



THÈSE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par :

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace

Présentée et soutenue par :

Arnaud WILHELM

le vendredi 31 mars 2017

Titre :

Développement d'une méthodologie pour la compréhension du comportement et le dimensionnement d'un bouclier sandwich soumis à l'impact d'un oiseau

École doctorale et discipline ou spécialité :

ED MEGeP : Génie mécanique, mécanique des matériaux

Unité de recherche :

Institut Clément Ader

Directeur(s) de Thèse :

M. Jean-François FERRERO (directeur de thèse)

M. Samuel RIVALLANT (co-directeur de thèse)

Jury :

M. Serge ABRATE, Professeur Southern Illinois University Carbondale - Président

M. Pascal CASARI, Professeur Université de Nantes - Rapporteur

M. Jean-François FERRERO, Professeur Université Toulouse 3 - Directeur de thèse

Mme Catherine KNOFF-LENOIR-VAYSSADE, Ingénieur de recherche CNRS, Université de Technologie de Compiègne

M. Joseph MORLIER, Professeur ISAE-SUPAERO

M. Olivier POLIT, Professeur Université Paris Ouest Nanterre - Rapporteur

M. Samuel RIVALLANT, Professeur ISAE-SUPAERO - Co-directeur de thèse

Introduction

La collision possible d'un avion avec un oiseau est un problème majeur en aéronautique et ce depuis ses débuts ; la première collision documentée remontant à 1905 sur un avion des frères Wright. De 1912 à 2008, 276 morts dues à un impact d'oiseau ont été documentées [Thor10]. Chaque année, plus de 5000 impacts d'oiseau sont signalés aux États-Unis seulement, pour un coût total de l'ordre d'un milliard de dollars [Dolb08]. Ces impacts ont lieu à 92% en dessous de 1000 m d'altitude, les phases de vol les plus critiques étant donc le décollage et l'atterrissage [Dolb08]. Pour un avion de ligne, l'occurrence d'un impact est de 186 par million d'heures de vol [Denn08].

Bien qu'un grand nombre de précautions soient mises en œuvre pour limiter au maximum ces impacts autour des aéroports (contrôle de la population aviaire, dispositifs effrayants les oiseaux, introduction de rapaces, etc.), il est nécessaire de prévoir la possibilité d'impact lors de la conception des avions. Pour cela, les autorités de certification (European Aviation Safety Agency en Europe et Federal Aviation Administration aux U.S.A) demandent aux avionneurs de respecter des exigences données respectivement dans les textes [CS-25.631] et [FAR-25.631] pour les avions de ligne.

De façon générale, l'avion doit pouvoir continuer son vol en toute sécurité après un impact d'un oiseau de 1,82 kg à vitesse de croisière au niveau de la mer (≈ 180 m/s pour un avion de ligne). Suivant la partie de l'avion considérée, cela peut signifier le non percement d'une paroi pressurisée, le non endommagement d'une structure primaire ou de systèmes de commande, ou la limitation des dommages à une zone restreinte (destruction d'un moteur).

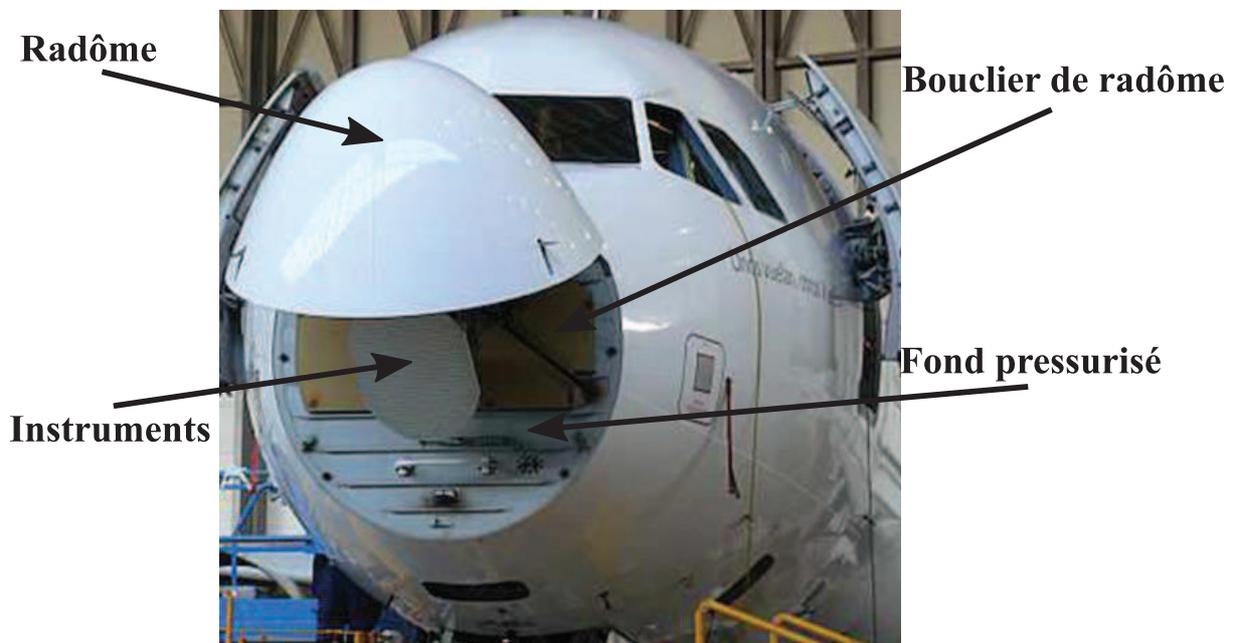


Figure 1 : Pointe avant d'un A320

L'agencement de la pointe avant d'un avion de ligne, bien que différente d'un modèle à un autre, suit toujours la même logique. Les instruments de pointe avant (radar,

télécommunications, etc.) ne pouvant pas être placés derrière une paroi métallique, la zone pressurisée est fermée approximativement un mètre avant la pointe du nez par le fond pressurisé. Cette paroi est généralement constituée d'une peau métallique raidie dont le contour est appuyé sur le premier cadre de l'avion, appelée Cadre 0. Un certain nombre d'instruments sont placés dans la zone ainsi dégagée, et le nez est ensuite fermé par un radôme radio-transparent, généralement en fibre de verre. L'aménagement de la pointe d'un A320 est présenté en Figure 1.

Lors d'un impact sur pointe avant, la certification exige que le vol de l'avion puisse continuer en toute sécurité jusqu'à l'atterrissage. Les instruments situés dans le radôme ne sont pas critiques, mais derrière le fond pressurisé se trouve le cockpit et un certain nombre de systèmes vitaux (calculateur de bord, commandes, etc.). Le critère de certification est donc généralement de ne pas endommager le fond pressurisé, ou de limiter sa flèche.

Pour atteindre cette exigence, les avionneurs placent un bouclier entre les instruments et le fond pressurisé dans le but de limiter les efforts et pressions vus par celui-ci. Ce bouclier est généralement une structure sandwich d'environ 1 m² et pesant une dizaine de kilogrammes, simplement appuyée sur le fond pressurisé. Le matériau de cœur utilisé est généralement une mousse d'aluminium ou du nid d'abeille métallique, et les peaux sont métalliques.

Dans ce contexte, la société STELIA-Aerospace a initié le projet SAMBA : « *Shock Absorber Material for Bird-shield Application* », financé dans le cadre d'un appel à projets FUI. Ce projet, qui regroupe également 6 autres entreprises (Airbus Group, Cedrem, Esteve, Ateca, Nimitech et Hutchinson) et 2 laboratoires (l'Institut de Mécanique et d'Ingénierie (I2M) de Bordeaux et l'Institut Clément Ader (ICA) de Toulouse), a pour but de concevoir et de développer une nouvelle génération de boucliers, plus légers et moins coûteux que la génération actuelle. Pour cela, le cas de travail choisit au niveau du projet est celui d'un impact au centre d'un bouclier carré de 800*800 mm², avec un oiseau représenté par un substitut de 1.82 kg lancé à 175 m/s.

Un premier groupe de travail, formé de l'ensemble des PME partenaires, a été créé dans le but d'obtenir à la fin du projet une configuration de bouclier respectant toutes les exigences de performance (qualité de la protection, coût, etc.) et de certification (tenue au feu, au vieillissement, etc.). Pour des raisons de délai, la stratégie choisie par ce groupe de travail a été la validation par essais expérimentaux de boucliers proposés a priori. Ainsi, chaque partenaire a proposé au début du projet une ou plusieurs définitions de bouclier respectant les objectifs de coût et de masse, et ces différentes configurations seront testées afin de vérifier le respect des exigences de performance et de certification.

Cette stratégie, qui permet d'atteindre l'objectif à court terme (en 3 ans), a le défaut majeur de dépendre totalement de la qualité des configurations proposées initialement. Or, et comme on va le voir dans la bibliographie, il est très complexe voire impossible aujourd'hui d'estimer a priori la configuration de bouclier optimale. Cette stratégie ne peut donc pas permettre de s'assurer de trouver le bouclier optimum pour cette application.

Pour ces raisons, un deuxième groupe de travail, formé des laboratoires partenaires, a été créé avec comme objectif de mieux connaître les matériaux utilisés et de mettre en place une méthode de conception de bouclier, moins dépendante des choix initiaux de concepts. Ainsi, cette thèse, financée par BPIFrance et la région Midi-Pyrénées, a été lancée au sein de l'ICA en janvier 2014 afin de développer un outil d'aide à la conception. Pour cela, trois grandes problématiques à étudier ont été identifiées :

- Dans l'ensemble des paramètres de conception d'un bouclier sandwich (épaisseur des peaux, matériaux utilisés, dimensions, etc.) quels sont les plus influents sur le comportement

du bouclier et sur la protection de la cible ? Lesquels peut-on négliger durant l'étude de conception d'un nouveau bouclier ?

- Quels sont les différents effets de ces paramètres influents et comment interagissent-ils ensemble ? Peut-on compenser la réduction d'un paramètre par l'augmentation d'un autre ? Ces effets sont-ils simples à prendre en compte (linéaires) ou existe-t-il de très fortes non-linéarités (effets de seuils, interactions, etc.) ?

- La conception d'un nouveau bouclier étant rendue très complexe par le nombre de paramètres interagissant entre eux, peut-on mettre en place une méthodologie générale de conception ? Peut-on s'assurer d'atteindre l'optimum ? Comment définir cet optimum ?

Pour apporter des éléments de réponses à ces questions, nous avons donc décidé d'orienter cette thèse vers la réalisation d'une étude paramétrique numérique du comportement du bouclier et de la protection de la cible. Ainsi, à partir de conditions aux limites fixées, nous étudierons l'effet des différents paramètres de conception du bouclier sandwich, et nous pousserons l'étude jusqu'à la présentation d'un cas de minimisation de la masse d'un bouclier, tout en garantissant un certain niveau de protection. Tout au long de ce travail, nous nous attacherons tout particulièrement à décrire en détail les outils et méthodes utilisés afin de rendre possible l'application de la stratégie globale dans d'autres cas (conditions aux limites différentes, impact différent, ...). De plus, l'état de l'art ne permettant pas d'avoir une idée a priori de la zone du domaine de définition la plus intéressante, nous favoriserons le maintien d'un domaine d'étude assez large devant la précision des simulations.

Pour cela, ce manuscrit se décompose en cinq chapitres distincts :

Pour commencer, un aperçu de la littérature est donné, concernant le choc à l'oiseau en particulier, et les sollicitations dynamiques dans les sandwichs en général. Dans la deuxième partie de cette bibliographie, on présente la stratégie globale suivie lors de cette étude, ainsi que les différentes méthodes et outils utilisés dans les chapitres suivants.

Le deuxième chapitre est focalisé sur la préparation de l'étude. Un modèle élément fini générique est créé pour servir lors de l'étude paramétrique. Un outil d'étude et de comparaison des déformées de différents boucliers est ensuite présenté, pour servir de mesure lors de l'étude paramétrique.

Dans le chapitre III, une étude de criblage est réalisée afin d'identifier les paramètres les plus influents. Les six paramètres les plus influents sont ensuite répartis deux par deux pour réaliser trois études paramétriques en 2D, afin de bien visualiser leurs effets sur le comportement du bouclier. Ces effets sont présentés en détail et expliqués physiquement.

Le quatrième chapitre est ensuite dédié à la réalisation de l'étude paramétrique proprement dite, en six dimensions. Un plan d'expériences est choisi et les simulations sont réalisées. Afin de permettre l'étude et la visualisation des résultats, des modèles réduits sont créés. Ces modèles sont testés et une stratégie permettant d'améliorer la précision des modèles réduits en choisissant de nouveaux points de simulation est proposée.

Enfin, dans le dernier chapitre, ces modèles réduits sont utilisés pour étudier l'ensemble du domaine. Des analyses globales de sensibilité sont réalisées afin de mesurer les effets moyens de chaque paramètre et interaction, et les résultats obtenus sont analysés. Dans une deuxième partie, on présente une méthode d'optimisation permettant de rechercher le bouclier le plus léger garantissant un certain niveau de protection de la cible.

Pour finir, la méthode générale mise en place et les principales conclusions obtenues durant cette étude sont résumées, et quelques perspectives pour le futur sont présentées.

Sommaire

INTRODUCTION	1
SOMMAIRE	4
CHAPITRE I. BIBLIOGRAPHIE	7
1. L'impact d'oiseau en aéronautique	9
1.1 Phénoménologie et Modélisation	10
1.2 L'impact sur bouclier de pointe avant	16
2. Comportement des structures sandwiches sous sollicitations dynamiques	19
2.1 Comportement dynamique des matériaux.....	19
2.2 Les sandwichs sous impact dur.....	26
2.3 Les sandwichs sous blast.....	28
2.4 Remarques et conclusion.....	29
3. Méthodes et outils	31
3.1 Présentation de la stratégie globale	31
3.2 Les méthodes de criblage	34
3.3 Les plans d'expériences	36
3.4 Les modèles réduits	40
3.5 Validation des modèles réduits	46
3.6 Analyse des résultats et optimisation à l'aide de modèles réduits	48
4. Conclusion	52
CHAPITRE II. PRÉPARATION DE L'ÉTUDE PARAMÉTRIQUE	55
1. Création du modèle éléments finis	57
1.1 Présentation du cas réel	57
1.2 Choix de simplifications de la géométrie et des conditions aux limites	58
1.3 Modélisation géométrique sous ABAQUS/Explicit	58
1.4 Lois matériaux.....	59
1.5 Bilan des paramètres du modèle	63
2. Simulation et analyse d'un cas de référence	65
2.1 Définition du cas de référence.....	65
2.2 Présentation des résultats et analyse du comportement.....	66
2.3 Conclusion.....	69
3. Développement d'un outil de mesure du comportement du bouclier	70
3.1 Principe	71
3.2 Définition de l'outil	71
3.3 Justifications	74
3.4 Exemples d'applications	78
3.5 Conclusion.....	80
4. Conclusion	82

CHAPITRE III. ÉTUDE DE CRIBLAGE ET PREMIÈRES ÉTUDES 2D.....	83
1. Étude de criblage	85
1.1 Cadre de l'étude et plage de variation des paramètres	85
1.2 Méthode de criblage et plan d'expériences utilisés	87
1.3 Résultats & Analyse	88
1.4 Conclusion.....	93
2. Premières études paramétriques en deux dimensions	95
2.1 Plans d'expériences utilisés	95
2.2 Résultats & Analyse	96
2.3 Bilan des études paramétriques 2D	103
3. Conclusion	105
CHAPITRE IV. ÉTUDE PARAMÉTRIQUE EN DIMENSION 6 : CRÉATION DES MODÈLES RÉDUITS	107
1. Choix du plan d'expériences.....	109
2. Simulation des points et analyse des données brutes	110
3. Création et validation d'un modèle réduit	113
3.1 Choix du type de modèle	113
3.2 Optimisation des hyper-paramètres.....	115
3.3 Validation des modèles.....	116
4. Stratégie de remplissage	120
4.1 Stratégie proposée et choix des nouveaux points	120
4.2 Analyse des résultats sur les nouveaux points	122
4.3 Mise à jour des modèles réduits et validation	123
5. Conclusion	126
CHAPITRE V. ÉTUDE PARAMÉTRIQUE EN DIMENSION 6 : ANALYSE GLOBALE ET AIDE À LA CONCEPTION.....	127
1. Analyses de sensibilité globales	129
1.1 Méthode de Sobol'	129
1.2 Méthode de Morris.....	131
1.3 Analyse de l'influence des paramètres sur le comportement du bouclier	131
1.4 Étude de sous-domaines.....	133
1.5 Conclusions et remarques	136
2. Application à la conception d'un bouclier : exemples d'optimisation.....	137
2.1 Minimisation des critères de protection	137
2.2 Minimisation sous contraintes : minimisation de la masse	140
3. Conclusion	147
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....	149
RÉFÉRENCES.....	153
ANNEXE 1. PRÉPARATION D'UNE ÉTUDE EXPÉRIMENTALE.....	159
Configurations retenues	159
Mise en place des essais.....	162
Premières configurations testées.....	164

CHAPITRE I.

Bibliographie

Dans ce chapitre, une synthèse des études bibliographiques réalisées durant cette thèse est présentée. L'objectif est de présenter un état de l'art sur les impacts d'oiseau sur bouclier avant mais également de présenter les différentes problématiques qui y sont liées. La méthodologie globale qui a été suivie durant cette thèse est explicitée et justifiée à l'aide des travaux présents dans la littérature.

Tout d'abord, un aperçu de l'état de l'art relatif à l'impact d'oiseau sur bouclier avion est donné. La phénoménologie d'un impact d'oiseau aux vitesses considérées est explicitée, et les différentes méthodes de modélisations existantes présentées. Une revue des quelques études portant sur l'impact sur bouclier de pointe avant est donnée.

Afin de compléter cette revue, on s'intéresse ensuite à la problématique plus large des sollicitations dynamiques des sandwiches. Une présentation du comportement des matériaux constitutifs (peaux et âme) aux vitesses considérées est réalisée, puis le comportement des sandwiches eux-mêmes, soumis à un impact dur ou au blast, est présenté.

Concluant que le comportement des sandwiches est un phénomène complexe dans lequel un grand nombre de paramètres peuvent avoir une influence, nous avons alors décidé d'orienter notre étude vers la réalisation d'une étude paramétrique du comportement des boucliers sandwiches sous impact d'oiseau.

La dernière partie de ce chapitre est alors focalisée sur la présentation des différentes méthodes et outils existant dans la littérature pour réaliser une telle étude paramétrique de grande dimension. Le sujet est extrêmement vaste, et on s'est donc attaché à donner un aperçu des principales problématiques et stratégies existantes, sans chercher à être exhaustif.

SOMMAIRE

CHAPITRE I. BIBLIOGRAPHIE	7
1. L'impact d'oiseau en aéronautique	9
1.1 Phénoménologie et Modélisation	10
1.1.1 Études expérimentales.....	10
1.1.2 Utilisation d'un substitut en gélatine	12
1.1.3 Simulation de l'oiseau par éléments finis	13
1.2 L'impact sur bouclier de pointe avant	16
2. Comportement des structures sandwiches sous sollicitations dynamiques.....	19
2.1 Comportement dynamique des matériaux.....	19
2.1.1 Les peaux métalliques	19
2.1.2 L'âme.....	20
2.2 Les sandwichs sous impact dur.....	26
2.3 Les sandwichs sous blast.....	28
2.4 Remarques et conclusion.....	29
3. Méthodes et outils.....	31
3.1 Présentation de la stratégie globale	31
3.1.1 Notations.....	31
3.1.2 Choix du type d'étude	32
3.1.3 La malédiction de la dimension.....	32
3.1.4 Stratégie utilisée.....	33
3.2 Les méthodes de criblage	34
3.3 Les plans d'expériences	36
3.3.1 Plans discrets.....	37
3.3.2 Plans continus	37
3.4 Les modèles réduits	40
3.5 Validation des modèles réduits	46
3.6 Analyse des résultats et optimisation à l'aide de modèles réduits	48
3.6.1 Analyse de sensibilité	48
3.6.2 Optimisation par modèles réduits.....	49
4. Conclusion	52

1. L'IMPACT D'OISEAU EN AÉRONAUTIQUE

L'impact d'oiseau en aéronautique est un problème vaste car un tel impact peut avoir lieu sur l'ensemble des structures frontales de l'avion. Dans [Denn08], l'auteur étudie l'ensemble des signalements d'impact à l'oiseau de 1990 à 2007 aux U.S.A., au Canada et au Royaume-Uni. En ne prenant en compte que les impacts sur avion de ligne et en excluant les impacts sur moteurs, il a réparti les cas en fonction de la structure impactée. À l'aide de ces données, on peut tracer le graphique en Figure I-1.

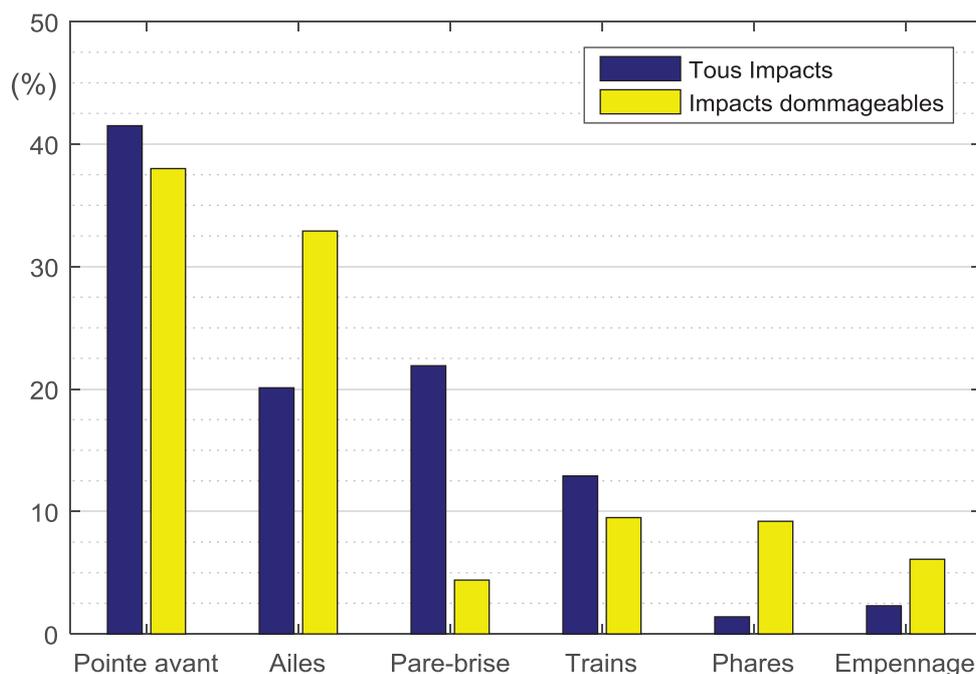


Figure I-1 : Répartition des impacts ayant endommagé l'avion (données de [Denn08])

On voit que pour les impacts causant des dommages, les surfaces les plus impactées sont la pointe avant (38%) et les ailes (33%), le pare-brise ne représentant que 5%, alors que plus de 20% de tous les impacts y ont lieu. Cela s'explique par les exigences drastiques existant sur la certification des pare-brises, puisque tout impact endommageant le pare-brise est extrêmement dangereux pour la sécurité de l'avion. A contrario, les impacts sur bord d'attaque (ailes et empennage), ou sur phares sont plus souvent dommageables que la moyenne, la certification autorisant les dommages tant qu'ils restent restreints aux structures secondaires.

Dans la littérature, outre la plaque rigide utilisée pour calibrer les modèles d'oiseau, les structures les plus étudiées sont les bords d'attaque et les pare-brises, comme on peut le voir dans la revue de Heimbs [Heim11]. Au vu de la Figure I-1, il peut sembler étonnant que les impacts sur pointe avant ne soient pas plus étudiés. Cela peut s'expliquer par le fait que, la conception des pointes avant variant fortement d'un modèle d'avion à un autre, la majorité de ces études sont réalisées directement par les avionneurs, et ne sont donc pas publiées.

Afin de donner un aperçu de la problématique de l'impact d'oiseau, on présentera dans un premier temps la physique de l'impact d'oiseau aux vitesses considérées et les différentes stratégies de modélisation existantes dans la littérature. Puis, un état de l'art sur le cas d'impact sur bouclier de pointe avant sera effectué.

1.1 Phénoménologie et Modélisation

1.1.1 Études expérimentales

Les premières études portant sur les impacts d'oiseau en aéronautiques ont été réalisées à la fin des années 70 pour l'armée américaine. D'importantes campagnes d'essais ont été effectuées à l'université de Dayton et à l'Air Force Flight Dynamics Laboratory afin de comprendre le comportement des oiseaux aux vitesses d'impact rencontrées en aéronautique, i.e. de 50 à 300 m/s.

En 1975, Barber et al. mettent au point un moyen d'essai comprenant un canon à gaz, des caméras, et un système de mesure des pressions subies par la cible, et réalisent la première campagne d'essais avec des oiseaux de 100 à 150 g et des vitesses de 100 à 300 m/s [Barb75]. Ces impacts sont réalisés perpendiculairement sur une cible rigide et les résultats conduisent à penser qu'à ces vitesses, l'oiseau impactant se comporte de façon similaire à un fluide.

En 1978, une deuxième campagne est réalisée avec des oiseaux de 600 g et sur des cibles rigides inclinées à 25° et 45° [Barb78, Wilb78]. Les résultats confirment le comportement fluide de l'oiseau, et une théorie hydrodynamique est proposée pour décrire le comportement de l'oiseau et prédire les pressions et efforts subis par la cible. L'impact est découpé en quatre phases (cf. Figure I-2) :

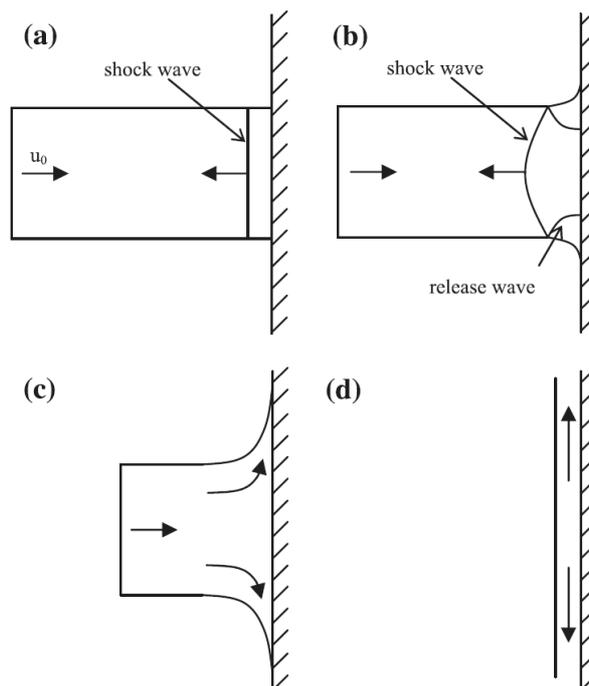


Figure I-2 : Comportement d'un oiseau lors d'un impact normal sur une cible rigide [Barb78]

- a) Tout d'abord, une phase de contact initial durant laquelle une onde de choc est créée dans l'oiseau. Le fluide situé derrière cette onde (à droite, sur la Figure I-2) est immobile et la pression appliquée à la cible peut être estimée par la relation de Hugoniot :

$$P_H = \rho_0 u_0 u_s \quad \text{Eq (I-1)}$$

Où ρ_0 est la densité initiale de l'oiseau, u_0 sa vitesse initiale et u_s la vitesse de l'onde de choc.

- b) Immédiatement après l'impact, la pression derrière l'onde de choc provoque un écoulement latéral et une onde de relâchement apparait sur le contour de l'oiseau et se déplace vers le centre. La pression appliquée à la cible diminue progressivement.
- c) Lorsque l'onde de relâchement atteint le centre de l'oiseau, un écoulement continu se met en place, la pression pouvant être estimée à l'aide de la formule de Bernoulli :

$$P_s = \frac{1}{2} \rho_0 u_0^2 \quad \text{Eq (I-2)}$$

La durée de cette phase dépend principalement du ratio longueur/diamètre de l'impacteur. Pour un oiseau, ce ratio est approximativement de 2.

- d) Après l'écoulement de l'oiseau sur toute sa longueur, la pression diminue vers 0 durant la phase finale, et l'écoulement devient purement radial.

La pression au centre de la cible suit donc typiquement une courbe constituée d'un pic initial suivit d'un plateau :

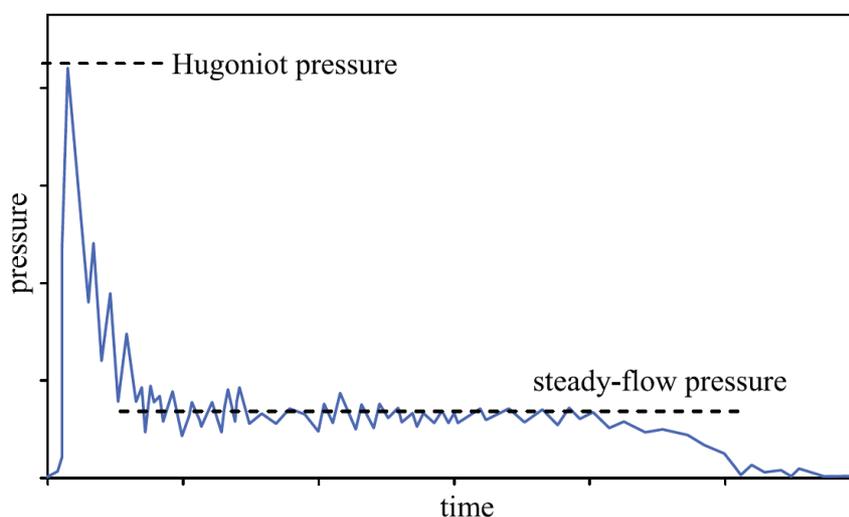


Figure I-3 : Courbe typique de pression au centre de la cible rigide [Heim11]

Durant cette campagne, des essais sont également réalisés avec des impacteurs en gélatine. Les résultats montrent la similarité de comportement entre ces impacteurs et les oiseaux. En 1979, une nouvelle campagne d'essai montre la validité de ces théories pour des oiseaux plus gros, jusqu'à 3.6 kg [Chal79].

Durant ces études, la répartition spatiale de la pression est également mesurée. Au cours de l'impact, l'oiseau s'écoule progressivement sur la cible. La zone sur laquelle une pression s'exerce est donc un disque dont le diamètre augmente au cours de l'impact. La courbe de pression en fonction du rayon dans ce disque peut être estimée par la formule de Banks et Chandraskhara pour un fluide incompressible :

$$p = \frac{1}{2} \rho_0 u_0^2 \cdot \exp \left\{ -0,5 \cdot \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right\} \quad \text{Eq (I-3)}$$

Les mesures expérimentales confirment la forme proposée (cf. Figure I-4).

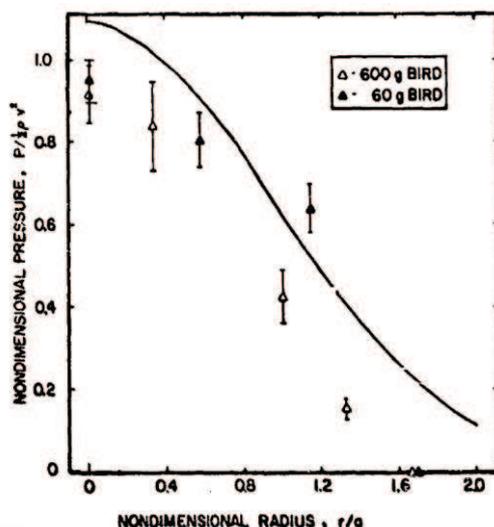


Figure I-4 : Distribution radiale de pression sur une cible rigide [Barb78]

Dans [Barb78], des impacts sur cibles souples ont été effectués et une grande influence de la souplesse sur les efforts transmis est observée. Le pic de pression initial est fortement réduit si la cible est plus souple, mais le temps d'impact est allongé. Dans le cas des impacts obliques cette influence est plus forte encore, la déformation de la cible limitant l'écoulement de l'oiseau et augmentant ainsi l'effort transmis.

1.1.2 Utilisation d'un substitut en gélatine

Bien qu'obligatoire lors des tests de certification, l'utilisation d'oiseaux réels a de grands désavantages. Outre les raisons d'éthique et d'hygiène, la forme irrégulière d'un oiseau rend le contrôle de son attitude lors de l'impact complexe et la variabilité des spécimens testés diminue grandement la répétabilité des essais. Pour ces raisons, l'utilisation d'un substitut en gélatine est généralement préférée [Budg00].

La densité moyenne d'un oiseau étant estimée entre 900 et 950 kg/m³, l'utilisation de gélatine avec 10% de porosité est proposée dans [Barb78] et validée dans [Chal79]. Une recette pour réaliser une telle gélatine est proposée et validée dans [Lavo09]. Cette gélatine est assez rigide pour garder sa forme lors du vol libre entre le canon et la cible et s'écoule correctement durant l'impact (cf. Figure I-5).

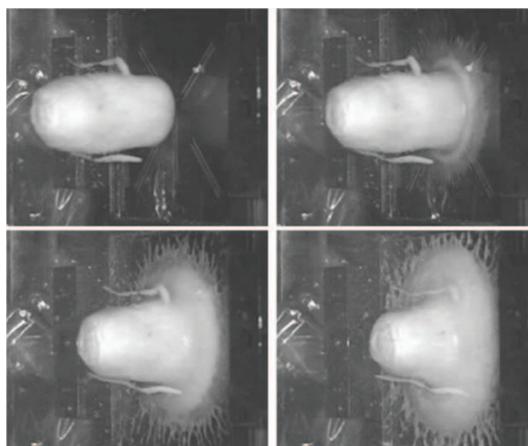


Figure I-5 : Impact d'un substitut en gélatine sur une cible rigide [Lavo09]

1.1.3 Simulation de l'oiseau par éléments finis

Comme indiqué précédemment, les efforts et pressions appliqués à la cible peuvent varier fortement en fonction de la souplesse de celle-ci, du fait du comportement fluide de l'oiseau. En aéronautique, les situations d'impacts peuvent être très variées et fortement différentes du cas d'impact sur cible rigide (impact sur bord d'attaque, sur pale moteur, à différentes vitesses, etc.).

Les formules analytiques présentées précédemment ne peuvent donc pas suffire pour décrire toutes ces situations et il est nécessaire de pouvoir intégrer l'oiseau dans un calcul éléments finis.

Les différentes formulations

Différentes approches existent pour simuler l'oiseau. Une présentation détaillée de ces méthodes et des différentes études les utilisant a été réalisée par Heimbs dans [Heim11]. Un résumé des avantages et inconvénients des trois méthodes les plus utilisées (cf. Figure I-6) est donné ci-dessous.

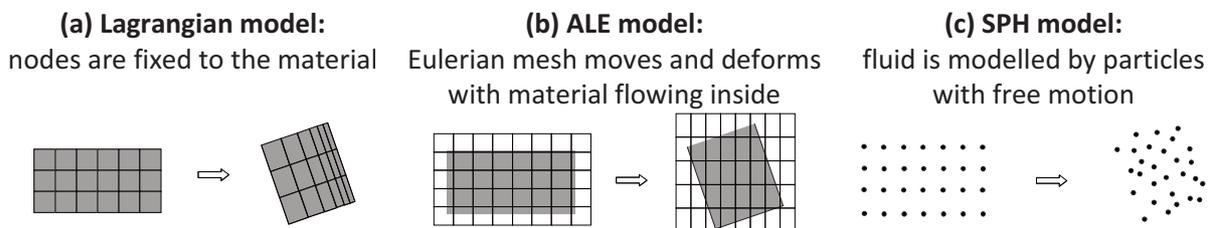


Figure I-6 : Les trois méthodes de modélisation les plus utilisées [Heim11]

a) La méthode Lagrangienne :

Dans la formulation Lagrangienne, les nœuds du maillage correspondent à des points physiques de l'objet modélisé. La déformation de l'objet est donc suivie par la déformation du maillage. C'est la formulation standard pour la plupart des simulations éléments finis et la modélisation de l'impacteur selon cette même méthode est donc en général la solution la plus simple à mettre en œuvre.

Dans cette formulation, la frontière de l'impacteur est clairement définie et les efforts de contact entre l'oiseau et la cible sont donc aisés à obtenir. De plus, le temps de calcul pour des éléments lagrangiens est en général faible.

Néanmoins, le comportement fluide entraîne de très grandes déformations, ce qui, dans une simulation explicite, peut faire chuter le pas de temps d'intégration drastiquement, diminuer fortement la précision, voire provoquer l'instabilité du calcul. De même, la séparation de l'impacteur en plusieurs parties (impact sur bord de fuite par exemple) est difficile à représenter sans une perte de masse due à l'érosion d'éléments. Cette perte de masse peut elle aussi entraîner une perte de précision du calcul.

b) La méthode Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) :

Dans l'approche Eulérienne, le maillage est fixe et chaque maille peut contenir plus ou moins de fluide. L'impacteur se déplace par écoulement du fluide de maille en maille. Dans le cas d'une simulation d'impact, cela signifie que le maillage initial doit englober l'ensemble de l'espace dans lequel l'impacteur pourra s'écouler, ce qui est en général prohibitif du point de vue du temps de calcul. Pour remédier à cela, la méthode ALE permet d'avoir un maillage

réduit en taille, mais qui se déplace et se déforme de façon homogène au cours de la simulation, le fluide s'écoulant à l'intérieur de ce maillage.

La déformation du maillage ALE restant homogène, les problèmes de distorsions d'éléments existants en approche Lagrangienne sont considérablement réduits et la stabilité du calcul reste très bonne. La séparation de l'impacteur peut être facilement modélisée sans perte de masse et la précision du calcul reste bonne, même après écoulement de l'oiseau.

Le principal inconvénient de la méthode ALE est le couplage avec les codes éléments finis existants. La difficulté vient de la complexité du calcul des efforts de contact, la frontière de l'impacteur n'étant pas proprement définie, puisque le matériau peut ne pas remplir totalement une maille. De plus, la formulation Eulérienne demande un temps de calcul plus grand que la formulation Lagrangienne pour une même précision.

c) La méthode Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) :

Afin de s'affranchir des problèmes de distorsions importante, il peut être intéressant de chercher à utiliser des méthodes sans-maillage. L'approche SPH, initialement développée pour simuler le comportement d'étoiles en astrophysique [Ging77, Lucy77], est une méthode particulière basée sur des fonctions d'interpolation du type B-spline. Chaque particule possède une masse, une vitesse et une loi matériau. L'interaction ou non entre deux particules est définie par un rayon d'influence.

Cette approche étant sans maillage, les problèmes de distorsions ne peuvent pas avoir lieu, et le pas de temps ne change pas au cours du calcul. De même la séparation de l'impacteur en plusieurs parties est modélisée simplement. Le temps de calcul, bien que plus long qu'avec la méthode Lagrangienne, est meilleur qu'avec l'ALE.

Comme pour l'ALE, la frontière du matériau n'est pas clairement définie ce qui peut rendre la gestion du contact compliquée. Il peut être nécessaire d'avoir un grand nombre de particules pour représenter proprement les pressions appliquées à la cible.

Chacune de ces méthodes possède ses avantages et inconvénients et de nombreuses études les comparent, avec des résultats souvent contradictoires. Dans [Goya06] et [Ryab07], les auteurs montrent que la méthode lagrangienne est plus rapide et tout aussi précise que les méthodes ALE et SPH, pour des applications d'impact sur plaque ou sur pale de rotor respectivement. A contrario, Lavoie et al. montrent que l'utilisation de la méthode Lagrangienne donne un temps de calcul 30 fois plus long que les deux autres méthodes [Lavo07]. Dans [Guid08], c'est l'approche Lagrangienne qui est plus rapide, dans un cas d'impact sur bord d'attaque.

Dans [Heim11], l'auteur liste plus de 150 publications parues entre 1990 et 2011 modélisant un impact d'oiseau selon l'une de ces trois méthodes. Il apparaît qu'aucune méthode n'est clairement utilisée plus que les autres, et qu'il n'existe pas de consensus sur la meilleure méthode de modélisation.

Géométrie de l'impacteur

Comme présenté plus haut, les essais d'impact sont généralement réalisés en utilisant des substituts en gélatine. Pour des raisons de fabrication, et de mise en œuvre dans un canon à gaz, il est préférable d'utiliser des géométries simples, du type de celles présentées en Figure I-7. De même, pour des raisons de simplicité de modélisation et de corrélation avec les essais effectués, les simulations sont réalisées avec ces géométries.

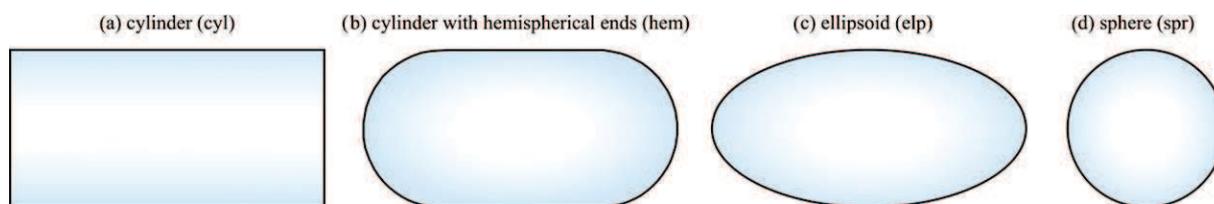


Figure I-7 : Formes d'impacteurs classiquement utilisés [Heim11]

Les efforts et pressions appliqués à la cible sont dépendants de la forme de l'impacteur et un certain nombre de publications étudient numériquement cette influence. Dans [Megu08], les auteurs comparent trois formes : le cylindre, le cylindre à bouts hémisphériques, et l'ellipsoïde. Leur étude montre que la géométrie de l'impacteur a une influence forte, en particulier sur le pic de pression initial. Le ratio longueur sur diamètre de l'impacteur est également étudié et jugé peu influent. Dans [Niza07], l'auteur compare ces trois formes ainsi qu'un impacteur sphérique. Il conclut que le cylindre à bouts hémisphériques donne les résultats les plus proches des résultats expérimentaux de Barber et Wilbeck [Barb75, Wilb78]. La même conclusion est obtenue dans [Airo06]. Les auteurs y étudient également l'influence du ratio longueur sur diamètre. Ils concluent que pour le cylindre à bouts hémisphériques, les meilleurs résultats sont obtenus pour un ratio de 1,6.

Dans sa revue, Heimbs classe également les publications par forme de l'impacteur [Heim11]. Il ressort que si dans les premières années la forme cylindrique est la plus utilisée (les essais avec substitut de [Barb78] étant réalisés avec cette forme), la forme cylindrique à bouts hémisphériques domine clairement ces 15 dernières années.

L'influence de la forme sur les efforts vus par la cible pose la question de la pertinence de l'utilisation d'un modèle à la géométrie aussi simplifiée. Plusieurs études [Heda14, McCa05] ont cherché à modéliser plus fidèlement un oiseau, tant du point de vue de la géométrie (cf. Figure I-8) que des lois matériaux avec différents matériaux pour les différentes parties de l'oiseau. Ces études confirment l'influence de la forme sur les efforts subis par la cible, et posent la question de l'attitude de l'oiseau lors de l'impact : un impact tête en avant va charger la cible différemment d'un impact par l'arrière de l'oiseau.

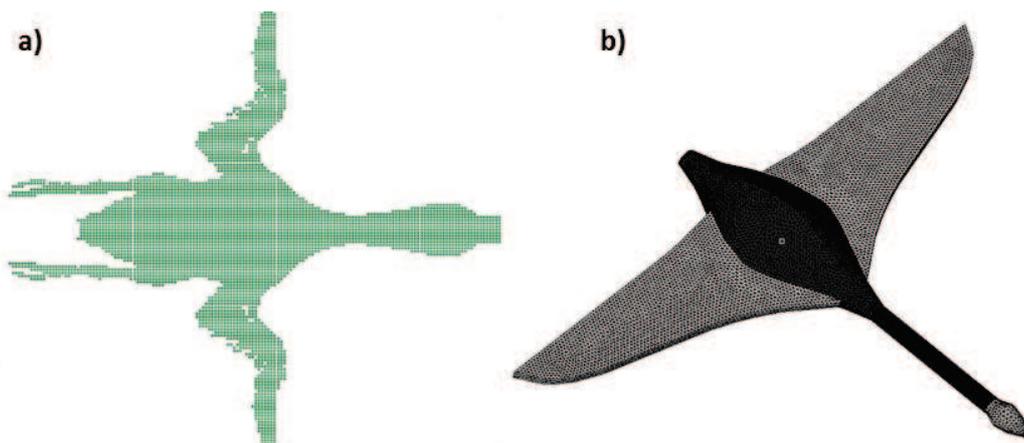


Figure I-8 : Géométries d'impacteurs plus complexes
a) [Heda14] b) [McCa05]

Les auteurs de ces deux études soulignent en particulier le manque de données expérimentales, les essais étant généralement réalisés avec une seule espèce d'oiseau, et dans une seule attitude, liée au moyen d'essai. Cela pose la question de la représentativité de la modélisation des impacts d'oiseau, qui sont par nature très divers.

