi de PLANCK

Cette loi décrit la distribution spectrale des rayonnements électro-magnétiques émis par un corps noir en utilisant la formule suivante:

$$L_{\lambda N} = \frac{2 h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\left(e^{hc/\lambda kT} - 1 \right)}$$

où

$$L_{\lambda N} = \frac{dL_N}{d\lambda} = \text{luminance spectrale d'un corps noir}$$

h = constante de PLANCK (6.67×10^{-34} Js),

c = vitesse de la lumière (3×10^8 m/s),

k = constante de BOLTZMANN (1.4×10^{-23} J/K),

T = température absolue du corps noir,

λ = longueur d'onde.

En intégrant $L_{\lambda N}$, on obtient l'émittance spectrale d'un corps noir:

$$M_{\lambda N} = \pi L_{\lambda N}$$

La formule de PLANCK permet de tracer une famille de courbes pour les différentes températures. Suivant ces courbes, on constate que l'émittance spectrale atteint un maximum à une longueur d'onde appelée λ_{\max} . λ_{\max} se calcule à partir de la loi de déplacement de WIEN:

$$\lambda_{\max} = \frac{2898}{T}$$

(Pour $T = 300$ K, λ_{\max} est de l'ordre de 10 microns).

Cette loi est très utile lors du choix de la longueur d'onde de la caméra selon la température de l'objet à observer. En effet, elle donne la longueur d'onde optimale de rayonnement d'un corps en fonction de sa température.

Loi de STEFAN-BOLTZMANN

L'intégration de la loi de PLANCK entre $\lambda = 0$ et $\lambda \rightarrow \infty$ donne l'énergie totale du rayonnement par unité de surface émis d'un corps noir:

$$M_N = \sigma T^4,$$

où σ = constante de STEFAN-BOLTZMANN ($5.7 \cdot 10^{-8}$ W/m²K⁴).

Le flux rayonné par un corps gris s'écrit alors:

$$M = \epsilon \sigma T^4,$$

où $0 < \epsilon < 1$.

(M est un flux thermique avec l'unité W/m².)

Equation radiométrique

Ce n'est cependant pas suffisant de mesurer le flux en provenance de l'objet pour mesurer sa température. Il faut en plus tenir compte de l'environnement dont le rayonnement est réfléchi par l'objet, ainsi que de l'atmosphère, de l'hublot etc..., de tout ce qui est placé entre l'objet et la caméra et dont la transmissivité est inférieure à l'unité.

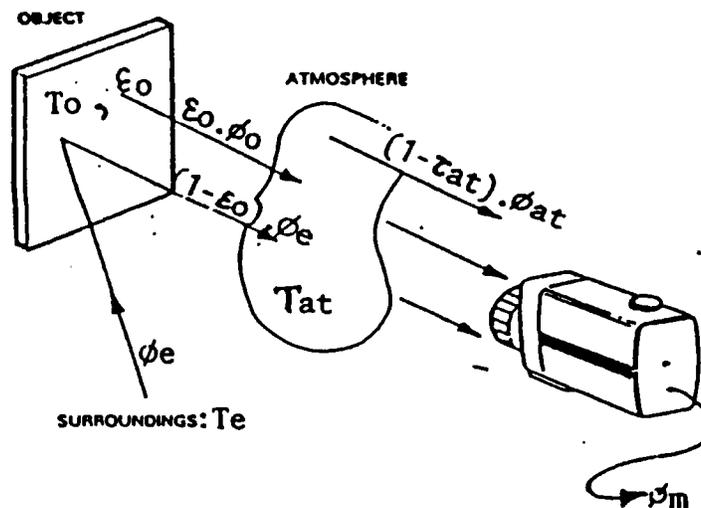
En cas général le flux s'écrit:

$$\phi_m = \tau_a [\epsilon_o \phi(T_o) + (1 - \epsilon_o) \phi(T_e)] + (1 - \tau_a) \phi(T_a)$$

mésuré
objet
environnement
atmosphère

l'équation s'appelle: équation radiométrique

- ϕ_m = flux mesuré
- ϕ = flux émis
- ϵ_o = émissivité de l'objet
- τ_a = transmissivité de l'air (de l'hublot,...)
- T_o = température de l'objet
- T_e = température de l'environnement
- T_a = température de l'air



Si l'on fournit à la chaîne d'acquisition les grandeurs τ_a , ϵ_o , T_e et T_a , le système peut trouver le flux réellement émis par le rayonnement propre du corps. Par inversion de l'équation de STEFAN, il donne alors la température.

ANNEXE 3.7 : SYSTEME D'ACQUISITION INFRAROUGE

Le système d'acquisition comprend la caméra infrarouge et l'unité de contrôle (cf. schéma).

- la caméra est composée des sous-ensembles suivants:

- (a) Système d'analyse spatiale par balayage mécanique
(adapté au système TV habituel, 50 HZ)
- (b) Détecteur infrarouge, refroidi par l'azote liquide
- (c) Interface vidéo
- (d) Electronique de contrôle gérée par micro-processeur
- (e) Objectifs et bagues rallonges.

On dispose de deux différents types de caméra: une caméra "onde courte" avec une réponse spectrale entre 2 et 5 μm et une caméra "onde longue" avec une réponse spectrale entre 8 et 12 μm . Les caractéristiques des deux caméras sont précisées dans l'annexe technique.

Les objectifs sont composés des lentilles en germanium pour assurer une grande transmissivité dans la bande spectrale infrarouge. On dispose de deux objectifs pour la caméra "onde courte" avec des angles d'ouverture de 7° et 20° ainsi que de bagues rallonges pour réduire la distance objet-caméra. Pour la caméra "onde longue", un seul objectif de 7° d'angle d'ouverture est disponible. Les bagues rallonges ne peuvent être utilisées sur cette caméra pour des raisons d'optique.

- Le "moniteur" convertit les signaux électriques en "unités isothermiques". Il réalise la liaison entre la caméra et le système de traitement d'images et sert à commander la caméra. Une première image brute y est présentée sur un moniteur noir et blanc (d'où son nom).

- Système de traitement des thermogrammes sur PC:
il s'agit du système "CATS E" permettant le travail en temps réel ou à partir d'enregistrements. Il permet en particulier:

- analyse de l'image en couleur et en noir et blanc (la gamme des températures peut être répartie sur 16 différentes couleurs),
- arrêt sur l'image,
- stockage sur disquette ou disque dur,
- reproduction de l'image sur imprimante couleur,
- indication de température des points ou des profils,
- analyses statistiques des zones d'intérêt,
- soustraction d'images,
- manipulation d'image (filtres,..).

ANNEXE 4.2 : INTEGRALES DE LA METHODE DES SINGULARITES

1°) Vitesse induite par un panneau plan porteur d'une répartition uniforme de source

Vitesse induite, en un point de contrôle M_i , par un panneau plan porteur d'une répartition de source σ constante est donnée par:

$$\vec{V}(M_i) = \frac{\sigma}{4\pi} \iint_{P \in S} \vec{\nabla}_P \left(\frac{1}{r} \right) dS_P$$

en utilisant la relation:

$$\vec{v} = (\vec{n} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{n} + (\vec{n} \cdot \vec{v}) \vec{n} \quad \text{avec } \vec{v} = \overrightarrow{\text{grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right)$$

Il vient :

$$\vec{V}(M_i) = \frac{\sigma}{4\pi} \left[\iint_{P \in S} (\overrightarrow{\text{grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n}) \vec{n} dS_P + \iint (\vec{n} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right)) \wedge \vec{n} d_n \right]$$

Comme S est plane, \vec{n} est constant. En introduisant de plus le potentiel vecteur de GUIRAUD [4.11], défini par :

$$\overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{1}{r} \right) = -\text{rot}(\vec{A})$$

l'expression devient, en utilisant le théorème de STOKES :

$$\vec{V}(M_i) = \frac{\sigma}{4\pi} \left[\left(\oint_{\partial S} \vec{A} \cdot d\vec{l} \right) \vec{n} + \left(\iint_{P \in S} (\vec{n} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right)) dS_P \right) \wedge \vec{n} \right]$$

En utilisant de théorème de STOKES "scalaire" :

$$\iint_S (\vec{n} \wedge \overrightarrow{\text{grad}}(f)) dS = \oint_{\partial S} f d\vec{l} \quad \text{où } f \text{ est un scalaire}$$

Il vient :

$$\vec{V}(M_i) = \frac{\sigma}{4\pi} \left[- \left(\oint_{P \in \partial S} \vec{A} \cdot d\vec{l}_P \right) \vec{n} + \oint_{\partial S} \frac{d\vec{l}_P \wedge \vec{n}}{r} \right]$$

En posant $d\vec{l} = \vec{t} dl$ et en introduisant le vecteur \vec{v} , défini par : $\vec{v} = \vec{n} \wedge \vec{t}$ il vient :

$$\vec{V}(M_i) = \frac{\sigma}{4\pi} \left[-\vec{n} \oint_{P \in \partial S} \vec{A} \cdot d\vec{l}_P + \oint_{P \in \partial S} \frac{\vec{v}}{r} dl_P \right]$$

Cette expression peut être développée en explicitant le potentiel vecteur de GUIRAUD [4.11]:

$$\vec{A} = \frac{\vec{e} \wedge \vec{r}}{r(\vec{r} + \vec{e} \cdot \vec{r})} \text{ où } \vec{e} \text{ est un vecteur constant arbitraire}$$

Il est judicieux de choisir \vec{e} d'après les formules:

$$\vec{e} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{n}}{|\vec{r} \cdot \vec{n}|} = \text{sgn} \cdot \vec{n} \text{ où } \left\{ \begin{array}{l} \vec{e} : \text{Vecteurs constant du potentiel vecteur de GUIRAUD} \\ \vec{r} = \overrightarrow{PM_i} : \text{Vecteur du point d'intégration au point de contrôle} \\ \vec{n} : \text{Normale à la paroi au point d'intégration P.} \\ \text{sgn} : \text{Indicateur de côté positif si } M_i \text{ est du côtés de la normale,} \\ \text{(négatif dans le cas contraire).} \end{array} \right.$$

Dans ce cas le dénominateur du potentiel vecteur ne s'annule jamais. En introduisant ces données dans l'expression de la vitesse on obtient

$$\vec{V}(M_i) = \frac{\sigma}{4\pi} \left[-\vec{n} \text{sgn} \oint_{P \in \partial S} \left(\frac{\vec{n} \wedge \vec{r}}{r(\vec{r} + \text{sgn} \vec{n} \cdot \vec{r})} \right) \cdot \vec{t} \, dl_P + \oint_{P \in \partial S} \frac{\vec{v} \, dl_P}{r} \right]$$

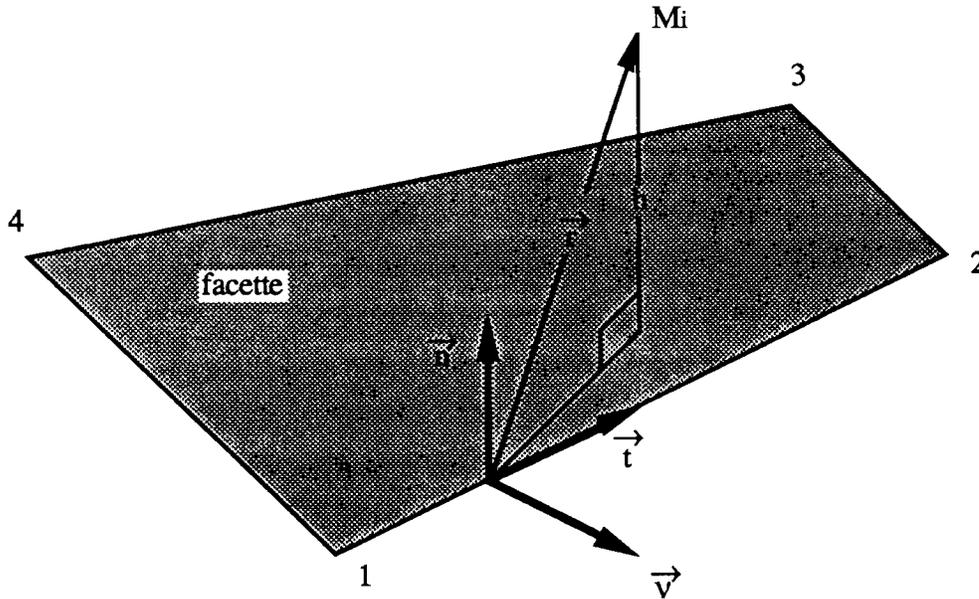
$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} \vec{V}(M_i) : \text{Vitesse induite par la facette au point de contrôle } M_i \\ \vec{n} : \text{Normale à la facette influençante} \\ \text{sgn} : \text{Indicateur de côté (sgn=1 si } M_i \text{ du même côté de } \vec{n} \text{ sinon sgn=-1)} \\ \vec{r} = \overrightarrow{PM_i} : \text{Rayon vecteur d'origine le point courant P d'intégration} \\ \vec{v} = \vec{t} \wedge \vec{n} : \text{Normale extérieure au contour dans le plan de la facette} \end{array} \right.$$

en introduisant \vec{v} dans la première intégrale on aboutit finalement à:

$$\vec{V}(M_i) = \frac{\sigma}{4\pi} \left[\vec{n} \text{sgn} \oint_{P \in \partial S} \left(\frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{r(r+h)} \right) dl_P + \oint_{P \in \partial S} \frac{\vec{v} \, dl_P}{r} \right]$$

$$\text{où } \left\{ \begin{array}{l} \vec{V}(M_i) : \text{Vitesse induite par la facette au point de contrôle } M_i \\ \vec{n} : \text{Normale à la facette influençante} \\ \text{sgn} : \text{Indicateur de côté (sgn=1 si } M_i \text{ du même côté de } \vec{n} \text{ sinon sgn=-1)} \\ \vec{r} = \overrightarrow{PM_i} : \text{Rayon vecteur d'origine le point courant P d'intégration} \\ \vec{v} = \vec{t} \wedge \vec{n} : \text{Normale extérieure au contour dans le plan de la facette} \\ h = \text{sgn} \vec{n} \cdot \vec{r} \text{ distance du point de contrôle au plan de la facette} \end{array} \right.$$

Avec la configuration suivante:



2°) Potentiel induit par une surface porteuse d'une répartition uniforme de doublets normaux

Le potentiel induit par une surface \$S\$, non nécessairement plane), porteuse d'une répartition uniforme de doublets normaux s'écrit:

$$\phi(M_i) = -\frac{\mu}{4\pi} \left[\iint_{P \in S} \overrightarrow{\text{grad}}_P \left(\frac{1}{r} \right) \cdot \vec{n} \, dS_P \right] \quad \text{où} \quad \begin{cases} \phi(M_i) : \text{Potentiel au point de contrôle } M_i \\ \mu : \text{Répartition de doublet sur } S \\ P : \text{Point courant d'intégration sur la surface } S \\ r = |\overrightarrow{PM_i}| \end{cases}$$

En introduisant le potentiel de GUIRAUD [4.11], cette expression devient:

$$\phi(M_i) = \frac{\mu}{4\pi} \left[\oint_{P \in \partial S} \vec{A} \cdot d\vec{l}_P \right]$$

D'où, en explicitant ce potentiel vecteur :

$$\phi(M_i) = \frac{\mu}{4\pi} \text{sgn} \oint_{P \in \partial S} \left(\frac{\vec{n} \wedge \vec{r}}{r(r+h)} \right) \cdot \vec{t} \, dl_P$$

Soit :

$$\phi(M_i) = -\frac{\mu}{4\pi} \operatorname{sgn} \oint_{P \in \partial S} \frac{\vec{v} \cdot \vec{r}}{r(r+h)} dl_P$$

où

- $\phi(M_i)$: Potentiel induit par S au point de contrôle M_i
- μ : Répartition (constante) de doublets normaux sur S
- sgn : Indicateur de côté ($\operatorname{sgn}=1$ si M_i du même côté de \vec{n} sinon $\operatorname{sgn}=-1$)
- $\vec{r} = \overrightarrow{PM_i}$: Rayon vecteur d'origine le point courant P d'intégration
- $\vec{v} = \vec{t} \wedge \vec{n}$: Normale extérieure au contour dans le plan de la facette
- $h = \operatorname{sgn} \vec{n} \cdot \vec{r}$ distance du point de contrôle au plan de la facette

On constate que l'intégrale de cette expression est identique à celle de la composante normale de la vitesse induite par le panneau source d'intensité $-\mu$ au point de contrôle M_i .

3°) Vitesse induite par une surface porteuse d'une répartition uniforme de doublets normaux

La vitesse induite par une surface S, non nécessairement plane, porteuse d'une répartition uniforme de doublets normaux découle du gradient au point de contrôle M_i du potentiel déjà explicité plus haut. Elle s'écrit donc:

$$\vec{V}(M_i) = \overrightarrow{\operatorname{grad}}_M(\phi(M_i)) = \frac{\mu}{4\pi} \operatorname{sgn} \oint_{P \in \partial S} \overrightarrow{\operatorname{grad}}_M(\vec{A} \cdot d\vec{l}_P)$$

En utilisant la relation classique:

$$\overrightarrow{\operatorname{grad}}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \overrightarrow{\operatorname{grad}}^T(\vec{A}) \cdot \vec{B} + \overrightarrow{\operatorname{grad}}^T(\vec{B}) \cdot \vec{A} \quad \text{et le fait que } \vec{t} \text{ soit indépendant de } M_i$$

L'expression se développe alors en:

$$\vec{V}(M_i) = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{P \in \partial S} \overrightarrow{\operatorname{grad}}^T(\vec{A}) \cdot \vec{t} dl_P$$

La relation:

$$\overrightarrow{\operatorname{grad}}^T(\vec{A}) \cdot \vec{B} = \vec{B} \wedge \operatorname{rot} \vec{A} + \overrightarrow{\operatorname{grad}}(\vec{A}) \cdot \vec{B}, \quad \text{directement issue de la définition du rotationnel}$$

permet d'écrire ensuite:

$$\begin{aligned}
 \vec{V}(M_i) &= \frac{\mu}{4\pi} \left[\oint_{P \in \partial S} \vec{\text{grad}}_M(\vec{A}) \cdot \vec{i} \, d\ell_P + \oint_{P \in \partial S} \vec{i} \wedge \vec{\text{rot}}_M(\vec{A}) \, d\ell_P \right] \\
 &= \frac{\mu}{4\pi} \left[- \oint_{P \in \partial S} \vec{\text{grad}}_P(\vec{A}) \cdot \vec{i} \, d\ell_P + \oint_{P \in \partial S} \vec{i} \wedge \vec{\text{rot}}_M(\vec{A}) \, d\ell_P \right] \\
 &= \frac{\mu}{4\pi} \left[- \oint_{P \in \partial S} d\vec{A} + \oint_{P \in \partial S} \vec{i} \wedge \vec{\text{rot}}_M(\vec{A}) \, d\ell_P \right] \\
 &= \frac{\mu}{4\pi} \oint_{P \in \partial S} \vec{i} \wedge \vec{\text{rot}}_M(\vec{A}) \, d\ell_P
 \end{aligned}$$

Compte tenu de la définition du potentiel vecteur il vient:

$$\vec{V}(M_i) = - \frac{\mu}{4\pi} \oint_{P \in \partial S} \vec{i} \wedge \vec{\text{grad}}_M\left(\frac{1}{r}\right) \, d\ell_P = \frac{\mu}{4\pi} \oint_{P \in \partial S} \vec{i} \wedge \vec{\text{grad}}_P\left(\frac{1}{r}\right) \, d\ell_P$$

La vitesse induite par une surface porteuse d'une répartition constante de doublets normaux est donc donnée par :

$$\boxed{\vec{V}(M_i) = - \frac{\mu}{4\pi} \oint_{P \in \partial S} \vec{\text{grad}}_P\left(\frac{1}{r}\right) \wedge d\vec{\ell}_P}$$

On retrouve la classique équivalence entre les doublets normaux surfaciques constants et les tourbillons linéiques constants.

ANNEXE 4.1 : Ecoulement parfait autour d'un ellipsoïde

Cette annexe n'est qu'un rappel de la théorie de l'ellipsoïde qui est démontrée in extenso dans BONNET [4.3] et reprise partiellement dans BONNET&LUNEAU[4.15]. Seuls les résultats principaux sont exposés ici afin de servir de validation au calcul de singularités.

Si M est un point courant sur l'ellipsoïde de révolution de grand axe (O,X), ses coordonnées étant données par:

$$\vec{OM} = \begin{cases} x = A \cos\varphi \\ y = B \sin\varphi \cos\varpi \\ z = B \sin\varphi \sin\varpi \end{cases} \quad \text{où} \begin{cases} A : \text{Grand axe de l'ellipsoïde} \\ B : \text{Petit axe de l'ellipsoïde} \end{cases}$$

La direction de la vitesse et l'anormale à la paroi sont alors données par:

$$\frac{\vec{V}_0}{|\vec{V}_0|} = \begin{cases} u_1 = \cos\alpha \\ u_2 = \sin\alpha \\ u_3 = 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \vec{n} = \begin{cases} n_1 = \mu \frac{\cos\varphi}{D} \\ n_2 = \frac{\sin\varphi \cos\varpi}{D} \\ n_3 = \frac{\sin\varphi \sin\varpi}{D} \end{cases} \quad \text{où} \begin{cases} \mu = \frac{B}{A} \\ D = \sqrt{\sin^2\varphi + \mu^2 \cos^2\varphi} \end{cases}$$

Dans ces conditions BONNET montre que le Cp a l'expression suivante:

$$C_p = 1 - \sum_{i=1}^3 (1 + k_i^2) u_i^2 + \left[\sum_{i=1}^3 (1 + k_i) u_i n_i \right]^2$$

où les k_i sont les coefficients de masse ajoutés de l'ellipsoïde donnés par:

$$k_1 = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0}; \quad k_2 = k_3 = \frac{\beta_0}{2 - \beta_0} \quad \text{avec} \begin{cases} \alpha_0 = \frac{1 - e^2}{e^3} \left[\ln \frac{1 + e}{1 - e} - 2e \right] \\ \beta_0 = \frac{2 - \alpha_0}{\alpha_0} \end{cases}$$

avec $e = \sqrt{1 - \mu^2}$: excentricité de l'ellipse méridienne

En intégrant ce terme sur une section il vient l'effort normal appliqué sur une tranche élémentaire de l'ellipsoïde:

$$\frac{dF_N}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} = \overline{dF_N} = \int_0^{2\pi} (C_p n_2 ds) R d\theta = \int_0^{2\pi} \left(\frac{\mu (1 + k_1)(1 + k_2) \sin 2\alpha \cdot \cos\varphi \cdot \sin\varphi \cdot \cos\varpi}{D^2} \sin\varphi \frac{\cos\theta}{D} ds \right) R d\theta$$

où R est le rayon polaire donné par: $R = b \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$ ds,

l'abscisse curviligne le long d'une méridienne $ds = \sqrt{1 - R'^2} dx$

Tout calcul fait l'intégration aboutit à:

$$\text{CNL} = \frac{1}{\pi b^2} \frac{d\overline{F_N}}{dx} = (1+k_1)(1+k_2) \frac{\sin 2\alpha}{a} \cdot \frac{x}{a} \cdot \frac{1 - \frac{x^2}{a^2}}{1 - (1-\mu) \frac{x^2}{a^2}}$$

Où CNL est le coefficient d'effort normal local rapporté au maître-couple. La validation est effectuée à partir de cette valeur.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES CHAPITRE I

- [1.1] AL ISBER, A.
(fev. 1991) "Modélisation de l'écoulement instationnaire décollé à la traversée d'un diaphragme par la méthode des vortex aléatoires"
THESE ENSAE N° d'ordre 66
- [1.2] ALLEN, H. J.
(nov. 1949) "Estimation of forces and moments acting on inclined bodies of revolution of high finess ratio"
NACA RESEARCH MEMORANDUM
RM A9126
- [1.3] ALMOSNINO, D.
ROM, J.
(oct 1981) "Calculation of vortex separation affecting subsonic bodies at high incidence"
AIAA JOURNAL VOL. 21, N° 3
pp 398-406
- [1.4] BELOTSEKOVSKII, S. M.
(may 1969) "Calculation of the flow around wings of arbitrary planform in a wide range of angles of attack"
NASA TECHNICAL TRANSLATION
NASA TT F-12,291
- [1.5] BESSE, J.-L.
(1987) "Formation d'une paire de nappes tourbillonnaires dans la zone décollée de l'écoulement autour de corps élancés de révolution en incidence"
I.S.L. Rapport N° 130/87
- [1.6] BINDEL, S.
(1972) "Fluides incompressibles"
Cours ENSTA
- [1.7] BONNET, A.
(déc. 1977) "Contribution à l'étude de l'aéronef allégé: Effet de masse et d'inertie ajoutée"
Annexe II: Ellipsoïde
THESE DE L'ENSAE - N° d'ordre 5
- [1.8] BOUSQUET, J.
(1988) "Méthode des singularités"
TOME I: Théorie
Cours ENSAE
p 34 et 222
(aussi ed. CEPADUES)
- [1.9] BRYSON, A. E.
(1959) "Symetric vortex separation on circular cylinders and cones."
Journal of Applied Mechanics (Dec. 1959)

- [1.10] BURNSAL, W. J.
LOTFIN, L. K., Jr
(sept. 1951) "Experimental investigation of the pressure distribution about a yawed circular cylinder in the critical Reynolds number range"
NACA TECHNICAL NOTE
NACA TN 2463
- [1.11] CHAMPIGNY, P.
(décembre 1986) "Influence du nombre de Reynolds..."
Recherche aérospatiale - N° 1984 - 6
- [1.12] CHAMPIGNY, P.
(october 1983) "Pressure and Force measurement on a 3-D ogive nose and cylindrical Body at High Angle of Attack"
GARTEUR Report N° 01/AG04
- [1.13] CHAMPIGNY, P.
DAUBIN, D.
(oct. 1990) "Ecoulement tourbillonnaire sur fuselage de missiles. étude expérimentale et modélisation"
AGARD/FDP "symposium sur l'aérodynamique des écoulements tourbillonnaires".
SCHWENINGEN - Pays-Bas (Proceeding à paraître)
- [1.14] CZICHOWSKY, W.
(1983) "Formation d'une paire de tourbillons symétriques derrière un corps élané à symétrie de révolution sous incidence".
I.S.L. Rapport N° 121/83
- [1.15] ESCH, H.
(march 1976) "Bodies"
Von Karman Institute for fluids dynamics
Lectures series 88 : Missiles Aerodynamics
Volume I
- [1.16] ERICSSON, L.E.
REDING, J. P.
(jan. 1980) "Vortex-Induced asymmetric loads in 2-D and 3-D flows"
A.I.A.A.-80-0181
A.I.A.A. 18th
AEROSPACE SCIENCE MEETING
(Pasadena, California)
- [1.17] DELERY, J.
SIRIEX, M.
(mars 1979) "Ecoulement de culots"
ONERA T.P. n° 1979-14F
Conf. AGARD LS-98:
Aérodynamique des missiles

-
- [1.18] GOWEN, F. E.
PERKINS, E. W.
(june 1953) "Drag of cylinders for a wide range of Reynolds number and Mach numbers"
NACA TECHNICAL NOTE
NACA TN 2960
- [1.19] HILHORST, L.
(1987) "Contribution à la modélisation des coefficients aérodynamiques de fuselages en incidence"
THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR
ENSAE TOULOUSE N° d'ordre:137
- [1.20] LUNEAU, J.
BONNET, A.
(1989) "Théorie de la dynamique des fluides"
éd. CEPADUES -TOULOUSE
pp 208-241
- [1.21] MILNE-THOMSON, L. M.
(1966) "Theoretical aerodynamics"
Fourth edition
MACMILLAN - ST MARTIN'S PRESS
pp 83-85
- [1.22] MOIR, I. R. M.
(oct. 1990) "An experimental investigation of the effect of finess ratio on the lateral force on a pointed slender body of revolution ."
AGARD: "symposium on the vortex aerodynamics"
SCHWENINGEN - Netherland
- [1.23] MUNK, M.
(1923) "The aerodynamic forces on airship hull"
NACA REPORT 184 - 1923
- [1.24] NIEMANN, H.-J.
HÖLSCHER, N.
(1990) "A review of recent experiments on the flow past circular cylinders".
Invited paper
Elsevier Science Publishers B.V.
0167-6105/90/\$03.50
- [1.25] PAGAN, D.
LORDON, J.
FARE, C.
(1990) "Supersonic vortex flows around a missile body: basic experiment and Euler numerical computation."
AGARD Conference Proceedings N° 493
Missile Aerodynamics
- [1.26] PIQUET, J.
(avr. 1983) "La turbulence et sa modélisation"
Cours ENSM - NANTES
pp 12-18
(aussi Cours ENSTA)

-
- [1.27] PIQUET, J.
(circa 1980) "Mécanique des fluides"
Cours ENSM - NANTES
TOME 1
pp 158-161
- [1.28] REHBACH, C.
(sept-oct 1977) "Calcul numérique d'écoulement
tridimensionnels avec nappes tourbillonnaires"
Recherche Aérospatiale - n°1977 - 5
- [1.29] RIVOIRE, V.
COLIN, P.
(sept. 1990) "Méthode d'équilibrage de nappes
tourbillonnaires issues de systèmes
hypersustentateurs"
RAPPORT FINAL CONTRAT DRET
Contrat N° 88/375
- [1.30] SARP KAYA, T.
(july 1965) "Separated flow about lifting bodies and
impulsive flow about cylinders"
A.I.A.A. JOURNAL VOL. 4, N° 3
pp 414 - 420
- [1.31] SARP KAYA, T.
(oct 1973) "An inviscid model of two dimensional vortex
shedding for transient and asymptotically
steady separated flow over an inclined plate"
J. Fluid Mech. 5 (1975), vol. 68 , part 1
pp 109 - 128
- [1.32] SARP KAYA, T.
(march 1988) "Computational Methods with Vortices "
The 1988 Freeman Scholar Lecture
Journal of Fluids Engineering
March 1989, Vol. 111
pp 4 - 52
- [1.33] SCHINDEL , L. H.
(nov-dec 1969) "Effect of vortex separation on the lift
distribution on bodies of elliptic cross section"
J. of Aircraft: Vol. 6, N° 6
pp. 537-543
NASA Contractor Report 3208
- [1.34] SHEFFIELD, J. S.
DEFFENBAUGH, F.D.
(1980) "A three dimensional vortex wake model for
missiles at high angle of attack"
NASA CONTRACTOR REPORT 3208

- [1.35] VAN TUYL, A. H.
(june 1986 sept. 1987) "Vortex filament model of the wake behind a missile at high angle of attack"
A.I.A.A. JOURNAL VOL. 26, N° 3
pp 264 - 270
- [1.36] WARD, G. N.
(march 1949) "Supersonic flows past slender bodies"
Quarterly Journal of Mech. Appl. Math.
Vol. 2 - Part 1 pp 75-97
- [1.37] WARDLAW, A. B., Jr
(jan. 1975) "Multivortex model of asymmetric shedding on slender bodies at high angle of attack".
A.I.A.A PAPER 75-123
- [1.38] WARDLAW, A. B., Jr.
 "High angle of attack aerodynamics"
AGARD - L 5 - 98
- [1.39] WARDLAW, A. B., Jr.
(march 1976) "High angle of attack aerodynamics"
Von Karman Institute for fluids dynamics
Lectures series 88 : Missiles Aerodynamics
Volume II
- [1.40] WELSH C. J.
(june 1953) "Drag of finite length cylinders determined from flight tests at high Reynolds numbers for a Mach number range from 0.5 to 1.3"
NACA TECHNICAL NOTE 2941

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES CHAPITRE II

- [2.1] BARBERIS, D.
CHANETZ, Bruno
(nov. 1986) "Décollement en écoulement incompressible tridimensionnel. expérience de validation et modélisation."
A.A.A.F.: 23ème Colloque d'Aérodynamique Appliquée
- [2.2] BERGE, P.
POMMEAU, Y.
VIDAL, Ch.
(1988) "L'ordre dans le chaos: Vers une approche déterministe de la turbulence."
Ed. HERMANN; Coll. ens. des Sciences
- [2.3] CHANETZ, Bruno
(1986) "Contribution à l'étude du décollement tridimensionnel en écoulement turbulent incompressible."
Thèse de doctorat d'état de l'université Claude Bernard de Lyon
- [2.4] CHANETZ, B.
DELERY, J.
(mai-juin 1988) "Etude expérimentale du Décollement Turbulent sur un ellipsoïde aplati."
La Recherche Aérospatiale - N°1988-3
- [2.5] DALLMANN, U.
(juin 1987) "On topological changes of separating flow structure at transition Reynolds numbers"
A.I.A.A. Journal AIAA-87-1266
- [2.6] DAVEY, A.
(1961) "Boundary layer flow at a saddle point of attachment"
J. Fluid Mech.; Vol 10 pp. 593,610
- [2.7] DELERY, J.
(oct. 1990) "Physique des écoulements tourbillonnaires"
AGARD FDP symposium sur:
"l'Aérodynamique des écoulements tourbillonnaires."
O.N.E.R.A. TP N°1990 - 174
- [2.8] HUNT, J. C. R.
ABELL, C. J.
PETERKAYA, J. A.
WOO, H.J.
(1978) "Kinematical studies of the flows around free or surface-mounted obstacles: applying topology to flow visualization."
J. Fluid Mech. ,vol. 86 part 1, pp. 179-200.
- [2.9] LEGENDRE, Robert
(mars 1965) "Lignes de courant d'un écoulement continu"
La recherche Aérospatiale N°105
- [2.10] LELONG-FERRAND, J
ARNAUDIES, J.
(1977) "Equations différentielles et intégrales multiples"
Cours de mathématique , tome 4
ed. DUNOD

- [2.11] LIGHTHILL, M. J.
(1963) "Attachment and separation in three-dimensional flow"
in "laminar boundary layer"
ed. L. Rosenhead, Oxford Univ. Press.
- [2.12] PEAKE, David J.
TOBAK, Murray "Three-dimensional separation and reattachment"
AGARD-LS-121
- [2.13] PEAKE, David J.
TOBAK, Murray "Three-Dimensional Flow about Simple Components at Angle of Attack"
AGARD-LS-121
- [2.14] PEAKE, David J.
TOBAK, Murray (1980) "Three-Dimensional Interactions and vortical Flows with Emphasis on High Speeds"
AGARDograph N° 252 / AGARD-AG-252
- [2.15] PERRY, A. E.
CHONG, M. S. (1987) "A description of eddying motions and flow patterns using critical point concept."
Ann. Rev. Fluid Mech. 19: 125 55
- [2.16] PERRY, Anthony E.
HORNUNG, H. (avr. 1984) "Some aspects of three-dimensional separation part I: Streamsurface bifurcations."
Zeitschrift für Flugwissenschaften und Weltraumforschung 8 (1984), Heft 2
- [2.17] WANG, K. C;
(1972) "Separation Pattern of Boundary Layer over an Inclined Body of Revolution."
A.I.A.A. JOURNAL Vol. 10 N°8
- [2.18] WARD, K. C.
KATZ, J. (avr. 1989) "Topology of the Flow Structures Behind inclined projectiles."
J. Aircraft Vol. 26, N° 11
- [2.19] WERLE, H.
(1962) "Le décollement sur les corps de révolution à basse vitesse"
La Recherche Aéronautique N°90
- [2.20] WERLE, H.
(1980) "Visualisation hydrodynamique sur corps fuselés des phénomènes tourbillonnaires propres aux incidences élevées"
O.N.E.R.A. T.P. n° 1980-106
- [2.21] WERLE, H.
(1982) "Méthode de visualisation des écoulements pour l'étude de l'aérodynamique à forte incidence"
AGARD-VKI Lectures Series 121:
"Aérodynamique à haute incidence"
O.N.E.R.A. T.P. n° 1982-5

- [2.22] WERLE, H.
(avr. 1983) "Visualisation des écoulements tridimensionnels"
AGARD FDP on: "Aerodynamics of vortical Type Flow in Three Dimensions".
O.N.E.R.A. T.P. n° 1983-34
- [2.23] WU, J. Z.
GU, J. W.
WU, J. M.
(1987) "Steady three-dimensional fluid particle separation from arbitrary smooth surface and formation of free vortex layers"
A.I.A.A. Journal AIAA-87-2348

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES CHAPITRE III

- [3.1] ARNAL, HABIBALLAH, COUSTOLS (1984) "Théorie de l'instabilité laminaire et critère de transition en écoulement bi et tridimensionnel"
La Recherche Aéronautique N° 1984 - 2
pp 125-143
- [3.2] BALAGEAS et Al. (oct 1989) "Application de la thermographie infrarouge à la mesure des flux thermiques en soufflerie."
A.A.A.F.: 26ème Colloque d'Aérodyn. Appliquée
- [3.3] BURSAL, W. J. LOTFIN, L. K., Jr (sept. 1951) " Experimental investigation of the pressure distribution about a yawed circular cylinder in the critical Reynolds number range"
NACA TECHNICAL NOTE
NACA TN 2463
- [3.4] CHAMPIGNY, P. (october 1983) "Pressure and Force measurement on a 3-D ogive nose and cylindrical Body at High Angle of Attack"
GARTEUR Report N° 01/AG04
- [3.5] COUSTEIX, J. (1990) " Turbulence et couche limite"
cours E.N.S.A.E. ou ed. CEPADUES
p 331
- [3.6] DESCOINS, J. (1991) "Caractérisation technique de refroidissement de paroi: Application de la thermographie infrarouge au cas du soufflage pariétal."
THESE ENSAE année 1991 N° d'ordre 64
- [3.7] DESCOINS, J. GIOVANNINI, A. (1990) "Evaluation des échanges convectifs par thermographie infrarouge : Validation et application au refroidissement de paroi."
Rapport CERT
- [3.8] DUCRUET, C. (novembre 1983) "Correction de mesure de pression pariétale dans un écoulement"
A.A.A.F.: 20ème Colloque d'Aérodynamique Appliquée, TOULOUSE

- [3.9] DUCRUET, C.
DYMENT, A.
(novembre 1977) "Influence des dimensions des orifices sur la mesure de la pression et sur la détermination de la traînée de forme"
A.A.A.F.: 14ème Colloque d'Aérodynamique Appliquée, TOULOUSE.
- [3.10] GAUFRE, G.
FONTANELLA, J.-C.
(1984) "Caméra infrarouge: Principe, caractérisation, utilisation."
Recherche Aérospatiale N° 1984 - 4 pp 259-269
- [3.11] GAUFRE, G.
(1988) "Détection de la transition laminaire turbulent par thermographie infrarouge."
La Recherche Aérospatiale : N°1988-2, pp 1-22.
- [3.12] GAILLARD, R.
(sept., 1983) "Calibration and use of an ONERA miniature five hole probe."
ONERA
7th symposium on measuring techniques for transonic and supersonic flows in cascades and turbomachine.
- [3.13] GONIDEC, P.
(avril 1991) "Missiles subsoniques en incidence : Résultats expérimentaux des mesures de pression à la paroi."
Annexe Rapport DRET
- [3.14] HOUTMAN, E.M.
BANNINK, W. J.
(avril 1989) "The calibration and measuring procedure of a five hole hemispherical head probe in compressible flow."
T.U. DELFT (University of Technoly)
report L.R. - 585
- [3.15] LAUG, M.
(1988) "Transfert de chaleur"
Cours E.N.S.A.E.
- [3.16] MARTY, F.
"Technique de mesures en aérodynamique"
Cours ENSAE, Fascicule 2
- [3.17] MICHEL, R.
(1972) "Couche limite et transfert de chaleur"
COURS E.N.S.A.E.
- [3.18] PAGAN, D.
LORDON, J.
FARE, C.
(1990) "Supersonic vortex flows around a missile body: basic experiment and Euler numerical computation."
AGARD Conference Proceedings N° 493
Missile Aerodynamics

-
- [3.19] PEAKE, D.
RAINBIRD, W. J.
ATRAGHJI, E. J.
(may 1972)
- "Three-dimensional flow separations on aircraft and missiles"
AIAA JOURNAL Vol. 10, No 5,
pp 567-580
- [3.20] PIQUET, J.
(circa 1980)
- "La turbulence et sa modélisation"
Cours E.N.S.M. (NANTES)
(ou Cours E.N.S.T.A.)
- [3.21] POLL, D.I.A.
(1982)
- "Some effect of boundary layer transition on slender axi-symmetric bodies at incidence in incompressible flow."
AGARD CP 336
- [3.22] ROGER, E. W. E.
(1966)
- "Blocage effects in closed or open tunnels"
AGARDOGRAPH 109, Chap. V
pp 289-328
- [3.23] SOLIGNAC, J.-L.
(jan. 1984)
- "Notice sur l'utilisation des sondes à cinq trous"
ONERA
Rapport technique N° 74/1865 AN
- [3.24] STETSON, K. F.
(may 1972)
- "Boundary layer separation on slender cone at angle of attack."
A.I.A.A. Journal Vol 10 , N°5
- [3.25] TINLING, B. E.
ALLEN, C. Q.
(1962)
- "An investigation on the normal-force and vortex-wake characteristics of an ogive-cylinder at subsonic speeds."
NASA TECHNICAL NOTE D-1297
- [3.26] WARD, K. C.
KATZ, J.
(avr. 1989)
- "Topology of the Flow Structures Behind inclined projectiles."
J. Aircraft Vol. 26, N° 11

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES CHAPITRE IV

- [4.1] ASFAR,D.
MOOK,D.T.
NAYFEH,A.H. "Application of the vortex lattice technique to arbitrary bodies"
J. of AIRCRAFT Vol. 16 N°7, article N°78-1205
pp 421-424
- [4.2] A. BONNET
(1987) Cours de DEA - ENSAE TOULOUSE
ENSAE (non publié)
- [4.3] A. BONNET
(1977) "Contribution à l'étude aérodynamique de l'aéronef allégé: effet de masse et d'inertie ajoutées"
THESE DE DOCTEUR-INGENIEUR ENSAE
N° d'ordre 5 Annexe II : Ellipsoïde
- [4.4] J. BOUSQUET
(1988) "Méthode des singularités, tome 1: théorie"
COURS ENSAE TOULOUSE
(ou ed. CEPADUES)
- [4.5] CANTALOUBE,B.
REHBACH,C.
(1986) "Calcul des intégrales de la méthodes des singularités"
La Recherche Aéronautique N°1-1986
pp 15-22
- [4.6] CHAMPIGNY, P.
DAUBIN ,D.
(oct. 1990) "Ecoulement tourbillonnaire sur fuselage de missiles, étude expérimentale et modélisation"
AGARD/FDP "symposium sur l'aérodynamique des écoulements tourbillonnaires".
SCHWENINGEN - Pays-Bas.
- [4.7] CIARLET,P.G.
(1982) "Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation"
éd. MASSON
- [4.8] DELERY,J.
SIRIEX,M.
(mars 1979) "Ecoulement de culots"
ONERA T.P. n° 1979-14F
Conf. AGARD LS-98: Aérodynamique des missiles
- [4.9] M. DELHOMMEAU "Mise en œuvre d'une méthode de singularités"
COURS ENSM NANTES

-
- [4.10] FIECHTER,M.
(1966) "Sur les systèmes tourbillonnaires autour de corps élanés et leur influence sur les coefficients aérodynamiques"
Rapport ISL - 10/66
- [4.11] GUIRAUD,J.P.
(1978) "Potentiel des vitesses créés par une distribution localisée de tourbillon"
La Recherche Aérospatiale N°6-1978
pp 365-366
- [4.12] HESS,J.L.
SMITH,A.M.O.
(1964) "Calculation of non-lifting potential flow about arbitrary three-dimensional bodies"
Journal of Ship Research Vol. 8, N°2, pp 22-44
- [4.13] HUNT,B.
(1980) "The mathematical basis and numerical principles of the boundary integral method for incompressible potential flow"
- [4.14] F.T. JOHNSON
(1980) "General method for the analysis of arbitrary configurations in incompressible flows".
NASA CONTRACTOR REPORT N°3079
- [4.15] LUNEAU,J.
BONNET,A.
"Théorie de la dynamique des fluides"
Cours ENSAE, ou éd. CEPADUES
- [4.16] M. MUDRY
(1982) THESE DE DOCTORAT D'ETAT :
"Théorie générale des nappes et filaments tourbillonnaires et ses applications à l'aérodynamique instationnaire".
UNIVERSITE DE PARIS VI (JUSSIEU).
- [4.17] V.RIVOIRE,P. COLIN
(1989) "Méthodes d'équilibrage des nappes issues de systèmes hypersustentateurs"
R.T. AEROSPATIALE Réf. 443 569 / 89
(contrat DRET).
- [4.18] F.RODDIER
(1978) "Distributions et transformation de Fourier"
ed. MAC GRAW-HILL
- [4.19] RYAN,J.
LÊ,T.H.
(fev. 1989) "Calculs d'écoulements autour de carènes complexes"
2ème Journée de l'Hydrodynamique de NANTES
ONERA T.P. N° 1989-62
- [4.20] VAN TUYL,A.H.
(1987) "Vortex filament model of the wakebehind a missile at high angle of attack"
A.I.A.A. Journal Vol. 26, N°3

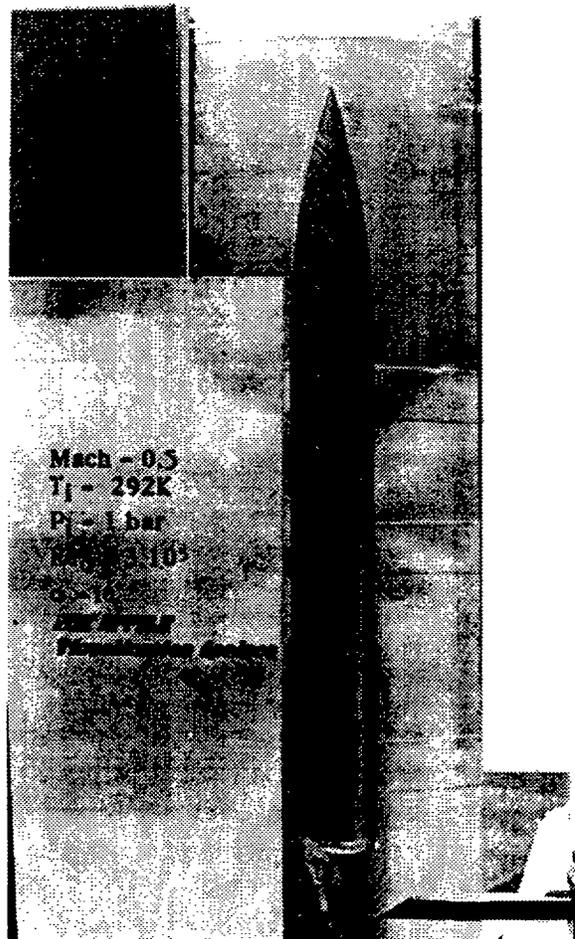
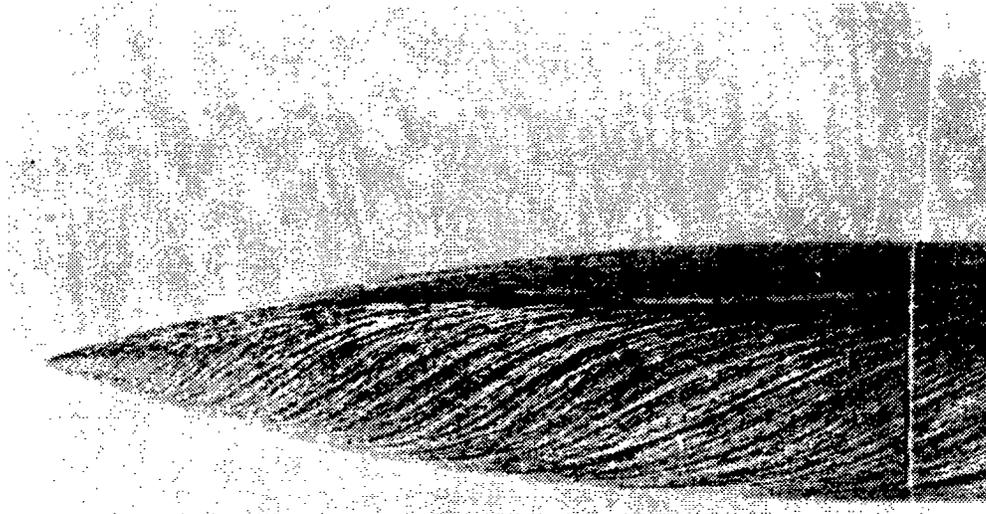
TABLE DES MATIERES DES HORS-TEXTES

	Pages
Planche 1.1 : Visualisations pariétales (étude qualitative de lignes de courant pariétales).....	5
Planche 1.2 : Visualisation en canal hydrodynamique - configuration symétrique	6
Planche 1.3 : Visualisation en canal hydrodynamique : configuration asymétrique	6
Planche 1.4 : Visualisation en canal hydrodynamique : séparation des tourbillons.....	7
<hr/>	
Figure 3.1 : Position du décollement suivant diverses formules comparées à l'expérience	9
Figure 3.2 : Soufflerie F757 de L'ENSAE.....	11
Figure 3.3a : Montage N°1 de la maquette dans la veine	12
Figure 3.3b : Montage N°2 de la maquette dans la veine	13
Figure 3.4.1 : Dispositifs de mesure de pression à commutation mécanique.....	14
Figure 3.4.2 : Dispositifs de mesure de pression à commutation électronique	15
Figure 3.5 : Dispositif de relevé des azimuts sur maquette (campagne de visualisations N°1)	17
Figure 3.6 : Schéma de la maquette à prises de pression fixes.....	19
Figure 3.7 : Schéma de la maquette à prises de pression mobiles (mise en roulis manuelle)	20
Figure 3.8 : Schéma de la maquette à prises de pression mobiles (mise en roulis motorisée)	21
Figure 3.9 : Schéma de la tête d'une sonde cinq-trous.....	23
Figure 3.10 : Schéma du repère (θ , φ).....	24
Figure 3.11 : Schéma du repère (α , β).....	25
Figure 3.12.1 : Schéma de la mise en œuvre de la sonde cinq-trous : montage.....	26
Figure 3.12.2 : Schéma de la mise en œuvre de la sonde cinq-trous : domaine de mesures.....	27
Figure 3.13 : Repère de projection des mesures sonde cinq-trous.....	29
Figure 3.14 : Instabilité transversale de couche limite,.....	30
Figure 3.15 : Structure du décollement parasite de WARD et KATZ.....	30
Figure 3.16 : Structure de l'écoulement le long du fuselage.....	31

Graphe 3.1 : Résultats de la première campagne de visualisation de la séparation.....	33
Graphe 3.2 : Résultats de la seconde campagne de visualisation de la séparation	35
Graphe 3.3 : Type de résultats fournis par la troisième campagne de visualisation.....	37
Graphe 3.4 : Température de frottement liée aux variations des conditions externes	39
Graphe 3.5.1 : Validation des mesure de Cp par comparaison avec Tinling&Allen	40
Graphe 3.5.2 : Validation des mesure de Cp par comparaison avec Champigny.....	41
Graphe 3.6.1 : Résultats comparés des CNL à diverses incidences.....	42
Graphe 3.6.2 : Résultats comparés des CNL à divers nombres de REYNOLDS.....	45
Graphe 3.6.3 : Résultats comparés des CNL à divers nombres de MACH	46
Graphe 3.7 : Courbes de coefficients de pression Cp sur maquette fixe.....	47
Graphes 3.8.1 : Courbe de Cp le long de diverses méridiennes.....	48
Graphes 3.8.2 : Courbes de Cp Sur diverses section perpendiculaires à l'axe missile.....	50
Graphe 3.9.1 : Cartes isobares comparées aux relevés de la ligne de séparation	53
Graphe 3.9.2 : Cartes isobares.....	54
Graphe 3.10 : Résultats de mesure de vitesses par sonde cinq-trous.....	56
Graphe 3.11 : Résultats de mesures de pression génératrices par sonde cinq-trous	59
Graphe 3.12 : Position de la transition en fonction du nombre de REYNOLDS de l'essai	61
Graphes 3.13.1 : Position de la séparation à diverses incidences	62
Graphes 3.13.2 : Position de la séparation à divers nombres de REYNOLDS.....	65
Graphes 3.13.3 : Position de la séparation à divers nombres de MACH.....	67
Graphes 3.14 : Ajustement de la courbe empirique aux résultats expérimentaux	68
Graphes 3.15 : Vérification de la synthèse expérimentale	72

Planches 3.1 : Présentation de la soufflerie.....	74
Planche 3.2 : Présentation des maquettes de visualisation (nez).....	76
Planche 3.3 : Visualisations épaisses, normales ou fines	77
Planche 3.4 : Résultats partiels des visualisations pariétales.....	78
Planche 3.5 : Visualisation par injection d'enduit.....	81
Planche 3.6 : Visualisation par acénaphène.....	82
Planche 3.7 : Résultats des visualisations acénaphène à incidence nulle.....	83
Planche 3.8 : Tableau d'essais de la thermographe infrarouge.....	85
Planches 3.9 : Résultats de la thermographie infrarouge.....	86
Planche 3.10 : Maquette de mesure des pressions pariétales.....	92
Planche 3.11 : Tableau des conditions d'essais de mesures de pressions pariétales.....	92
Planche 3.12 : Installation sonde cinq-trous.....	93

Planche 4.1 : Type de maillage utilisé pour le corps sans nappe.....	95
Planche 4.2 : Validation du calcul par comparaison avec la solution sur ellipsoïde.....	96
Planche 4.3 : Comparaison des C_p calcul / expérience à incidence nulle.....	97
Planche 4.4 : Comparaison des calculs sans nappe avec la théorie des corps élancés.....	99
Planche 4.5.1 : Comparaison des calculs avec et sans culot (C_p) - fuselage long.....	100
Planche 4.5.2 : Comparaison des calculs avec et sans culot (C_p) - fuselage court.....	101
Planche 4.6 : Maillage avec nappe.....	102
Planche 4.7 : Maillage avec nappe au culot.....	103
Planche 4.8 : Maillage gauchi du corps.....	104
Planche 4.9 : Diverses largeur de sections.....	105
Planche 4.10.1 : Résultats d'équilibrage de nappe - Forme générale, problème du noyau.....	107
Planche 4.10.2 : Résultats d'équilibrage de nappe - Suite des étapes du processus.....	108
Planche 4.10.3 : Résultats d'équilibrage de nappe - Stabilité de l'algorithme.....	111
Planche 4.11 : Cas d'un maillage initial très redressé longitudinalement.....	112
Planche 4.12 : Plissement (sans chevauchement) de la nappe.....	114
Planche 4.13 : Comparaison des résultats à l'expérience.....	115
Planche 4.14.1 : Résultats (CNL) avec iterations interrompues.....	116
Planche 4.14.2 : Résultats avec iterations interrompues.....	117
Planche 4.15 : Singularités numériques.....	118
Planche 4.16 : Modélisation de la partie inférieure du culot'.....	119



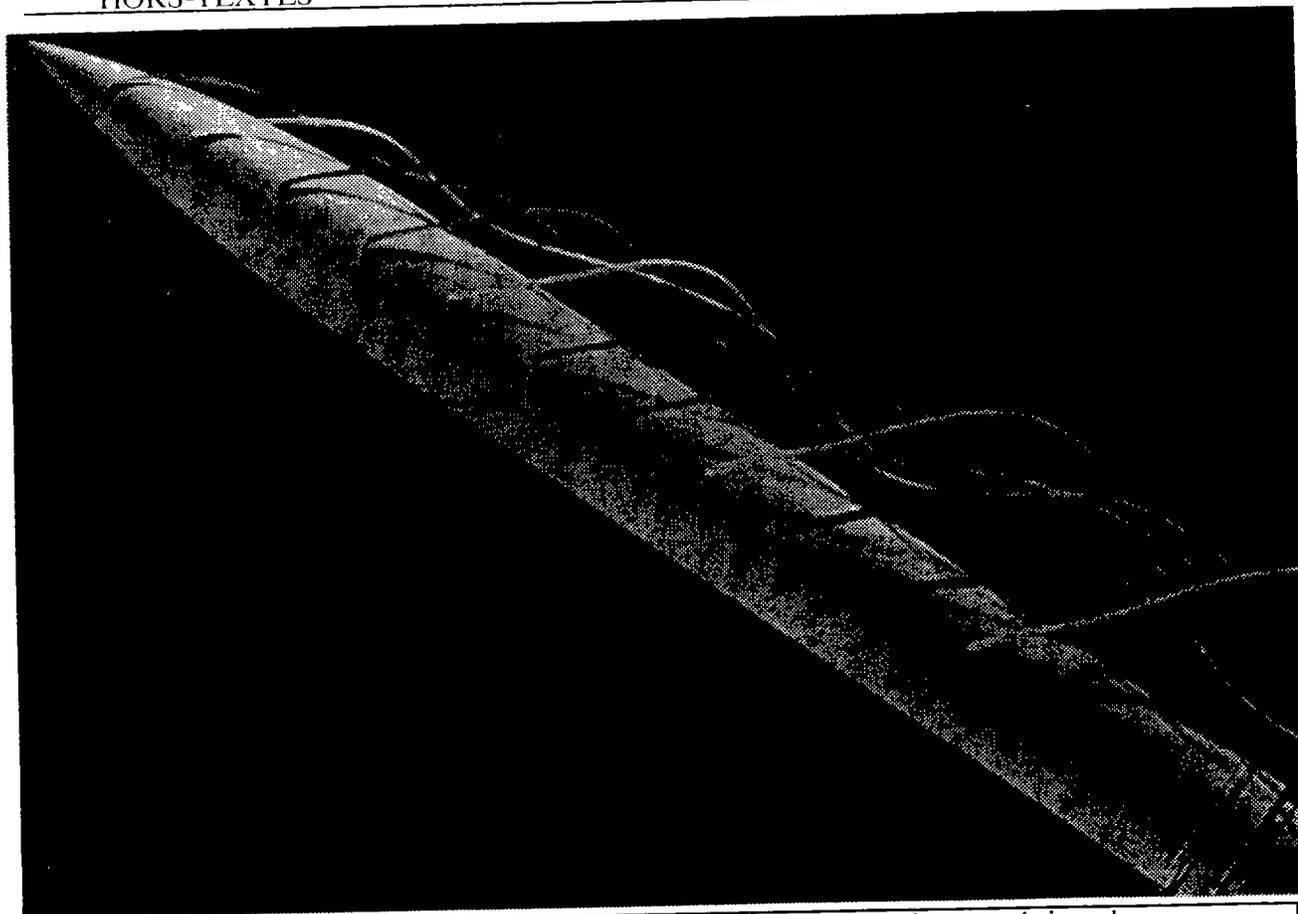


Planche 1.2 : Visualisation en canal hydrodynamique - configuration symétrique '
(réf. CZIKOWSKY d'après FIECHTER[1.14])