Lois matériaux

Le comportement à l'impact de l'oiseau étant considéré comme fluide, le comportement du matériau constitutif est généralement décrit par une loi du type élasto-plastique-hydrodynamique, avec une loi élasto-plastique à très faible pression, puis une équation d'état décrivant l'évolution de la pression en fonction de la densité du matériau. Dans la majorité des publications, une équation d'état polynomiale est utilisée [Heim11] :

$$p = C_0 + C_1 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) + C_2 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^2 + C_3 \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right)^3 \quad \text{Eq (I-4)}$$

avec ρ la densité, ρ_0 la densité initiale, et C_i des constantes. D'autres équations d'état plus complexes sont parfois utilisées. Une revue des plus utilisées peut être trouvée dans [Abra16]. On peut citer en particulier l'équation de Gruneisen, ou celle de Hugoniot.

Les différents paramètres des équations d'état sont généralement calibrés avec un essai de référence (via un optimiseur dans [McCa04]), ou sur le comportement idéal de l'eau avec un certain pourcentage de porosité [Lavo07]. Dans [Airo06], les auteurs étudient l'influence du pourcentage de porosité (0, 10 et 15%) sur les efforts transmis à la cible. Les résultats montrent que pour un impacteur cylindrique seul le pic initial est fortement affecté. Pour un impacteur cylindrique à bouts hémisphériques, l'influence de la porosité est très faible, bien que l'équation d'état change significativement (cf. Figure I-9).

La densité du matériau est choisie identique à celle de la gélatine utilisée en substitut, i.e. entre 900 et 950 kg/m³.

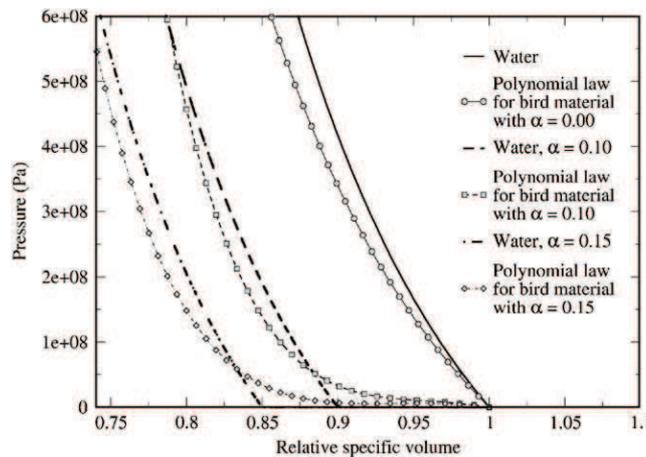


Figure I-9 : Équations d'état pour différentes valeurs de porosité [Airo06]

1.2 L'impact sur bouclier de pointe avant

Ces modélisations sont utilisées dans la littérature pour étudier le comportement des structures sous impact d'oiseau. Même si peu d'études se focalisent sur l'impact sur bouclier de pointe avant, on peut néanmoins en citer cinq qui sont présentées ci-dessous, toutes réalisées avec des oiseaux de 1.8 kg, mais à des vitesses d'impact différentes.

- Dans [Hans06], Hanssen et al. étudient un bouclier double couche (deux sandwichs posés l'un sur l'autre) impacté par un oiseau. Les deux sandwichs sont formés de peaux en aluminium 2024 T3 de 0.8 mm d'épaisseur et d'un cœur en mousse AlSi7Mg0.5. L'épaisseur des âmes est respectivement de 20 et 33 mm pour les sandwichs avant (face à l'impact) et arrière. Le panneau complet mesure 670 par 500 mm et est fixé à un socle rigide par 6 rivets, maintenant également les deux sandwichs ensemble. Quatre expériences ont été menées :

impact à deux vitesses (140 et 190 m/s) et sur deux densités de mousse (150 et 300 kg/m³). Les boucliers obtenus ont donc une masse surfacique de 17 et 25 kg/m². Un modèle numérique a été réalisé et a permis de représenter correctement les déformations dans la peau arrière et la déformée globale ainsi que la rupture au niveau des rivets, et a donc été validé.

À l'aide de ce modèle numérique, les auteurs proposent un cas test de conception de bouclier. Sur un sandwich simple de 700 par 700 mm encastré sur les bords, avec des peaux de 0.8 mm en 2024 T3 et un cœur de 150 kg/m³, ils font varier l'épaisseur de l'âme. L'épaisseur minimale pour arrêter un oiseau à 190 m/s sans pénétration est obtenue à 150 mm, pour une masse surfacique du bouclier de 27 kg/m².

- En 2012, Hohe et al. [Hohe12] utilisent un matériau de cœur formé de billes de mousse aluminium (Advanced Pore Morphology, APM). Ils étudient en particulier la possibilité, offerte par ce type de mousse, de former des cœurs à gradients de propriétés. En effet, en formant des couches avec différentes densités de billes, on peut obtenir un cœur dont la densité et la résistance varient avec l'épaisseur. Dans leur publication, les auteurs comparent numériquement deux boucliers simple couche de 700 par 700 mm encastrés sur les bords, avec des peaux en aluminium 2024 T3 de 0.8 mm. Le premier bouclier a un cœur de mousse AlSi7Mg0.5 300 kg/m³ de 40 mm, et le deuxième un cœur formé de trois couches de mousse APM de 10 mm chacune et de densité 350, 400 et 450 kg/m³. Les deux boucliers ont donc la même masse surfacique de 16 kg/m². L'impacteur a une vitesse initiale de 190 m/s.

Les résultats montrent que l'utilisation d'un cœur avec gradient de propriétés permet de mieux répartir les déformations dans la peau avant. En effet, on observe une diminution importante de la déformation maximum de la peau avant, et une augmentation de la surface de peau avant plastifiée (cf. Figure I-10).

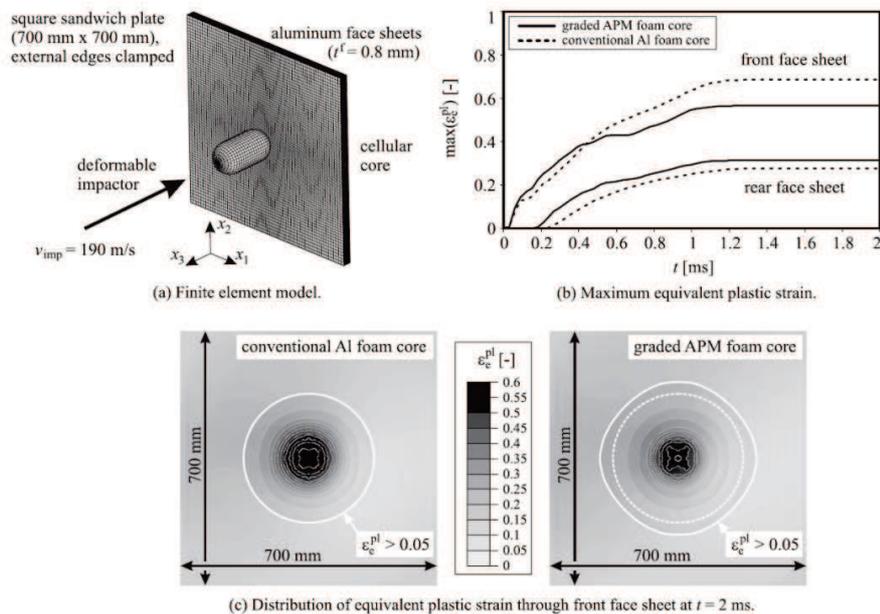


Figure I-10 : Étude de l'intérêt d'une âme à gradient de propriétés [Hohe12]

Cette étude montre que l'utilisation d'un gradient de propriétés dans l'âme peut permettre de réduire la localisation du dommage, et donc de retarder la rupture d'un bouclier.

- Dans [Liu12], les auteurs testent et modélisent deux boucliers avec des peaux en aluminium 2024 T3 et une âme en nid d'abeille aluminium 3003 soumis à un impact à 150 m/s. L'un est un sandwich simple couche avec des peaux de 1.62 mm et une âme de 50 mm et

l'autre est un sandwich double couche avec les mêmes peaux, une âme avant de 20 mm et une âme arrière de 30 mm. La densité du nida utilisé n'est pas indiquée, mais d'après ses caractéristiques mécaniques et les données constructeurs pour du nida aluminium 3003, on peut l'estimer autour de 45 kg/m^3 . Les deux boucliers testés ont donc une masse surfacique respective de 10 et 14 kg/m^2 . Aucune rupture n'est observée pendant les tests. Un modèle éléments finis est réalisé et est jugé capable de représenter correctement ces deux cas d'impact.

- Une étude de 2015 par Hedayati et al. analyse l'effet de la position d'une plaque insérée au milieu d'un sandwich pour former un double couche [Heda15], sous un impact à 140 m/s. Sur un cas similaire à celui de Hanssen et al. [Hans06] (trois peaux 2024 T3 de 0.8 mm, âme en mousse aluminium de 300 kg/m^3 de 53 mm d'épaisseur totale, soit une masse de 22 kg/m^2), les auteurs font varier la position de la plaque intérieure en gardant l'épaisseur totale constante. Ils observent que la flèche arrière minimale est obtenue pour le cas où la plaque intérieure est placée au milieu. Ils étudient ensuite l'intérêt de mettre deux âmes de densités différentes et concluent que la configuration optimale est obtenue pour une âme de densité 150 kg/m^3 à l'avant et de 300 kg/m^3 à l'arrière. On peut remarquer que dans cette étude, les peaux ne sont fixées à l'âme que par les 6 rivets sur le bord. Aucun lien surfacique n'est modélisé.

- Dans [Liu15], les auteurs testent et modélisent un impact à 150 m/s sur un sandwich double couche de 600 par 600 mm, encastré sur les bords. Le bouclier est réalisé à l'aide de trois peaux en 2024 T3 de 1.62 mm et de couches de mousse aluminium de 300 kg/m^3 , de 20 et 30 mm d'épaisseurs (respectivement face à l'impact et à l'extérieur), soit une masse de 28 kg/m^2 . Les peaux et les âmes sont collées ensemble. Le modèle numérique est jugé satisfaisant pour représenter le comportement du bouclier sous l'impact. On peut remarquer que, bien que beaucoup plus lourd que les boucliers testés dans leur étude précédente [Liu12] (28 kg/m^2 au lieu 14 kg/m^2), cette solution donne une flèche arrière plus grande (60 mm au lieu de 50 mm). Deux études paramétriques sont ensuite réalisées :

Tout d'abord, sur un cas de sandwich simple, les auteurs ont fait varier l'épaisseur des peaux et de l'âme, tout en gardant une masse constante à 18 kg/m^2 . Les deux cas extrêmes sont donc : deux peaux de 3.27 mm et pas d'âme et deux peaux de 1.6 mm et une âme de 30 mm. Les résultats montrent que plus l'épaisseur de l'âme augmente, plus la flèche arrière et l'énergie totale absorbée par le bouclier augmente. On peut remarquer que cette énergie supplémentaire est principalement absorbée par l'âme, l'énergie absorbée par les peaux variant peu.

Une deuxième étude est réalisée, sur un sandwich double couche, où la position de la peau milieu varie en gardant une épaisseur totale d'âme fixe. Les peaux ont une épaisseur de 0.8 mm et l'épaisseur totale d'âme est de 50 mm, pour une masse surfacique de 21 kg/m^2 . La flèche arrière minimum est obtenue pour une épaisseur de l'âme avant nulle, i.e. pour un sandwich simple couche avec une peau avant doublée. Cette configuration donne également le minimum d'énergie absorbée par le sandwich. Le maximum de flèche et d'énergie absorbée est obtenu par la configuration inverse, i.e. un sandwich simple avec une peau arrière doublée.

Ces deux dernières études semblent donc contradictoires sur la position optimale de la peau intérieure dans le cas d'un sandwich double couche. Cela peut s'expliquer par le fait que les cas sont légèrement différents (impacteur cylindrique pour [Liu15], à bout hémisphérique pour [Heda15]), mais surtout par le fait que dans [Heda15], aucune liaison entre les peaux et l'âme n'a été modélisée. En effet, comme on va le voir plus loin, l'interaction entre les peaux et l'âme est fondamentale dans le comportement d'un sandwich.

2. COMPORTEMENT DES STRUCTURES SANDWICHES SOUS SOLLICITATIONS DYNAMIQUES

Comme vu précédemment, peu d'articles dans la littérature traitent du comportement d'un bouclier sandwich sous impact d'oiseau. On va donc s'intéresser ici au comportement des sandwichs sous d'autres types de sollicitations dynamiques.

Aux vitesses considérées, l'impact d'oiseau sur une structure peut être qualifié de mou. En effet, le projectile se déformant considérablement durant l'impact, il y aura alors une forte influence de la réponse de la cible sur l'écoulement de l'impacteur, et donc sur la répartition des efforts de contact sur la surface. De plus, après les instants initiaux, la pression exercée sur la cible va se répartir sur une grande surface, et les gradients de pression sur cette surface de contact resteront faibles.

On peut opposer à l'impact mou l'impact dur, où le projectile est suffisamment résistant et rigide (par rapport à la cible) pour être considéré comme indéformable. La réponse de la cible va bien sûr influencer la répartition dans le temps des efforts de contact (cible plus ou moins rigide) mais moins sur la répartition dans l'espace, l'impacteur ne se déformant pas. La pression exercée sur la cible va donc rester localisée durant tout l'impact sous l'impacteur, et de très forts gradients de pression peuvent apparaître, favorisant la perforation de la cible.

Un autre type de sollicitation dynamique présente des similarités avec l'impact mou : le blast. Lors d'un blast, la structure est impactée par une onde de pression résultant d'une explosion. La pression exercée sur la face avant de la cible va donc être répartie sur l'ensemble de sa surface, sans gradient important.

Afin de présenter le comportement des structures sandwiches sous sollicitations dynamiques, on va dans un premier temps s'intéresser au comportement dynamique de ses matériaux constitutifs, i.e. les peaux métalliques et les âmes. Ensuite nous donnerons un aperçu du comportement des sandwichs sous impact dur, puis sous blast.

2.1 Comportement dynamique des matériaux

2.1.1 Les peaux métalliques

Les métaux ductiles, tel l'aluminium ou l'acier, ont un comportement plastique qui évolue en fonction des conditions de sollicitation. En effet, pour certains métaux, la contrainte d'écoulement augmente avec la vitesse de sollicitation et diminue avec la température du matériau. Deux modélisations sont principalement utilisées pour décrire cette évolution :

- Le modèle le plus communément utilisé est le modèle de Johnson-Cook [John85] :

$$\sigma_y = (A + B\varepsilon_p^n) \left(1 + C \ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0}\right)\right) \left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T_m - T_0}\right)^m\right) \quad \text{Eq (I-5)}$$

avec σ_y la contrainte d'écoulement, ε_p la déformation plastique équivalente, $\dot{\varepsilon}_p$ sa dérivée par rapport au temps, $\dot{\varepsilon}_0$ une vitesse de déformation de référence, T_0 et T_m les températures ambiantes et de fusion, et A, B, C, n et m des paramètres matériau.

- Un autre modèle couramment utilisé est le modèle de Cowper-Symonds [Cowp57] :

$$\sigma_y = (A + B\varepsilon_p^n) \left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}_p}{D}\right)^{\frac{1}{q}} \quad \text{Eq (I-6)}$$

où A, B, D et q sont des paramètres matériau. Ce modèle a l'avantage de ne pas diverger vers $-\infty$ quand la vitesse de sollicitation tend vers 0 (situation quasi-statique), mais ne représente pas la dépendance en température.

- Ces deux modèles sont parfois mélangés afin de représenter la dépendance en température et les situations quasi-statiques :

$$\sigma_y = (A + B\varepsilon_p^n) \left(1 + \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^c \left(1 - \left(\frac{T - T_0}{T_m - T_0}\right)^m\right) \quad \text{Eq (I-7)}$$

Ce modèle est utilisé pour décrire le comportement de l'aluminium 5083 dans [Clau04] et [Abdu13].

De nombreux autres modèles de comportements, prenant en compte ou non l'effet de la vitesse de déformation, existent dans la littérature. Néanmoins, ils sont en général plus complexes et utilisés dans des cas d'application très particuliers. Pour notre cas, où l'on recherche un modèle générique avec peu de paramètres, les modèles présentés ci-dessus sont mieux adaptés.

2.1.2 L'âme

Les matériaux utilisés en tant qu'âme dans les structures sandwiches sont généralement des matériaux cellulaires. Ils sont constitués d'un motif initial répété un grand nombre de fois pour obtenir la pièce complète. Cette répétition peut être régulière, comme dans le cas des treillis, ou aléatoire, comme pour les mousses. Le motif initial pouvant comporter beaucoup de vide, ces matériaux ont des densités très faibles par rapport à leur matériau constituant. Les catégories les plus utilisées sont les mousses et les nids d'abeilles, mais il en existe de nombreux autres (cf. Figure I-11).

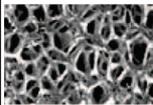
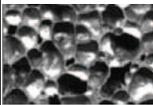
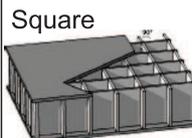
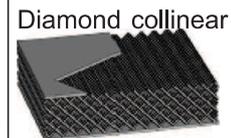
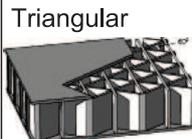
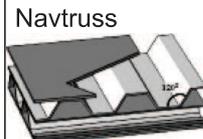
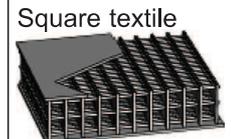
Cellular materials					
Stochastic		Periodic			
Open cell	Closed cell	2D		3D (lattice)	
		Honeycombs	Prismatic	Truss	Textile
		Hexagonal 	Triangular 	Tetrahedral 	Diamond textile 
		Square 	Diamond 	Pyramidal 	Diamond collinear 
		Triangular 	Navtruss 	3D kagome 	Square textile 

Figure I-11 : Classification des différents matériaux cellulaires [Zhu10]

Dans [Heim12], Heimbs présente les matériaux cellulaires les plus couramment utilisés en aéronautique, ainsi que leur densité, faible, et leur capacité d'absorption d'énergie massique, très importante. Grâce à ces caractéristiques, ces matériaux sont couramment utilisés comme âme pour des structures sandwiches [Gibs99].

Comportement des matériaux cellulaires

D'après Gibson et Ashby [Gibs99], les matériaux cellulaires ont une courbe d'écrasement typique constituée d'une partie élastique, d'un plateau relativement long, puis d'une densification (cf. Figure I-12a).

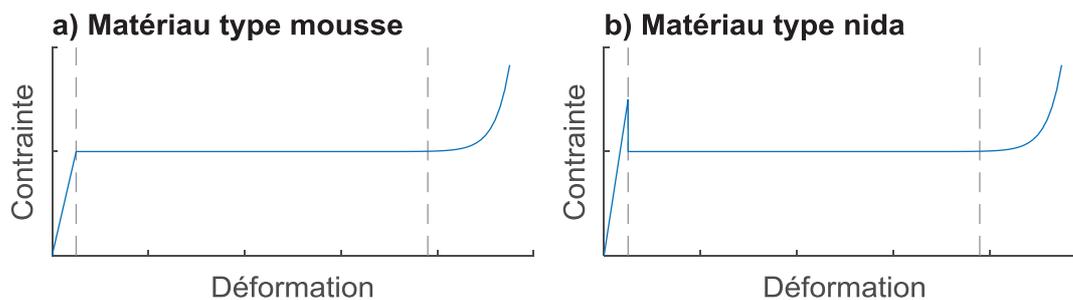


Figure I-12 : Courbes d'écrasement type des matériaux cellulaires

Suivant la géométrie du motif élémentaire, la résistance initiale (matériau parfaitement sain) peut être supérieure à la contrainte du plateau et la courbe présente alors un pic initial (cf. Figure I-12b) lors de l'écrasement dans une direction particulière. C'est le cas par exemple des nidas et des kagomes. Ce pic provient de la régularité de la géométrie interne du matériau cellulaire, et est donc moins important sur des matériaux à géométrie aléatoire (mousse) ou préalablement endommagés.

La modélisation des matériaux cellulaires peut se faire de deux façons distinctes : on peut chercher à modéliser sa structure interne ou modéliser le matériau de façon homogène en utilisant des lois macroscopiques.

- La modélisation par éléments finis de la structure interne permet généralement une bonne représentation du comportement du matériau cellulaire ([Aubr14] pour les mousses, [Radf07, Toun13] pour les nidas). Néanmoins, si la différence d'échelle entre la structure interne et la structure complète est trop grande, cette stratégie peut être irréalisable du fait du nombre d'éléments nécessaires. Une solution est alors l'utilisation d'une stratégie hybride, comme dans [Buit10], avec une modélisation fine dans la zone d'intérêt et une modélisation homogénéisée plus loin (cf. Figure I-13).

- Les lois matériaux homogénéisées peuvent être des modèles phénoménologiques basés sur des essais [Desh00a, Kolo13, Mill00], ou bien des lois plus complexes basées sur une modélisation analytique de la microstructure [Gibs89]. Dans la littérature, l'un des modèles les plus utilisés pour les mousses métalliques est celui présenté dans [Desh00a] par Deshpande et Fleck (par exemple dans [Hans06, Hohe12]). Dans [Hans02], 9 modèles de mousses sont comparés à des essais. Les auteurs concluent qu'aucun des modèles ne permet de représenter fidèlement l'ensemble des cas testés et que le choix d'un modèle particulier doit être fait en fonction de l'utilisation, en particulier en ce qui concerne la rupture.

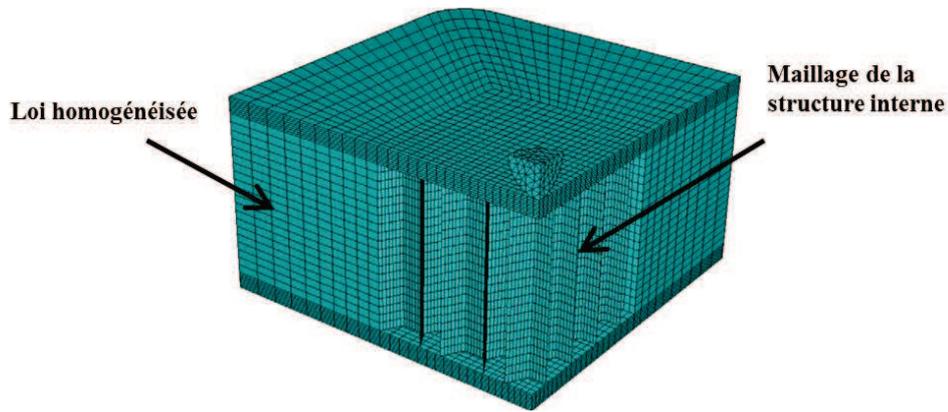


Figure I-13 : Modélisation fine dans la zone d'intérêt, homogénéisée autour [Buit10]

Dans le cas particulier des nidas et autres matériaux cellulaires présentant une courbe avec un pic initial (Figure I-12b), la modélisation par éléments finis pose un problème particulier. En effet, l'existence du pic est un phénomène global et ne peut donc pas être décrit simplement par une succession d'éléments par définition indépendants les uns des autres et ayant un comportement homogénéisé. Le pic n'existant que dans une direction privilégiée, une stratégie couramment utilisée est de n'utiliser qu'un seul élément dans cette direction. Cet élément peut donc suivre une loi globale, obtenue par recalage sur des essais ou des modèles éléments finis modélisant la structure interne. Cette stratégie est utilisée par exemple dans [Kolo13].

Le comportement en cisaillement des matériaux cellulaires est similaire au comportement en écrasement. Les lois homogénéisées de mousses prennent généralement en compte l'interaction écrasement-cisaillement par l'utilisation de critères basés sur une déformation équivalente. Le comportement des nidas étant fortement anisotrope, les lois utilisées ne sont généralement pas basées sur une déformation équivalente et il est donc plus complexe de représenter cette interaction. Plusieurs articles cherchent à étudier cette interaction dans les nidas par des expériences et/ou des modélisations de la structure interne. Dans [Hong08, Hou11, Toun13], les auteurs proposent des surfaces de ruptures elliptiques. Dans [Toun13], les auteurs montrent que l'influence des effets de bords devient très importante quand le cisaillement augmente, ce qui met en doute la validité de l'utilisation d'une loi homogénéisée. Dans [Kolo13], les comportements en écrasement et en cisaillement sont considérés découplés.

Comportement dynamique

Les matériaux cellulaires sont susceptibles d'avoir une contrainte d'écoulement qui augmente lorsqu'ils sont sollicités dynamiquement. Outre l'effet de la vitesse de déformation dans le matériau constituant, trois raisons sont évoquées dans la littérature pour expliquer ce phénomène :

1) Stabilisation du flambage par inertie

En fonction de leur géométrie interne, certains matériaux cellulaires s'écrasent par flambage des parois. C'est le cas en particulier des nidas ou des tubes absorbeurs d'énergie utilisés dans l'industrie automobile. Dans ce cas, l'inertie des parois entraîne un retard au flambage qui est fonction de la vitesse de sollicitation. En 1984, Calladine et English proposent une classification des structures selon leur géométrie et montrent que les structures de type II sont soumises à ce phénomène [Call84]. En effet, comme on peut le voir sur la Figure I-14, l'accélération latérale du point charnière **A** est directement liée à l'accélération de **B** mais

aussi au rapport de longueurs h/L qui tend vers l'infini pour une structure parfaitement verticale. Dans les structures de type II, l'inertie du point A va donc opposer une résistance au flambage d'autant plus grande que la sollicitation sera rapide.

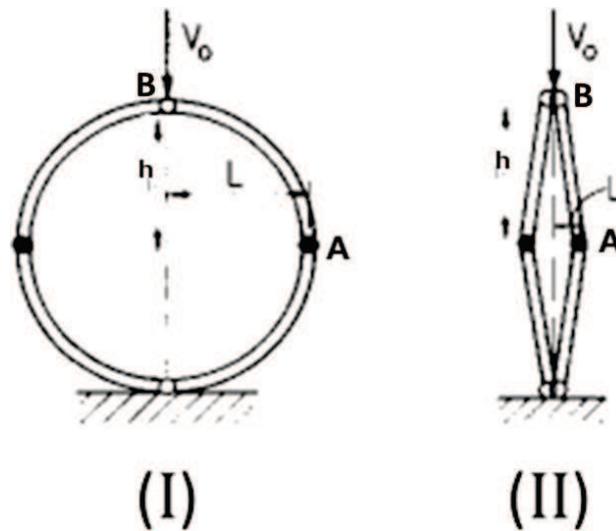


Figure I-14 : Classification des structures en deux types [Call84]

Su et al. ont étudié l'influence de cet effet par rapport à l'effet de vitesse de sollicitation dans le matériau constituant en utilisant un modèle analytique [Su95a, Su95b]. Cet effet est également connu pour stabiliser le flambage global de tubes impactés verticalement. Dans [Abra97], les auteurs montrent que cet effet retarde la transition flambage local / flambage global pour des tubes d'absorption d'énergie.

2) Accumulation de matière devant le front d'onde (phénomène d'onde de choc)

Lors de l'écrasement d'un matériau cellulaire à grande vitesse, on peut observer un changement de mode d'écrasement. Au lieu d'avoir une ruine répartie dans l'ensemble de la structure, l'écrasement se concentre sur la face impactée et progresse en direction de la face arrière. On peut voir cet effet clairement sur les simulations de [Tan05] (cf. Figure I-15).

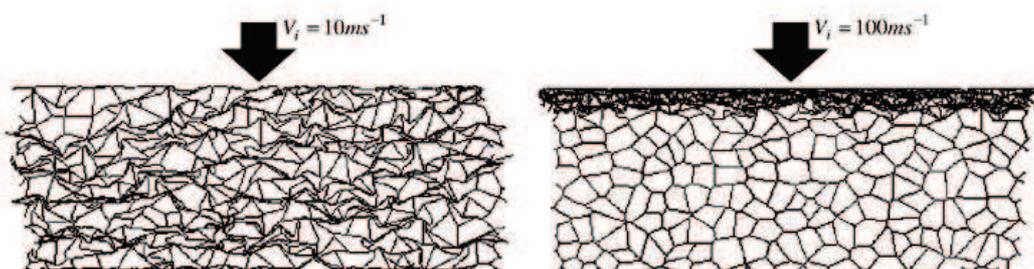


Figure I-15 : Création d'une onde de choc dans le matériau cellulaire [Tan05]

Ce phénomène est dû à l'inertie de la structure interne du matériau cellulaire, qui retarde sa ruine. Si l'impacteur a une vitesse supérieure à un certain seuil (dépendant du matériau cellulaire), il se crée une accumulation de matière du côté de l'impacteur, tout à fait similaire au phénomène que l'on peut observer dans un fluide lors de la création d'un choc. Dans [Reid97], les auteurs montrent que ce phénomène peut être analysé en utilisant les relations de Rankine-Hugoniot décrivant les chocs dans les fluides.

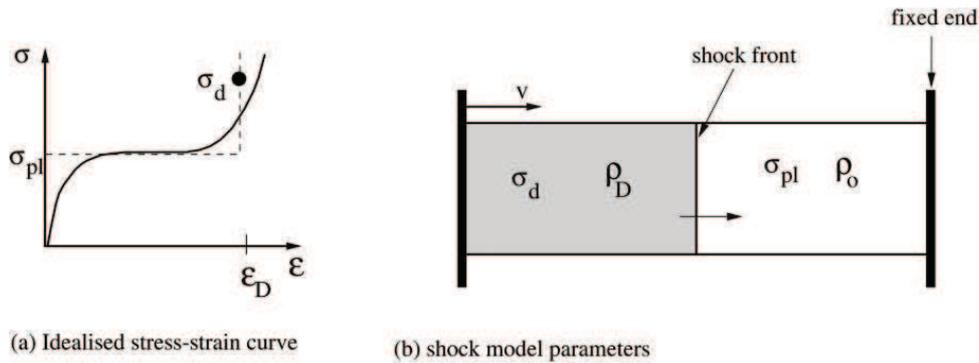


Figure I-16 : Modélisation du phénomène d'onde de choc [Desh00b]

En posant le problème comme sur la Figure I-16, on obtient la relation :

$$\sigma_d = \sigma_{pl} + \frac{\rho_0 v^2}{\epsilon_D} \quad \text{Eq (I-8)}$$

Cet effet est particulier car comme il s'agit d'un choc, il n'y a pas d'équilibre entre la face avant et arrière du matériau cellulaire et l'augmentation de la contrainte est uniquement visible sur la face impactée. En 2006, Lee et al. ont utilisé des barres de Kolsky pour étudier des mousses aluminium à 85 m/s [Lee06]. En fixant l'échantillon sur la barre de mesure ou sur l'impacteur, ils ont pu mesurer respectivement la contrainte sur la face arrière et sur la face impactée. On peut voir la comparaison des mesures et du modèle d'onde plastique sur la Figure I-17.

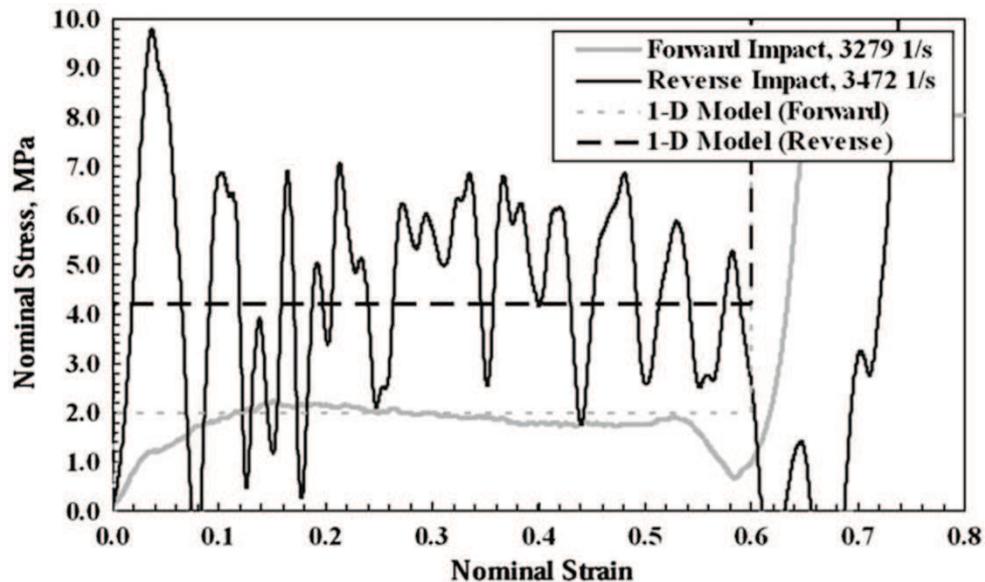


Figure I-17 : Effet d'onde de choc. Non-équilibre entre les deux faces de l'échantillon [Lee06]

Le modèle permet de décrire très bien la contrainte moyenne vue par les deux faces. On peut remarquer que, d'après Eq (I-8), cet effet est d'autant plus important que la densité initiale du matériau cellulaire, et la déformation seuil de densification (ϵ_D), sont grandes. Cela est cohérent avec le fait que cet effet est surtout pris en compte dans les études portant sur des mousses métalliques, qui ont une densité plus importante que les autres matériaux cellulaires.

3) Effet d'écroutissement du matériau constituant

Le troisième effet provient de la combinaison de l'effet de stabilisation du flambage et de l'écroutissement du matériau constituant. En effet, sur une structure de type II et avant le début

du flambage, le matériau constituant subit une contrainte verticale égale à la force de flambage divisée par la surface travaillante. Si l'effet de stabilisation augmente l'effort de flambage, il augmente donc cette contrainte qui peut alors écraser le matériau. Par la suite, les parois seront plus résistantes au pliage et la contrainte d'écrasement du matériau cellulaire sera augmentée. Cet effet est présenté dans [Kolo13] sur un nida aluminium (cf. Figure I-18).

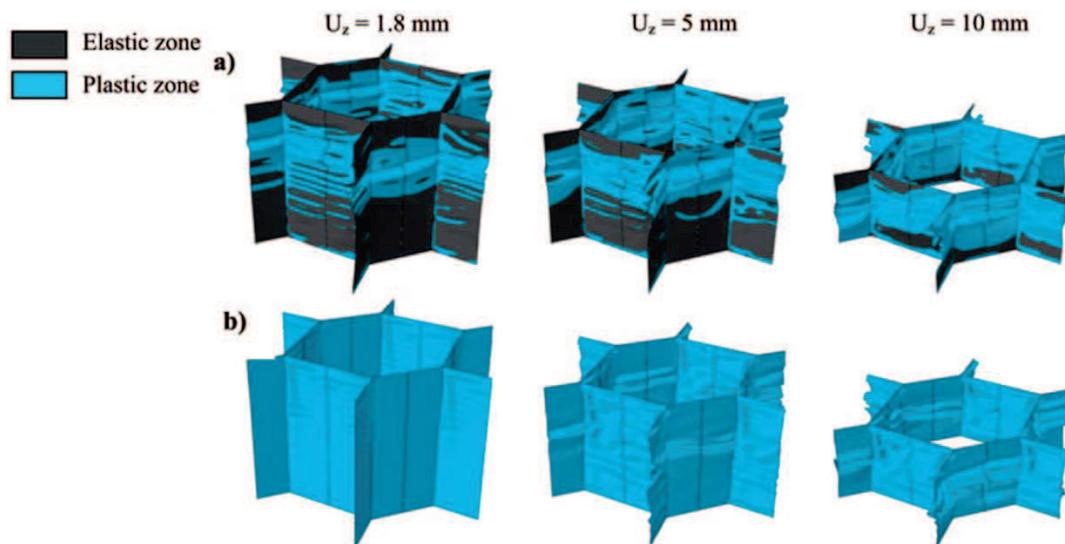


Figure I-18 : Écrasement d'un nida aluminium (a) 12 m/s and (b) 120 m/s [Kolo13]

Ces trois effets, associés à la sensibilité du matériau constituant à la vitesse de déformation, vont être plus ou moins importants suivant les vitesses, les géométries, les matériaux constituants, etc. Dans [Hou12], les auteurs montrent l'importance de l'effet de stabilisation par inertie pour des nidas aluminium. Ils montrent également que l'écrasement du matériau constituant peut avoir un effet significatif, plus important pour les nidas en aluminium 3003 que pour ceux en aluminium 5052. Aucune sensibilité de l'aluminium à la vitesse de déformation n'a été modélisée. Dans [Radf07], les auteurs observent un effet dynamique sur des nidas carrés en acier. Ils identifient trois raisons : la sensibilité de l'acier à la vitesse de déformation, l'effet stabilisateur et l'effet d'écrasement. Dans [Tan12], Tan et al. montrent que si l'effet d'onde de choc permet de modéliser le comportement des mousses aluminium, ajouter l'effet de stabilisation par inertie permet d'être plus précis. Ils soulignent également que dans la théorie sur l'onde de choc, un paramètre important est la déformation seuil de densification ε_D (cf. Figure I-16a), et qu'en réalité elle augmente en fonction de la vitesse. Dans [Tao15], les auteurs étudient l'importance relative de la sensibilité du matériau constituant à la vitesse de déformation et de l'effet d'onde de choc dans les nidas. Ils montrent que cette importance relative dépend fortement de la vitesse d'écrasement, des paramètres matériaux et des dimensions de la cellule du nida.

La modélisation de ces différents effets par éléments finis dépend de la finesse du modèle choisi. Dans une modélisation très fine, représentant la structure interne du matériau cellulaire et avec une loi matériau prenant en compte la vitesse de sollicitation, tous ces phénomènes sont naturellement modélisés. Si on utilise une loi matériau homogénéisée avec plusieurs éléments dans l'épaisseur, il devient nécessaire d'inclure dans cette loi la sensibilité du matériau constituant, l'effet d'écrasement et les effets de stabilisation du flambage. Le phénomène d'onde de choc est naturellement modélisé par le fait qu'il y a suffisamment d'éléments dans l'épaisseur. Si on utilise un seul élément dans l'épaisseur, il faut intégrer tous ces effets dans la loi homogénéisée. On peut remarquer que dans ce cas, il est impossible de représenter le déséquilibre de la face avant et arrière dû au choc.

2.2 Les sandwichs sous impact dur

Comme on l'a vu, le comportement à haute vitesse des âmes et des peaux est complexe. On va voir ici que dans le cas d'un impact dur, l'interaction entre les deux va également être très importante.

D'après Hoo Fatt et Sirivolu [HooF10], l'impact dur sur sandwich peut se décomposer en deux phénomènes : une indentation locale (cf. Figure I-19a) apparaissant dans un premier temps, suivie d'une flexion globale (cf. Figure I-19b). Dans leur article, ils modélisent l'indentation locale comme faisant intervenir uniquement la peau avant supportée par l'âme, puis la flexion globale comme un problème classique de flexion d'un sandwich (cisaillement dans l'âme, traction/compression dans les peaux). La modélisation complète est présentée comme la combinaison de ces deux phénomènes.

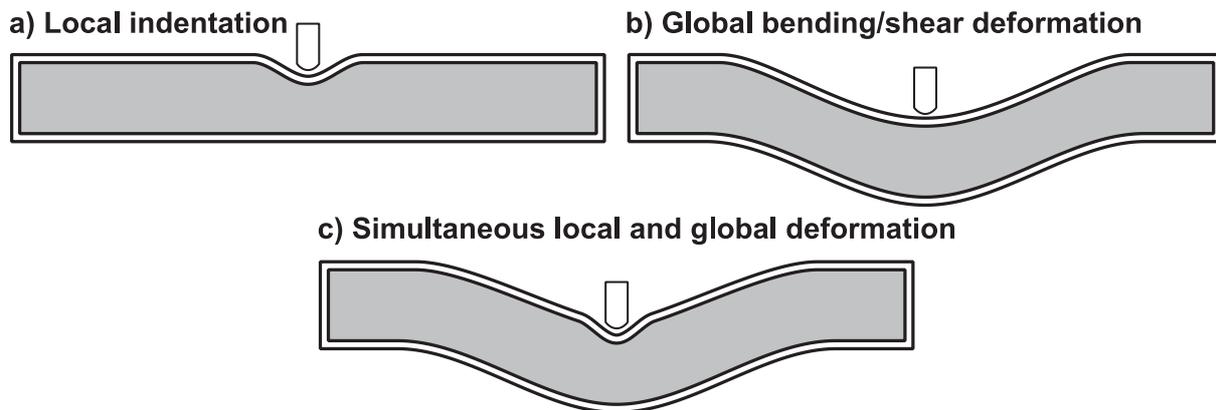


Figure I-19 : Impact dur sur sandwich [HooF10]

Dans [Gold97], les auteurs montrent par une étude expérimentale que la résistance du panneau sandwich est gouvernée par la résistance à la perforation de la peau avant, et que la forme du projectile a une influence significative sur celle-ci. Ils montrent également que, dans le cas d'un projectile traversant, la limite balistique du sandwich est différente de ce qu'on pourrait calculer à partir des énergies absorbées par les composants impactés individuellement. Ils attribuent ce résultat au fait que des interactions entre la peau et le cœur ont lieu durant l'impact.

En 2010, Zeng et al. impactent des sandwichs avec un cœur de billes creuses et des peaux métalliques [Zeng10]. Ils utilisent des cœurs à gradient de densité et montrent que la perforation de la peau avant dépend fortement de la résistance à l'écrasement de la couche située juste derrière. En effet, dans le cas d'un gradient décroissant, cette couche a une forte résistance et l'effort va être localisé autour de l'impacteur, qui va perforer la peau avant puis l'ensemble du sandwich. Mais si le gradient est croissant, la première couche d'âme a une faible résistance, et celle-ci va s'écraser ce qui va limiter les efforts sur la peau avant, qui va alors résister à la perforation. Au final, l'énergie totale absorbée va être plus grande. Les auteurs soulignent en particulier que cet effet n'apparaît qu'en dynamique ; les essais quasi-statiques ne montrant aucune différence de comportement entre les deux gradients.

Dans [Kolo13], Kolopp et al. montrent que la hauteur de l'âme peut jouer un rôle important dans la perforation de la peau avant. Comme présenté sur la Figure I-20, une âme trop épaisse fait que les peaux ne travaillent pas ensemble, ce qui explique que les plaques monolithiques sont parfois plus avantageuses que les sandwichs.

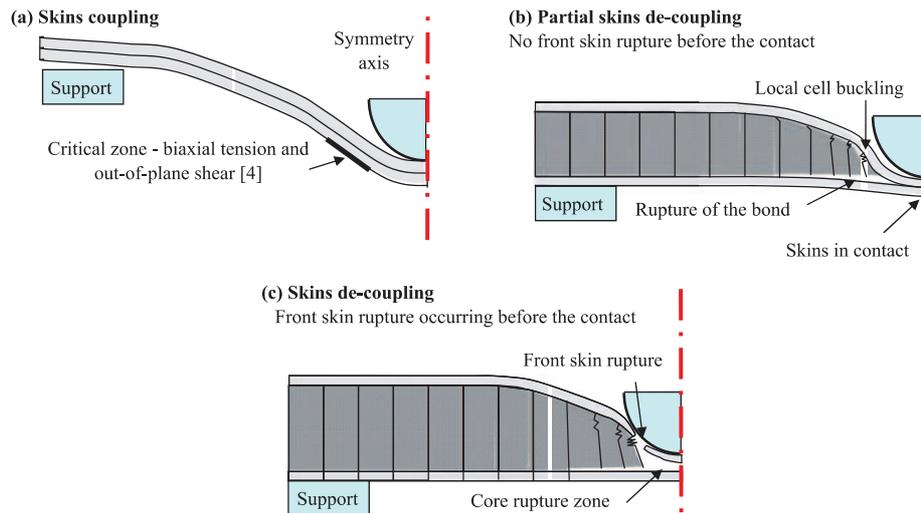


Figure I-20 : Effet de la hauteur de l'âme sur le comportement des peaux [Kolo13]

Dans sa thèse [Kolo12], Kolopp étudie le comportement de divers sandwichs sous impact dur. En faisant varier les peaux et les âmes, elle montre que l'interaction entre les deux est une composante essentielle du comportement du sandwich. En particulier, elle montre qu'une âme souple permet au sandwich de fléchir, et donc aux peaux de travailler en membrane, alors qu'une âme rigide va favoriser la perforation de la peau avant par localisation des contraintes et déformations, tout comme l'ont montré Zeng et al.

Zhang et Zhang, dans [Zhan13], cherchent à optimiser un cœur de mousse aluminium dans un sandwich sous impact dur, en faisant varier le gradient de densité à masse totale constante. Le projectile impactant le sandwich ne traversant pas, ils ne prennent pas comme objectif l'absorption maximale d'énergie (le projectile est toujours arrêté, donc l'énergie absorbée est toujours la même), mais la minimisation de l'effort transmis au support du sandwich. Comme on peut le voir sur la Figure I-21, le gradient de densité a un effet très important sur la répartition du dommage dans le cœur du sandwich. Ils montrent que le gradient décroissant permet de minimiser l'effort transmis. On peut voir aussi qu'avec ce gradient le projectile pénètre moins dans le sandwich.

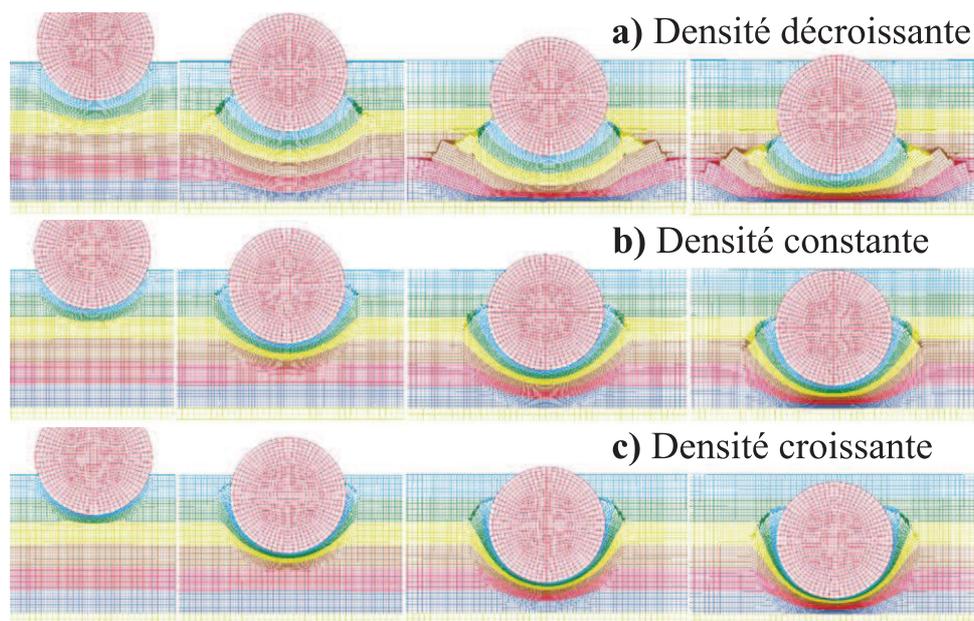


Figure I-21 : Optimisation du gradient de densité pour un impact dur [Zhan13]

2.3 Les sandwichs sous blast

Le comportement des sandwichs sous blast est aussi très influencé par l'interaction entre l'âme et les peaux. Dans [Dhar08], Dharmasena et al. présentent la chronologie du comportement d'un sandwich sous blast (cf. Figure I-22). Dans un premier temps, l'onde de choc est réfléchiée sur la peau avant, et met celle-ci en vitesse (phase a). Ensuite, la peau avant se déplace vers l'arrière et un front d'onde plastique (cf. section 2.1.2) apparaît dans l'âme, se propageant vers la peau arrière. Celle-ci est soumise à une contrainte égale au plateau de compression de l'âme, à l'avant du front d'onde (phase b). Enfin, ce front d'onde atteint la peau arrière (âme au centre complètement densifiée) et l'effort transmis à la peau arrière n'est plus limité par le plateau de compression de l'âme. Une flexion globale du sandwich apparaît alors. Si la peau avant est fixée sur ses bords, celle-ci va également travailler en membrane (phase c).

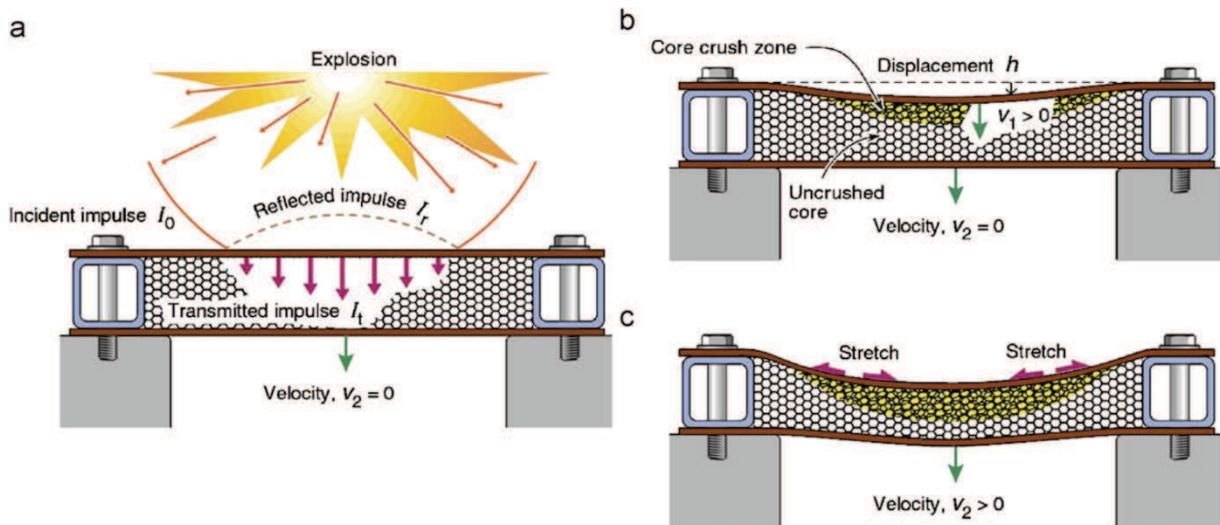


Figure I-22 : Chronologie de la déformation d'un sandwich sous blast [Dhar08]

Dans leur étude, les auteurs montrent l'importance de l'épaisseur initiale de l'âme, qui va définir l'instant de transition entre les phases b et c. Ils présentent également l'importance de l'épaisseur de l'âme après densification, qui influe sur la rigidité de flexion du sandwich dans la phase c.

Dans une série de travaux expérimentaux à l'Université de Cape Town, Nurick et al. étudient le comportement de sandwichs avec âme en nida aluminium sous blast [Kara09, Nuri09, Chi10]. Les auteurs montrent que, s'il n'y a pas de déchirement de la peau avant ni de densification du nida, la flèche arrière est directement liée à la force transmise par le nida à la peau arrière, c'est-à-dire au plateau d'écrasement. Ils soulignent l'importance du phénomène de densification sur la transmission des efforts à la peau arrière, et donc l'importance de l'épaisseur initiale de l'âme.

Enfin, dans [Liu14], les auteurs étudient numériquement l'influence du design d'un sandwich à âme à gradient de propriétés sous blast. En faisant varier le gradient de l'âme, l'épaisseur relative des deux peaux (à masse totale constante), et le lien adhésif entre les peaux et les différentes couches d'âmes, ils montrent que des comportements assez différents peuvent être atteints. L'importance de l'adhésion pour la rigidité de flexion et donc pour limiter la flèche arrière est vérifiée. Les auteurs montrent également que cette flèche est limitée par une âme à gradient décroissant. Dans l'étude de la répartition de l'épaisseur des peaux, la flèche minimale est obtenue pour une peau avant de 3 mm et une peau arrière de 7 mm. Néanmoins,

la variation de la flèche avec ce ratio n'est pas monotone (cf. Figure I-23), ce qui montre qu'un changement de mode de comportement a lieu et que le problème n'est pas simple.

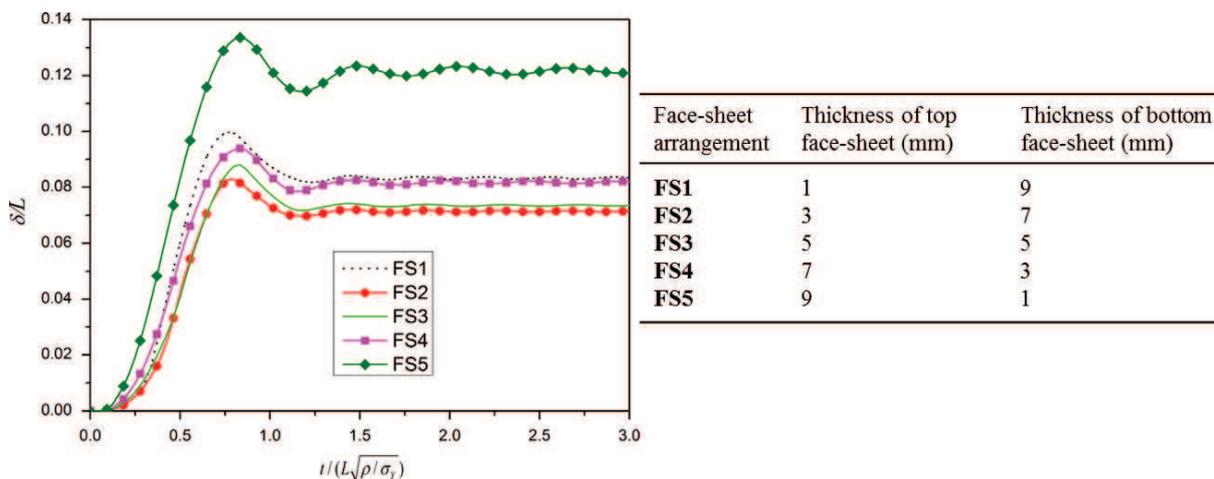


Figure I-23 : Évolution de la flèche arrière pour différents ratio d'épaisseur des peaux [Liu14]

2.4 Remarques et conclusion

Comme on l'a vu, un grand nombre d'études portant sur le comportement de sandwichs sous sollicitations dynamiques existe. Néanmoins, il n'est pas aisé de les comparer car toutes ces études n'ont pas la même définition du cas optimal. Un bouclier est-il meilleur quand il limite la flèche arrière ? Quand il absorbe un maximum d'énergie ? Quand il limite l'effort transmis ? La pression transmise ? Tous ces critères ne donnent pas forcément le même résultat. On peut essayer ici de donner quelques réflexions sur ce choix :

- Un certain nombre d'études prennent comme critère l'énergie totale absorbée par le bouclier. Cela a l'avantage d'être un critère global (qui concerne l'ensemble du sandwich). Ce choix prend tout son sens dans le cas de l'étude d'un blindage à l'impact dur lorsque le projectile traverse le bouclier. L'énergie totale absorbée est alors simple à mesurer (vitesse du projectile avant / après), et représente bien le niveau de protection offert car plus l'énergie absorbée est grande, moins le projectile est rapide, et donc dangereux, après la traversée du blindage. Néanmoins, dans le cas d'un projectile non traversant ce critère n'a plus beaucoup de sens. En effet, la vitesse du projectile après l'impact importe peu, puisqu'elle n'est plus dirigée vers la cible. Un bouclier parfaitement élastique par exemple, permet de protéger la structure qui le supporte, alors qu'il a une absorption nulle.

- Un autre critère parfois utilisé en impact dur est la limite balistique, c'est-à-dire la vitesse maximale à laquelle un projectile est arrêté par le bouclier. Dans le cas du blast, on peut parler d'impulsion maximale sans rupture. C'est un critère global également, mais il va dépendre fortement de la forme du projectile ou de l'onde de choc. De plus, il faut bien définir la rupture du bouclier : première rupture de la peau avant, rupture de la peau arrière, arrachement des conditions aux limites ? Ce critère permet de dire qu'un bouclier protégera d'un impact plus rapide que cet autre bouclier, mais il ne permet pas de dire quel bouclier protège le mieux à un impact donné, ce qui est souvent l'objectif de l'étude.

- Si le projectile ne traverse pas le bouclier, on peut alors utiliser des critères de protection de la structure à protéger (appelée 'cible' par la suite). On peut en citer 4 : la flèche arrière, la force maximale transmise, la pression maximale transmise et l'impulsion transmise (intégrale de la force dans le temps). Si la structure supportant le bouclier (le 'support') n'est

pas la cible, le critère utilisé est généralement celui de la flèche arrière. En effet, d'un point de vue industriel cette flèche définit une distance de sécurité minimale à prévoir entre le bouclier et la cible. Dans le cas où le support et la cible sont une seule et même structure, on peut utiliser des critères mesurant la transmission des efforts du bouclier au support. Du plus local au plus global, on peut parler de pression maximale appliquée, de force totale (intégrale de la pression sur la surface de contact) ou d'impulsion transmise. Ces critères ne sont pas toujours équivalents et suivant le cas d'application, ils seront plus ou moins pertinents.

Dans le cadre de cette thèse, on étudie un bouclier sandwich sous un impact donné, qui ne varie pas. De plus, on ne s'intéressera qu'aux cas où l'oiseau est arrêté par le bouclier. Les critères de type énergie absorbée et vitesse balistiques ne seront donc pas utilisés. On étudiera donc trois critères de protection de la cible : la flèche arrière, la pression maximale transmise au support et la force maximale transmise au support. On s'attachera à décrire l'évolution de ces trois critères sans se focaliser sur l'un d'entre eux, et en explicitant les différences qui peuvent apparaître.

Comme on l'a vu dans cette étude bibliographique, le comportement des sandwichs sous sollicitations dynamiques est complexe. Un grand nombre de phénomènes, autant dans les matériaux constituants que dans les interactions entre l'âme et les peaux, peuvent avoir lieu, modifiant parfois drastiquement le comportement du sandwich. Un sandwich est défini par un grand nombre de paramètres, qu'ils soient matériaux ou géométriques, et si l'influence d'un certain nombre d'entre eux a été étudiée, il est difficile de généraliser ces études dès que l'on fait varier un autre paramètre. En effet, on a vu que certaines études donnent des résultats a priori contradictoires, qui peuvent s'expliquer par le fait que les cas étudiés ne sont pas parfaitement identiques et que les interactions entre les différents paramètres ont beaucoup d'influence.

Afin de pouvoir concevoir des boucliers qui protègent mieux la cible, il est donc nécessaire de comprendre le comportement global des boucliers sandwichs sous impact mou, et ceci sur l'ensemble de leur domaine de définition. On s'attachera pour cela à faire une étude la plus large possible, prenant en compte un maximum de paramètres de définition du bouclier. De plus, il paraît nécessaire d'étudier non seulement l'effet des différents paramètres de définition, mais également leurs interactions. On fait donc le choix de favoriser la largeur de l'étude (nombre de paramètres) devant sa précision (estimation précise des influences).

3. MÉTHODES ET OUTILS

Réaliser une étude paramétrique implique de réaliser un grand nombre de simulations ou d'expériences, ce qui peut être coûteux (en temps et/ou en argent). Il est donc nécessaire de faire les bons choix pour limiter au maximum ces dépenses. Pour cela, il est nécessaire de choisir une stratégie qui permettra de tirer un maximum d'informations d'un minimum de données.

L'intérêt d'une étude paramétrique est d'enregistrer une grande quantité de données, ce qui peut devenir complexe à interpréter. Là encore, il est donc nécessaire d'utiliser un certain nombre d'outils d'analyse permettant de faire ressortir les principales tendances.

Dans notre cas, et comme on le verra dans les chapitres suivants, les simulations sont relativement peu coûteuses et il aurait pu être possible d'en réaliser un nombre bien plus important. Néanmoins, l'intérêt de cette thèse étant également de mettre en place une méthode qui pourra être réutilisée sur d'autres cas, il nous a paru important de chercher tout de même à limiter au maximum le nombre de calculs à réaliser.

Dans cette partie, nous allons donc présenter quelques méthodes et outils existants dans la littérature pour réaliser des études paramétriques numériques. On présentera tout d'abord la stratégie globale utilisée, puis chaque étape sera explicitée en donnant plusieurs exemples de méthodes.

3.1 Présentation de la stratégie globale

3.1.1 Notations

Avant de présenter les stratégies et méthodes existantes, on va définir ici un certain nombre de termes et de symboles utilisés par la suite :

On appellera le domaine étudié l'espace de design, ou de définition, noté \mathcal{E}_d . Étant créé par la variation des N_d paramètres de design, il est de dimension N_d . Un point quelconque de ce domaine représente donc un design particulier et est défini par N_d coordonnées, qui sont les valeurs de chaque paramètre en ce point. On étudie ce domaine en N_s points, que l'on appelle points de design. On notera $\mathbf{x}^{(i)}$ le $i^{\text{ème}}$ point, de coordonnées $x_k^{(i)}$, $k \in \llbracket 1 N_d \rrbracket$, et \mathbf{X} la matrice des points de design, de N_s lignes et N_d colonnes, qui est le plan d'expériences. On notera \mathbf{e}_k le vecteur unitaire dans la direction du paramètre k .

En chaque point, la simulation ou l'expérience nous permet d'évaluer (de mesurer ou de calculer) une grandeur appelée sortie. On notera $y^{(i)}$ la sortie obtenue au $i^{\text{ème}}$ point et \mathbf{Y} le vecteur des sorties, de N_s lignes. Le système étudié peut être vu comme une boîte noire et l'on peut le représenter par la fonction f , qui est inconnue mais que l'on peut évaluer. On a donc $f(\mathbf{x}^{(i)}) = y^{(i)}$, et plus généralement $f(\mathbf{X}) = \mathbf{Y}$. Généralement, on va étudier plusieurs sorties du même système, néanmoins elles seront considérées indépendantes et toutes les méthodes seront présentées ici pour une seule sortie, la généralisation à N_y sorties se faisant en les traitant indépendamment.

Le but de l'étude paramétrique est de mesurer l'influence (appelé aussi l'effet) de chaque paramètre sur la sortie et l'interaction entre les différents paramètres, c'est-à-dire la variation de l'influence d'un paramètre en fonction des autres paramètres. Mathématiquement,

l'influence d'un paramètre en un point est la dérivée de f selon ce paramètre en ce point, i.e. $\frac{\partial f}{\partial x_k}(\mathbf{x})$ et l'interaction d'un paramètre avec un autre est la dérivée seconde, i.e. $\frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_l}(\mathbf{x})$.

3.1.2 Choix du type d'étude

Afin d'étudier les influences des différents paramètres de définition du bouclier sur son comportement et sur la protection de la cible, on va donc réaliser une étude paramétrique. La réalisation d'un essai expérimental sur un bouclier demande des moyens importants. Un canon capable d'envoyer 1.82 kg à 170 m/s tout d'abord, mais aussi des moyens d'acquisition rapides, un caisson fermé pour réaliser les essais (à cause de l'étalement de la gélatine, cf. Figure I-5), etc. Ainsi, afin de réduire les coûts et pour pouvoir aller plus loin dans l'étude (plus grand nombre de configurations testées), il a été décidé de réaliser cette étude paramétrique numériquement.

Le choix de faire une étude numérique plutôt qu'expérimentale n'est pas anodin. Il existe plusieurs différences fondamentales qui vont avoir une influence forte sur la méthode utilisée :

- Lors d'un essai expérimental, il existe toujours une incertitude autour de la mesure. De plus, un certain nombre de paramètres ne sont pas parfaitement maîtrisés et il existe donc également une variabilité naturelle des résultats. Dans une étude expérimentale, il est donc nécessaire de répéter certains essais afin de mesurer et de maîtriser cette variabilité. Dans le cas d'une étude numérique, deux calculs avec les mêmes données d'entrée donneront toujours exactement le même résultat et il est donc inutile de les répéter. Le choix du plan d'expériences (liste des essais à réaliser \mathbf{X}) sera donc drastiquement différent.

- Une simulation numérique, bien qu'étant généralement réalisée pour représenter la réalité, peut se placer dans des cas qui peuvent ne pas exister réellement. Dans le cadre d'une étude paramétrique en particulier, les paramètres peuvent être pleinement indépendants, ce qui n'est pas toujours le cas dans la réalité. Par exemple, les différents paramètres d'un même matériau ne sont pas indépendants dans la réalité, mais dans une étude numérique il est parfaitement possible de s'affranchir de la réalité et de faire varier le module d'élasticité d'un matériau sans faire varier sa densité. Dans notre étude on cherche à estimer l'effet des différents paramètres du bouclier sur son comportement. Afin de mieux comprendre l'effet de chaque paramètre, il a été décidé de les considérer indépendants les uns des autres. De plus, cela permet de couvrir des matériaux qui n'existent pas aujourd'hui, mais que l'on pourrait créer pour l'usage s'ils s'avèrent intéressants. Dans une étude numérique il est également possible de considérer un certain nombre de paramètres continus, et pouvant prendre n'importe quelle valeur, ce qui n'est pas le cas en réalité.

3.1.3 La malédiction de la dimension

Lorsqu'on réalise une étude paramétrique, plus il y a de paramètres qui varient (les N_d dimensions du domaine) plus il faut d'essais pour bien connaître le domaine entier. En effet, le nombre de point augmente exponentiellement avec la dimension du domaine. Ainsi, pour avoir un point tous les 0.1 dans l'espace $[0, 1]$ de dimension 1, il faut 11 points. Pour avoir la même densité dans un espace de dimension 2, il faudra $11^2 = 121$ points. Si l'espace est de dimension 3, il faudra $11^3 = 1331$ points, etc. Cet effet, que l'on appelle la « malédiction de la dimension » (*The curse of dimensionality*), rend vite irréalisable une étude paramétrique avec un trop grand nombre de dimensions.

Dans la pratique, la première étape d'une étude paramétrique doit donc consister à réduire au maximum la dimension de l'étude. Pour cela, il est nécessaire de réaliser une première étude, avec un minimum de calculs, qui permet d'identifier les paramètres intéressants à étudier plus précisément. C'est ce qu'on appelle une étape de criblage des paramètres (*screening*).

Un autre problème qui apparaît avec la dimension du problème est celui de l'analyse et de la visualisation des résultats. En effet, s'il est aisé d'analyser un résultat variant avec une dimension lorsqu'il est représenté sous la forme d'une courbe, ou un résultat à deux dimensions avec une surface ; il est impossible de représenter un résultat variant selon plus de deux dimensions. Pour analyser ces résultats, il faudra donc réaliser des coupes dans le domaine, ou utiliser des méthodes globales d'analyse des résultats.

3.1.4 Stratégie utilisée

Le but d'une étude paramétrique est d'étudier la fonction inconnue et coûteuse à évaluer f . Néanmoins, l'étude d'une fonction nécessite généralement beaucoup d'évaluations, que ce soit pour des visualisations, des mesures de dérivées, des optimisations, etc. Pour pallier à cela, la solution utilisée classiquement consiste à construire une fonction mathématique \hat{f} permettant d'approximer la sortie y en tout point du domaine. On appelle cette fonction une surface de réponse ou un modèle réduit. Ce modèle peut être très simple (une droite pour une régression linéaire en une dimension) ou bien plus complexe, comme présenté plus loin. On va créer ce modèle réduit à l'aide de points évalués au préalable sur f , choisis dans le plan d'expériences.

Ce modèle est ensuite validé, puis utilisé comme substitut pour l'analyse du système réel f , puisqu'il permet d'obtenir très rapidement une estimation d'une sortie y en tout point. Il peut donc être utilisé pour des analyses de sensibilité ou une recherche d'optimum, à l'aide de diverses stratégies.

La stratégie globale de l'étude paramétrique est donc composée des étapes suivantes :

a) Une étude de criblage, pour identifier les paramètres les plus influents et réduire la taille du domaine à étudier.

b) Une phase de création du plan d'expériences, consistant à choisir de façon optimale les points $\mathbf{x}^{(i)}$ qui seront testés.

c) La simulation (ou l'expérimentation) proprement dite, où l'on va calculer (ou mesurer) les sorties $y^{(i)}$ en chaque point $\mathbf{x}^{(i)}$.

d) Le choix et la création de modèle réduit \hat{f} , permettant d'estimer la valeur de y en tout point du domaine.

e) La validation du modèle réduit précédemment créé. Si le modèle n'est pas validé, on peut choisir une nouvelle forme de modèle ou remonter à l'étape b) afin de choisir de nouveaux points à simuler pour enrichir la base de données.

f) L'étude du modèle réduit obtenu et éventuellement une optimisation sur le domaine.

Cette démarche est présentée sous forme d'organigramme en Figure I-24.

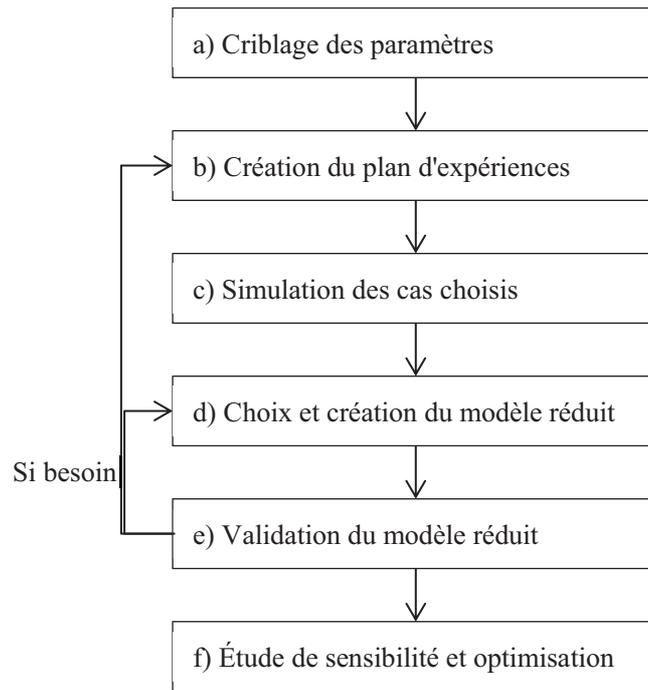


Figure I-24 : Stratégie globale d'étude paramétrique à l'aide d'un modèle réduit

Dans les paragraphes suivants, les différentes étapes sont présentées plus en détail et les méthodes existantes dans la littérature pour les réaliser sont explicitées. Pour plus de détails sur la stratégie globale et les différentes étapes, on peut voir les revues par Simpson et al. [Simp01] et par Queipo et al. [Quei05], ainsi que le livre de Forrester et al. [Forr08] et la toolbox Matlab fournie, qui permet de tester les différentes méthodes et fonctions.

3.2 Les méthodes de criblage

Le but d'un criblage est de réduire le domaine d'étude afin de limiter le coût (nombre de calculs ou d'expériences nécessaires) d'une étude paramétrique. Il s'agit donc de détecter les paramètres les plus influents avec un minimum de calculs (ou d'essais).

Les méthodes de criblage sont en fait très proches des méthodes d'analyse de sensibilité, que l'on va présenter dans le paragraphe 3.6.1. Mais là où une méthode d'analyse cherche principalement la précision dans le calcul de la sensibilité de chaque paramètre, une méthode de criblage cherche à obtenir une estimation de la sensibilité avec un minimum de calculs.

On va présenter ici trois méthodes de criblages classiquement utilisées. D'autres méthodes sont présentées dans la revue de Frey et Patil [Frey02].

Nominal Range Sensitivity

La méthode de criblage la plus simple possible est parfois nommée *Nominal Range Sensitivity* ou *Threshold Analysis* [Frey02]. Elle consiste à faire varier les paramètres un par un autour d'un point de référence, sur toute leur plage de variation. Dans sa version la plus économique, on réalise donc une évaluation sur le point de référence (en général le milieu du domaine) puis deux évaluations par paramètre, l'une où ce paramètre prend sa valeur maximale, l'autre où il prend sa valeur minimale. On obtient donc un plan d'expériences en étoile centré (cf. Figure I-25) qui comporte $N_s = 1 + 2 \cdot N_d$ points à évaluer.

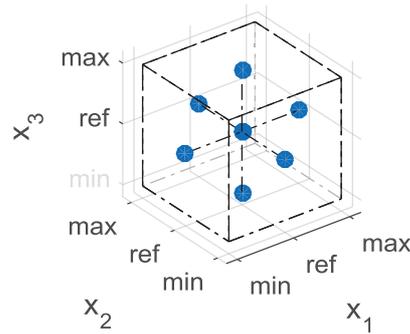


Figure I-25 : Plan d'expériences en étoile centré

Ce plan permet d'obtenir rapidement et à très bas coût une estimation de la gamme de variation de la sortie lorsque les paramètres varient sur toute leurs plages de variation, en supposant que la sortie est à peu près monotone en fonction des différents paramètres. Le point milieu permet également d'avoir une idée grossière de la linéarité de l'influence des paramètres. Par contre, aucune information sur les interactions entre les paramètres ne peut être obtenue avec cette méthode.

La méthode de Morris

La méthode de Morris, présentée dans [Morr91], consiste à mesurer la variation de la sortie en fonction d'une petite variation de chaque paramètre, et ceci un nombre p de fois. On notera F_k la mesure pour le paramètre k . Si la variation des paramètres (notée δ) est faible, on obtient la dérivée de la sortie en fonction de chacun des paramètres en un point, si elle est grande, on obtient la variation de la sortie sur une plage plus importante. En pratique, pour répartir les points calculés dans l'ensemble du domaine, Morris recommande de prendre p pair et $\delta = p/[2 \cdot (p - 1)]$ [Morr91].

Chaque mesure F_k nécessite donc d'évaluer la fonction f deux fois : en \mathbf{x} et en $\mathbf{x} + \delta \cdot \mathbf{e}_k$. Pour réaliser p mesures indépendamment les unes des autres, il faudrait donc réaliser $2pN_d$ évaluations. Néanmoins, pour la mesure de F_k , on peut prendre comme première évaluation de f la deuxième évaluation utilisée pour la mesure de F_{k-1} . On obtient donc un plan nécessitant $N_d(p + 1)$ évaluations. Afin d'avoir des mesures réalisées de façon aléatoires, on choisit le premier point de mesure pour chaque série et l'ordre de sondage des paramètres de façon indépendante et aléatoire. On peut voir un exemple de plan pour une méthode de Morris sur la Figure I-26.

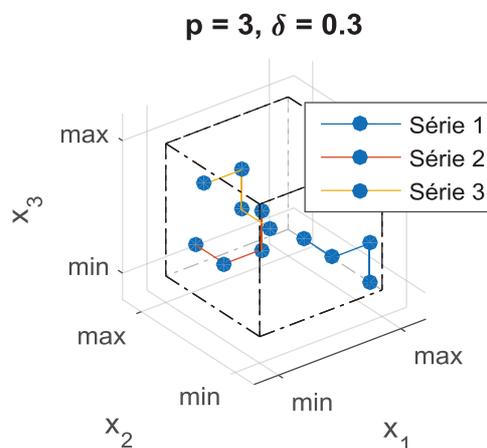


Figure I-26 : Plan pour méthode de Morris

Une fois les mesures effectuées, on obtient pour chaque paramètre la valeur moyenne de F_k , notée \overline{d}_k , et sa variance, notée S_k . On classe ensuite les paramètres selon ces deux grandeurs et on peut tirer les conclusions suivantes :

- Si \overline{d}_k et S_k sont tous deux faibles, alors le paramètre k a une influence négligeable.
- Si S_k est faible et \overline{d}_k important, alors le paramètre k a une influence linéaire et uniforme dans le domaine.
- Si S_k est important, alors le paramètre k a une influence importante qui varie dans le domaine et dont la moyenne est \overline{d}_k .

Cette méthode permet donc, avec seulement $N_d(p + 1)$ évaluations, d'identifier efficacement les paramètres influents, à étudier plus précisément. Néanmoins, elle ne permet pas de différencier un paramètre ayant une influence non linéaire d'un paramètre ayant des interactions avec les autres paramètres.

Les méthodes à clusters

Lorsque le nombre de paramètres à étudier est très important (plusieurs centaines), et que l'on sait a priori que seul un petit nombre d'entre eux sont influents, on peut utiliser des méthodes à clusters. Le principe consiste à regrouper aléatoirement les paramètres dans des clusters. Les paramètres au sein d'un cluster varient ensemble et l'on étudie l'influence des clusters eux-mêmes. On considère ensuite qu'un cluster peu influent ne contient que des paramètres peu influents, tandis que les paramètres influents sont trouvés à l'intersection des clusters influents.

Ces méthodes permettent de réaliser des criblages sur des centaines de paramètres en utilisant moins d'évaluations qu'il n'y a de paramètres. On peut citer en particulier la méthode d'*Iterated Fractional Factorial Design* (IFFD) présentée dans [Salt95].

3.3 Les plans d'expériences

Une fois les paramètres à étudier choisis, il est nécessaire de choisir les points de l'espace de définition auxquels les sorties vont être évaluées (calculées ou mesurées). Le choix de ces points est important car, s'il n'est pas possible d'obtenir plus d'information sans réaliser plus d'évaluations, il existe un certain nombre de stratégies permettant de limiter les données redondantes, et ainsi d'optimiser l'information obtenue d'un certain nombre d'évaluations.

Comme vu plus haut, le choix du plan d'expériences n'est pas le même si l'on réalise des essais physiques (et que l'on veut évaluer l'incertitude de mesure) ou des simulations numériques. On se limitera ici à présenter des plans plutôt adaptés à des simulations numériques.

Dans une étude paramétrique, les différents paramètres peuvent être considérés soit continus, c'est-à-dire qu'ils peuvent prendre n'importe quelle valeur entre un minimum et un maximum, soit discrets, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent prendre leur valeur que dans une liste prédéfinie. C'est le cas par exemple lorsque l'on étudie l'influence du type de matériau utilisé. Le paramètre 'matériau utilisé' est discret, puisqu'il ne peut prendre que les valeurs contenues dans une liste (Par exemple : {'acier', 'aluminium'}). On peut noter que si un paramètre continu peut toujours être discrétisé (pour des raisons de simplicité de réalisation ou d'analyse par exemple), un paramètre discret ne peut pas être considéré comme continu. Les plans considérant les paramètres discrets sont donc plus généraux a priori que les plans continus.

Ici, nous allons commencer par présenter les plans discrets avant de parler des plans continus, principalement utilisés pour construire des modèles réduits.

3.3.1 Plans discrets

Le premier intérêt d'un plan discret est que, les paramètres ne pouvant prendre qu'un nombre fini de valeurs, on peut créer des plans génériques pouvant être utilisés tels quels. Ainsi, un plan à 3 paramètres et 2 niveaux peut être présenté sous la forme d'une table d'expériences qui pourra être appliquée pour n'importe quelle étude de trois paramètres, si l'on considère qu'ils ne peuvent prendre que 2 valeurs chacun. De plus, la table d'expériences utilisée étant toujours la même, la méthode d'analyse sera également toujours la même et est généralement présentée avec le plan. On trouve ainsi dans la littérature un certain nombre de plans fournis avec leurs méthodes d'analyse, qui sont généralement conçues pour pouvoir être appliquées sans passer explicitement par un modèle réduit.

Dans leur livre [Goup06], Goupy et Creighton présentent un certain nombre de ces plans. On peut citer en particulier les plans factoriels, consistant à réaliser l'ensemble des combinaisons possibles (cf. Figure I-27a), les plans factoriels fractionnaires, où l'on ne réalise qu'une fraction du plan complet (cf. Figure I-27b), ou les plans de Taguchi, très utilisés dans le domaine de la qualité [Tagu81]. La méthode pour construire des plans fractionnaires quelconques y est également donnée.

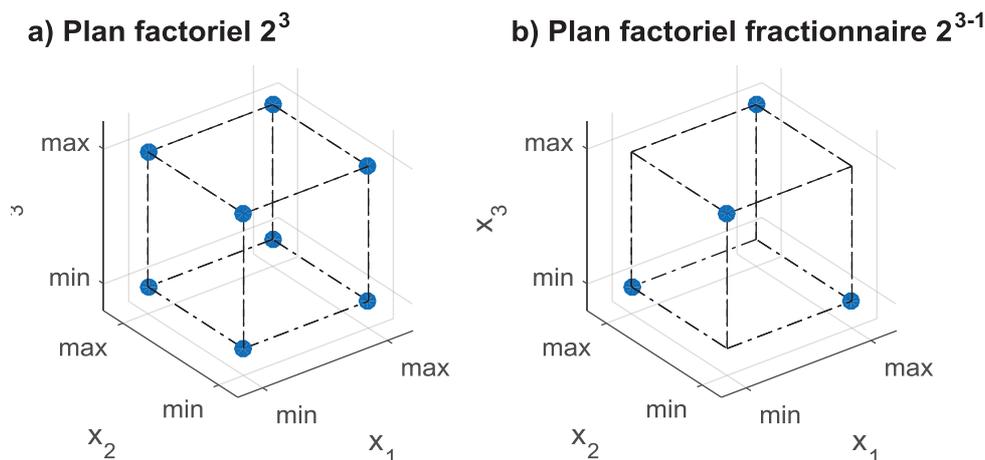


Figure I-27 : Exemples de plans d'expériences discrets

3.3.2 Plans continus

Lorsque les paramètres étudiés sont continus, il est parfois intéressant de ne pas les discrétiser mais de les considérer pleinement comme continus. C'est particulièrement le cas lorsque le plan d'expériences doit servir à créer un modèle réduit. Celui-ci sera une fonction continue, et il peut être intéressant de chercher à obtenir des informations sur cette fonction un peu partout, sans se limiter à une grille prédéfinie.

Comme aucune information n'est connue a priori sur le phénomène étudié, on va chercher à obtenir des informations sur tout le domaine, sans favoriser une zone plutôt qu'une autre. Lorsqu'on choisit un plan d'expériences continu, on va donc s'intéresser à la répartition des points dans l'espace, que l'on veut la plus uniforme possible. En particulier, un « bon » plan d'expériences ne doit pas laisser de zone non explorée. Pour comparer deux plans d'expériences, il faut donc chercher à identifier celui qui laisse le moins de zones non explorées, ou tout du moins la zone non explorée la plus petite. On utilise pour cela le critère

maximin, défini par Johnson et al. dans [John90]. Ce critère dit que pour un nombre de points d'expérience donné, il faut chercher à maximiser la plus petite distance entre deux points. En faisant cela, on va répartir au maximum les points dans l'ensemble du domaine et donc limiter le nombre et la taille des zones non explorées.

Plans de Doehlert

La façon la plus simple d'obtenir le meilleur critère de *maximin* possible est de répartir directement les points dans l'espace de façon optimale en suivant une règle mathématique. C'est le principe des plans de Doehlert [Doeh70], où l'on a une répartition uniforme parfaite des points dans l'espace, et qui assure le plus grand critère maximin possible théoriquement. Tous les points sont à la même distance de leurs voisins les plus proches. On peut voir un plan de Doehlert sur la Figure I-28, présenté en deux dimensions pour plus de clarté. En trois dimensions, un plan de Doehlert reprend la répartition spatiale d'une maille hexagonale compacte.

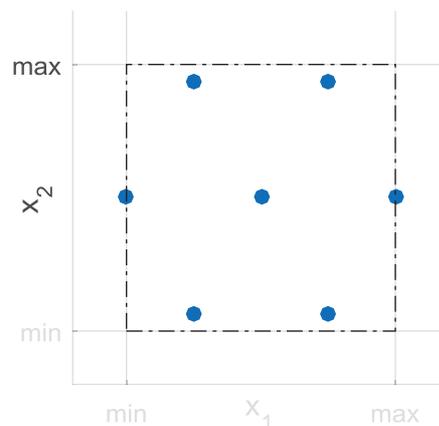


Figure I-28 : Plan de Doehlert en 2D

Ce type de plan a l'avantage de présenter une répartition parfaitement uniforme des points dans l'espace. De plus, il est aisé d'agrandir les plages de variations des paramètres en continuant à placer des points régulièrement. Néanmoins, l'un des inconvénients principaux est qu'il n'est pas invariant par rotation de 90° , c'est-à-dire que, comme on peut le voir sur la Figure I-28, les deux paramètres x_1 et x_2 ne sont pas traités de la même manière, ce qui peut conduire à des erreurs de prédictions différentes dans les deux directions.

Carrés Latins

On a vu que dans les plans de Doehlert, les différents paramètres ne sont pas traités de la même façon. En particulier, chaque paramètre ne prend pas chaque valeur le même nombre de fois. Cela pose des problèmes d'uniformité si l'on décide d'enlever un ou plusieurs paramètres de l'espace de design (projection du plan dans un sous-espace). Pour résoudre ce problème, on peut utiliser les carrés latins. Le principe étant que chaque paramètre ne prend chaque valeur qu'une seule fois. Si l'on décide de placer 10 points dans l'espace, chaque paramètre prendra donc dix valeurs différentes.

Les carrés latins 2D peuvent s'obtenir très facilement en permutant aléatoirement les colonnes d'une matrice diagonale, et de façon similaire en dimension quelconque. Il existe donc un grand nombre de carrés latins possibles pour un nombre de paramètres et d'expériences donnés. Néanmoins, tous n'ont pas la même propriété d'uniformité dans l'espace. Comme il est très simple de construire un carré latin, on peut facilement en créer un grand nombre et

choisir le meilleur selon le critère *maximin*. D'autres méthodes d'optimisation de carrés latins existent, comme par exemple celle présentée dans [Forr08]. Sur la Figure I-29, on peut voir deux carrés latins de 10 points qui n'ont pas du tout la même uniformité. Le premier est un carré construit aléatoirement, et le second est un carré optimisé à l'aide de la toolbox de Forrester et al.

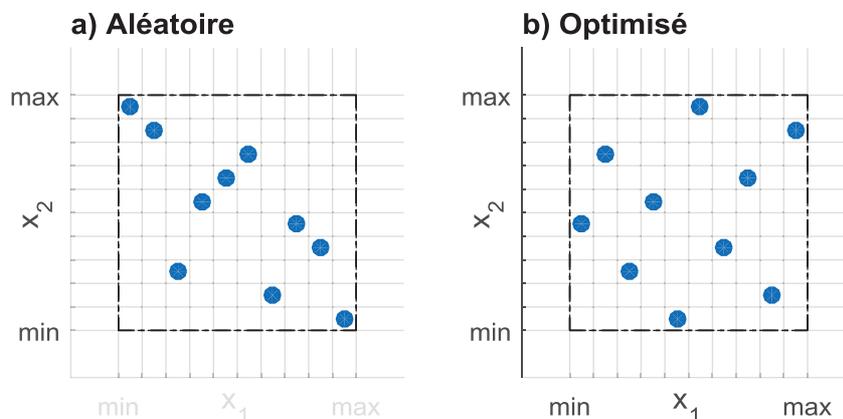


Figure I-29 : Carrés Latins pour $N_s = 10$

Matrices orthogonales

De même que dans un carré latin, chaque paramètre ne prend qu'une et une seule fois chaque valeur, il est possible de créer des plans d'expériences où chaque paramètre prend chaque valeur toujours le même nombre de fois. On appelle ces plans des matrices orthogonales (« *orthogonal arrays* »). La théorie des matrices orthogonales est présentée dans [Owen92]. Le principal inconvénient de ces plans étant qu'ils sont complexes à créer, et que toutes les matrices orthogonales n'existent pas forcément.

Suites à faible discrédance

En mathématique, une suite à discrédance faible est une suite dont toutes les sous-suites sont des listes de points réparties uniformément dans l'espace. Une suite à discrédance faible est donc une séquence de points pseudo-aléatoires, bien répartis dans l'espace. Le principal avantage de ces suites de points est que l'on peut aisément augmenter le nombre de points du plan d'expériences en prenant simplement les points suivants de la suite, tout en gardant une très bonne uniformité. Par exemple, sur la Figure I-30 sont présentés les 10, 50 et 100 premiers points de la suite à discrédance faible en dimension 2 créés suivant la méthode de Sobol' [Sobo67]. D'autres méthodes existent pour créer de telles suites, comme celle de Hammersley [Hamm13].

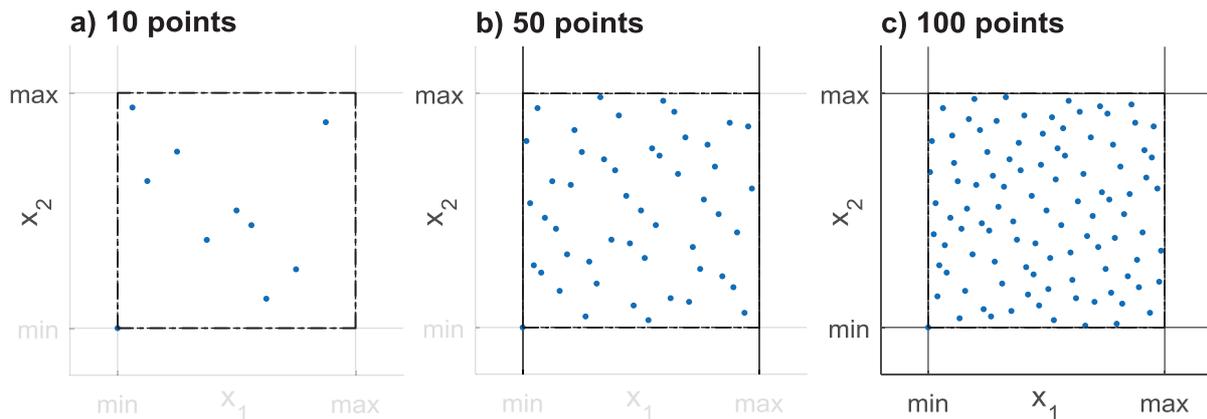


Figure I-30 : Suite à discrédance faible de Sobol'

Remarques générales

Nous avons présenté ici les principales méthodes utilisées pour créer des plans d'expériences. Néanmoins, le sujet est complexe et la littérature s'y rapportant extrêmement vaste, comme on peut le voir en cherchant « *Design Of Experiment* » (DOE) dans n'importe quelle base de donnée. Cette section a été écrite en se basant principalement sur les revues centrées sur les plans pour simulations numériques par Queipo et al. [Quei05] et Simpson et al. [Simp01], ainsi que sur le livre d'introduction aux plans d'expériences de Goupy et Creighton [Goup06].

3.4 Les modèles réduits

Une fois que la table d'expériences a été choisie, les points sont étudiés (par expérimentation ou simulation) un par un pour mesurer la sortie y recherchée. Comme on l'a vu dans la section 3.1.4, afin de pouvoir visualiser et analyser ces résultats, on va chercher à créer un modèle réduit pouvant estimer la valeur de la sortie y en tout point du domaine. Dans la pratique, il y aura généralement plusieurs sorties, qui seront étudiées indépendamment.