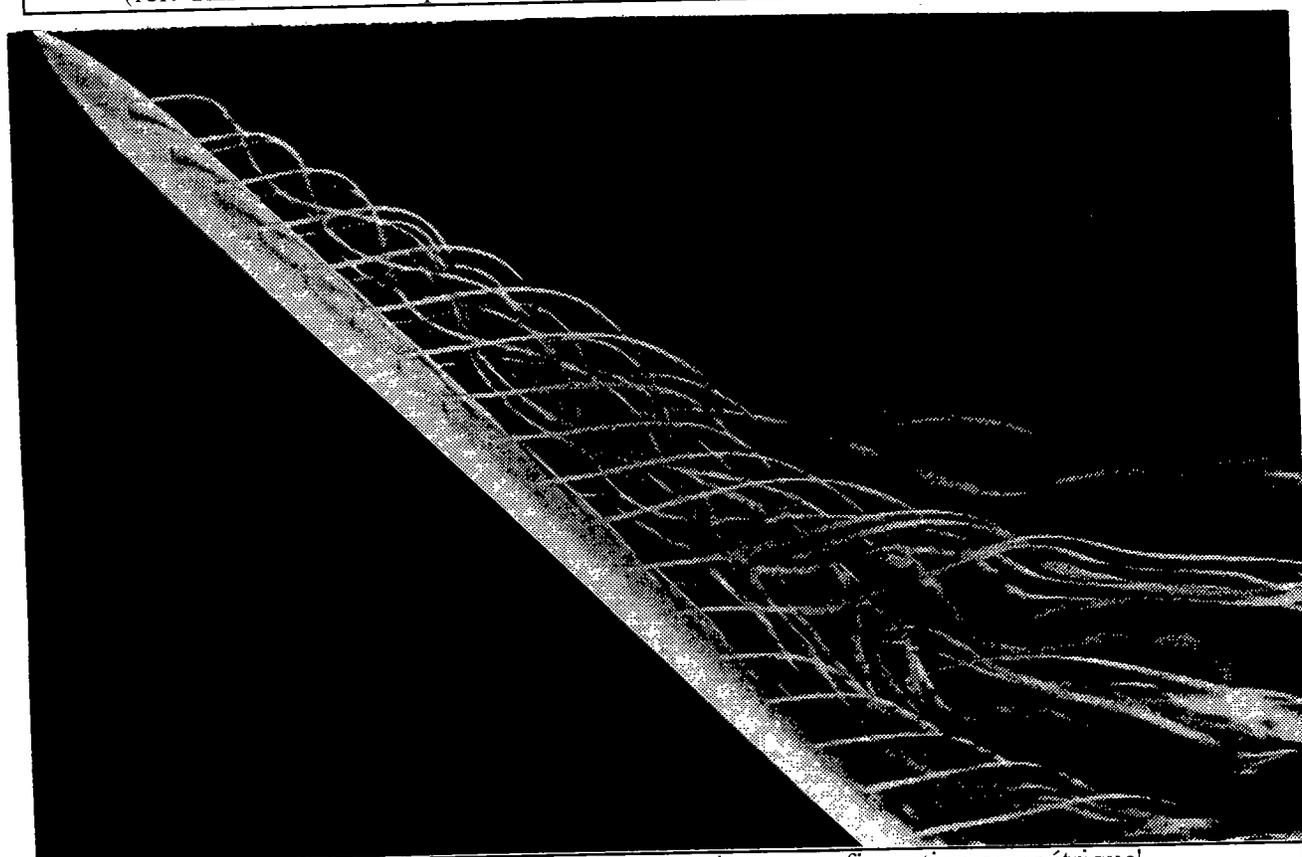


Planche 1.3 : Visualisation en canal hydrodynamique - configuration asymétrique'

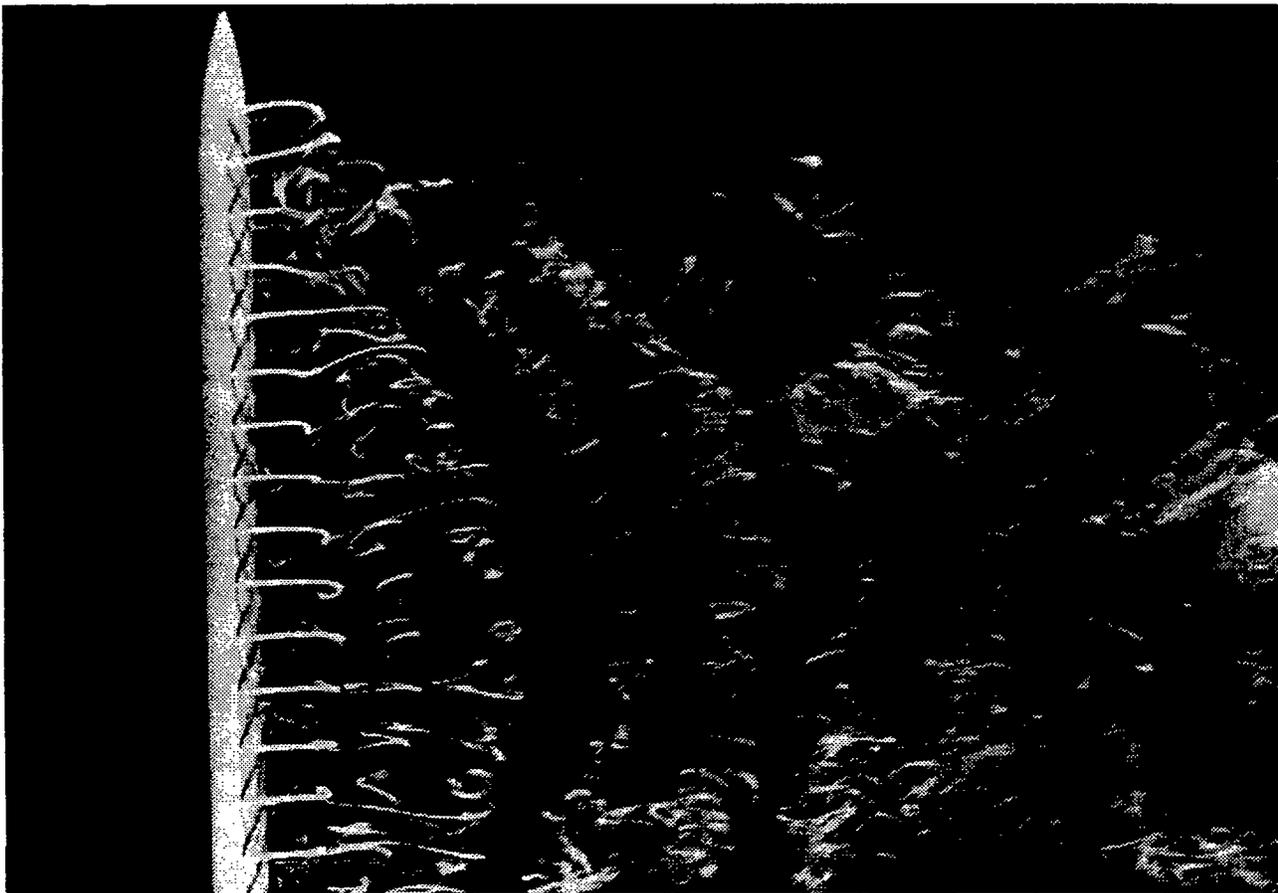
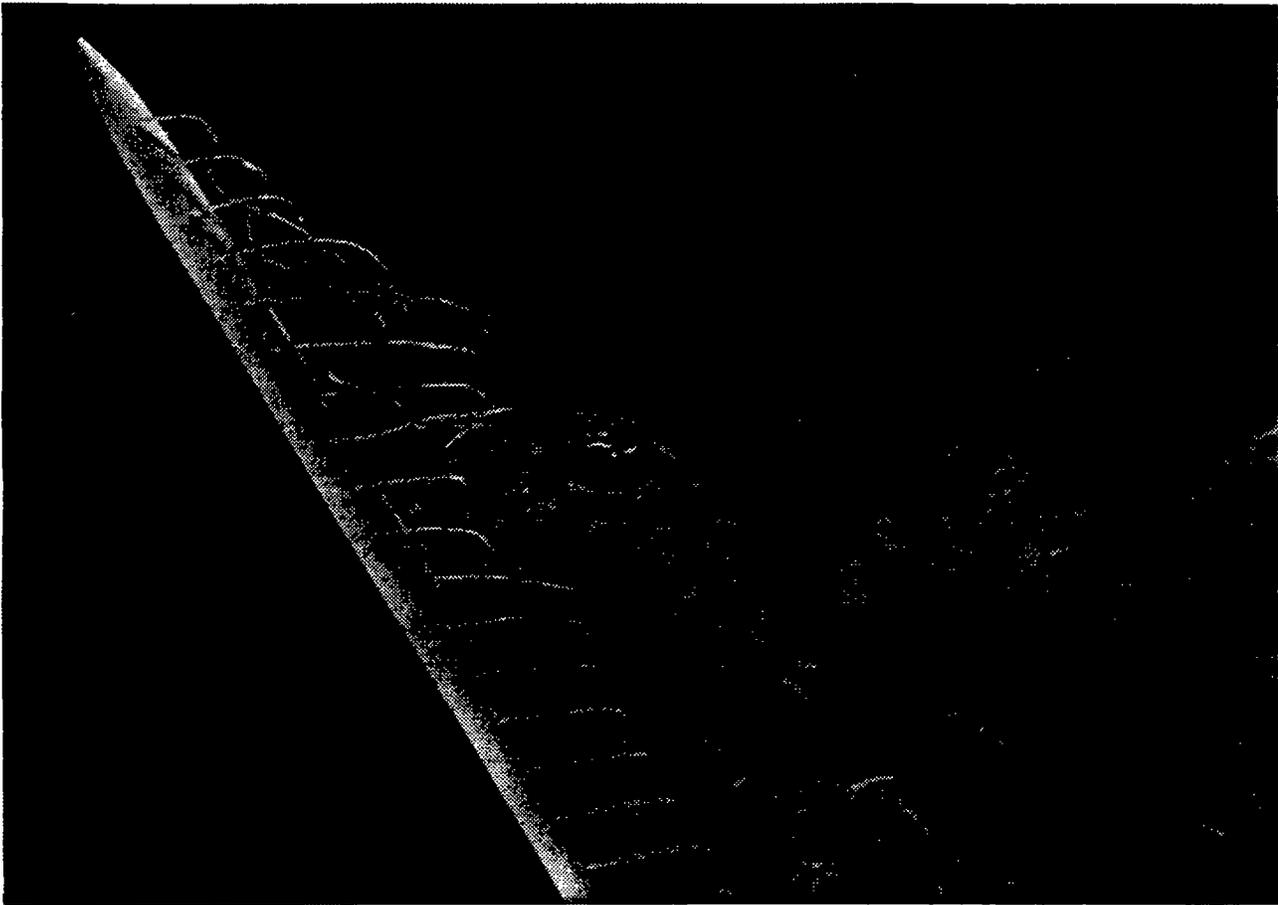


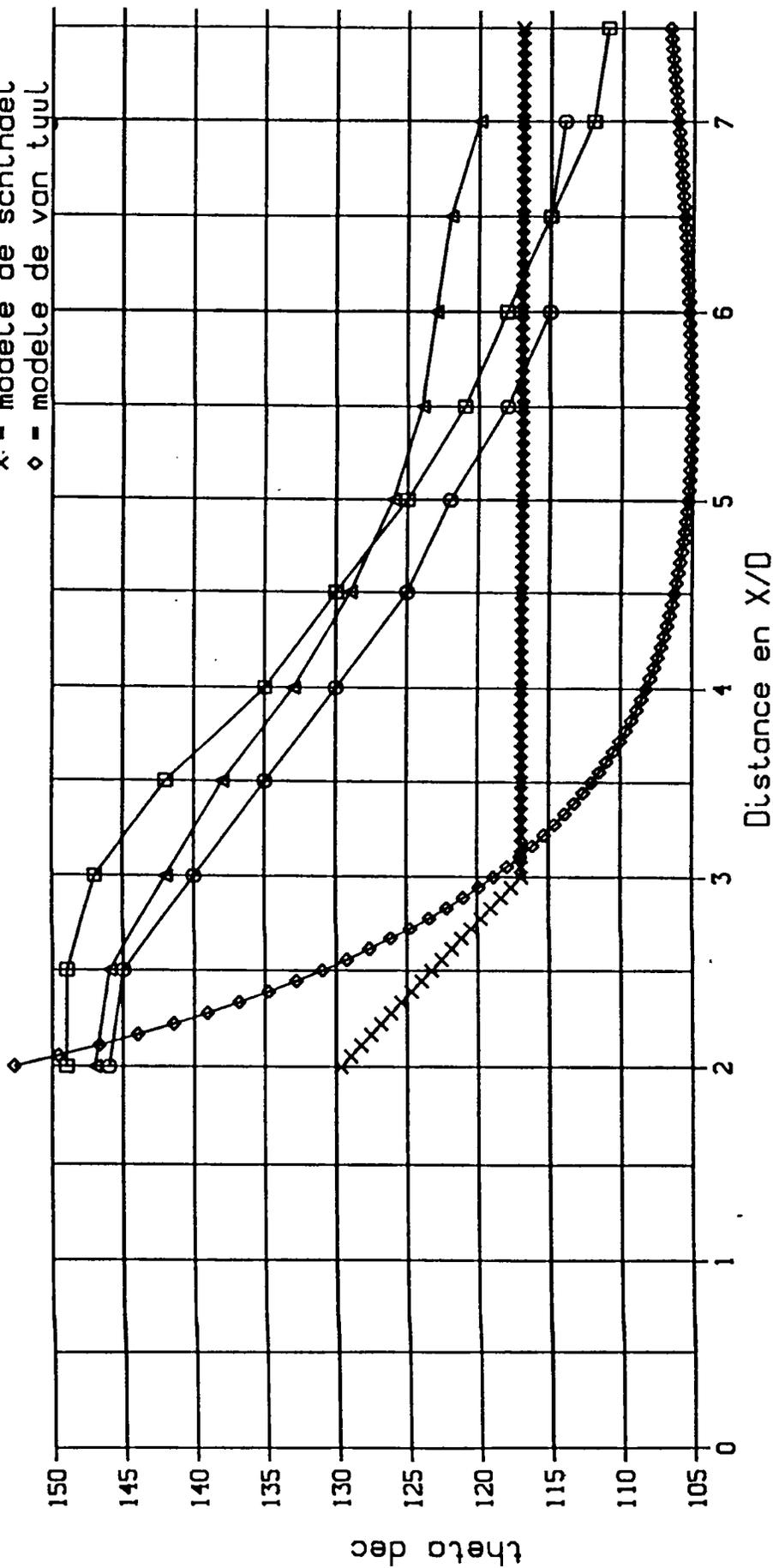
Planche 1.4 : Visualisation en canal hydrodynamique : Séparation des tourbillons!

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

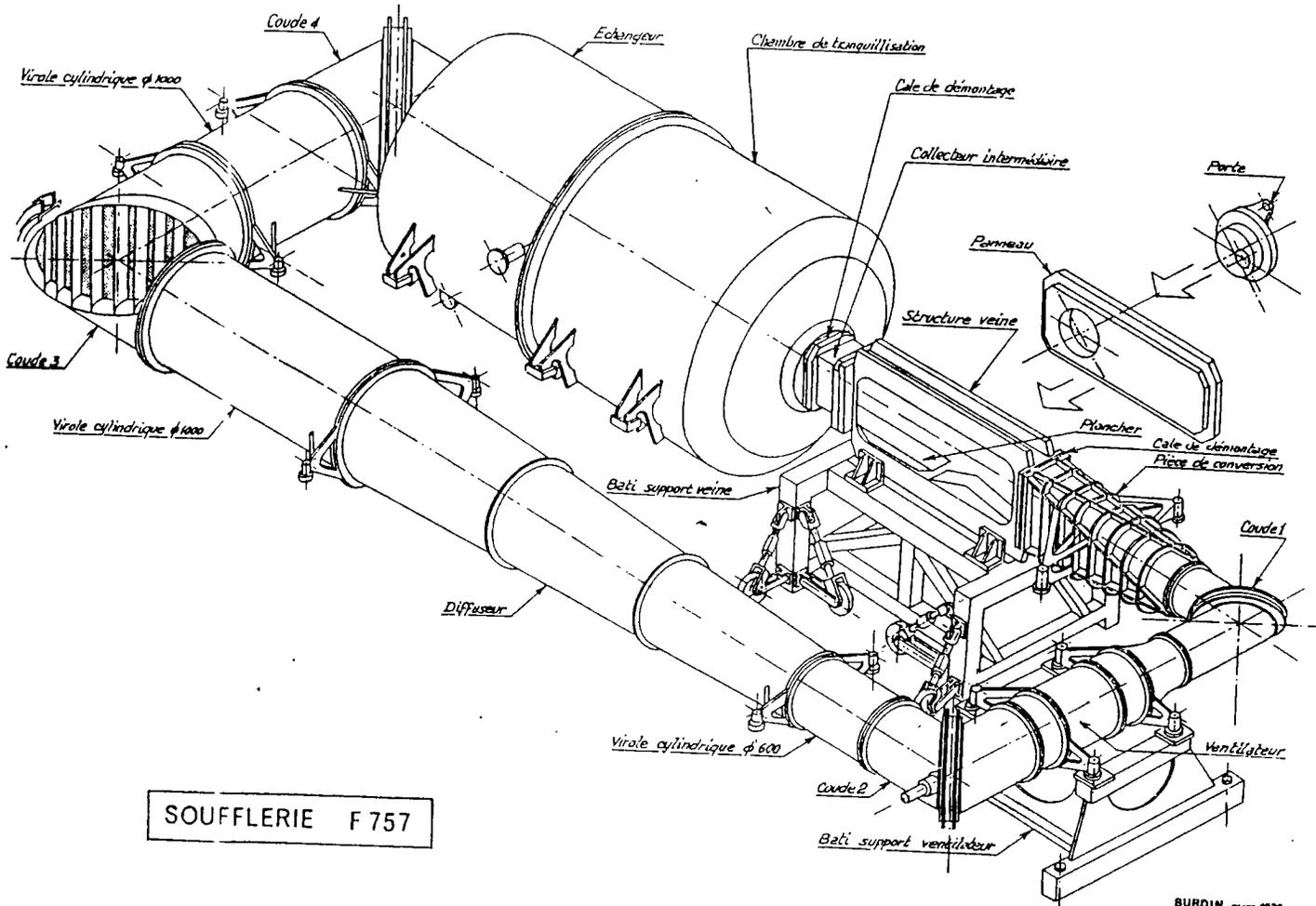
nombre de MACH 0.40

ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg

- LEGEND
- - reynolds -4.4 e+05
 - - reynolds -7.0 e+05
 - △ - reynolds -9.0 e+05
 - x - modele de schindel
 - ◇ - modele de van tuul

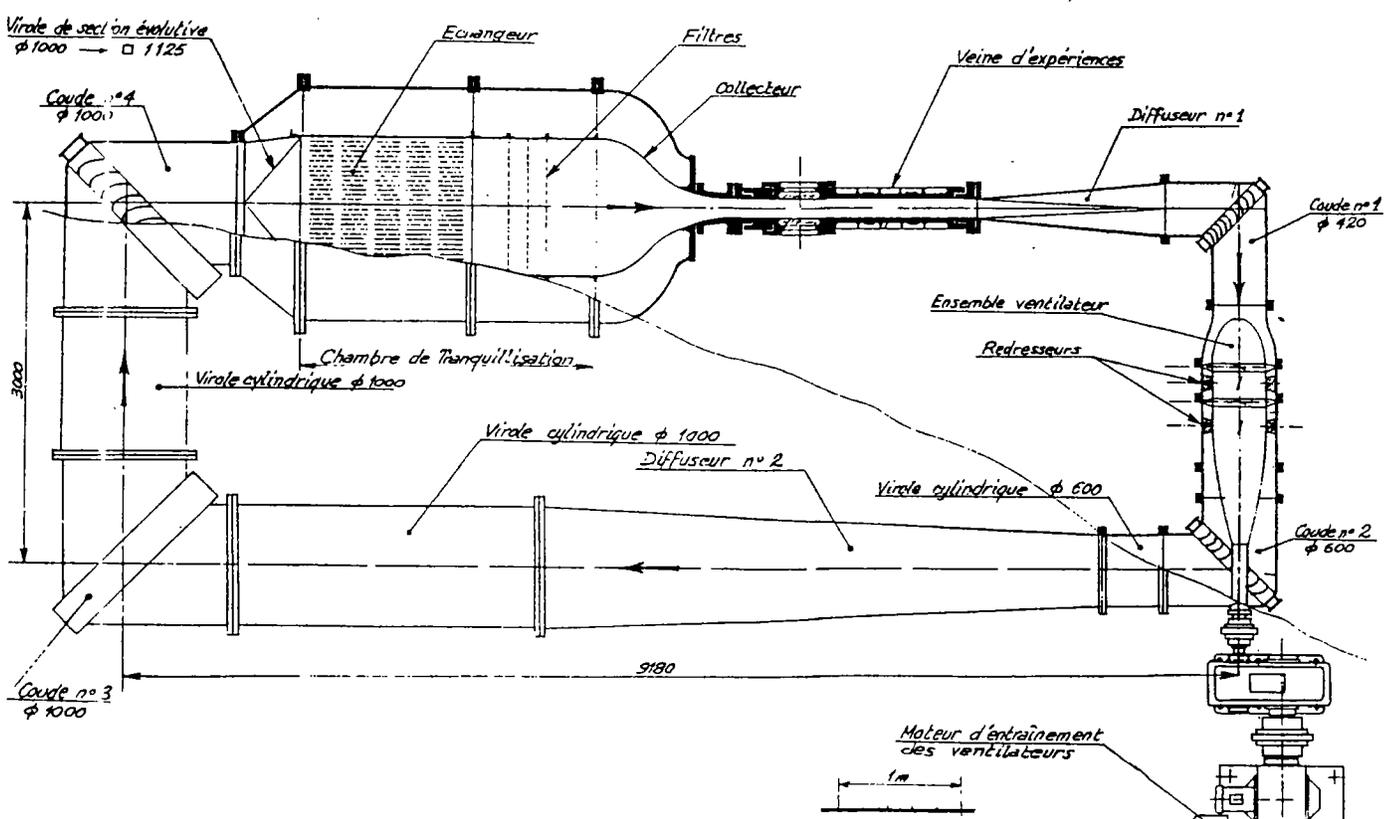


COMPARAISON EXPERIENCE AVEC VANTUYL ET SCHINDEL

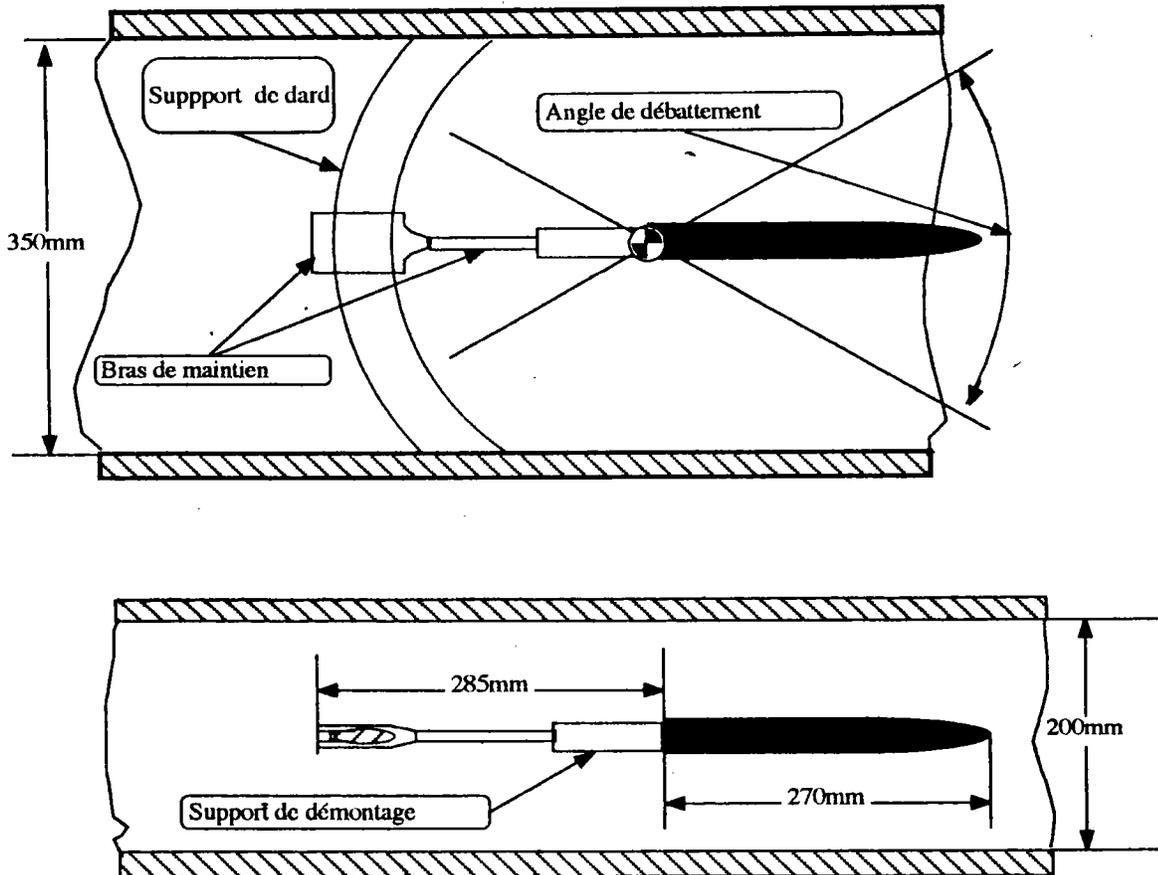


SOUFLERIE F 757

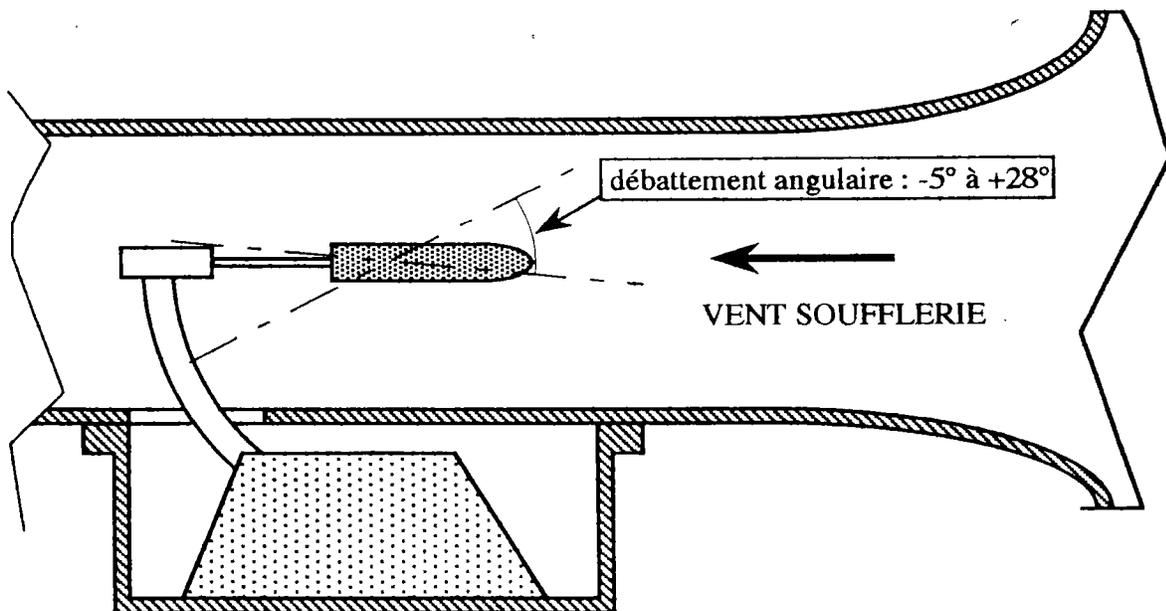
BURDIN mars 1979



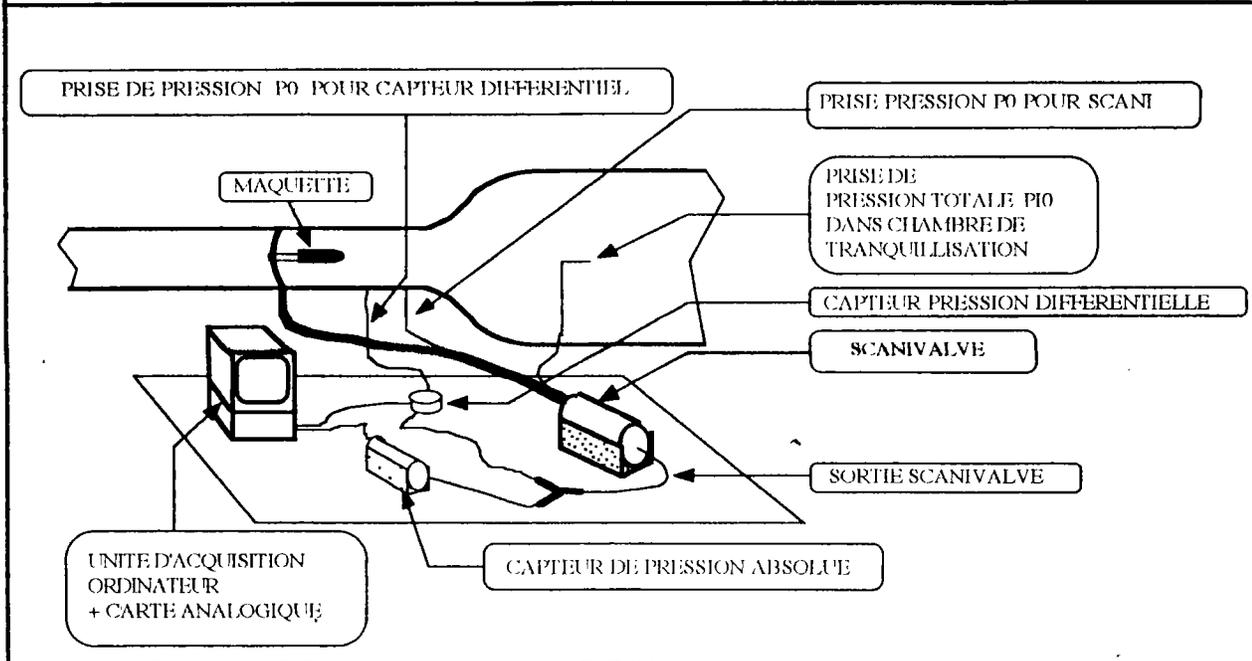
VEINE D'ESSAIS TRANSONIQUE ANCIEN MONTAGE MISSILE
(SUPPORT DE DARD TRAVERSANT COMPLETEMENT LA VEINE)



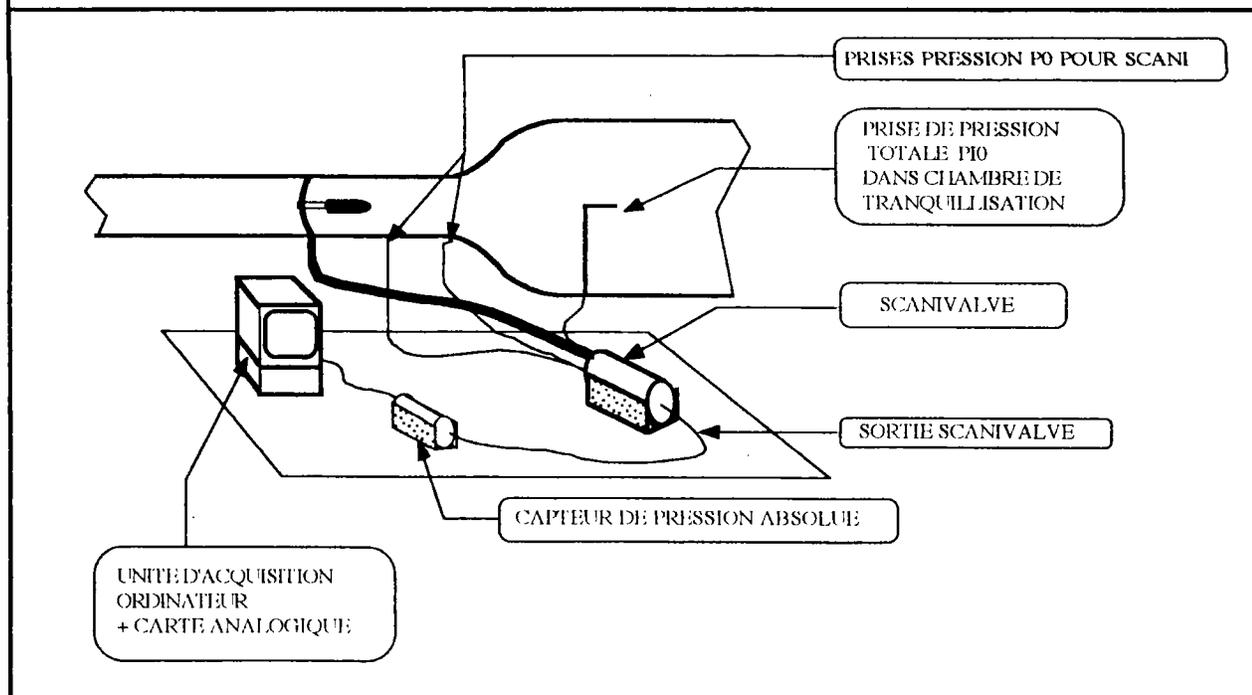
SCHEMA SOUFFLERIE AVEC SUPPORT AU PLANCHER



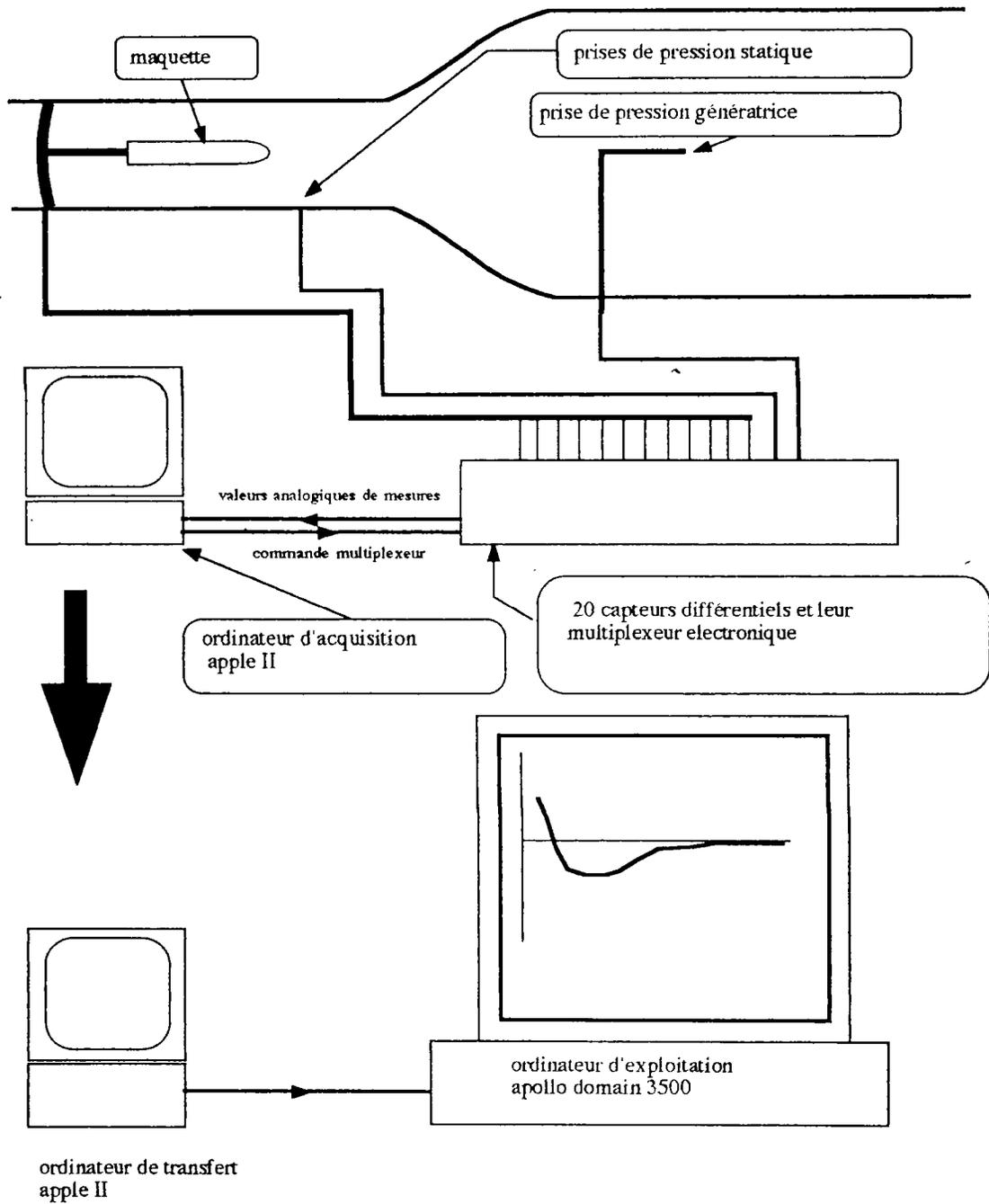
SCHEMA DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL A COMMUTATION MECANIQUE
 MESURE DE PRESSION DOUBLEE
 (avec capteur absolu doublé d'un capteur différentiel donnant P-Po)

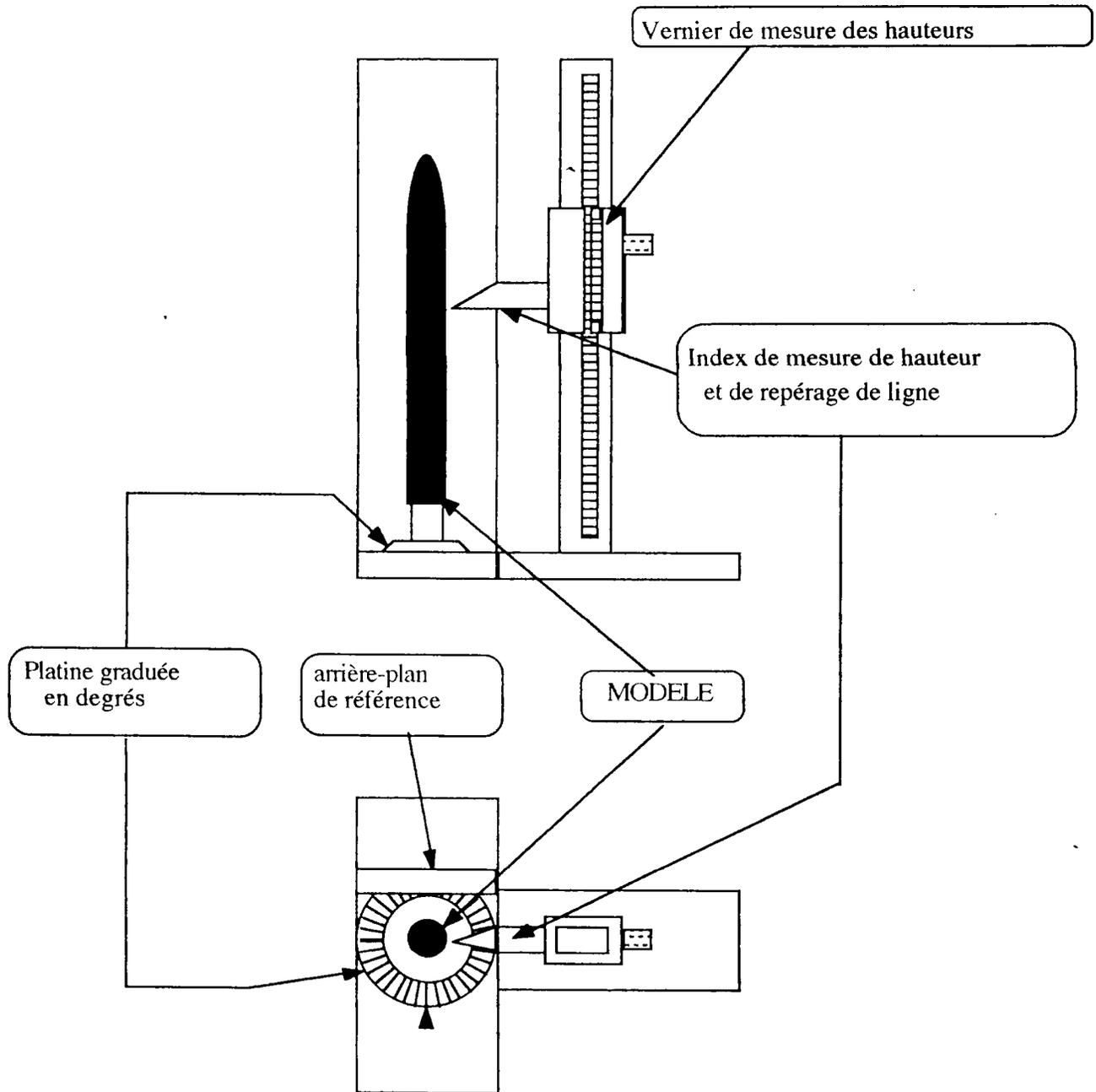


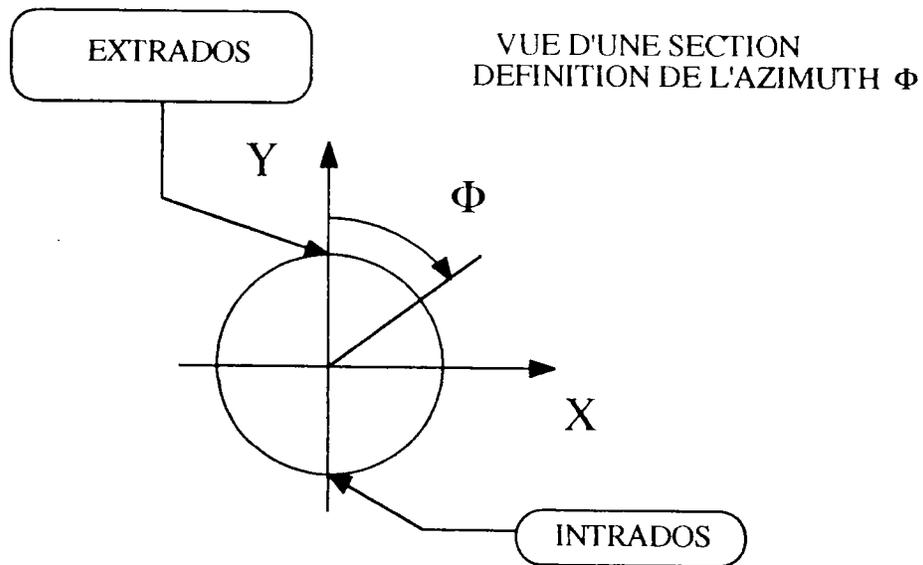
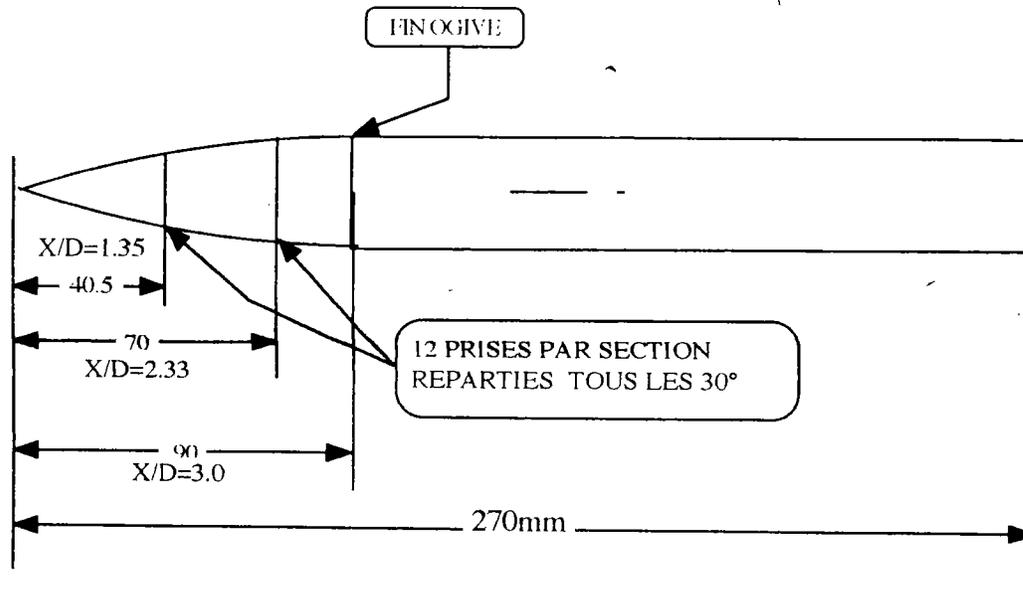
SCHEMA DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL AVEC CAPTEUR ABSOLU SEUL

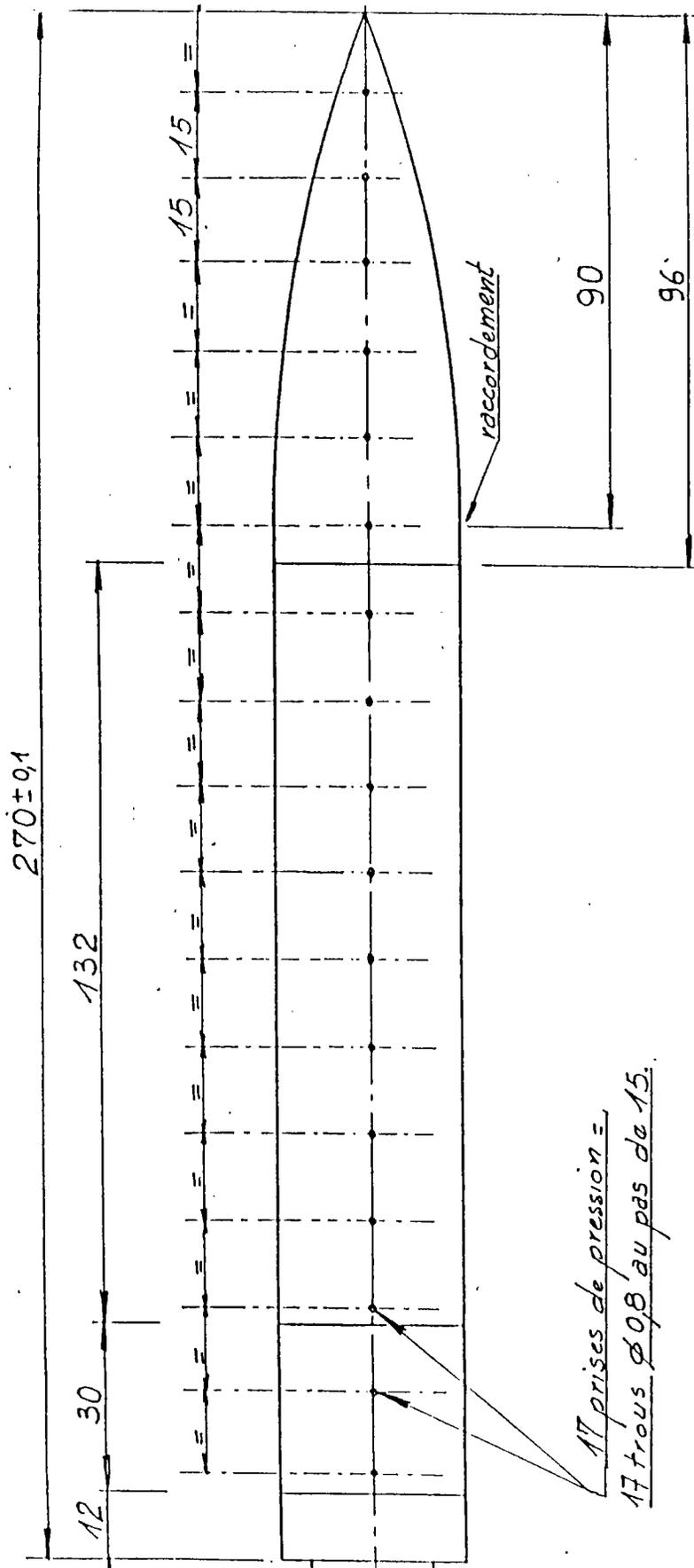


SCHEMA DE L'EXPERIENCE









MAQUETTE "PRISES DE PRESSION", MC1
Pour essais AERODYNAMIQUES

E.N.S.A.E

Ech:1 AE:0035 0000 1/5

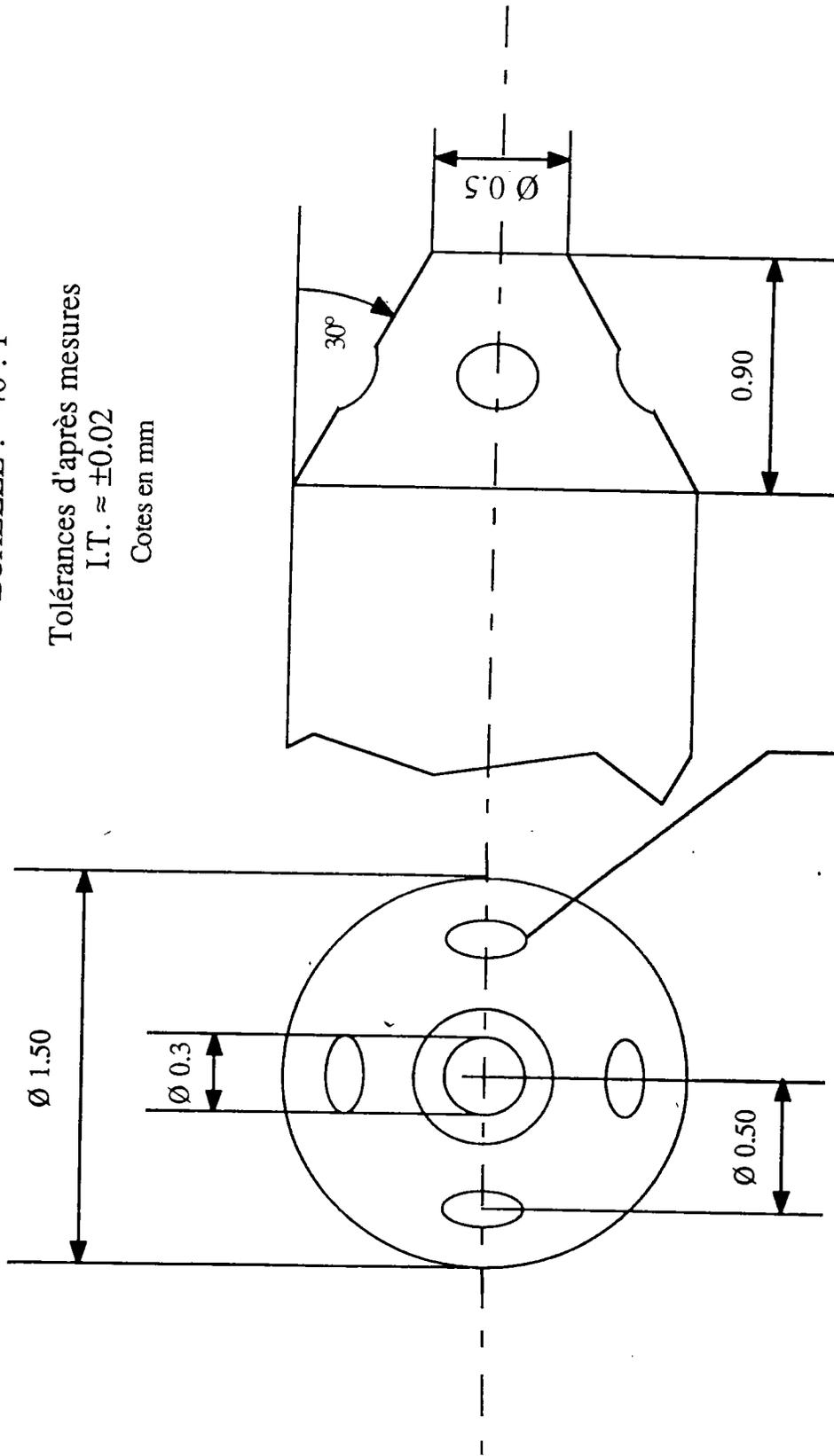
DIMENSIONS DE LA SONDE "CINQ-TROUS"

ECHELLE : 40 : 1

Tolérances d'après mesures

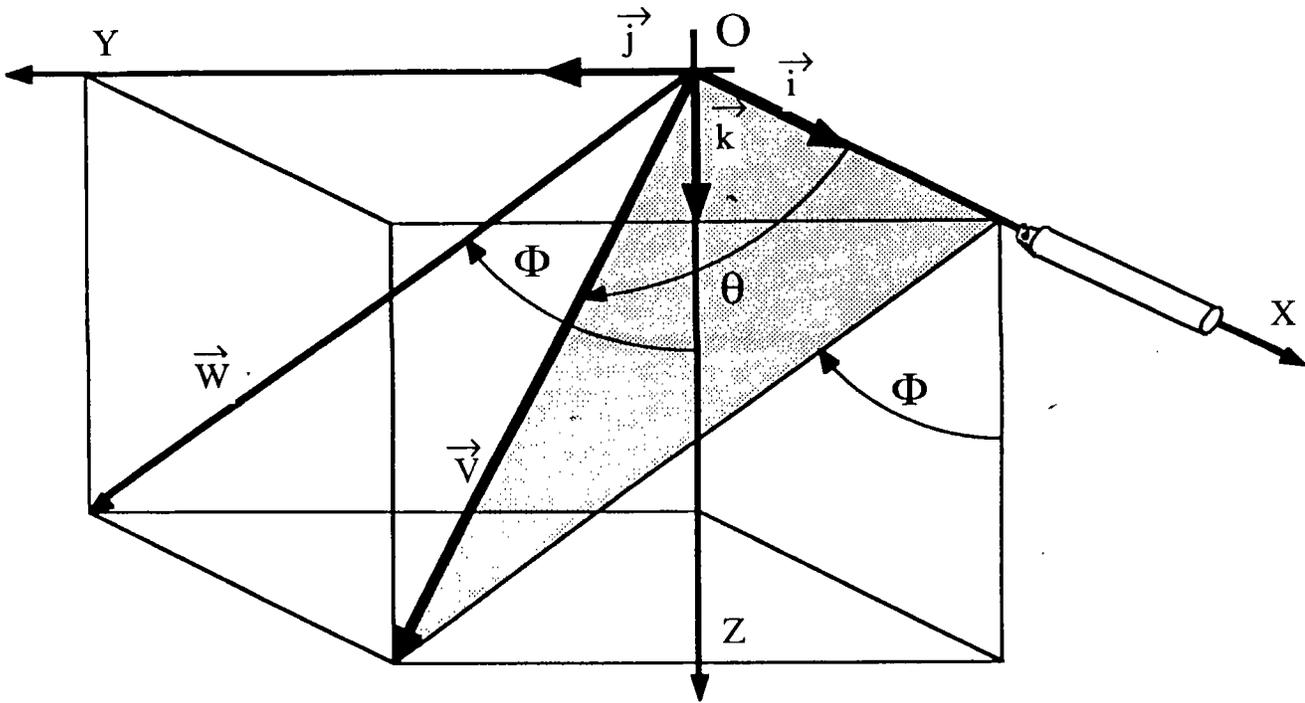
I.T. $\approx \pm 0.02$

Cotes en mm



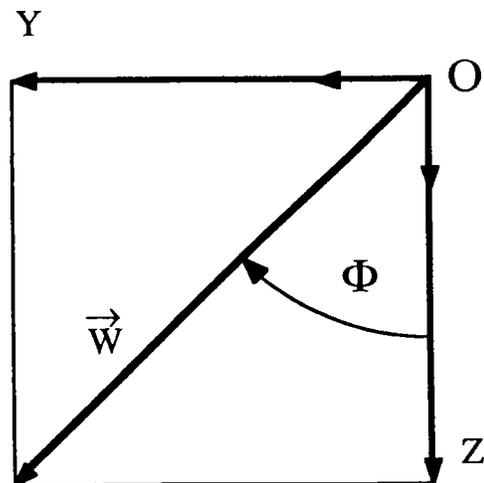
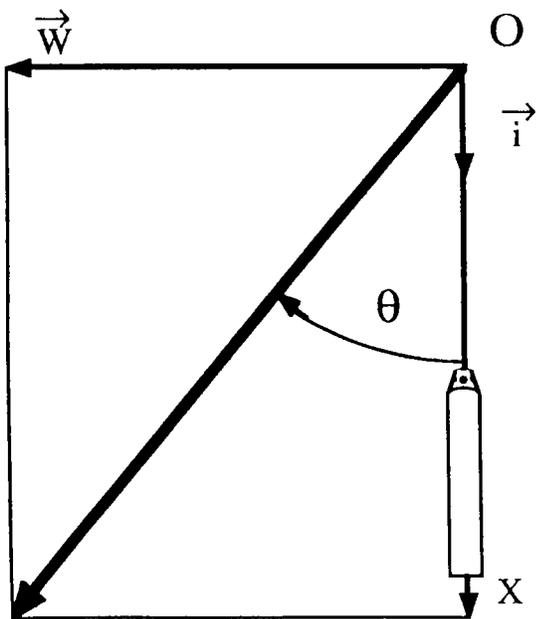
Trous percés perpendiculairement à la paroi $\varnothing 0.3$