On cherche donc à créer une fonction mathématique (rapide à calculer), que l'on note \hat{f} , qui approche au mieux la fonction réelle (coûteuse à évaluer), notée f . On ne connaît la valeur y de f qu'en un certain nombre N_s de points \mathbf{x} (définis dans la table d'expériences précédemment étudiée). Dans la suite de cette section, nous présenterons trois solutions classiques pour créer ce modèle réduit (« *Surrogate Model* »). Là encore, la littérature est très vaste, et l'on s'est appuyé en particulier sur les revues par Queipo et al. [Quei05] et Simpson et al. [Simp01] ainsi que sur les livres par Forrester et al. [Forr08] et Rasmussen et Williams [Rasm06].

Modèles polynômiaux

Pour créer un modèle réduit, le plus simple est généralement de supposer a priori une forme polynômiale pour la fonction \hat{f} et de calculer les coefficients pour minimiser l'erreur quadratique, c'est-à-dire la différence $\|\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}\|_2$, entre les mesures \mathbf{Y} et les valeurs données par le modèle réduit $\hat{\mathbf{Y}} = \hat{f}(\mathbf{X})$. Le choix de la forme de \hat{f} implique de choisir exactement quels coefficients seront présents. De façon générale, une fonction polynômiale en dimension N_d peut contenir un terme constant, un terme de degré 1 par paramètre, un terme d'interaction pour chaque couple de paramètres, un terme de degré 2 pour chaque paramètre, un terme d'interaction pour chaque trio de paramètres, un terme de degré 3 pour chaque paramètre, etc. Il faut donc choisir non seulement le degré du polynôme pour chaque paramètre, mais aussi

quelles interactions sont prises en compte. De façon générique, on peut donc écrire un polynôme suivant la forme :

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \beta_0 + \sum_{k=1}^{N_d} \beta_k \cdot x_k + \sum_{k=1}^{N_d} \sum_{l>k}^{N_d} \beta_{kl} \cdot x_k \cdot x_l + \sum_{k=1}^{N_d} \beta_{kk} \cdot x_k^2$$

Eq (I-9)

$$+ \sum_{k=1}^{N_d} \sum_{l>k}^{N_d} \sum_{m>l}^{N_d} \beta_{klm} \cdot x_k \cdot x_l \cdot x_m + \dots$$

Le choix de la forme du polynôme revient donc à choisir quels termes β sont considérés, les autres étant forcés à zéro.

Les modèles polynômiaux sont très utilisés pour plusieurs raisons :

- Leur modularité : on peut choisir précisément quels termes sont pris en compte. C'est particulièrement intéressant lorsque des modèles analytiques du phénomène étudié donnent des informations sur l'ordre ou la forme de \hat{f} . Par exemple on peut savoir a priori que l'effet d'un paramètre k est quadratique uniquement et l'on inclura alors le terme β_{kk} mais pas le terme linéaire β_k .

- Leur simplicité de calcul : pour obtenir les coefficients β , il s'agit de minimiser l'erreur quadratique. C'est la méthode dite des *moindres carrés*, et les coefficients β s'obtiennent directement par le calcul du pseudo-inverse d'une matrice.

- Leur simplicité d'interprétation : une fois les coefficients calculés, leurs valeurs peuvent être interprétées directement. En effet, β_k représente l'effet linéaire du paramètre k , β_{kk} son effet quadratique, β_{kl} l'interaction entre les paramètres k et l , etc. Il n'est pas nécessaire de passer par des outils complexes d'analyse.

Pour ces raisons, les modèles polynômiaux sont utilisés partout, que ce soit pour des cas très simples (en une dimension et d'ordre 1, c'est une simple régression linéaire), ou plus complexes. Néanmoins, ils ont plusieurs désavantages :

- Le choix des termes à prendre en compte est généralement simple en dimension 1 ou 2, mais quand le nombre de dimensions augmente, le nombre de termes augmente exponentiellement. Par exemple, en 6 dimensions, si l'on veut un polynôme d'ordre 3 avec les interactions d'ordre deux seulement, il y a 34 termes à évaluer.

- L'utilisation d'un modèle polynômial est en pratique assez restrictif car la forme polynomiale est assez spécifique. En particulier, il n'est pas possible de représenter des comportements oscillatoires, ou bien des comportements qui changent fortement d'un endroit à l'autre du domaine. La seule solution consiste à augmenter l'ordre du polynôme, ce qui va fortement augmenter le nombre de termes à calculer. Sur la Figure I-31 on peut voir qu'il faut monter jusqu'à l'ordre 4 pour être capable d'approximer correctement la forme de la courbe.

- Dans un modèle polynômial, c'est une forme générique qui est choisie initialement. Chaque point va donc avoir une influence sur l'ensemble de la courbe. Ces modèles sont donc très sensibles à la présence de points aberrants, ou avec un comportement fortement différent des autres points, en particulier quand le nombre de points est faible.

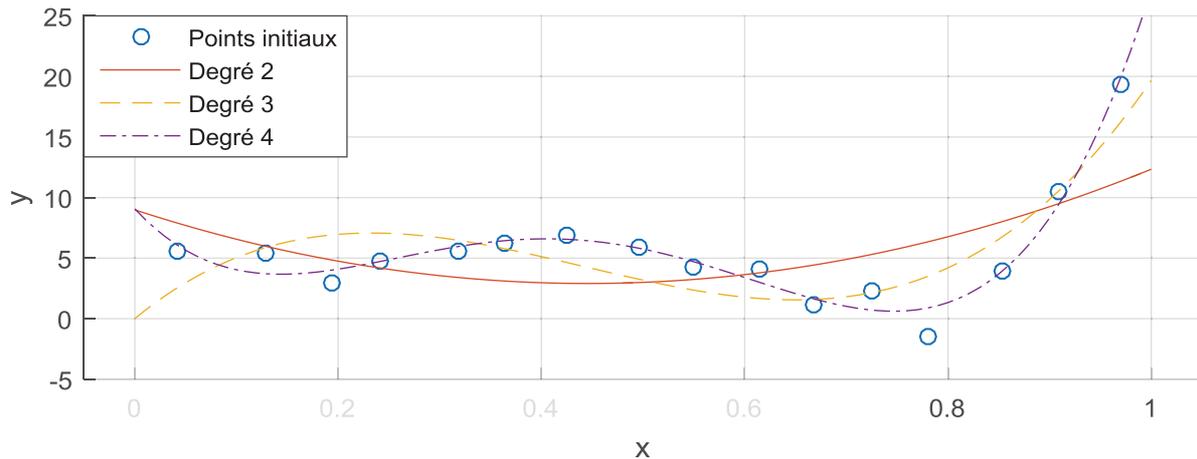


Figure I-31 : Modèles réduits polynômiaux

Fonctions radiales

Les modèles à fonctions radiales (« *Radial Basis Functions* » (RBF)) abordent le problème complètement différemment. Au lieu de supposer a priori une forme globale de la fonction \hat{f} , on va travailler localement autour des points connus en supposant que \hat{f} peut être représenté par une somme de fonctions dépendantes de la distance avec un point connu. Ainsi, on peut écrire le modèle réduit \hat{f} sous la forme :

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_s} \beta_i \cdot \psi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}\|_2) \quad \text{Eq (I-10)}$$

La fonction de base ψ est généralement choisie décroissante, ce qui indique qu'un point a de moins en moins d'influence lorsque l'on s'en éloigne. Les formes classiques pour cette fonction sont les formes polynômiales (linéaire, quadratique) ou gaussiennes, mais théoriquement n'importe quelle forme peut être choisie. Généralement, le choix d'une fonction de base implique le choix d'une forme générale, mais également d'un ou plusieurs paramètres servant à définir complètement cette forme, que l'on va appeler des *hyper-paramètres*. Par exemple, si l'on choisit une fonction de base gaussienne d'équation :

$$\psi(r) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{l}\right)^2} \quad \text{Eq (I-11)}$$

Il est alors nécessaire de donner une valeur à l'hyper-paramètre l , qui est une longueur caractéristique définissant la taille de la zone sur laquelle un point aura de l'influence. Théoriquement il est possible de donner une valeur différente pour chaque point $\mathbf{x}^{(i)}$, mais dans la pratique les hyper-paramètres sont choisis identiques partout. Leur valeur est généralement choisie de façon à obtenir le modèle étant le plus « valide ». Le problème de la validation des modèles réduits est abordé plus loin, section 3.5.

Une fois les fonctions de bases choisies, les coefficients β_i sont calculés en résolvant le système linéaire à N_s équations et N_s inconnues obtenu en écrivant l'égalité $\hat{f}(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x})$ pour chaque point \mathbf{x} connu. Sur la Figure I-32, un modèle réduit est créé avec une fonction de base gaussienne et une valeur $l = 0.05$. La fonction de base attachée au point $\mathbf{x} = 0.5$ est tracée également.

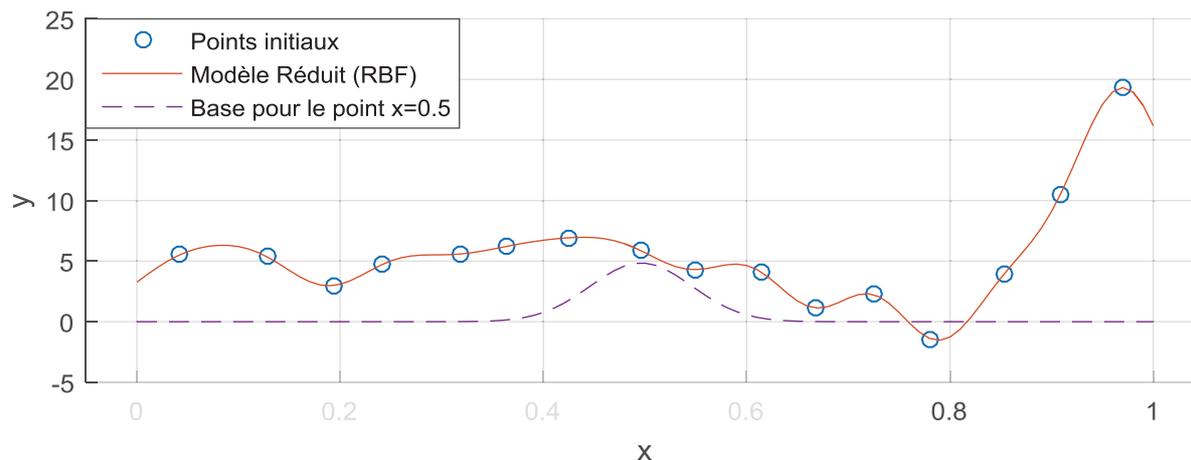


Figure I-32 : Modèle réduit à fonctions radiales : base Gaussienne

Bien que plus complexes à appréhender et à mettre en œuvre que les modèles polynômiaux, les modèles à fonctions radiales ont des avantages multiples :

- Contrairement aux modèles polynômiaux, les modèles à fonctions radiales passent effectivement par les points connus. On parle alors d'interpolation (par opposition à la régression). C'est en particulier très intéressant dans le cas où les points sont simulés et où il n'y a donc pas d'erreur de mesure.

- Aucune forme générale du modèle n'est imposée. Le modèle suit donc facilement les changements de comportement ou les oscillations.

- Chaque point n'a d'influence que sur une zone autour de lui. Un point aberrant ne va donc influencer la courbe que sur une faible zone, sans remettre en cause les prédictions du modèle réduit ailleurs dans le domaine.

Processus Gaussiens

Une autre façon d'aborder la création d'un modèle réduit est de voir le problème d'un point de vue statistique. Connaissant la valeur de la fonction en un certain nombre de points, quelle est la distribution de probabilité de cette valeur en un autre point ? Cette approche a été popularisée par l'utilisation du Krigeage (créé par Krige en 1951 [Krig51] et formalisée par Matheron en 1963 [Math63]), qui est un cas particulier des processus gaussiens et est aujourd'hui énormément utilisée dans le domaine de l'apprentissage automatique (« *Machine Learning* ») [Rasm06].

Dans un processus gaussien, on va définir une *fonction de covariance* (parfois appelée *noyau*) qui permet de connaître la corrélation entre un point et un autre en fonction de leurs coordonnées \mathbf{x} . Cette corrélation va définir si les sorties y sont corrélées aussi. Si l'on cherche la valeur du modèle réduit en un point \mathbf{x} donné, on va donc calculer la corrélation de ce point avec chacun des points $\mathbf{x}^{(i)}$ connus, puis utiliser ces valeurs pour calculer la prédiction. Un très grand nombre de fonctions de covariance différentes peuvent être utilisées, la plus courante étant la fonction gaussienne utilisée dans le Krigeage. Le développement mathématique complet peut être trouvé dans [Rasm06].

Dans la pratique, les processus gaussiens ressemblent beaucoup aux fonctions à bases radiales avec les fonctions de covariances jouant le rôle des fonctions de bases, à quelques différences près :

- Les fonctions à bases radiales sont fonction de la distance entre deux points. Ici, les fonctions de covariances peuvent être légèrement plus complexes. En particulier, lorsque l'espace étudié possède plusieurs dimensions, chacune peut avoir une longueur caractéristique propre et la fonction de corrélation sera donc plus ou moins « étirée » selon les directions. De plus, la fonction de corrélation est multipliée par un terme de variance σ_f qui représente la facilité du modèle réduit à changer de pente.

- Dans le cadre des processus gaussiens, lorsqu'on calcule la corrélation d'un point avec lui-même, on ajoute à la fonction de covariance un terme de bruit σ_n . La valeur de ce bruit est un hyper-paramètre qui va définir la confiance que l'on a dans les points connus. Si $\sigma_n \neq 0$, le modèle réduit considère que le point n'est connu qu'à une précision σ_n et ne passera pas forcément par le point.

- La sortie y est considérée comme la réalisation d'un processus stochastique et le modèle réduit permet donc de calculer en chaque point \mathbf{x} non seulement la moyenne de la prédiction $\hat{y} = \hat{f}(\mathbf{x})$, mais également sa variance $Var(\hat{y})$ qui donne une estimée de la confiance que l'on peut avoir en la prédiction.

- Dans le cadre des processus gaussiens, il est possible de travailler avec une fonction supplémentaire représentant une moyenne de la sortie. Dans la pratique, si cette fonction est une constante C , il suffit de travailler avec la sortie $y - C$, et de rajouter C à la prédiction donnée par le processus gaussien.

Tout comme dans le cas des modèles à bases radiales, il existe donc un certain nombre d'hyper-paramètres à déterminer lorsque l'on crée un processus gaussien. Si l'on prend l'exemple des points utilisés pour les deux figures précédentes (espace de dimension 1) et que l'on crée un processus gaussien, on peut prendre une fonction de covariance entre les sorties $y^{(i)}$ et $y^{(j)}$ en deux points $\mathbf{x}^{(i)}$ et $\mathbf{x}^{(j)}$ définie comme :

$$cov(y^{(i)}, y^{(j)}) = \sigma_f^2 \cdot e^{-\frac{(\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)})^2}{2 \cdot l^2}} + \sigma_n^2 \cdot \delta_{ij} \quad \text{Eq (I-12)}$$

On a alors 3 hyper-paramètres (σ_f , l , et σ_n), alors que l'on n'en avait qu'un dans le cadre du modèle à fonctions radiales. Cela donne plus de latitude pour le modèle réduit et on peut obtenir alors des modèles réduits très différents suivant les valeurs choisies. Dans la Figure I-33, on présente les modèles réduits obtenus pour trois jeux de paramètres différents, avec l'intervalle de confiance à 95%.

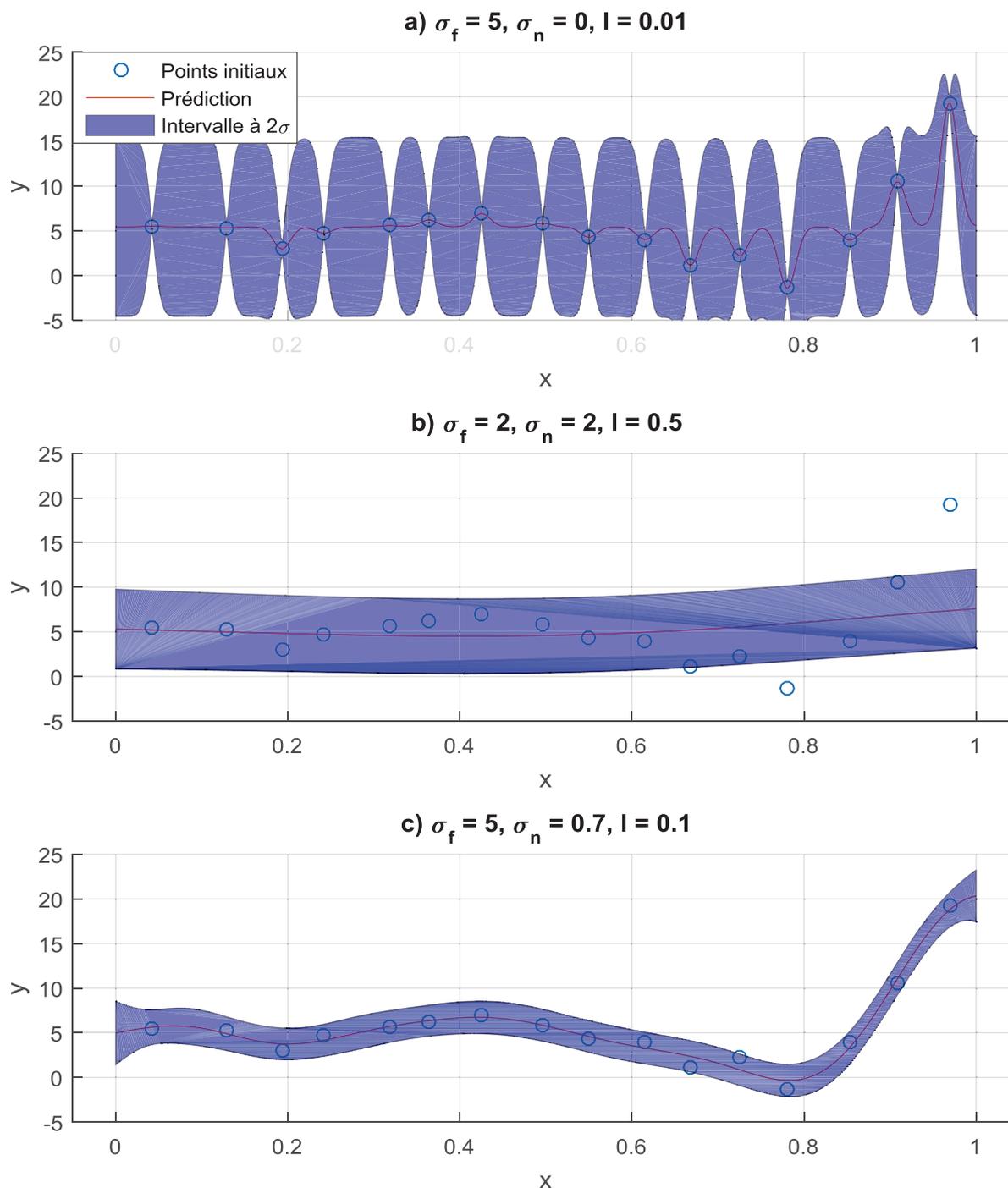


Figure I-33 : Processus gaussiens pour trois jeux d'hyper-paramètres

Sur cette figure, on peut bien observer les effets des différents hyper-paramètres. Sur le graphique a), l'incertitude sur les mesures σ_n est fixée à zéro. Les mesures sont donc considérées comme exactes et le modèle réduit passe par les points, avec une variance autour des points nulle. Néanmoins, la valeur de σ_f est importante et celle de l faible. La fonction varie donc très rapidement entre deux points connus, avec une incertitude forte.

Sur le graphique b), σ_f est moins important, mais l'hyper-paramètre l plus. Cela veut dire que chaque point connu a une influence sur une plus grande zone autour de lui, et que la fonction varie plus lentement. Le modèle réduit va donc peu varier. De plus, l'incertitude sur les points

de mesures est importante, et le modèle considère donc que la variation autour de la moyenne n'est que du bruit.

Enfin, dans le graphique c) un équilibre est trouvé entre les différents hyper-paramètres pour donner un modèle réduit qui suit bien les points connus, tout en ayant une incertitude peu importante. On peut voir que le modèle suit la forte variation après 0.8 mais considère que les oscillations présentes entre 0.6 et 0.8 ne sont que du bruit.

Ces trois exemples montrent bien que les mêmes données et la même forme de fonction de covariance peut permettre de construire des modèles réduits très différents. Le choix des hyper-paramètres est donc crucial et devra faire l'objet d'une validation postérieure.

Remarques générales

Dans cette section, nous avons donc vu trois formes de modèles réduits différentes. Il en existe un certain nombre d'autres (réseaux de neurones, machines à vecteurs de support, etc.) mais tous fonctionnent plus ou moins sur le même principe : il s'agit de choisir une base de fonctions dans l'espace de définition puis de trouver la combinaison de fonctions permettant d'expliquer au mieux les points connus. Les différentes bases (polynômiales, à fonctions radiales, fonctions de covariance) permettent de modéliser des comportements différents, et les formalismes dans lesquels elles sont écrites permettent d'obtenir des informations différentes (obtention directe des influences et interactions, d'une incertitude de prédiction, etc.).

Quel que soit le type de modèle réduit choisit, il y aura toujours un équilibre à trouver pour la complexité du modèle. En effet, un modèle plus complexe (plus d'hyper-paramètres, plus de termes à évaluer, etc.) est plus souple et adaptable et permet donc de décrire mieux les points connus, mais le risque est d'expliquer parfaitement les points connus avec un modèle qui ne représente pas du tout la réalité (cf. Figure I-33a). Ce phénomène est connu sous le nom de sur-ajustement (« *over-fitting* »). Par contre, un modèle trop simple ne pourra pas représenter l'intégralité du comportement modélisé.

Chaque type de modèle a ses avantages et ses inconvénients, et le modèle idéal n'existe pas. Il est nécessaire d'adapter le choix du modèle réduit à chaque situation. Comme il est souvent complexe de savoir a priori quel modèle sera le meilleur (et encore plus de choisir la valeur de ses hyper-paramètres) une stratégie commune est de créer plusieurs types de modèles en utilisant les données connues et de les comparer ensuite. Cette méthode se base sur le fait que l'obtention des données est généralement très chère (temps, coût) par rapport au prix de la création d'un nouveau modèle réduit. Il est donc généralement « rentable » de créer plusieurs dizaines, voire centaines, de modèles différents pour choisir le meilleur. Cette stratégie est généralement poussée à son extrême pour le choix des hyper-paramètres, qui est fait en réalisant une optimisation nécessitant de construire un nouveau modèle pour chaque jeu d'hyper-paramètres.

Comme on l'a vu, le choix du type de modèle réduit et de la valeur de ses hyper-paramètres est généralement fait en construisant plusieurs modèles et en choisissant le meilleur. Toute la question est donc maintenant de définir ce qu'est un « bon » modèle, et d'être capable d'en mesurer la qualité.

3.5 Validation des modèles réduits

Logiquement, un « bon » modèle réduit est un modèle qui permet une prédiction du comportement que l'on modélise proche de la réalité. Le problème étant que l'on ne connaît ce comportement que sur les points X du plan d'expériences, qui ont été utilisés pour créer le

modèle réduit ! Il est donc évident que le modèle approxime mieux ces points que le reste du domaine et de plus, en fonction de la méthode de création du modèle, il est possible que ce modèle représente parfaitement ces points tout en étant aberrant ailleurs (cf. Figure I-33a).

Il est donc nécessaire d'utiliser pour valider un modèle des points qui sont connus, mais qui n'ont pas servi à la création de celui-ci. On présente ici quelques stratégies existantes pour cela.

Séparation d'échantillon

La méthode la plus simple consiste à séparer les points en deux groupes, dont l'un sera utilisé pour créer les modèles réduits (« *training group* ») et l'autre pour les tester (« *testing group* »). Afin d'avoir le meilleur résultat et pour la création du modèle et pour le test, il est important que les points dans ces deux groupes soit bien répartis dans l'ensemble du domaine. Les modèles sont donc créés sur le premier groupe de points, puis chaque modèle est évalué sur les points du deuxième groupe. Pour chaque modèle, on obtient donc une erreur de prédiction en chaque point du groupe de test et pour comparer deux modèles on utilise généralement l'erreur quadratique moyenne de chacun. Il est bien sûr possible d'utiliser d'autres normes d'erreur, comme l'erreur maximum ou la moyenne des valeurs absolues. Bien sûr, les différentes normes ne donneront pas toujours le même modèle optimal, et il est important de choisir la norme utilisée adaptée.

Cette méthode est très simple d'utilisation mais pose néanmoins un dilemme important : les points connus sont rares car coûteux à obtenir, et ici on ne va en utiliser qu'une partie pour créer le modèle réduit, alors que l'on sait que plus on utilise de points pour le construire, plus le modèle sera bon. On peut donc être tenté de mettre très peu de points dans le groupe de test, mais afin de s'assurer de la pertinence d'un modèle sur l'ensemble du domaine, il est nécessaire que le groupe de test ne soit pas trop faible.

Validation croisée

L'un des principaux problèmes de l'utilisation de la méthode de séparation d'échantillon est que les résultats peuvent varier fortement en fonction de la répartition des points dans les deux groupes. Afin d'éviter ce biais, la solution consiste à créer n groupes de points puis à créer un modèle réduit en utilisant $n - 1$ groupes et à le tester sur le $n^{\text{ième}}$ groupe, et à réaliser cette opération n fois en prenant un groupe de test différent. Chaque modèle réduit (forme et hyper-paramètres) va donc être créé et testé n fois, et pour comparer deux modèles, on utilisera leur performance moyenne sur les n groupes.

Cette méthode à l'avantage de permettre de tester les modèles sur l'ensemble des points connus et limite donc le biais de choix des groupes d'apprentissage et de tests. Néanmoins, cela implique de construire un grand nombre de fois chaque modèle réduit.

Une fois le type de modèle réduit et les valeurs des hyper-paramètres choisis, on a donc n modèles créés chacun en utilisant $n - 1$ groupes de points. Lequel choisir pour la suite de l'étude ? Généralement, on recréera un dernier modèle réduit en utilisant les mêmes hyper-paramètres et en prenant en compte l'intégralité des points connus, en faisant la supposition qu'utiliser plus de points pour construire le modèle ne peut être que bénéfique.

Une variante de la validation croisée est connue sous le nom de « *Leave One Out* » (LOO). Le principe est de faire une validation croisée mais en utilisant $n = N_s$ groupes de 1 point chacun. Cette approche est particulièrement intéressante quand le nombre de points connus est faible, car le nombre de modèles réduits à créer n'est alors pas trop important.

Maximum de vraisemblance

Dans le cas particulier des processus gaussiens, la formulation statistique permet une autre approche de la validation des modèles. Comme on l'a vu plus haut, dans un processus gaussien on calcule la distribution de probabilité de la sortie en un point de l'espace de design. Cette distribution de probabilité dépend de la fonction de covariance choisie, des valeurs des éventuels hyper-paramètres mais aussi des points connus. Si l'on fait les développements mathématiques complets (présentés dans [Rasm06]), on s'aperçoit qu'il est possible de retourner le problème pour estimer la probabilité que l'on ait les sorties connues \mathbf{Y} , sachant qu'elles sont associées aux points \mathbf{X} et que la fonction réelle est de la forme définie par la fonction de covariance et les hyper-paramètres. Cette probabilité est appelée vraisemblance (« *Marginal Likelihood* ») et on peut calculer son logarithme en utilisant la formule suivante :

$$\ln(p(\mathbf{Y}|\mathbf{X}, \theta)) = -\frac{1}{2} \mathbf{Y}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{Y} - \frac{1}{2} \ln(|\mathbf{K}|) - \frac{N_s}{2} \ln(2\pi) \quad \text{Eq (I-13)}$$

Avec θ représentant les hyper-paramètres et \mathbf{K} la matrice de covariance dont les termes sont définis par :

$$\mathbf{K}_{ij} = \text{cov}(y^{(i)}, y^{(j)}) \quad \text{Eq (I-14)}$$

On peut calculer la valeur du logarithme de cette vraisemblance pour les trois modèles de la Figure I-33. On obtient : a) -46, b) -62 et c) -42. C'est donc bien le modèle c) qui est le plus vraisemblable.

3.6 Analyse des résultats et optimisation à l'aide de modèles réduits

Une fois le modèle réduit obtenu et validé, on a donc une fonction \hat{f} permettant d'estimer à bas coût la sortie y en tout point \mathbf{x} du domaine, fonction que l'on espère la plus juste possible. On va donc pouvoir s'en servir pour faire de la visualisation ou toute autre analyse nécessitant un grand nombre d'évaluations de la fonction.

Dans cette section, nous présentons deux utilisations classiques des modèles réduits : l'analyse de sensibilité et l'optimisation par modèle réduit.

3.6.1 Analyse de sensibilité

Le but d'une analyse de sensibilité est de savoir quels sont les paramètres les plus influents et comment ils interagissent entre eux. C'est une analyse globale, permettant d'avoir une idée du comportement de la fonction étudiée sur l'ensemble du domaine.

Comme présenté dans la section 3.2, le problème de l'analyse de sensibilité est très semblable à celui du criblage des paramètres. La différence étant que dans le criblage, on cherche à réaliser une estimation grossière en évaluant la fonction f le minimum de fois possible puisqu'elle est coûteuse, alors que dans l'analyse de sensibilité on veut obtenir la meilleure mesure possible, même si cela nécessite un très grand nombre d'évaluations, puisque c'est rendu possible par l'utilisation du modèle réduit \hat{f} , peu coûteux.

La méthode de Morris en particulier ([Morr91], présentée en section 3.2), peut être utilisée aussi bien pour du criblage, avec un faible nombre de mesures, que pour de l'analyse fine de sensibilité, avec un nombre important de mesures permettant une très bonne estimation de l'effet moyen de chaque paramètre. On présentera ici une autre méthode, plus tournée vers l'analyse de sensibilité puisqu'elle nécessite un nombre important d'évaluations.

Méthode de Sobol'

La méthode de Sobol', présentée dans [Sobo01], se base sur le fait qu'une fonction f définie dans le cube unité de dimension N_d peut s'écrire sous la forme :

$$f(\mathbf{x}) = f_0 + \sum_{k=1}^{N_d} f_k(x_k) + \sum_{k=1}^{N_d} \sum_{l>k}^{N_d} f_{k,l}(x_k, x_l) + \dots + f_{1,2,\dots,N_d}(x_1, x_2, \dots, x_{N_d}) \quad \text{Eq (I-15)}$$

Et ceci de façon unique sous certaines conditions. Cette forme est également appelée forme d'analyse de variance (« ANOVA representation ») et les fonctions $f_{k,\dots,l}$ peuvent s'obtenir récursivement [Sobo01].

Sous cette forme, il est possible de calculer la variance attribuée à chaque terme dans Eq (I-15) :

$$D_{k,\dots,l} = \int f_{k,\dots,l}^2 dx_k \dots dx_l \quad \text{Eq (I-16)}$$

Ainsi que la variance totale :

$$D = \int f(\mathbf{x})d\mathbf{x} - f_0^2 \quad \text{Eq (I-17)}$$

On peut donc ensuite estimer la part de variance de chaque terme dans Eq (I-15) comme :

$$S_{k,\dots,l} = \frac{D_{k,\dots,l}}{D} \quad \text{Eq (I-18)}$$

Les valeurs $S_{k,\dots,l}$ sont appelées les indices de sensibilité et ont comme propriété que leur somme vaut 1.

L'indice S_k va représenter l'influence du paramètre x_k seul, tandis que l'indice $S_{k,l}$ représente l'influence de l'interaction entre les deux paramètres x_k et x_l , etc. Cette méthode permet donc de calculer l'influence des différents paramètres ainsi que de toutes leurs interactions, à tous les niveaux. L'évaluation des D_k demandant le calcul d'un grand nombre d'intégrales, cette méthode nécessite un grand nombre d'évaluations de la fonction f . On va donc utiliser pour cela le modèle réduit.

Il y a une différence fondamentale entre la méthode de Morris et celle de Sobol'. La méthode de Morris mesure les dérivées par rapport aux paramètres en un grand nombre de points dans le domaine et donne ensuite la moyenne de ces dérivées et leur variance. Elle permet donc d'avoir une mesure locale (la dérivée en un point) que l'on moyenne sur le domaine. La méthode de Sobol', elle, réalise directement une mesure globale sur le domaine par une intégrale. Si elles vont généralement donner le même classement des paramètres par ordre d'influence, ces deux méthodes ne donnent donc pas tout à fait les mêmes informations, et leur utilisation en parallèle peut permettre des analyses approfondies.

3.6.2 Optimisation par modèles réduits

L'une des autres utilisations classiques des modèles réduits est l'optimisation. En effet, réaliser une optimisation nécessite généralement un grand nombre d'itérations, avec à chaque fois une (ou plusieurs) évaluation(s) de la fonction à optimiser. Il peut donc être très coûteux de réaliser cette optimisation avec la fonction initiale f , et on utilisera donc le modèle réduit \hat{f} pour cela. On présente ici la stratégie classiquement mise en place. Plus de détails peuvent être trouvés dans [Quei05, Rasm06, Forr08], et dans les références y figurant.

Le modèle réduit étant peu coûteux, on peut donc réaliser dessus une optimisation classique pour chercher son optimum sans contrainte de nombre d'évaluations. On peut remarquer ici que les modèles réduits ont généralement des formes complexes et possèdent donc souvent plusieurs optimums locaux. Le choix d'une stratégie d'optimisation globale (recuit simulé, algorithmes génétiques) est donc souvent plus efficace qu'une stratégie locale (descente de gradient, méthode du simplexe).

Une fois l'optimum du modèle réduit trouvé, il faut vérifier la valeur réelle de la sortie en ce point et on évaluera donc la fonction f une fois pour cela. Néanmoins, il y a de fortes chances qu'en ce point, le modèle réduit ne soit pas parfait et que la valeur y trouvée par cette évaluation ne corresponde pas à l'optimum prédit par le modèle réduit. La stratégie classique est alors de mettre à jour le modèle réduit en ajoutant le point nouvellement créé aux points initialement utilisés pour créer le modèle. Une fois le modèle mis à jour, on pourra rechercher son nouvel optimum, réévaluer la fonction f en ce nouveau point, et continuer ainsi jusqu'à convergence.

Cette stratégie permet généralement de trouver l'optimum avec très peu d'évaluations de f , néanmoins elle suppose deux choses :

- Tout d'abord, le modèle réduit utilisé doit être suffisamment souple pour être capable de suivre le comportement de f , surtout très localement autour de l'optimum. En particulier, si l'optimisation nécessite un certain nombre d'itérations, le nombre de points ajoutés peut devenir non-négligeable devant le nombre de points initiaux. Le modèle réduit, qui était adapté au mieux pour les points initiaux, peut devenir non-adapté pour le nouvel ensemble de points. Il est donc recommandé de repasser par tout le processus de choix et de validation du modèle réduit régulièrement, lorsque le modèle n'est plus capable de bien approcher les points connus.

- Ensuite, cette stratégie n'améliore le modèle qu'aux endroits qui paraissent intéressants. Cela veut dire que si le modèle initial n'était pas suffisamment fin pour capter approximativement la position de l'optimum global, cette stratégie convergera vers un optimum local. On peut observer ce phénomène Figure I-34 où le modèle initial montré en a) ne permet pas de trouver le minimum global, et l'optimisation va donc converger vers un optimum local après 5 itérations, comme on le voit en b).

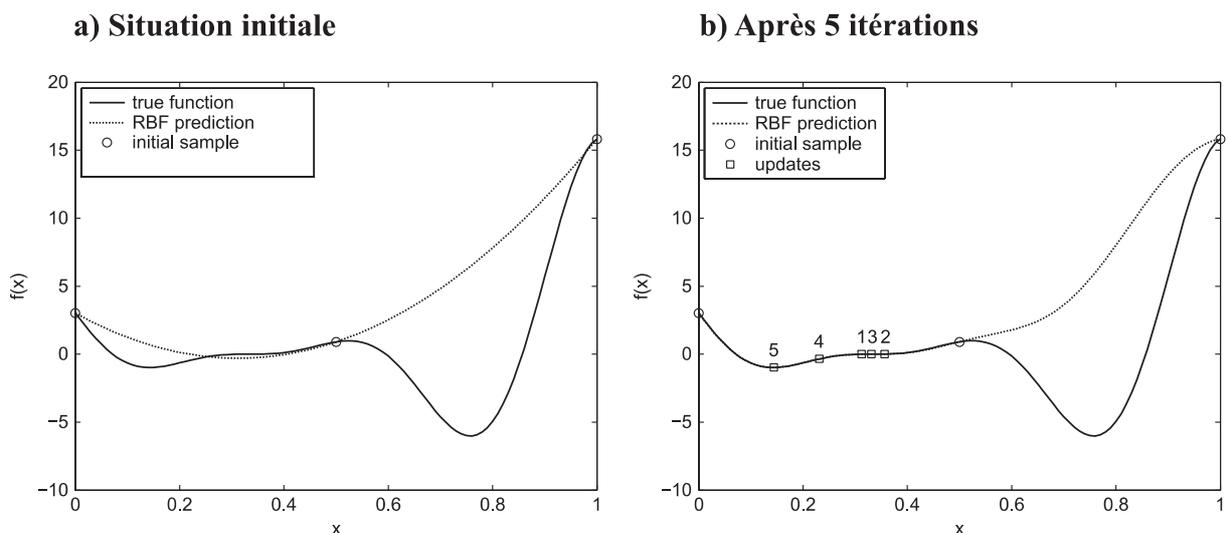


Figure I-34 : Optimisation avec un modèle réduit. Importance du modèle initial [Forr08]

Ce second problème est difficile à éviter avec une stratégie d'exploitation pure comme présentée ici. La seule solution est d'utiliser une stratégie qui mixe l'exploitation du modèle (trouver l'optimum) et l'exploration (améliorer le modèle dans son ensemble). Dans le cas où le modèle utilisé est un processus gaussien, une stratégie basée sur « l'amélioration attendue » est typiquement utilisée pour cela.

Le principe consiste à utiliser la particularité du processus gaussien de donner une distribution de probabilité plutôt qu'une simple estimation de la sortie. En chaque point du domaine, on va donc calculer non plus la valeur prédite \hat{y} , mais la probabilité que la valeur vraie y soit inférieure à l'optimum actuel, c'est-à-dire la probabilité d'amélioration de l'optimum. Néanmoins, cela ne permet pas de savoir si l'amélioration sera importante ou pas. Pour cela, on peut calculer en chaque point l'amélioration attendue (« *expected improvement* »), c'est-à-dire l'espérance de l'amélioration. On va alors placer le nouveau point là où cette grandeur est maximale. Cette stratégie permet donc un équilibre entre les endroits où le modèle est sûr de réaliser une amélioration (exploitation) et les endroits où le modèle a une grande incertitude. On peut illustrer cette stratégie dans le cas de la situation Figure I-34b), mais en utilisant un processus gaussien. Sur la Figure I-35 est présenté le modèle réduit et sa variance.

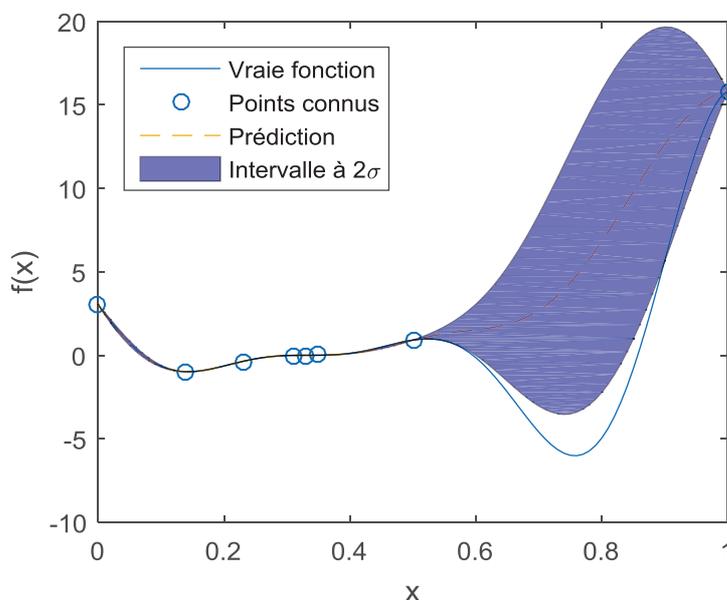


Figure I-35 : Optimisation avec un modèle réduit. Amélioration attendue

On peut voir que l'optimum du modèle réduit est bien situé autour de $x = 0.12$, sur un minimum local de la vraie fonction. Néanmoins, la variance à cet endroit étant faible, l'amélioration attendue y est faible également, tandis que la variance est très grande entre 0.5 et 1, là où le modèle n'a pas d'information. Même si cette zone ne contient pas d'optimum du modèle réduit, la variance importante fait qu'il est probable qu'un optimum y soit trouvée. Le prochain point recherché sera donc situé là où l'amélioration attendue est maximale, ici en $x = 0.7$. Le détail des expressions mathématiques pour le calcul de l'amélioration attendue peut être trouvé dans [Forr08].

4. CONCLUSION

Dans cette synthèse bibliographique, on a tout d'abord présenté la phénoménologie de l'impact d'oiseau en aéronautique ainsi que les stratégies de modélisation classiquement utilisées, puis les différentes études présentes dans la littérature concernant l'impact sur bouclier de pointe avant. On a vu qu'aux vitesses considérées, l'oiseau peut être considéré comme un projectile fluide et qu'il est généralement remplacé dans les expérimentations par de la gélatine. Au niveau de la modélisation, plusieurs stratégies (lagrangien, ALE, SPH) coexistent et il n'y a pas encore de consensus sur la meilleure solution. Dans la littérature, peu d'études existent aujourd'hui sur l'impact sur bouclier de pointe avant, et ces études ne permettent pas de dégager des tendances claires quant au comportement du bouclier.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, on a donc cherché à comprendre plus précisément les mécanismes prenant place dans un bouclier sandwich sous impact. Tout d'abord le comportement sous sollicitation dynamique des matériaux constitutifs (âme et peaux) a été présenté. On peut voir que si le comportement des matériaux métalliques est aujourd'hui bien connu, le grand nombre de phénomènes prenant place dans les matériaux cellulaires utilisés pour les âmes rend leur comportement complexe. On peut remarquer qu'aujourd'hui, il n'existe pas de modèle générique de comportement des matériaux cellulaires, mais différents modèles existent pour représenter les différents comportements.

Ensuite, on s'est intéressé aux travaux étudiant le comportement des sandwiches sous d'autres types de sollicitations dynamiques (impact dur et blast). On a vu qu'une des difficultés pour comparer différentes études est qu'il n'existe pas de critère clair de comparaison. En effet, chaque étude a sa définition du bouclier optimal : plus haute limite balistique, plus faible masse, meilleure absorption d'énergie, moindre transmission des efforts, etc. De plus, il ressort que la forme de la sollicitation (projectile, blast) a une influence forte sur le comportement du sandwich, en particulier dès que des ruptures de la peau avant ont lieu. Lorsque l'on s'intéresse au comportement global des sandwiches, il apparaît néanmoins que l'âme comme les peaux jouent un rôle essentiel et qu'un changement de comportement de l'âme peut induire un fort changement de comportement de la peau, et vice-versa.

Afin de pouvoir comprendre le comportement des sandwiches sous sollicitation dynamique, il apparaît donc essentiel de comprendre les interactions qui ont lieu entre les différents constituants. Dans le cadre de notre étude portant sur le comportement des boucliers sandwiches sous impact d'oiseau, il est donc nécessaire de prendre en compte le maximum de paramètres de définition du bouclier, afin de pouvoir analyser leurs interactions. Nous avons ainsi décidé d'orienter cette thèse vers la réalisation d'une étude paramétrique du comportement du bouclier prenant en compte un maximum de paramètres. Cette étude étant réalisée numériquement, le choix a été fait de favoriser la largeur de l'étude et le nombre de paramètres étudiés devant la précision des simulations effectuées.

La réalisation d'une étude avec de nombreux paramètres est complexe, et son efficacité dépend beaucoup de la méthode utilisée. Pour cette raison, la troisième partie de cette synthèse bibliographique a été consacrée aux méthodes et outils pouvant être utilisés. La littérature sur le sujet est extrêmement vaste et seul un aperçu des problématiques principales et des stratégies communément utilisées a été donné. Cela a permis néanmoins de définir la stratégie globale qui sera utilisée pour réaliser notre étude paramétrique, et de présenter les différentes méthodes existantes pour chaque étape.

Tout d'abord, il est nécessaire d'avoir un modèle numérique à étudier. En supposant que ce modèle permette de simuler correctement le comportement d'un bouclier sandwich sous

impact mou, l'influence de ses différents paramètres sur un certain nombre de critères sera étudiée. Ce modèle numérique sera nécessairement coûteux à évaluer (plusieurs heures de simulations par point) et il sera donc étudié par l'intermédiaire d'un modèle réduit.

Comme on l'a vu, la première étape consistera à réaliser une étude de criblage sur le modèle numérique pour estimer quels paramètres sont les plus influents. Cette étude permettra de choisir un nombre restreint de paramètres à étudier plus finement par la suite. Ensuite, un plan d'expériences sera choisi de façon à minimiser les zones non-étudiées dans le domaine. Une fois ce plan obtenu, chaque point sera simulé en utilisant le modèle numérique. Les résultats seront post-traités pour obtenir plusieurs grandeurs de sorties permettant l'étude du comportement. Ces sorties seront alors utilisées pour créer des modèles réduits permettant d'estimer à bas coût leurs valeurs en tous points du domaine.

Après une étape de validation de ces modèles réduits, et d'enrichissement du plan d'expériences initial si nécessaire, ils seront utilisés pour réaliser des analyses globales de l'influence de chaque paramètre sur chaque sortie, et des études plus locales telles que des recherches d'optimum.

Ainsi, l'organisation de la suite de ce manuscrit s'appuiera sur cette stratégie. La préparation de l'étude paramétrique fera l'objet du chapitre II. Cette préparation consistera à réaliser le modèle numérique et à définir les critères qui vont être suivis. Pour cela, un cas de bouclier qui servira de point référence de notre étude paramétrique sera étudié. Le but étant de comprendre et de comparer les comportements de différents sandwiches, on présentera également un outil de mesure et de comparaison des déformées d'un bouclier au cours de l'impact. Le chapitre III se focalisera sur la réalisation de l'étude de criblage et de trois études paramétriques restreintes à deux dimensions. Dans le chapitre IV, on présentera la réalisation d'une étude paramétrique plus vaste, prenant en compte les 6 paramètres identifiés comme les plus influents lors du criblage. La stratégie utilisée pour obtenir le plan d'expériences en dimension 6, créer les modèles réduits et les valider, sera donnée. Une étape d'enrichissement sera également détaillée. Finalement, le chapitre V sera consacré à l'étude des modèles réduits obtenus, avec la réalisation d'analyses de sensibilité globales et de recherches d'optimum.

Préparation de l'étude paramétrique

Avant de réaliser l'étude paramétrique du comportement du bouclier, la première étape est de créer un modèle éléments finis paramétré capable de représenter l'ensemble des configurations possibles puis de définir les grandeurs qui vont être suivies dans l'étude.

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord le modèle éléments finis créé sous ABAQUS/Explicit, ainsi que les différents choix de modélisations faits. Les lois matériaux utilisées sont explicitées et les limitations du modèle créé sont présentées.

Ensuite, afin de valider ce modèle, un cas référence est choisi et simulé. Le comportement de ce bouclier sandwich est explicité et les efforts et pressions maximaux vus par le support sont donnés. Quatre critères de protection de la cible, qui seront suivis lors de l'étude paramétrique, sont définis.

Ces quatre critères permettent de juger de l'efficacité du bouclier, néanmoins ils ne donnent pas d'information quant à son comportement. Pour comprendre le comportement global du sandwich, il est nécessaire de comparer de nombreuses données, ce qui est très complexe dans le cadre d'une étude impliquant un grand nombre de cas étudiés.

Afin de simplifier ce processus, un outil de mesure et d'analyse du comportement global du sandwich est présenté dans la troisième partie de ce chapitre. Les choix faits lors de la création de cet outil sont justifiés et deux exemples d'application sont donnés : l'utilisation pour l'analyse fine du comportement d'un bouclier, et l'utilisation pour la comparaison du comportement de plusieurs boucliers. Grâce à cet outil, trois grandeurs représentant le comportement du bouclier sont définies et pourront être suivies durant l'étude paramétrique.

SOMMAIRE

CHAPITRE II. PRÉPARATION DE L'ÉTUDE PARAMÉTRIQUE.....	55
1. Création du modèle éléments finis.....	57
1.1 Présentation du cas réel	57
1.2 Choix de simplifications de la géométrie et des conditions aux limites	58
1.3 Modélisation géométrique sous ABAQUS/Explicit	58
1.4 Lois matériaux.....	59
1.4.1 Peaux.....	59
1.4.2 Âme	60
1.4.3 Oiseau.....	62
1.5 Bilan des paramètres du modèle	63
2. Simulation et analyse d'un cas de référence	65
2.1 Définition du cas de référence.....	65
2.2 Présentation des résultats et analyse du comportement	66
2.3 Conclusion	69
3. Développement d'un outil de mesure du comportement du bouclier	70
3.1 Principe	71
3.2 Définition de l'outil	71
3.3 Justifications	74
3.3.1 Choix du vecteur de déformée.....	74
3.3.2 Choix de la forme des vecteurs de base.....	75
3.3.3 Choix de la norme de projection	76
3.3.4 Choix du nombre de vecteurs de base	77
3.4 Exemples d'applications	78
3.4.1 Analyse du bouclier de référence	78
3.4.2 Comparaison de trois boucliers.....	79
3.5 Conclusion	80
4. Conclusion	82

1. CRÉATION DU MODÈLE ÉLÉMENTS FINIS

Dans cette section, on présente le modèle éléments finis créé afin d'être utilisé dans l'étude paramétrique. Ce modèle doit être capable, en faisant varier ses différents paramètres, de représenter toutes les configurations de bouclier qui vont être étudiées. Or, comme on l'a vu dans la bibliographie, le choix a été fait de privilégier un domaine d'étude large. Ainsi, le modèle doit pouvoir représenter un grand nombre de configurations, fortement différentes entre elles. On choisit donc des lois matériaux génériques, ce qui entraîne nécessairement une perte de précision dans la modélisation fine des phénomènes, ce qu'il faudra garder à l'esprit lors de l'interprétation des résultats.

1.1 Présentation du cas réel

Comme on l'a vu dans l'introduction générale, le bouclier de pointe avant est situé dans le radôme, derrière les instruments, afin de protéger le fond pressurisé d'un possible impact frontal. En fonction des types d'avions et des constructeurs, la géométrie exacte de ce bouclier et de ses fixations va varier, néanmoins on peut donner ici quelques généralités.

Comme on l'a vu dans l'introduction générale, le bouclier est placé entre le fond pressurisé et les instruments de radôme, afin de protéger les zones à risques sans gêner les instruments (radar, télécommunications, etc.). Sur certains modèles d'avion, le bouclier est en plusieurs parties, laissant la place nécessaire aux attaches des instruments. On peut voir Figure 1 la pointe avant équipée d'un A320, où l'on aperçoit le bouclier. Sur la Figure II-1, des photos de la pointe avant non équipée d'un A350 et du bouclier sont présentées.

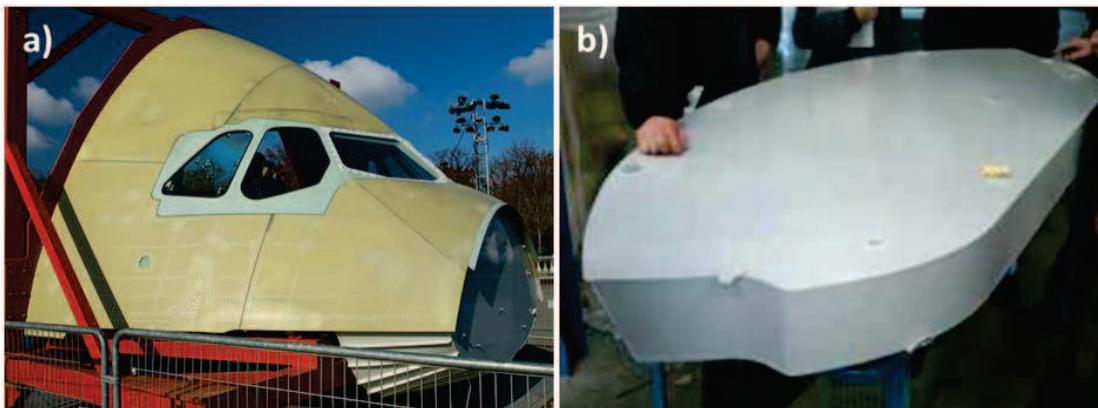


Figure II-1 : a) Pointe avant A350 b) Bouclier de radôme A350 [STELIA Aerospace]

Suivant le modèle d'avion, le bouclier n'est pas fixé de la même manière mais il est généralement appuyé directement sur le fond pressurisé et maintenu en place par quelques attaches sur ses bords. Le fond pressurisé est, lui, composé d'une plaque raidie (ou auto-raïdie) généralement en alliage d'aluminium, appuyée sur son pourtour sur le premier cadre, dit Cadre 0, et, sur certains modèles d'avions, appuyée en son milieu sur les poutres du plancher.

La forme du bouclier varie aussi de façon importante selon les modèles d'avions, en fonction de la géométrie de la pointe avant et des contraintes d'agencement des différents éléments environnants. Néanmoins, il est généralement plat et ses dimensions sont de l'ordre du mètre. Son épaisseur va être limitée par les contraintes d'agencement mais se situe autour de 100

mm. Le bouclier est un sandwich fait de peaux généralement en aluminium et d'une âme en matériau cellulaire.

1.2 Choix de simplifications de la géométrie et des conditions aux limites

Afin de réaliser notre étude paramétrique, il est nécessaire de figer le cas d'étude d'un point de vue des conditions aux limites et de la géométrie. On ne cherchera donc pas à se rapprocher au mieux d'un cas industriel existant, mais à représenter un cas générique. Dans la littérature, toutes les études n'utilisent pas la même géométrie. Dans les articles [Hans06, Heda15], les boucliers étudiés ont des dimensions dans le plan de 670 mm par 500 mm. Dans [Hohe12], ces dimensions sont de 700 mm par 700 mm, et dans [Liu12, Liu15] de 600 mm par 600 mm. Du point de vue des conditions aux limites, le bouclier est appuyé et riveté sur un cadre rigide dans [Hans06, Heda15] et encastré sur ses bords dans [Hohe12, Liu12, Liu15].

Dans notre étude, les dimensions du bouclier dans son plan sont prises de 800 mm par 800 mm. Le fond pressurisé, sur lequel le bouclier est appuyé dans les cas industriels, variant fortement d'un cas à l'autre, nous avons décidé de ne pas le représenter. Néanmoins, les raidisseurs du fond pressurisé pouvant fortement influencer la flexion du bouclier, simplement encastrer le bouclier sur ses bords semblait peu pertinent. Nous avons donc décidé d'appuyer simplement le bouclier sur un support rigide comportant un trou carré en son centre. Ainsi, la dimension de ce trou représente plus ou moins l'écartement entre raidisseurs et elle sera incluse dans l'étude paramétrique afin d'estimer son influence.

Les dimensions hors-plan du sandwich (épaisseurs des peaux et de l'âme) sont considérées comme faisant pleinement partie des paramètres de définition d'un bouclier. Elles ne seront donc pas fixes et seront incluses dans l'étude paramétrique. Afin de limiter le nombre de paramètres à prendre en compte dans l'étude, il a été décidé de se limiter aux boucliers sandwichs simple couche et avec une âme homogène (sans gradient de propriétés). Seules deux peaux et une âme sont donc considérées, avec une seule définition matériau pour chaque.

1.3 Modélisation géométrique sous ABAQUS/Explicit

Le modèle éléments finis a été créé sous ABAQUS/Explicit. Un quart seulement du problème est modélisé, et les conditions de symétrie appropriées sont imposées. Le choix est fait de représenter l'âme avec une loi homogénéisée et de modéliser le bouclier uniquement par des éléments volumiques. Les peaux sont constituées d'éléments à intégration réduite C3D8R (5 éléments dans l'épaisseur) et l'âme d'éléments C3D8 (10 éléments dans l'épaisseur). Durant l'étude paramétrique, l'épaisseur des peaux et de l'âme varient et le choix est fait de toujours garder le même nombre d'éléments dans l'épaisseur, en faisant varier la hauteur de chaque élément. L'âme et les peaux sont définies dans la même pièce, avec des nœuds communs. Il n'y a donc pas de modélisation du joint de colle entre les deux et aucun décollement ne peut avoir lieu. Le maillage dans le plan est uniforme avec des éléments de 10 mm par 10 mm, pour un nombre total d'éléments dans le bouclier de 32000.

L'oiseau est représenté par un cylindre à bouts hémisphériques de longueur 220 mm et de rayon 55 mm. 3490 éléments à intégration réduite C3D8R sont utilisés. L'option de contrôle de l'énergie de Hourglass étendue est utilisée (« `hourglass=ENHANCED` »). Le support est représenté par des éléments plaques rigides R3D4 et encastré.

La géométrie complète d'un bouclier est donc définie par quatre paramètres : l'épaisseur de la peau avant, de l'âme et de la peau arrière et la taille du trou du support. Pour la suite, on notera ces paramètres respectivement e_{pav} , H_a , e_{par} et T_t . Sur la Figure II-2, le modèle

éléments finis est présenté pour deux définitions du bouclier. À gauche, l'âme a une épaisseur de 100 mm et le trou du support fait 400 mm. À droite, l'épaisseur de l'âme est de 50 mm et la taille du trou de 500 mm. Dans les deux cas, les peaux ont une épaisseur de 3 mm chacune.

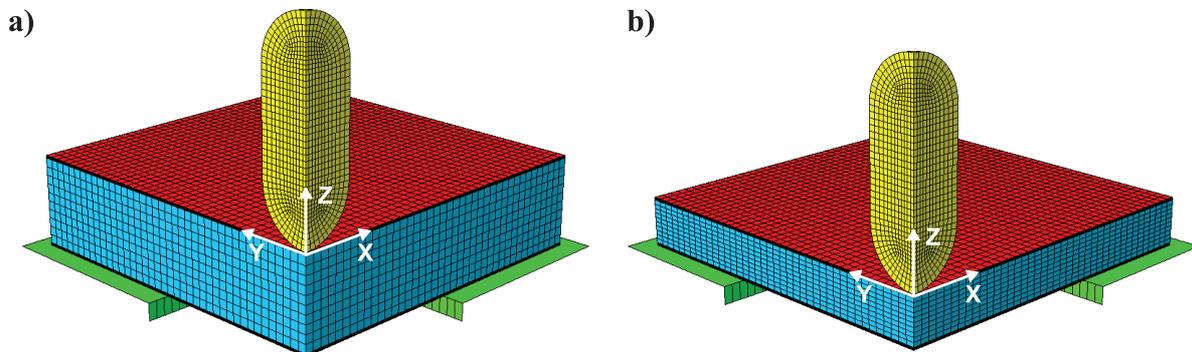


Figure II-2 : Modèles géométriques pour deux boucliers
a) $H_a = 100 \text{ mm}$, $T_t = 400 \text{ mm}$ b) $H_a = 50 \text{ mm}$, $T_t = 500 \text{ mm}$

Afin de ne pas avoir de problèmes de contact au début de la simulation, le bouclier est initialement placé 0.1 mm au-dessus du support et la pointe de l'oiseau 0.1 mm au-dessus du bouclier. Le contact entre l'oiseau et la peau avant et entre la peau arrière et le support est assuré à l'aide de la formulation de contact général d'ABAQUS, sans frottement. Une vitesse initiale de 175 m/s est imposée sur les nœuds de l'oiseau. Le temps total simulé est 6 ms, soit plus de 4 fois le temps nécessaire à l'oiseau pour parcourir sa propre longueur. On vérifie que c'est suffisant pour observer l'impact et le rebond du bouclier qui suit.

1.4 Lois matériaux

1.4.1 Peaux

Dans la littérature, toutes les études d'impact sur bouclier de pointe avant prennent des peaux en aluminium 2024 T3 [Hans06, Hohe12, Liu12, Liu15, Heda15]. Leur épaisseur varie souvent durant l'étude, mais elle est généralement d'un à deux millimètres. Dans l'industrie, les peaux sont également en alliage d'aluminium et les épaisseurs sont similaires.

On choisit donc de se limiter à des peaux métalliques, qui pourront donc être représentées par une loi élasto-plastique classique. Des études sur les impacts durs sur sandwichs (cf. Chapitre I) ont montré que l'influence du matériau de la peau avant n'est pas négligeable et on inclut donc les paramètres de la loi matériau dans l'étude paramétrique.

On a vu également dans la bibliographie que les matériaux métalliques sont sensibles à la vitesse de déformation, qui a tendance à durcir les matériaux. Néanmoins, on peut supposer que l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement des peaux est bien plus faible que l'influence du choix du matériau. En effet, la variation des paramètres matériaux (la limite d'élasticité par exemple) obtenue en faisant varier le matériau peut atteindre plusieurs centaines de pourcents (passage d'une peau en aluminium à une peau en acier), alors que l'effet de la vitesse de déformation est plutôt de l'ordre de la dizaine de pourcents, même pour des matériaux qui y sont très sensibles. Afin de limiter le nombre de paramètres matériaux à prendre en compte dans l'étude paramétrique, il a donc été décidé de ne pas inclure de dépendance du matériau des peaux à la vitesse de déformation. De même aucune dépendance à la température n'est prise en compte.

Le comportement des peaux est donc choisi élasto-plastique, avec une loi de plasticité de la forme :

$$\sigma_y = (A + B\varepsilon_p^n) \quad \text{Eq (II-1)}$$

D'un point de vue industriel, et pour répondre aux exigences de la certification, le bouclier de pointe avant ne doit pas subir de rupture des peaux lorsqu'il est soumis à l'impact de certification. On peut donc sans limitation de validité restreindre l'étude à des cas sans rupture, et aucun critère de rupture n'est donc modélisé pour les peaux. Ce choix permet également de limiter encore le nombre de paramètres de l'étude, néanmoins on s'assurera de la représentativité de chaque simulation en vérifiant que les déformations des peaux ne deviennent pas aberrantes.

Au final, avec ces choix de modélisations, le matériau de chaque peau est défini entièrement par six paramètres : sa densité d , son module d'élasticité E , son coefficient de Poisson ν et ses paramètres d'érouissage A , B et n .

1.4.2 Âme

Contrairement aux peaux, il n'y a pas de choix évident qui s'impose pour le matériau de l'âme. Dans la littérature, les âmes étudiées sont des mousses aluminium [Hans06, Heda15, Liu15], des billes de mousse aluminium [Hohe12] ou du nida aluminium [Liu12]. Dans l'industrie, des nidas et mousses aluminium sont généralement utilisés, mais d'autres solutions comme des mousses polymères, des agglomérats de sphères creuses ou des nida Nomex sont à l'étude dans le cadre du projet SAMBA. Afin de ne pas réduire le domaine de validité de l'étude, il est donc nécessaire de trouver un modèle matériau générique.

Comme on l'a vu dans la bibliographie, aucun modèle générique n'existe pour les matériaux cellulaires et chaque étude utilise un modèle adapté à son cas. On va donc créer une loi utilisateur VUMAT dans ABAQUS, afin de décrire un comportement générique pour l'âme.

Création de la loi utilisateur

Le comportement classique des matériaux cellulaires est constitué d'une partie élastique suivie d'un plateau plastique très long [Gibs99]. Ainsi, il a été choisi de créer une loi utilisateur représentant un comportement élastique / parfaitement plastique dans toutes les directions. Bien que dans la plupart des matériaux, un couplage existe entre le comportement en compression et en cisaillement, ce couplage est très différent suivant le type de matériau cellulaire considéré (mousse, nida, treillis, etc.). Afin de ne pas complexifier trop le modèle et de limiter le nombre de paramètres, il a été décidé de ne pas modéliser ce couplage et de considérer toutes les directions comme indépendantes.

Le comportement des nidas et treillis est fortement orthotrope. Il est donc nécessaire de traiter les directions indépendamment, avec des paramétrages différents. Dans la direction hors-plan du bouclier (direction Z, cf. Figure II-2) l'écrasement est suivi d'une densification. On traitera donc la compression et la traction différemment sur cette direction, en ajoutant une densification de forme exponentielle en compression. La contrainte d'écrasement plastique sera donc calculée comme :

$$\sigma_{zz-p} = \sigma_{hpc} + C_d \cdot (e^{\varepsilon_{zz}/\varepsilon_d} - 1) \quad \text{Eq (II-2)}$$

où σ_{hpc} définit le plateau plastique de compression dans le plan, ε_d une déformation de densification et C_d une pente de densification. La traction est décrite simplement par un plateau σ_{hpt} , sans limite de traction. On vérifie sur les simulations que la déformation en

traction des âmes reste faible, ce qui valide la non-prise en compte d'une limite de rupture en traction.

Dans le plan les nidas ont également deux directions indépendantes, néanmoins l'influence du comportement dans le plan de l'âme est supposée faible (hypothèse vérifiée plus tard, cf. Chapitre III) et pour limiter le nombre de paramètres on considère des propriétés dans le plan isotropes. De même, un seul paramètre est utilisé pour fixer le plateau plastique de traction et de compression dans le plan.

Pour la même raison, un seul paramètre est utilisé pour décrire le cisaillement hors-plan de l'âme : τ_{hp} , le plateau plastique de cisaillement.

De la même façon que pour les peaux, et pour les mêmes raisons, il a été décidé de ne pas prendre en compte la dépendance à la vitesse d'écrasement. On peut néanmoins remarquer que, du fait de l'utilisation de suffisamment d'éléments dans l'épaisseur de l'âme, le phénomène « d'onde de choc » est naturellement modélisé et pourra être observé.

Finalement, 12 paramètres sont nécessaires pour définir le comportement de l'âme : E_p , E_{hp} , G_p et G_{hp} les modules d'élasticité respectivement dans le plan, hors-plan, de cisaillement dans le plan et de cisaillement hors-plan, σ_{hpc} , C_d , ε_d définissant le comportement en compression dans la direction Z, σ_{hpt} le plateau plastique de traction selon Z, σ_p , τ_p et τ_{hp} les plateaux plastiques respectivement de traction/compression dans le plan, de cisaillement dans le plan et de cisaillement hors-plan, et d_a la densité de l'âme.

Limitations de la loi

Cette loi matériau, bien que nécessitant 12 paramètres, est assez grossière et possède de nombreuses limitations dont il faut être conscient. On peut citer ici les trois principales :

- Pas de prise en compte d'un coefficient de Poisson. Si ce coefficient est généralement faible ou nul pour les matériaux cellulaires, pour certains (comme les treillis) ce coefficient est non négligeable. De même, le comportement dans leur plan des nidas montre un coefficient de Poisson important. C'est donc une limitation forte du modèle, néanmoins comme on va le voir Chapitre III, le comportement dans le plan de l'âme a une influence très faible sur le comportement global du sandwich, et l'on peut donc supposer que la non prise en compte du coefficient de Poisson n'est pas trop pénalisante.

- Pas de possibilité de représenter un pic initial. Ce pic est présent dans le comportement en compression des nidas ou certains treillis (cf. Bibliographie). Comme on l'a vu, la modélisation de ce pic est complexe dans le cas d'une loi homogénéisée et demande généralement l'utilisation d'un seul élément dans l'épaisseur. Dans notre cas, le maillage dans le plan est fixe de 10 mm par 10 mm et l'épaisseur de l'âme varie entre 50 et 150 mm. L'utilisation d'un seul élément dans l'épaisseur donnerait donc des éléments dont le ratio des dimensions serait très éloigné de 1, ce qui peut poser de nombreux problèmes de simulation. De plus la durée du pic est très courte puisqu'il est dû à des phénomènes de flambage et, au vu des déformations très importantes subies par l'âme, l'énergie absorbée par le pic peut être négligée devant l'énergie totale absorbée par l'âme. Pour ces raisons, il a donc été décidé de ne pas le modéliser.

- Découplage total des comportements en cisaillement et en compression. Dans la loi choisie, la plasticité dans les différentes directions n'est pas couplée par un critère global (du type contrainte équivalente de Von-Mises). Un élément peut donc être en plasticité en cisaillement tout en restant élastique en compression, ou inversement. Ce phénomène, non physique, peut en particulier induire un comportement des éléments qui semble aberrant. Si

un élément est soumis à du cisaillement et de la compression, qui sont relâchés ensuite, les retours élastiques du cisaillement et de la compression se font indépendamment. Suivant des valeurs des plateaux de cisaillement et de compression, l'élément peut alors se déformer de façon non-physique. Cet effet est présenté sur la Figure II-3, où l'on voit la déformée après relâchement d'un cube qui a été soumis à de la compression et du cisaillement combiné. Dans un premier temps, le cube est soumis à un effort sur les nœuds en haut à droite, les autres nœuds étant encastrés. Cet effort est suffisant pour que le cube soit en plasticité en cisaillement et en compression. Dans un deuxième temps, l'effort est relâché en même temps que la contrainte sur les nœuds en bas à droite, et l'on observe un retour élastique du cisaillement et de la compression. Pour ces trois cas, seul le paramètre τ_{hp} varie, le plateau d'écrasement σ_{hpc} étant fixe à 1 MPa.

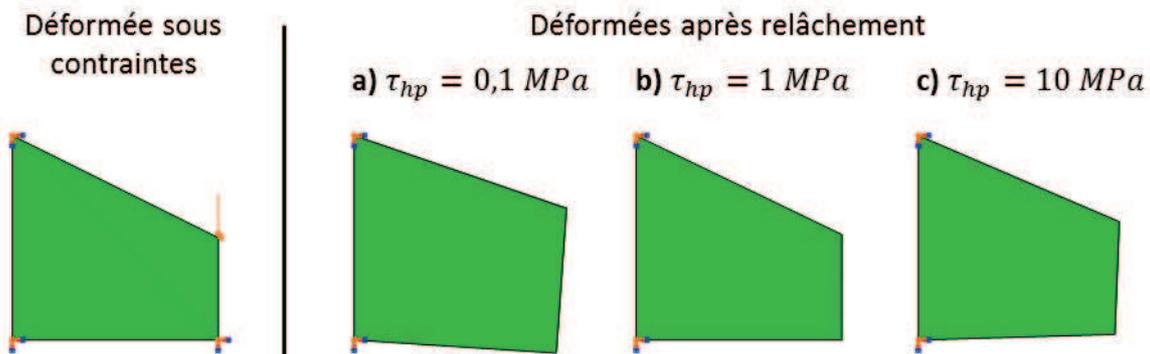


Figure II-3 : Déformées après relâchement en fonction de τ_{hp} , avec $\sigma_{hpc} = 1 \text{ MPa}$

Ce phénomène aura un effet observable sur les premiers instants des simulations du modèle complet, lorsque la valeur de τ_{hp} est importante. En effet, lors de l'impact initial, une onde de compression/cisaillement fait un aller-retour dans l'épaisseur du bouclier, au centre de l'âme. Sur les simulations où τ_{hp} est important, on peut observer que le centre de la peau arrière a un léger mouvement vers le haut (Z positif) dû à des contraintes de traction dans les éléments de l'âme proches du centre, avant d'être renvoyé vers le bas par la compression de l'âme et la flexion du bouclier.

Cette loi utilisateur présente donc certaines limitations, mais elle a l'avantage de pouvoir représenter un matériau cellulaire générique et sera donc utilisée pour notre étude paramétrique.

1.4.3 Oiseau

On a vu dans la bibliographie que la modélisation de l'oiseau impactant est généralement faite en utilisant une loi élasto-plastique à très faible pression, puis une équation d'état. Dans notre cas, une équation d'état tabulée sur la loi polynomiale pour 15% de porosité présentée dans [Airo06] est utilisée (cf. Figure I-9). Le comportement élasto-plastique est défini par un module de cisaillement de 2 MPa et une contrainte équivalente d'écoulement de 0.02 MPa. La densité de l'oiseau est calculée afin d'obtenir un oiseau de 1.82 kg, ce qui donne 955 kg/m².

Afin de ne pas trop ralentir la simulation du fait de la déformation très importante des éléments de l'oiseau, ceux-ci sont érodés quand leur déformation équivalente dépasse 500%. Sur les simulations, on peut vérifier que l'érosion d'un élément a lieu lorsque sa vitesse est principalement radiale ou dirigée vers les Z positifs, soit lors du rebond, ce qui assure que la perte d'éléments ne change pas le chargement appliqué au bouclier.

Ce modèle d'oiseau a été créé par STELIA Aerospace pour une utilisation par tous les partenaires du projet SAMBA, afin de pouvoir aisément comparer les différents travaux. Aucune modification n'a été réalisée, mis à part le découpage pour ne garder qu'un quart de l'oiseau pour les simulations.

1.5 Bilan des paramètres du modèle

Pour conclure, on peut faire ici un bilan de l'ensemble des paramètres définissant un modèle donné de bouclier. Tous les boucliers sont testés sous le même impact (1.82 kg à 175 m/s) et la définition de l'oiseau est donc fixe. De même, les dimensions dans le plan du bouclier sont considérées fixes à 800 mm par 800 mm.

Tableau II-1 : Bilan des paramètres : géométrie

T_t	Taille du trou du support
H_a	Hauteur de l'âme
e_{pav}	Épaisseur de la peau avant
e_{par}	Épaisseur de la peau arrière

Tableau II-2 : Bilan des paramètres : peau avant

d_{pav}	Densité
E_{pav}	Module d'élasticité
ν_{pav}	Coefficient de Poisson
A_{pav}	Limite d'élasticité
B_{pav}	Pente d'écrouissage
n_{pav}	Coefficient d'écrouissage

Tableau II-3 : Bilan des paramètres : peau arrière

d_{par}	Densité
E_{par}	Module d'élasticité
ν_{par}	Coefficient de Poisson
A_{par}	Limite d'élasticité
B_{par}	Pente d'écrouissage
n_{par}	Coefficient d'écrouissage

Tableau II-4 : Bilan des paramètres : âme

E_p	Module d'élasticité dans le plan
E_{hp}	Module d'élasticité hors-plan
G_p	Module de cisaillement dans le plan
G_{hp}	Module de cisaillement hors-plan
σ_{hpc}	Plateau plastique de compression hors-plan
C_d	Pente de densification
ε_d	Déformation de densification
σ_{hpt}	Plateau plastique de traction hors-plan
σ_p	Plateau plastique de traction/compression dans le plan
τ_p	Plateau plastique de cisaillement dans le plan
τ_{hp}	Plateau plastique de cisaillement hors-plan
d_a	Densité

Au final, après de nombreux choix faits de façon à limiter le nombre de paramètres, il en faut 28 pour définir entièrement le modèle éléments finis d'un bouclier. Ce modèle éléments finis est très générique (en particulier sur la modélisation de l'âme) et ne permettra donc pas de décrire finement et précisément les phénomènes ayant lieu lors d'un impact. Néanmoins, permet de donner une bonne idée du comportement global d'un bouclier donné. Ainsi, l'étude paramétrique sera faite en ayant à l'esprit que la précision des résultats n'est pas assurée et l'on s'intéressera principalement aux tendances fortes et globales de variation du comportement. De plus, la mise en place de l'étude paramétrique est indépendante du modèle éléments finis étudié, et la méthode présentée ici peut tout à fait être réutilisée avec un modèle plus fin.

Durant l'étude paramétrique, on sera amené à modéliser un grand nombre de cas différents. Afin de faciliter la création de ces cas d'étude, une fonction Matlab est écrite pour créer automatiquement l'ensemble des fichiers d'entrée ABAQUS nécessaires pour décrire une configuration donnée, sans devoir passer par le pré-processeur pour chaque cas.

2. SIMULATION ET ANALYSE D'UN CAS DE RÉFÉRENCE

Afin de tester le modèle éléments finis, on simule un cas qui servira de référence pour toute la suite de l'étude. Dans cette section, les paramètres utilisés pour ce cas de référence sont présentés et le comportement du bouclier ainsi que la protection de la cible sont analysés.

2.1 Définition du cas de référence

Le cas de référence est choisi afin de représenter approximativement les cas actuellement utilisés dans l'industrie. La taille du trou du support est fixée à 400 mm, soit la distance entre deux raidisseurs dans le cas industriel. La hauteur de l'âme est fixée à 100 mm et les peaux sont choisies de même épaisseur 3 mm.

Tableau II-5 : Paramètres du modèle de référence : géométrie

Paramètre	Valeur	Unité	Paramètre	Valeur	Unité
T_t	400	mm	e_{pav}	3	mm
H_a	100	mm	e_{par}	3	mm

Les matériaux des deux peaux sont choisis identiques, avec des paramètres matériau représentatifs du comportement d'un alliage d'aluminium 2024.

Tableau II-6 : Paramètres du modèle de référence : peaux

Paramètre	Valeur	Unité	Paramètre	Valeur	Unité
d_{pav}	2800	kg/m ²	d_{par}	2800	kg/m ²
E_{pav}	72	GPa	E_{par}	72	GPa
ν_{pav}	0.33	-	ν_{par}	0.33	-
A_{pav}	300	MPa	A_{par}	300	MPa
B_{pav}	400	MPa	B_{par}	400	MPa
n_{pav}	0.27	-	n_{par}	0.27	-

Pour l'âme, on choisit de représenter un nida aluminium classiquement utilisé. On se base sur les caractéristiques mécaniques données par les fournisseurs pour un nida aluminium 5052 de 50 kg/m². Les caractéristiques étant différentes dans la direction L et W du nida, elles sont moyennées pour avoir les caractéristiques dans le plan. Le plateau plastique de traction hors-plan est pris arbitrairement égal au plateau de compression. De même, les plateaux plastiques dans le plan sont pris arbitrairement égaux aux plateaux hors-plan, les faibles valeurs des modules d'élasticité dans le plan rendant l'activation de la plasticité très improbable. Les caractéristiques de densification, non présentes dans les fiches techniques, sont choisies identiques à celles identifiées dans [Kolo12] pour des nida similaires.

Tableau II-7 : Paramètres du modèle de référence : âme

Paramètre	Valeur	Unité	Paramètre	Valeur	Unité
E_p	1	MPa	ε_d	0.37	-
E_{hp}	1000	MPa	σ_{hpt}	0.9	MPa
G_p	5	MPa	σ_p	0.9	MPa
G_{hp}	200	MPa	τ_p	1.2	MPa
σ_{hpc}	0.9	MPa	τ_{hp}	1.2	MPa
C_d	0.01	MPa	d_a	50	kg/m ²

La simulation est lancée sur 4 processeurs sur le supercalculateur CALMIP (Calculateur Midi-Pyrénées) et est réalisée en 1H40.

2.2 Présentation des résultats et analyse du comportement

On présente ici le comportement du sandwich référence durant l'impact d'oiseau. Sur la Figure II-4, on peut voir les images du modèle éléments finis tous les 0.6 ms.

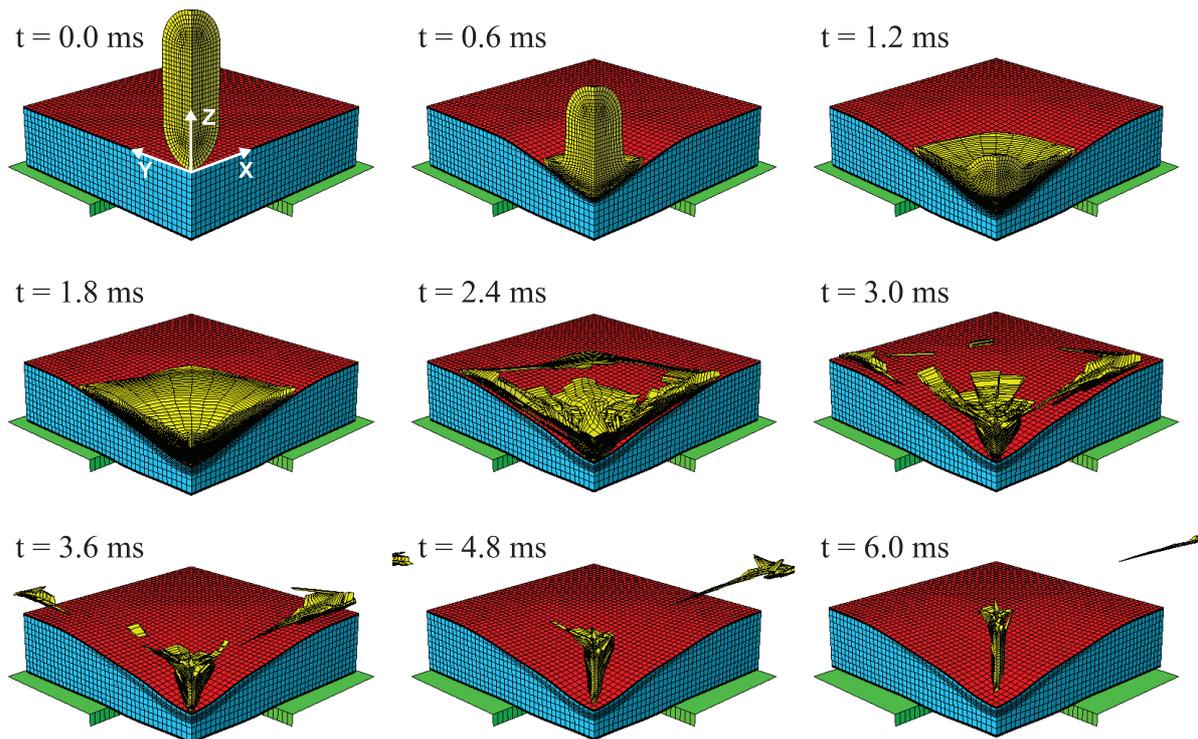


Figure II-4 : Sandwich de référence : déformation durant l'impact

Sur ces images on peut observer l'écoulement de l'oiseau sur la peau avant. On voit que les éléments ne sont érodés qu'après 1.8 ms, soit bien après l'instant d'effort maximal appliqué sur la peau avant (cf. Figure II-6). Afin de mieux observer la déformation du bouclier, on choisit de tracer le profil du sandwich dans le plan de symétrie XZ. La Figure II-5 est obtenue à partir des déplacements selon X et Z des 82 nœuds situés entre l'âme et les peaux (41 en haut, 41 en bas, cf. Figure II-9). Pour une visualisation plus claire, on reconstruit la deuxième

moitié du profil par symétrie. Le profil non déformé est tracé en pointillés magenta, le support en noir.

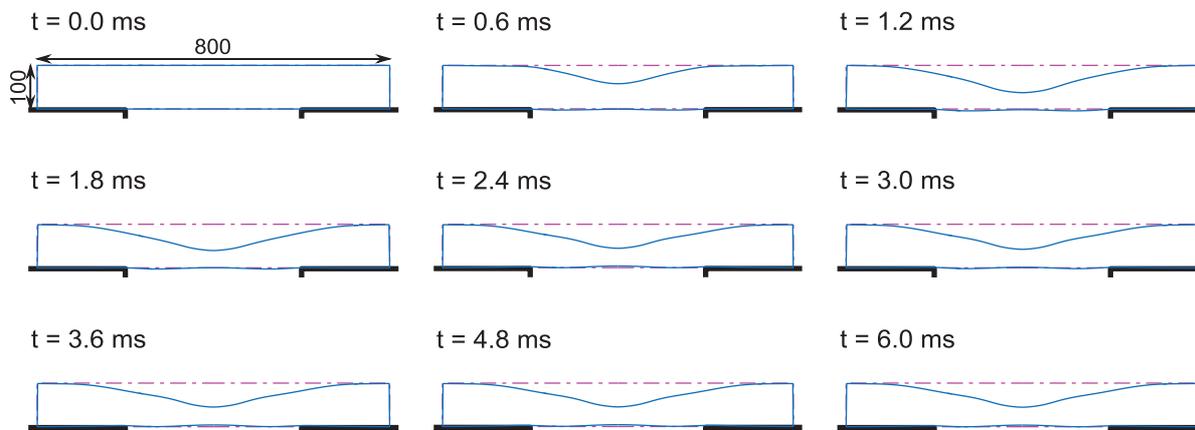


Figure II-5 : Sandwich de référence : profil au cours du temps

On observe sur cette figure que la flèche maximum de la peau arrière est très faible (2 mm, obtenue à $t = 1.53$ ms), et que le bouclier ne se déforme plus après 3 ms.

En récupérant les efforts de contact sur les nœuds des faces avant et arrière du bouclier, on peut obtenir les efforts totaux appliqués par l'oiseau sur la peau avant et par la peau arrière sur le support. Ces efforts sont tracés sur la Figure II-6, après un filtrage par une moyenne mobile sur 5 points (il y a un point tous les 0.03 ms). Ce filtrage permet d'éliminer le bruit provenant de la modélisation du contact tout en conservant la forme globale de la courbe. Les valeurs obtenues du modèle éléments finis sont multipliées par 4 pour représenter les efforts totaux vus par un bouclier complet.

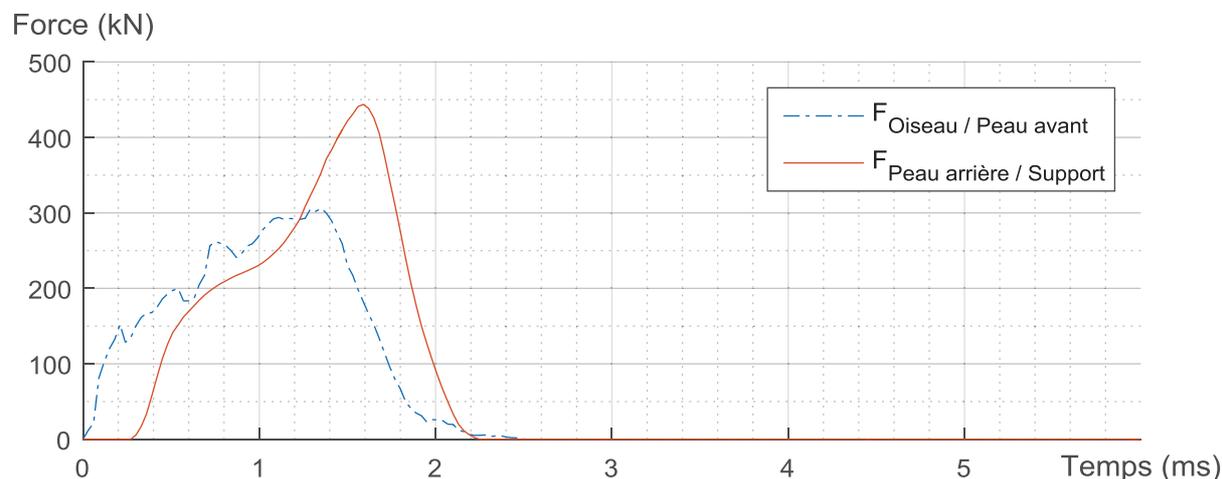


Figure II-6 : Sandwich de référence : efforts de contact
Force de l'oiseau sur la peau avant et force de la peau arrière sur le support

On peut observer que l'instant d'effort maximal sur la peau avant est 1.35 ms, alors que l'instant d'effort maximal sur le support est 1.6 ms. Ces courbes justifient également pourquoi le bouclier ne se déforme plus après 3 ms. Il est également intéressant de noter que l'effort maximal appliqué par le bouclier sur le support est plus important que l'effort maximal appliqué par l'oiseau sur le bouclier.

Afin de mieux comprendre pourquoi la courbe d'effort sur le support présente cette double montée, on peut tracer la répartition des pressions de contact sur la peau arrière, Figure II-7. Ces pressions sont obtenues par les efforts sur les nœuds de la face arrière puis filtrées dans le temps avec le même filtre que pour les courbes Figure II-6 et dans l'espace en utilisant un filtre gaussien sur une fenêtre de 3*3 nœuds (fonction Matlab `filter2`, avec un filtre défini comme `fspecial('gaussian', 3, 0.5)`). Là encore, ce filtrage permet de réduire le bruit dû à la modélisation du contact. Pour une visualisation plus claire, les pressions sur l'ensemble de la peau arrière d'un bouclier complet sont reconstituées par une double symétrie. La pression maximale après filtrage vue par le support est de 8.2 MPa, à $t = 1.56$ ms.

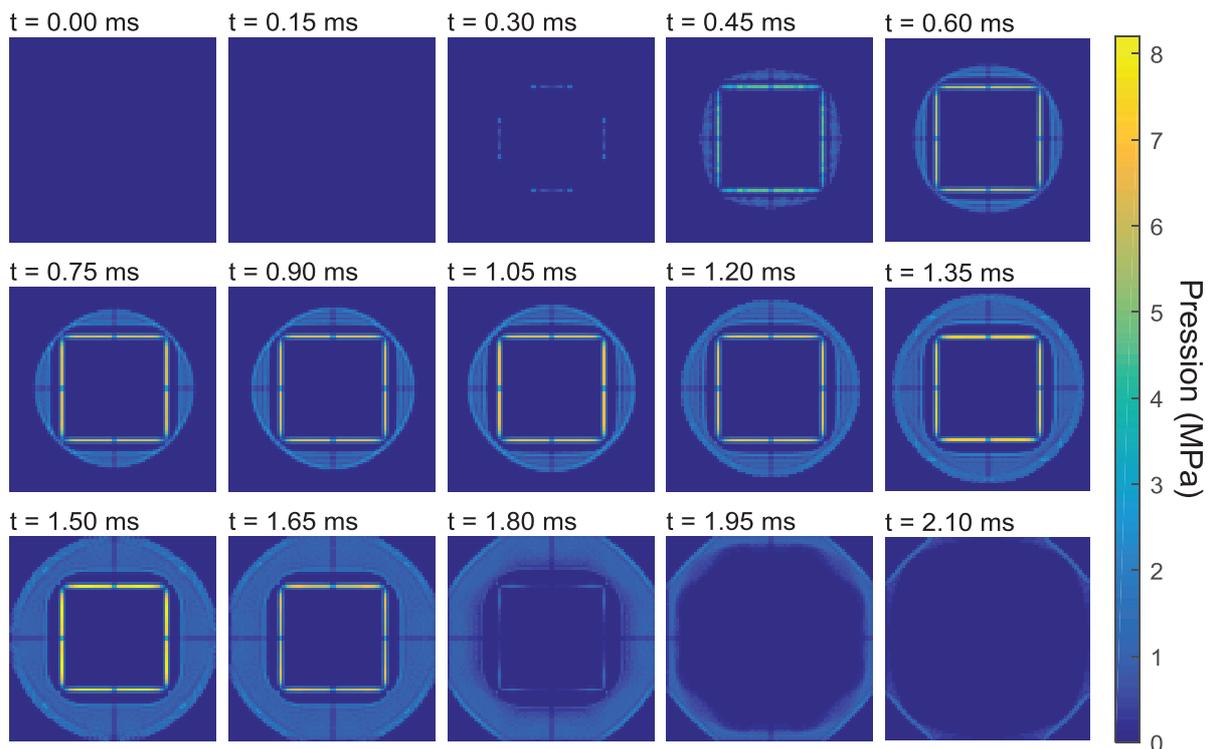


Figure II-7 : Sandwich de référence : pression de contact sur la peau arrière

Jusqu'à $t = 1$ ms, le contact est principalement réalisé sur le bord du trou du support. À partir de 1 ms, l'effort de l'oiseau sur la peau avant n'augmente plus (cf. Figure II-6) mais continue de s'étaler. La sollicitation en flexion sur le sandwich est donc moins importante et il va se produire un retour élastique de flexion. Ce retour peut être observé sur la Figure II-5 en regardant au niveau du centre de la peau arrière sur les images $t = 1.2$ ms et $t = 1.8$ ms. L'onde de flexion créée dans le bouclier peut s'observer également par l'appui de la peau arrière sur le support. C'est durant cette phase de rebond du bouclier que la force maximale d'appui est atteinte, à 1.6 ms. Sur la Figure II-7, on voit qu'à cet instant, l'effort sur le support est important sur le bord mais également réparti sur l'ensemble de la surface. Après cet instant, le retour en flexion du bouclier est suffisant pour que le contact entre la peau arrière et le bord du support soit perdu, et l'effort total de contact chute donc. La forme particulière de la courbe de l'effort de contact entre la peau arrière du bouclier et le support peut donc être expliquée par le comportement en flexion du bouclier et son retour élastique.