REPERE UTILISANT LES ANGLES θ ET Φ

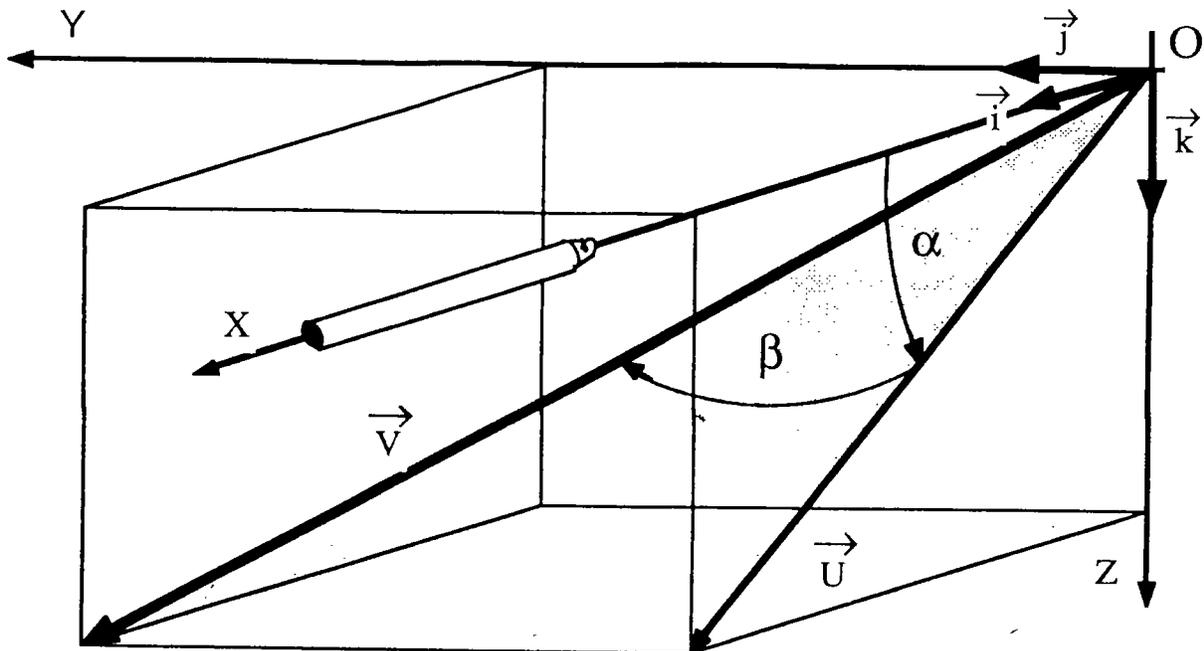


Projection sur le plan (\vec{i}, \vec{w})

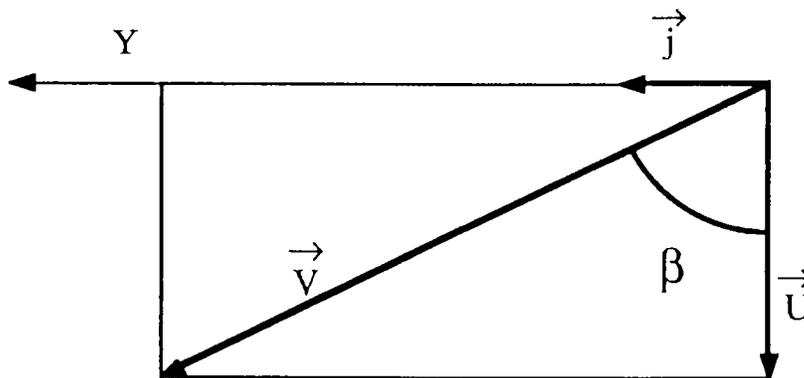
Projection sur le plan (\vec{i}, \vec{k})



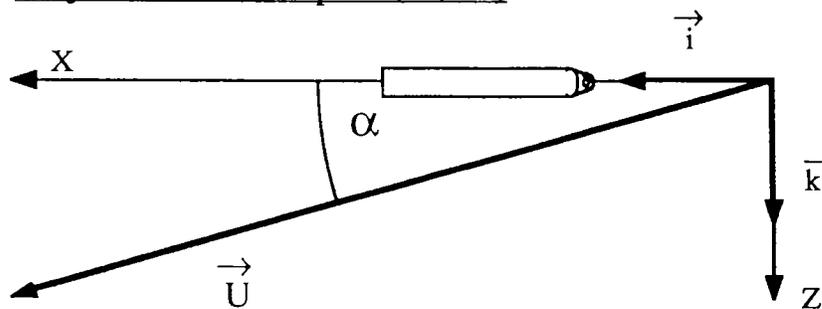
REPERE UTILISANT LES ANGLES α ET β



projection dans le plan (\vec{U}, \vec{j})

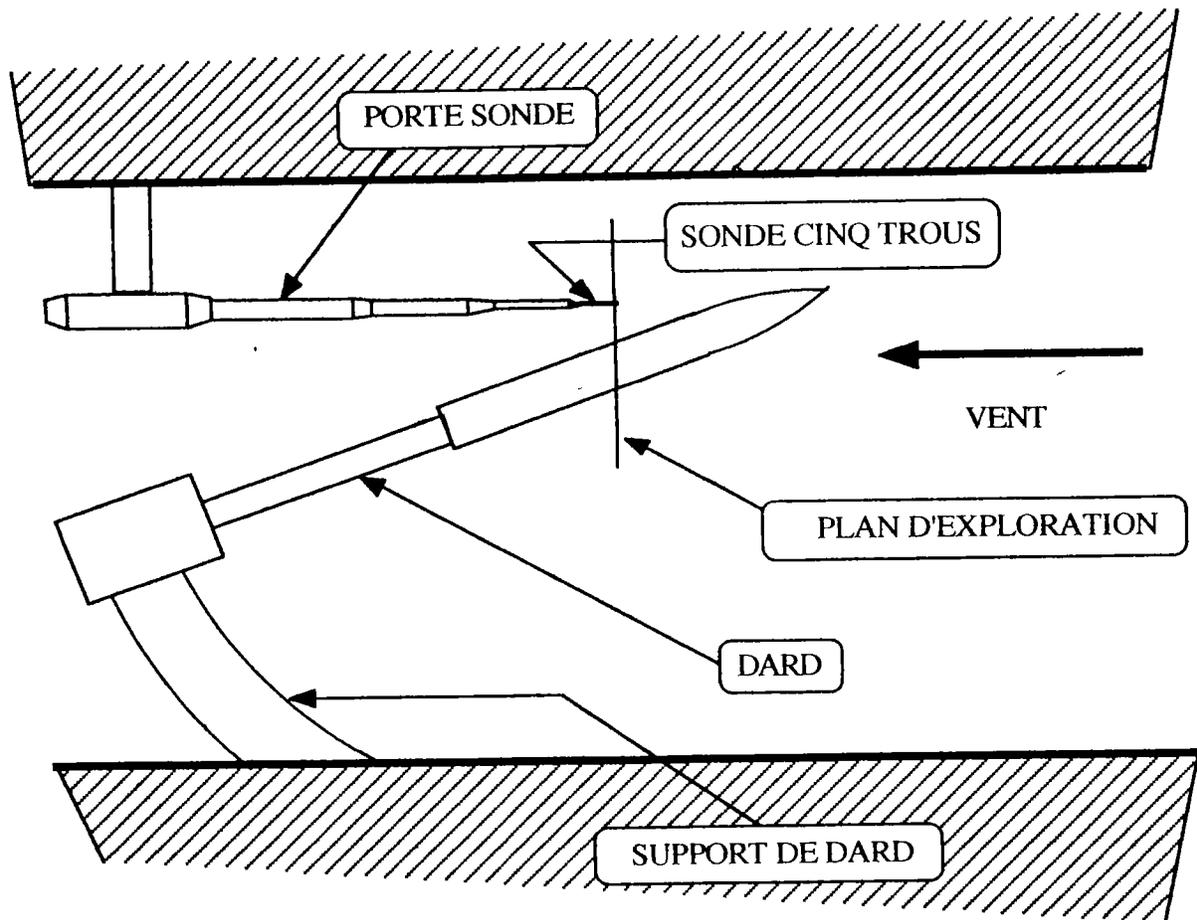


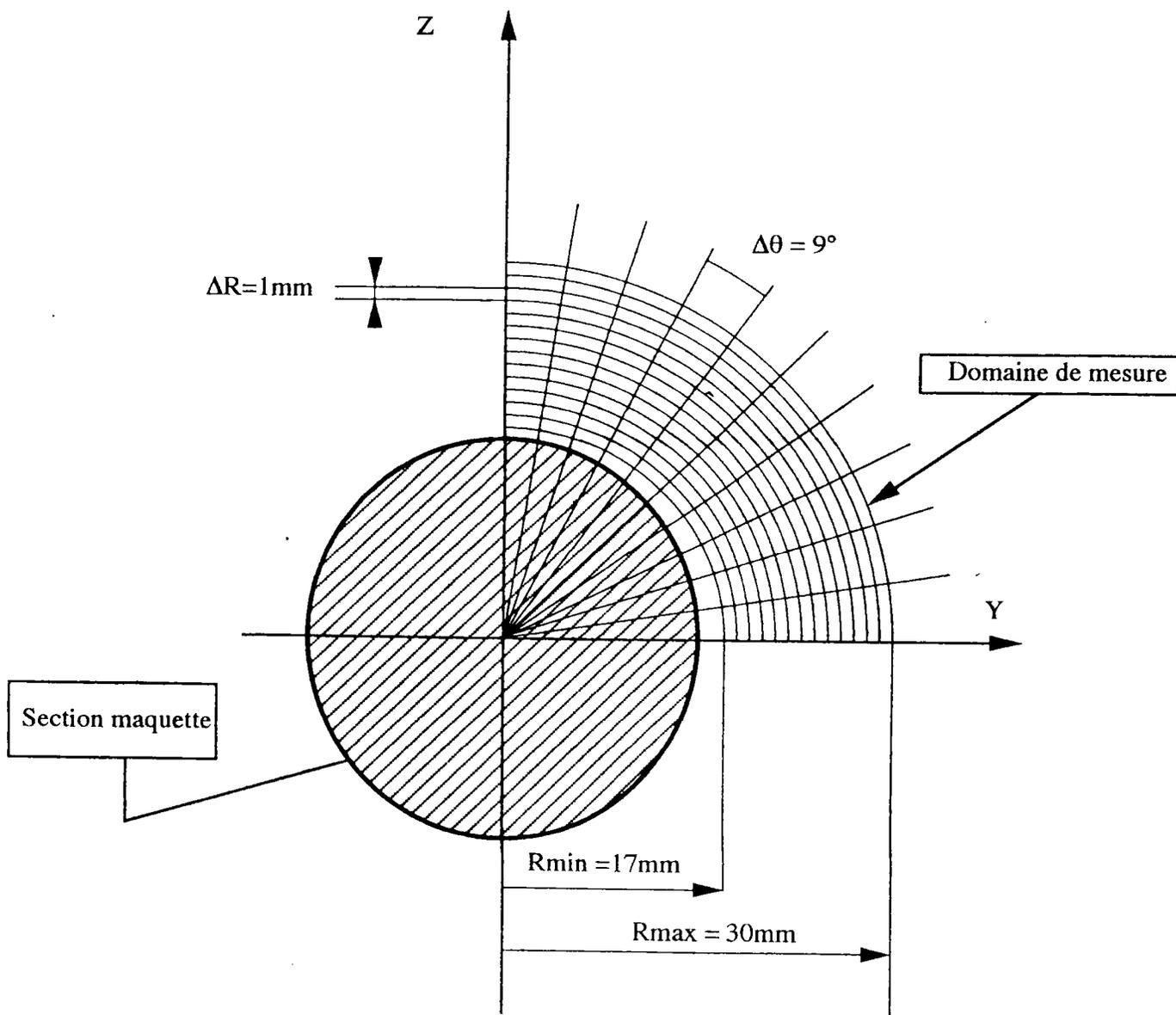
Projection dans le plan (\vec{i}, \vec{k})



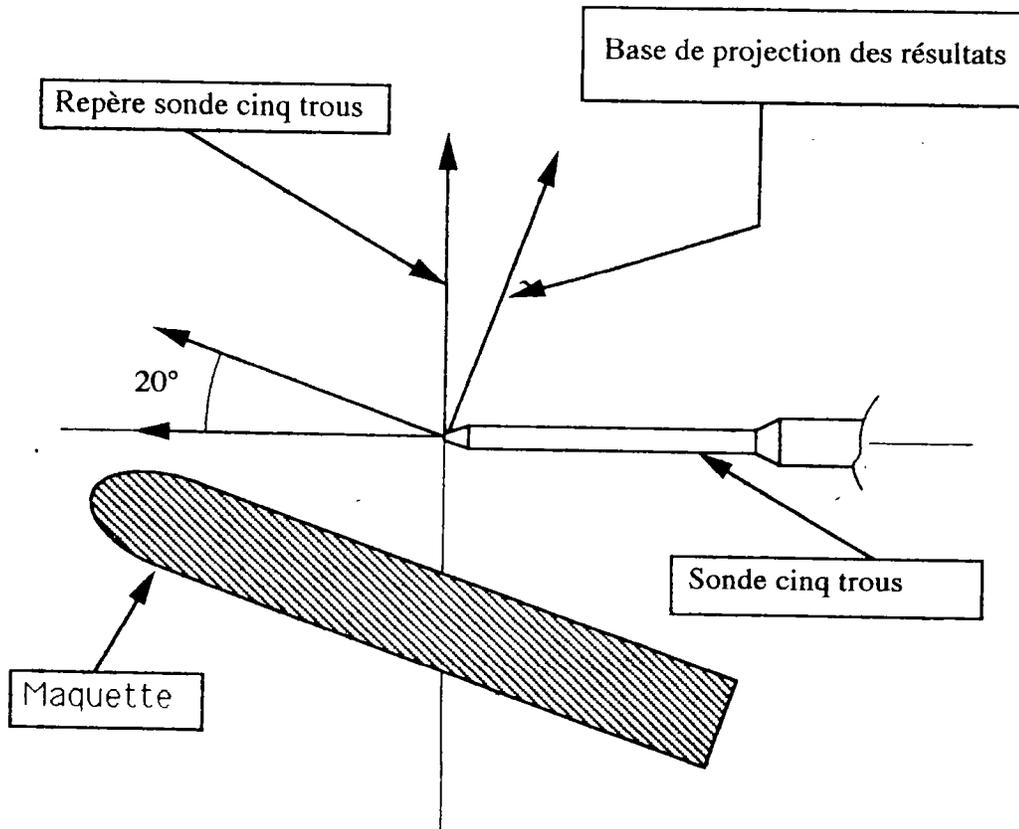
N.B.: Pour des raisons de clarté du dessin, la sonde est décalée le long de l'axe des X.
En fait son extrémité se situe en O.

SCHEMA DU DISPOSITIF D'EXPLORATION PAR SONDE CINQ TROUS

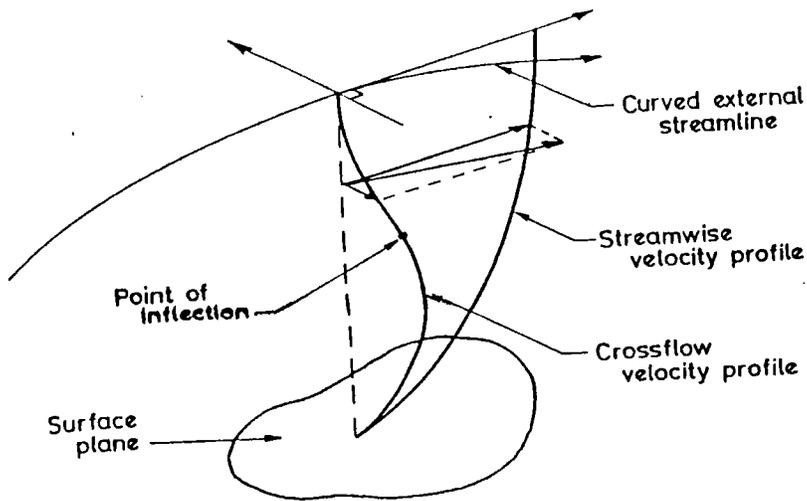




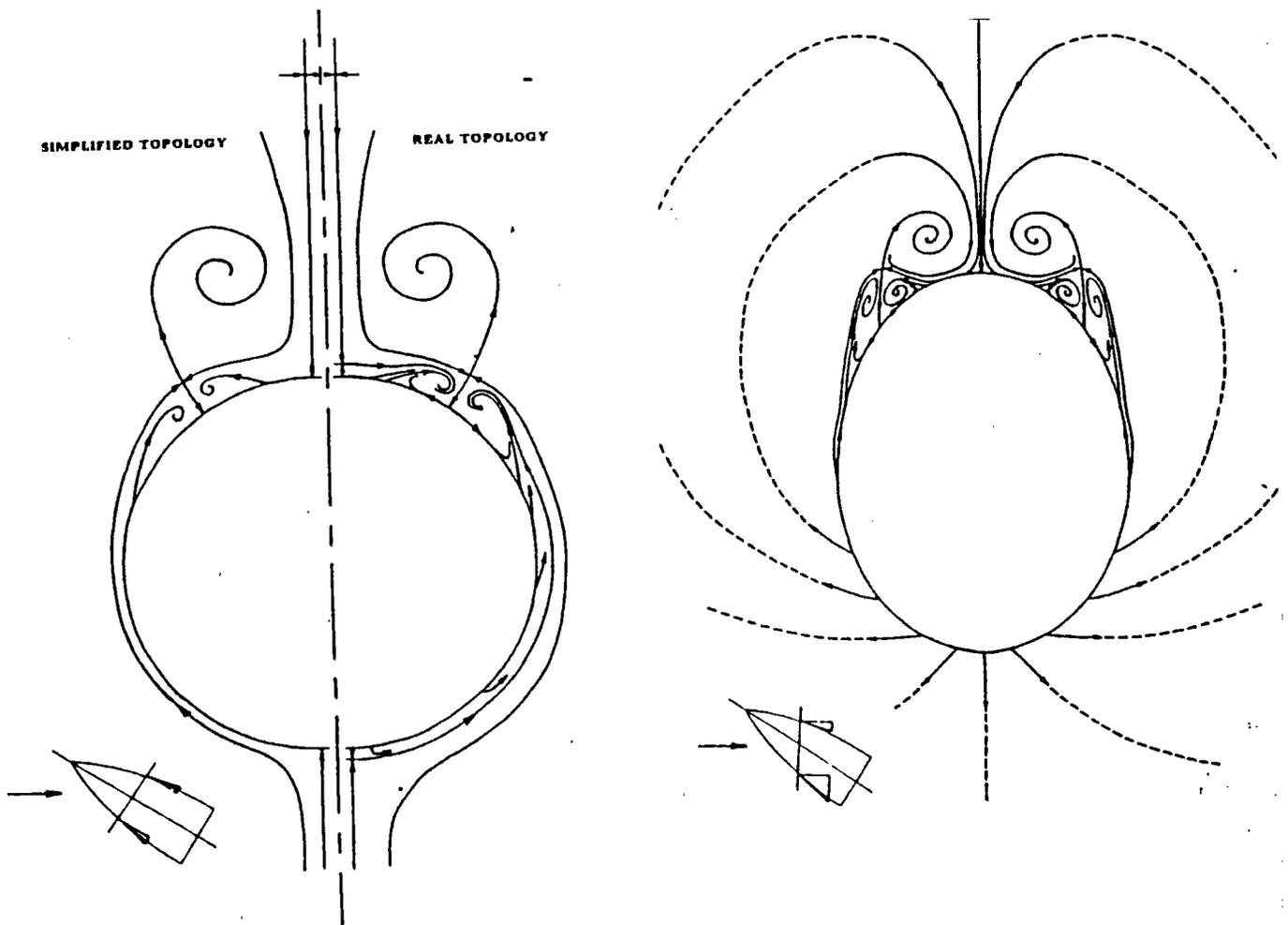
SCHEMA DU DOMAINE DE MESURE PAR SONDE CINQ-TROUS

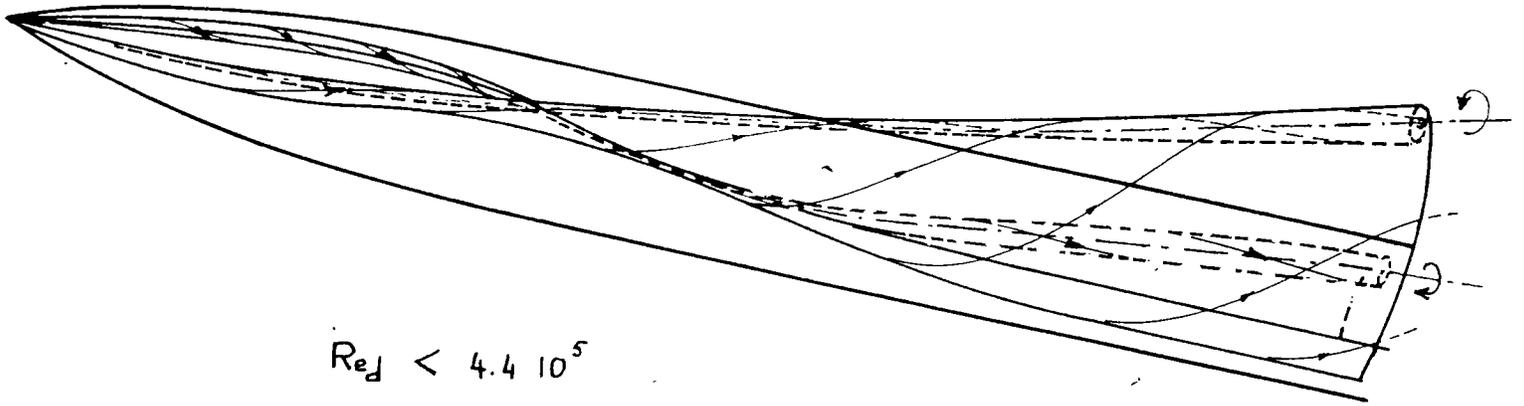


SCHEMA DES BASES DE MESURE ET DE PROJECTION DES RESULTATS

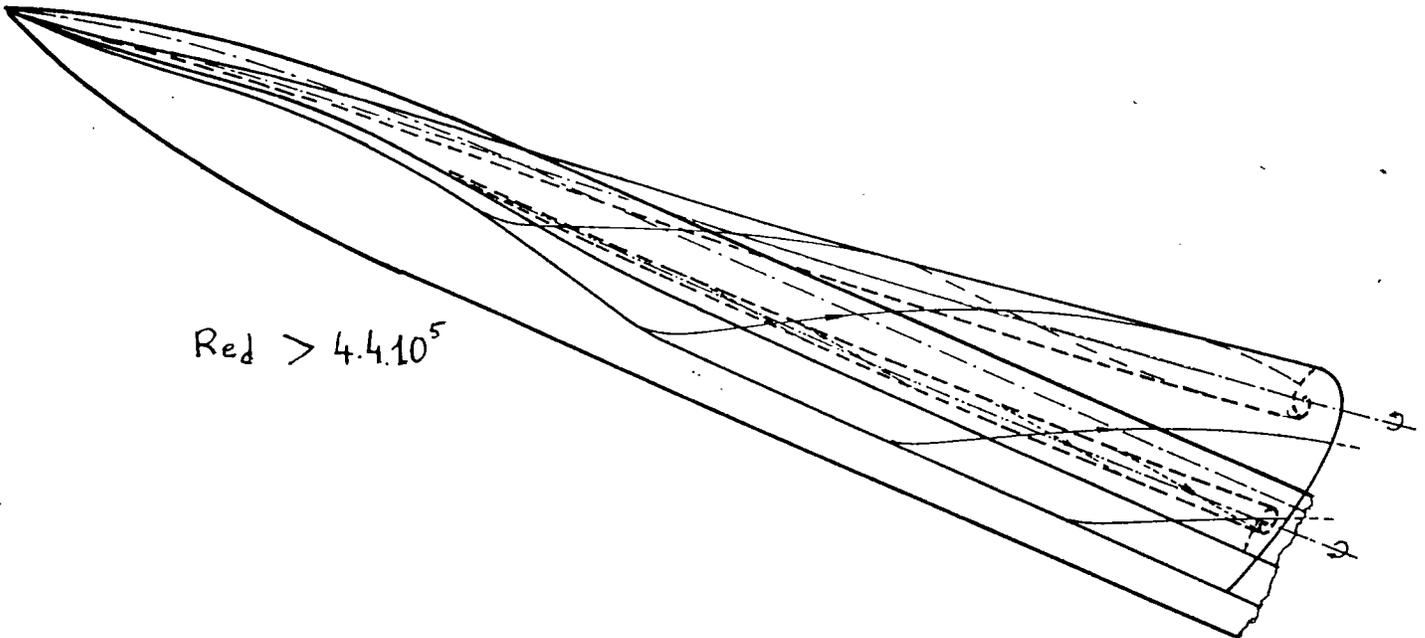


'Figure 3.14 : Instabilité transversale de couche limite, point d'inflexion de la vitesse transverse' (réf. POLL [2.21])



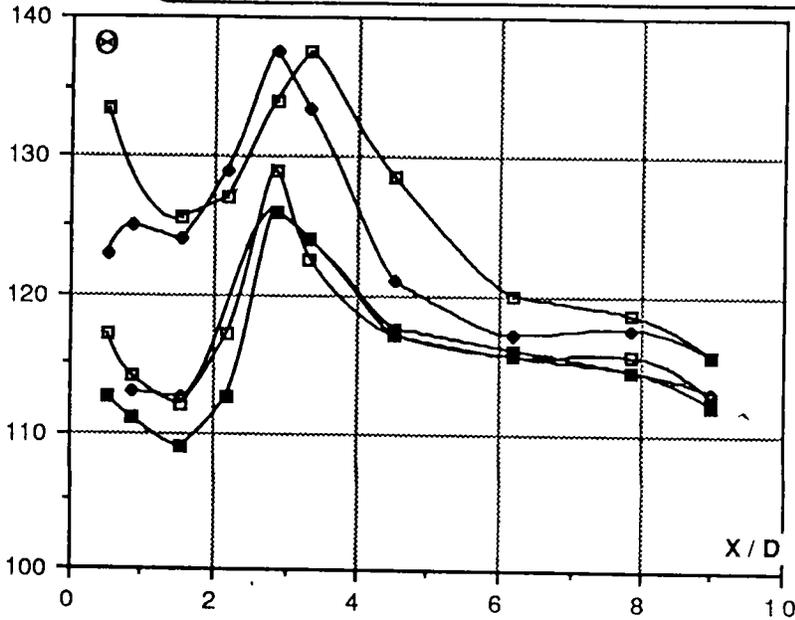


$Re_d < 4.4 \cdot 10^5$



$Re_d > 4.4 \cdot 10^5$

Position angulaire de la ligne de décollement pour diverses incidences à Mach et Reynolds fixés



MACH = 0.36
REYNOLDS = 4.4 E+05

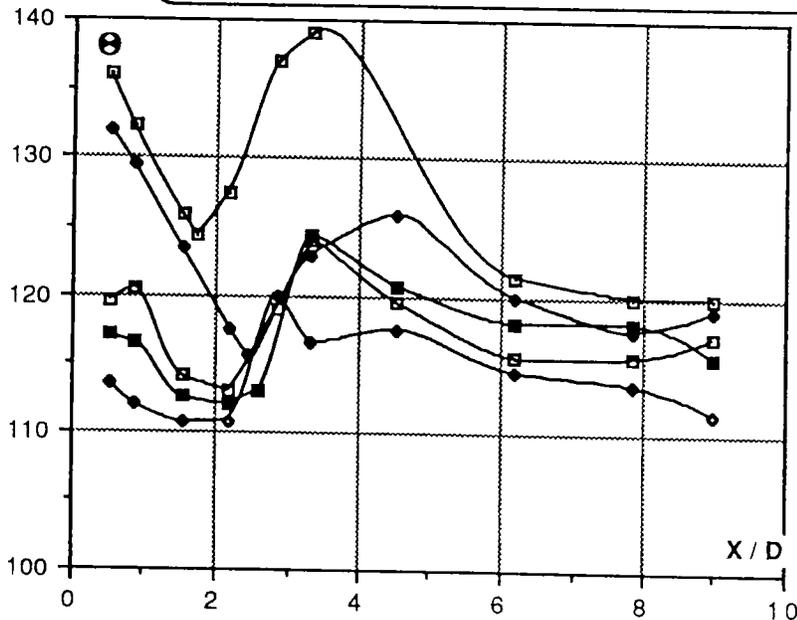
Points mesurés sur le modèle

- 15°
- 20°
- ◇ 25°a
- ◆ 25°b
- 27°

Première Campagne de Visualisations

Données de "DM36R44"

Position angulaire de la ligne de décollement pour diverses incidences à Mach et Reynolds fixés



MACH = 0.36
REYNOLDS = 3.5 E+05

Points mesurés sur le modèle

- 15°a
- 15°b
- ◇ 20°
- ◆ 25°
- 22°

Première Campagne de Visualisations

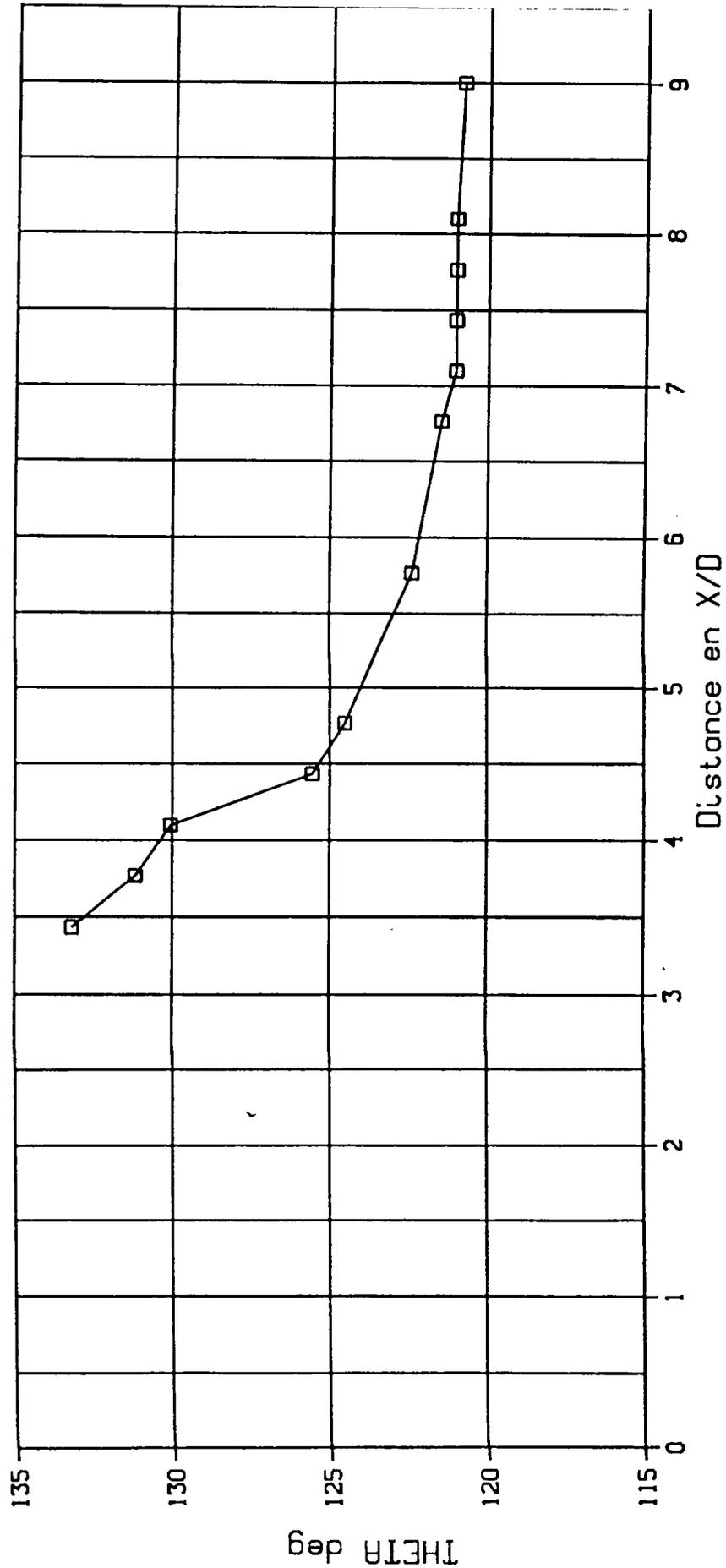
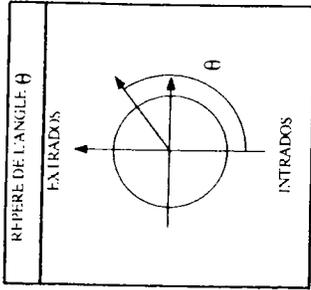
Données de "DM36R35"

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

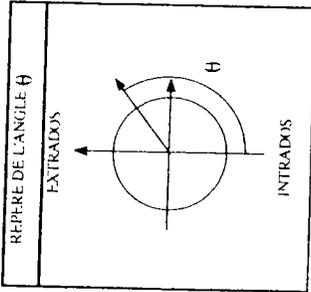
nombre de MACH 0.37

nombre de REYNOLDS 230000.0

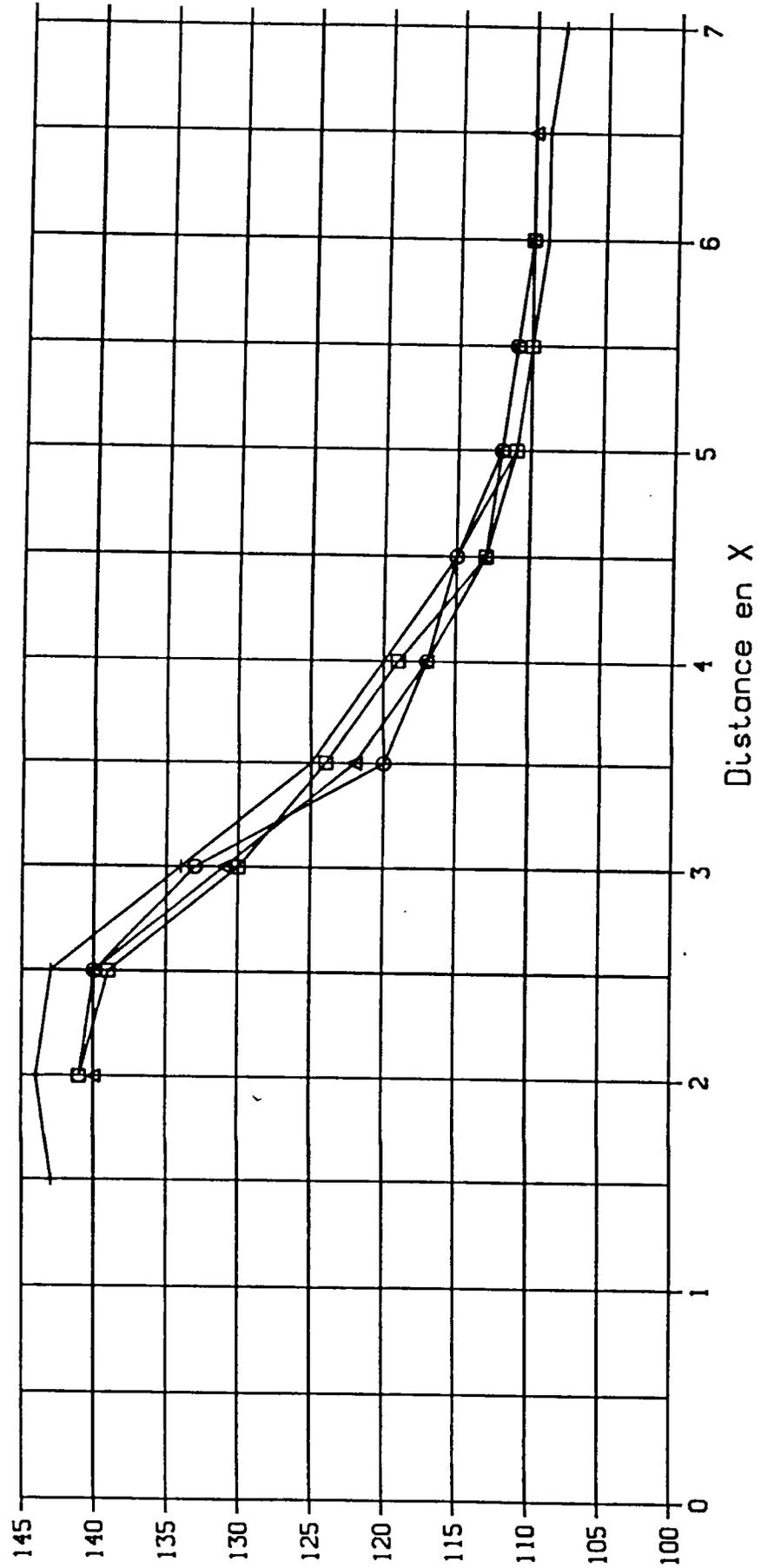
ANGLE D INCIDENCE 5.0 deg

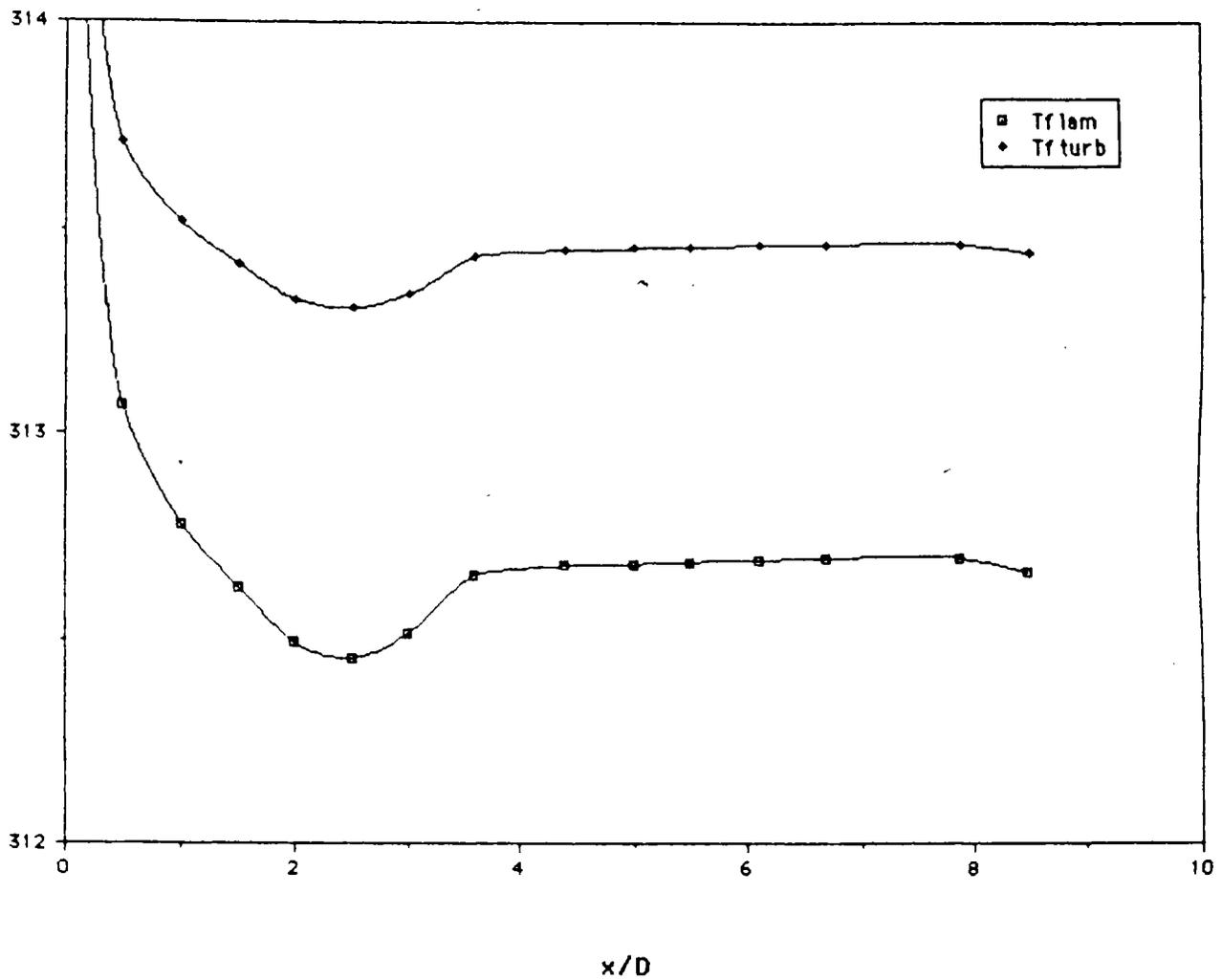


PREMIERE APPROCHE DU DECOLLEMENT NAISSANT A FAIBLE INCIDENCE



decollement essais t,1,2,3
 $m_0=0.550$; reynolds= $0.7000e+06$; incid.-25.00





Temperature de frottement pour $r = 0,85$ (écoulement laminaire)
et $r = 0,9$ (écoulement turbulent).

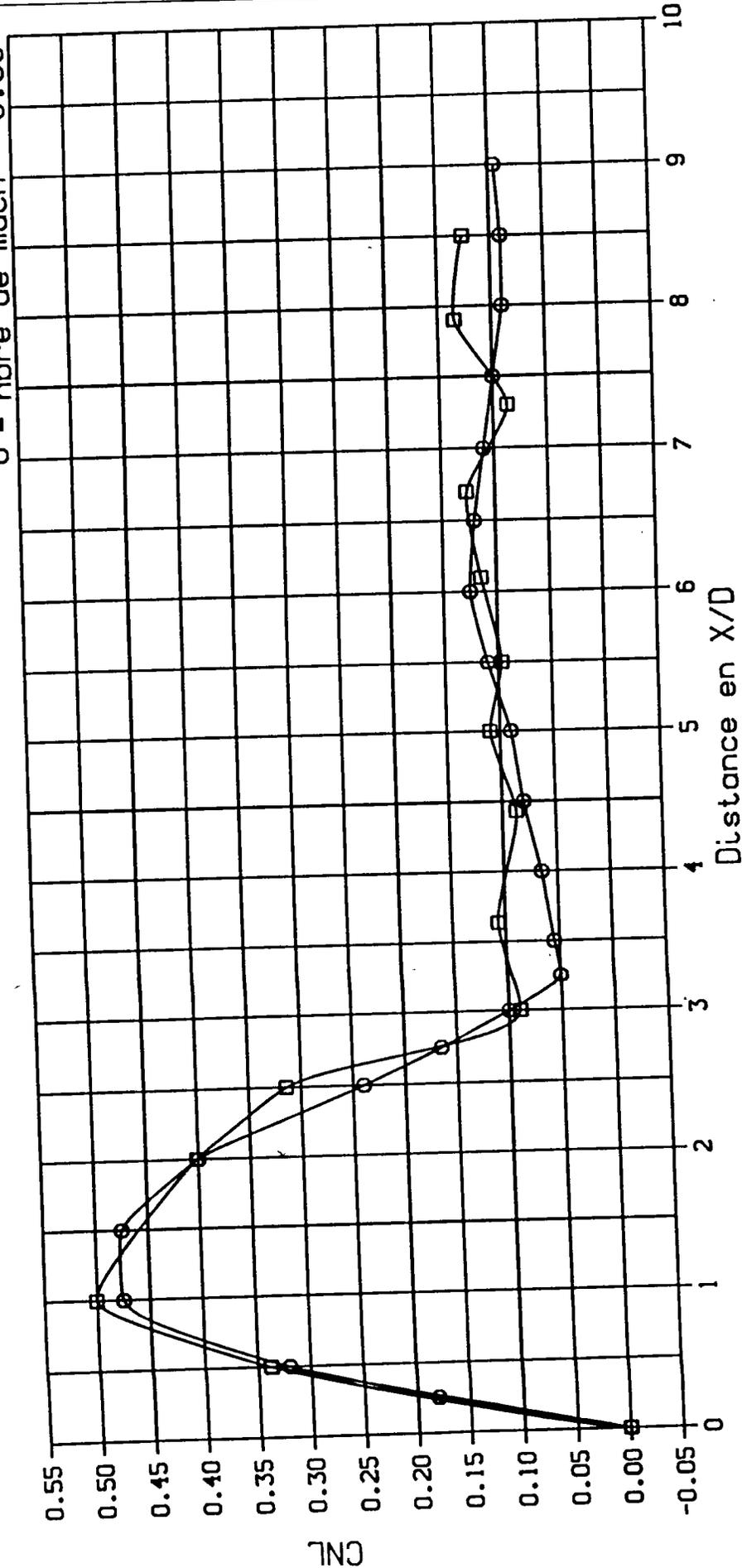
x/D est la distance de la pointe divisée par le diamètre du missile. Calcul effectué
pour $M = 0,5$ et $T_0 = 300 \text{ K}$.

CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de REYNOLDS 440000.0

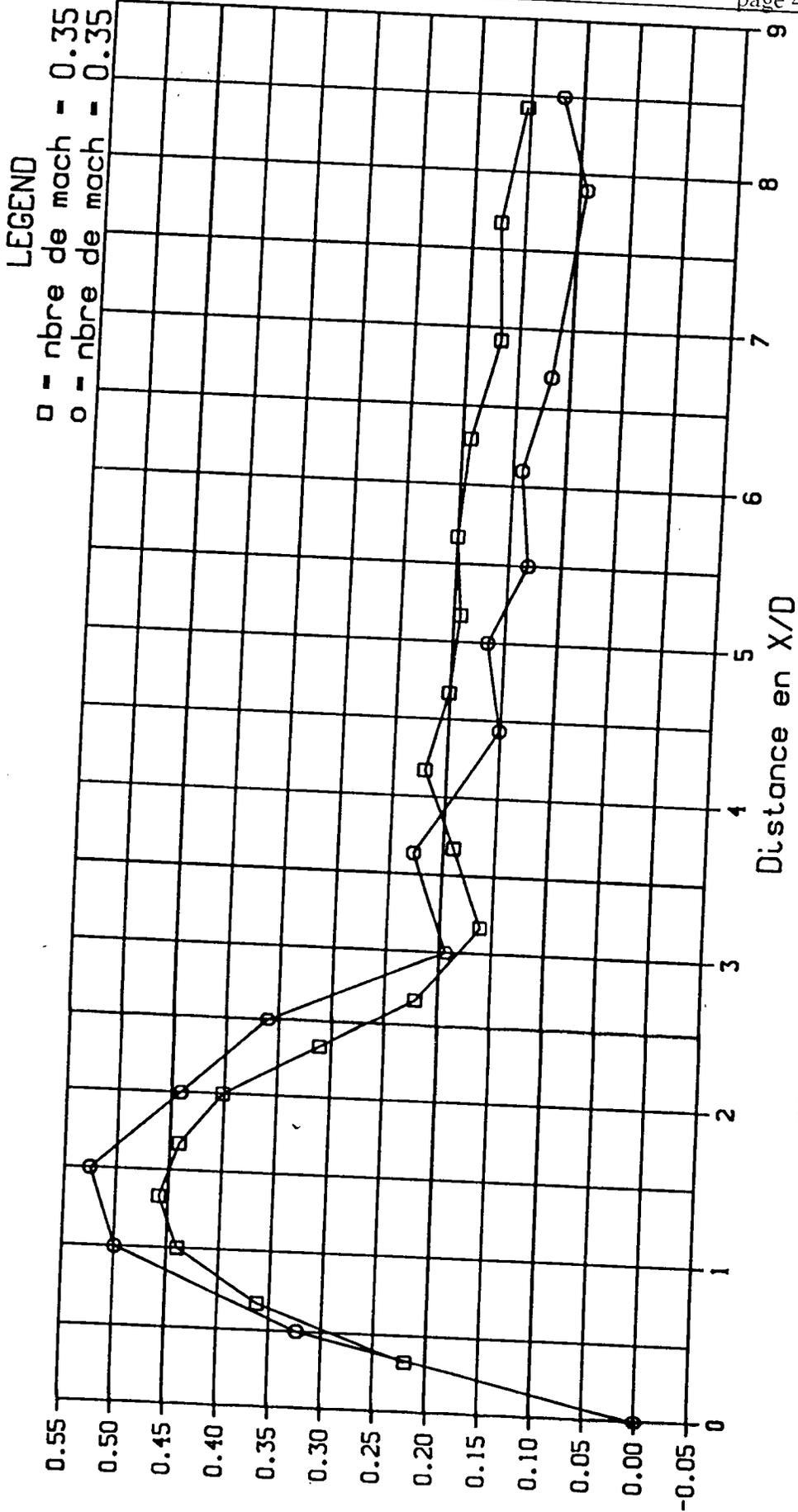
ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg

LEGEND
□ - nbre de mach = 0.35
○ - nbre de mach = 0.30



COMPARAISON AVEC TINLING & ALLEN (MACH=0.30)

CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE
nombre de REYNOLDS 900000.0
ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg



COMPARISON AVEC CHAMPIGNY -MODANE- (COURBE 1)

CNL

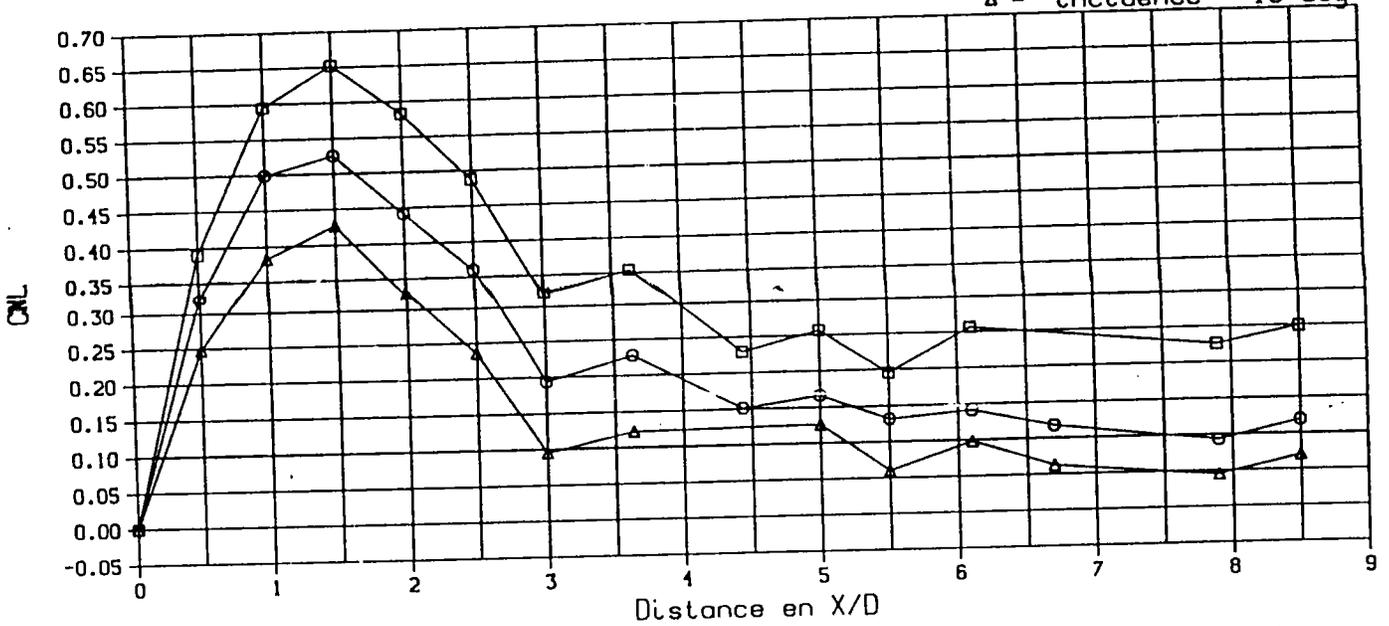
CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de MACH 0.35

nombre de REYNOLDS 900000.0

LEGEND

- - incidence - 25 deg
- - incidence - 20 deg
- △ - incidence - 15 deg



INFLUENCE DE L'INCIDENCE A REYNOLDS ELEVE ET FAIBLE MACH

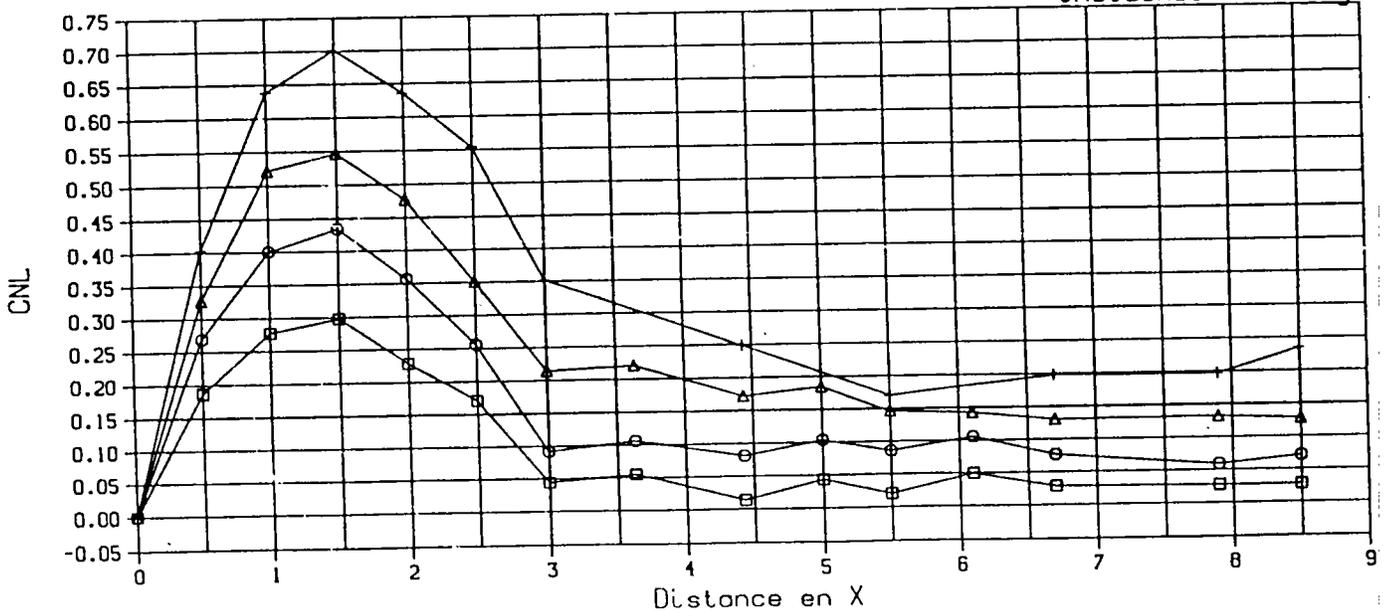
CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de MACH 0.50

nombre de REYNOLDS 900000.0

LEGEND

- - incidence - 10 deg
- - incidence - 15 deg
- △ - incidence - 20 deg
- + - incidence - 25 deg