Afin de valider l'hypothèse de non prise en compte de la rupture de la peau avant, la déformation dans le plan de la peau avant est observée. Le maximum de déformation est mesuré au centre de la peau avant à $t = 1.5$ ms et est de 5%, ce qui est bien inférieur aux

déformations admissibles par les matériaux classiquement utilisés (typiquement de l'ordre de 10 à 20% pour des alliages d'aluminiums). L'hypothèse est donc validée. On peut remarquer que, contrairement à ce qui est observé lors d'un impact dur, les déformations dans la peau avant sont très étalées, sans localisation forte.

2.3 Conclusion

Le modèle éléments finis créé permet donc de simuler le comportement d'un bouclier de référence sous impact d'oiseau. A partir d'un modèle éléments finis générique, les résultats permettent d'explicitier le comportement dynamique complexe du sandwich et de donner les efforts et pressions maximales vues par le support, ainsi que la flèche maximale. En l'absence d'une validation expérimentale, ces valeurs sont à prendre avec précaution, mais l'on peut estimer qu'elles donnent une bonne approximation. On utilisera donc ce modèle pour l'étude paramétrique.

Pour faire cette étude, il faut choisir des grandeurs d'intérêt qui seront suivies. Dans notre cas, quatre grandeurs seront suivies afin de donner une bonne idée de la capacité du bouclier à protéger la cible : la pression maximale appliquée au support (P_{Supp}), la force maximale appliquée au support (F_{Supp}), la flèche maximale de la peau arrière (f_{par}) et la déformation maximale dans le plan de la peau avant (ε_{pav} , permettant également de vérifier le respect de l'hypothèse de non-rupture de la peau avant). Pour ce calcul de référence, ses grandeurs prennent les valeurs $P_{Supp} = 8.20 \text{ MPa}$, $F_{Supp} = 444 \text{ kN}$, $f_{par} = 1.93 \text{ mm}$ et $\varepsilon_{pav} = 0.05$.

Outre ces quatre critères qui permettent de suivre la protection de la cible, il est intéressant de chercher à comprendre l'évolution du comportement du bouclier durant l'étude. Comme on l'a vu ci-dessus, ce comportement est complexe et pour l'étudier sur un seul cas on a dû visualiser un grand nombre de graphiques et d'images, ce qui n'est pas possible dans le cadre d'une étude paramétrique avec un grand nombre de configurations. Il est donc intéressant de chercher un outil permettant de mesurer une ou des grandeurs définissant le comportement du bouclier et qui puissent être suivies durant l'étude paramétrique.

3. DÉVELOPPEMENT D'UN OUTIL DE MESURE DU COMPORTEMENT DU BOUCLIER

En faisant varier les paramètres de définition du sandwich, il apparaît que le comportement du bouclier peut changer fortement. Sur la Figure II-8 sont présentées les déformées de trois boucliers différant seulement de leur valeur de plateau de compression hors-plan de l'âme. Tous les autres paramètres sont pris égaux à la référence. Le bouclier en b) est donc celui de référence.

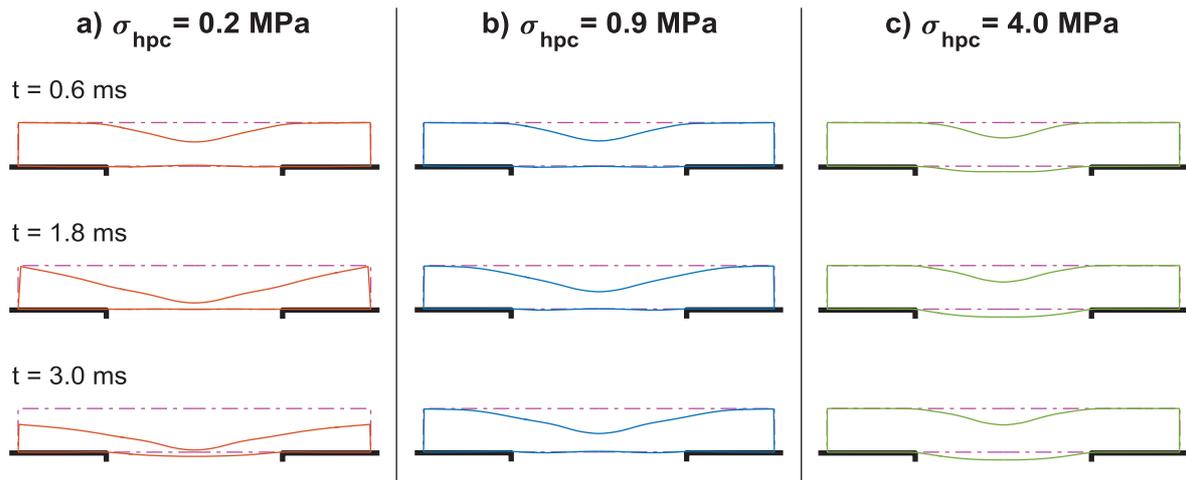


Figure II-8 : Différents comportements pour différentes définitions du bouclier

Ces trois boucliers ont des comportements fortement différents. Par rapport à la référence (b), le bouclier avec un plateau σ_{hpc} faible (a) montre beaucoup plus d'écrasement de l'âme, et la flèche maximale apparaît bien plus tard, après 1.8 ms. Le bouclier avec un plateau d'écrasement fort (c) montre une flèche importante plus tôt, et l'indentation de la peau avant est plus faible que pour la référence.

Ces informations, qui permettent d'analyser le changement de comportement du bouclier, ne peuvent pas être obtenues par l'observation des critères de protection de la cible (cf. Tableau II-8) mais seulement par l'observation des images des déformées des boucliers.

Tableau II-8 : Critères de protection de la cible pour trois définitions de bouclier

	a) $\sigma_{hpc} = 0.2 \text{ MPa}$	b) $\sigma_{hpc} = 0.9 \text{ MPa}$	c) $\sigma_{hpc} = 4.0 \text{ MPa}$
$P_{Supp} \text{ (MPa)}$	6.06	8.20	25.8
$F_{Supp} \text{ (kN)}$	183	444	459
$f_{par} \text{ (mm)}$	10.7	1.93	25.4
ε_{pav}	0.038	0.050	0.053

Dans cette section, un moyen de mesure du comportement d'un bouclier basé sur les déformées de celui-ci est présenté. Tout d'abord le principe général est donné, puis la méthodologie exacte est précisée. Ensuite, les différents choix qui ont été faits pour la création de cet outil sont justifiés. Enfin, il est utilisé pour analyser finement le comportement du bouclier de référence, puis pour le comparer aux boucliers de la Figure II-8.

3.1 Principe

Dans la bibliographie, il a été montré que la réponse d'un sandwich à l'impact dur est parfois décomposée en deux composantes : Indentation locale et Flexion globale ([HooF10] cf. Figure I-19). Dans la même logique, on peut essayer de décomposer la déformée d'un sandwich durant un impact d'oiseau.

En regardant les images des déformées Figure II-5 et Figure II-8, on peut s'apercevoir qu'utiliser simplement une indentation locale et une flexion globale ne sera pas suffisant pour décrire l'ensemble des comportements possibles. Tout d'abord, la largeur de l'indentation de la peau avant va changer d'un bouclier à l'autre et au cours du temps pour un même bouclier, et le caractère Local ou Global n'est donc pas pertinent ici. L'outil d'analyse du comportement doit donc être capable de représenter une indentation plus ou moins locale. De même, la largeur de la flexion peut varier, surtout aux premiers instants et si la taille du trou du support change, et l'outil doit pouvoir représenter une flexion plus ou moins globale. Enfin, le bouclier à faible plateau d'écrasement de l'âme présenté Figure II-8a montre une troisième composante dans sa déformée : l'âme du bouclier s'écrase sur l'ensemble de la surface, réduisant la hauteur du bouclier jusqu'aux bords de celui-ci.

Ainsi, on va baser notre outil sur la décomposition de la déformée du bouclier en trois modes distincts : l'Indentation, la Flexion, et l'Écrasement.

3.2 Définition de l'outil

Définition de la déformée

Tout d'abord, il est nécessaire de préciser ce que l'on mesure. Les images Figure II-4 et les profils Figure II-5 montrent que le comportement du bouclier est assez bien décrit par les seuls déplacements des nœuds situés à l'interface entre l'âme et les peaux et dans le plan de symétrie XZ (ce sont les seules informations utilisées pour créer les images des profils des déformées Figure II-5 et Figure II-8). Afin de mieux les visualiser, leur position est indiquée en blanc sur la Figure II-9 à deux instants.

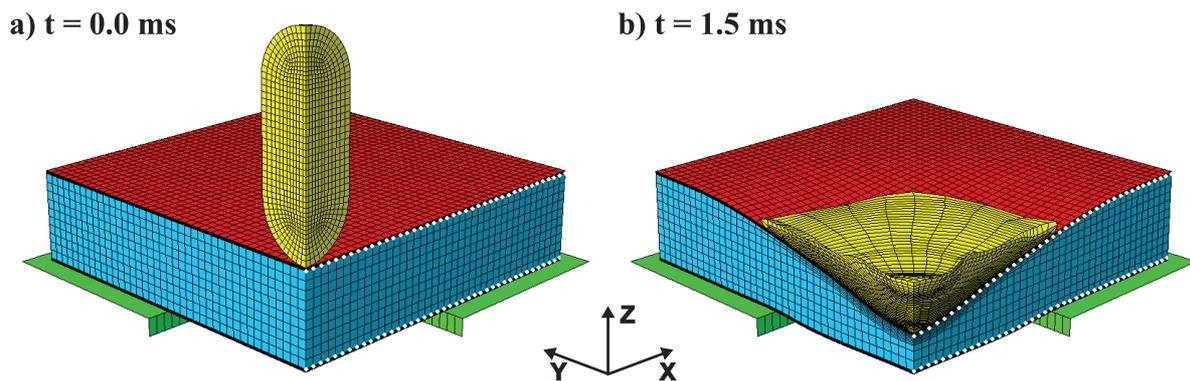


Figure II-9 : Positions des nœuds utilisés

Ainsi, la déformée d'un bouclier à un instant donné est définie comme le vecteur des déplacements selon X et Z de ces 82 nœuds. C'est donc un vecteur comportant 164 composantes, que l'on projette sur une base décrivant les trois modes de déformée. Pour plus de clarté dans la visualisation de ces vecteurs, on trace les profils associés, comme sur les images Figure II-5 et Figure II-8. Pour cela, il faut connaître les positions initiales des nœuds (qui ne changent pas, sauf en fonction de l'épaisseur de l'âme) et reconstruire la deuxième

moitié par symétrie. On peut définir une norme sur ces vecteurs pour les mesurer, que l'on prend comme la norme L2 (racine de la somme des carrés des composantes du vecteur, en mm).

Création des vecteurs de base

Pour décomposer ce vecteur, on le projette sur une base. Il faut donc créer un ensemble de vecteurs (la base) permettant de représenter les trois modes de déformée identifiés. L'Écrasement est caractérisé par une réduction de la hauteur du bouclier sur l'ensemble de sa surface. Un seul vecteur de base suffit donc pour décrire ce mode.

Comme indiqué plus haut, l'Indentation et la Flexion doivent pouvoir représenter des comportements à la fois locaux et globaux et vont donc être décrit par plusieurs vecteurs chacun. La forme générique de ces vecteurs est prise comme la déformée de Timoshenko d'une plaque circulaire encastrée sous chargement ponctuel en son centre [Timo59] :

$$w(r) = \frac{P \cdot a^2}{16\pi D} \cdot \left\{ 2 \cdot \left(\frac{r}{a}\right)^2 \cdot \log\left(\frac{r}{a}\right) + 1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2 \right\} \quad \text{Eq (II-3)}$$

avec P la force ponctuelle, D la rigidité de flexion de la plaque, a le rayon de la plaque et $w(r)$ la déflexion au rayon r . Dans notre cas les vecteurs de base seront normés et les valeurs de P et D n'ont donc pas d'importance. Afin de représenter des déformées plus ou moins locales ou globales, on fait varier le paramètre a de l'équation de 50 mm (rayon initial de l'oiseau) à 400 mm (taille du bouclier) par pas de 10 mm (pas du maillage). Pour créer les vecteurs décrivant l'Indentation, on déforme uniquement la peau avant selon l'Eq (II-3). Pour ceux décrivant la Flexion, on déforme la peau avant et la peau arrière.

Ainsi, 36 vecteurs de base sont créés pour décrire l'Indentation, 36 pour la Flexion et 1 pour l'Écrasement. Ces vecteurs sont normés pour être utilisés. Figure II-10, les profils associés à une partie de ces vecteurs sont présentés. Une norme de 100 mm est utilisée pour une meilleure visualisation et le profil non déformé est tracé en magenta.

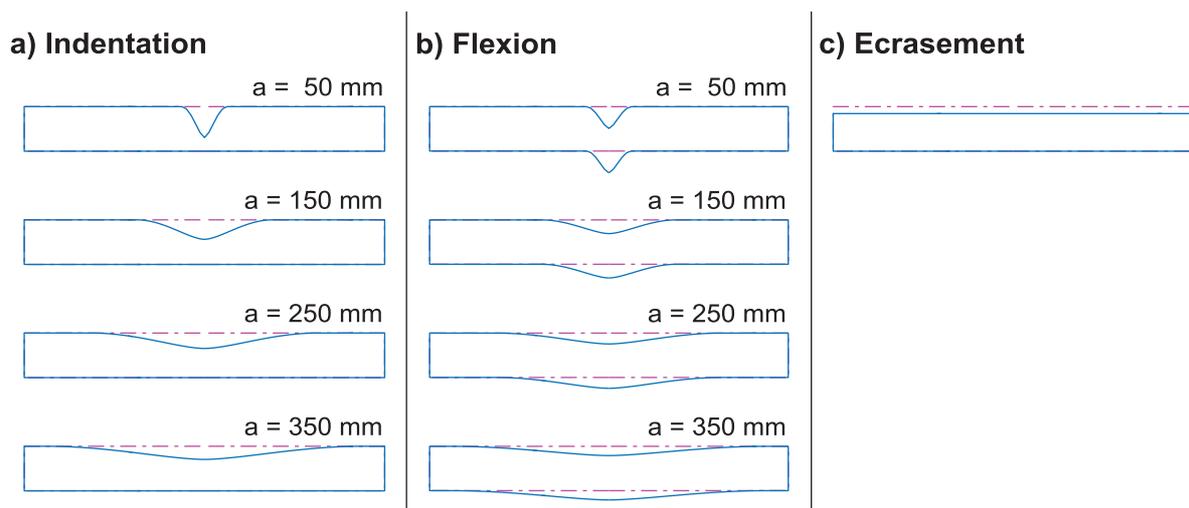


Figure II-10 : Une partie des vecteurs de base utilisés pour la décomposition

Comme on peut le voir, ces vecteurs de base représentent bien des formes plus ou moins globales d'Indentation et de Flexion. On peut remarquer que, comme on travaille sur les déplacements des nœuds (et non pas sur leurs positions), la hauteur initiale du bouclier n'intervient pas. On peut donc utiliser cette base pour décomposer les déformées de tous les

boucliers, quelle que soit la hauteur initiale de l'âme. Sur la Figure II-10, une hauteur initiale de 100 mm est utilisée pour le tracé.

Projection de la déformée d'un bouclier sur la base créée

Cette base créée contient donc 73 vecteurs, normés mais non orthogonaux entre eux, et est utilisée pour y projeter les vecteurs représentant la déformée d'un bouclier à un instant donné. Cette projection est réalisée en utilisant la norme L1 (somme des valeurs absolues des composantes), c'est-à-dire que pour un vecteur quelconque V on cherche les coefficients a_i permettant de résoudre :

$$\underset{a_i \in \mathbb{R}^{N_b}}{\text{minimise}} \left\| V - \sum_i^{N_b} a_i \phi_i \right\|_1 \quad \text{Eq (II-4)}$$

où ϕ_i représente le $i^{\text{ème}}$ vecteur de base et $N_b = 73$ le nombre de vecteurs de base. Ce problème est un problème d'optimisation convexe qui est résolu dans Matlab en utilisant le code CVX, de Grant et al. [Gran08]. Une fois les coefficients a_i obtenus, il est alors possible de reconstituer la part d'Indentation et de Flexion par la somme des $a_i \phi_i$ sur les indices correspondants.

Afin de donner un exemple d'utilisation, on peut décomposer la déformée à $t = 3.0$ ms du bouclier à faible plateau d'écrasement de la Figure II-8a. Sur la Figure II-11 sont tracées la déformée du bouclier, les trois composantes données par la décomposition et la reconstruction obtenue par la somme de ces trois composantes.

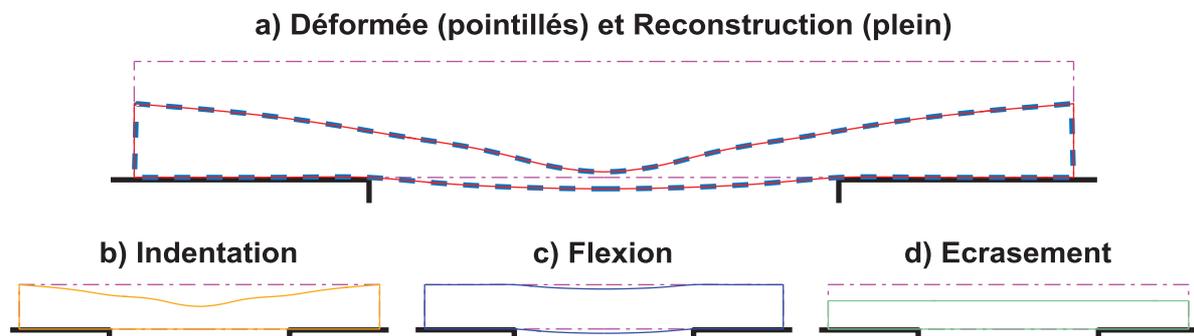


Figure II-11 : Décomposition de la déformée à $t = 3$ ms du bouclier $\sigma_{hpc} = 0.2$ MPa

On peut voir que la projection permet d'obtenir les composantes sur chaque mode de déformée et que la somme des trois composantes permet de très bien reconstruire la déformée complète. Une fois la décomposition obtenue, il est possible de calculer la norme L2 de chacune des composantes. Ces normes sont tracées Figure II-12 avec celles de la déformée totale et du résidu (différence entre la déformée et la reconstruction). On voit que la norme du résidu est très faible à seulement 2% de la norme de la déformée totale. Les normes de l'Écrasement, de la Flexion et de l'Indentation sont respectivement de 56, 11 et 42% de la norme de la déformée.

En étudiant le résidu plus en détail, il est possible d'observer que celui-ci représente principalement les déplacements de la peau avant dans son plan (selon X). En effet, les vecteurs de base utilisés représentent seulement des déplacements selon Z, et les déplacements selon X de la déformée totale se retrouvent donc dans le résidu.

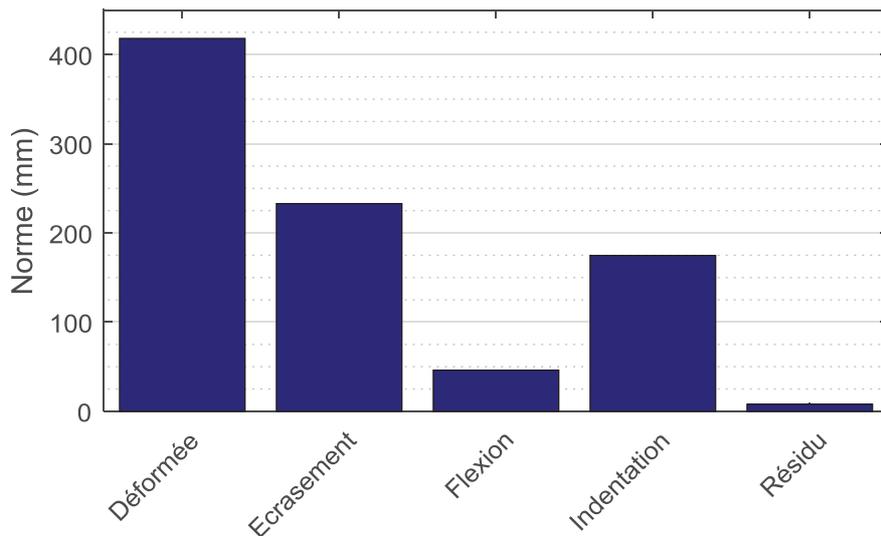


Figure II-12 : Normes des différentes composantes dans la déformée à 3 ms du bouclier $\sigma_{hpc} = 0.2 \text{ MPa}$

3.3 Justifications

Pour créer cet outil, un certain nombre de choix ont dû être faits. Nous discutons ici quatre de ces choix : le choix du vecteur définissant la déformée, le choix de l'équation Eq (II-3) pour la forme des vecteurs de base, le choix de l'utilisation de la norme L1 pour la projection et enfin le choix du nombre de vecteurs de base.

3.3.1 Choix du vecteur de déformée

Afin de réaliser la décomposition de la déformée d'un bouclier, cette déformée a été définie comme le vecteur des déplacements selon X et Z des nœuds situés entre l'âme et les peaux dans le plan de symétrie XZ (cf. Figure II-9). Ce choix a été initialement fait car les profils de déformées tracés Figure II-5 et Figure II-8 montrent que ces informations suffisent pour expliquer le comportement global du sandwich. Néanmoins, on peut faire plusieurs remarques sur ce choix :

- Aucune information sur le comportement intérieur de l'âme n'est obtenue. Ainsi, il n'est pas possible de différencier deux boucliers dont la répartition d'écrasement interne de l'âme est différente si la hauteur totale d'âme est identique. Ici, les âmes sont homogènes et la vitesse d'impact implique que l'écrasement commence toujours par les éléments situés juste sous la peau avant et progresse vers l'arrière (phénomène « d'onde de choc »). Néanmoins, cela peut ne pas être vrai (si on utilise une âme à gradient de propriété par exemple), et l'outil ne peut pas identifier un comportement interne complexe de l'âme.

- Le choix de ne considérer que les déplacements des nœuds situés dans le plan de symétrie XZ a une limitation particulière : il n'est pas possible de détecter des comportements du type ondulations de la peau avant. Pour cela, il faudrait considérer les déplacements de l'ensemble des nœuds sur toute la surface du bouclier et définir les vecteurs de base adéquats. Cela aurait pour conséquence de complexifier particulièrement le problème puisque l'on passerait d'une déformée décrite par un vecteur de 164 composantes (41*2 nœuds et 2 directions) à un vecteur de 7686 composantes (1281*2 nœuds et trois directions). Le phénomène de plissement des peaux n'étant pas du tout généralisé (quelques cas observés sur les 203 cas simulés durant l'ensemble de l'étude paramétrique), et peu important lorsqu'il existe, il a été décidé de ne pas le prendre en compte.

- On a vu que les vecteurs de base ne décrivent que les déplacements selon Z des nœuds suivis, ce qui a pour conséquence que les déplacements selon X sont entièrement portés par le résidu. Il aurait donc été possible de ne considérer comme vecteur de déformée que les déplacements selon Z, tout en ayant le même résultat sur la décomposition (avec un résidu bien plus faible). Une autre solution aurait été de rajouter à la base utilisée un ou des vecteurs décrivant la déformée de membrane de la peau avant, afin d'analyser cette donnée. Néanmoins cette déformée de membrane est complexe puisqu'elle est due à un chargement réparti et qui varie au cours du temps. Dans notre cas, il a été décidé de ne pas chercher à la représenter mais de garder les déplacements selon X dans le vecteur de déformée. Ainsi, la norme du résidu donnera une bonne indication de l'importance de cette déformée de membrane. Dans l'ensemble des cas analysés dans l'étude paramétrique, la norme du résidu est toujours inférieure à 40 mm en valeur absolue, et à 10% de la norme de la déformée totale en valeur relative.

3.3.2 Choix de la forme des vecteurs de base

Pour la création des vecteurs de base d'Indentation et de Flexion, la forme générique de la solution de Timoshenko pour une plaque circulaire encastrée sous effort ponctuel a été utilisée. Néanmoins, la force que l'oiseau applique à la peau avant est loin d'être ponctuelle et l'on peut se demander si cette forme générique est bien choisie. Afin de vérifier ce choix, on va créer ici deux autres bases en utilisant comme forme générique soit la solution de Timoshenko pour une plaque circulaire encastrée chargée par une force répartie [Timo59], soit un simple cosinus. La forme de ces fonctions est présentée Figure II-13, avec la forme de l'équation Eq (II-3).

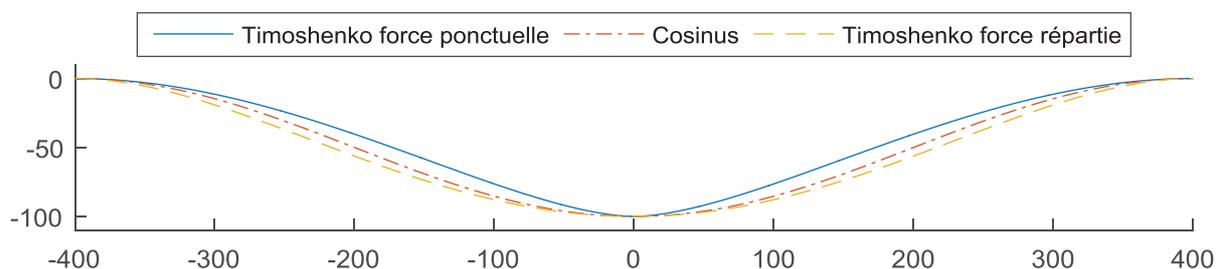


Figure II-13 : Formes utilisées pour la création des vecteurs de base

Afin de comparer ces trois formes, une base est créée avec chacune, et la déformée présentée Figure II-11 est décomposée sur ces trois bases. Sur la Figure II-14, on peut voir la norme de chacune des composantes et du résidu pour chacune des bases.

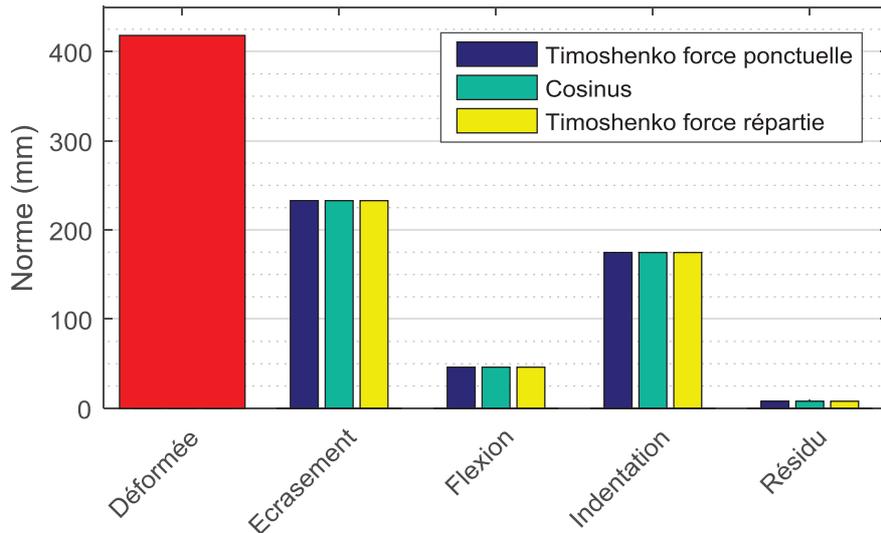


Figure II-14 : Normes des composantes pour différentes formes de base

Les normes des résidus pour les trois bases (Force ponctuelle, Cosinus, Force répartie) sont respectivement de 7.9220, 7.9242 et 7.9221 mm (soit 1.8947, 1.8952 et 1.8947 % de la norme de la déformée totale). Les trois bases permettent donc d'avoir des résultats extrêmement semblables.

Ce test, réalisé ici sur une déformée particulière, a été également réalisé sur un grand nombre de déformées provenant de simulations différentes, afin de vérifier ces résultats sur des cas très différents. Les résultats montrent que le choix de la forme exacte des vecteurs de base n'a pas d'influence significative sur le résultat de la décomposition.

3.3.3 Choix de la norme de projection

Une fois les 73 vecteurs de base obtenus, la décomposition d'une déformée est réalisée par minimisation de la norme L1 du résidu (Eq (II-4)). Le choix de la norme L1 du résidu (somme des valeurs absolues) plutôt que la norme L2 (racine de la somme des carrés des valeurs) est discuté ici.

Dans un cas de projection d'un vecteur sur une base orthonormée, l'utilisation d'une projection en norme L2 a un avantage certain dans le fait que la solution peut être trouvée directement par une multiplication par la transposée de la matrice représentant les vecteurs de base, sans passer par un processus d'optimisation. Ici, les vecteurs de base sont normés mais non-orthogonaux entre eux et pour obtenir le résultat de la projection L2 sans passer par une optimisation, il est nécessaire de calculer la pseudo-inverse de la matrice représentant la base.

Dans notre cas, les vecteurs de base sont très semblables les uns aux autres et le calcul de cette pseudo-inverse provoque des erreurs de calculs importantes (matrice mal conditionnée). L'utilisation de cette méthode donne alors des résultats aberrants (norme du résidu plus grande que la norme du vecteur décomposé). Ainsi, pour réaliser la projection de la déformée il est nécessaire de passer par un processus d'optimisation et l'utilisation de la norme L2 n'apporte alors plus d'avantage particulier.

Dans des cas similaires de projection sur une base avec un grand nombre de vecteurs, il a été constaté que l'utilisation de la norme L1 permettait d'obtenir des résultats moins bruités [Mor12], ce qui se vérifie dans notre cas lors de la projection de certaines déformées. Le choix est donc fait de préférer l'utilisation de la norme L1 pour la décomposition.

3.3.4 Choix du nombre de vecteurs de base

Comme on l'a vu, afin de pouvoir représenter aussi bien des comportements locaux que globaux, il est nécessaire d'utiliser plusieurs vecteurs de base pour le mode de Flexion et plusieurs pour le mode d'Indentation. Puisqu'ils sont créés en utilisant la même forme de base, ces vecteurs diffèrent simplement par l'étendue de la Flexion ou de l'Indentation (cf. Figure II-10). Les nœuds du modèle éléments finis utilisés pour définir le vecteur de déformée d'un bouclier étant distants de 10 mm (pas du maillage), il a été choisi de faire varier cette étendue par pas de 10 mm également. En prenant comme étendue minimale le rayon de l'oiseau (50 mm) et comme étendue maximale la demi-largeur du bouclier complet (400 mm), c'est donc 36 vecteurs qui sont créés pour la Flexion, et autant pour l'Indentation.

Utiliser 73 vecteurs de base au total peut paraître beaucoup, et on présente donc ici une étude de l'influence de ce nombre sur la décomposition. Quatre bases sont testées : la base initiale contenant 73 vecteurs, une base créée avec l'étendue de la Flexion et l'Indentation variant par pas de 20 mm (ce qui donne 37 vecteurs), une base avec un pas de 50 mm (17 vecteurs) et une base avec un pas de 100 mm (9 vecteurs, qui sont ceux présentés Figure II-10). La décomposition de la déformée de la Figure II-11 est réalisée sur chacune de ces bases et la norme de chaque mode et du résidu est mesurée et tracée Figure II-15. La norme du résidu pour les bases à 73, 37, 17 et 9 vecteurs est respectivement de 7.92, 8.0, 8.1 et 11.7 mm (soit 1.89, 1.91, 1.94, 2.80 % de la norme de la déformée totale).

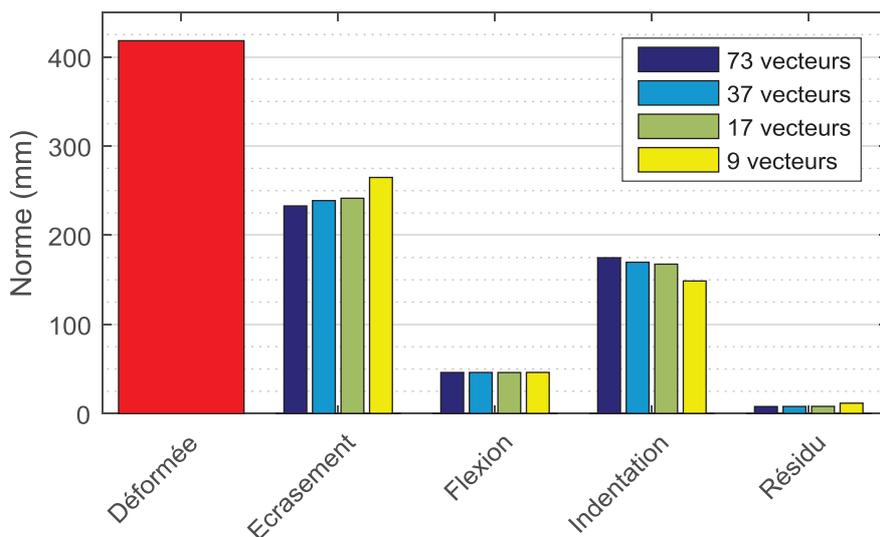


Figure II-15 : Normes des composantes en fonction du nombre de vecteurs utilisés

On peut voir que l'utilisation de moins de vecteurs de base n'entraîne pas une hausse significative de la norme du résidu dans ce cas. Néanmoins, l'utilisation de moins de vecteurs tend à surestimer la part du mode d'Écrasement et à sous-estimer la part de l'Indentation. C'est particulièrement vrai pour la base à 9 vecteurs, dans laquelle il n'y a pas de vecteur représentant l'Indentation avec une étendue supérieure à 350 mm, qui est donc confondue avec de l'Écrasement.

Là encore, on peut faire cette même comparaison avec d'autres déformées, provenant de simulations différentes. Les résultats montrent que l'utilisation de moins de vecteurs de base provoque toujours une surestimation de la part de l'Écrasement au dépend de la part d'Indentation et une augmentation de la norme du résidu. On peut remarquer que cette surestimation de l'Écrasement est d'autant plus importante que l'Écrasement est grand.

La réduction du nombre de vecteurs de base n'apportant pas de gain de temps significatif (1.4 seconde pour décomposer une déformée sur 73 vecteurs, 1.3 seconde sur 9 vecteurs), le choix est fait de garder la base contenant 73 vecteurs.

3.4 Exemples d'applications

Ainsi, on dispose d'un outil permettant de mesurer les parts d'Indentation, de Flexion et d'Écrasement dans la déformée d'un sandwich à un instant donné. L'intérêt principal de cet outil est de permettre de comparer efficacement le comportement de deux ou plusieurs boucliers, sans devoir observer toutes les images des déformées au cours du temps.

Dans cette section, on donne deux exemples d'utilisation de cet outil. Tout d'abord, une analyse fine de la déformation au cours du temps d'un bouclier (celui de référence) est réalisée. Ensuite, nous définissons des critères basés sur cet outil, associés à chaque bouclier et qui pourront être suivis lors de l'étude paramétrique. Nous montrons en quoi ces critères, donnant des informations sur le comportement global du bouclier, permettent de comparer efficacement plusieurs boucliers entre eux.

3.4.1 Analyse du bouclier de référence

L'outil créé permet donc de décomposer la déformée d'un bouclier donné à un instant donné (cf. Figure II-11) et de mesurer la norme des trois composantes de cette déformée (cf. Figure II-12). Afin de suivre le comportement d'un bouclier au cours du temps, on va effectuer ce processus à plusieurs instants de la simulation. Il a été choisi d'utiliser 200 images durant les 6 ms de simulation, soit une image toute les 0.03 ms.

Une fois les normes des trois composantes et du résidu obtenues, on peut tracer l'évolution dans le temps de celles-ci sur un même graphique, en les superposant. Pour le bouclier de référence (cf. section 2.1) on obtient la Figure II-16. Les instants des images de la Figure II-5 sont indiqués par les lignes pointillées verticales.

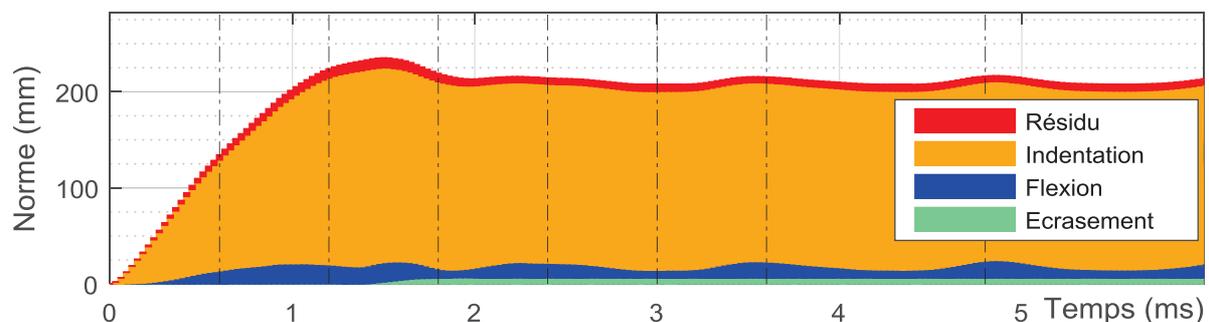


Figure II-16 : Évolution des modes de déformée au cours du temps pour le bouclier de référence

Plusieurs conclusions peuvent être tirées de ce graphique. Tout d'abord, on observe que la part d'Écrasement dans le comportement est très faible. Cela se voit Figure II-5 ; les profils du bouclier montrant que l'âme sur les bords n'est pas écrasée. Le comportement du bouclier est clairement dominé par l'Indentation, avec un peu de Flexion. La Flexion atteint un maximum à 1 ms, et on peut observer le retour élastique qui provoque l'étalement de la pression sur le support (cf. section 2.2) entre 1.2 ms et 1.8 ms. Le maximum de la déformée est atteint à 1.5 ms, soit juste avant d'atteindre le maximum de force appliquée au support.

Sur ce graphique, on peut également voir qu'après $t = 2$ ms, la déformée du bouclier ne varie plus que par une oscillation de la composante de flexion. Cela est cohérent avec le fait que la

force de l'oiseau sur la peau avant et la force de la peau arrière sur le support sont toutes deux nulles (cf. Figure II-6). Le bouclier est donc dans une phase de rebond et vibre librement, la composante d'Écrasement et celle d'Indentation ne variant plus.

Ainsi, l'analyse de la Figure II-16 seule permet de tirer un certain nombre de conclusions sans devoir passer par la visualisation d'un grand nombre d'images et de graphiques (déformée du bouclier, carte de pression, etc.). L'outil développé est donc un outil puissant pour aider à la compréhension du comportement global du sandwich. De plus, cet outil permet de mesurer les normes des différentes composantes et si l'on considère la norme maximum atteinte par chaque composante, on obtient trois grandeurs donnant une information sur le comportement global du sandwich et qui peuvent être suivies dans une étude paramétrique. Ici, pour le bouclier de référence, les maxima des composantes sont de 6.5, 21, 204 et 10.5 mm respectivement pour l'Écrasement, la Flexion, l'Indentation et le résidu (rapporté à la norme de la déformée totale, celui-ci est de 6.2% au maximum).

3.4.2 Comparaison de trois boucliers

Pour donner un exemple de la capacité de cet outil à comparer efficacement les comportements de différents boucliers, on donne ici les normes maximum des composantes pour les trois boucliers dont les profils sont représentés Figure II-8. Pour rappel, les valeurs des critères de protection pour ces trois boucliers sont données en Tableau II-8.

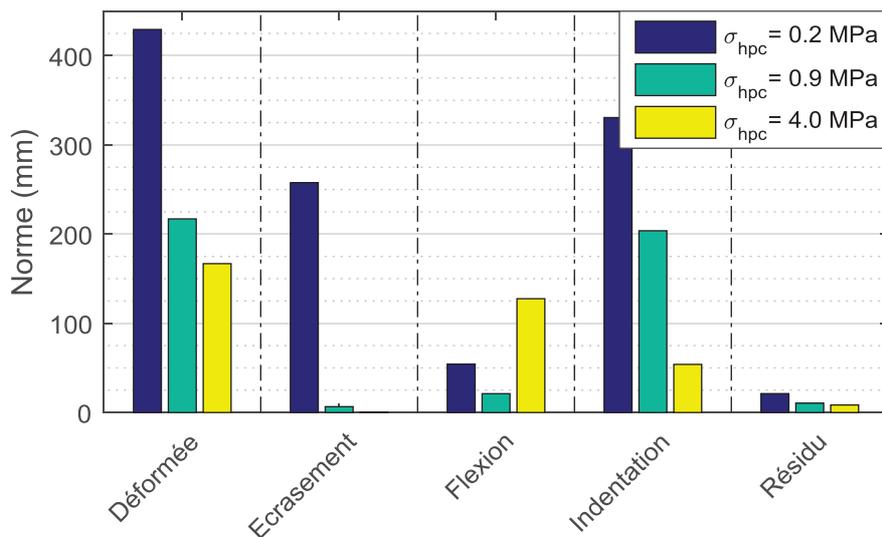


Figure II-17 : Norme maximum des composantes pour trois définitions de bouclier

Ce graphique permet de comprendre rapidement l'effet de la variation du paramètre σ_{hpc} sur le comportement du bouclier. Pour un plateau de compression hors-plan de l'âme très bas, le bouclier se déforme principalement avec de l'Écrasement et de l'Indentation. Pour un plateau de compression plus haut, l'ensemble des normes des composantes diminuent (le bouclier se déforme moins), mais pas du tout uniformément. On peut voir que l'Écrasement est ramené quasiment à zéro alors que l'Indentation ne diminue que d'un tiers, et le bouclier de référence a donc un comportement principalement dominé par l'Indentation, comme vu sur la Figure II-16. Si l'on augmente encore le plateau de compression, la Flexion devient plus importante que l'Indentation, pour donner un comportement dominé par la Flexion.

Afin de mieux comprendre les différences de comportement entre ces trois boucliers, on peut tracer sur la Figure II-18 l'évolution de leurs composantes au cours du temps :

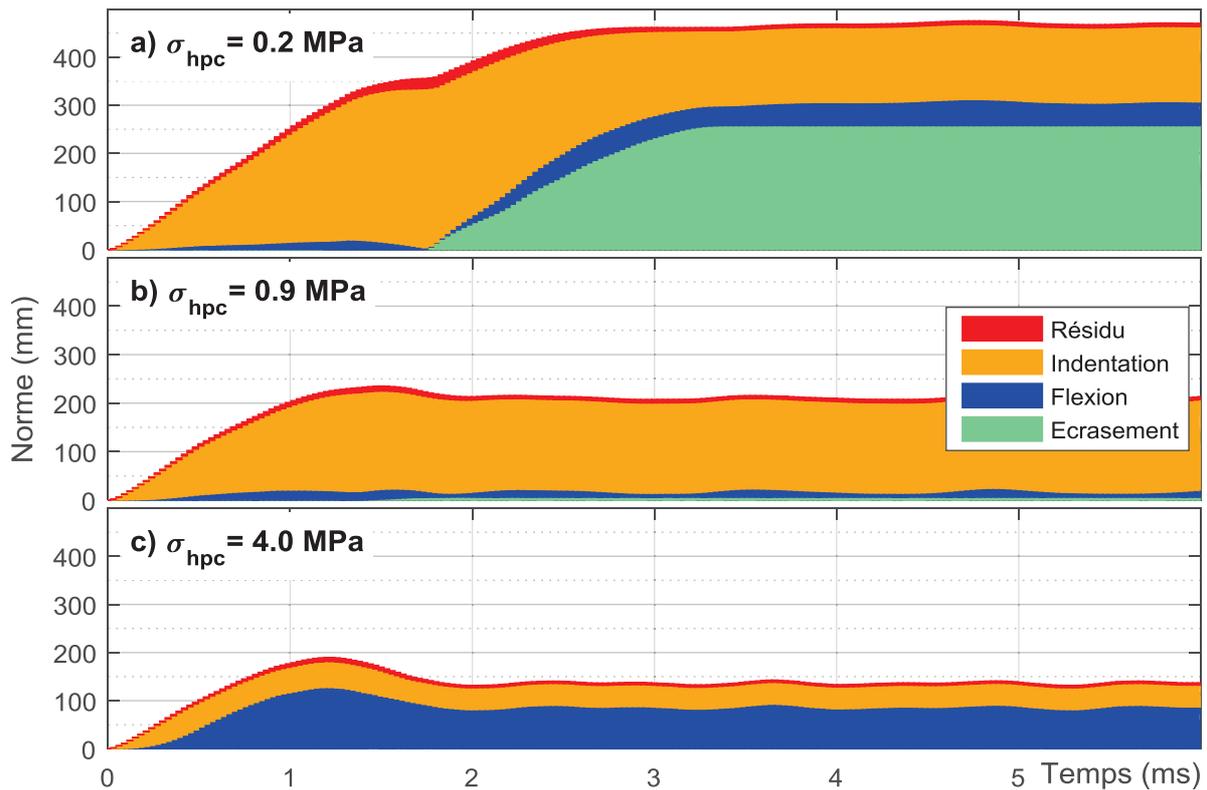


Figure II-18 : Évolution des modes de déformée au cours du temps pour trois boucliers

On peut observer en particulier que l'instant de déformée maximale n'est pas atteint au même moment. Plus le plateau de compression hors-plan est faible, plus le bouclier met longtemps à atteindre sa déformée finale. On voit également que l'oscillation en flexion du bouclier existe pour les trois simulations, indépendamment de l'importance relative de la composante de Flexion.