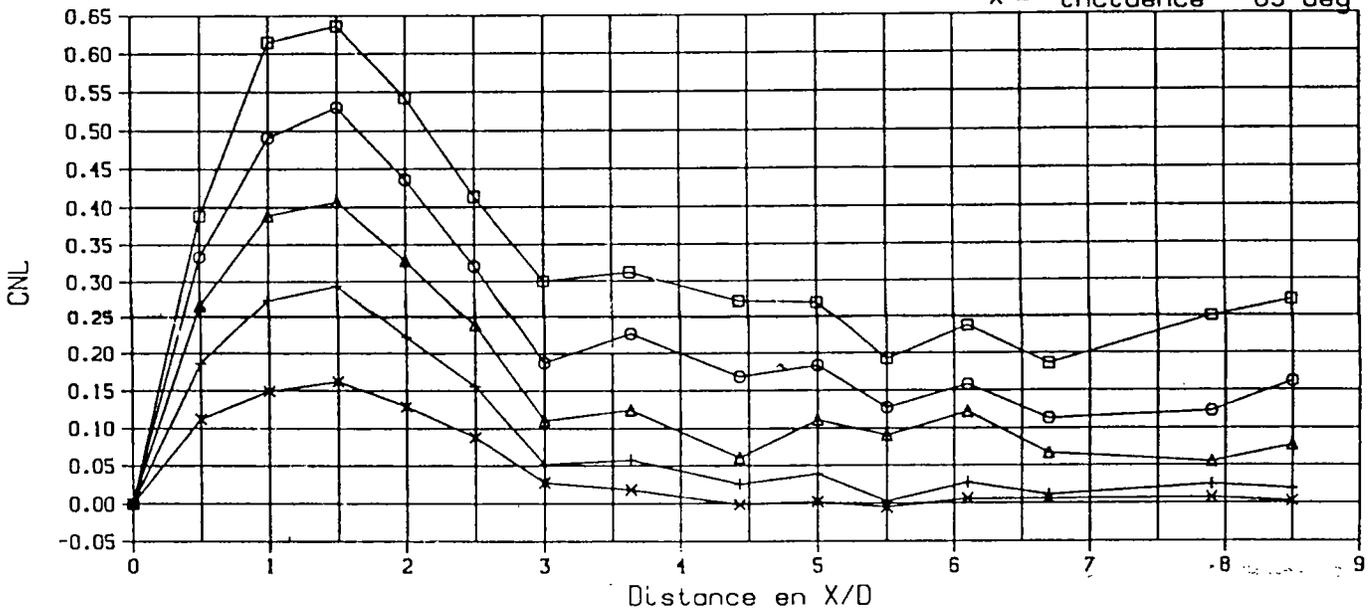
INFLUENCE DE L'INCIDENCE A REYNOLDS ELEVE

CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de MACH 0.35

nombre de REYNOLDS 700000.0

LEGEND
 □ - incidence - 25 deg
 ○ - incidence - 20 deg
 △ - incidence - 15 deg
 + - incidence - 10 deg
 x - incidence - 05 deg



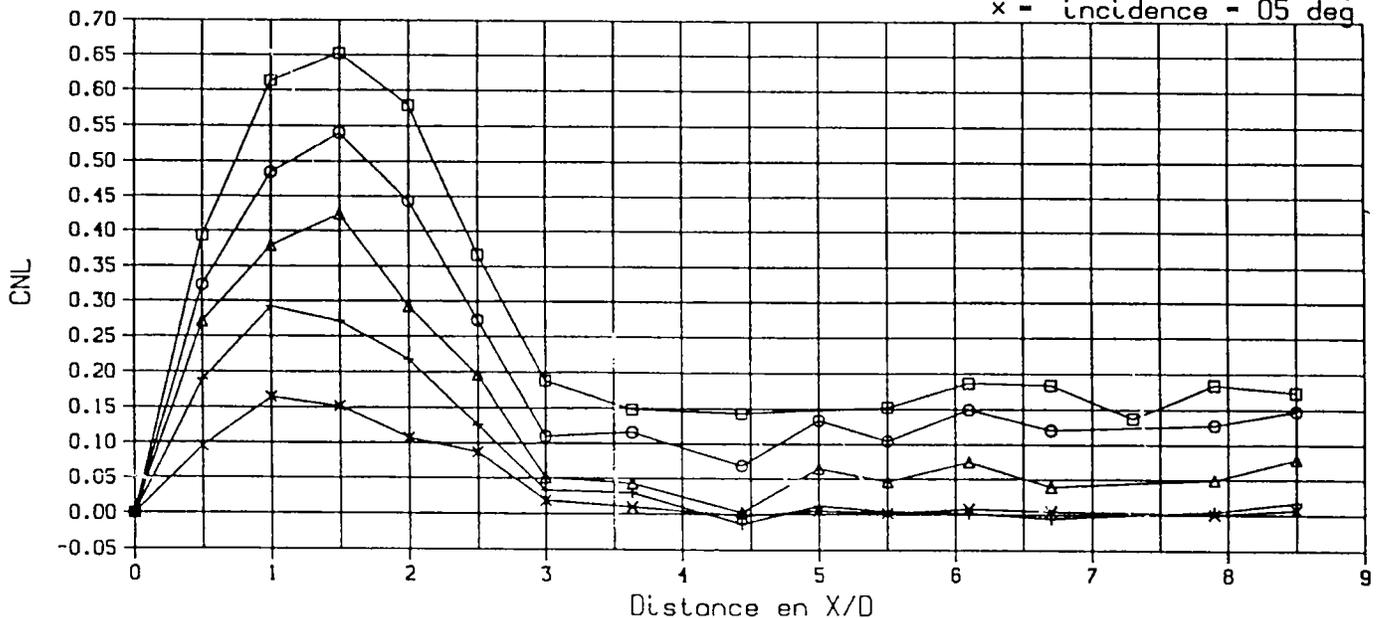
INFLUENCE DE L'INCIDENCE A REYNOLDS ELEVE A FAIBLE MACH

CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de MACH 0.23

nombre de REYNOLDS 440000.0

LEGEND
 □ - incidence - 25 deg
 ○ - incidence - 20 deg
 △ - incidence - 15 deg
 + - incidence - 10 deg
 x - incidence - 05 deg



INFLUENCE DE L'INCIDENCE A REYNOLDS CRITIQUE ET FAIBLE MACH

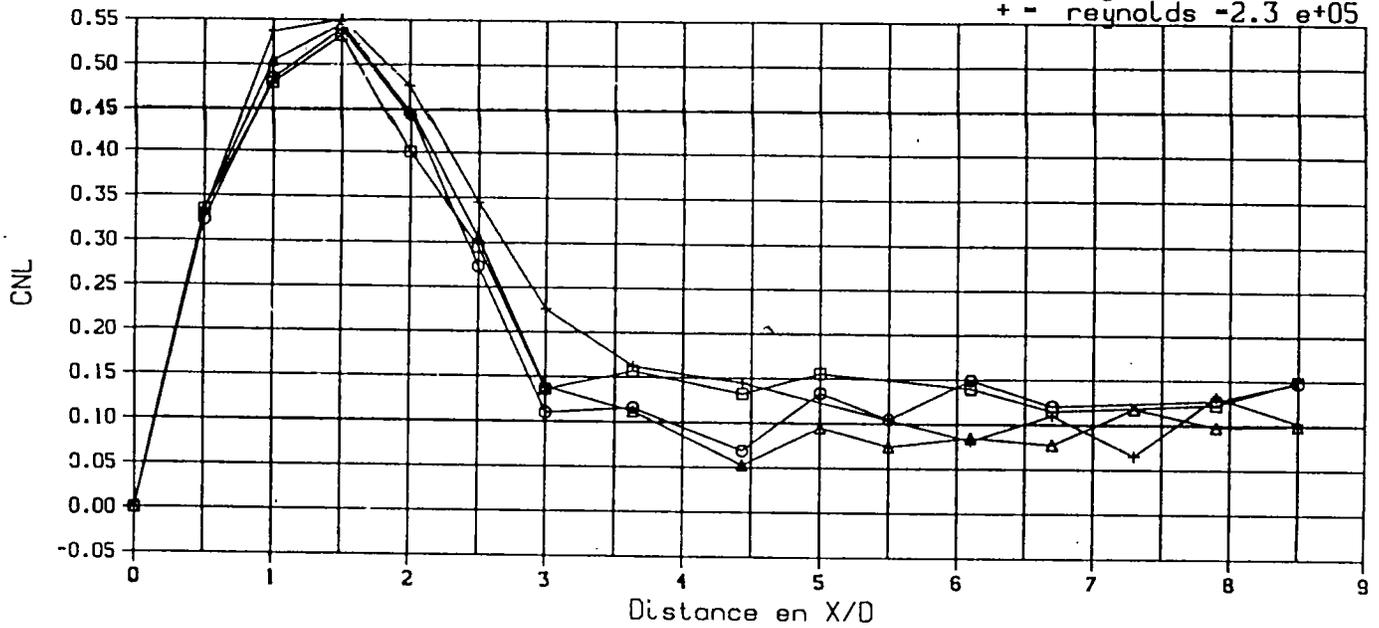
CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de MACH 0.23

ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg

LEGEND

- - reynolds -5.5 e+05
- - reynolds -4.4 e+05
- △ - reynolds -3.5 e+05
- + - reynolds -2.3 e+05



INFLUENCE DU NOMBRE DE REYNOLDS

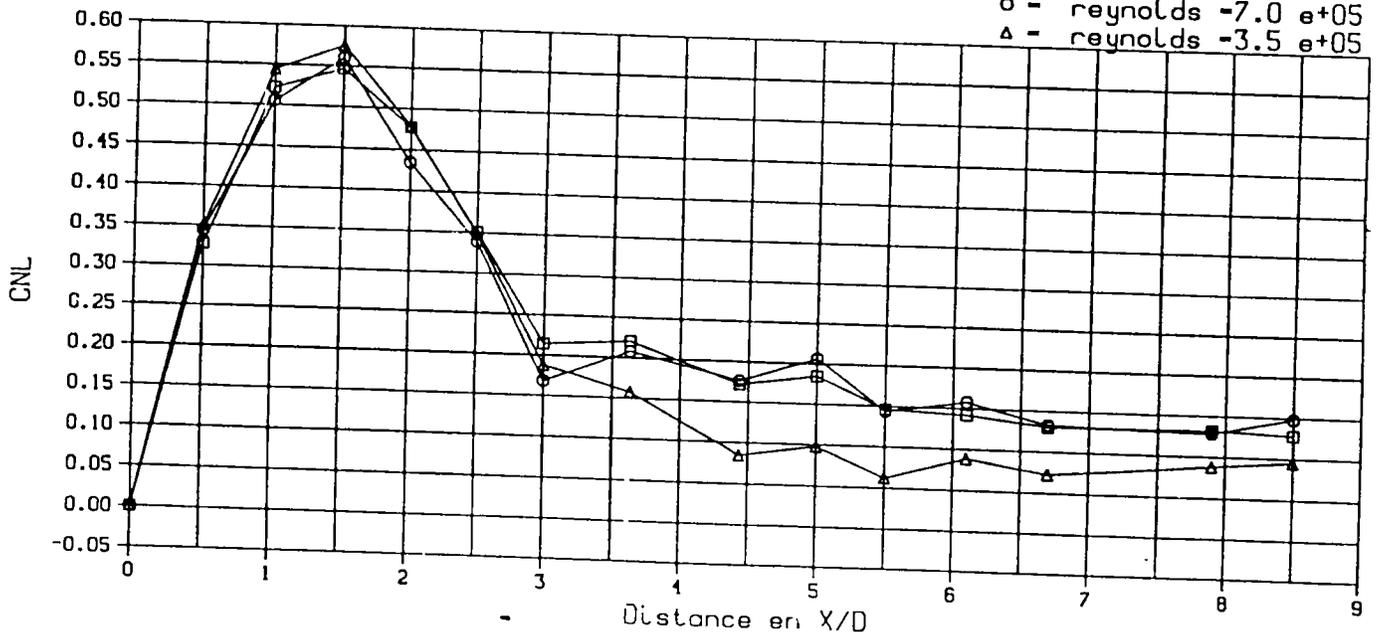
CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de MACH 0.50

ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg

LEGEND

- - reynolds -9.0 e+05
- - reynolds -7.0 e+05
- △ - reynolds -3.5 e+05



EFFETS DU NOMBRE DE REYNOLDS

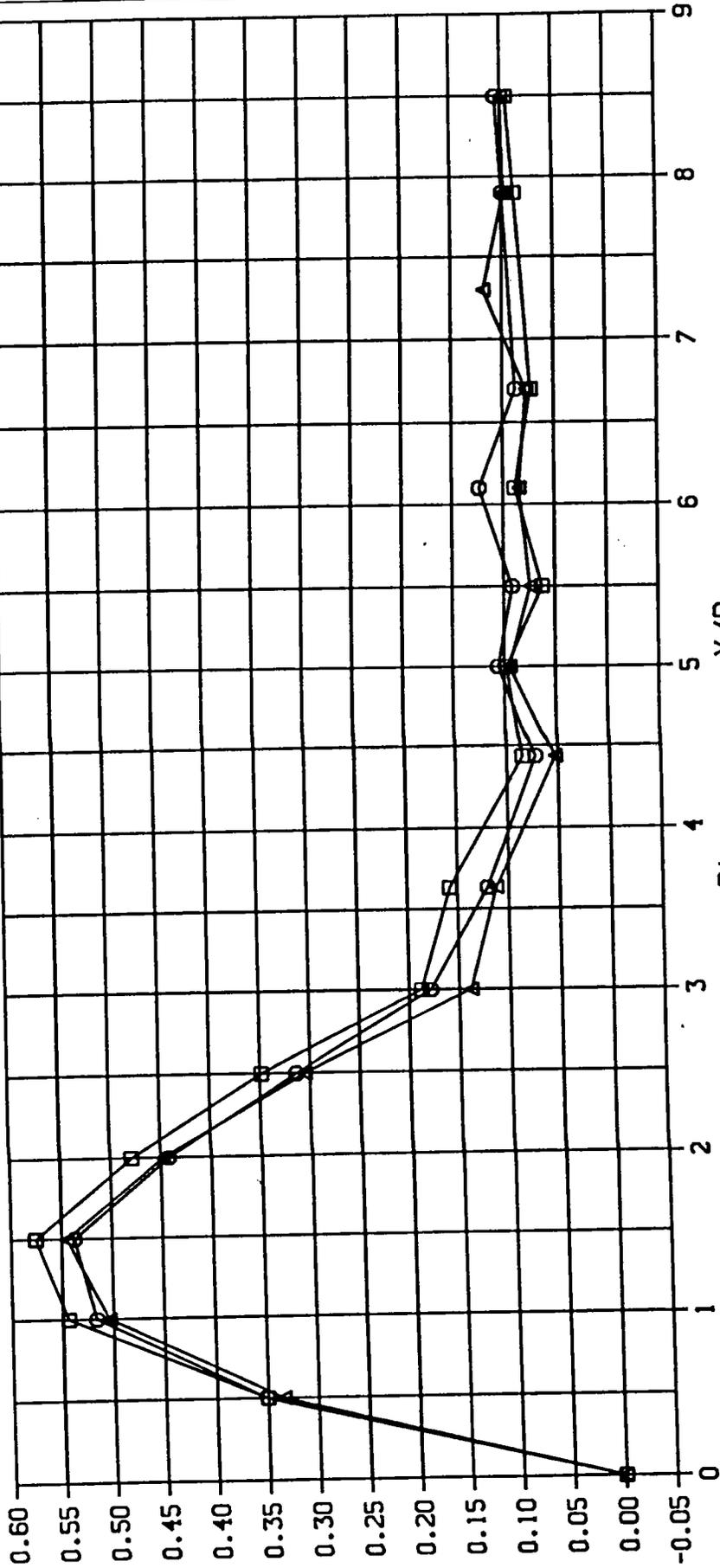
CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de REYNOLDS 350000.0

ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg

LEGEND

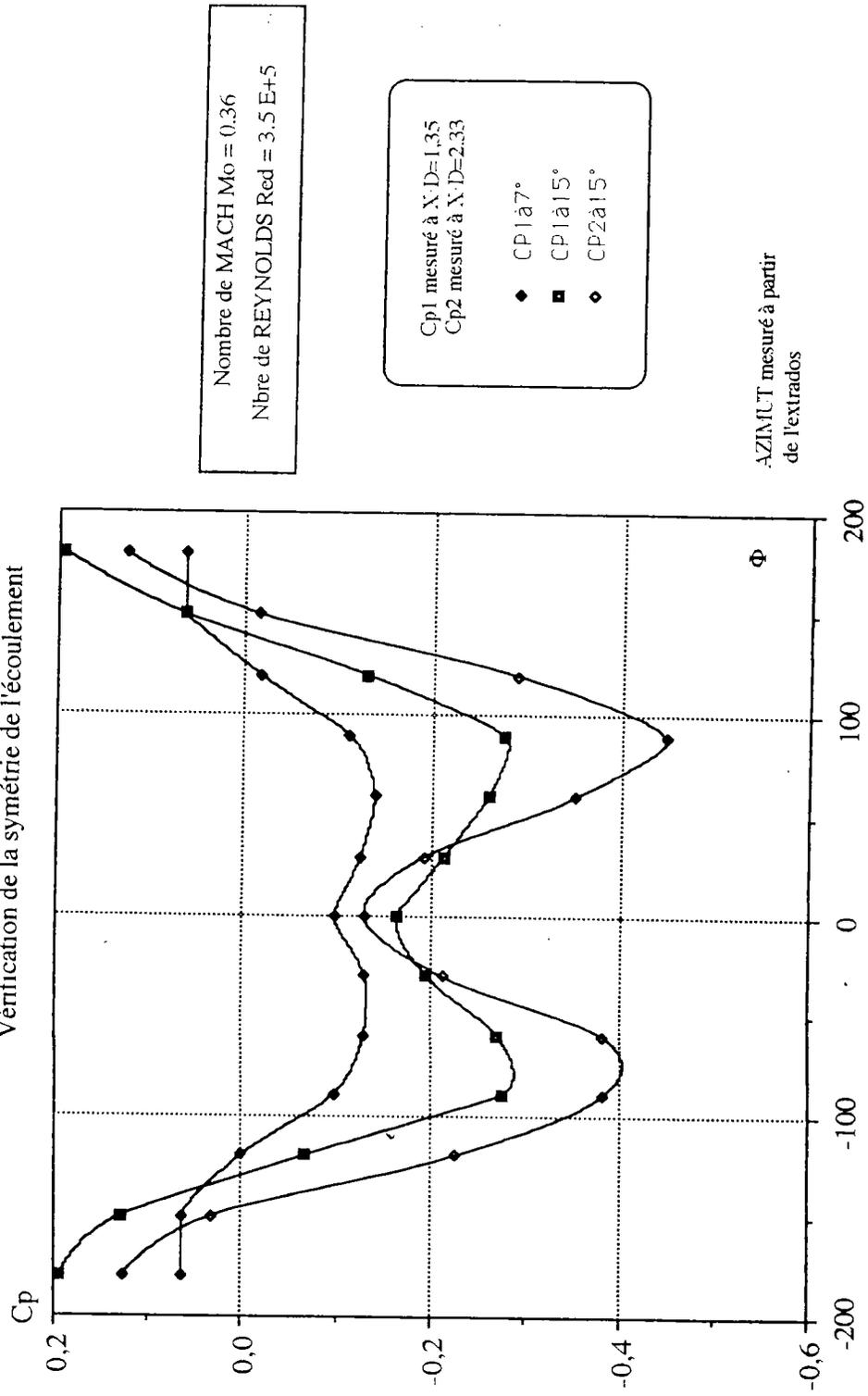
- - nbre de mach = 0.50
- - nbre de mach = 0.35
- △ - nbre de mach = 0.23



INFLUENCE DU NOMBRE DE MACH A REYNOLDS CRITIQUE

CN

COEFFICIENTS DE PRESSION EN DEUX SECTIONS SUR MAQUETTE FIXE
Vérification de la symétrie de l'écoulement



Nombre de MACH $Mo = 0.36$
Nbre de REYNOLDS $Re = 3.5 E+5$

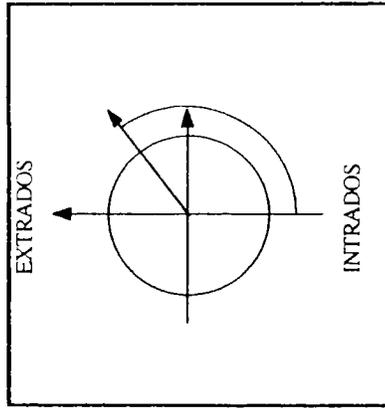
C_{p1} mesuré à $X/D=1.35$
 C_{p2} mesuré à $X/D=2.33$

◆ $CP1$ à 7°
■ $CP1$ à 15°
◇ $CP2$ à 15°

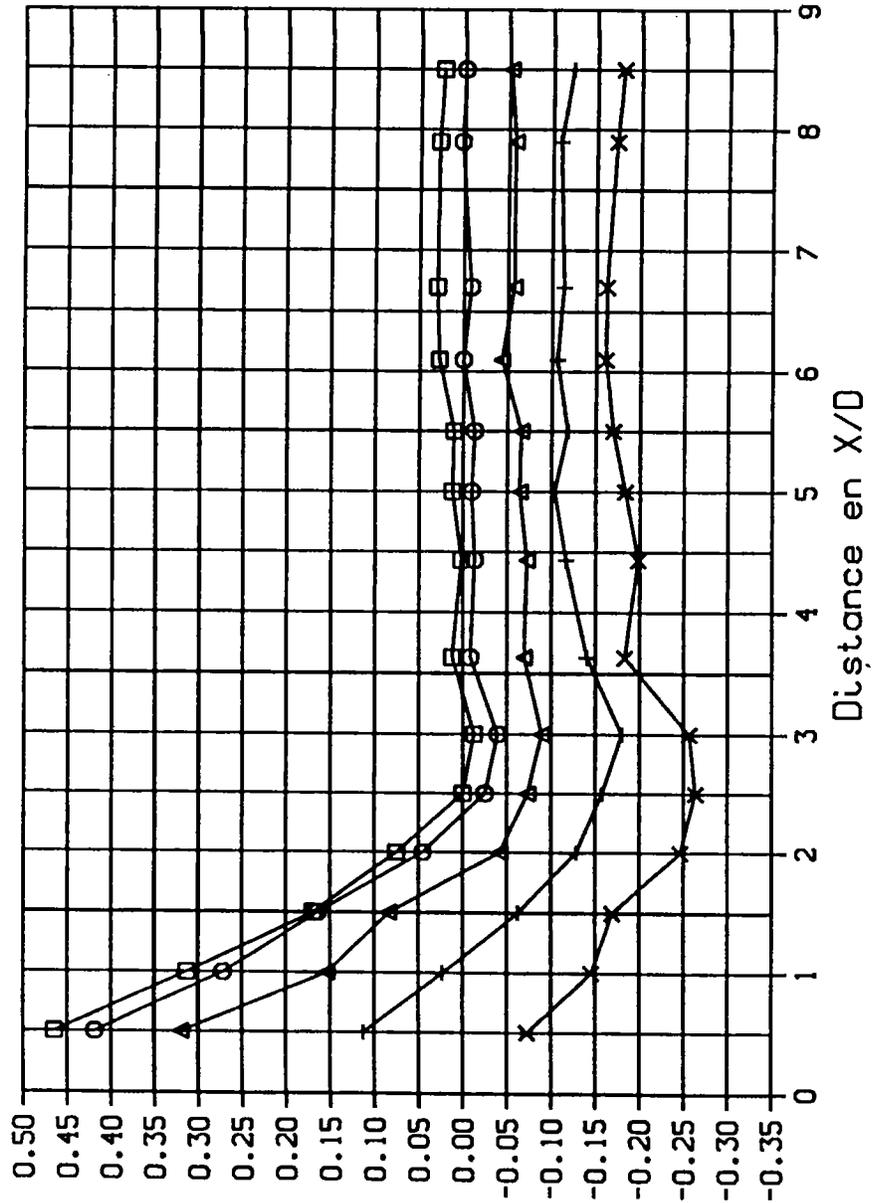
AZIMUT mesuré à partir de l'extrados

Données de "DPM150R32"

CP LE LONG DU FUSELAGE VUE MERIDIENNE PAR MERIDIENNE
 Nombre de MACH 0.35 de la MERIDIENNE No 1 : PHI - 0.0 DEG
 Nombre de REYNOLDS 552100.0 o la MERIDIENNE No 5 : PHI - 72.0 DEG
 ANGLE D INCIDENCE 15.0 deg



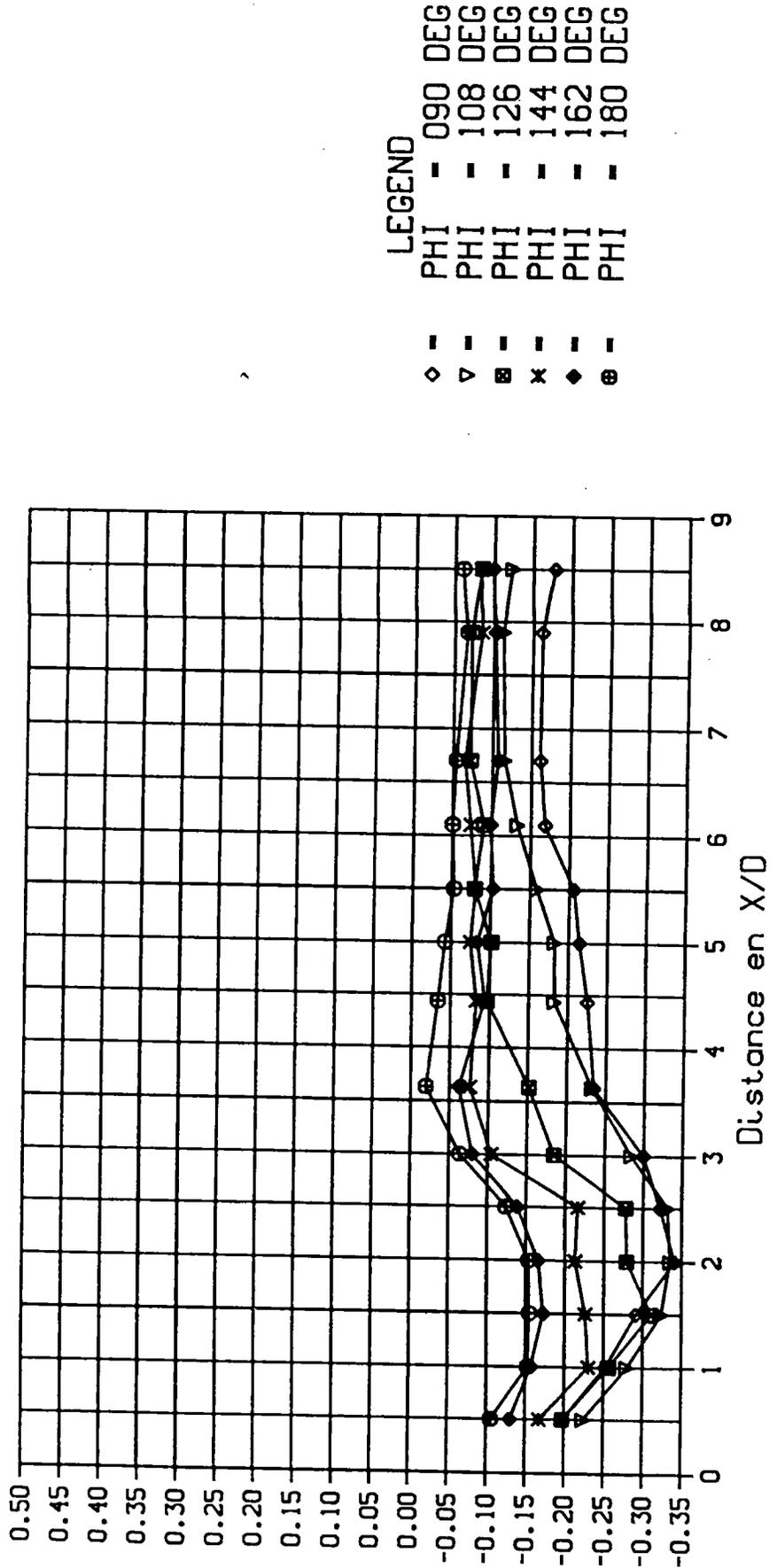
LEGEND
 □ - PHI - 000 DEG
 ○ - PHI - 018 DEG
 △ - PHI - 036 DEG
 + - PHI - 054 DEG
 x - PHI - 072 DEG



Cp

Distance en X/D

CP LE LONG DU FUSELAGE VUE MERIDIENNE PAR MERIDIENNE
 Nombre de MACH 0.35 de la MERIDIENNE No 6 : PHI - 90.0 DEG
 Nombre de REYNOLDS 552100.0 a la MERIDIENNE No 11 : PHI - 180.0 DEG
 ANGLE D INCIDENCE 15.0 deg

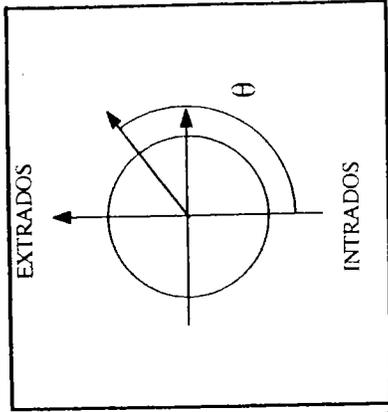


VUE SECTION PAR SECTION

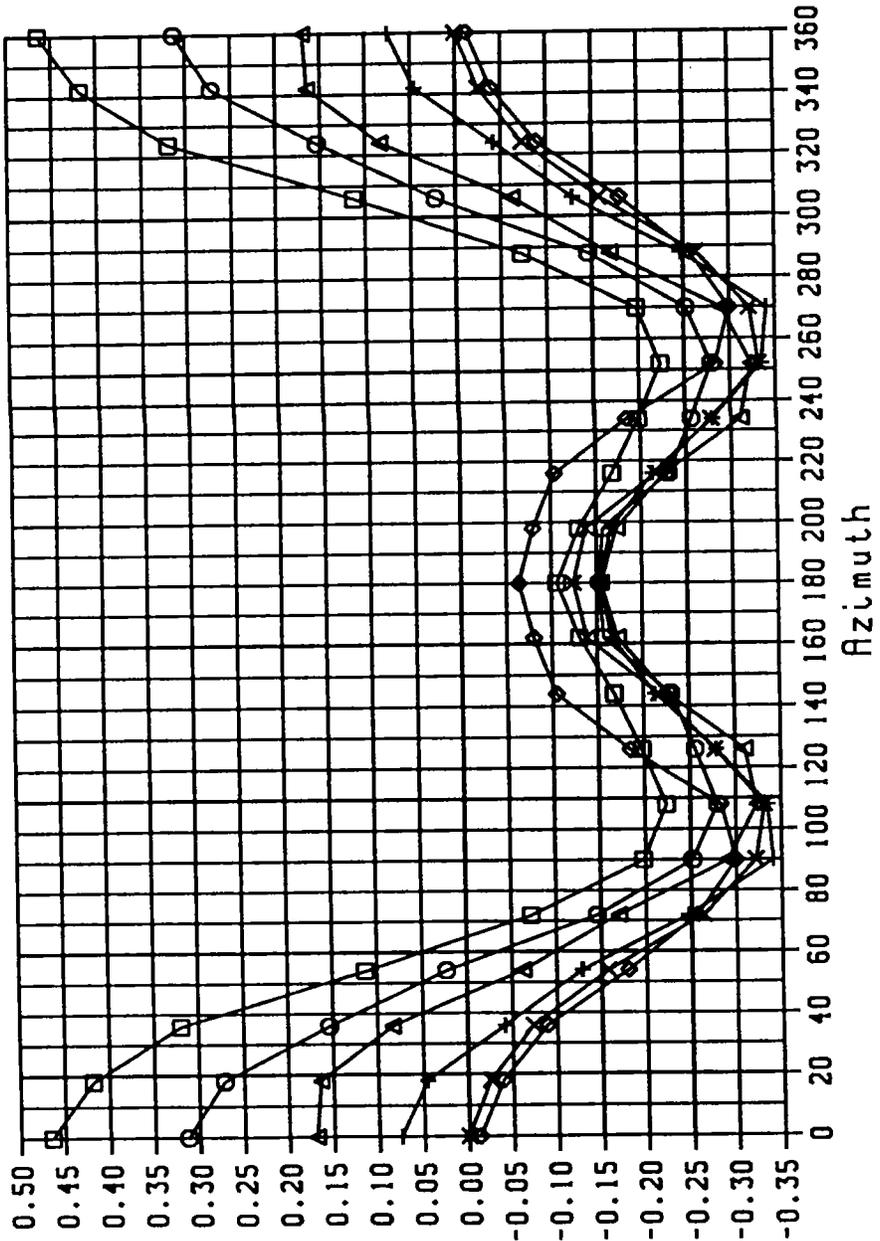
CP SUR LA SURFACE

de la SECTION No 1 : $X/D = 0.5$
 o la SECTION No 6 : $X/D = 3.0$

Nombre de MACH 0.35
 Nombre de REYNOLDS 552100.0
 ANGLE θ INCIDENCE 15.0 deg



- LEGEND
- - $X/D = 00.5$
 - - $X/D = 01.0$
 - △ - $X/D = 01.5$
 - + - $X/D = 02.0$
 - x - $X/D = 02.5$
 - ◇ - $X/D = 03.0$

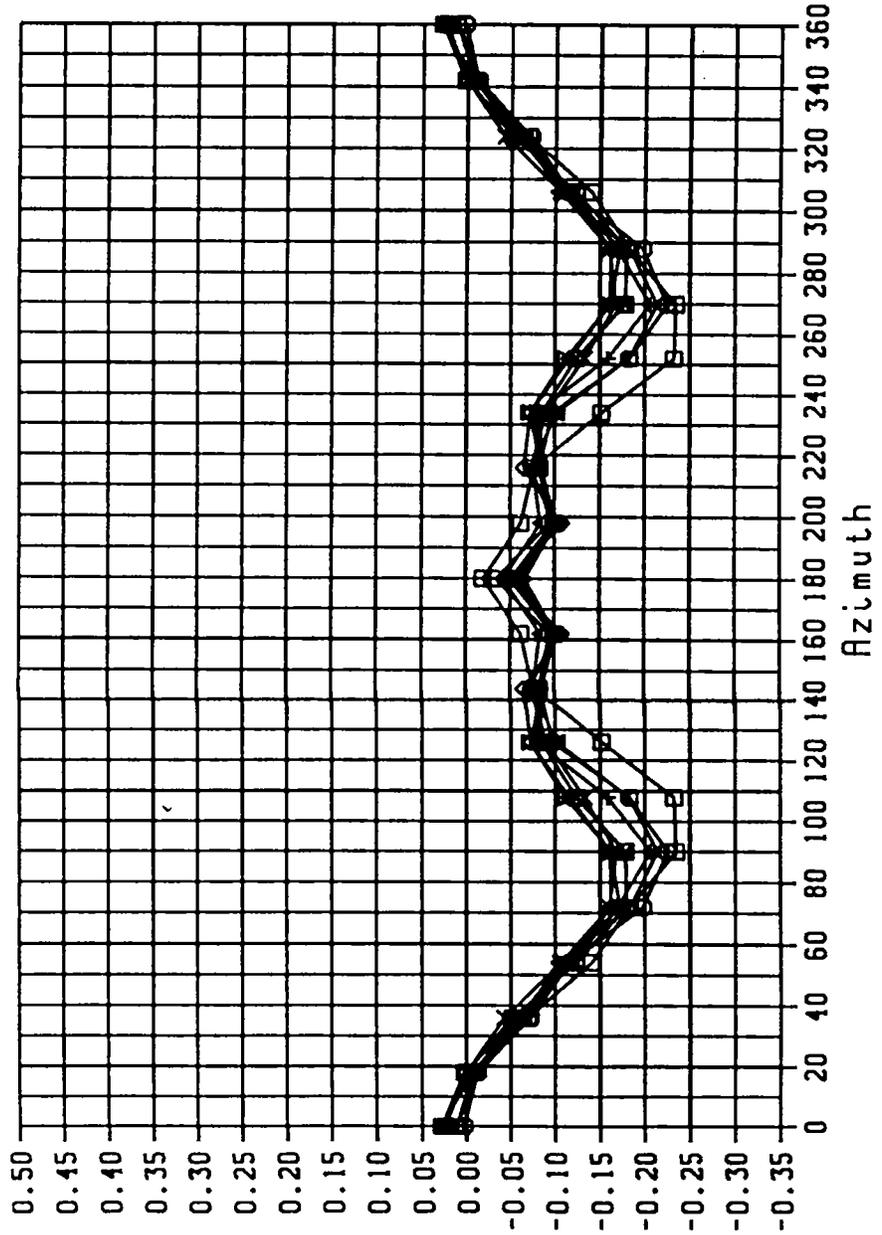


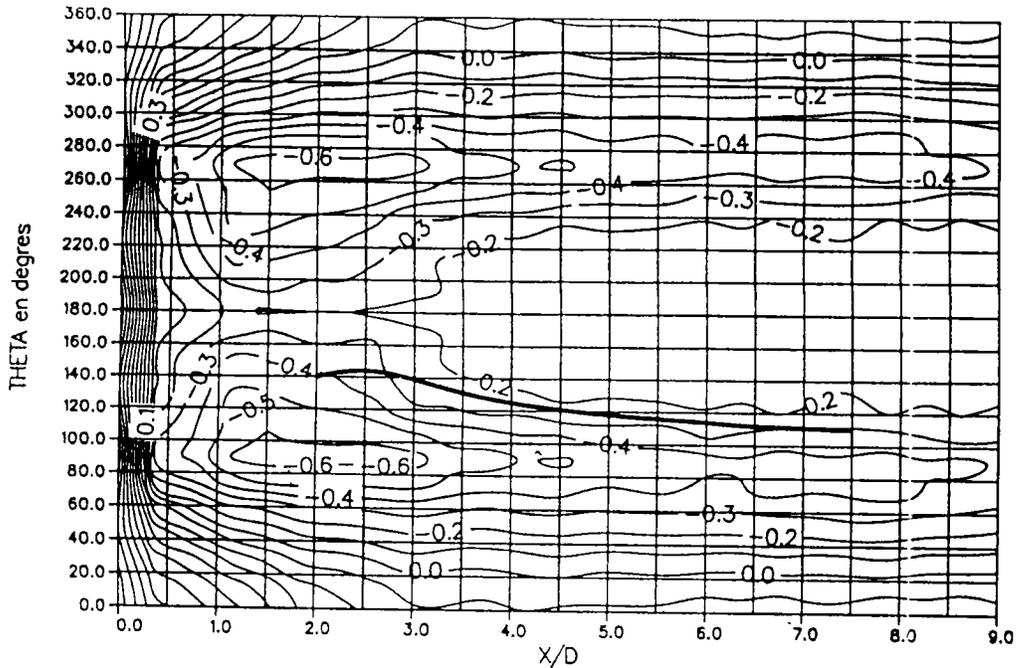
C_p

CP SUR LA SURFACE VUE SECTION PAR SECTION

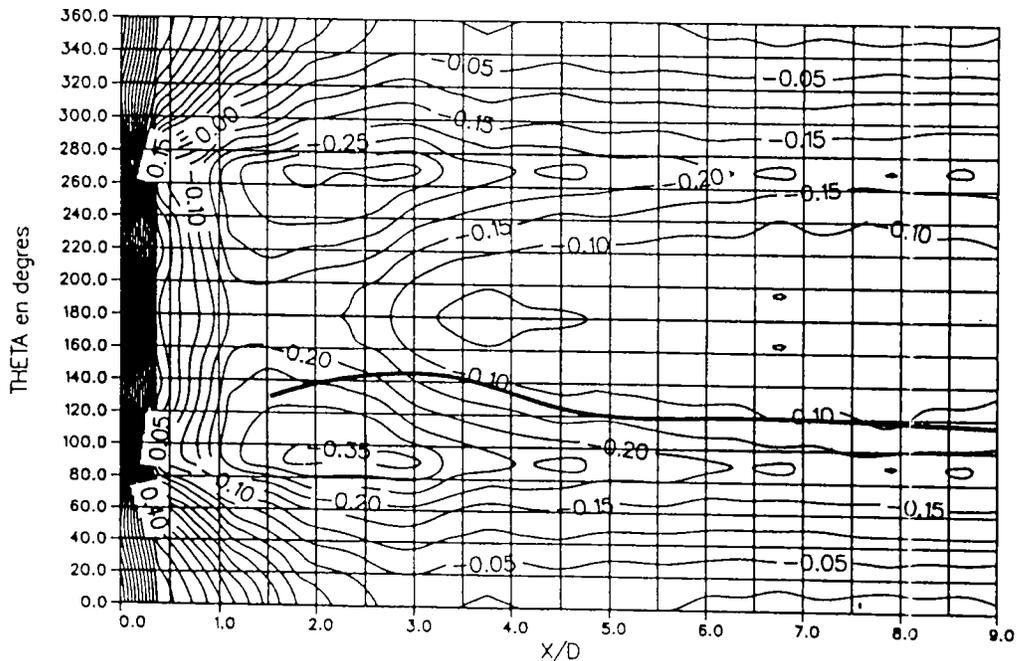
Nombre de MACH 0.35 de la SECTION No 7 : X/D - 3.6
Nombre de REYNOLDS 552100.0 o la SECTION No 14 : X/D - 8.5

ANGLE D INCIDENCE 15.0 deg

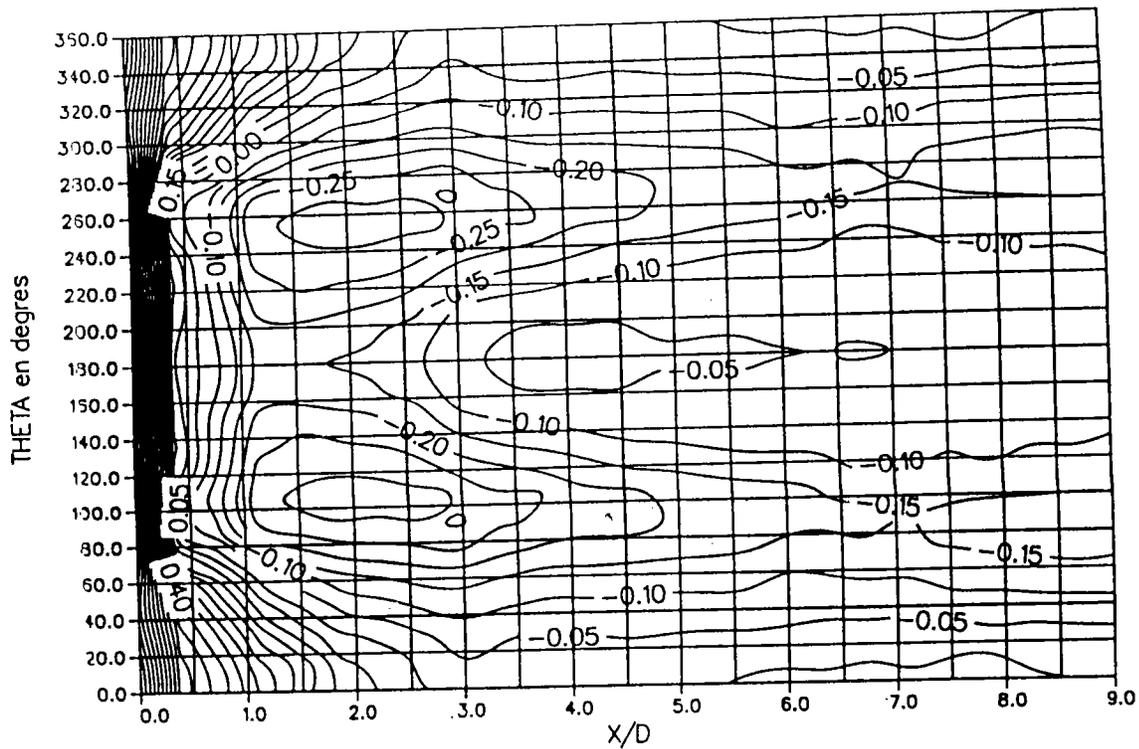




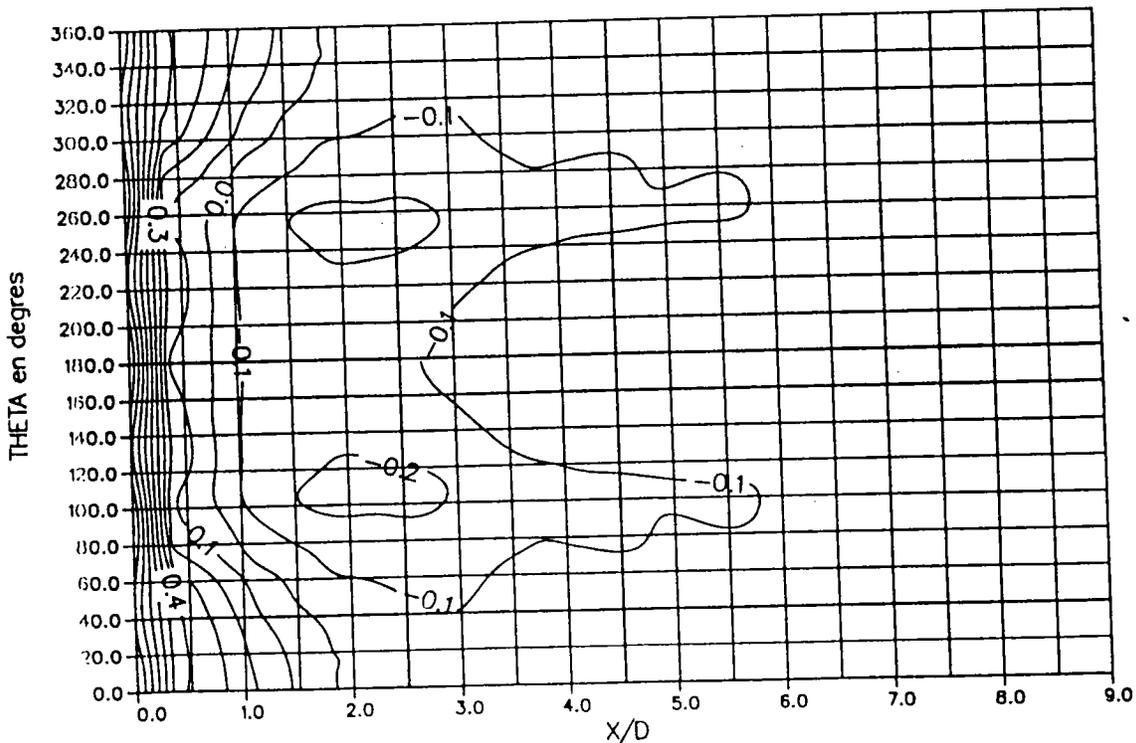
COURBES ISOBARES SUR LE FUSELAGE Nombre de MACH - 0.50
 (Ecart de Cp entre courbes - 0.10) Nombre de REYNOLDS - 437800.0
 LIGNE DE SEPARATION EN TRAIT GRAS ANGLE D INCIDENCE - 25.0 deg



COURBES ISOBARES SUR LE FUSELAGE Nombre de MACH - 0.50
 (Ecart de Cp entre courbes - 0.05) Nombre de REYNOLDS - 438300.0
 LIGNE DE SEPARATION EN TRAIT GRAS ANGLE D INCIDENCE - 20.0 deg



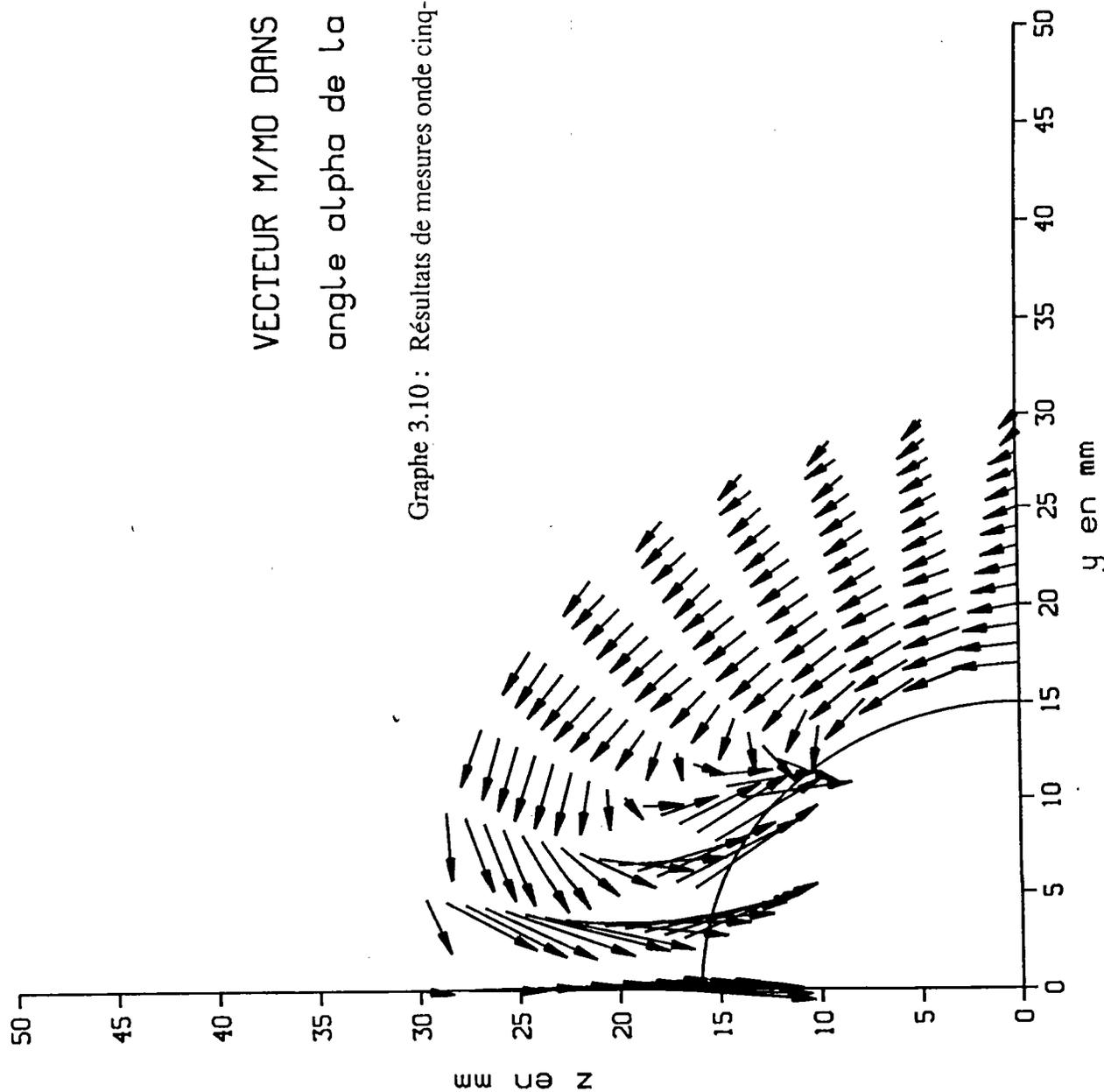
COURBES ISOBARES SUR LE FUSELAGE Nombre de MACH - 0.23
 (Ecart de Cp entre courbes - 0.05) Nombre de REYNOLDS - 350000.0
 ANGLE D INCIDENCE - 15.0 deg



COURBES ISOBARES SUR LE FUSELAGE Nombre de MACH - 0.23
 (Ecart de Cp entre courbes - 0.10) Nombre de REYNOLDS - 349600.0
 ANGLE D INCIDENCE - 10.0 deg

MACH - 0.35 ; REYNOLDS -4.4 E+5 ; INCIDENCE - 20 DEG

VECTEUR M/MO DANS LE PLAN DE MESURE
angle alpha de la base 0.0deg

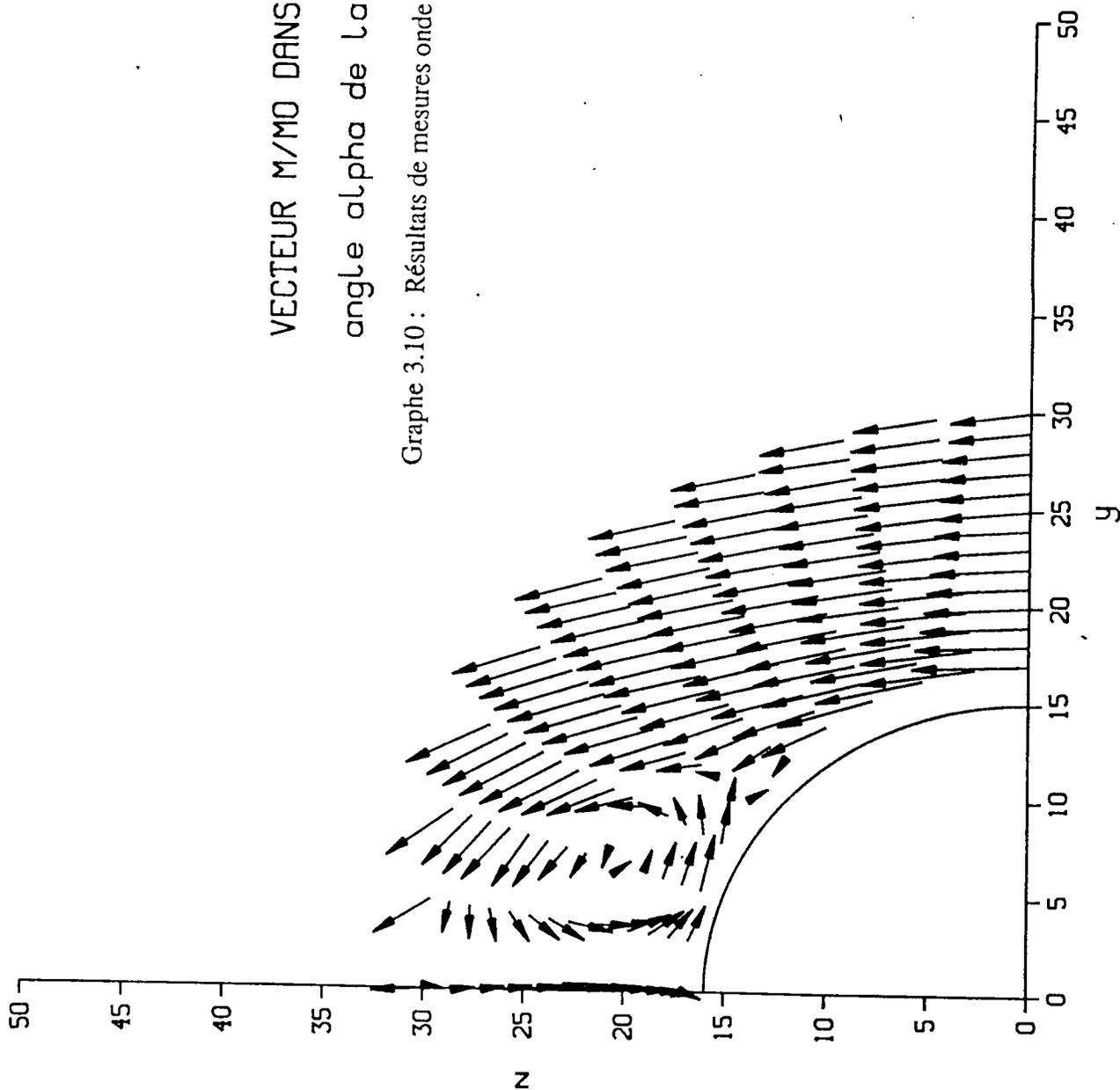


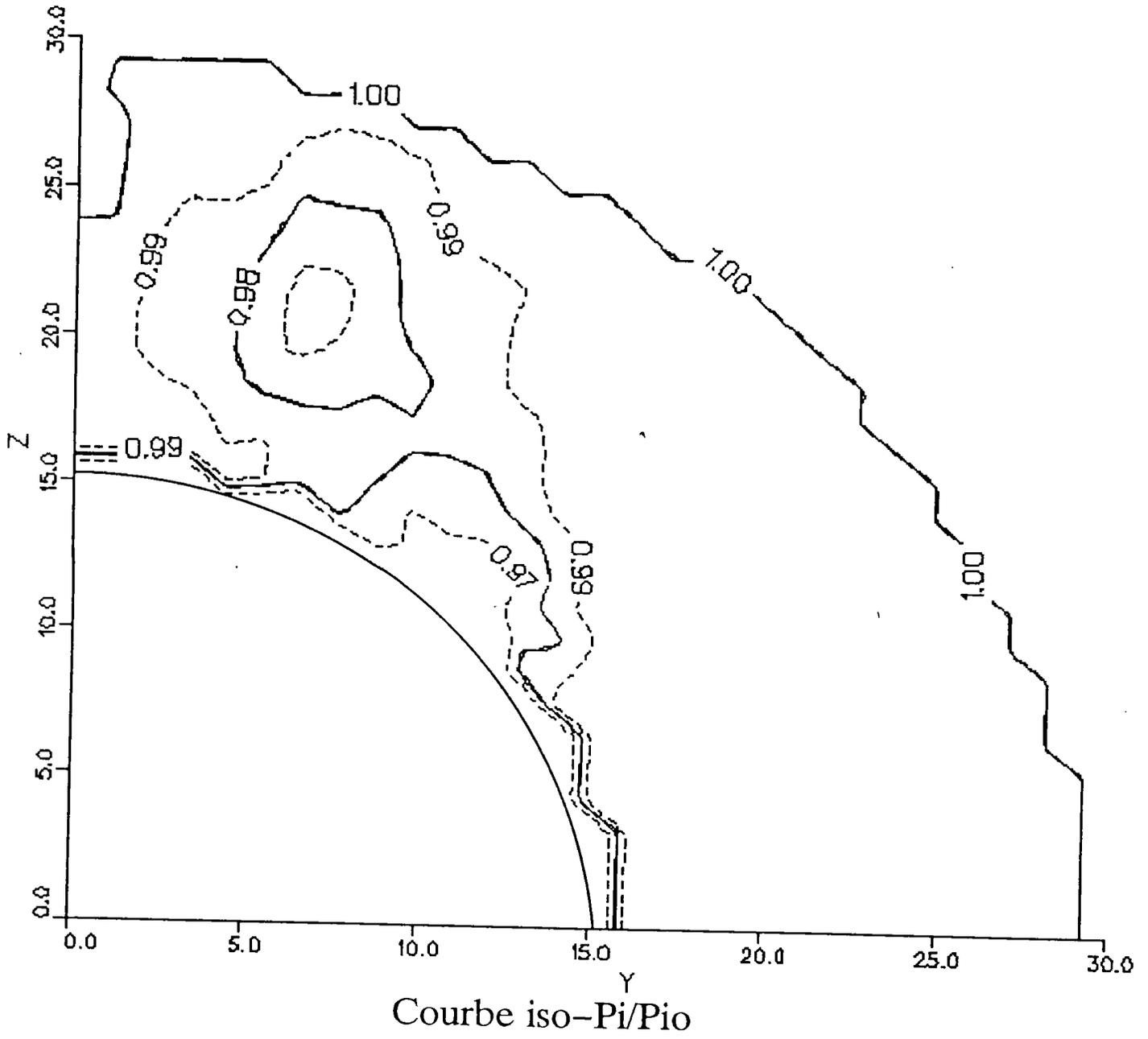
Graphe 3.10 : Résultats de mesures onde cinq-trous: vitesses (repères sonde)