Enfin, la Figure II-18 permet d'expliquer pourquoi la composante de Flexion est plus grande pour le bouclier a) ($\sigma_{hpc} = 0.2 \text{ MPa}$) que pour le bouclier de référence b) ($\sigma_{hpc} = 0.9 \text{ MPa}$). En effet, on voit que dans la première phase de déformation du bouclier a) la Flexion reste faible et du même ordre de grandeur que pour le bouclier b). C'est dans une deuxième phase, après l'apparition d'une composante d'Écrasement importante, que la Flexion grandit pour atteindre son maximum. En regardant les profils Figure II-8 on peut voir que la Flexion, non présente à 1.8 ms mais présente à 3 ms, apparaît du fait de la densification de l'âme au centre. Le changement d'influence du plateau de compression hors-plan de l'âme sur la composante de Flexion du comportement du bouclier peut donc s'expliquer par l'apparition de la densification de l'âme au centre du sandwich.

3.5 Conclusion

Dans cette section, on a présenté un outil de mesure et de compréhension du comportement d'un bouclier basé sur la décomposition de la déformée du sandwich en trois modes distincts : l'Écrasement, la Flexion et l'Indentation.

Le principe de cet outil repose sur la projection d'un vecteur, dont on a vu qu'il représente bien la déformée du bouclier à un instant donné, sur une base de vecteurs définie au préalable. Cette base étant composée de vecteurs décrivant les trois modes de déformée, il est ensuite possible de reconstruire la part de la déformée du bouclier correspondante à chacun des

modes. Ce processus étant répété plusieurs fois au cours de la simulation, on peut alors tracer la variation au cours de l'impact de la norme de chacune des composantes (cf. Figure II-18). En mesurant la norme maximum au cours du temps de chaque composante, on obtient donc trois grandeurs permettant de décrire macroscopiquement le comportement du bouclier.

Ces trois grandeurs étant obtenues par un processus qui ne change pas d'un bouclier à l'autre, elles peuvent être utilisées pour comparer rapidement le comportement d'un grand nombre de boucliers différents, sans passer par la visualisation de l'ensemble des profils au cours du temps. Ainsi, ces trois grandeurs peuvent être suivies durant une étude paramétrique impliquant la simulation d'un grand nombre de boucliers différents.

Les choix fait lors de la création de cet outil ont également été discutés et justifiés. Les limitations existantes ont été expliquées et doivent être gardées à l'esprit lors de l'interprétation des résultats.

4. CONCLUSION

Ce chapitre a été dédié à la préparation de l'étude paramétrique. En effet, avant de réaliser une telle étude il est nécessaire tout d'abord d'avoir un objet bien défini à étudier et ensuite de savoir précisément quelles mesures vont être réalisées et suivies durant l'étude.

Ainsi, nous avons dans un premier temps défini l'objet d'étude en créant un modèle éléments finis entièrement paramétré permettant de simuler le comportement d'un bouclier sandwich quelconque. Pour créer ce modèle il a été nécessaire de définir le cadre de l'étude, et il a été décidé de ne considérer que les sandwiches simple couche avec une âme homogène. De même, les conditions aux limites ont été choisies : appui simple sur un support parfaitement rigide avec un trou carré en son milieu. Un certain nombre de choix de simplification ont dû être faits, en particulier pour la création de la loi utilisateur décrivant le comportement de l'âme, afin de pouvoir créer un modèle générique. Ces choix ont été justifiés et les limitations associées ont été présentées. Le modèle complet comporte 28 paramètres, géométriques ou matériaux, nécessaires pour définir entièrement un cas de simulation.

Afin de valider ce modèle, un cas référence a été choisi puis simulé. Son comportement sous l'impact a été analysé et la protection apportée à la cible étudiée. Pour pouvoir suivre l'évolution de cette protection dans l'étude paramétrique, quatre critères ont été choisis :

- La pression maximale appliquée au support P_{supp}
- L'effort maximal appliqué au support F_{supp}
- La flèche maximale de la peau arrière f_{par}
- La déformation maximale de la peau avant dans son plan ε_{pav}

Ces quatre critères seront donc suivis durant l'étude paramétrique. Néanmoins, s'ils donnent une bonne idée de la capacité de protection du bouclier, ils ne permettent pas de comprendre son comportement global. Pour cela, il est nécessaire de s'intéresser à l'évolution de la déformée du sandwich au cours du temps.

Dans une troisième partie, on a donc présenté un outil de mesure et de compréhension du comportement d'un bouclier, basé sur la décomposition de la déformée du sandwich en trois composantes distinctes : l'Écrasement, la Flexion et l'Indentation. La définition mathématique de cet outil a été donnée, et les choix qui ont dû être faits pour le créer, justifiés. Cet outil permettant de mesurer la norme maximum de chaque composante, on peut donc décrire macroscopiquement le comportement d'un bouclier à l'aide de trois grandeurs. À l'aide d'un exemple, on a montré que ces trois grandeurs permettent de comparer rapidement le comportement de plusieurs boucliers différents.

Ainsi, en plus des quatre critères de protection de la cible, trois grandeurs représentant le comportement du bouclier seront suivies durant l'étude paramétrique : l'Écrasement, la Flexion et l'Indentation. Ces grandeurs permettront d'étudier l'influence des paramètres du bouclier sur son comportement global.

L'objet de l'étude étant maintenant précisément défini et 7 grandeurs d'étude ayant été choisies, il est désormais possible de réaliser l'étude paramétrique. Le modèle éléments finis étudié contenant 28 paramètres qui peuvent varier, il est nécessaire de commencer cette étude par une étape de criblage.

Étude de criblage et premières études 2D

Le modèle éléments finis créé dans le Chapitre II nécessite de choisir 28 paramètres afin de décrire un bouclier particulier. Comme on l'a vu dans la bibliographie, le nombre de simulations à effectuer augmente exponentiellement avec le nombre de paramètres étudiés. La première étape de notre étude paramétrique doit donc consister en l'identification des paramètres les plus influents, afin de réduire au maximum le nombre de dimensions à étudier.

Dans ce chapitre, nous présentons donc l'étude de criblage réalisée afin d'identifier les paramètres dont la variation a le plus d'influence sur la variation des 7 sorties étudiées. Tout d'abord, le cadre de cette étude de criblage et le domaine de variation de chaque paramètre est précisé. Ensuite, la méthodologie suivie est explicitée et les résultats obtenus présentés. Toutes les sorties n'étant pas sensibles aux mêmes paramètres, une discussion de ces résultats est réalisée avant de construire un classement final des paramètres en fonction de leur influence.

Les paramètres les plus influents identifiés, il est possible de commencer l'étude paramétrique proprement dite. Néanmoins comme on l'a vu dans la bibliographie, une étude sur plus de trois paramètres implique l'utilisation d'outils complexes pour la visualisation et l'analyse (modèles réduits, méthodes statistiques, etc.). Avant de réaliser cette étude complexe, il a donc été décidé de commencer par réaliser des études à deux dimensions. L'avantage principal d'une étude à deux dimensions est que la visualisation des résultats peut se faire aisément par visualisation d'une carte de couleur ou d'une surface. De plus, il est possible d'utiliser un plan factoriel complet, le nombre de simulations à effectuer restant raisonnable.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, on présente donc trois études à deux dimensions, portant chacune sur un couple de paramètres différent. Le plan d'expériences utilisé pour chaque étude est donné, et les résultats obtenus présentés et analysés. Certains phénomènes, prenant place lors de l'impact et ayant une influence sur la protection de la cible, sont identifiés et explicités afin de mieux comprendre les effets des différents paramètres de définition du bouclier. Les interactions entre les deux paramètres de chaque étude 2D sont également étudiées. Enfin, un bilan général de ces trois études est réalisé afin d'aider à la mise en place d'une étude paramétrique plus complète.

SOMMAIRE

CHAPITRE III. ÉTUDE DE CRIBLAGE ET PREMIÈRES ÉTUDES 2D.....	83
1. Étude de criblage	85
1.1 Cadre de l'étude et plage de variation des paramètres	85
1.2 Méthode de criblage et plan d'expériences utilisés	87
1.3 Résultats & Analyse	88
1.4 Conclusion.....	93
2. Premières études paramétriques en deux dimensions	95
2.1 Plans d'expériences utilisés	95
2.2 Résultats & Analyse	96
2.2.1 Influence des propriétés de l'âme.....	96
2.2.2 Influence des propriétés de la peau avant	98
2.2.3 Influence des propriétés géométriques	101
2.3 Bilan des études paramétriques 2D	103
3. Conclusion	105

1. ÉTUDE DE CRIBLAGE

1.1 Cadre de l'étude et plage de variation des paramètres

Cadre de l'étude

Une étude de criblage a pour objectif d'identifier les paramètres les plus influents en utilisant pour cela un minimum de simulations. Dans notre cas, 28 paramètres définissent le modèle éléments finis (cf. Chapitre II) et sont donc à étudier, néanmoins un certain nombre d'entre eux peuvent être écartés de l'étude a priori, afin de limiter le nombre de simulations à effectuer :

- Des simulations préliminaires ont laissé supposer que la peau arrière a bien moins d'influence que la peau avant. Il a donc été choisi de n'intégrer dans l'étude que le paramètre d'épaisseur pour la peau arrière, et non ses paramètres matériaux. Il sera possible de valider cette hypothèse en vérifiant que l'influence de l'épaisseur de la peau arrière est bien faible devant celle de l'épaisseur de la peau avant.

- Le domaine de l'étude ayant été restreint aux peaux métalliques (cf. Chapitre II), et le coefficient de Poisson des métaux étant souvent proche de 0.33, il a été décidé de ne pas étudier l'influence des deux paramètres ν_{pav} et ν_{par} .

- La densification de l'âme est simulée par deux paramètres : la vitesse de densification et une déformation de densification. On peut raisonnablement supposer que ces deux paramètres auront des influences du même ordre. Il a donc été décidé de ne considérer que le paramètre de déformation de densification dans l'étude de criblage.

- Le comportement de l'âme en traction hors-plan a été modélisé comme élasto-plastique pur. Sur le calcul de référence, on peut vérifier que les éléments de l'âme ne sont sollicités fortement en traction que lors du retour élastique en flexion de la peau avant. Ce retour élastique intervenant après que les principaux maximums aient été atteints, on peut supposer que le comportement en traction de l'âme n'aura pas une grande influence sur les sorties mesurées. On ne l'inclura donc pas dans l'étude de criblage.

- Des simulations précédentes ont suggéré que le comportement dans le plan de l'âme a peu d'influence. Il a donc été décidé de réunir les paramètres plan de l'âme en deux groupes (les modules E_p et G_p , et les plateaux σ_p et τ_p). Les paramètres au sein d'un groupe varieront ensemble, et si le groupe a peu d'influence, on estimera que les paramètres ont peu d'influence. Si un groupe a une influence forte, il faudra alors refaire des simulations pour chacun des paramètres afin de savoir lequel est influent. Cette méthode nécessite de supposer que l'interaction possible entre les deux paramètres n'annule pas leurs effets, ce qui est peu probable.

Ainsi, 9 paramètres ont été enlevés de l'étude de criblage et resteront fixes à leur valeur de référence durant toute la suite de l'étude paramétrique. C'est donc 19 paramètres qui vont varier et il est nécessaire de choisir une plage de variation pour chacun. Dans les tableaux ci-dessous sont présentées les plages de variation de l'ensemble des paramètres étudiés, ainsi que la valeur de référence présentée dans le Chapitre II. Les quatre paramètres regroupés deux par deux sont présentés ensemble.

Les plages de variations présentées ici sont très grandes car nous avons fait le choix de privilégier une étude paramétrique la plus large possible. Ces plages de variations ont une forte influence sur les résultats de l'étude de criblage et, si l'on utilise cette méthode pour un cas différent, il est nécessaire d'adapter ces plages au domaine que l'on veut étudier.

Plages de variations des paramètres

Pour les paramètres géométriques, la plage de variation a été choisie en fonction des valeurs classiquement utilisées dans la littérature ou dans l'industrie.

Tableau III-1 : Plage de variation des paramètres : géométrie

		Limite basse	Référence	Limite haute	Unités
T_t	Taille du trou du support	300	400	500	mm
H_a	Hauteur de l'âme	50	100	150	mm
e_{pav}	Épaisseur peau avant	2	3	4	mm
e_{par}	Épaisseur peau arrière	2	3	4	mm

Les paramètres de la peau avant sont choisis en fonction des maximums et minimums existant dans les matériaux métalliques classiquement utilisés pour des applications de blindage. Pour la densité, une limite basse a été fixée arbitrairement à la moitié de la valeur de référence.

Tableau III-2 : Plage de variation des paramètres : peau avant

		Limite basse	Référence	Limite haute	Unités
d_{pav}	Densité	1400	2800	7500	kg/m ³
E_{pav}	Module d'élasticité	30	72	200	GPa
A_{pav}	Limite d'élasticité	100	300	500	MPa
B_{pav}	Pente d'écrouissage	100	400	700	MPa
n_{pav}	Coefficient d'écrouissage	0,1	0,27	0,6	-

De même, les bornes des paramètres de l'âme sont choisies en fonction des matériaux classiquement utilisés (Nida et mousses). Quand aucune donnée n'était disponible, des bornes ont été choisies arbitrairement de façon à recouvrir une plage suffisamment importante.

Tableau III-3 : Plage de variation des paramètres : âme

		Limite basse	Référence	Limite haute	Unités
E_{hp}	Module d'élasticité hors-plan	200	1000	5000	MPa
G_{hp}	Module de cisaillement hors-plan	50	200	1000	MPa
E_p/G_p	Modules dans le plan	$E_p=0.5$ $G_p=2.5$	$E_p=1$ $G_p=5$	$E_p=300$ $G_p=150$	MPa
σ_{hpc}	Plateau plastique de compression hors-plan	0,2	0,9	4	MPa
ε_d	Déformation de densification	0.18	0.37	0.55	-
τ_{hp}	Plateau plastique de cisaillement hors-plan	0,2	1,2	4	MPa
σ_p/τ_p	Plateaux plastiques dans le plan	$\sigma_p=0.09$ $\tau_p=0.12$	$\sigma_p=0.9$ $\tau_p=1.2$	$\sigma_p=9$ $\tau_p=12$	MPa
d_a	Densité	13	50	200	kg/m ³

Il y a donc 17 paramètres ou groupes de paramètres qui vont être étudiés indépendamment.

1.2 Méthode de criblage et plan d'expériences utilisés

Afin d'étudier l'influence de chaque paramètre, il est bien sûr impensable de réaliser l'ensemble des combinaisons possibles (à deux niveaux : $17^2 = 289$ simulations). Il est nécessaire de choisir une méthode de criblage efficace, permettant de réduire drastiquement le nombre de simulations nécessaires.

Diverses méthodes de criblages ont été présentées dans la bibliographie (cf. section 3.2) :

- Dans notre cas, avec 17 paramètres, l'intérêt d'une méthode à cluster est faible (trop peu de paramètres). Néanmoins, regrouper deux paramètres au sein d'un groupe (comme il est fait ici pour quatre paramètres) est exactement la logique utilisée dans ce type de méthode.

- L'utilisation d'une méthode de Morris, en respectant les recommandations de [Morr91] (p pair et supérieur à 3), demanderait au moins 85 simulations ($p = 4$) pour obtenir une estimation de l'effet de chaque paramètre et des interactions associées.

- Avec la méthode de variation nominale (Nominal Range Sensitivity Analysis), seulement 35 simulations sont nécessaires dans notre cas. En utilisant un plan d'expériences en étoile centré (cf. Figure I-25), il est alors possible d'estimer les effets de chaque paramètre et d'avoir une idée de la linéarité de l'effet (trois points sur la plage de variation). Par contre, aucune mesure des éventuelles interactions n'est possible.

Afin de limiter au maximum le nombre de simulations nécessaires, il a été décidé d'utiliser la méthode de variation nominale pour estimer l'influence de chaque paramètre. C'est donc 35 simulations qui sont nécessaires : une simulation du point de référence (déjà réalisée et présentée dans le Chapitre II) et deux simulations par paramètre : une où le paramètre prend sa limite haute et une où il prend sa limite basse.

1.3 Résultats & Analyse

Une fois les simulations réalisées, elles sont post-traitées afin de mesurer sur chacune les 7 grandeurs de sorties étudiées : l'Indentation, la Flexion, l'Écrasement, la pression maximale appliquée au support P_{supp} , la force maximale appliquée au support F_{supp} , la flèche arrière maximale f_{par} , et la déformation maximale de la peau avant ϵ_{pav} . On présente ici les valeurs de ces sorties pour chaque simulation dans 7 graphiques différents. Sur chaque graphique, on indique pour chaque paramètre la valeur de la sortie pour les simulations limite basse et limite haute en pourcentage de la sortie du calcul de référence. La valeur exacte de la sortie de référence est indiquée dans le titre. Pour une meilleure visualisation, les graphiques sont coupés à 200% de la valeur du calcul de référence, et la hauteur des barres dépassant cette limite est indiquée au-dessus.

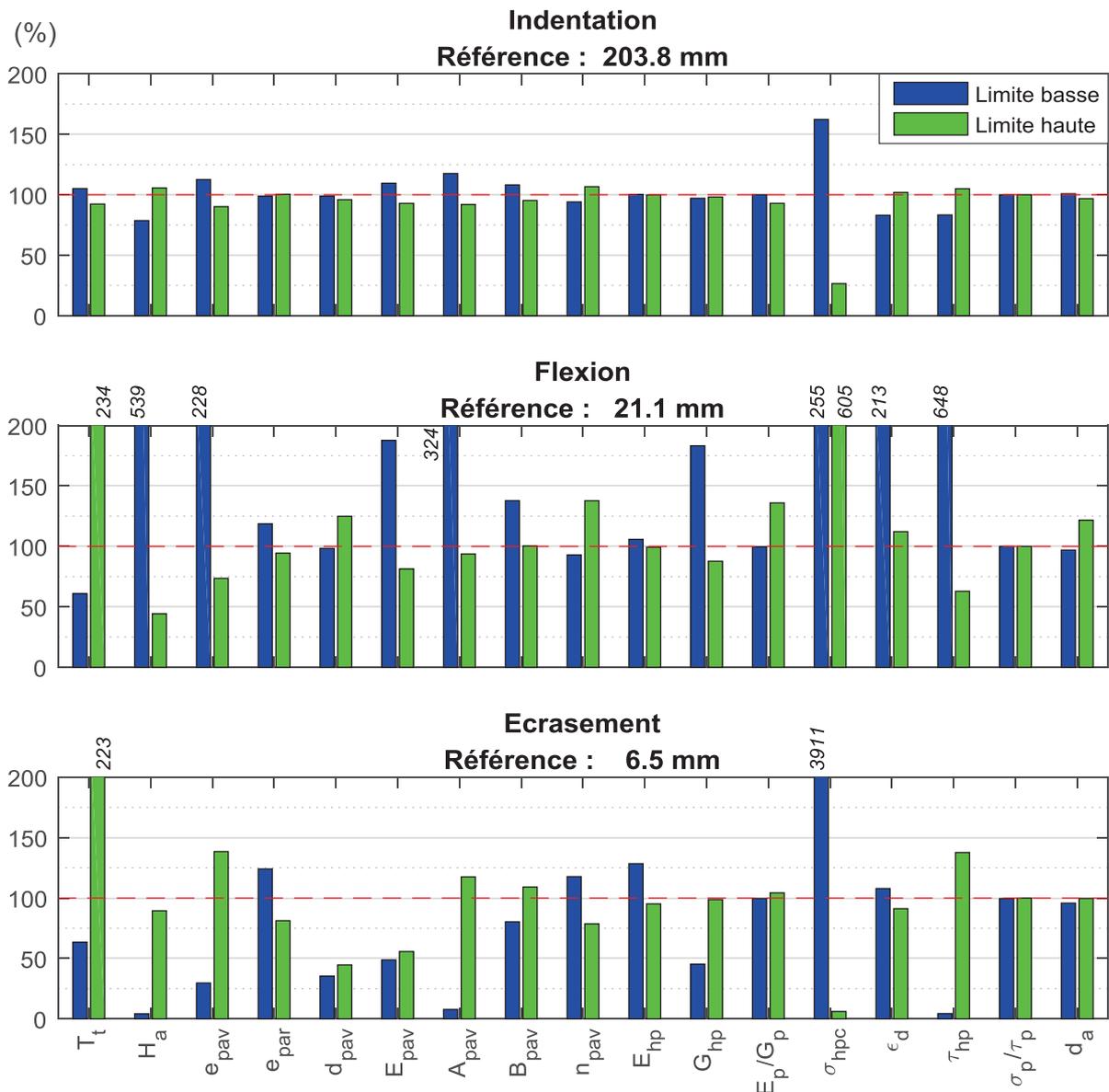


Figure III-1 : Résultats de l'étude de criblage : mesures des modes de déformée

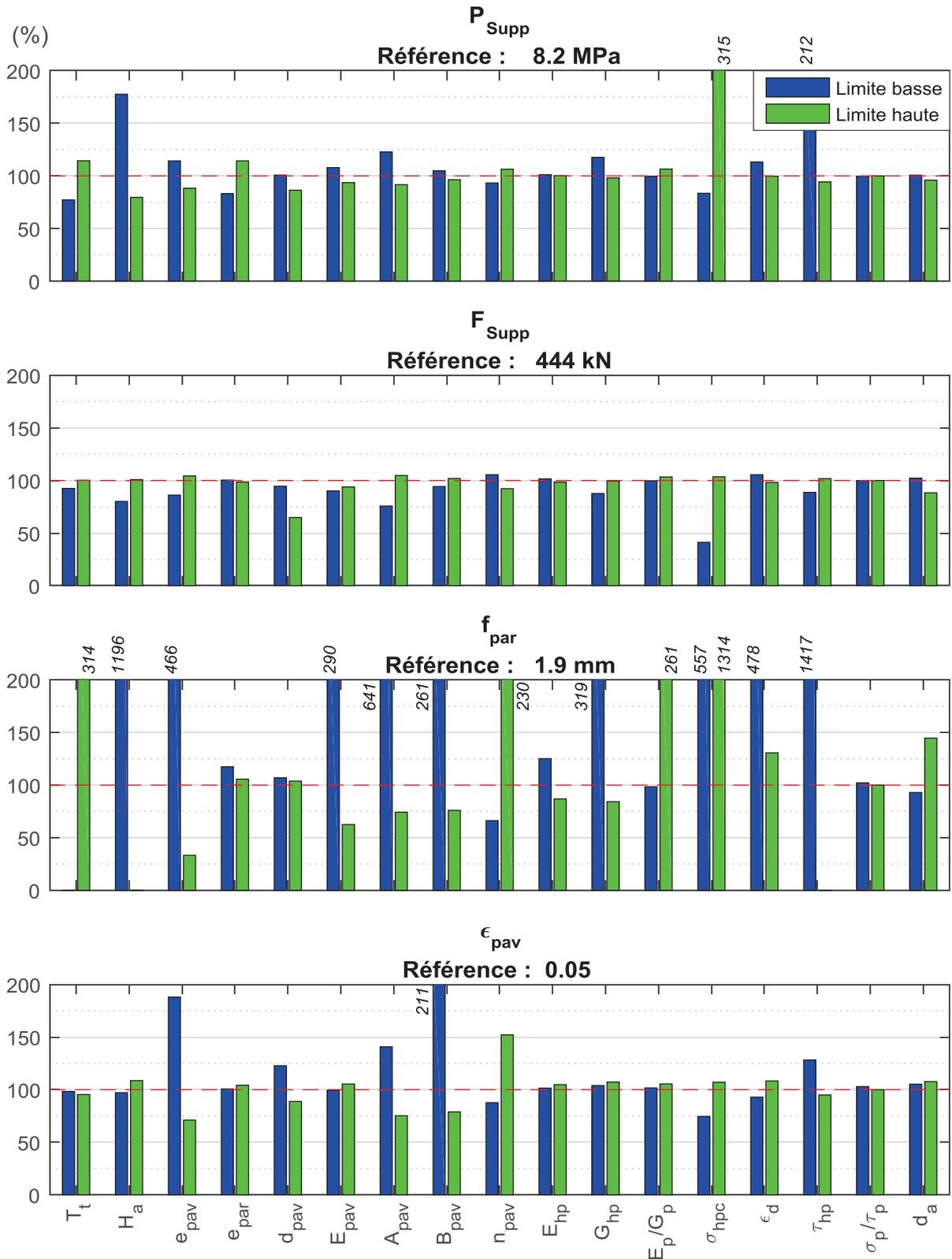


Figure III-2 : Résultats de l'étude de criblage : critères de protection

La première remarque que l'on peut faire est que les sorties ne sont pas toutes aussi sensibles aux paramètres. En effet, on peut voir que la force maximale appliquée au support (F_{Supp}) ne varie que de quelques dizaines de pourcent au maximum, alors que la variation maximale de la mesure d'Écrasement atteint presque 4000%. Les sorties qui varient le plus sont la Flexion,

l'Écrasement et la flèche arrière. L'Indentation et la force appliquée au support varient peu. De même, chaque sortie réagit différemment à chaque paramètre et le paramètre le plus influent pour une sortie ne sera pas forcément le plus influent pour l'autre.

On peut remarquer également que les effets des paramètres ne sont généralement pas du tout linéaires (les figures ci-dessus peuvent induire en erreur, la valeur référence n'étant généralement pas centrée par rapport aux bornes). Il y a même un certain nombre de cas où l'influence d'un paramètre n'est pas monotone, c'est-à-dire que l'augmentation et la réduction de la valeur du paramètre provoque une variation de la sortie dans le même sens. On peut également voir des comportements de type palier, où la réduction d'un paramètre n'a pas d'influence mais l'augmentation à une influence forte, ou inversement (cf. influence du module de cisaillement hors-plan de l'âme G_{hp} sur l'Écrasement par exemple).

Le but de l'étude de criblage étant de choisir les paramètres les plus influents, on voit ici que ce n'est pas si simple. En effet, ces paramètres ne seront pas les mêmes suivant la sortie considérée ou la façon de classer les paramètres (plage de variation, influence moyenne, linéarité ou non, etc.). Dans notre cas, on peut classer pour chaque sortie les paramètres selon trois méthodes différentes :

- La plage de variation maximum de la sortie, c'est-à-dire la différence entre le maximum et le minimum de la sortie sur les trois simulations (limite basse, référence, limite haute).

- Le coefficient linéaire : la pente d'une régression linéaire réalisée sur ces trois simulations (avec comme abscisse les valeurs du paramètre variant, normalisées sur [0 1]).

- La non-linéarité : l'erreur quadratique moyenne (Root Mean Square Error) entre les simulations et la régression linéaire précédemment calculée. Ce critère permet de donner moins d'importance aux paramètres qui ont un effet fort mais linéaire, et plus à ceux dont l'effet est fortement non-linéaire, ce qui peut indiquer des phénomènes physiques (changements de comportement, effets de seuil) intéressants à étudier.

Ce sont donc trois classements qui sont réalisés pour chaque sortie. On donne dans le Tableau III-4 les classements obtenus pour la pression maximale appliquée au support (seuls les 10 premiers paramètres sont donnés).

Tableau III-4 : Classement des paramètres : pression maximale appliquée au support

Plage de variation :

Paramètre	σ_{hpc}	τ_{hp}	H_a	T_t	e_{par}	A_{pav}	e_{pav}	G_{hp}	d_{pav}	E_{pav}
Valeur (MPa)	18.9	9.7	8.0	3.0	2.6	2.5	2.1	1.6	1.2	1.1

Coefficient linéaire :

Paramètre	σ_{hpc}	H_a	τ_{hp}	T_t	e_{par}	A_{pav}	e_{pav}	d_{pav}	G_{hp}	ε_d
Valeur (MPa/~)	19.7	-8.0	-7.7	3.0	2.6	-2.5	-2.1	-1.2	-1.1	-1.1

Non-linéarité (RMSE) :

Paramètre	τ_{hp}	H_a	σ_{hpc}	G_{hp}	A_{pav}	ε_d	T_t	E_{pav}	d_{pav}	n_{pav}
Valeur (MPa)	5.2	1.9	1.6	0.9	0.5	0.4	0.3	0.3	0.2	0.1

On peut observer que le classement dépend de la méthode utilisée. Afin d’avoir un classement général, on va donner un rang à chaque paramètre pour chaque méthode et on va calculer le rang moyen des différents paramètres. On présente dans le Tableau III-5 le classement des 10 premiers paramètres pour chaque sortie.

Tableau III-5 : Classement des paramètres pour chaque sortie (selon leur rang moyen sur les trois méthodes)

Indentation									
σ_{hpc}	H_a	A_{pav}	τ_{hp}	ε_d	e_{pav}	E_{pav}	B_{pav}	T_t	n_{pav}
Flexion									
τ_{hp}	H_a	σ_{hpc}	A_{pav}	T_t	e_{pav}	ε_d	E_{pav}	G_{hp}	n_{pav}
Écrasement									
σ_{hpc}	τ_{hp}	T_t	H_a	A_{pav}	e_{pav}	d_{pav}	G_{hp}	E_{pav}	e_{par}
P_{Supp}									
σ_{hpc}	τ_{hp}	H_a	T_t	A_{pav}	e_{par}	G_{hp}	e_{pav}	d_{pav}	ε_d
F_{Supp}									
σ_{hpc}	d_{pav}	A_{pav}	H_a	e_{pav}	G_{hp}	τ_{hp}	n_{pav}	d_a	T_t
f_{par}									
τ_{hp}	H_a	σ_{hpc}	A_{pav}	e_{pav}	ε_d	T_t	E_{pav}	G_{hp}	B_{pav}
ε_{pav}									
B_{pav}	e_{pav}	n_{pav}	A_{pav}	d_{pav}	τ_{hp}	σ_{hpc}	H_a	G_{hp}	d_a

Bien que le classement change pour chaque sortie, on peut observer que certains paramètres sont systématiquement présents dans les 10 les plus influents (H_a , e_{pav} , A_{pav} , σ_{hpc} et τ_{hp}) et d’autres n’y sont jamais (E_{hp} , E_p/G_p et σ_p/τ_p). L’hypothèse selon laquelle le comportement dans le plan de l’âme n’a pas d’influence significative est donc validée, d’autant plus que les plages de variation de ces paramètres ont été choisies très larges.

On peut remarquer également que le paramètre d’épaisseur de la peau arrière n’est dans les 10 les plus influents que pour le critère de pression maximale sur le support, ce qui valide le choix de ne pas inclure les paramètres matériaux de la peau arrière dans l’étude de criblage. L’influence de l’épaisseur de la peau arrière sur la pression maximale appliquée au support peut s’expliquer par le fait que la pression maximale est due à la localisation du contact entre le bouclier et le support sur le bord de celui-ci (cf. Chapitre II, section 2.2). Une peau plus épaisse sera plus rigide en flexion et épousera moins la forme du bord du support, réduisant la surface de contact et augmentant la pression appliquée (le coefficient linéaire est positif).

Comme on pouvait s’y attendre, on voit également que pour le critère de déformation maximale de la peau avant, ce sont les paramètres de la peau avant qui sont les plus influents, et en particulier la pente d’écrouissage B_{pav} qui pilote la localisation de la plasticité. Plus B_{pav} est faible, plus la plasticité va être localisée au centre de la peau avant, et donc ε_{pav} grand (coefficient linéaire négatif).

Afin d’avoir le classement final, on réalise de nouveau la moyenne des rangs des différents paramètres, cette fois sur les sorties. On présente dans le Tableau III-6 ce classement final.

Tableau III-6 : Classement final des paramètres

Paramètre	Rang moyen	Paramètre	Rang moyen	Paramètre	Rang moyen
σ_{hpc}	2.2	G_{hp}	8.8	e_{par}	12.7
τ_{hp}	3.5	d_{pav}	9	d_a	13.1
H_a	4.1	ε_d	9	E_{hp}	13.8
A_{pav}	4.4	E_{pav}	9.2	E_p/G_p	13.9
e_{pav}	6	B_{pav}	9.3	σ_p/τ_p	16.5
T_t	8	n_{pav}	9.4		

Plusieurs remarques peuvent être faites en regardant ce classement général :

- Les caractéristiques élastiques (modules d'élasticité) sont classées relativement loin. Cela peut s'expliquer par le fait qu'au vu des grandes déformations subies par le sandwich, le temps durant lequel les matériaux ont un comportement élastique est très court. La caractéristique élastique la plus influente est le module de cisaillement hors-plan de l'âme G_{hp} . Cela est peut-être dû au fait que ce paramètre est important dans le retour élastique de la flexion du bouclier, dont on a vu le rôle sur l'effort maximal appliqué au support dans le Chapitre II. Cette hypothèse est appuyée par le fait que si l'on regarde les classements par sortie, c'est pour F_{Supp} que ce paramètre est le plus influent.

- Les deux paramètres de plateaux hors-plan de l'âme (σ_{hpc} et τ_{hp}) ont une influence fondamentale sur le comportement global du bouclier et sur la protection de la cible. De plus cette influence est très fortement non-linéaire, voire non-monotone. Comme on l'a vu dans le Chapitre II, cette non-monotonie peut venir d'effet de seuils tels que la densification de l'âme au centre du bouclier. Il est donc nécessaire d'étudier plus en détail l'influence de ces paramètres.

- Les paramètres de densité de la peau avant et de l'âme n'ont que peu d'importance, ce qui sous-entend que les phénomènes inertiels ne sont pas prédominants durant la déformation du bouclier. Cela peut paraître étonnant au vu des vitesses considérées (impact à 175 m/s). Une explication possible est que même pour une âme à forte densité, celle-ci reste faible devant la densité de l'impacteur (955 kg/m^3). Pour la densité de la peau avant, ce sont les épaisseurs considérées qui restent faibles. Au final, la masse surfacique d'un bouclier est de l'ordre d'une dizaine de kg/m^2 , alors qu'un oiseau représente environ 200 kg/m^2 . Il est donc possible que l'inertie du bouclier n'ait que peu d'influence devant celle de l'oiseau.

- Lors de la création du modèle éléments finis, le choix a été fait de ne pas modéliser de pic initial dans le comportement de l'âme (cf. Chapitre II, section 1.4.2). On peut remarquer que dans cette étude de criblage, le module d'élasticité hors-plan de l'âme a très peu d'influence, ce qui sous-entend que le comportement hors-plan de l'âme est très majoritairement plastique. Ce résultat peut laisser supposer que l'influence du pic initial serait également faible. Une modélisation plus fine de l'âme serait nécessaire pour vérifier cette supposition.

1.4 Conclusion

Cette étude de criblage, réalisée sur 17 paramètres, a donc permis de classer ces paramètres par ordre d'importance pour les différentes sorties étudiées. Pour cela, la première étape a consisté à définir une plage de variation pour chaque paramètre. Ensuite un plan d'expériences en étoile centré a été utilisé, en réalisant deux simulations pour chaque paramètre : une où le paramètre prend sa limite basse, l'autre où il prend sa limite haute, les autres paramètres restant à leur valeur de référence. En plus de ces 34 simulations, la simulation de référence présentée dans le Chapitre II a été utilisée comme point central. Pour chaque point, les 7 sorties choisies dans le Chapitre II ont été mesurées et ces résultats présentés (cf. Figure III-1 et 2). Pour chaque sortie, les paramètres ont alors été classés par ordre d'importance selon trois critères différents : Plage de variation de la sortie, Pente de la régression linéaire sur les points, Erreur quadratique moyenne de cette régression. Afin de donner du poids à chacun de ces critères, le classement est ensuite obtenu en calculant la moyenne du rang de chaque paramètre obtenu par chaque critère.

Enfin, un classement final a été obtenu en rangeant les paramètres par rang moyen sur les différentes sorties. Ce classement a permis de vérifier certaines hypothèses faites a priori sur le comportement du bouclier. Les paramètres les plus influents sont les deux plateaux plastiques hors-plan de l'âme, la hauteur de l'âme, la limite d'élasticité de la peau avant, l'épaisseur de celle-ci et la taille du trou dans le support. Leurs effets et leurs interactions possibles seront donc étudiés en détail dans l'étude paramétrique proprement dite.

Cette étude de criblage a donc bien permis de classer les paramètres d'entrées en fonction de leur influence, néanmoins il faut être conscient des limites d'une telle étude, que l'on peut résumer ici :

- Les mesures d'influences, quelle que soit la méthode suivie, dépendent directement du choix initial des plages de variation de chaque paramètre. Cette limitation est inhérente à une analyse de sensibilité et il est donc important de bien choisir ces plages. Dans notre cas, ce choix a été fait en fonction des matériaux classiquement utilisés pour ce genre d'application. Les limites géométriques ont été choisies en fonction des contraintes industrielles. Lorsque les données manquaient, la plage de variation a été choisie arbitrairement. On s'est alors attaché à prendre des plages assez larges, et on peut vérifier a posteriori que ces paramètres ne sont pas les plus influents (coefficient d'écrouissage de la peau avant, modules de l'âme dans son plan, etc.).

- Pour cette étude de criblage, un plan d'expériences en étoile a été utilisé. Cela implique qu'aucune interaction entre paramètres n'a pu être mesurée. Ainsi, l'influence de certains paramètres a pu être sous-estimée. Néanmoins, la mesure des interactions aurait nécessité un bien plus grand nombre de simulations et l'on peut supposer que le classement des paramètres n'aurait pas changé de façon drastique. En effet, on peut voir dans le Tableau III-4 qu'il y a une très grande différence d'influence entre les quelques paramètres les plus influents et les suivants. Il est donc peu probable qu'il existe des interactions suffisamment fortes pour faire apparaître dans les premières places un paramètre qui en était loin.

- On a vu que le classement obtenu dépend de la méthode utilisée pour mesurer l'influence d'un paramètre. Cette méthode doit donc être choisie en fonction du type de comportement que l'on veut observer. L'utilisation du coefficient linéaire d'une régression par exemple, ne permettra pas d'identifier un paramètre provoquant une oscillation de la sortie, si celle-ci est de moyenne nulle. De même, certains paramètres semblent suivre une loi plus logarithmique que linéaire, et la régression faite ne permet donc pas de mesurer

correctement leur influence. Dans cette étude, on a donc utilisé 3 méthodes différentes afin de ne pas trop favoriser un type de comportement par rapport aux autres.

- Enfin, le classement obtenu dépend bien sûr des grandeurs mesurées sur la simulation. Par exemple, on peut voir dans le Tableau III-5 que le classement pour la déformation maximale de la peau avant est assez différent des autres. L'utilisation de plusieurs grandeurs, comme dans notre cas, permet de limiter ce biais mais le choix de celles-ci reste important. Les grandeurs « globales », calculées à partir d'un grand nombre de sorties de la simulation, comme les trois modes de déformation utilisés, permettent de ne pas se focaliser sur un point précis du bouclier (comme la flèche arrière) et de le considérer dans sa totalité.

Ce classement réalisé, on peut maintenant commencer l'étude paramétrique proprement dite, qui portera sur les paramètres les plus influents. Si l'influence des différents paramètres est plus ou moins forte, peu d'entre eux n'ont pas d'influence du tout, et il a été choisi d'inclure les 6 premiers paramètres dans l'étude. Néanmoins, comme on l'a vu dans la bibliographie, une étude paramétrique complète nécessite l'utilisation d'outils complexes, autant pour la réalisation (choix des points de simulations) que pour la visualisation ou l'analyse (modèles réduits, visualisation à plusieurs dimensions). Afin de se faire une première idée des différents comportements possibles du bouclier, il a été décidé de commencer par quelques études de plus faible dimension.

2. PREMIÈRES ÉTUDES PARAMÉTRIQUES EN DEUX DIMENSIONS

Afin d'avoir une première idée des différents comportements du bouclier sans avoir besoin d'utiliser les outils complexes nécessaires à une étude à grande dimension, nous avons décidé de commencer par faire des études préliminaires, en deux dimensions seulement. Limiter une étude à deux dimensions a plusieurs avantages : tout d'abord, le plan d'expériences utilisé peut être relativement dense tout en gardant un nombre de simulations à effectuer raisonnable. Ensuite, la visualisation des résultats peut se faire simplement à l'aide d'une surface 3D ou d'une carte de couleur, sans avoir besoin de réaliser des coupes dans le domaine. Enfin, la visualisation du domaine entier étant possible en une image, l'analyse peut se faire directement avec cette image, sans nécessiter l'utilisation d'outils de mesure globaux.

Ainsi, il a été décidé de réaliser trois études à deux dimensions en choisissant les 6 paramètres les plus influents identifiés par l'étude de criblage : σ_{hpc} , τ_{hp} , H_a , A_{pav} , e_{pav} , T_t . Pour réaliser ces trois études, ces paramètres ont été regroupés deux par deux ainsi : propriétés de l'âme (σ_{hpc} et τ_{hp}), de la peau avant (A_{pav} et e_{pav}), et géométriques (H_a et T_t).

Dans la suite de cette section, les plans d'expériences choisis pour chacune de ces études sont présentés et les résultats des simulations sont donnés. Une analyse de ces résultats est ensuite réalisée avant de conclure par des remarques générales.

2.1 Plans d'expériences utilisés

L'étude de criblage a montré que certains paramètres ont un effet fortement non linéaire, voire non-monotone. Ainsi, pour pouvoir observer ce type de phénomène, on choisit d'utiliser cinq niveaux par paramètre. De plus, afin de pouvoir visualiser aisément les résultats, un plan factoriel complet est utilisé. C'est donc $5 * 5 = 25$ simulations qui composent chacune des trois études.

On choisit d'utiliser les mêmes plages de variation des paramètres que dans l'étude de criblage (cf. Tableau III-1 à 3) et de garder le cas de référence comme point central de l'étude.

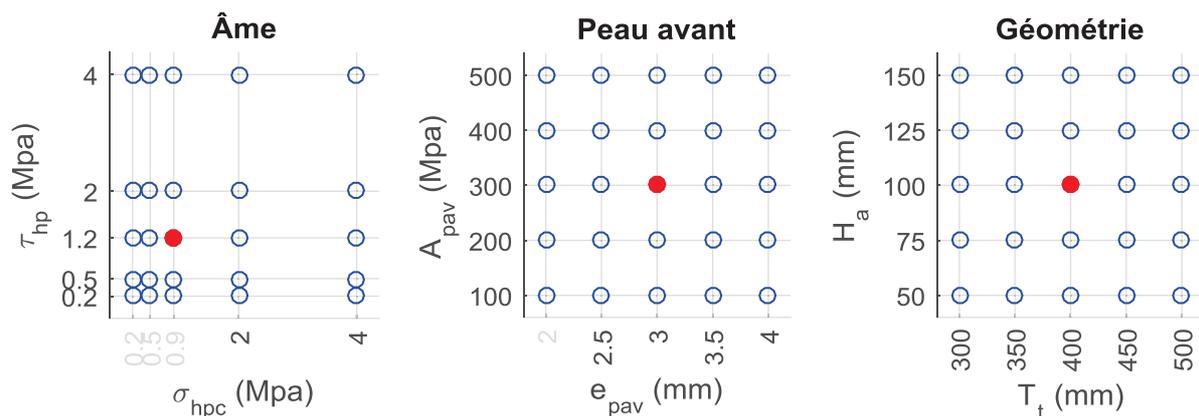


Figure III-3 : Plans d'expériences utilisés pour les études 2D. Le point référence est indiqué en rouge

Pour l'étude de la peau avant et celle de la géométrie, un maillage régulier est utilisé. Pour l'étude de l'âme, le point référence n'étant pas au milieu de la plage de variation, il a été choisi de densifier le plan d'expériences vers les valeurs faibles de σ_{hpc} et τ_{hp} . Les plans utilisés sont présentés Figure III-3, avec le point référence indiqué en rouge. Chaque plan comporte donc 25 simulations. Le point référence étant commun à tous les plans et les

simulations extrêmes de chaque paramètre ayant déjà été réalisées dans le cadre de l'étude de criblage, c'est donc 61 nouvelles configurations qui sont simulées et post-traitées pour mesurer les 7 sorties d'études : les trois mesures de comportement du sandwich (Indentation, Flexion Écrasement) et les quatre critères de protection de la cible (P_{Supp} , F_{Supp} , f_{par} et ϵ_{pav}).