MACH = 0.35 ; REYNOLDS = 4.4 E+5 ; INCIDENCE = 20 DEG

VECTEUR M/MO DANS LE PLAN DE MESURE
angle alpha de la base 20.0deg

Graphe 3.10 : Résultats de mesures onde cinq-trous: vitesses (repères maquette)

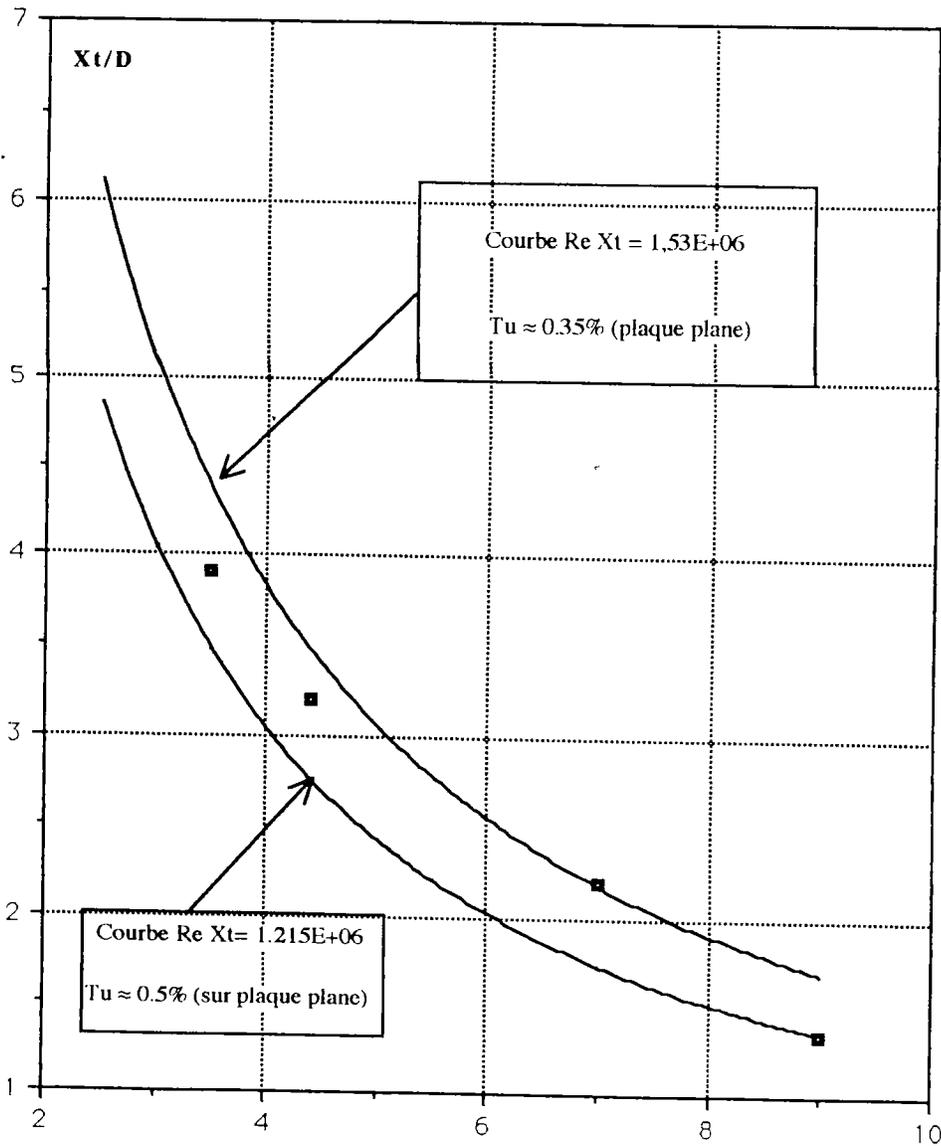






Position X_t de la transition sur le fuselage en fonction du Reynolds ReD

à incidence nulle



ReD : Reynolds rapporté au diamètre

ReX_t : Reynolds rapporté à X_t ,

la position de transition

· $ReX_t=12E+5$

· $ReX_t=15E+5$

■ X_t/D (expé)

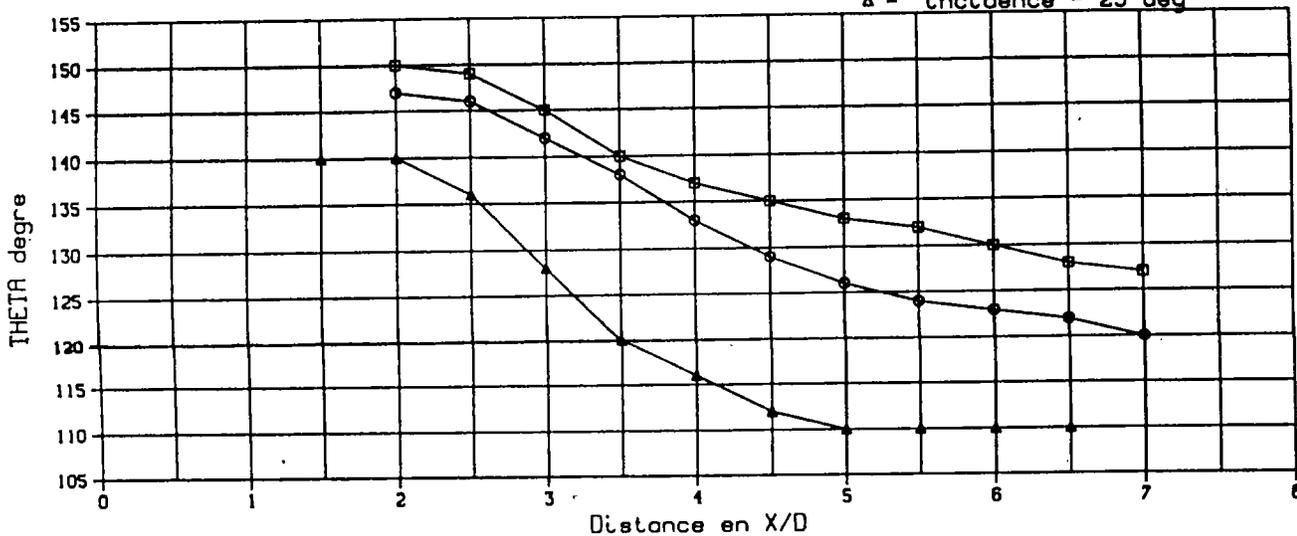
ReD $1.e-06$

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.40

nombre de REYNOLDS 900000.0

LEGEND
 □ - incidence - 15 deg
 ○ - incidence - 20 deg
 △ - incidence - 25 deg



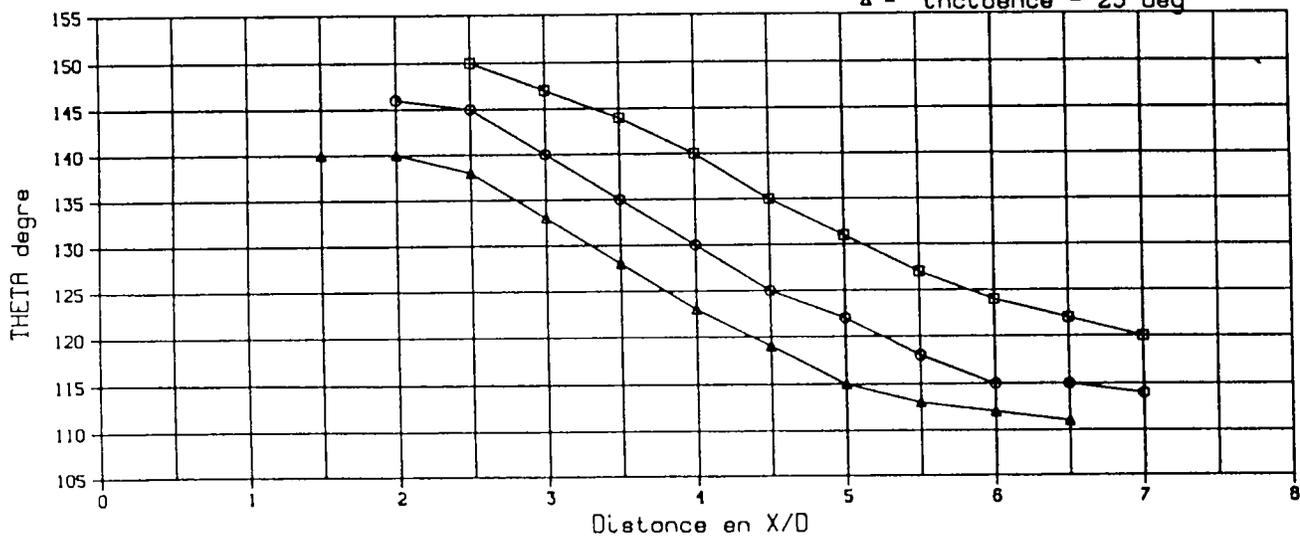
INFLUENCE DE L'INCIDENCE AUX REYNOLDS CRITIQUES

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.40

nombre de REYNOLDS 700000.0

LEGEND
 □ - incidence - 15 deg
 ○ - incidence - 20 deg
 △ - incidence - 25 deg

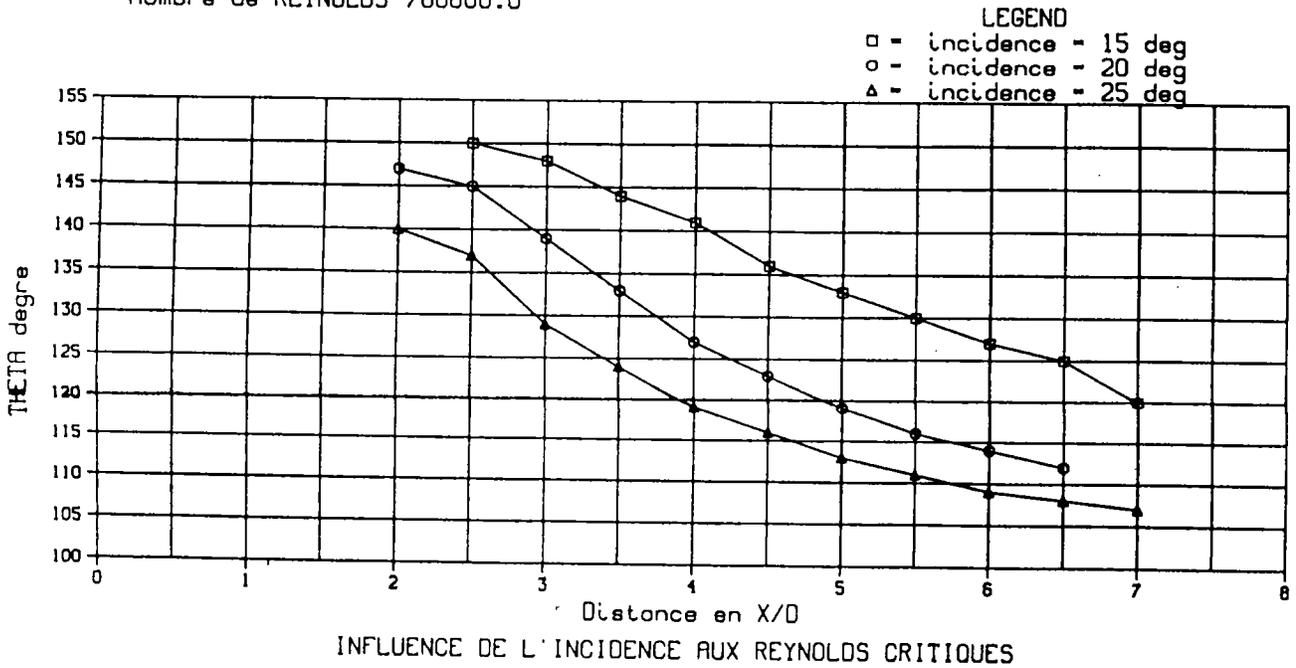


INFLUENCE DE L'INCIDENCE AUX REYNOLDS CRITIQUES

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.30

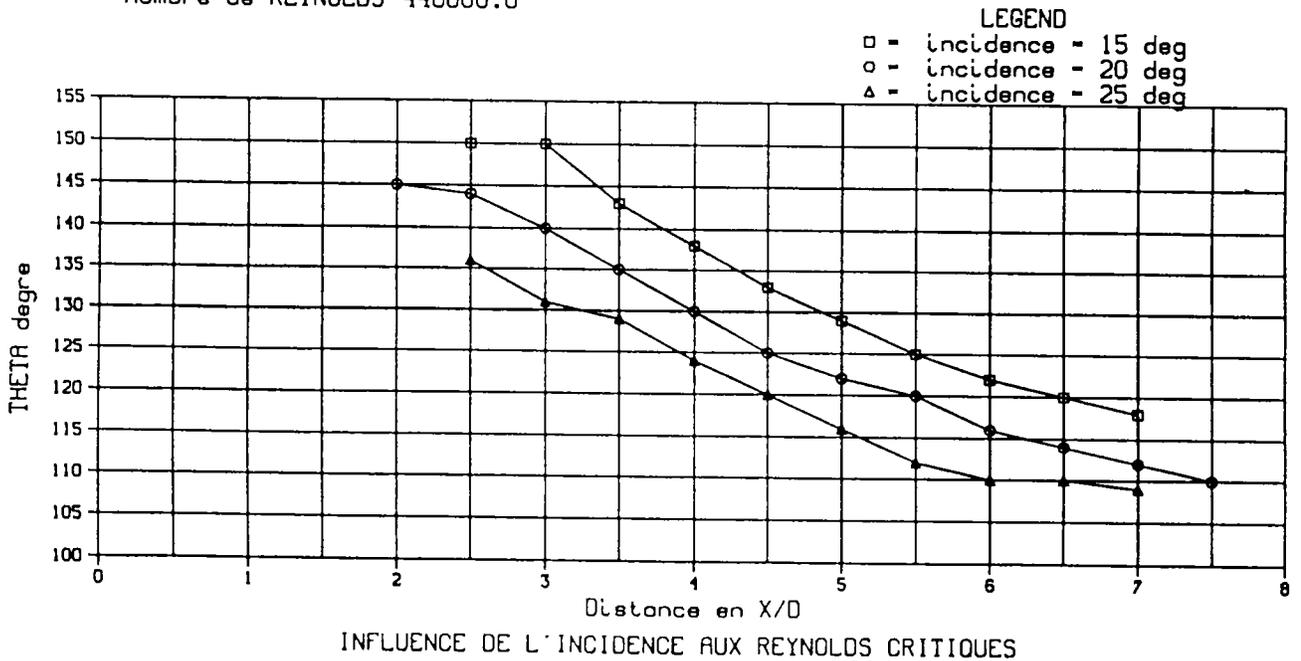
nombre de REYNOLDS 700000.0



POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.30

nombre de REYNOLDS 440000.0

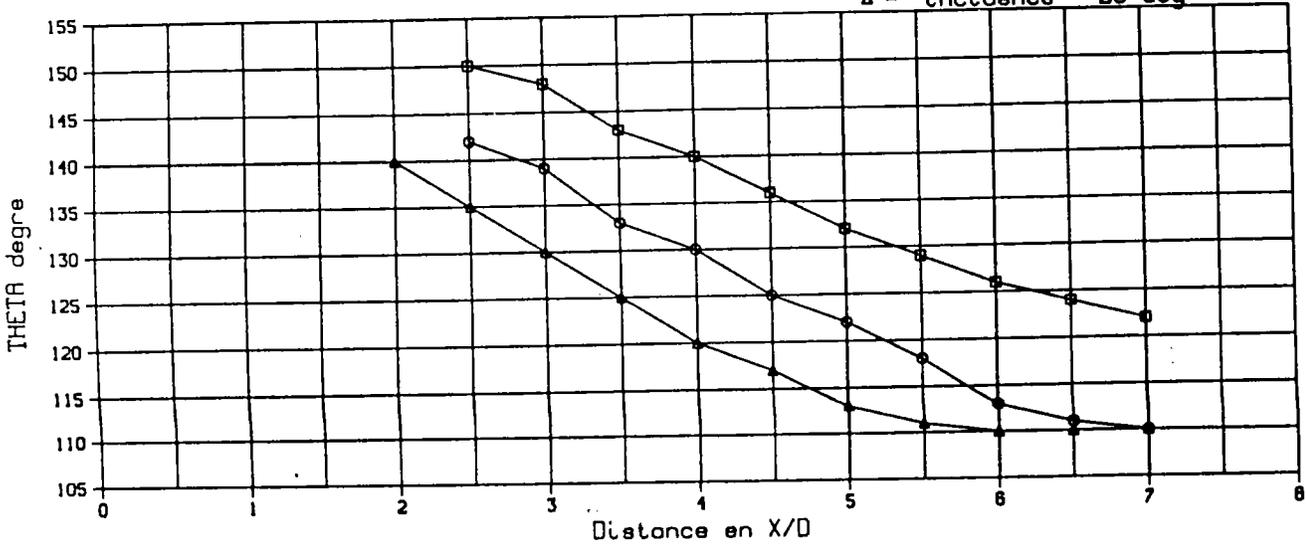


POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50

nombre de REYNOLDS 700000.0

LEGEND
 □ - incidence - 15 deg
 ○ - incidence - 20 deg
 △ - incidence - 25 deg



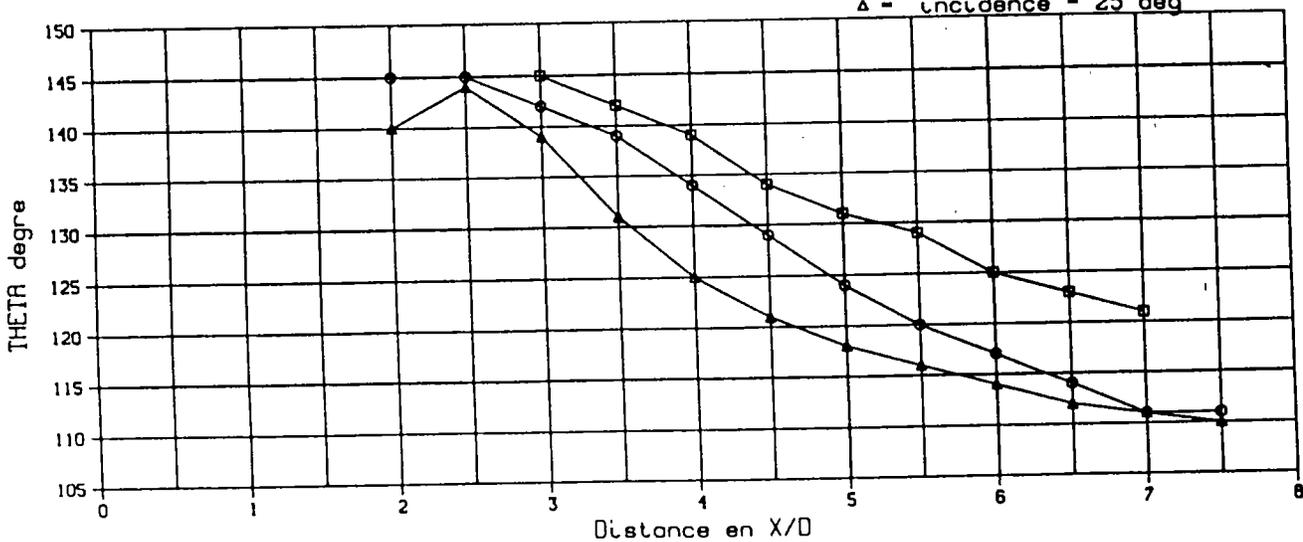
INFLUENCE DE L'INCIDENCE AUX REYNOLDS CRITIQUES

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50

nombre de REYNOLDS 440000.0

LEGEND
 □ - incidence - 15 deg
 ○ - incidence - 20 deg
 △ - incidence - 25 deg



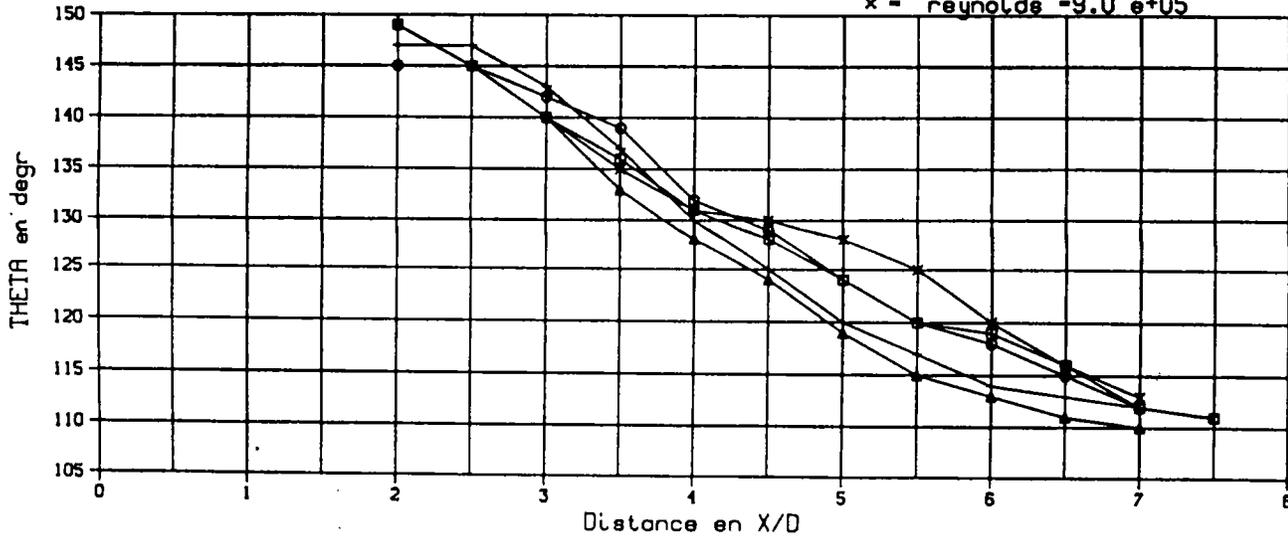
INFLUENCE DE L'INCIDENCE AUX REYNOLDS CRITIQUES

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.55

ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg

- LEGEND
- - reynolds -4.4 e+05
 - - reynolds -4.4 e+05
 - △ - reynolds -7.0 e+05
 - + - reynolds -7.0 e+05
 - x - reynolds -9.0 e+05



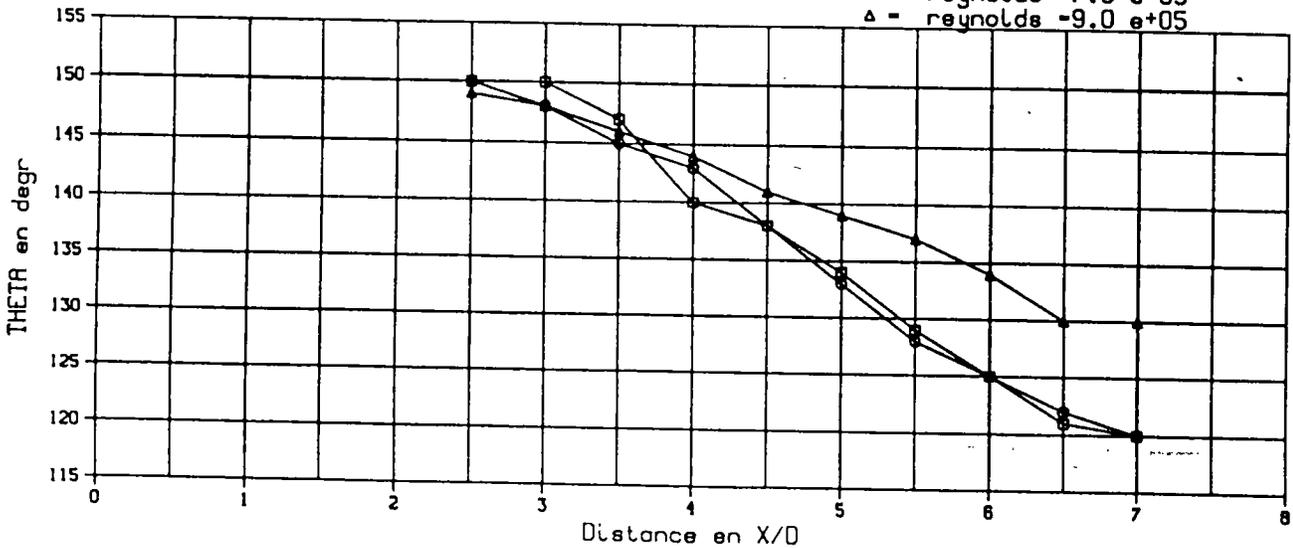
EFFET DU NOMBRE DE REYNOLDS A MACH MODERE

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.55

ANGLE D INCIDENCE 15.0 deg

- LEGEND
- - reynolds -4.4 e+05
 - - reynolds -7.0 e+05
 - △ - reynolds -9.0 e+05



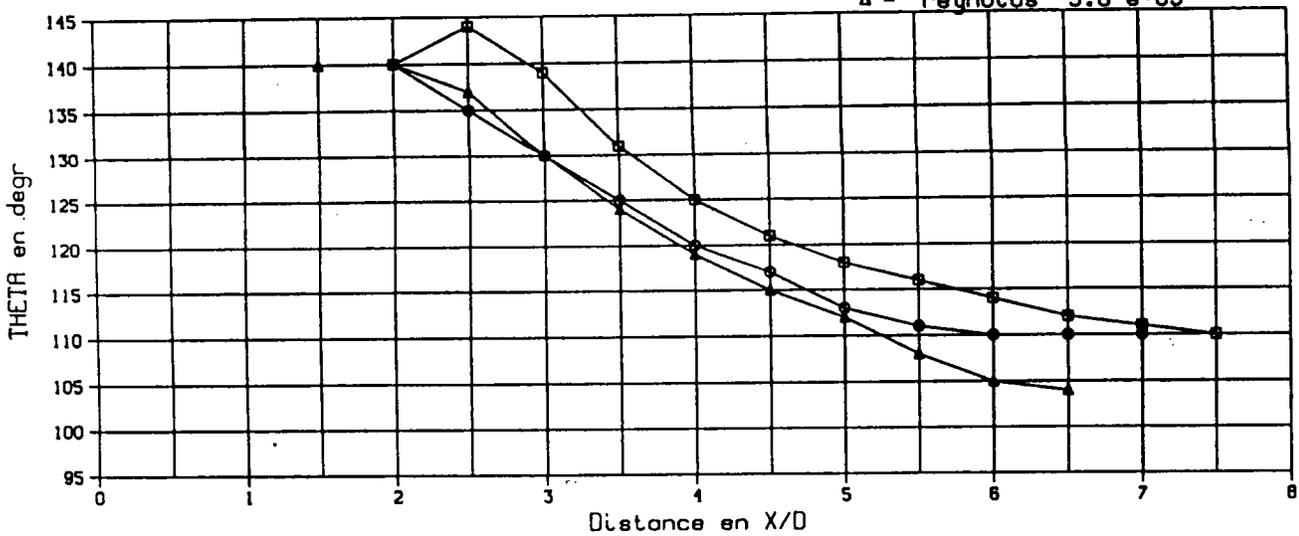
EFFET DU NOMBRE DE REYNOLDS A MACH MODERE

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50

ANGLE D INCIDENCE 25.0 deg

LEGEND
 □ - reynolds -4.4 e+05
 ○ - reynolds -7.0 e+05
 △ - reynolds -9.0 e+05



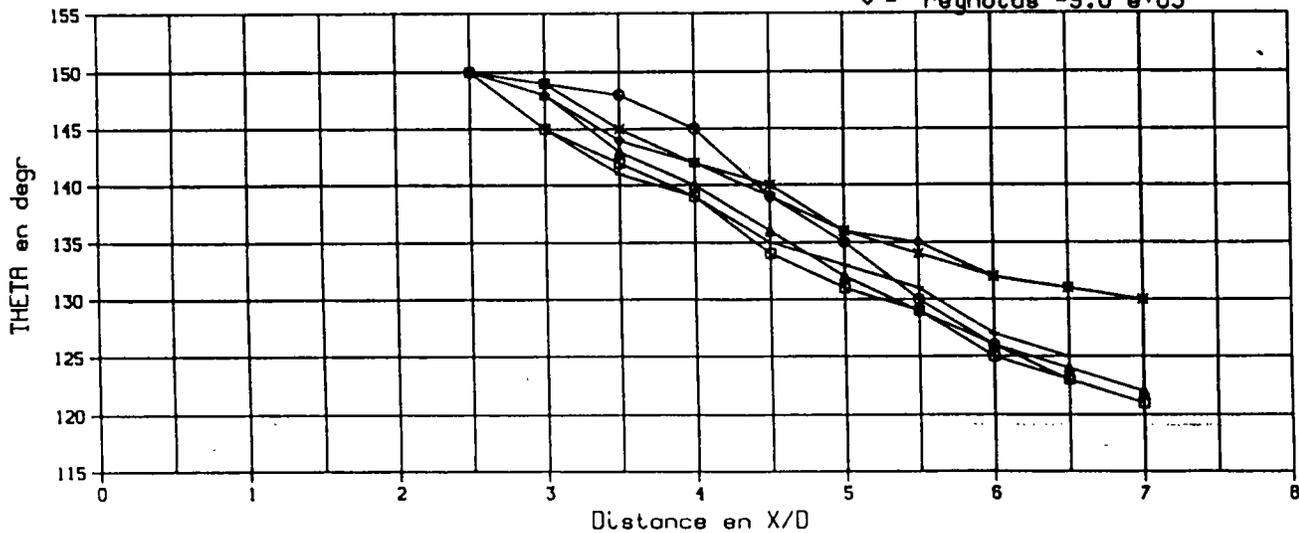
EFFET DU NOMBRE DE REYNOLDS A MACH MODERE

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50

ANGLE D INCIDENCE 15.0 deg

LEGEND
 □ - reynolds -4.4 e+05
 ○ - reynolds -4.4 e+05
 △ - reynolds -7.0 e+05
 + - reynolds -7.0 e+05
 x - reynolds -9.0 e+05
 ◇ - reynolds -9.0 e+05

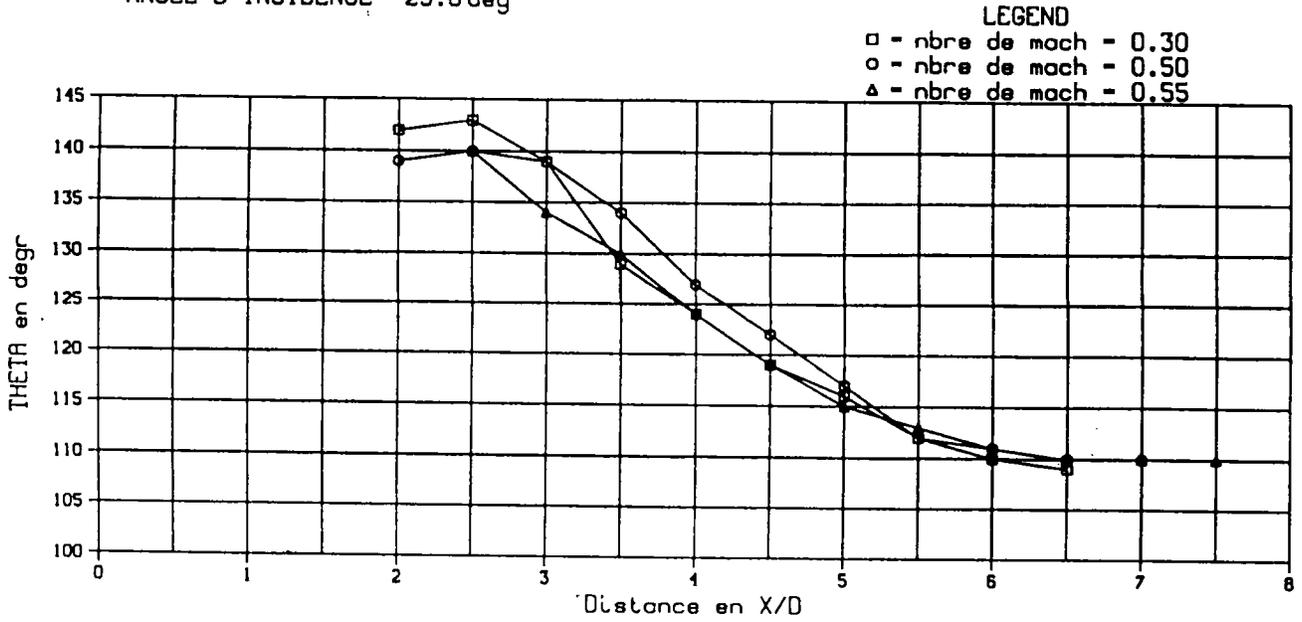


EFFET DU NOMBRE DE REYNOLDS A MACH MODERE

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de REYNOLDS 440000.0

ANGLE D INCIDENCE 25.0 deg

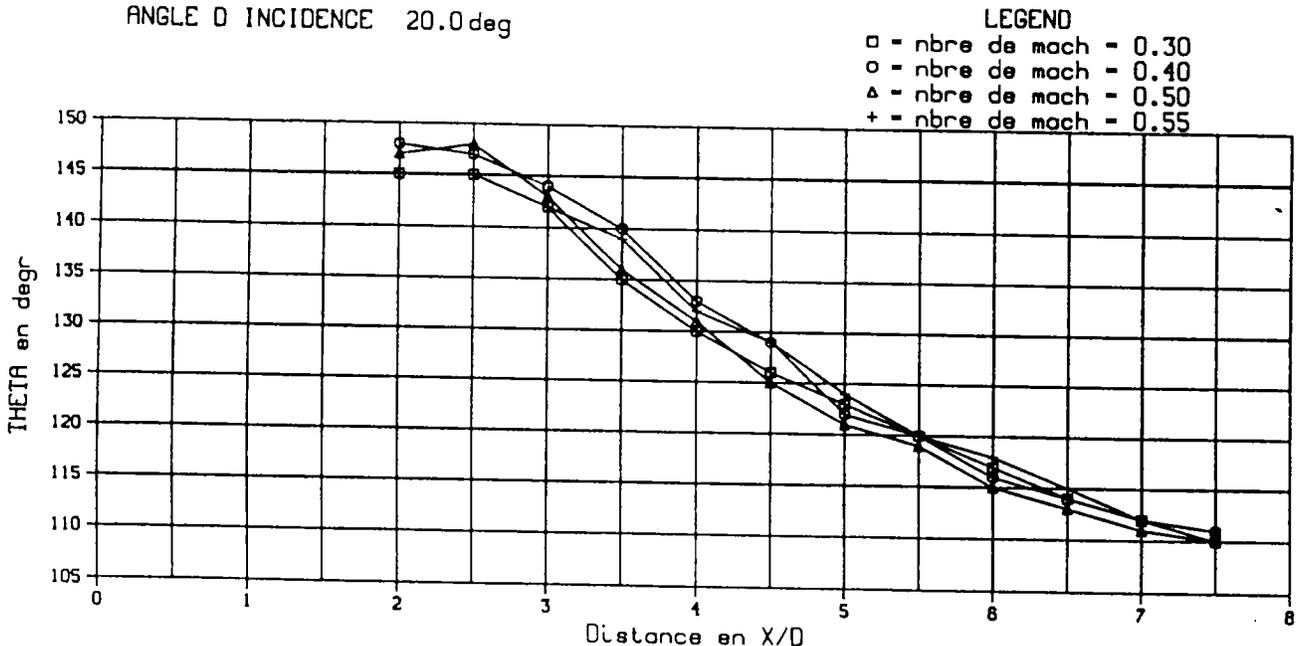


EFFET DU NOMBRE DE MACH A UN FAIBLE REYNOLDS CRITIQUE

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de REYNOLDS 440000.0

ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg



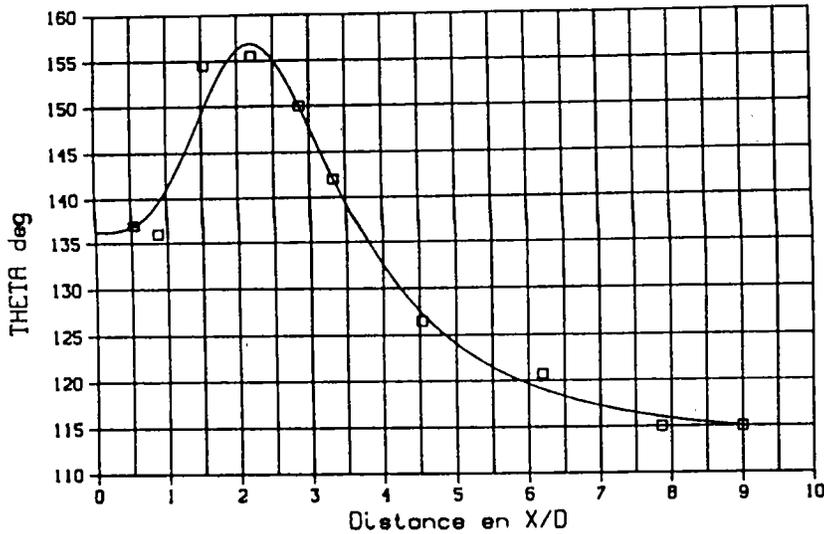
EFFET DU NOMBRE DE MACH A UN FAIBLE REYNOLDS CRITIQUE

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50

nombre de REYNOLDS 700000.0

LEGEND
 □ - incidence - 15 deg



coeff. A - 113.0 deg
 coeff. B - 136.2 deg
 coeff. W0 - 2.44
 coeff. EPS - 0.862
 erreur maxi - 4.7 deg
 erreur moyenne - 1.3 deg

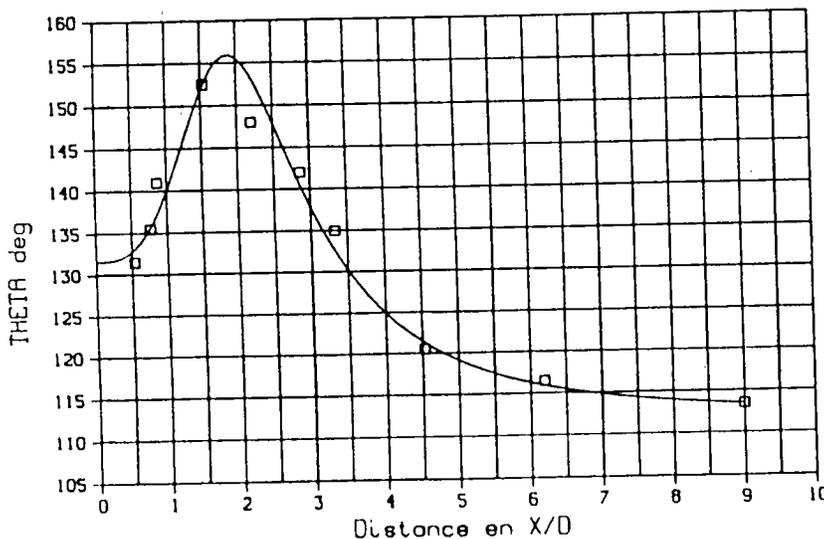
INTERPOLATION DE DIVERS ESSAIS AUX MEMES CONDITIONS

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50

nombre de REYNOLDS 700000.0

LEGEND
 □ - incidence - 20 deg



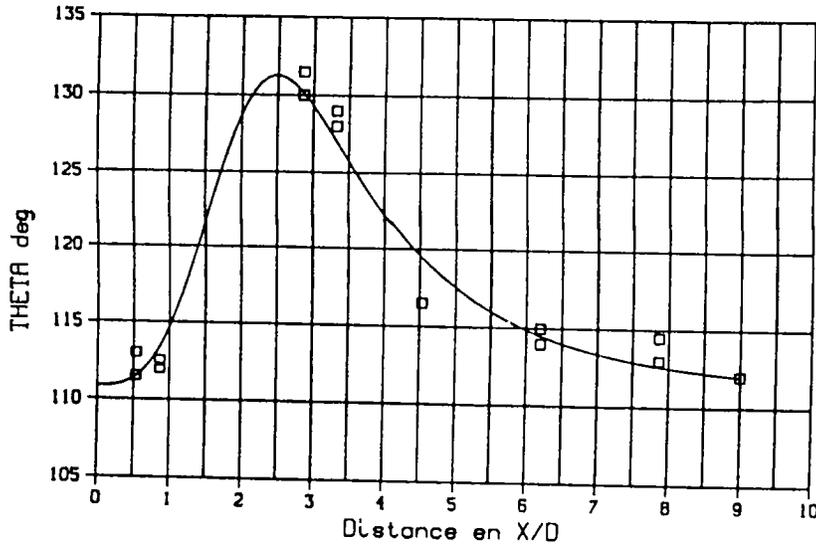
coeff. A - 112.3 deg
 coeff. B - 131.6 deg
 coeff. W0 - 2.05
 coeff. EPS - 0.852
 erreur maxi - 5.4 deg
 erreur moyenne - 1.6 deg

INTERPOLATION DE DIVERS ESSAIS AUX MEMES CONDITIONS

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.60

nombre de REYNOLDS 440000.0



LEGEND
□ - incidence - 25 deg

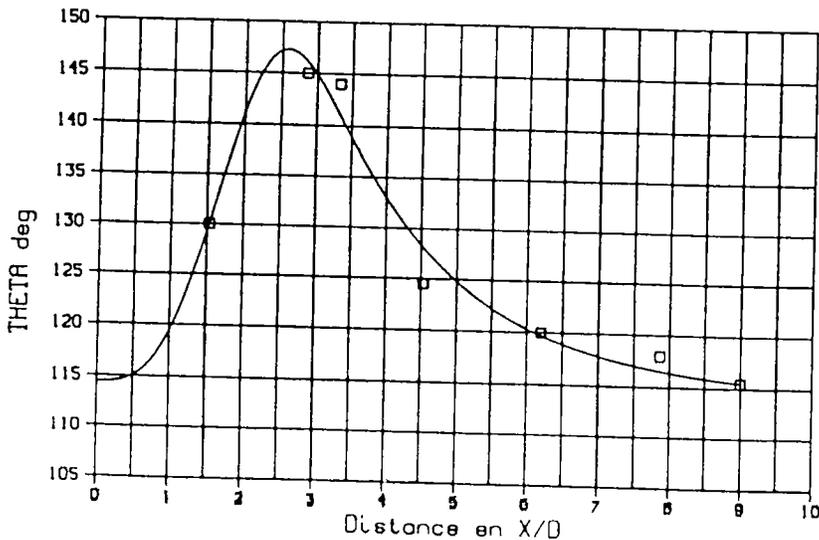
coeff. A - 110.7 deg
coeff. B - 110.9 deg
coeff. W0 - 2.49
coeff. EPS - 0.893
erreur maxi - 2.9 deg
erreur moyenne - 1.2 deg

INTERPOLATION DE DIVERS ESSAIS AUX MEMES CONDITIONS

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50

nombre de REYNOLDS 440000.0



LEGEND
□ - incidence - 15 deg

coeff. A - 113.3 deg
coeff. B - 114.4 deg
coeff. W0 - 2.60
coeff. EPS - 0.842
erreur maxi - 3.5 deg
erreur moyenne - 1.3 deg

INTERPOLATION DE DIVERS ESSAIS AUX MEMES CONDITIONS

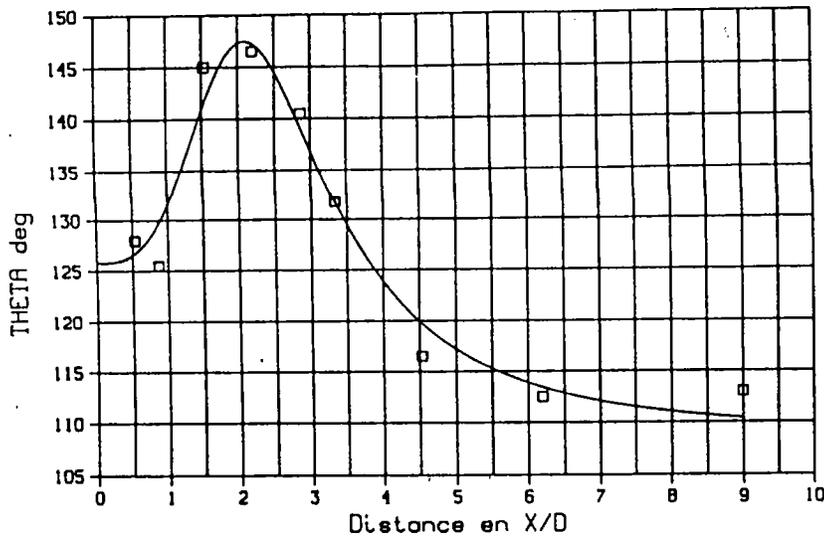
POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.60

nombre de REYNOLDS 700000.0

LEGEND

□ - incidence - 20 deg



coeff. A - 108.9 deg
 coeff. B - 125.8 deg
 coeff. W0 - 2.28
 coeff. EPS - 0.861
 erreur maxi - 4.1 deg
 erreur moyenne - 2.0 deg

INTERPOLATION DE DIVERS ESSAIS AUX MEMES CONDITIONS

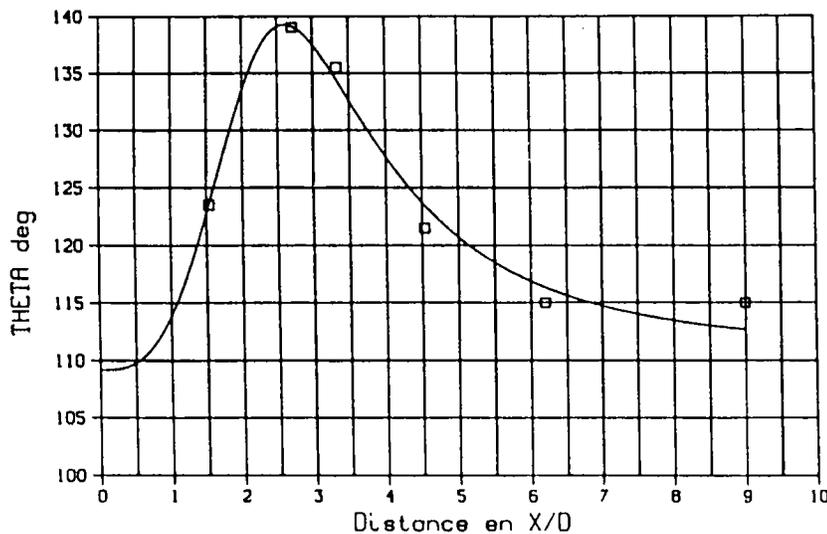
POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50

nombre de REYNOLDS 440000.0

LEGEND

□ - incidence - 20 deg



coeff. A - 110.8 deg
 coeff. B - 109.2 deg
 coeff. W0 - 2.59
 coeff. EPS - 0.855
 erreur maxi - 2.3 deg
 erreur moyenne - 1.1 deg

INTERPOLATION DE DIVERS ESSAIS AUX MEMES CONDITIONS

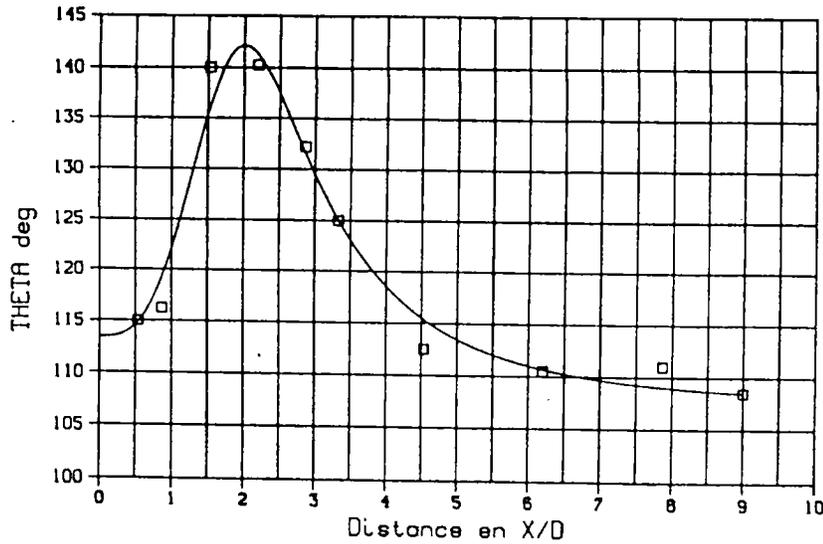
POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.60

nombre de REYNOLDS 700000.0

LEGEND

□ - incidence - 25 deg



coeff. A - 107.4 deg
 coeff. B - 113.4 deg
 coeff. W0 - 2.07
 coeff. EPS - 0.845
 erreur maxi - 4.0 deg
 erreur moyenne - 1.4 deg

INTERPOLATION DE DIVERS ESSAIS AUX MEMES CONDITIONS

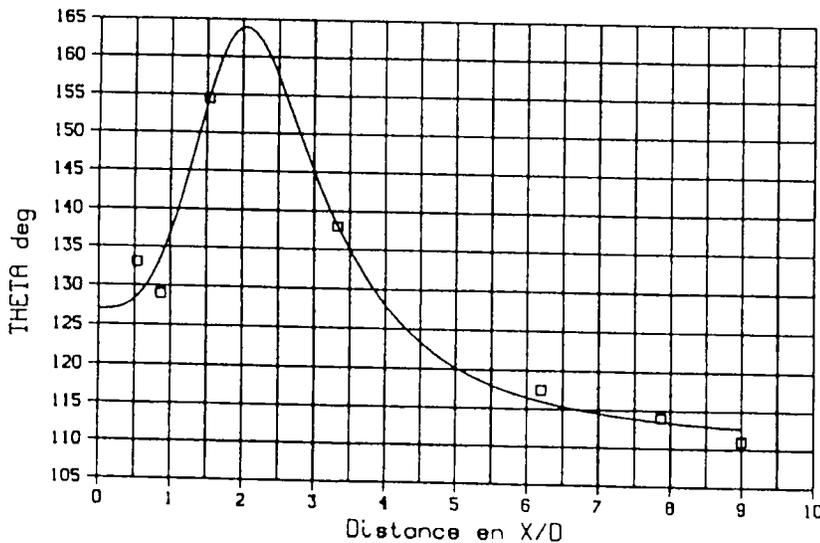
POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.60

nombre de REYNOLDS 700000.0

LEGEND

□ - incidence - 15 deg



coeff. A - 111.1 deg
 coeff. B - 127.0 deg
 coeff. W0 - 2.15
 coeff. EPS - 0.809
 erreur maxi - 4.5 deg
 erreur moyenne - 1.8 deg

INTERPOLATION DE DIVERS ESSAIS AUX MEMES CONDITIONS

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

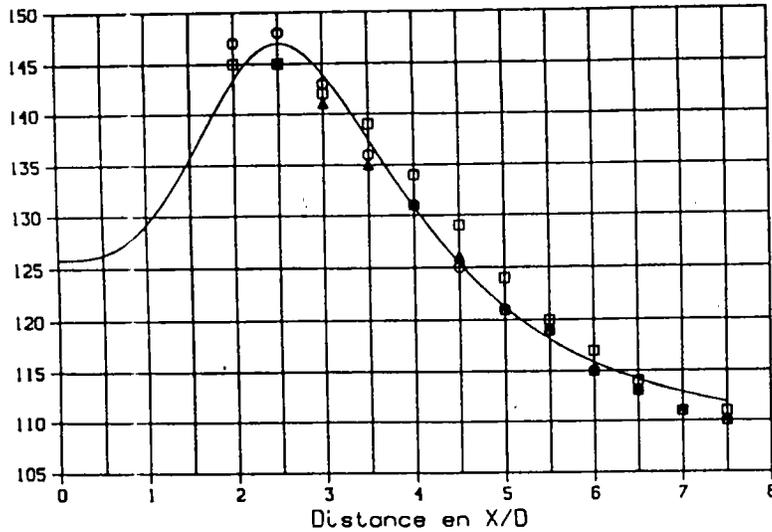
nombre de MACH 0.50

ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg

LEGEND

- - reynolds -4.4×10^5
- - reynolds -4.4×10^5
- △ - reynolds -4.4×10^5

FORMULE EMP : LIGNE CONTINUE



coeff. A - 107.3 deg
 coeff. B - 125.8 deg
 coeff. W0 - 2.75
 coeff. EPS - 0.860
 erreur maxi - 3.6 deg
 erreur moyenne - 1.4 deg

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

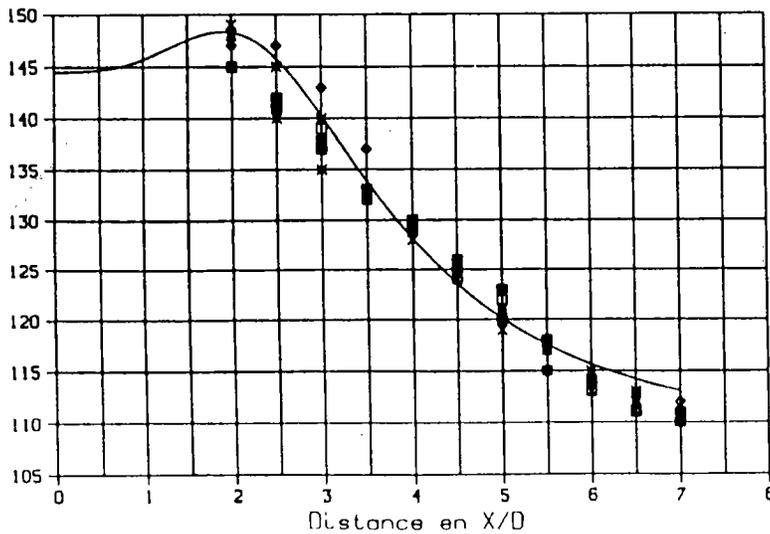
nombre de REYNOLDS 700000.0

ANGLE D INCIDENCE 20.0 deg

LEGEND

- - nbre de mach - 0.50
- - nbre de mach - 0.50
- △ - nbre de mach - 0.50
- + - nbre de mach - 0.50
- x - nbre de mach - 0.55
- ◇ - nbre de mach - 0.55
- ▽ - nbre de mach - 0.50
- - nbre de mach - 0.50
- × - nbre de mach - 0.50

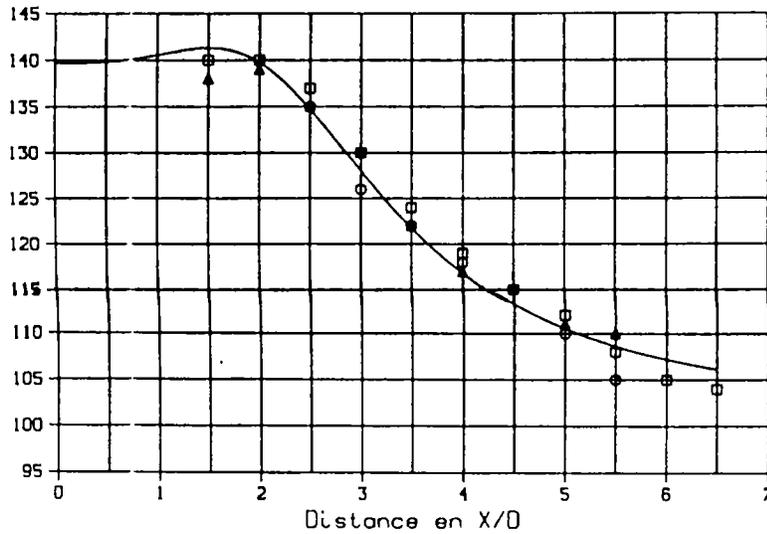
FORMULE EMP : LIGNE CONTINUE



coeff. A - 108.3 deg
 coeff. B - 144.5 deg
 coeff. W0 - 2.75
 coeff. EPS - 0.920
 erreur maxi - 24.5 deg
 erreur moyenne - 3.6 deg

POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50
 nombre de REYNOLDS 900000.0
 ANGLE D INCIDENCE 25.0 deg

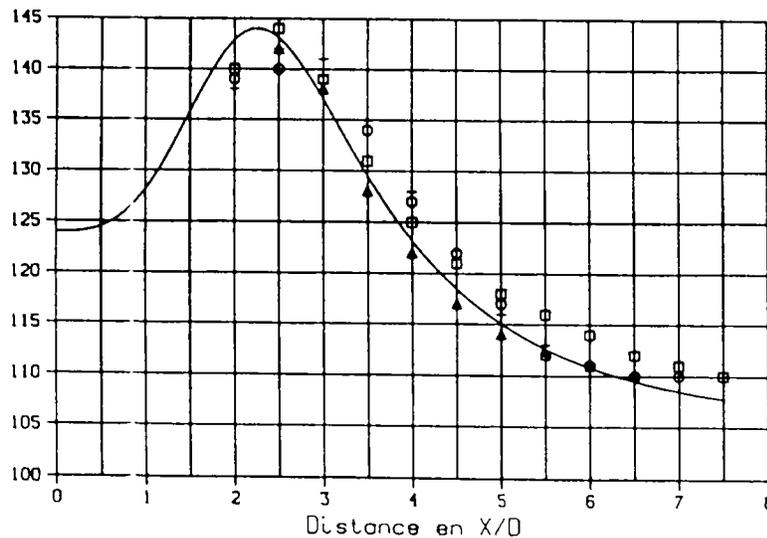


FORMULE EMP : LIGNE CONTINUE

coeff. A = 102.0 deg
 coeff. B = 139.7 deg
 coeff. W0 = 2.50
 coeff. EPS = 0.930
 erreur maxi = 6.4 deg
 erreur moyenne = 1.5 deg

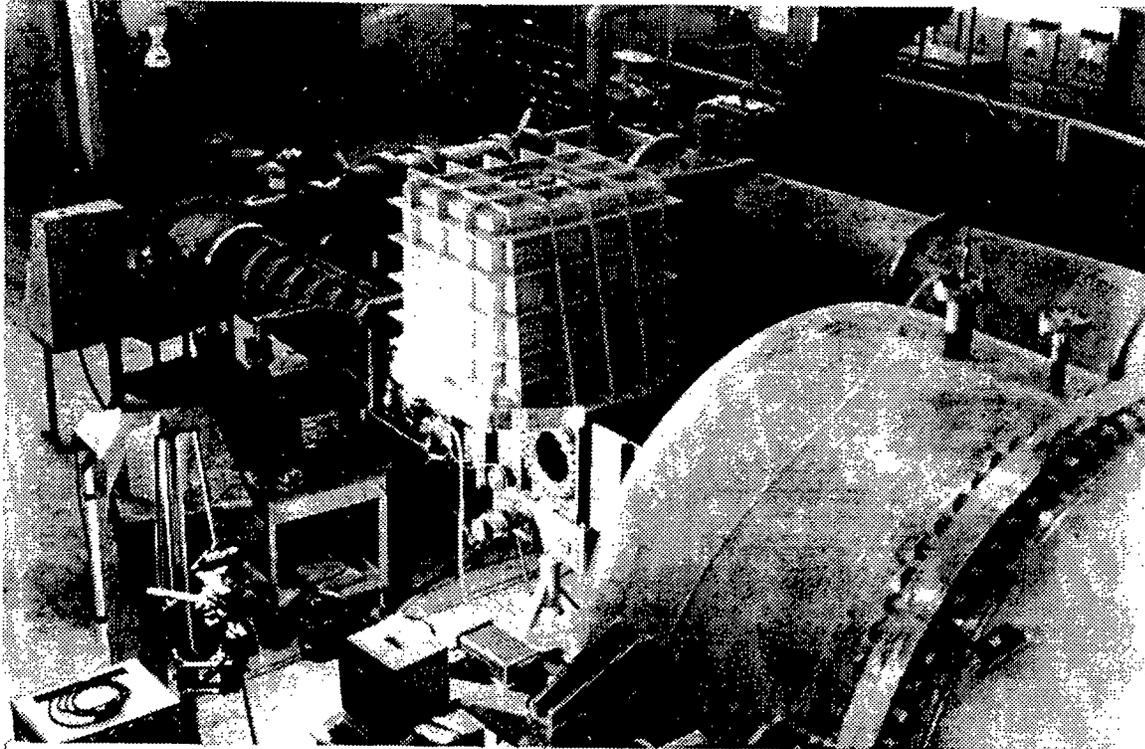
POSITION ANGULAIRE DE LA LIGNE DE DECOLLEMENT

nombre de MACH 0.50
 nombre de REYNOLDS 440000.0
 ANGLE D INCIDENCE 25.0 deg

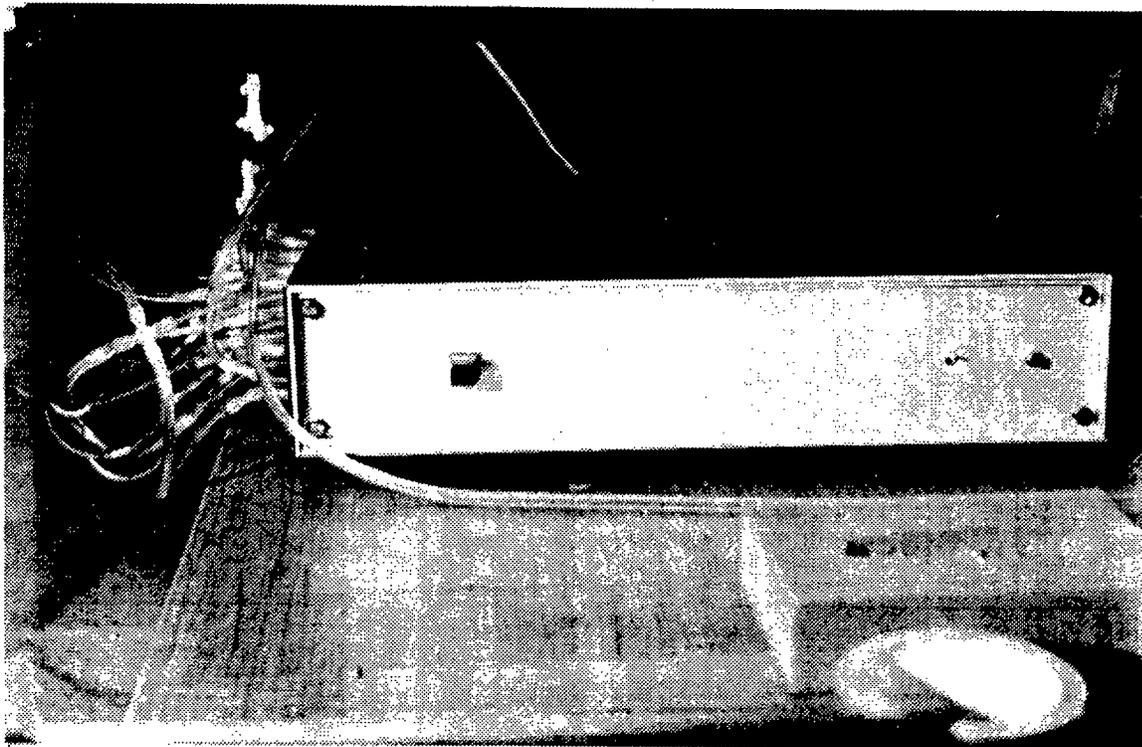


FORMULE EMP : LIGNE CONTINUE

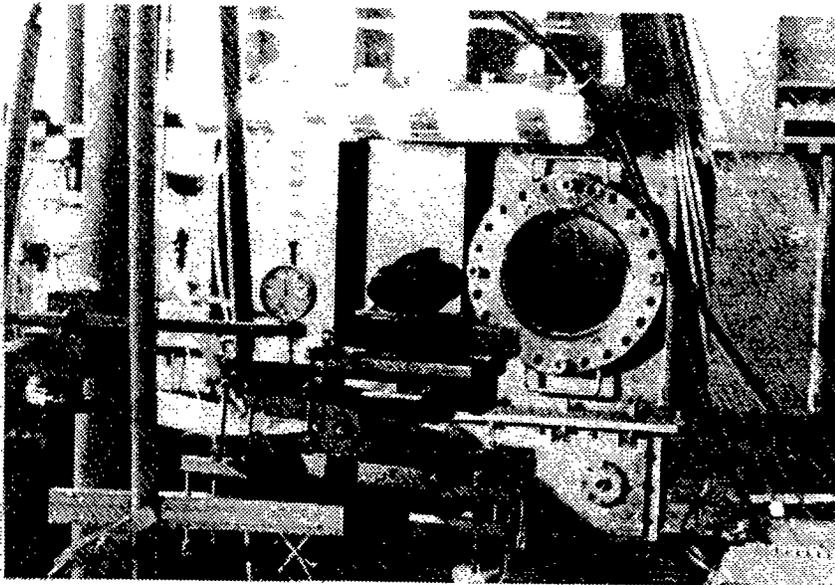
coeff. A = 104.3 deg
 coeff. B = 124.0 deg
 coeff. W0 = 2.50
 coeff. EPS = 0.860
 erreur maxi = 5.5 deg
 erreur moyenne = 2.2 deg



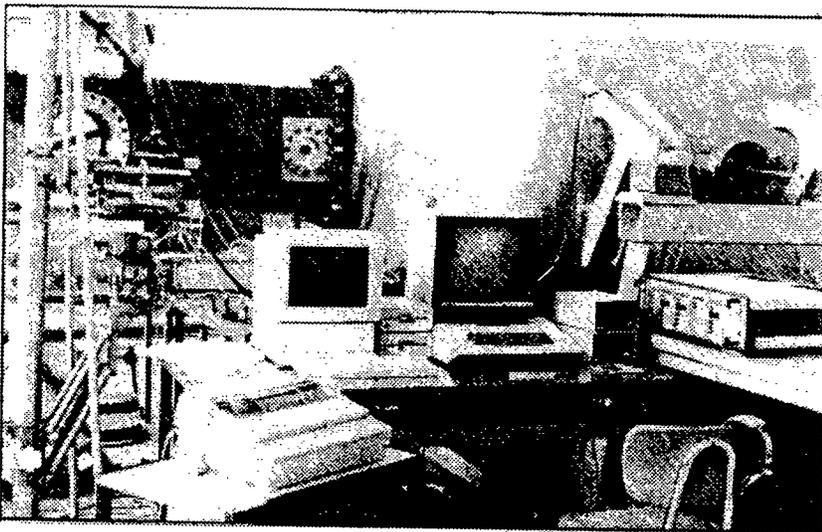
VUE GENERALE DE LA SOUFFLERIE T757



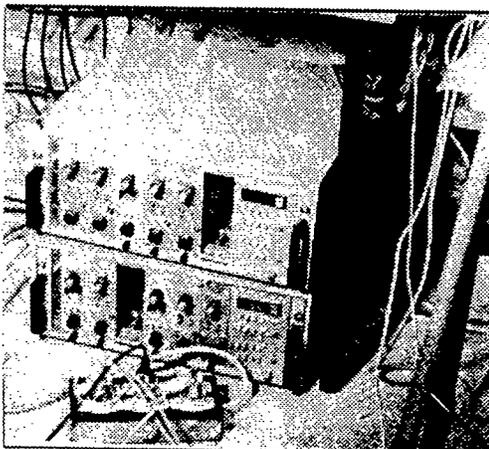
MULTIPLIEUR ELECTRONIQUE DE PRESSIONS (20 CAPTEURS)



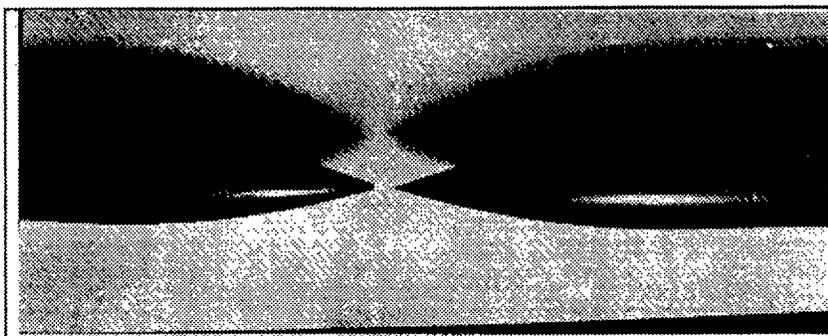
Vue montage sonde-cinq-trous:
dispositif de controle optique de
la position de la maquette et de la
sonde dans le vent.



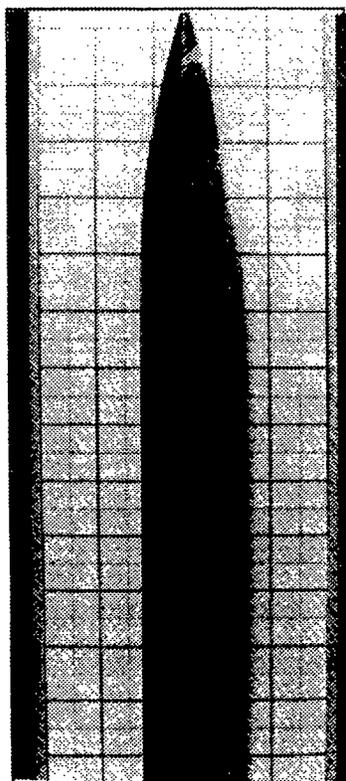
Vue de la chaîne demesure et de
déplacement de la sonde cinq-trous



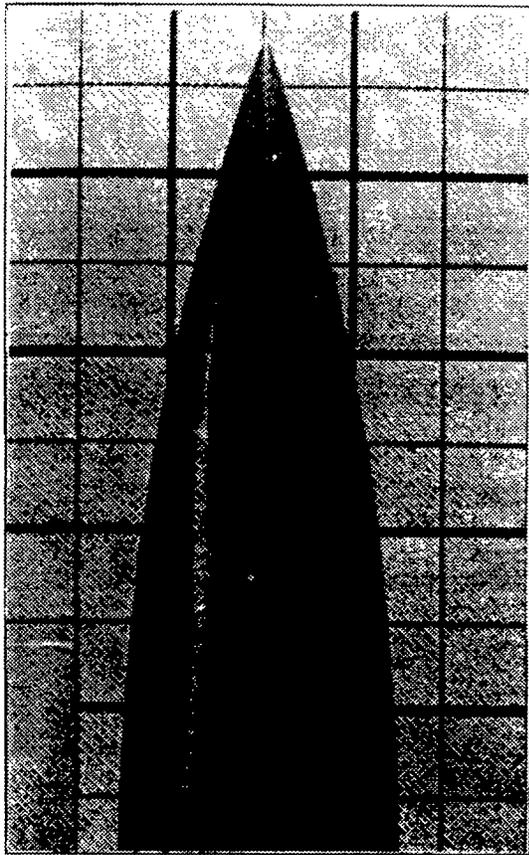
Amplificateurs-filtreurs de la
chaîne de mesure



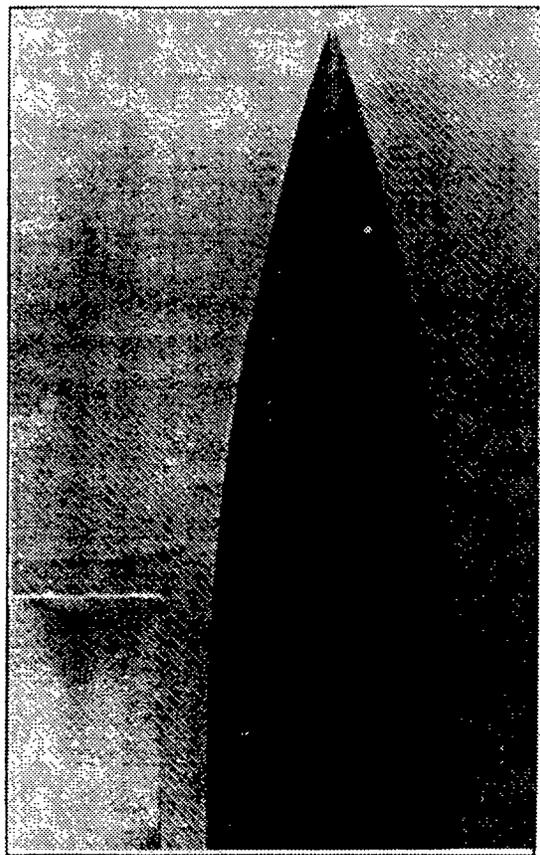
- Diverses formes du nez :
- Nez effilé (droite)
 - Nez emoussé (gauche)



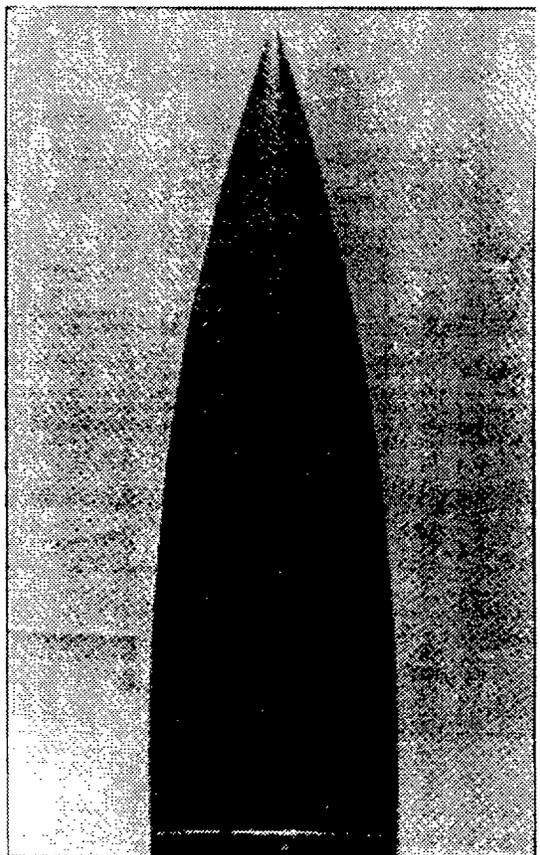
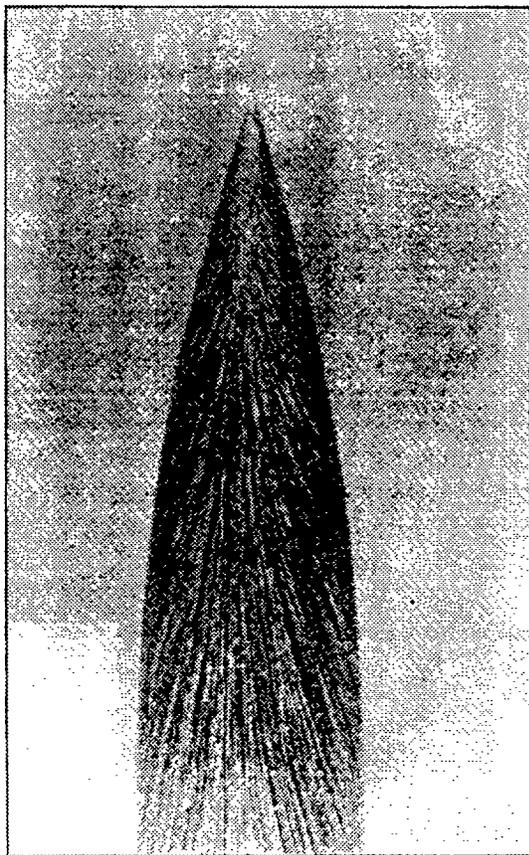
Vue de la maquette monobloc de visualisation:
ici, en essai de visualisation bicolore (noir
/blanc)

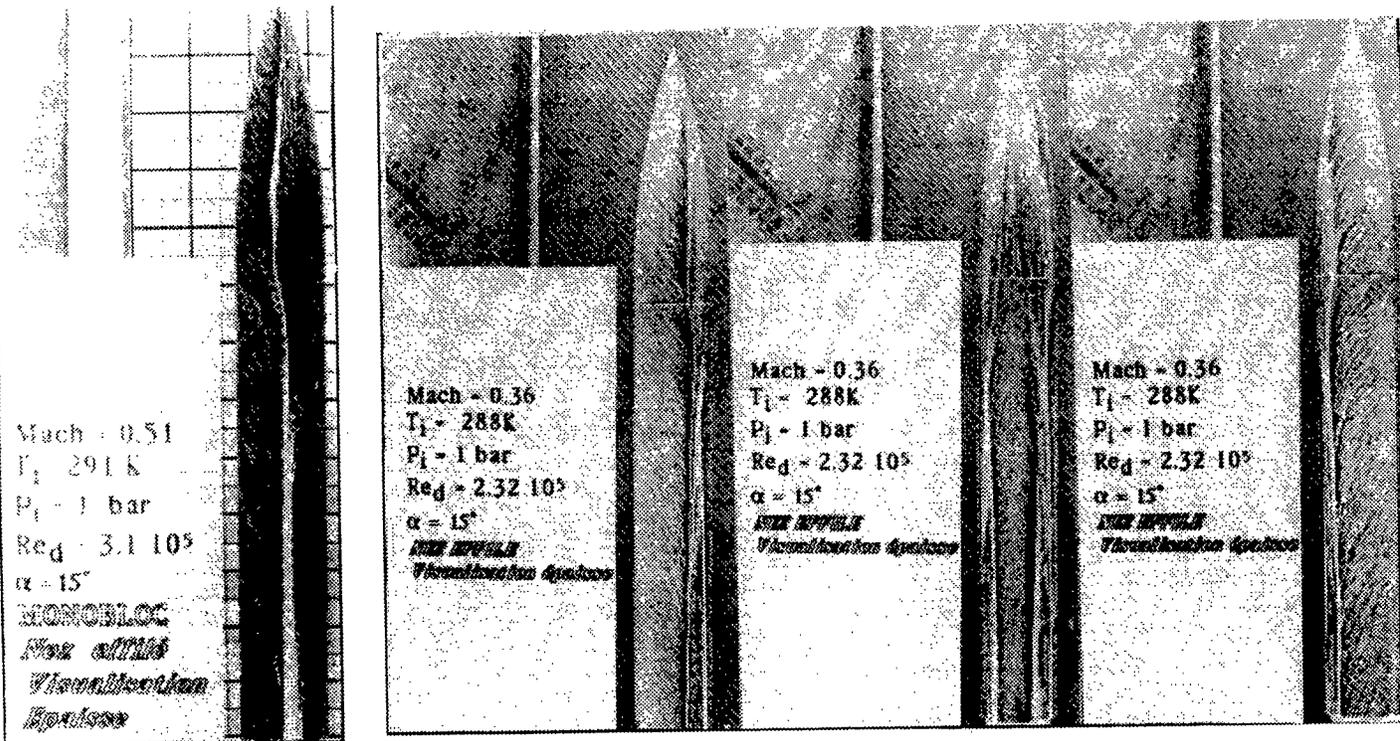


Visualisations épaisses

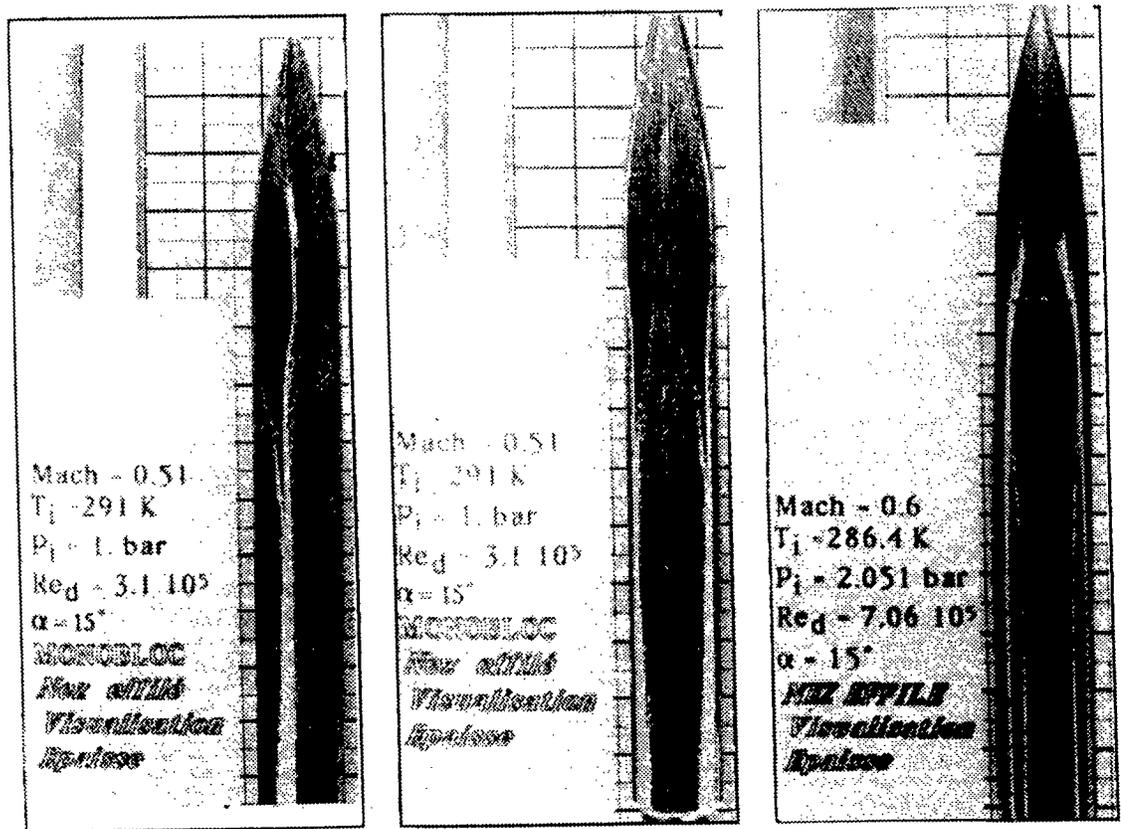


Visualisations fines

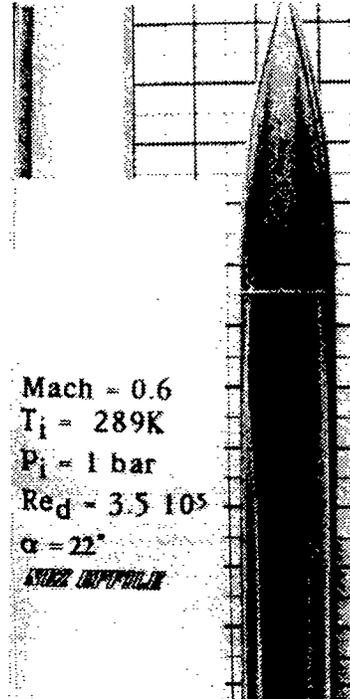
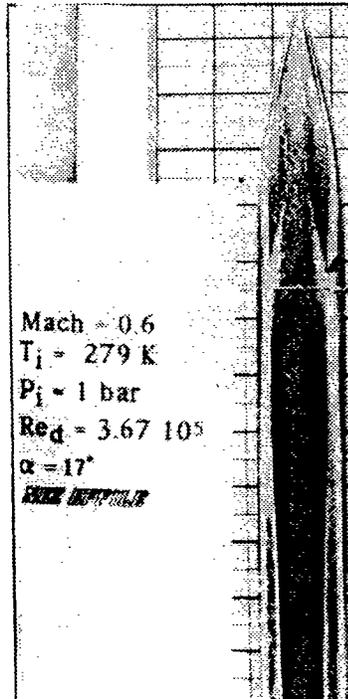
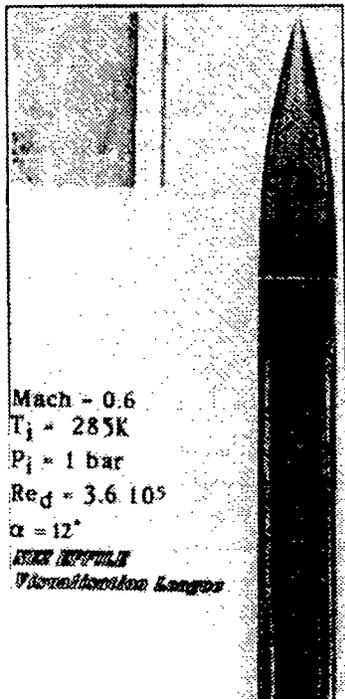
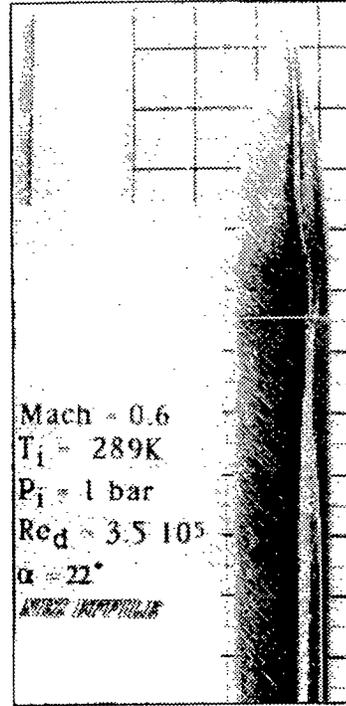
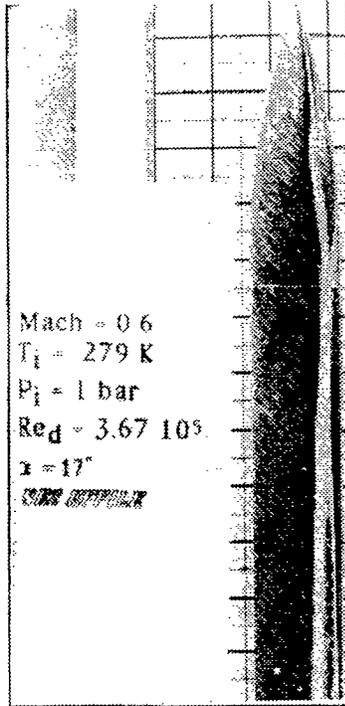
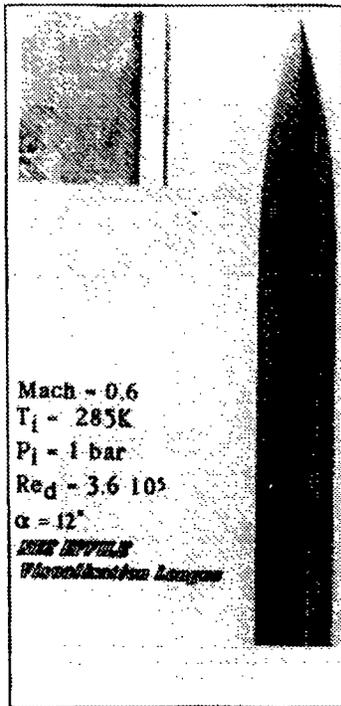




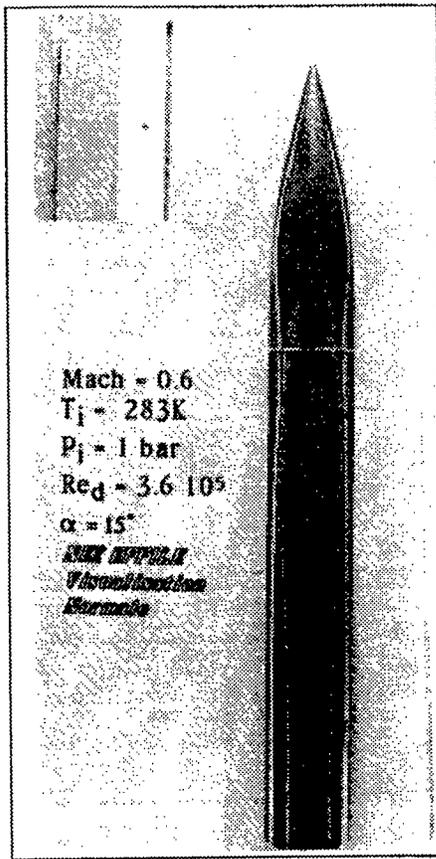
Visualisation faible REYNOLDS (comparaison maquettes en 2 pièces et monobloc)



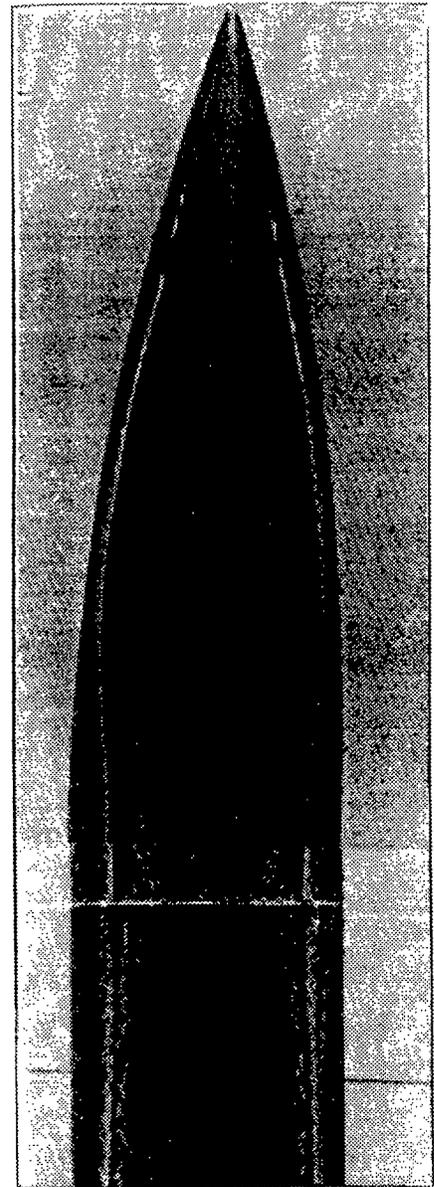
Evolution de la structure avec le nombre de REYNOLDS



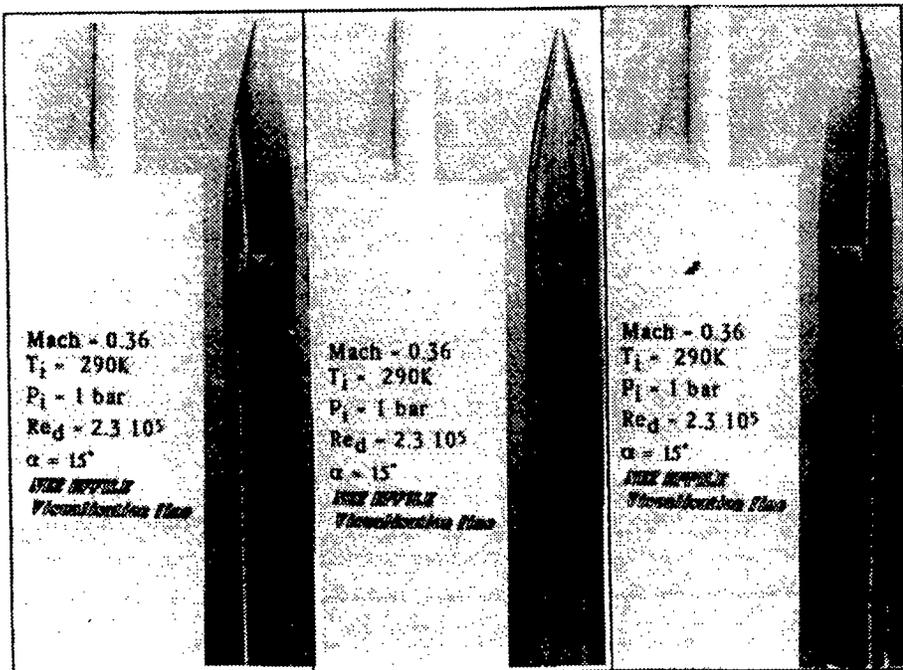
Evolution de la structure en fonction de l'incidence (à MACH et REYNOLDS fixes)

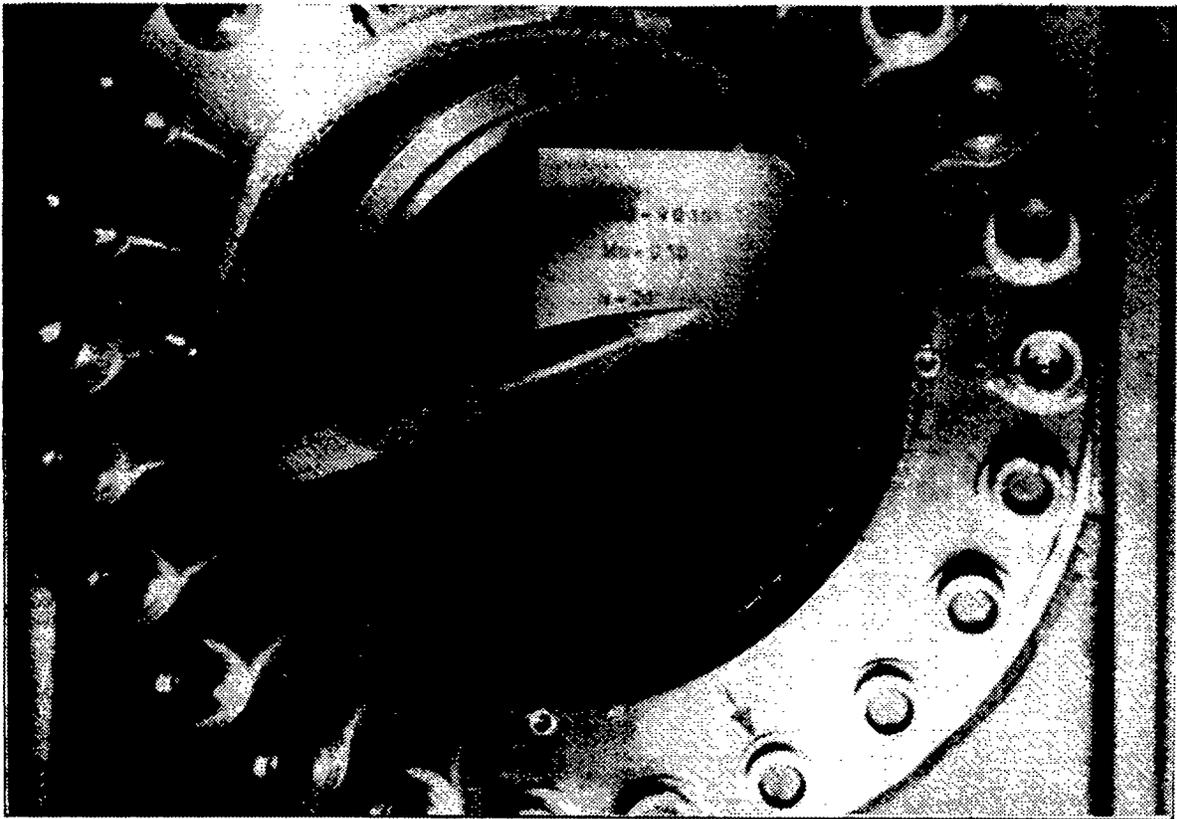


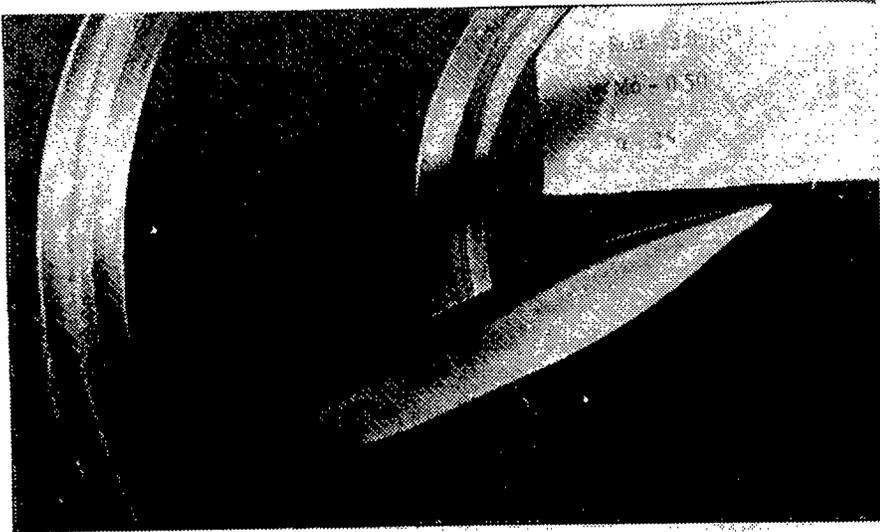
Gros plan



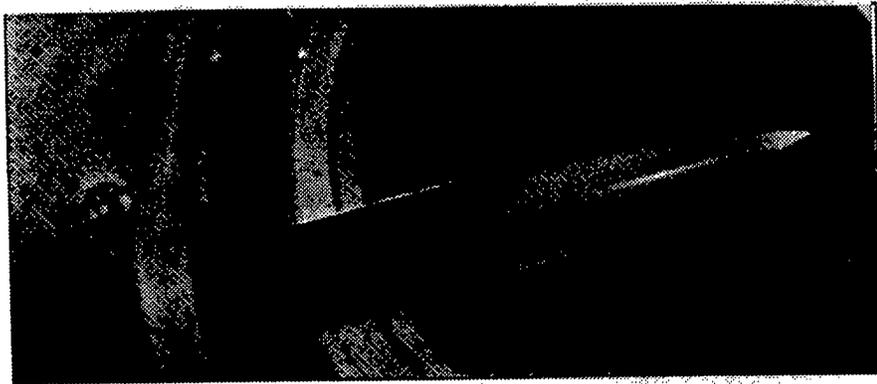
VISUALISATION A 15° D'INCIDENCE (EFFET DE REYNOLDS)



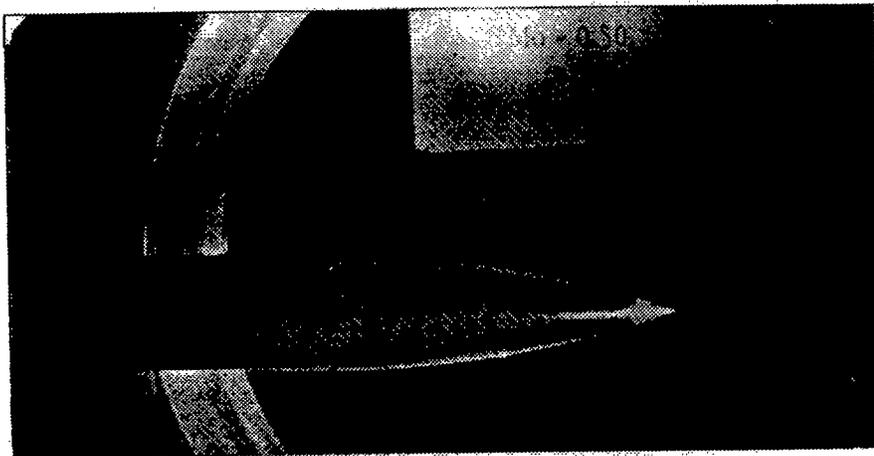




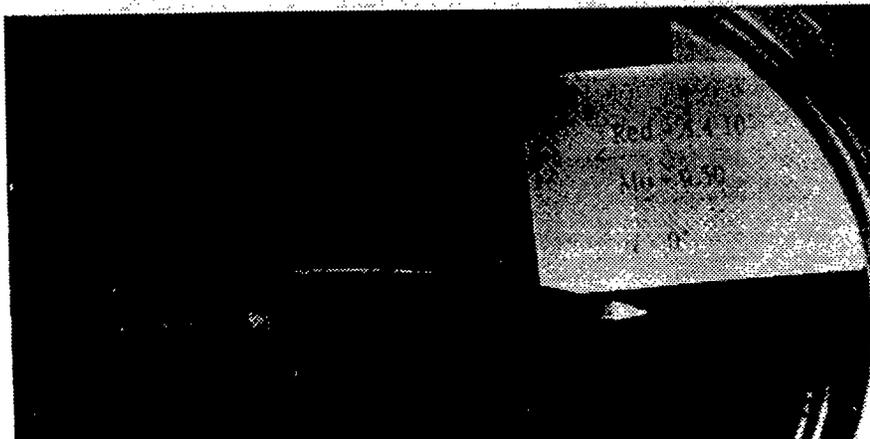
Visualisation faible nombre de REYNOLDS, grande incidence



Visualisation nombre de REYNOLDS moyen ($4.4 E+5$), incidence moyenne (15°)



Visualisation à faible nombre de REYNOLDS ($3.5 E+05$) incidence nulle



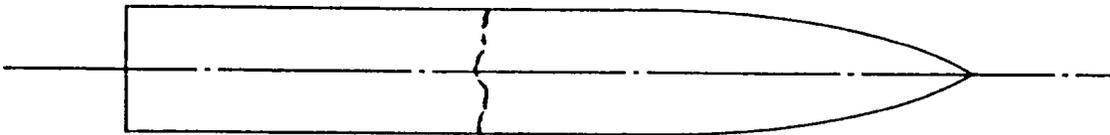
Visualisation à nombre de REYNOLDS moyen ($4.4E+05$) incidence nulle

REPRÉSENTATION SCHEMATIQUE DE LA TRANSITION SUR LA
MAQUETTE

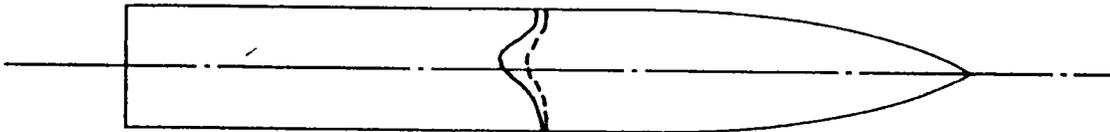
LORS DES ESSAIS À L'ACÉNAPHTÈNE

Position de la transition dessinée d'après photos d'essais

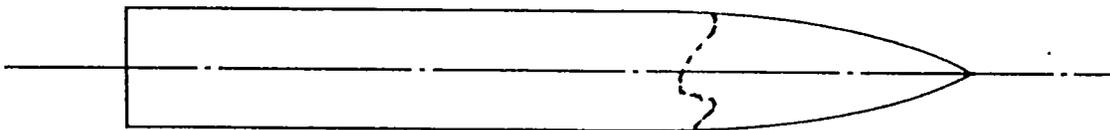
$$\text{Red} = 3.5 \cdot 10^5$$



$$\text{Red} = 4.4 \cdot 10^5$$



$$\text{Red} = 7.0 \cdot 10^5$$



$$\text{Red} = 9.0 \cdot 10^5$$



TABLEAU DES ESSAIS DE THERMOGRAPHIE INFRAROUGE

N° Essai	Procédés	Incidence	Δt	Matériau	Mo	ReD x 10 ⁻⁵
M35R23	chauffée	0°	1.00 s	plexi	0.35	2.3
N2	chauffée	0°	1.00 s	plexi	0.50	2.9
N3	chauffée	0°	1.00 s	plexi	0.48	2.9
N4	permanent	20°	1.00 s	plexi	0.47	2.8
N5	chauffée	0°	1.00 s	alum	0.47	2.8
N6	refroidie	0°	1.00 s	alum	0.38	2.4
N7	chauffée	0°	1.00 s	alum	0.35	2.3
N8	refroidie	15°	0.16 s	plexi	0.50	3.1
N9	refroidie	15°	1.00 s	plexi	0.51	3.3
N10	chauffée	20°	1.00 s	plexi	0.52	4.5
N11	refroidie	20°	1.00 s	plexi	0.50	3.0
N12	refroidie	25°	1.00 s	plexi	0.48	2.9
N13	refroidie	15°	1.00 s	plexi	0.50	2.8
N14	refroidie	25°	1.00 s	plexi	0.50	2.8
N15	refroidie	20°	1.00 s	plexi	0.50	2.8
N16	refroidie	20°	1.00 s	plexi	0.51	2.8
E1	chauffée	0°	1.00 s	Plexalu	0.50	3.2
E2	refroidie	0°	1.00 s	Plexalu	0.48	2.7
E3	refroidie	20°	1.00 s	Plexalu	0.50	3.1
E4	refroidie	20°	1.60 s	Plexalu	0.50	2.8
E5	refroidie	20°	1.60 s	Plexalu	0.50	3.0
E6	refroidie	0°	0.16 s	plexadal	0.49	3.0
E7	refroidie	20°	0.16 s	plexadal	0.49	2.9
E8	refroidie	20°	0.16 s	uréolsial	0.49	3.0
E9	refroidie	20°	1.00 s	uréolsial	0.50	3.0
E10	refroidie	0°	1.00 s	uréolsial	0.50	4.5
E11	refroidie	0°	0.16 s	uréolsial	0.49	4.15
E12	refroidie	0°	1.60 s	uréolsial	0.49	2.86
E13	refroidie	0°	1.60 s	uréolsial	0.49	4.27
E14	refroidie	15°	0.16 s	uréolsial	0.51	4.45
E15	refroidie	20°	1.60 s	uréolsial	0.50	4.3
E16	refroidie	25°	1.60 s	uréolsial	0.50	4.22
E17	refroidie	0°	0.16 s	uréolsial	0.50	4.22
E18	refroidie	15°	1.60 s	uréolsial	0.49	4.22
E19	refroidie	20°	1.60 s	uréolsial	0.50	4.38
E20	refroidie	25°	1.60 s	uréolsial	0.50	4.36

Légendes maquette :

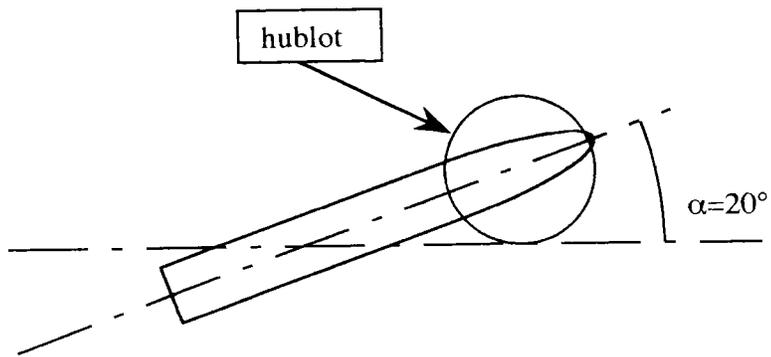
- alum : maquette en aluminium creuse.
- Plexi : maquette en plexi glas peinte
- plexalu : maquette en plexi glas recouverte d'aluminium déposé sous vide.
- plexadal : maquette en plexiglas recouverte d'un adhésif aluminium.
- uréolsial: Maquette en Uréol recouverte d'un enduit isolant en silicone

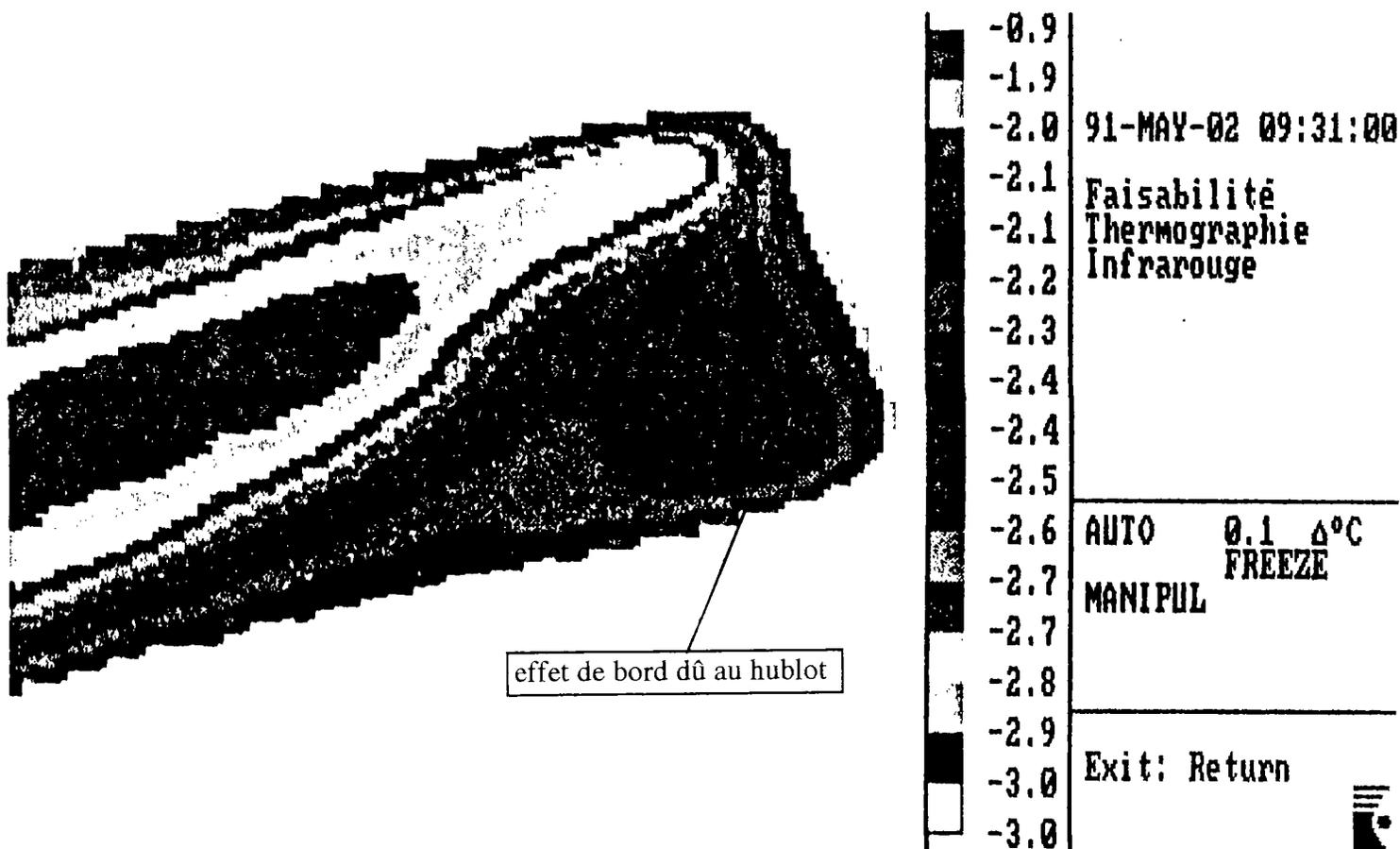
Transition due au décollement et instabilité transversale avec perturbation du hublot (à gauche)



1.5	
1.5	
1.4	91-MAY-02 14:48:28
1.3	Faisabilité
1.2	Thermographie
1.2	Infrarouge
1.1	
1.0	
0.9	
0.9	
0.8	AUTO 0.1 Δ°C
0.7	FREEZE
0.6	MANIPUL
0.6	
0.5	
0.4	Exit: Return
0.0	

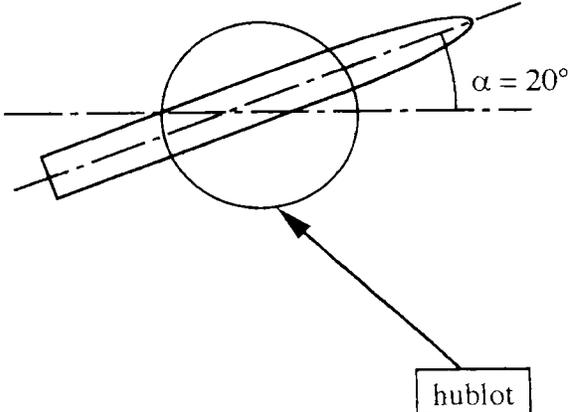
ESSAI AVEC CAMERA ONDES LONGUES



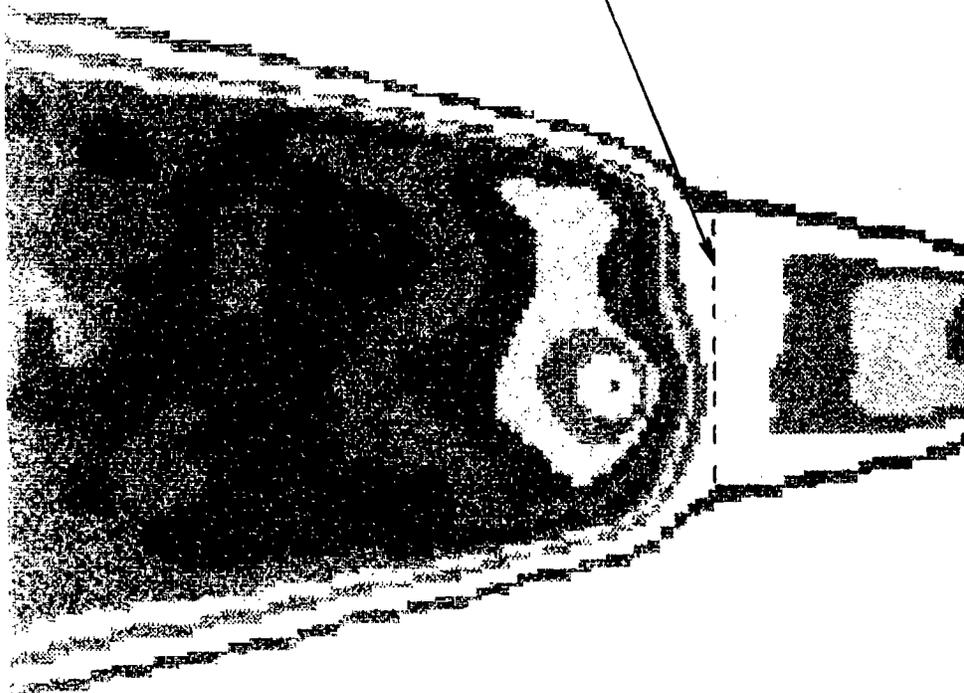


CARTE DE DIFFERENCE DE TEMPERATURES ENTRE DEUX VUES CONSECUTIVES

visualisation de la transition sur la partie cylindrique du fuselage effet de déstabilisation transversale

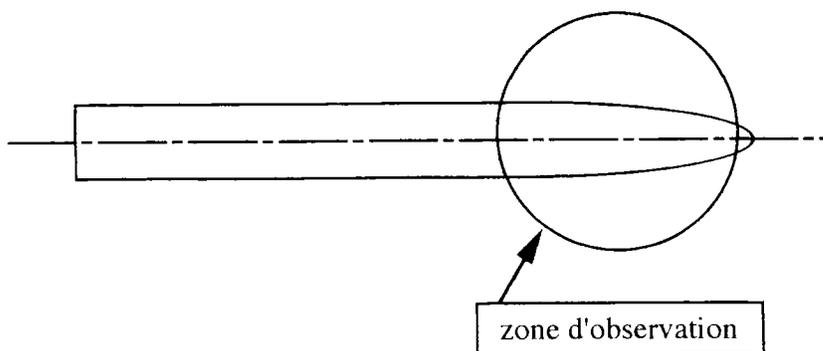


Position du fil déclencheur de transition

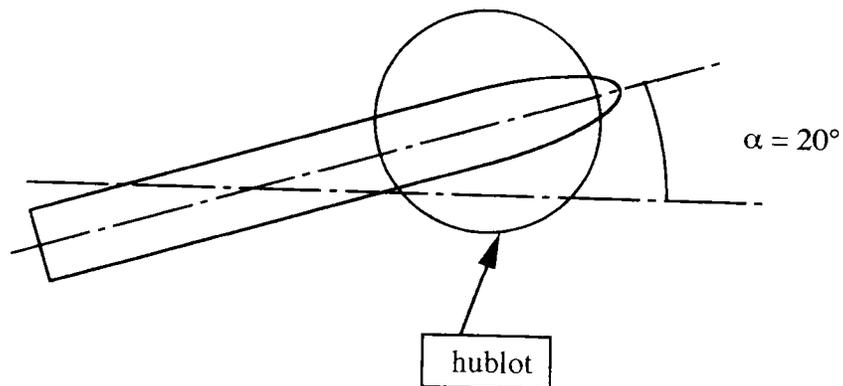
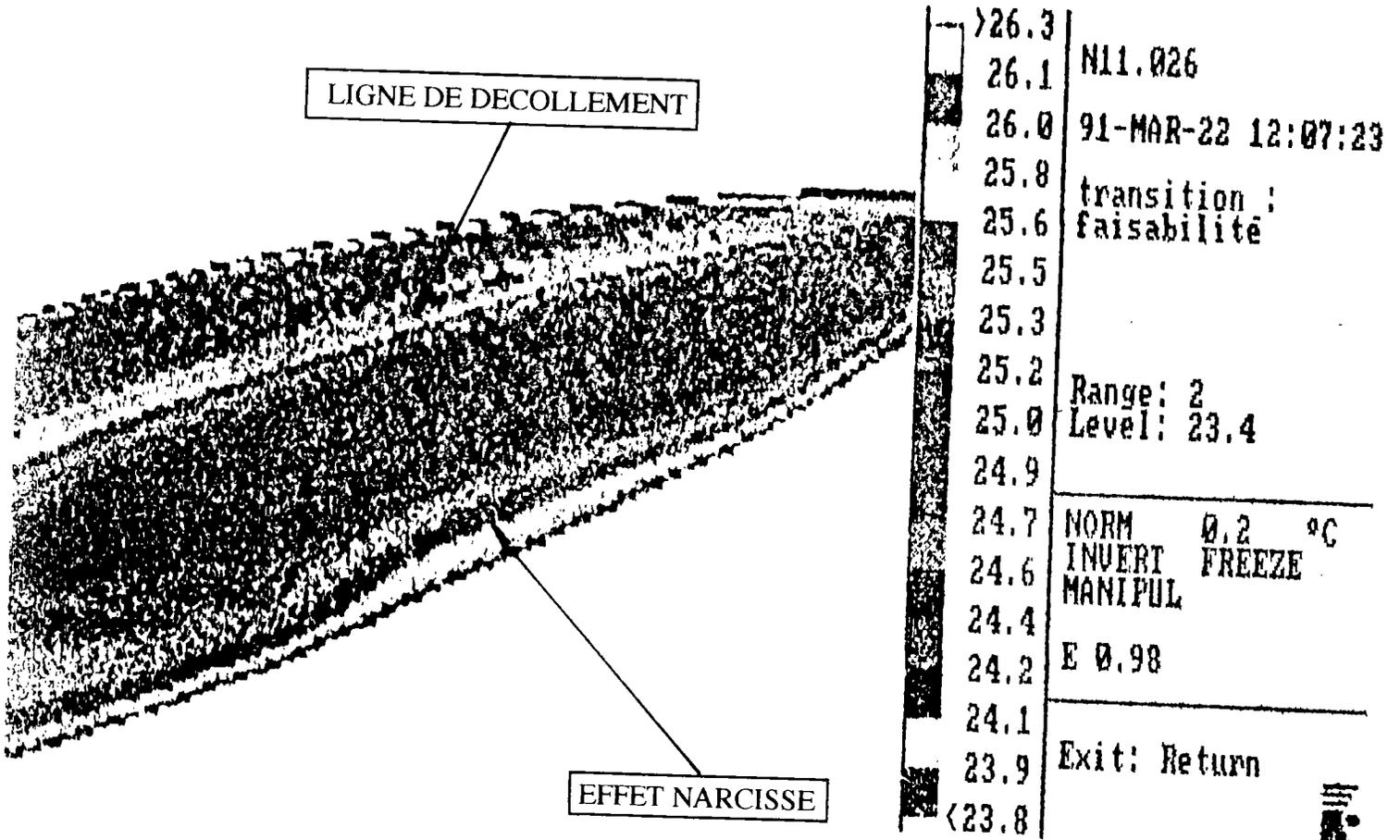


401	
387	H16.001
373	91-MAY-23 00:00:02
359	h (W/M/M/C)
345	N16.009 / N16.013
332	
318	
304	
291	
277	
263	NORM 13.8 Δ°C
249	FREEZE
235	MANIPUL
222	
208	
194	Exit: Return
181	

ESSAI DE VISUALISATION DE TRANSITION DECLENCHEE

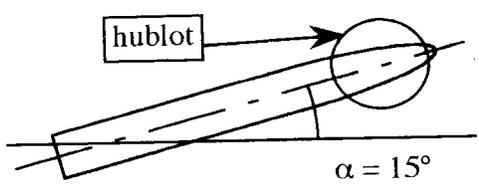
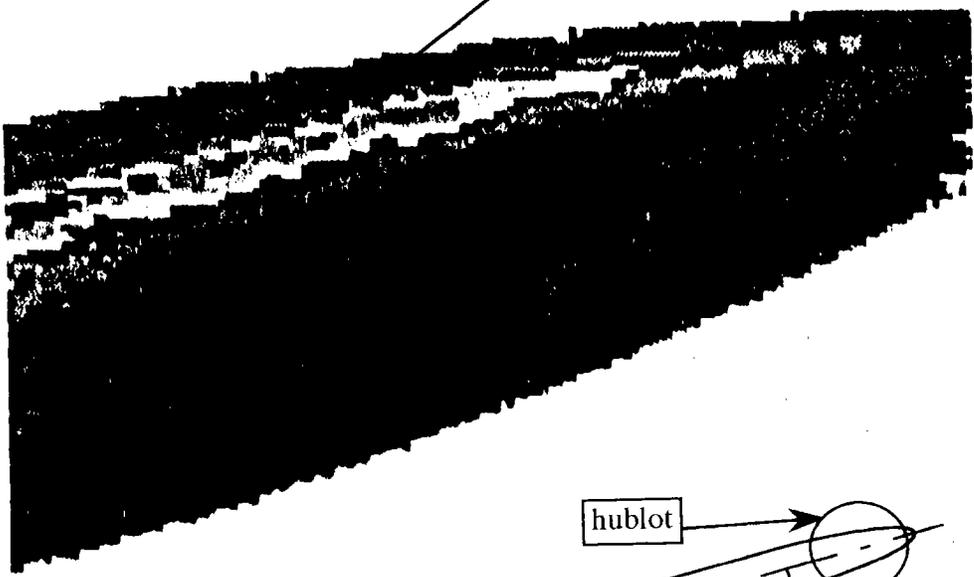


CARTE DE DE TEMPERATURE: VISUALISATION DU DECOLLEMENT



CARTE DE "H"

Transition due au décollement



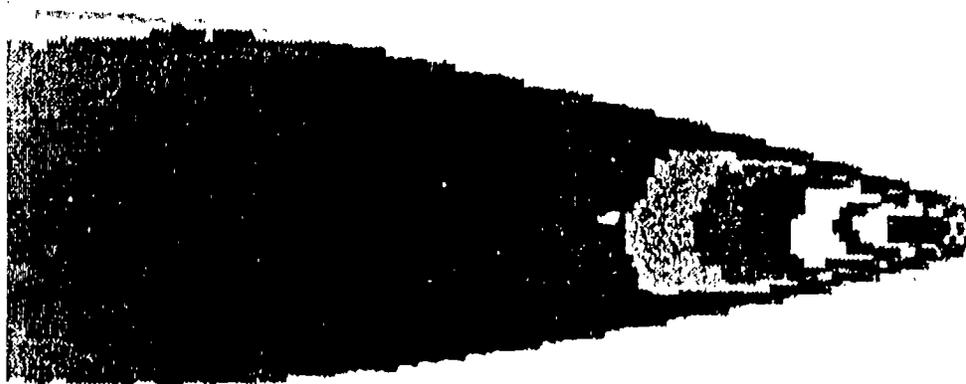
1004	
181	H8.001
169	91-MAY-02 00:00:00
162	h (W/M/M/C)
154	N8.030 / N8.040
146	
138	
130	
122	
114	
106	EXP 8.2 Δ°C
98.5	FREEZE
90.6	MANIPUL
82.8	
74.9	
63.1	Exit: Return
4.0	



carte de T1-T0
Différence de température entre deux vues

-0.4	
-0.5	H8B
-0.6	91-MAY-02 08:30:05
-0.6	transition :
-0.7	faisabilité
-0.7	
-0.8	
-0.8	
-0.9	
-1.0	
-1.0	NORM 0.1 Δ°C
-1.1	INVERT FREEZE
-1.1	MANIPUL
-1.2	

CARTE DE "H"



502	HCU
154	
148	91-APR-08 00:00:05
142	h (W/M/M/C)
138	M35r23.010 /
132	M35r23.020
126	
122	
116	
110	
106	EXP 5.2 Δ°C
100	INVERT FREEZE
94.5	MANIPUL
90.6	
84.6	
78.7	Exit: Return
2.0	

EFFET DE LA CONDUCTION SUR LA CARTE DE "H"

Planche 3.10 : Maquette de mesure des pressions pariétales'

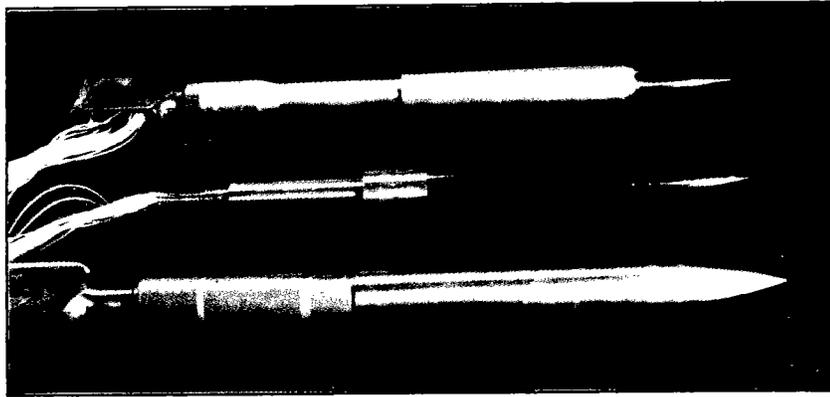
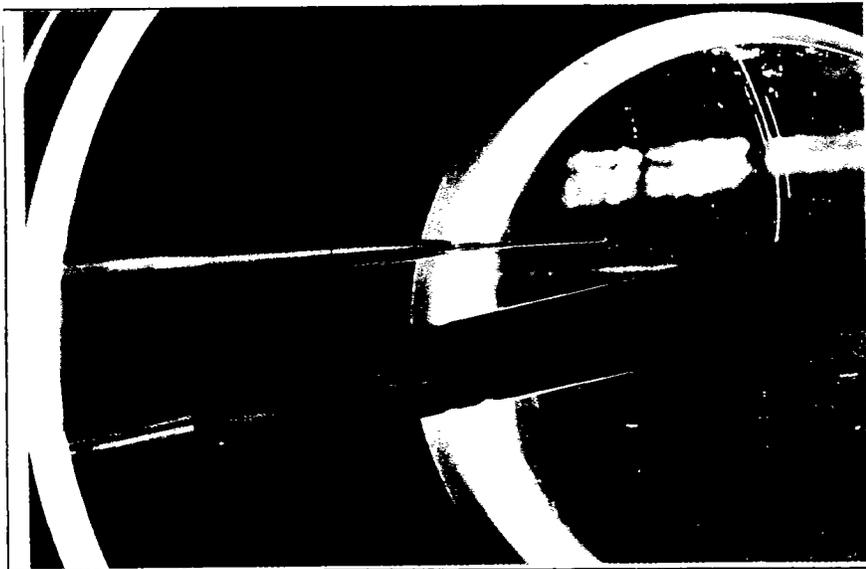


PLANCHE 3.11:
TABLEAU DES ESSAIS DE MESURES DE PRESSIONS PARIETALES

Red \ M	0,16	0,23	0,35	0,50
2.3 e+05	10°,15°	15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°	Pi < 1bar
3.5 e+05	15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°
4.4 e+05	15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°
5.5 e+05	Pi > 5bars	10°,15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°	5°,10°,15°,20°,25°
7.0 e+05	Pi > 5bars	Pi > 5bars	0°,5°,10°,15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°
9.0 e+05	Pi > 5bars	Pi > 5bars	10°,15°,20°,25°	10°,15°,20°,25°

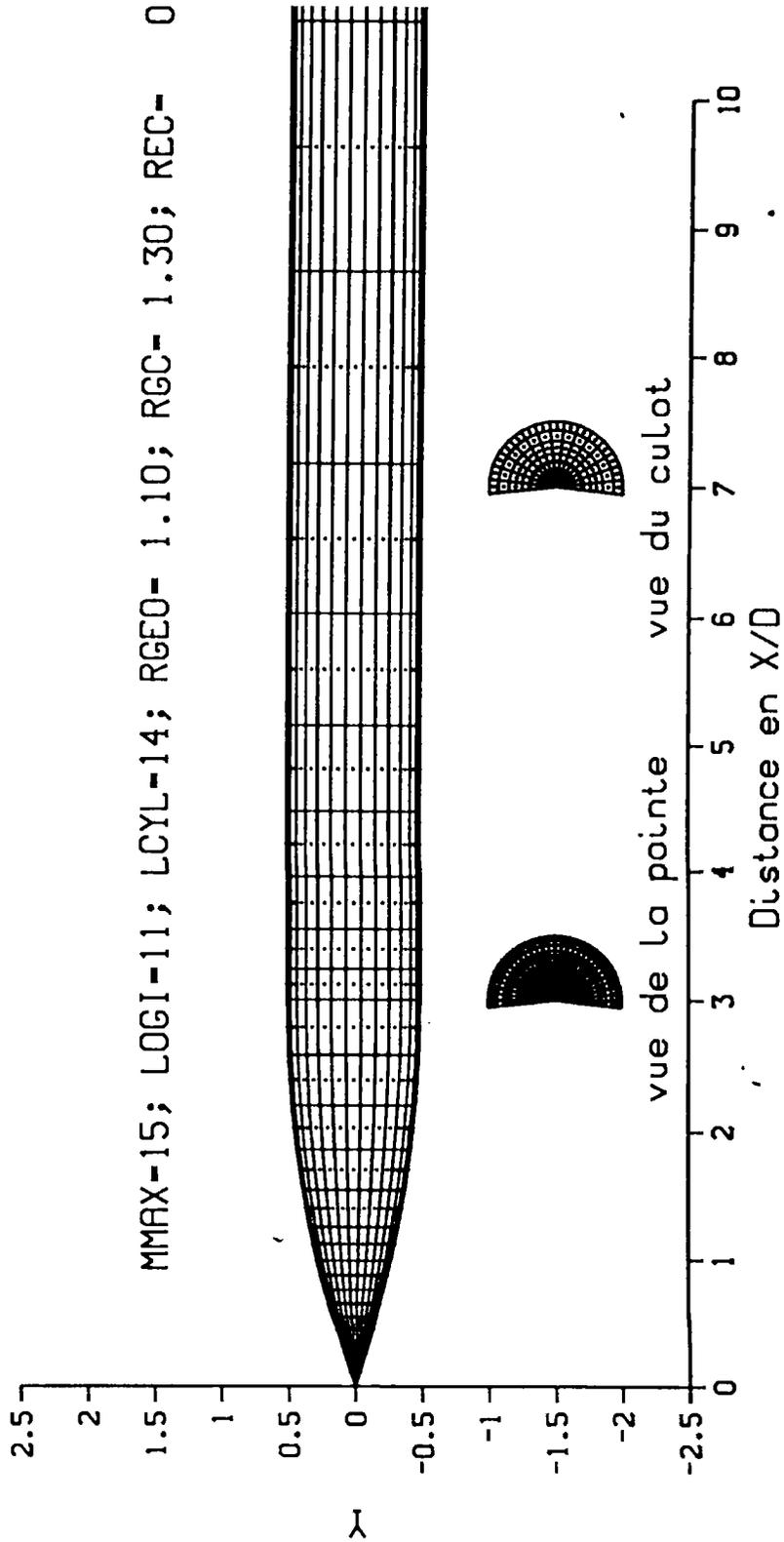
PLANCHE 3.12: VUE DU MONTAGE SONDE CINQ TROUS ET DE LA MAQUETTE DANS LA VEINE D'ESSAIS





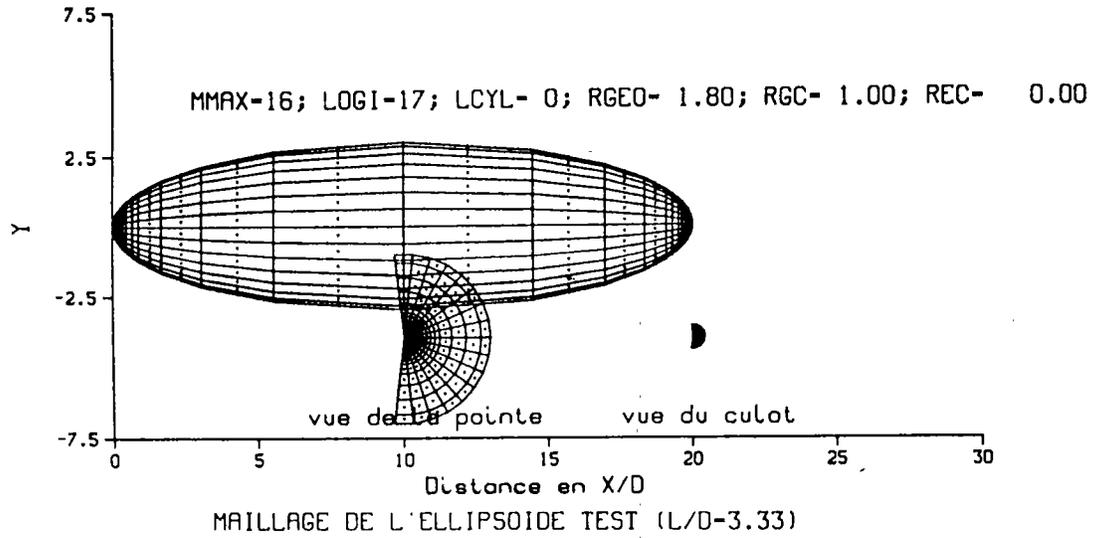
Maillage de la surface

MMAX-15; LOGI-11; LCYL-14; RCEO- 1.10; RGC- 1.30; REC- 0.00

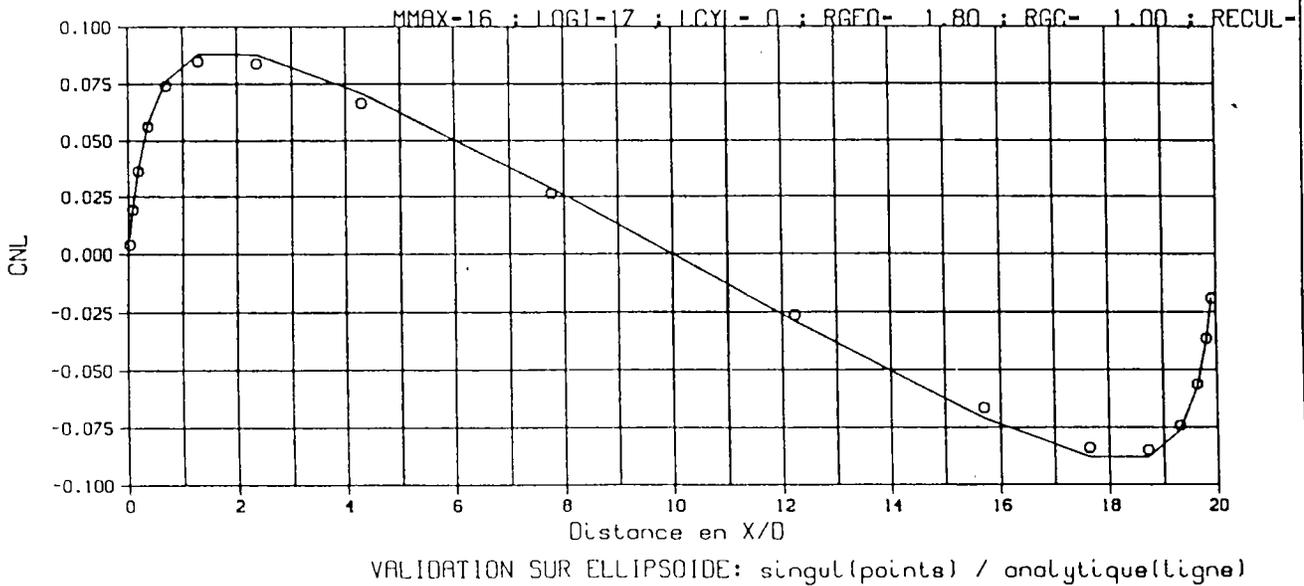


MAILLAGE (L/D-33) A 20DEG

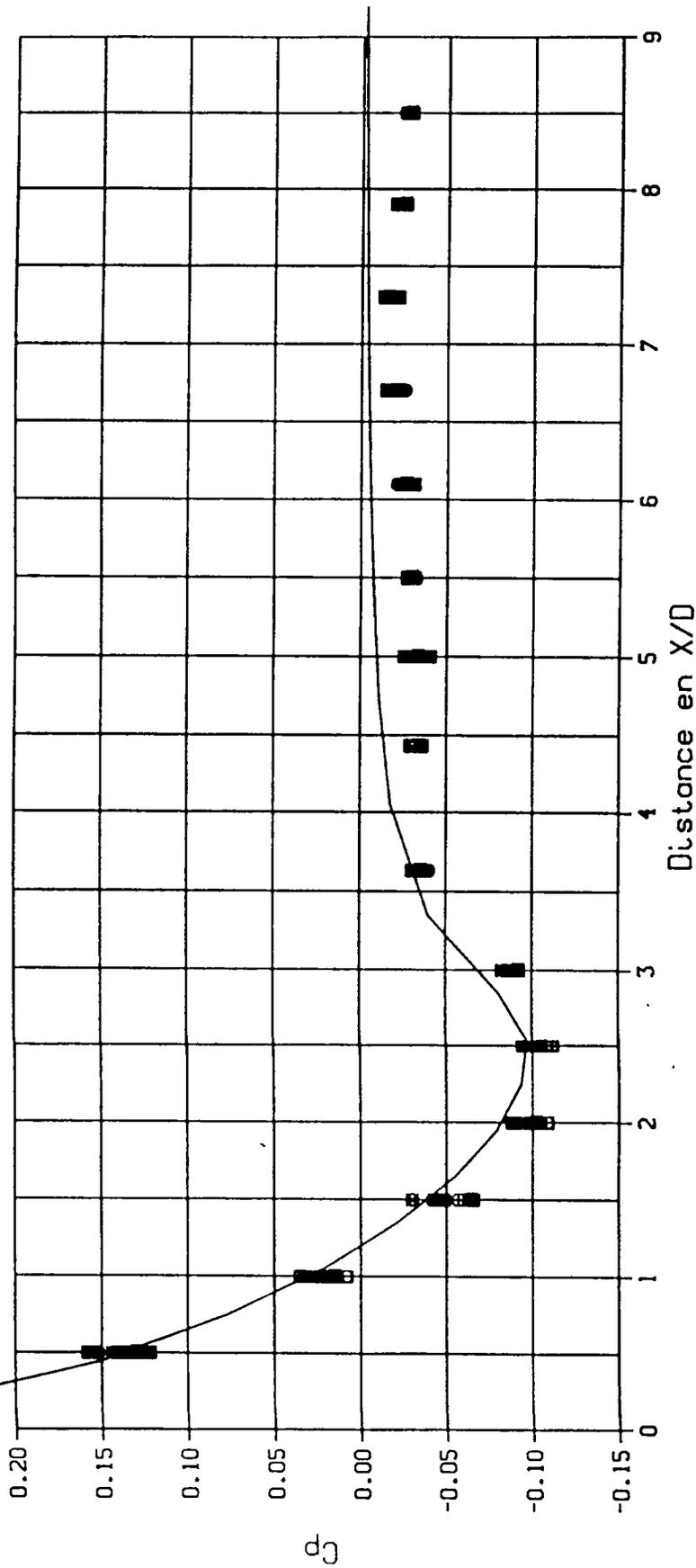
Maillage de la surface



CNL SUR LA SURFACE

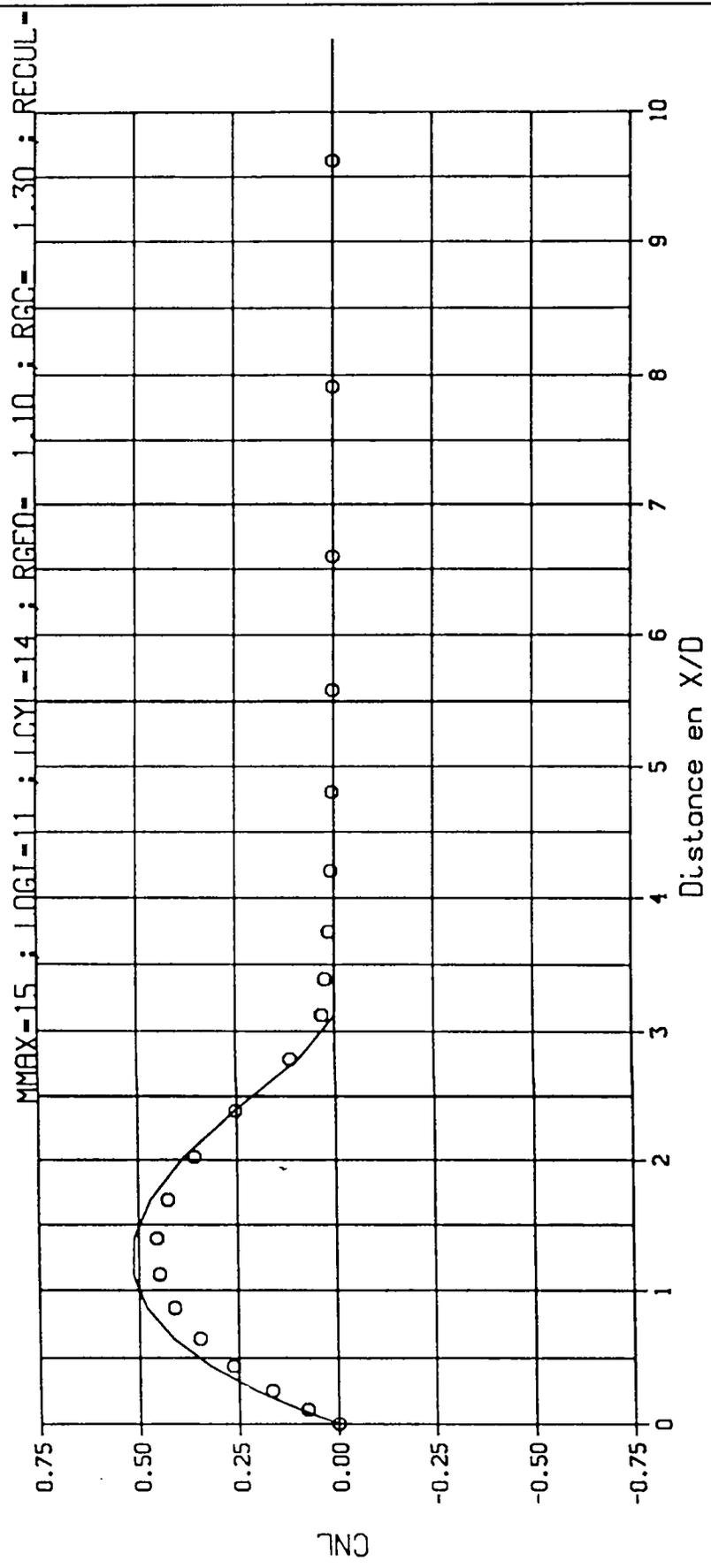


CP LE LONG DU FUSELAGE
nombre de MACH 0.35
nombre de REYNOLDS 700600.0
ANGLE α INCIDENCE 0.0 deg



comparaison theorie experience a incidence nulle
valeurs theoriques : ligne continue

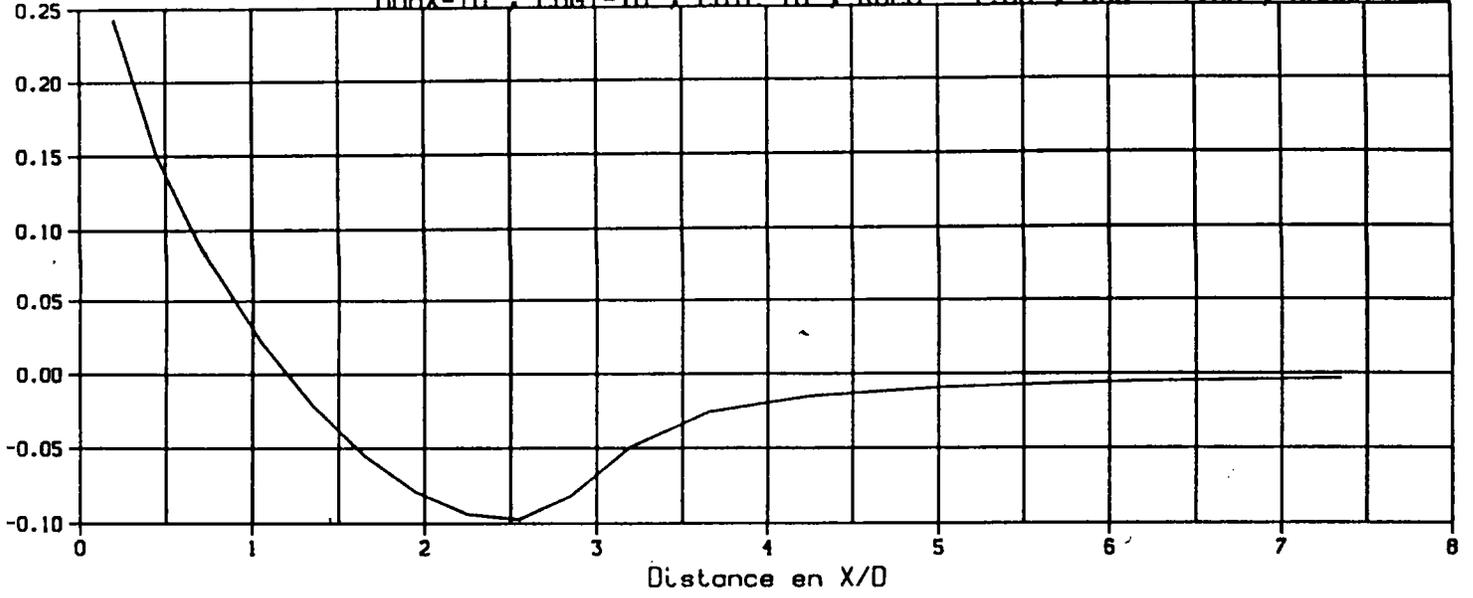
CNL SUR LA SURFACE



COMPARAISON CORPS ELANCES SINGULARITES (points) a 20 DEG

Cp sur la surface

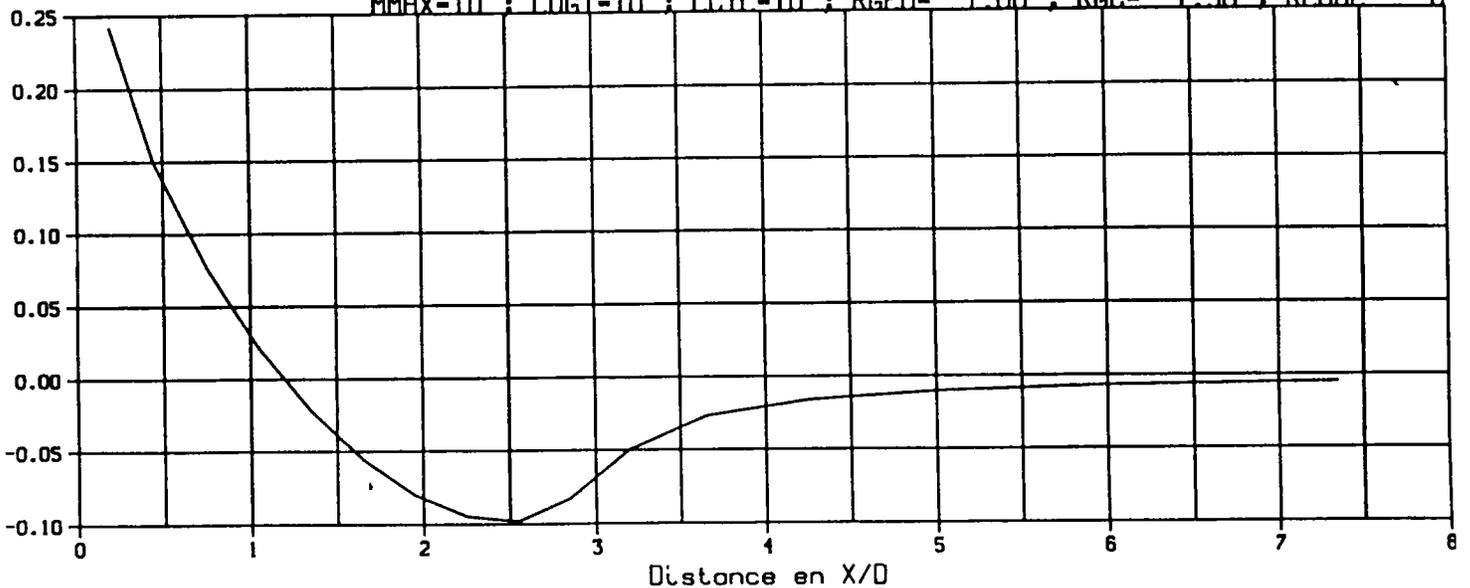
MMAX=10 ; LOGI=10 ; LCYL=10 ; RGE0= 1.00 ; RGC= 1.30 ; RECU= 0



EFFET DU CULOT (L/D=20) (resultat sans culot, partie X/D<9)

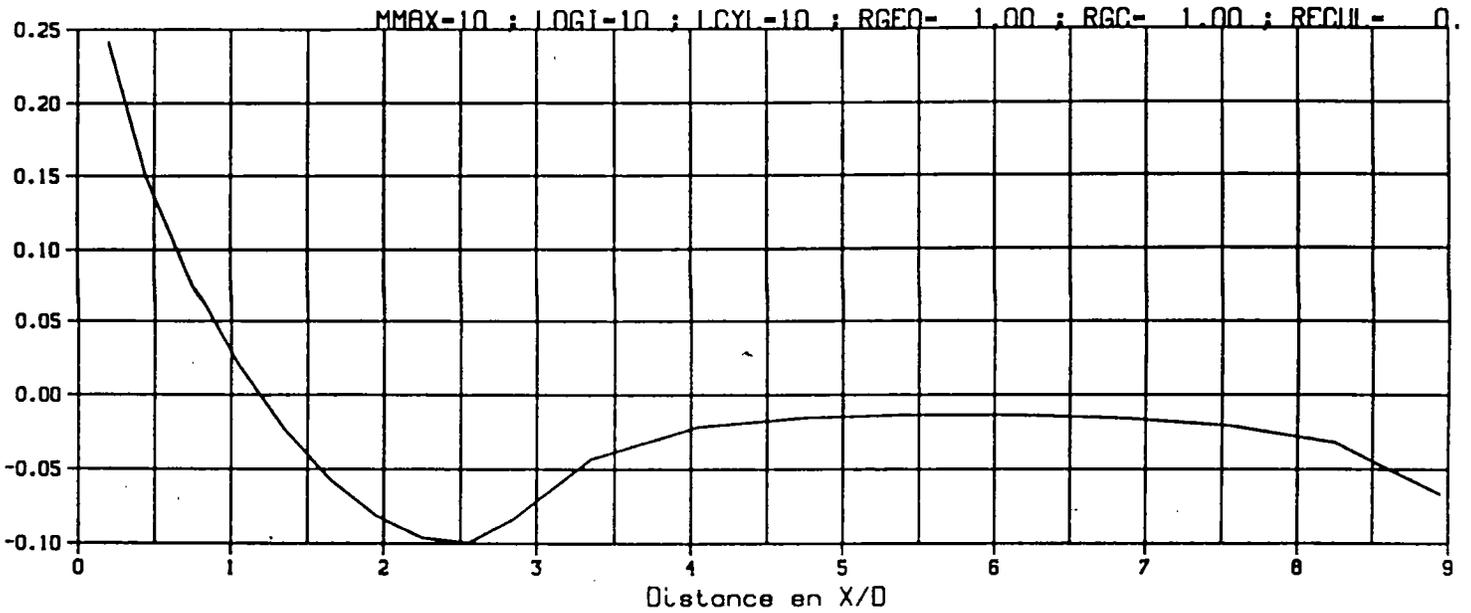
Cp sur la surface

MMAX=10 ; LOGI=10 ; LCYL=10 ; RGE0= 1.00 ; RGC= 1.30 ; RECU= 0



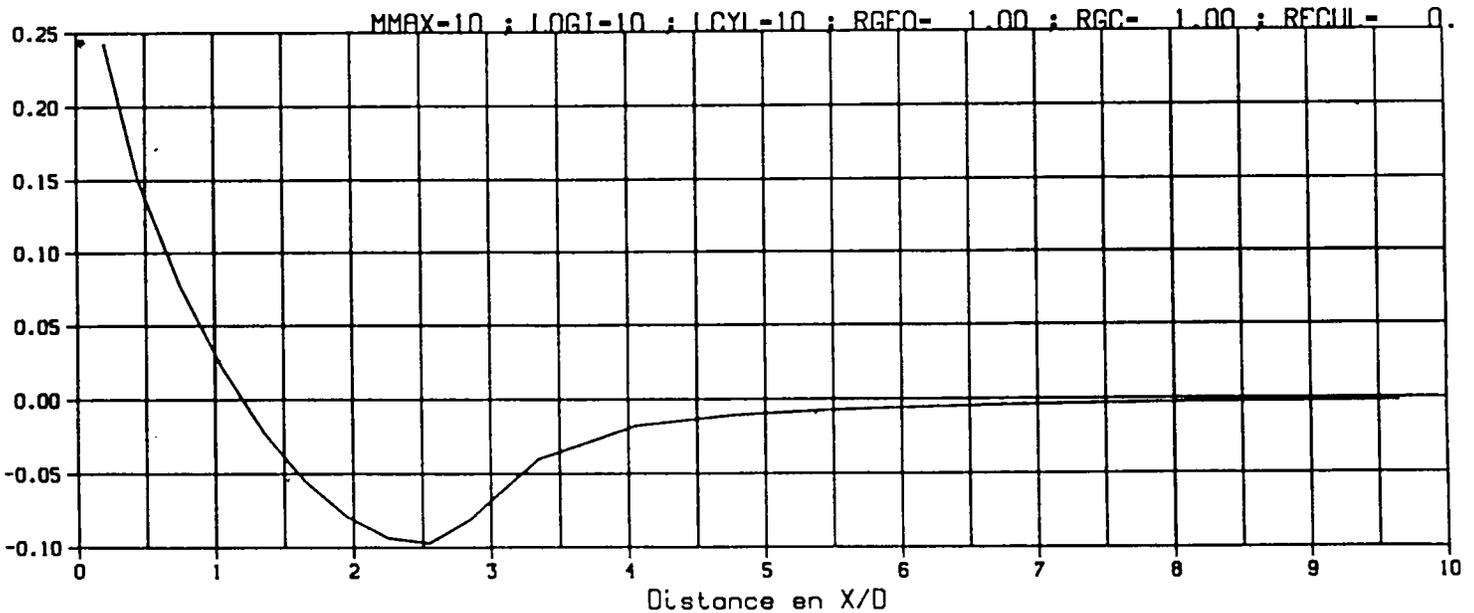
EFFET DU CULOT (L/D=20) (resultat avec culot, partie X/D<9)

Cp sur la surface

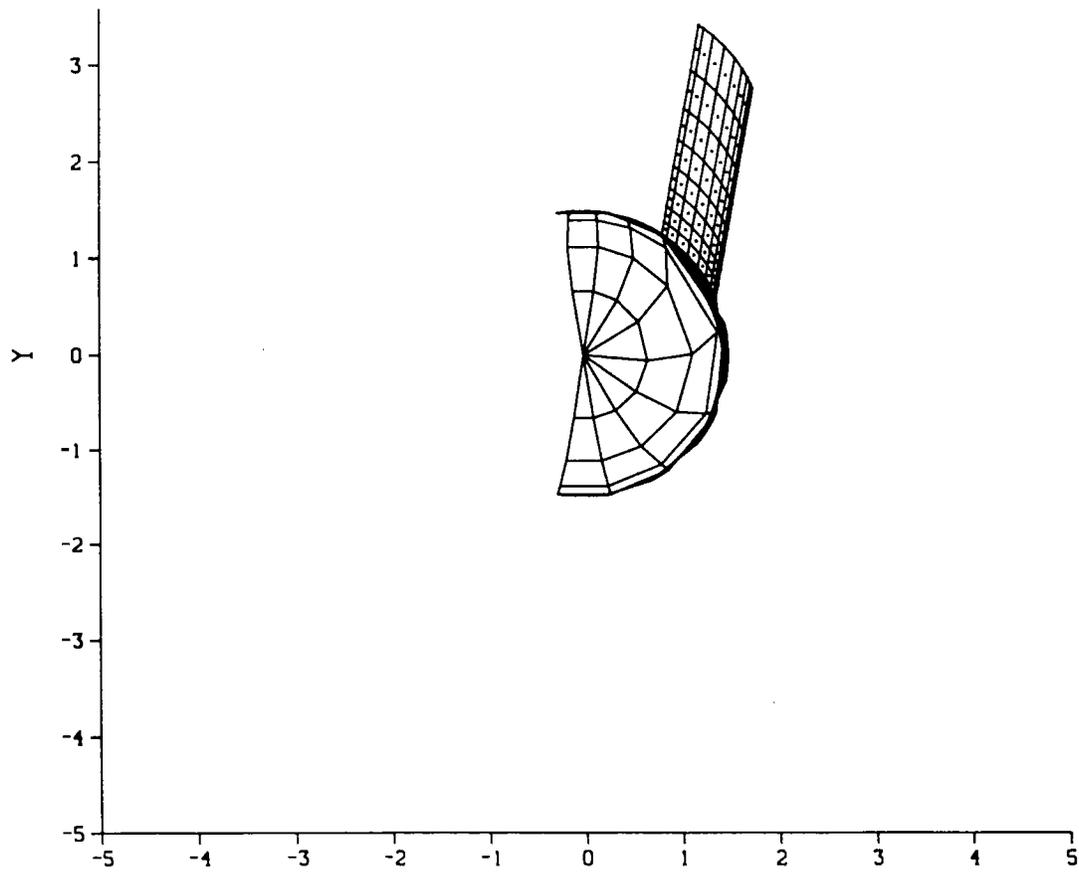
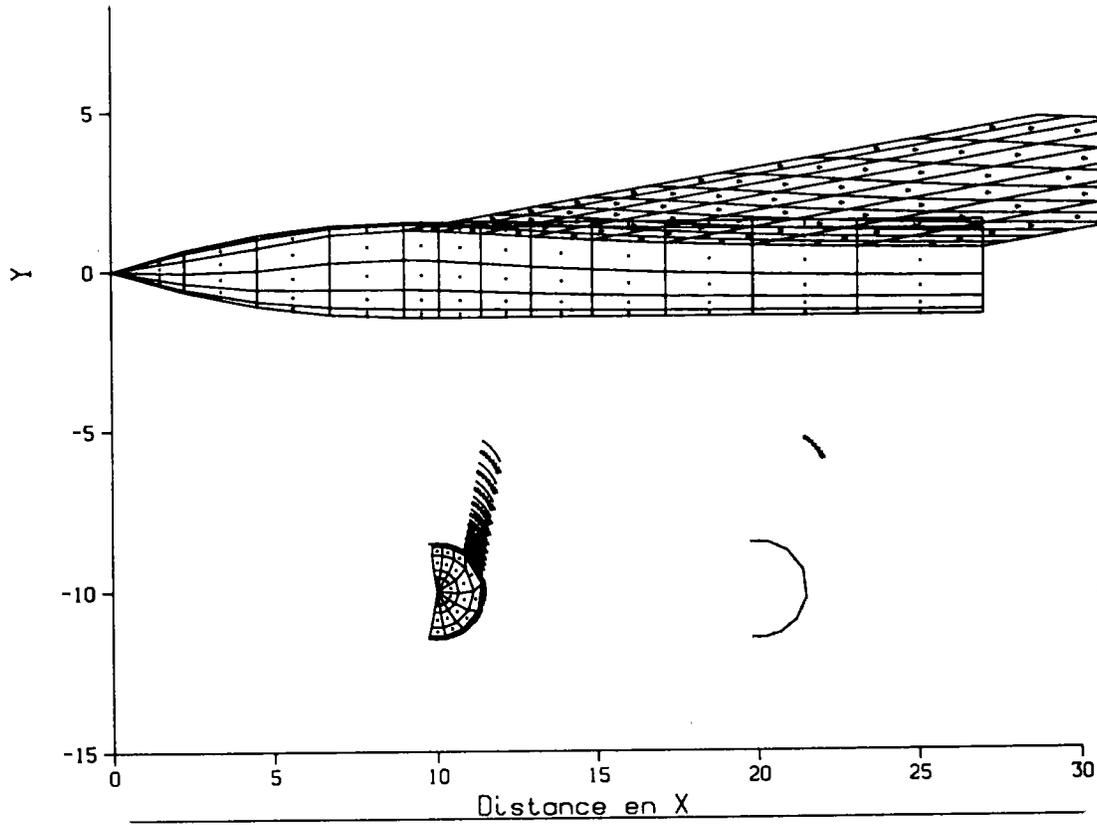


EFFET DU CULOT (L/D=10) (resultat avec culot, partie X/D<9)

Cp sur la surface



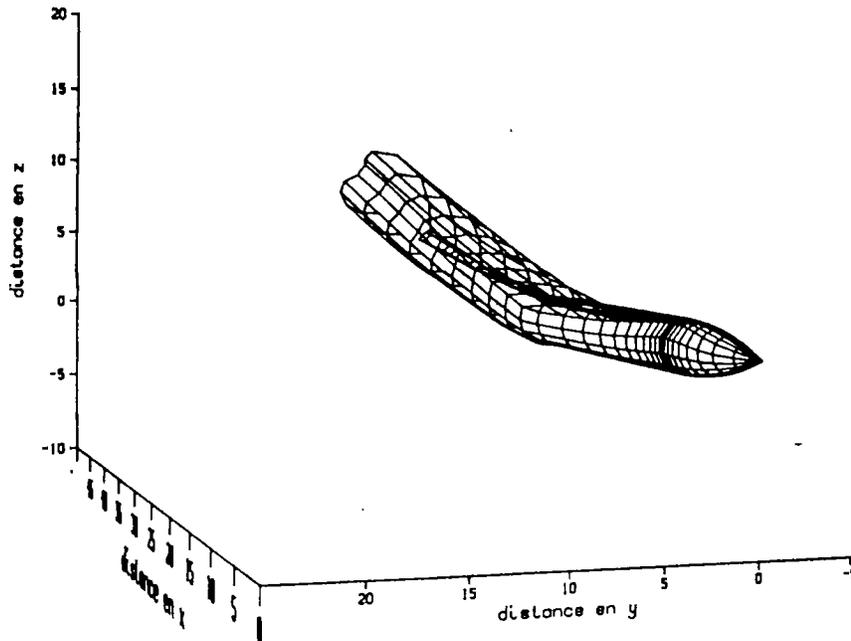
EFFET DE CULOT (L/D=10) (resultat sans culot)



nombre iterations : 7

mmax=10; logi=10; lcyL=10; rgeo= 0.80; rgc= 1.25; rec= 0.00

INCIDENCE 20 DEG

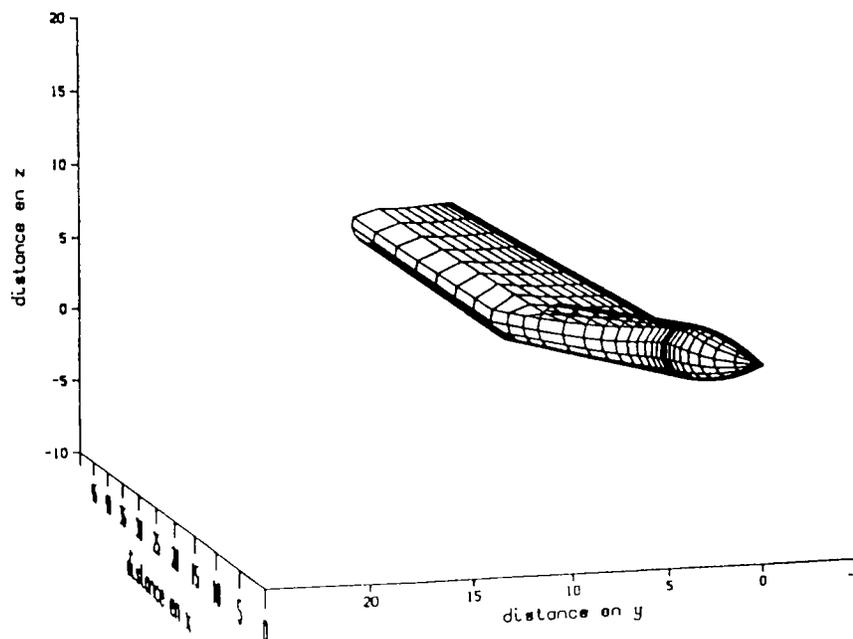


corps avec nappe

nombre iterations : 0

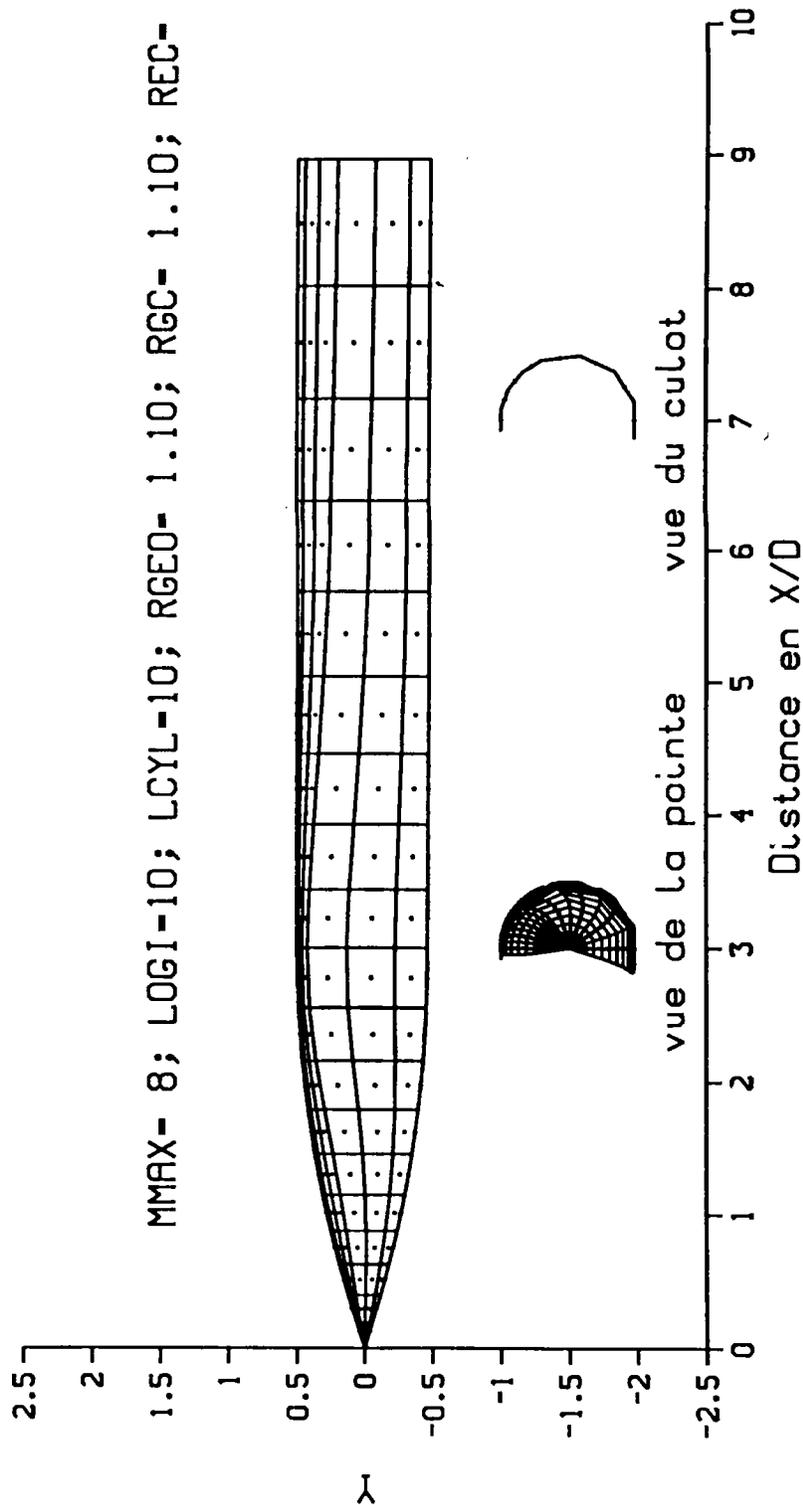
mmax=10; logi=10; lcyL=10; rgeo= 0.80; rgc= 1.25; rec= 0.00

CONFIGURATION INITIALE



Maiillage de la surface

MMAX- 8; LOGI-10; LCYL-10; RGE0- 1.10; RGC- 1.10; REC- 0.00

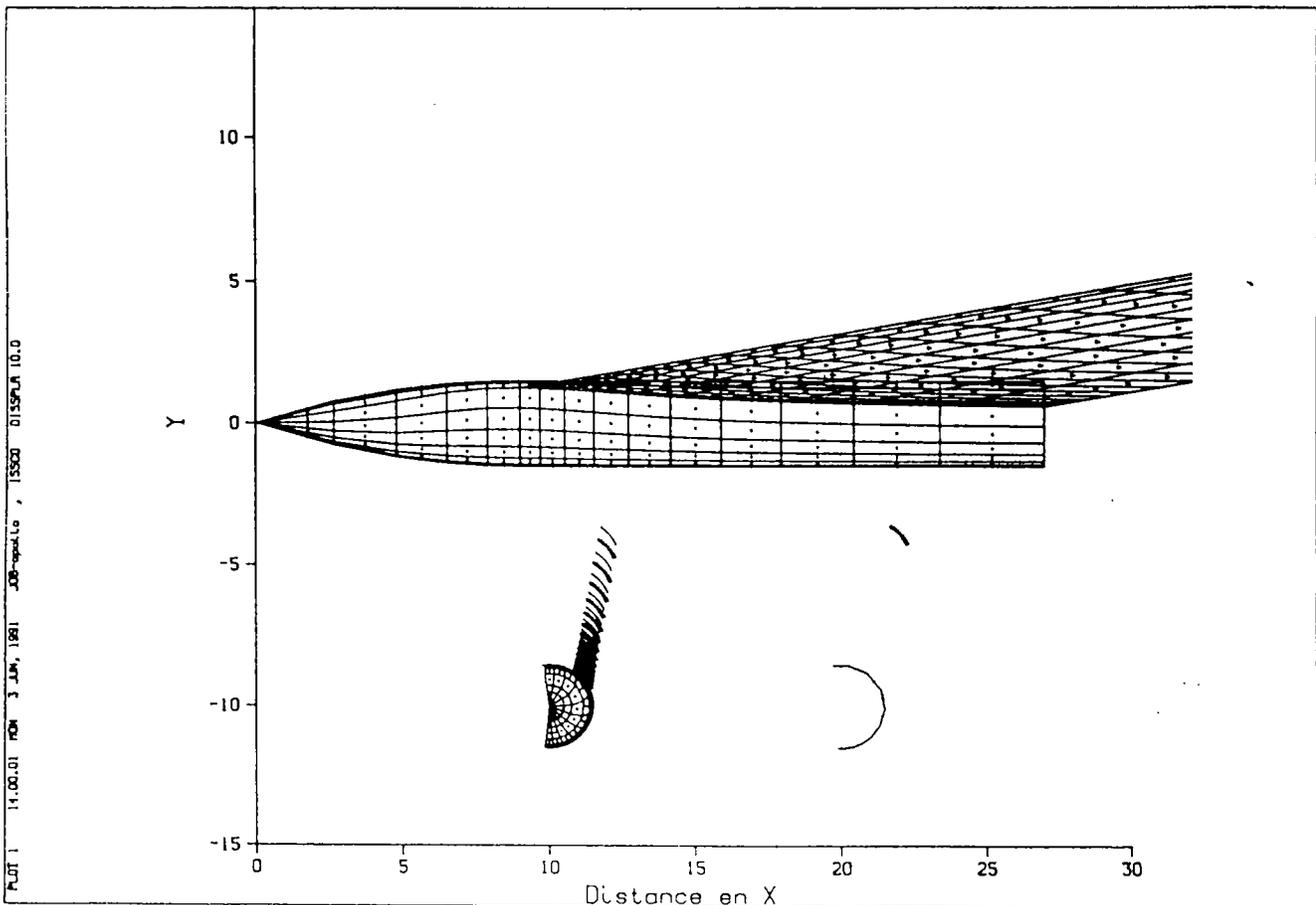
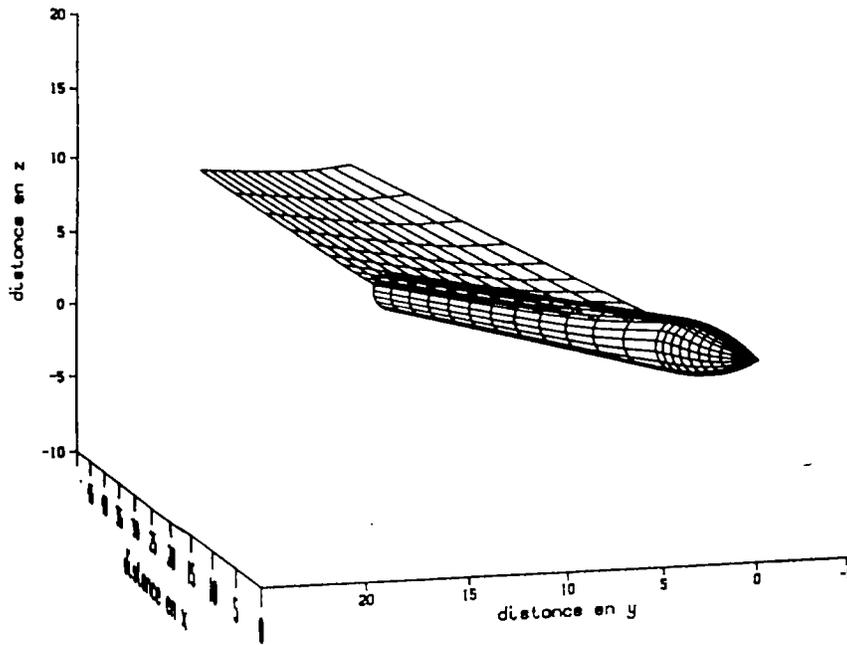


MAILLAGE A SECTIONS VARIABLES VARIABLES (SERIE GEOMETRIQUE)

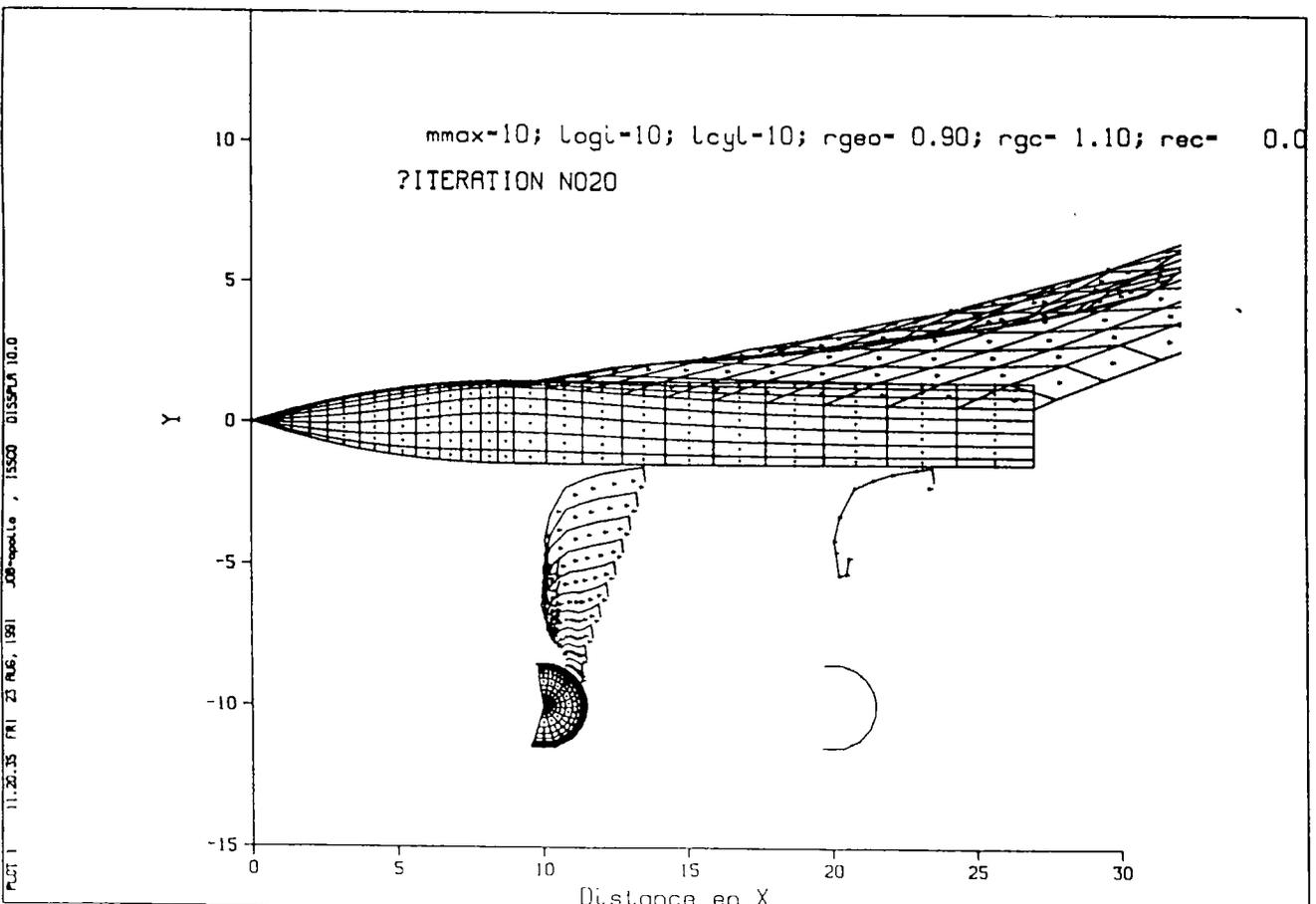
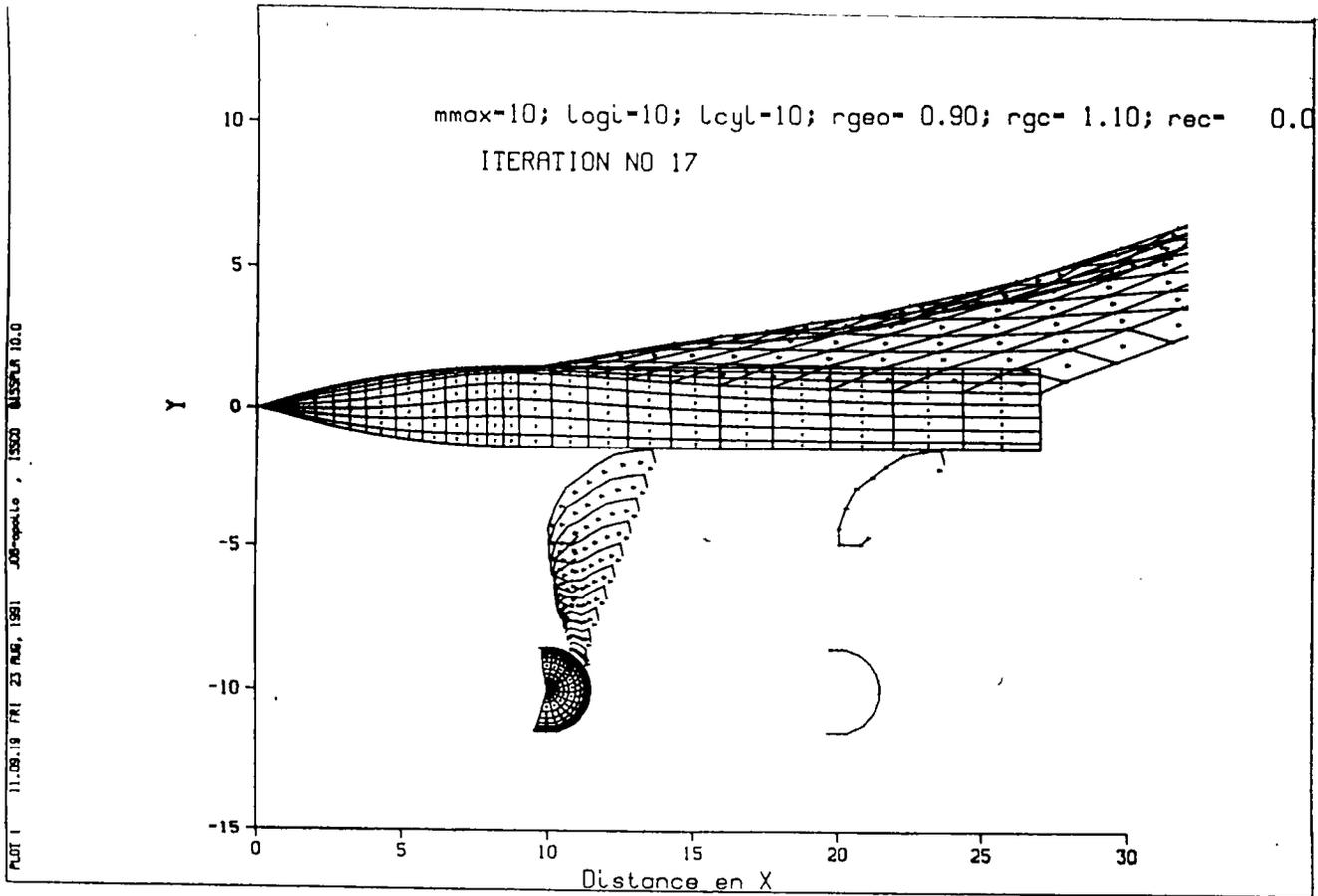
nombre iterations : 0

mmax-12; logl-10; lcyl-12; rgeo- 1.00; rgc- 1.00; rec- 0.00

MAILLAGE INITIAL INC.- 15DEG ANGDEC-300 PAROI RELAX-8 BETA-8DEG





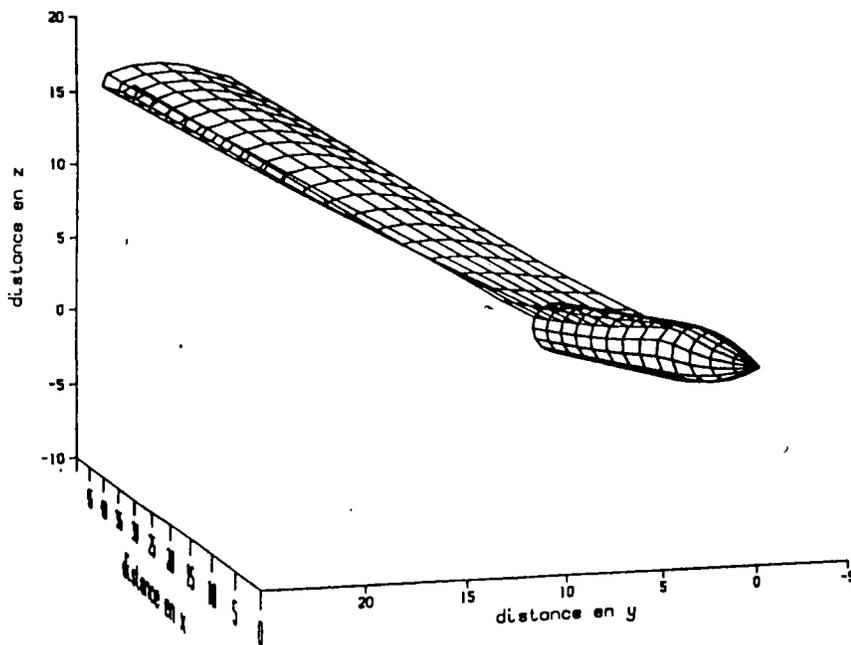


corps avec nappe

nombre iterations : 1

mmax= 8; logi= 5; lcyl= 8; rgeo= 1.00; rgc= 1.00; rec= 0.00

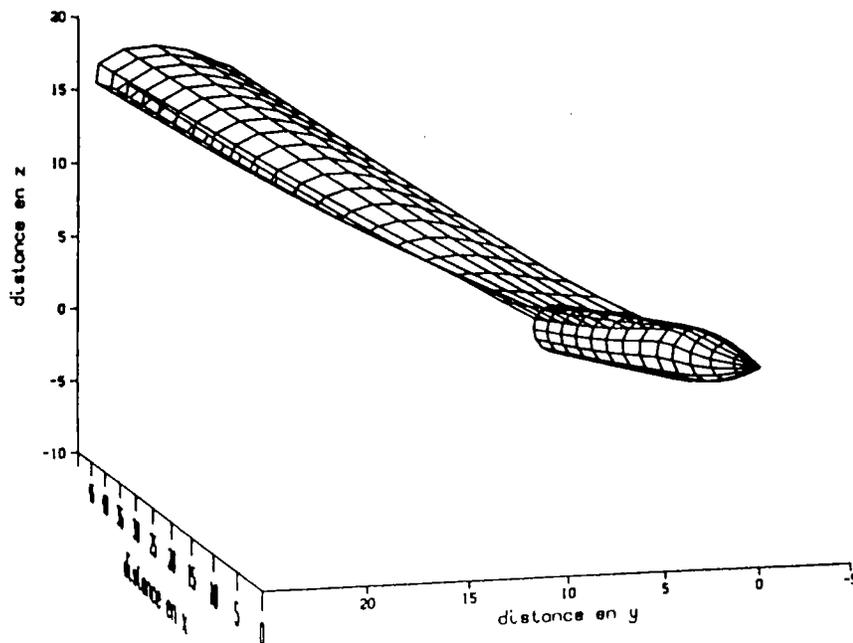
INCIDENCE 20DEG



corps avec nappe

nombre iterations : 2

mmax= 8; logi= 5; lcyl= 8; rgeo= 1.00; rgc= 1.00; rec= 0.00

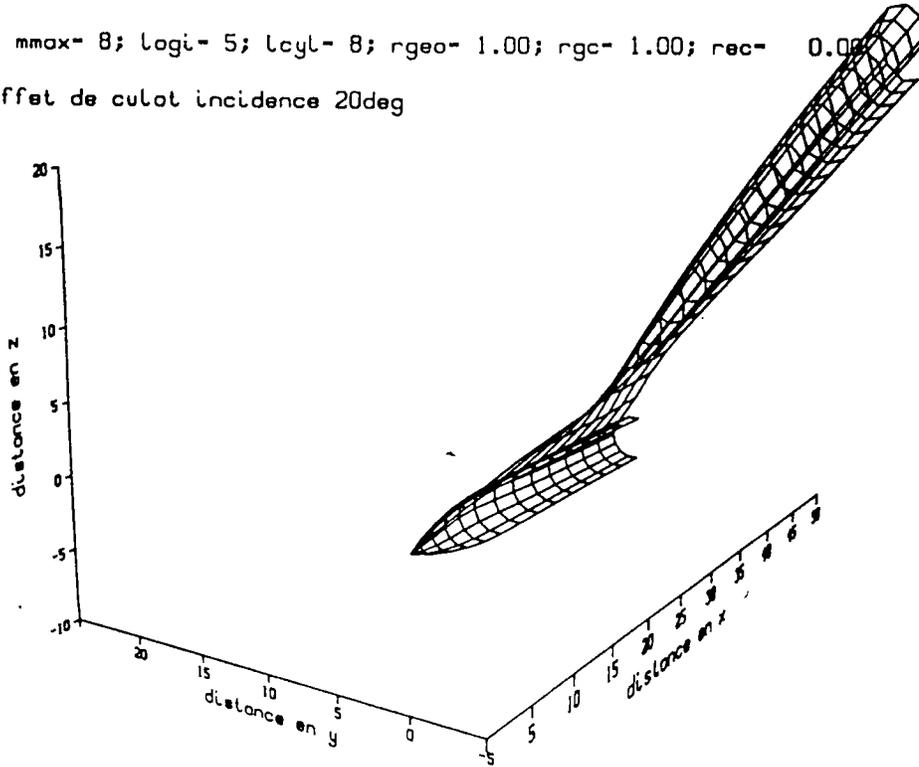


corps avec nappe

nombre iterations : 6

mmax= 8; logi= 5; lcyl= 8; rgeo= 1.00; rgc= 1.00; rec= 0.00

effet de culot incidence 20deg

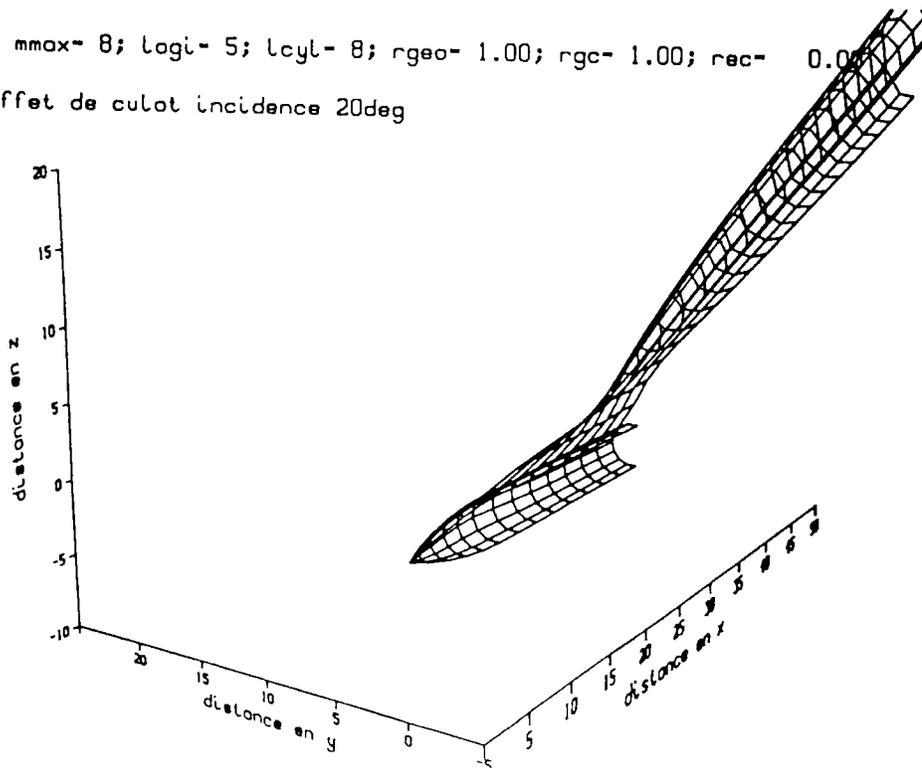


corps avec nappe

nombre iterations : 8

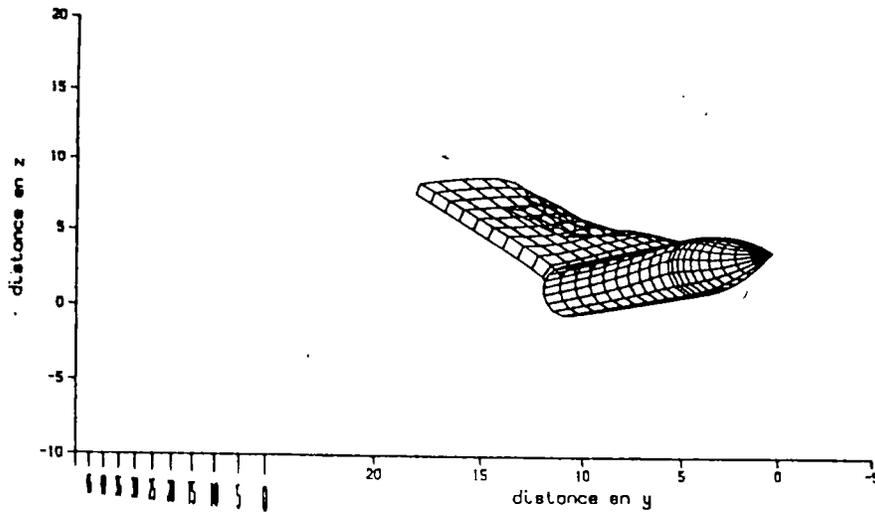
mmax= 8; logi= 5; lcyl= 8; rgeo= 1.00; rgc= 1.00; rec= 0.00

effet de culot incidence 20deg



mmax=10; logi=10; lcyl=10; rgeo= 0.90; rgc= 1.10; rec= 0.00

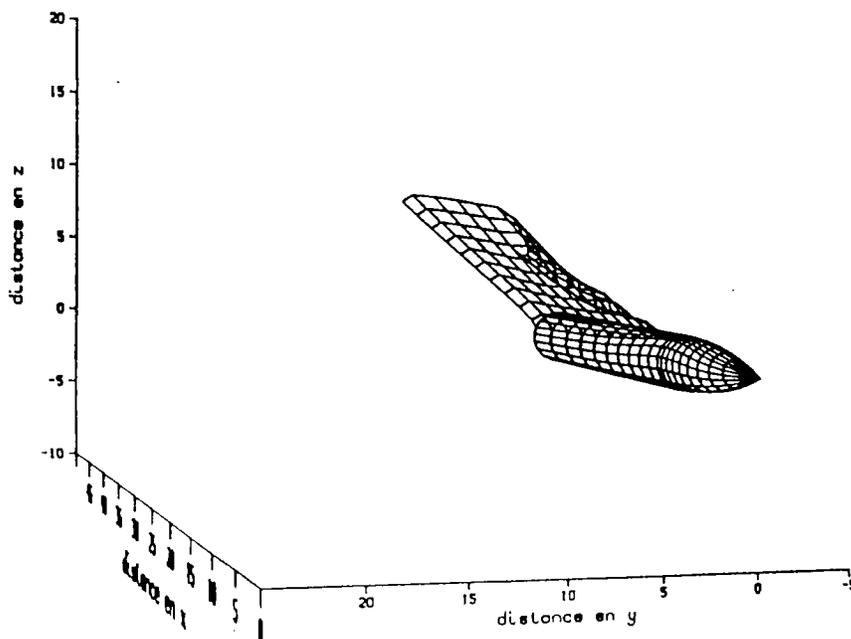
ITERATION N031



corps avec nappe

mmax=10; logi=10; lcyl=10; rgeo= 0.90; rgc= 1.10; rec= 0.00

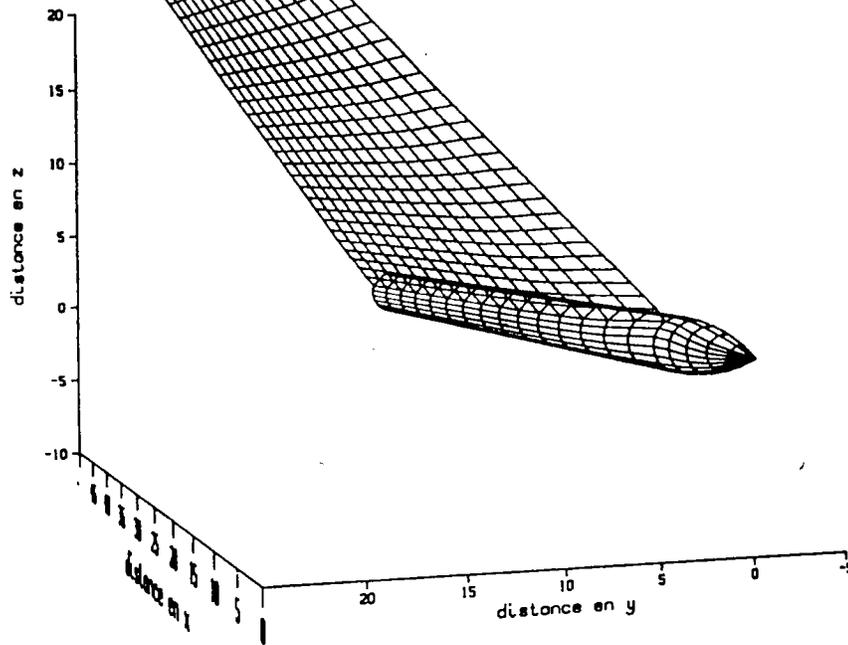
ITERATION N018



nombre iterations : 0

mmax=10; lcol=5; lcyt=15; rgeo= 1.00; rgc= 1.00; rec= 0.00

MAILLAGE 10/10/10 INC= 15DEG ANGDEC=300 PAROI

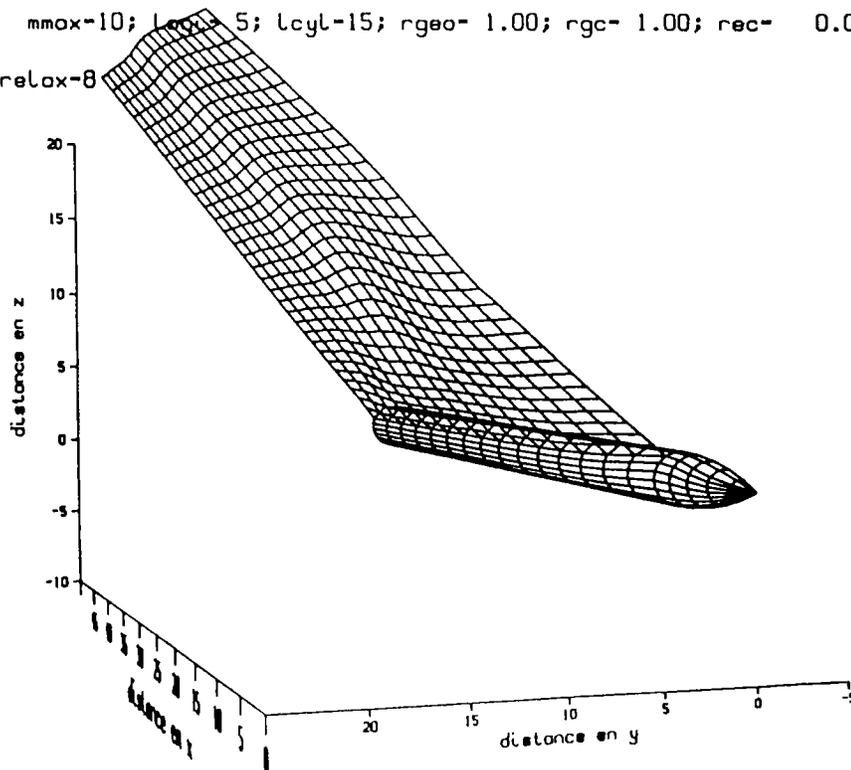


corps avec nappe

nombre iterations : 4

mmax=10; lcol=5; lcyt=15; rgeo= 1.00; rgc= 1.00; rec= 0.00

relax=8

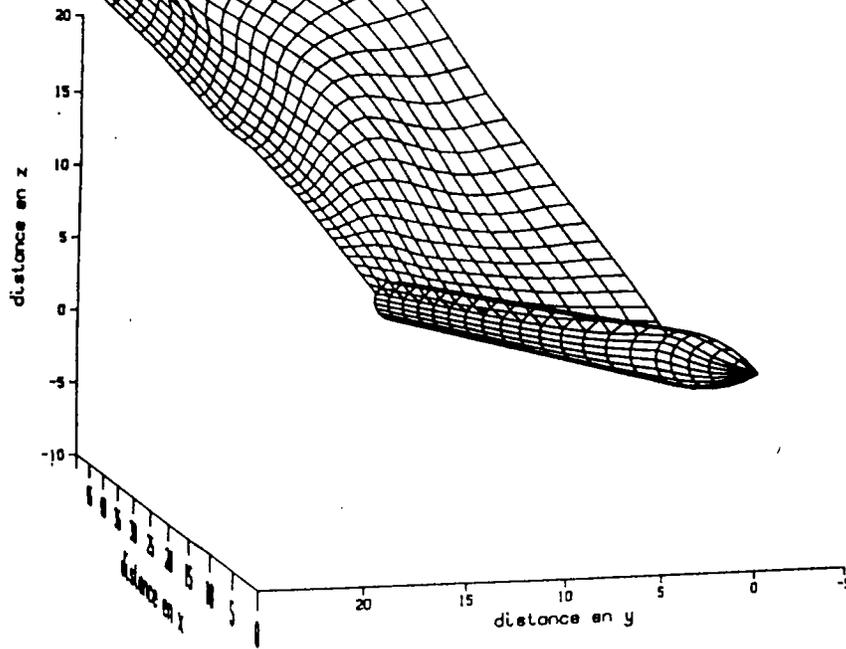


corps avec nappe

nombre iterations : 10

mmax-18; logi- 5; lcyl-15; rgeo- 1.00; rgc- 1.00; rec- 0.00

MAILLAGE INITIAL INC.- 15DEG ANGDEC-300 PAROI RELAX-8

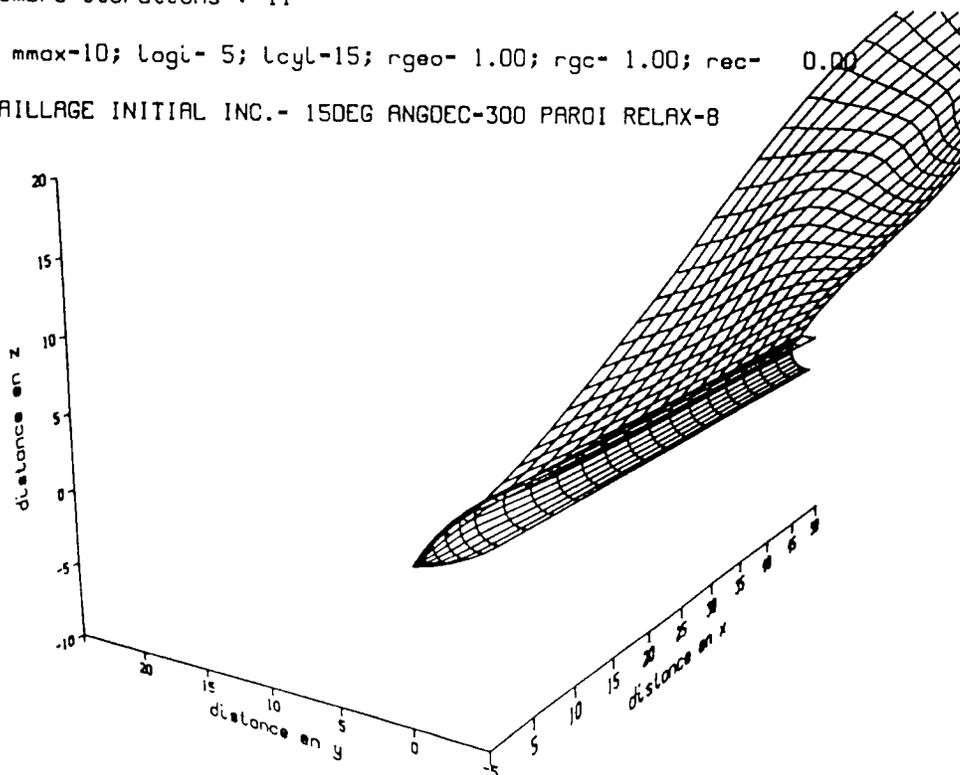


corps avec nappe

nombre iterations : 11

mmax-10; logi- 5; lcyl-15; rgeo- 1.00; rgc- 1.00; rec- 0.00

MAILLAGE INITIAL INC.- 15DEG ANGDEC-300 PAROI RELAX-8

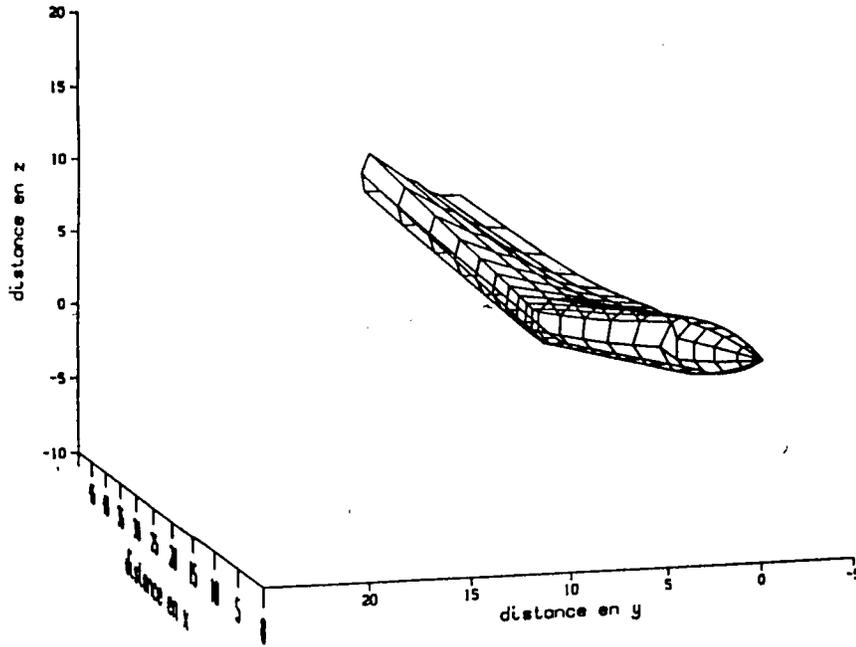


corps avec nappe

nombre iterations : 6

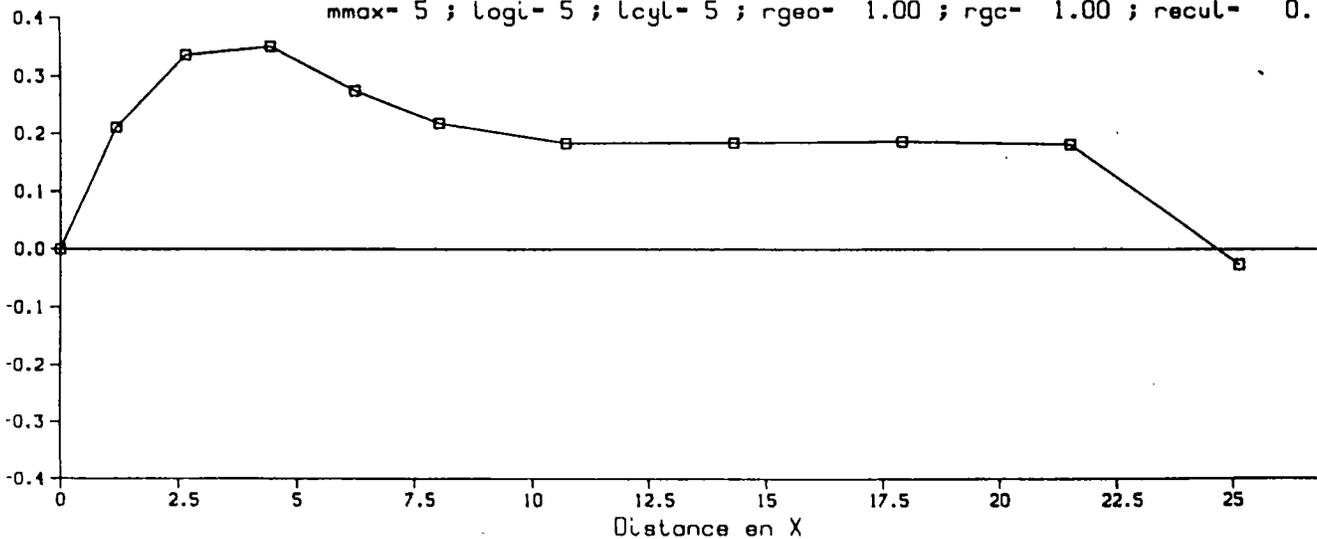
mmax= 5; logi= 5; lcyt= 5; rgeo= 1.00; rgc= 1.00; rec= 0.00

TEST AVEC MAILLAGE RUDIMENTAIRE



Cnl sur la surface

mmax= 5 ; logi= 5 ; lcyt= 5 ; rgeo= 1.00 ; rgc= 1.00 ; recul= 0.



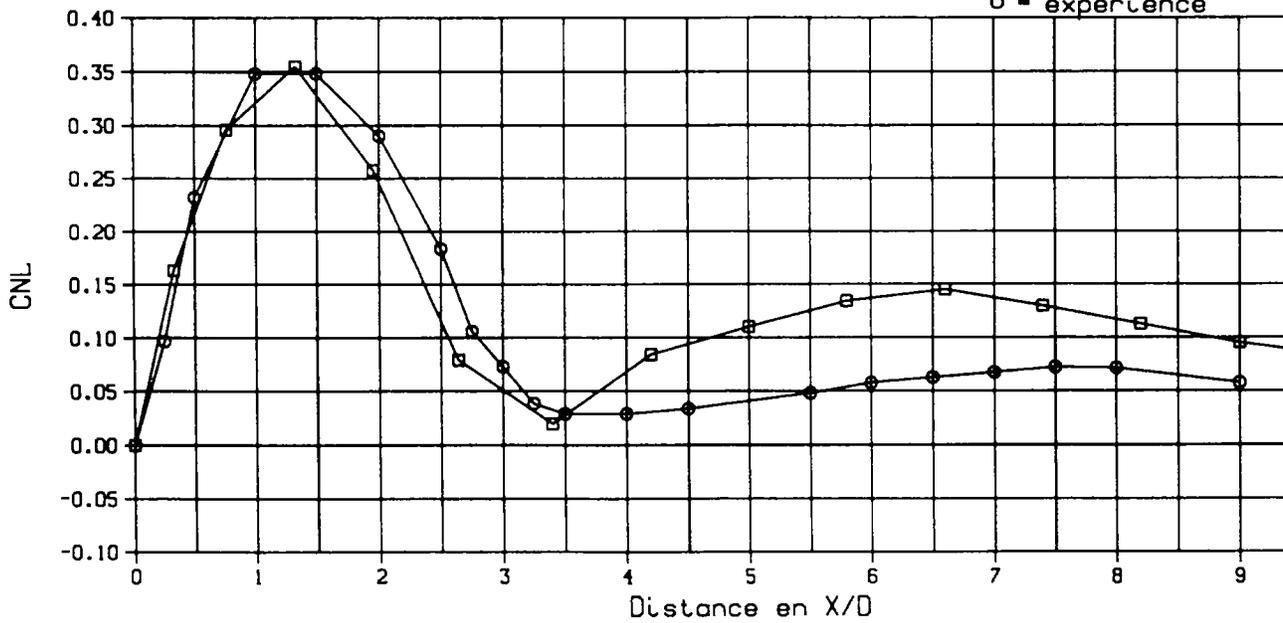
CN LOCAUX LE LONG DU FUSELAGE

nombre de MACH 0.30

nombre de REYNOLDS 440000.0

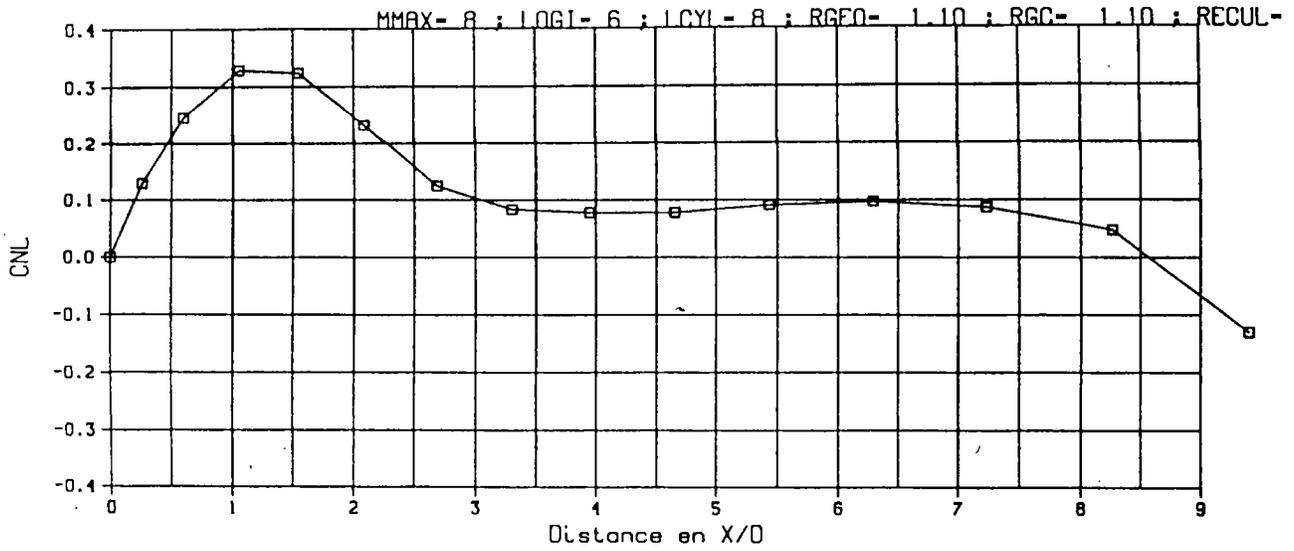
ANGLE D INCIDENCE 15.0 deg

LEGEND
 □ - theorie
 ○ - experience



COMPARAISON THEORIE / EXPERIENCE (TINLING&ALLEN)

CNL SUR LA SURFACE

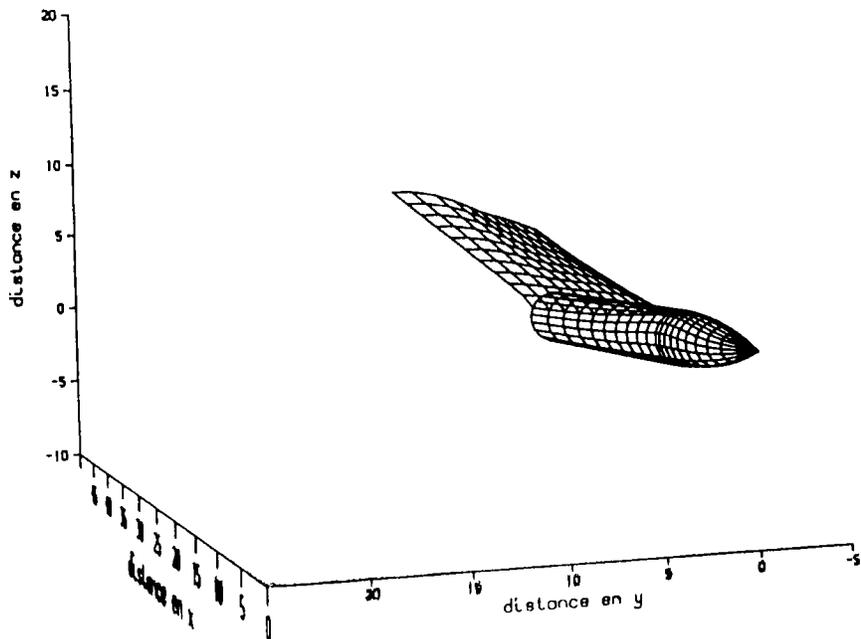


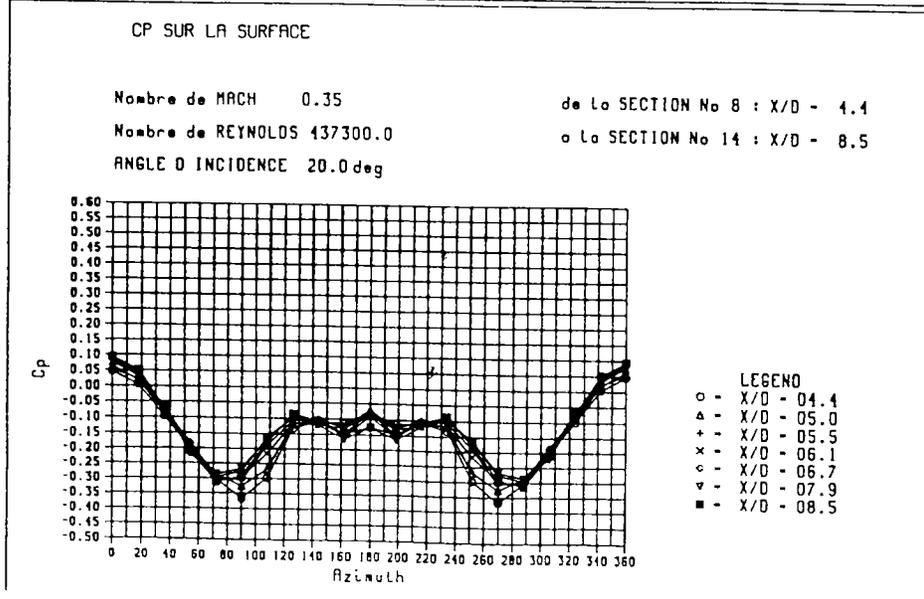
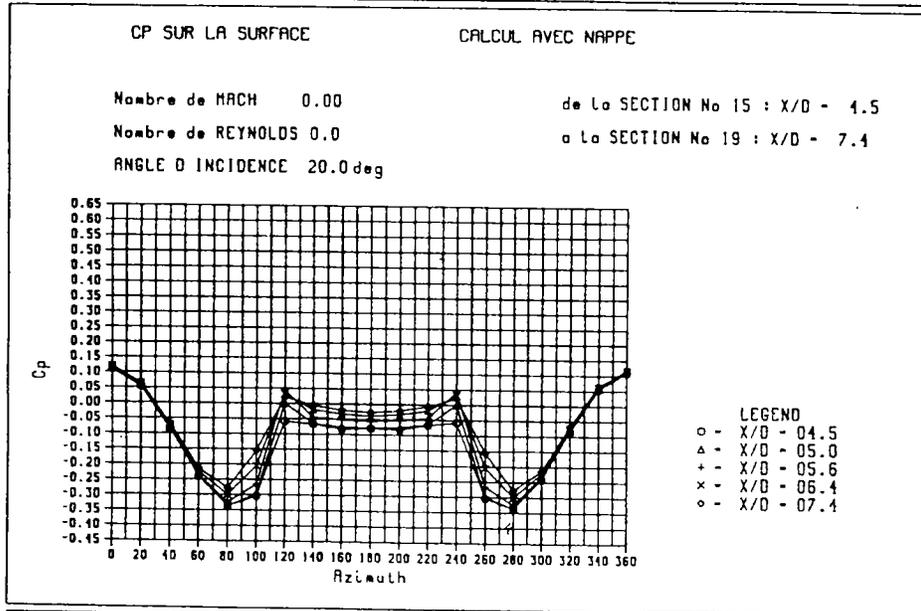
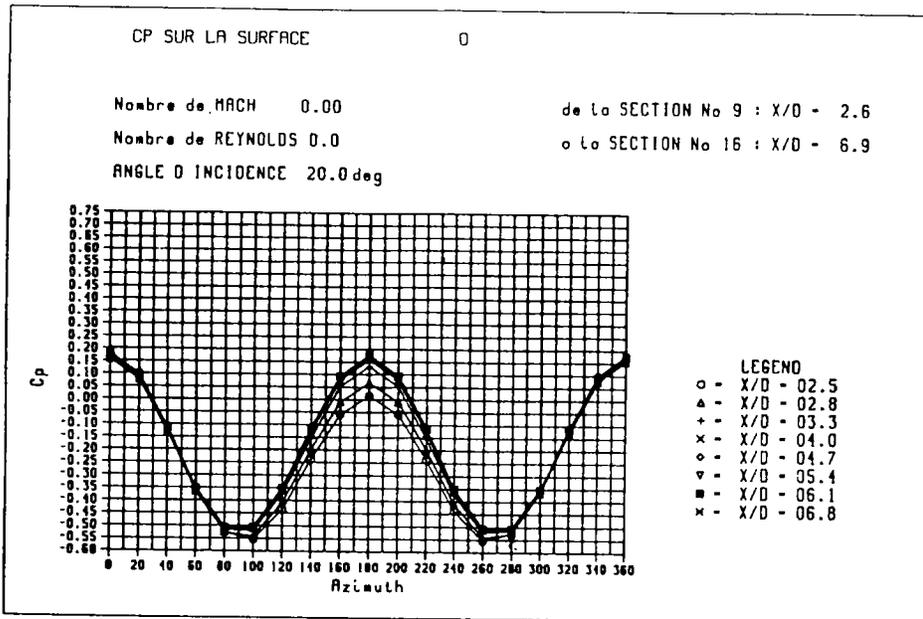
calcul de CNL a la premiere iteration nappe a 30 deg paroi

corps avec nappe

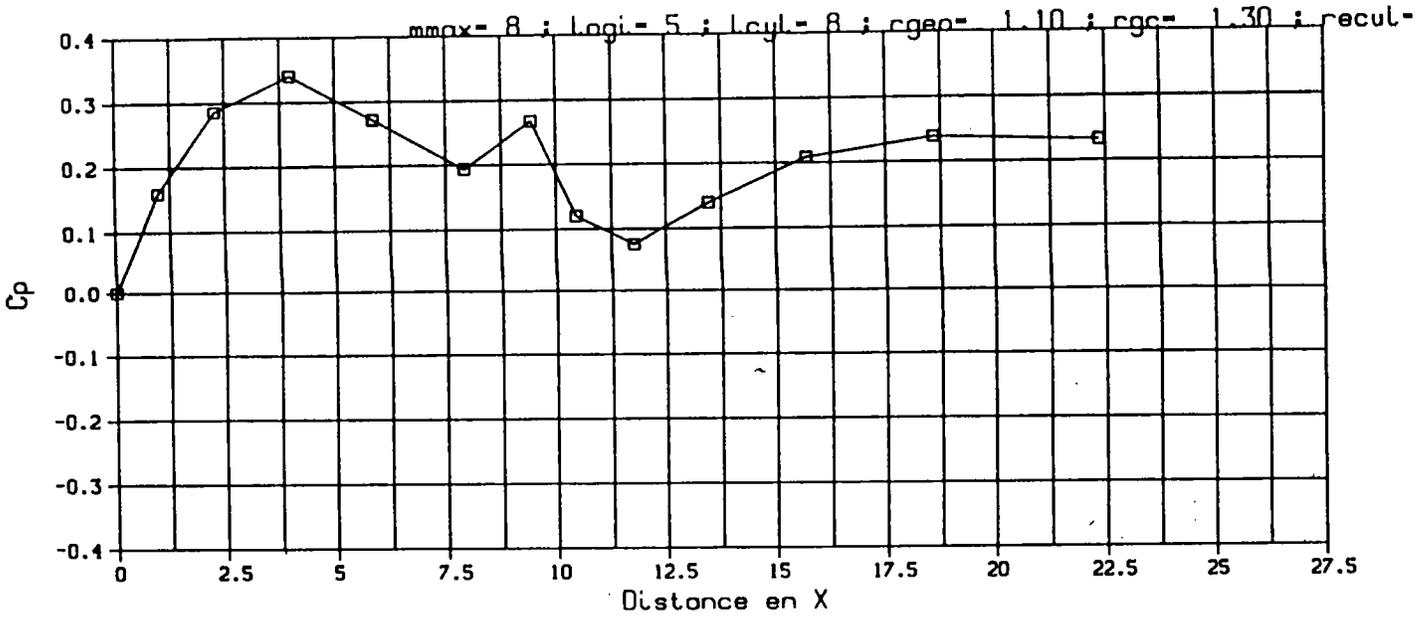
mmax=10; logi=10; lcyL=10; rgeo= 0.90; rgc= 1.10; rec= 0.00

ITERATION NO1





Cnl sur la surface

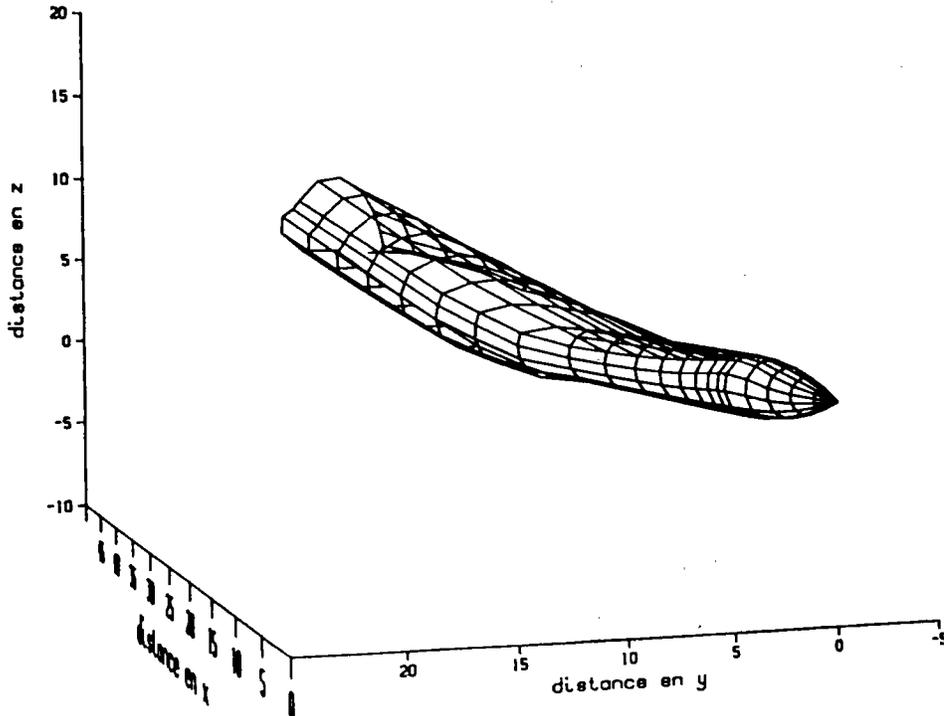


corps avec nappe

nombre iterations : 5

mmax= 8 ; logi= 5 ; lcyl= 8 ; rgeo= 1.10 ; rgc= 1.30 ; rec= 0.00

NAPPE EN COURS DE CALCUL A 15 DEGRES D'INCIDENCE

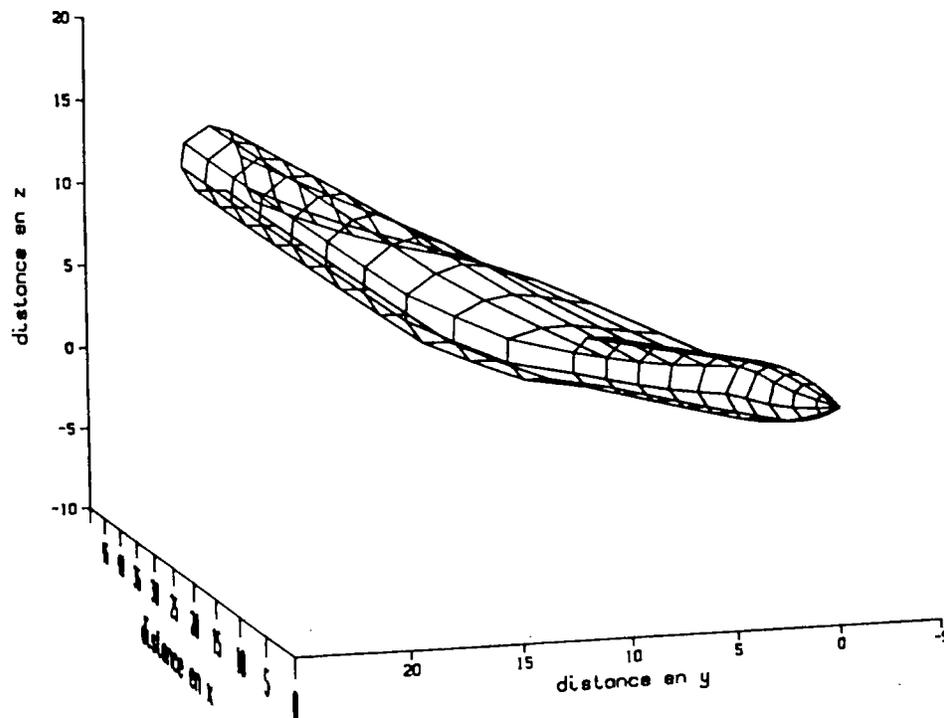


corps avec nappe

nombre iterations : 5

mmax= 5; logi= 5; l cyl= 5; rgeo= 1.10; rgc= 1.10; rec= 0.00

MAILLAGE RUDIMENTAIRE INC-15DEG INCL-80EG DEC-300EG PAROI



Cnl sur la surface