2.2 Résultats & Analyse

Afin de visualiser les résultats, on trace des profils de couleur en interpolant linéairement entre les différents points simulés. Les lignes de couleurs représentent donc les isoclines et les points noirs sont les points simulés. Pour une meilleure visualisation, la carte de couleur est adaptée pour chaque graphique et n'a donc pas les mêmes bornes d'un graphique à l'autre. Le point référence est indiqué en rouge et la valeur des sorties en ce point est tracée sur l'échelle de couleur.

2.2.1 Influence des propriétés de l'âme

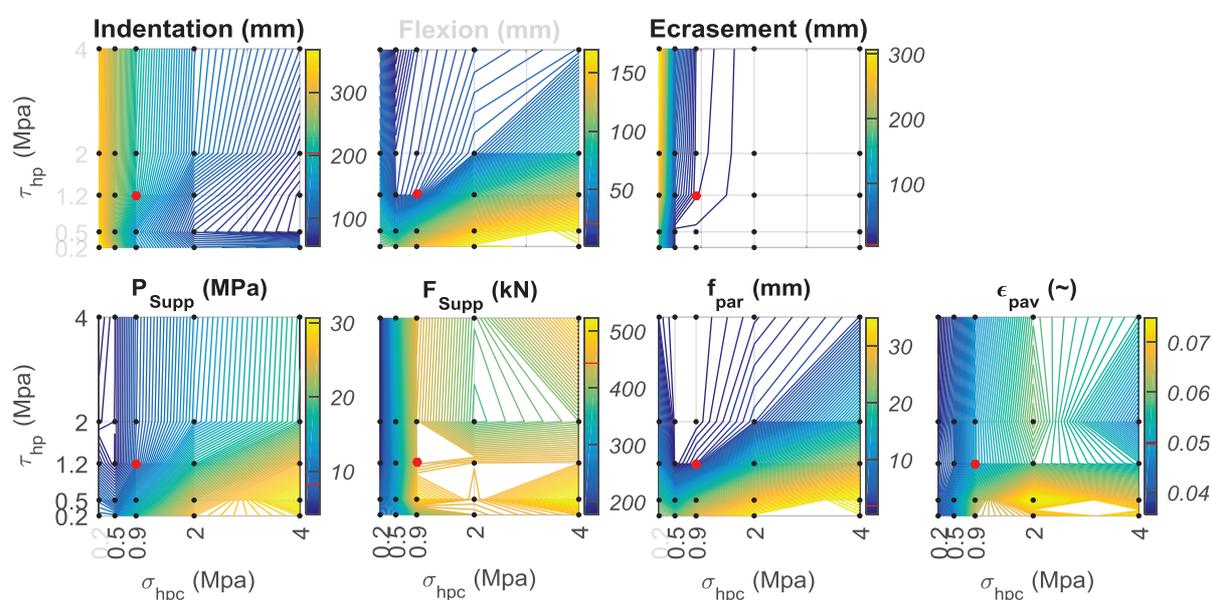


Figure III-4 : Résultats de l'étude 2D : âme

La visualisation de l'évolution des 7 sorties dans le domaine de définition permet d'observer plusieurs phénomènes. Tout d'abord, on voit sur la Figure III-4 que les effets des deux paramètres sont loin d'être linéaires, avec une variation des sorties plus forte pour des faibles valeurs de σ_{hpc} et τ_{hp} , ce qui valide le choix d'un plan d'expériences non régulier et plus dense sur les valeurs faibles. Ensuite, on observe que les sorties se comportent de différentes manières:

- L'Indentation, l'Écrasement et la force appliquée sur le support (F_{Supp}) ont un comportement qui dépend principalement de σ_{hpc} . Leur variation est très faible pour un plateau de compression supérieur à environ 0.9 MPa, et devient très importante pour des valeurs plus faibles (L'Indentation et l'Écrasement augmentent fortement tandis que F_{Supp} chute). Ce changement est très fort, en particulier pour l'Écrasement, et peut être associé au changement de mode de déformation du sandwich observé dans le Chapitre II, section 3 lors de l'étude du comportement du bouclier pour trois valeurs de plateau de compression hors-

plan de l'âme : pour des valeurs faibles de σ_{hpc} , l'âme du bouclier est écrasée sur toute sa surface par la peau avant qui a un mouvement d'ensemble vers le bas. Ce changement de comportement est accompagné par une chute de l'effort total appliqué au support et, dans une moindre mesure, par une diminution de la pression maximale P_{Supp} .

- La Flexion, la pression maximale sur le support et la flèche arrière (f_{par}) ont un comportement qui est plus lié au plateau de cisaillement hors-plan de l'âme τ_{hp} , avec une interaction assez forte avec σ_{hpc} . Une faible valeur de plateau de cisaillement associée à une forte valeur de plateau de compression entraîne un mode de Flexion important, ainsi qu'une valeur de P_{Supp} et de f_{par} importante. Ce comportement est cohérent avec le fait qu'un bouclier dont l'âme a une résistance à l'écrasement importante va se déformer plus en flexion.

- L'évolution du critère de déformation maximale de la peau avant (ε_{pav}) combine les deux comportements présentés. Les faibles valeurs de σ_{hpc} entraînent une diminution de ε_{pav} , et l'interaction entre des fortes valeurs de plateau de compression et des faibles valeurs de plateau de cisaillement provoque une augmentation de ce critère.

Ainsi, il semble que deux modes de comportements différents apparaissent dans cette étude paramétrique : pour des valeurs faibles de σ_{hpc} , le bouclier a un comportement caractérisé par une indentation de la peau avant forte et un écrasement de l'âme sur l'ensemble de sa surface, et ceci indépendamment de la valeur de τ_{hp} . Ce comportement entraîne une baisse importante de la force maximale appliquée au support. Dans le cas de valeurs fortes de σ_{hpc} associées à des valeurs faibles de τ_{hp} , le comportement du bouclier va être principalement dominé par la flexion, entraînant une augmentation de la pression maximale appliquée au support et de la flèche arrière.

On observe que pour des valeurs importantes des deux paramètres plateaux de l'âme, le bouclier se déforme peu (la norme des trois critères de déformation est faible). De plus les critères de protection de la cible changent peu avec la variation des paramètres.

2.2.2 Influence des propriétés de la peau avant

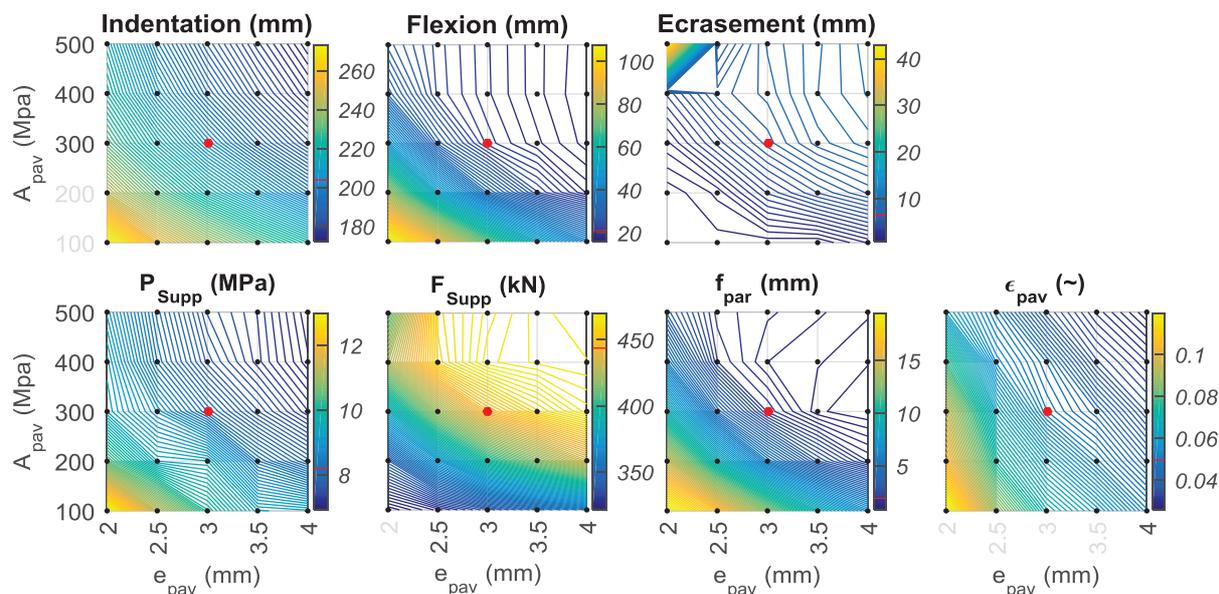


Figure III-5 : Résultats de l'étude 2D : peau avant

La variation des sorties en fonction des paramètres de la peau avant est bien plus simple et régulière que pour les paramètres de l'âme. En effet, on peut observer sur la Figure III-5 que l'évolution des sorties est monotone et peut être expliquée presque entièrement par l'interaction entre les paramètres d'épaisseur e_{pav} et de limite d'élasticité A_{pav} . Afin de mieux visualiser ce phénomène, on trace sur la Figure III-6 les 7 sorties de ces 25 simulations uniquement en fonction du produit de l'épaisseur de la peau avant et de sa limite élastique : $e_{pav} * A_{pav}$. On peut observer que, outre un point aberrant pour l'Écrasement et F_{Supp} (il représente la même simulation), la dispersion des courbes est très faible, sauf pour la courbe de ϵ_{pav} . Ce point aberrant sera analysé plus loin.

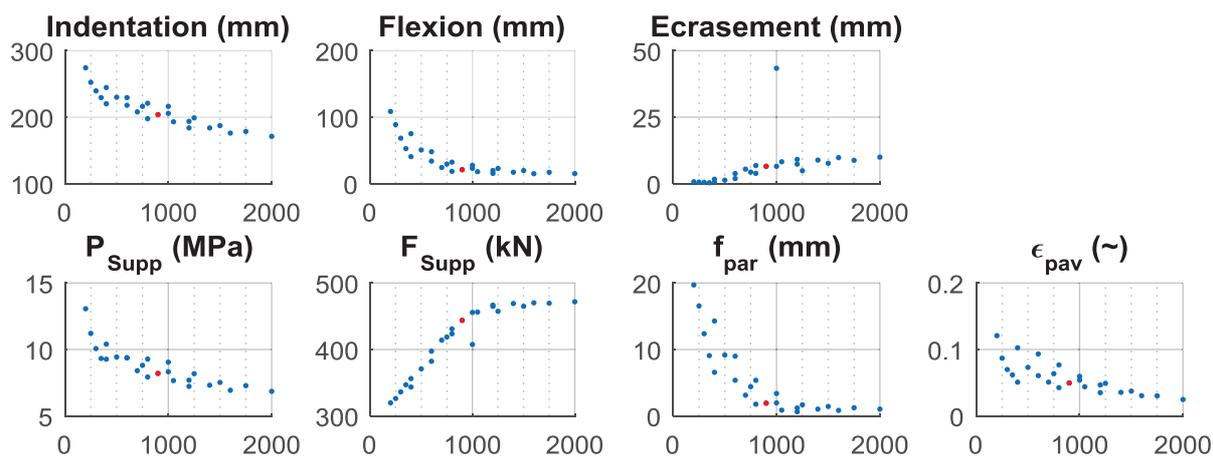


Figure III-6 : Variation des 7 sorties en fonction de $e_{pav} * A_{pav}$. Le point référence est indiqué en rouge

Une peau avant faible (i.e. épaisseur et limite d'élasticité faibles) entraîne une augmentation de l'Indentation et de la Flexion, ainsi qu'une très faible diminution de l'Écrasement. Ce changement de comportement est accompagné par une augmentation de la pression maximale

sur le support, une diminution de la force maximale, et une augmentation de la flèche arrière et de la déformation de la peau avant. Une peau forte va avoir des effets opposés.

Ce comportement peut être expliqué par les deux rôles différents que joue la peau avant. Premièrement, la peau avant permet de répartir l'impact de l'oiseau sur l'âme. Une peau avant plus faible va être moins résistante en flexion et donner une indentation plus locale, créant une poche autour de l'oiseau. Deuxièmement, la peau avant joue un rôle très important dans la résistance en flexion du sandwich et un bouclier avec une peau plus faible va donc moins résister à la flexion. Cet effet est peut être amplifié par le fait que l'indentation forte réduit la hauteur de l'âme au milieu du bouclier. Pour mieux visualiser ce phénomène, on peut tracer les profils des deux cas extrêmes Figure III-7. Le profil du bouclier de référence est aussi donné pour comparaison.

Ainsi, l'augmentation de la déformation de la peau avant pour une peau faible peut être expliquée par une augmentation et une localisation de l'indentation tandis que l'augmentation de la flèche arrière et de la pression maximale peut être expliquée par l'augmentation de la flexion du bouclier, qui localise les efforts.

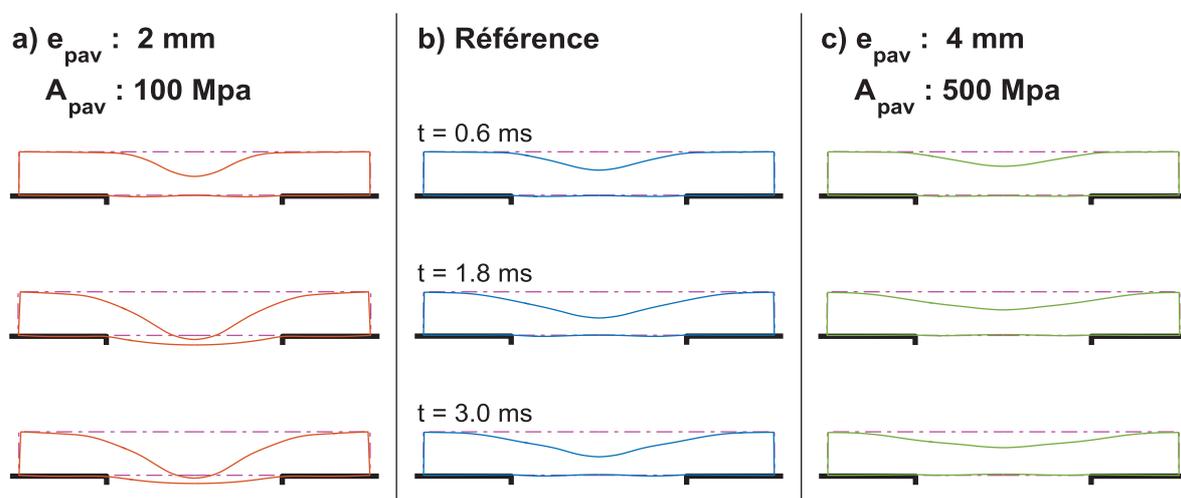


Figure III-7 : Profils des déformées des deux boucliers extrêmes et de la référence

Concernant la diminution de l'effort maximal appliquée au support, deux explications peuvent être proposées : l'augmentation de l'indentation et de la flexion permet de mieux amortir l'oiseau (la force maximale appliquée par l'oiseau sur la peau avant est de 260 kN pour le bouclier à peau faible et de 300 kN pour le bouclier à peau forte) ce qui limite les efforts transmis ensuite au support ; ou bien la rigidité en flexion moindre du bouclier à peau faible implique un retour élastique de flexion moins important et l'augmentation de l'effort appliqué au support qui en découle (cf. Chapitre II, section 2) est donc plus faible. Ces deux phénomènes ont probablement une influence mais il est difficile de jauger l'importance de l'un par rapport à l'autre.

Ainsi, les paramètres d'épaisseur et de limite élastique de la peau avant ont une interaction très forte et le comportement du bouclier et la protection de la cible dépendent presque directement de leur produit. Pour conclure, on peut faire trois remarques :

- La déformation de la peau avant est maximum pour le bouclier avec la peau avant la plus faible, où elle atteint 12%. Cette valeur reste raisonnable au vu des matériaux classiquement utilisés pour une application de bouclier de pointe avant, et l'hypothèse de non modélisation de la rupture de la peau avant n'est donc pas remise en cause.

- Mis à part le critère ε_{pav} , les plages de variation des sorties durant cette étude 2D sont plus faibles que durant l'étude portant sur les paramètres de l'âme (cf. Figure III-4 et 5). Cela est cohérent avec le fait que l'étude de criblage a donné une influence plus forte des paramètres de l'âme, et ceci bien que les interactions n'aient pas été prises en compte.

- On peut observer sur la Figure III-5 que la mesure de l'Écrasement et de F_{Supp} pour le cas ($e_{pav} = 2 \text{ mm} / A_{pav} = 500 \text{ MPa}$) ne suit pas la tendance générale. Afin de comprendre pourquoi, il faut observer les images de la simulation éléments finis, présentées Figure III-8. On peut voir que dans cette simulation, la peau avant plisse au niveau des plans de symétries lors de l'impact. En analysant les contraintes dans la peau avant durant la simulation, on peut voir que ce plissement est un flambage de la peau avant sous la compression provenant de la flexion du bouclier (« *wrinkling* »). Cela explique que ce phénomène n'apparait que pour la peau la plus fine, avec la limite d'élasticité la plus importante (pas de limitation des contraintes par la plasticité).

Les informations utilisées pour mesurer les modes de déformation du bouclier étant les positions des nœuds situés dans le plan de symétrie XZ (cf. Chapitre II), la mesure est directement affectée par ce phénomène qui est assimilé à de l'Écrasement. Ce problème vient directement de la limitation liée au petit nombre de nœuds utilisés pour définir la déformation du bouclier, qui a été identifiée dans le Chapitre II, section 3.3.1. On peut néanmoins remarquer que ce phénomène n'a pas d'influence significative sur la mesure de l'Indentation et de la Flexion. De même il apparait que le plissement de la peau avant ne change pas le comportement des critères de protection de la cible, sauf la force maximale appliquée au support, qui parait anormalement basse (cf. Figure III-6 pour $e_{pav} * A_{pav} = 1000$). Cela provient peut-être du fait que le plissement de la peau avant va limiter le retour en flexion du bouclier.

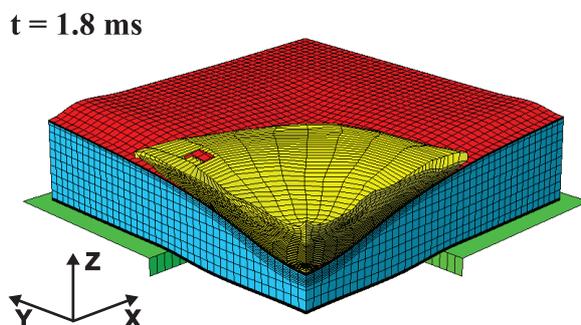


Figure III-8 : Plissement de la peau avant au niveau des plans de symétries pour le bouclier $e_{pav} = 2 \text{ mm} / A_{pav} = 500 \text{ MPa}$

2.2.3 Influence des propriétés géométriques

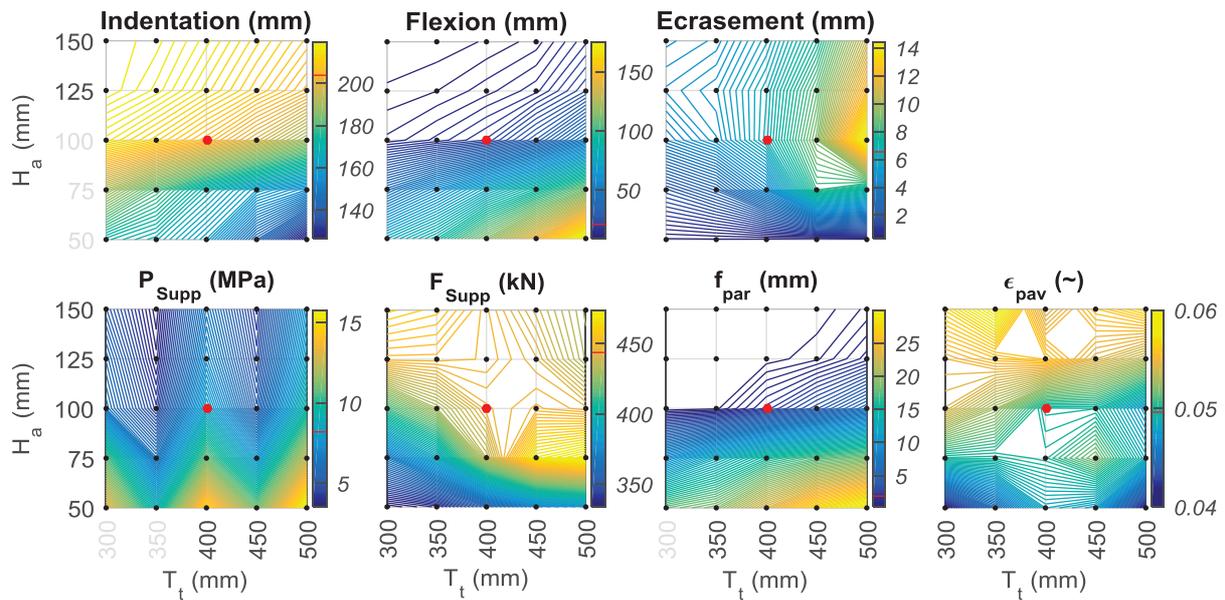


Figure III-9 : Résultats de l'étude 2D : géométrie

Les résultats de l'étude portant sur la géométrie du bouclier (hauteur de l'âme H_a et taille du trou du support T_t) sont plus complexes à interpréter que ceux des études précédentes. On peut tout d'abord remarquer que les plages de variation de l'Écrasement et de ϵ_{pav} sont très faibles, et leurs évolutions ne sont donc pas forcément significatives. On observe également que les gradients des sorties en fonction des paramètres semblent plus forts pour des valeurs de T_t grandes et de H_a faibles.

Pour ces valeurs, on observe une Flexion plus importante et une Indentation moindre, associées à une flèche arrière plus grande. L'influence de la hauteur de l'âme sur la flexion du bouclier, et donc sa flèche, peut s'expliquer directement par l'effet de la hauteur du sandwich sur sa rigidité de flexion. En effet, plus un sandwich est haut, plus sa rigidité de flexion est grande et plus sa flexion lors de l'impact sera faible. De même, le lien entre taille du trou (c'est-à-dire distance entre les points d'appui du bouclier) et la mesure de Flexion s'explique simplement. L'évolution de l'Indentation dans le sens opposé de la Flexion peut également s'interpréter comme une conséquence de l'évolution de la résistance en flexion du sandwich. En effet, une plus grande rigidité en flexion implique que l'oiseau sera moins amorti par la flexion du bouclier, ce qui va augmenter les efforts de compression hors-plan au centre de l'âme et donc l'indentation du sandwich.

L'évolution de la pression maximale P_{Supp} est plus complexe. A valeur de T_t constante, la pression augmente avec une diminution de l'épaisseur de l'âme, ce qui est cohérent avec l'effet de concentration de pression sur le bord du support dû à la flexion. Néanmoins, la pression semble dépendre de la taille du trou de façon non régulière, bien que la flexion augmente toujours avec la taille du trou. Si l'on trace les coupes correspondantes (cf. Figure III-10), on peut observer que cette oscillation semble être trop régulière pour être physique.

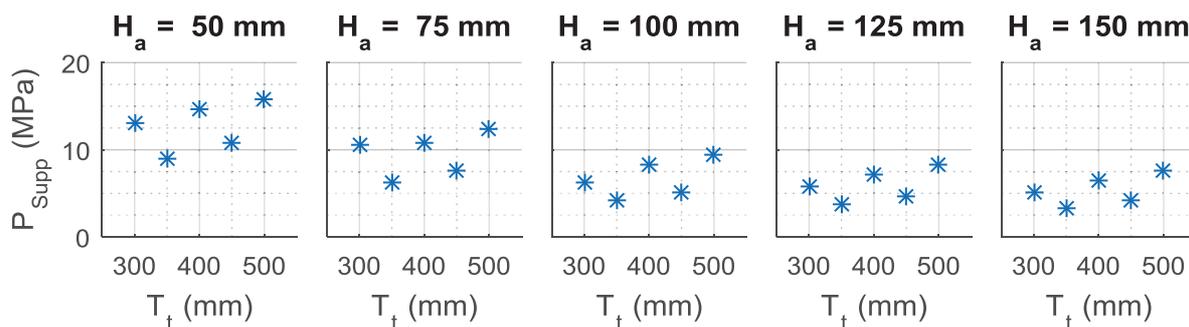


Figure III-10 : Évolution de la pression maximale appliquée au support en fonction de la taille du trou

Après analyse, on voit que ce phénomène provient de la position de l'arrête du support par rapport à l'élément de peau arrière qui est en contact avec elle. En effet, pour $T_t = \{300, 400, 500\}$ mm, cette arrête est au niveau de la jonction entre deux éléments de la peau arrière, tandis que pour $T_t = \{350, 450\}$ mm, elle est au milieu d'un élément (cf. Figure III-11). Ainsi, les efforts de contact ne sont pas répartis de la même façon et les pressions calculées sont donc différentes, et ceci malgré le filtrage spatial qui est appliqué (cf. Chapitre II, section 2.2).

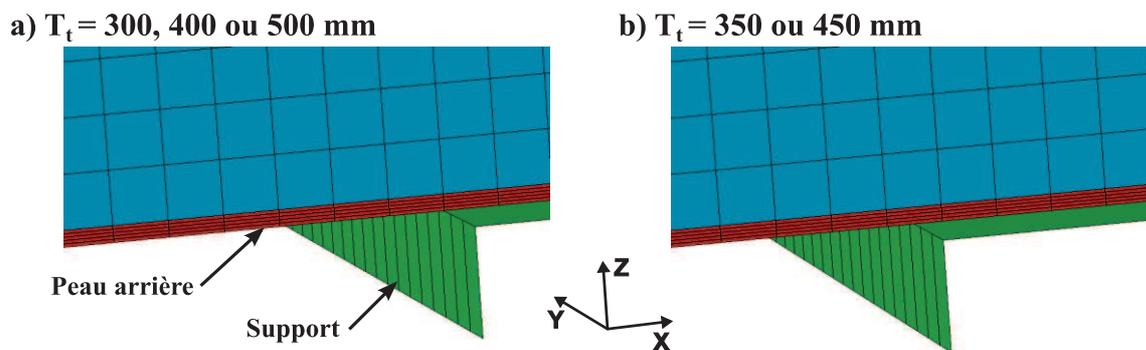


Figure III-11 : Zoom sur le contact entre la peau arrière et le support

Cette oscillation observée Figure III-10 est donc probablement un artefact provenant de l'interaction entre la position des nœuds du maillage éléments finis et la position du bord du support, définie par le paramètre T_t . Afin de le vérifier, il serait nécessaire de réaliser plus de simulations, en faisant varier la taille du support de façon à observer une oscillation de P_{Supp} de période 20 mm.

L'évolution de la force maximale appliquée au support n'a pas la même forme que celle de la Flexion et de l'Indentation. Pour des valeurs faibles de T_t , l'effort diminue avec la hauteur de l'âme, ce qui est cohérent avec une moindre rigidité en flexion qui diminue donc l'importance du retour élastique provoquant le pic d'effort. Pour des valeurs de T_t fortes, l'évolution de la force n'est plus monotone avec un maximum obtenu pour le cas $H_a = 75$ mm. Bien que ce changement de comportement semble progressif en fonction de la taille du trou (cf. Figure III-12) aucune explication satisfaisante n'a été trouvée.

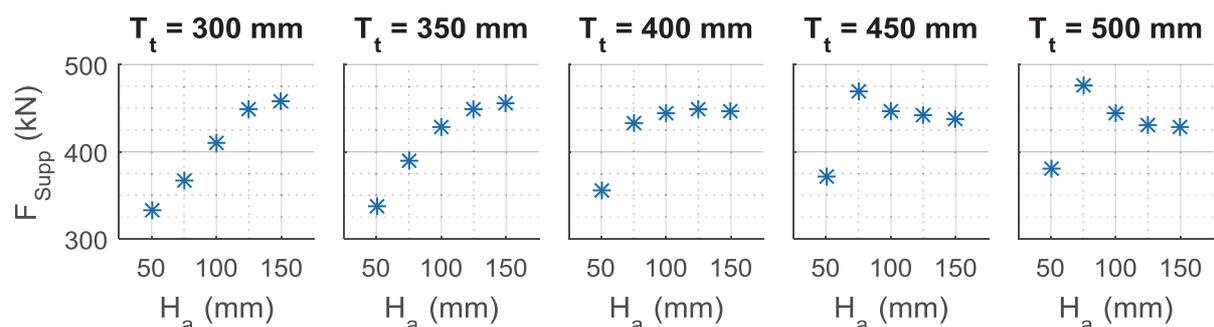


Figure III-12 : Évolution de l'effort maximal appliqué au support en fonction de la hauteur de l'âme

2.3 Bilan des études paramétriques 2D

Ces trois études paramétriques 2D ont donc permis d'étudier en détail l'évolution du comportement du bouclier et de la protection de la cible en fonction de trois couples de paramètres. Chaque étude a été présentée indépendamment et on peut conclure en faisant ici un certain nombre de remarques générales :

- Les critères de protection de la cible montrent plusieurs comportements différents dans ces trois études, néanmoins il apparaît que le comportement en flexion du bouclier permet d'expliquer un grand nombre de phénomènes observés. On peut citer par exemple l'effet de concentration de la pression de contact sur le support dû à la flexion du bouclier, ou le retour élastique de flexion provoquant le pic d'effort sur le support (cf. Chapitre II, section 2.2). Ainsi, le comportement en flexion du sandwich, qu'il soit élastique ou plastique, semble jouer un rôle primordial sur la protection de la cible.

- L'utilisation de l'outil de mesure du comportement du sandwich, présenté au Chapitre II, a permis durant ces études paramétriques de comprendre et d'expliquer plus aisément l'évolution du comportement du bouclier et des quatre critères de protection de la cible. Ainsi, ces mesures décrivent suffisamment bien le comportement global du bouclier pour aider à comprendre une grande partie des évolutions des critères de protection de la cible. Dans ces trois études, on a pu voir que les trois mesures (Indentation, Flexion et Écrasement) sont toutes nécessaires. En effet, aucune d'entre elles n'aurait pu être expliquée en observant les deux autres. Par exemple, si dans l'étude des paramètres de la peau avant l'Indentation et la Flexion ont un comportement extrêmement similaire (les deux décroissent lorsque la résistance de la peau avant augmente), dans l'étude des paramètres géométriques leur comportement est directement opposé.

- Dans chacune de ces trois études, certaines corrélations ont pu être observées entre les mesures de comportements et les critères de protection de la cible. Par exemple, dans l'étude sur les paramètres de l'âme on peut observer que l'Écrasement et F_{Supp} se comportent de manière similaire, tout comme la Flexion et P_{Supp} dans l'étude de la peau avant. Ainsi, on peut se demander si ces corrélations existent plus généralement dans l'ensemble des points formés par ces trois études. Pour étudier ces corrélations, on trace pour chaque couple de sorties un graphique dans lequel chacune des 73 simulations réalisées est représentée par un point. Sur les 21 graphiques obtenus, trois cas semblent montrer une corrélation entre les deux sorties. Ces cas sont présentés sur la Figure III-13.

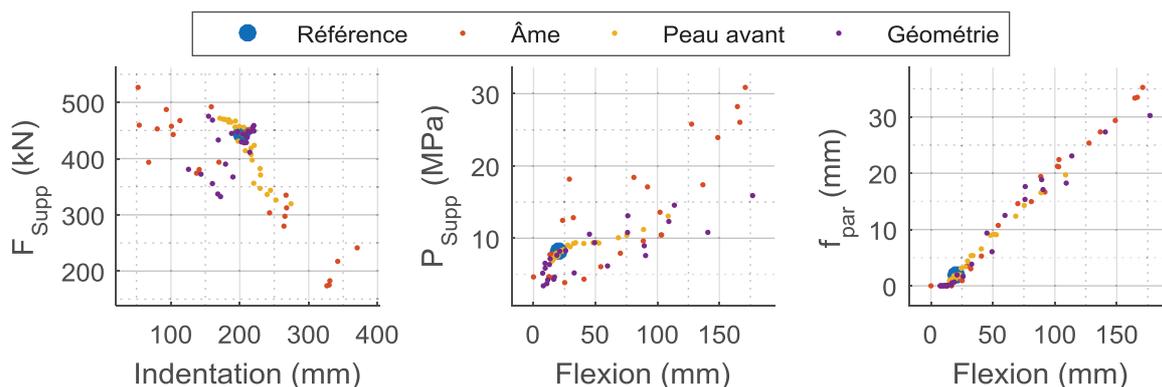


Figure III-13 : Corrélation entre les différentes sorties pour l'ensemble des 73 simulations

Le premier graphique semble montrer qu'il existe une légère corrélation entre la force appliquée au support et l'Indentation. Cette corrélation a déjà été identifiée et expliquée dans l'étude portant sur la peau avant, où l'on a observé qu'une peau plus faible entraîne plus d'Indentation ainsi qu'un effort sur le support moins grand. On peut voir ici que la corrélation entre ces deux sorties existe aussi dans l'étude sur l'âme et suit approximativement la même pente. Néanmoins, les points sont assez dispersés et si l'on observe uniquement les points de l'étude portant sur la géométrie, aucune corrélation n'est visible. Cette corrélation est donc peut-être uniquement due au choix des couples de paramètres étudiés et il sera nécessaire de confirmer ce résultat avec plus de simulations, réparties dans un domaine plus vaste.

De même, la corrélation entre la mesure de Flexion et de pression appliquée sur le support présente une grande dispersion. Néanmoins on peut observer que cette corrélation existe pour les trois études paramétriques. De plus, cette corrélation a pu être expliquée par le fait que la flexion du bouclier a pour effet de concentrer les efforts de contact entre la peau arrière et le support sur le bord de celui-ci. Cet effet sera également à confirmer avec plus de simulations.

La troisième corrélation observée est très forte. On peut voir sur le troisième graphique Figure III-13 que l'évolution de la flèche arrière est quasi-linéaire en fonction de la mesure de Flexion. En effet, dans l'outil de mesure du comportement, seule la composante de flexion permet de représenter la déformation de la peau arrière. Ainsi, la mesure de la composante de flexion est nécessairement fortement corrélée au déplacement du point central de la peau arrière.

Pour conclure, on peut remarquer que les effets des paramètres sur les différentes sorties sont complexes, généralement non linéaires et parfois non-monotones. De plus, les interactions entre les paramètres peuvent être fortes et provoquer des changements de comportement du bouclier. Il est donc nécessaire d'inclure l'ensemble des interactions possibles dans une étude plus complète, comprenant les six paramètres étudiés.

3. CONCLUSION

Dans la première partie de ce chapitre, une étude de criblage a été réalisée afin d'identifier les paramètres les plus influents sur les différentes sorties. Le plan d'expériences utilisé et les plages de variation de chaque paramètre ont été choisis en fonction des hypothèses posées au préalable. Afin de limiter le nombre de simulations à effectuer, il a été choisi de ne pas prendre en compte les possibles interactions entre paramètres dans cette étude de criblage.

Au total 35 simulations sont utilisées dans cette étude et les 7 sorties sont mesurées pour chacune des simulations. À l'aide de ces résultats, les paramètres sont classés par ordre d'importance. On observe que suivant la méthode de classement utilisée, et suivant la sortie considérée, le classement obtenu est différent. Afin d'obtenir un unique classement de tous les paramètres, trois méthodes sont utilisées pour chaque sortie ; les paramètres étant ensuite classés selon leur rang moyen.

Ainsi, les paramètres identifiés comme les plus influents sont tout d'abord les plateaux plastiques de compression et de cisaillement hors-plan de l'âme. Viennent ensuite la hauteur de l'âme, la limite d'élasticité de la peau avant, son épaisseur et la taille du trou du support. Quelques remarques sur ce classement, et la présence ou non de certains paramètres dans le haut de ce classement, sont faites en conclusion.

Dans cette étude de criblage, il a été observé que l'effet de certains paramètres est non linéaire, voire non monotone, ce qui justifie le besoin d'une étude paramétrique complète permettant d'étudier également les interactions. Néanmoins, une étude à grand nombre de dimensions est complexe et nécessite un certain nombre d'outils et de méthodes. Afin de se faire une première idée du comportement des sorties en fonction des paramètres et de leur interactions, il a été décidé de commencer par réaliser trois études 2D, portant sur des couples de paramètres les plus influents. Cette étude est présentée dans la deuxième partie de ce chapitre.

Les trois couples étudiés sont : les paramètres de plasticité hors-plan de l'âme (plateau de compression et de cisaillement), les paramètres de la peau avant (épaisseur et limite d'élasticité) et les paramètres géométriques (hauteur de l'âme et taille du trou du support). Pour chaque couple, un plan d'expériences factoriel complet 5*5 est réalisé, en utilisant les mêmes bornes que pour l'étude de criblage, et les sorties sont mesurées en chacun des points simulés. Avec ces résultats, des cartes de couleurs sont tracées (ce qui est possible en 2D) pour analyser l'effet des différents paramètres sur les sorties. Les principales tendances et changements de comportement observés sont identifiés et l'on tente d'apporter une explication pour chacun de ces phénomènes.

Enfin, un bilan général sur l'ensemble des trois études est réalisé et les conclusions en sont tirées. Tout d'abord, on peut observer que les 7 sorties étudiées ont des comportements différents (sauf la Flexion et la flèche arrière, fortement corrélées) et aident à la compréhension des phénomènes à l'œuvre dans le sandwich. Ensuite, les comportements observés sont complexes, rarement linéaires et parfois non-monotones. De plus, les interactions entre paramètres peuvent être assez fortes et provoquer des changements de comportement. Dans l'étude paramétrique complète présentée au chapitre suivant, il est donc nécessaire de prendre en compte l'ensemble des interactions possibles et la non-linéarité des sorties.

Étude paramétrique en dimension 6 : Création des modèles réduits

Les études paramétriques en deux dimensions réalisées dans le Chapitre III ont permis d'identifier un certain nombre de phénomènes influençant le comportement du bouclier sandwich et la protection de la cible. Néanmoins, ces études ont montré également que les interactions entre paramètres sont très fortes et qu'elles ne peuvent pas être négligées.

Afin de savoir si les conclusions tirées des études 2D sont valides dans l'ensemble du domaine de définition du bouclier, il est donc nécessaire de réaliser une étude paramétrique complète, en prenant en compte l'ensemble des interactions possibles. Les études 2D ont porté sur 6 paramètres différents, qui ont été identifiés comme les plus influents dans l'étude de criblage réalisée dans la première partie du Chapitre III. On choisit donc de réaliser l'étude complète en 6 dimensions, sur les paramètres suivants : le plateau plastique de compression hors-plan de l'âme σ_{hpc} , le plateau plastique de cisaillement hors-plan de l'âme τ_{hp} , la hauteur de l'âme H_a , la limite élastique de la peau avant A_{pav} , l'épaisseur de la peau avant e_{pav} et la taille du trou du support T_t .

Dans ce chapitre est présentée la méthodologie suivie pour réaliser cette étude paramétrique, en suivant la stratégie globale donnée dans la bibliographie. Dans un premier temps, le choix des points à simuler est fait de façon à répartir au mieux les points dans l'espace de définition. Une fois les simulations réalisées, une analyse rapide des résultats bruts est donnée. Les points étant répartis dans un espace à 6 dimensions, il est impossible de visualiser les résultats et de faire des analyses poussées sans passer par un modèle réduit et on présente donc ensuite la création et la validation d'un modèle utilisant le cadre des processus gaussiens. Finalement, afin de permettre l'amélioration de ce modèle, une stratégie de remplissage est proposée et évaluée avant de conclure.

L'analyse complète des résultats de l'étude paramétrique à l'aide du modèle réduit créé sera réalisée dans le chapitre suivant.

SOMMAIRE

CHAPITRE IV. ÉTUDE PARAMÉTRIQUE EN DIMENSION 6 : CRÉATION DES MODÈLES RÉDUITS.....	107
1. Choix du plan d'expériences.....	109
2. Simulation des points et analyse des données brutes	110
3. Création et validation d'un modèle réduit	113
3.1 Choix du type de modèle	113
3.2 Optimisation des hyper-paramètres.....	115
3.3 Validation des modèles.....	116
4. Stratégie de remplissage	120
4.1 Stratégie proposée et choix des nouveaux points.....	120
4.2 Analyse des résultats sur les nouveaux points	122
4.3 Mise à jour des modèles réduits et validation.....	123
5. Conclusion	126

1. CHOIX DU PLAN D'EXPÉRIENCES

Dans un premier temps, il est nécessaire de choisir les points du domaine de définition qui seront simulés. Dans les études à deux dimensions du Chapitre III, on a utilisé des plans d'expériences factoriels complets à 5 niveaux car l'utilisation d'un plan factoriel complet permet une visualisation simplifiée (possibilité de réaliser des coupes) et car 5 niveaux permettent de bien observer les non-linéarités des sorties. Dans le cadre d'une étude en dimension 6, l'utilisation d'autant de niveaux devient tout à fait irréalisable du fait du nombre de simulations nécessaires ($5^6 = 15625$). De plus, un plan régulier a le désavantage de pouvoir provoquer des artefacts similaires à celui observé pour la pression appliquée au support dans le Chapitre III, section 2.2.3.

Pour cette étude, on choisit donc d'utiliser comme plan d'expériences un carré Latin (cf. Bibliographie, section 3.3.2). Cette stratégie a l'avantage de permettre de choisir a priori le nombre de points à répartir. Pour une première étude, le budget choisi est de 100 simulations et il faut donc répartir ces 100 points dans l'espace de définition.

Comme on l'a vu dans la bibliographie, tous les carrés Latins ne répartissent pas de manière égale les points dans l'espace, et il est donc intéressant de chercher à optimiser celui-ci. Les carrés Latins étant très rapides à créer (simple permutation des colonnes d'une matrice diagonale), on choisit de simplement tirer aléatoirement des carrés et de garder le meilleur selon le critère *maximin* (maximisation de la distance minimale entre deux points).

Dans notre cas, 73 simulations ont déjà été réalisées lors des études 2D présentées au chapitre précédent. On va donc chercher à optimiser non pas le carré Latin seul, mais le plan d'expériences final formé des 73 simulations déjà réalisées et du carré Latin. Les plages de variations des différents paramètres étant très différentes, on travaille dans un espace normalisé où tous les paramètres varient de 0 à 1 afin de ne pas introduire de distorsion entre les directions.

Au final, le carré Latin obtenu a une distance minimale entre deux points de 0.32 (dans l'espace normalisé). Le plan final composé du carré Latin et des simulations déjà réalisées a, lui, une distance minimale entre deux points de 0.08. En effet, les points du plan 2D portant sur l'âme sont très proches les uns des autres pour les valeurs de σ_{hpc} et τ_{hp} faibles (cf. Figure III-3).

Pour valider le plan final obtenu (comprenant 173 points), on le compare à un plan équi-réparti de Doehlert (cf. Bibliographie). Pour les plans de Doehlert, il n'est pas possible de choisir complètement le nombre de points dans le domaine, et on choisit donc le plan qui donne le nombre de simulations le plus proche, soit 185 simulations. Les plans de Doehlert, de par leur équi-répartition (les points sont tous à même distance de leurs plus proches voisins), maximisent la distance minimale entre deux points qui est alors de 0.53.

Une autre mesure de la répartition des points dans l'espace est le diamètre de la plus grande zone circulaire sans points. Cette mesure n'est généralement pas utilisée pour l'optimisation d'un plan d'expériences car elle n'est pas simple à calculer. Ici, on estime ce diamètre pour les deux plans (plan final à 173 points et plan de Doehlert à 185 points) par une optimisation, en cherchant le point dans l'espace qui maximise la distance au point du plan le plus proche (ou aux bornes). Pour cela, on utilise une simple descente de gradient, en multipliant les points initiaux afin de couvrir tout le domaine.

Ainsi, le diamètre de la plus grande zone sans points est de 0.66 pour le plan de Doehlert, et de 0.67 pour le plan final. Le carré Latin obtenu est donc validé comme plan d'expériences.

2. SIMULATION DES POINTS ET ANALYSE DES DONNÉES BRUTES

Une fois les nouveaux points choisis, chaque configuration doit être simulée et post-traitée pour obtenir en chaque point les 7 sorties d'étude. Pour cela, l'ensemble du processus (création des fichiers d'entrée ABAQUS, lancement de la simulation sur le calculateur CALMIP, post-traitement sur ABAQUS Viewer puis sur Matlab pour les sorties de mesure de la déformée) est automatisé à l'aide de scripts divers.

Une fois les sorties obtenues, et avant de chercher à créer un modèle réduit pour pouvoir visualiser les résultats, il est possible de réaliser quelques analyses rapides sur les sorties. En particulier, on va chercher à savoir si les études 2D réalisées au Chapitre III sont représentatives de l'ensemble du domaine.

Tout d'abord, on peut observer la répartition des valeurs de chaque sortie. Sur la Figure IV-1 sont présentés des histogrammes représentant l'occurrence des valeurs de chaque sortie. Sur chaque graphique est donné l'histogramme pour le carré Latin (100 points répartis dans l'ensemble du domaine), celui pour les 73 points des études 2D, et la valeur du point de référence.

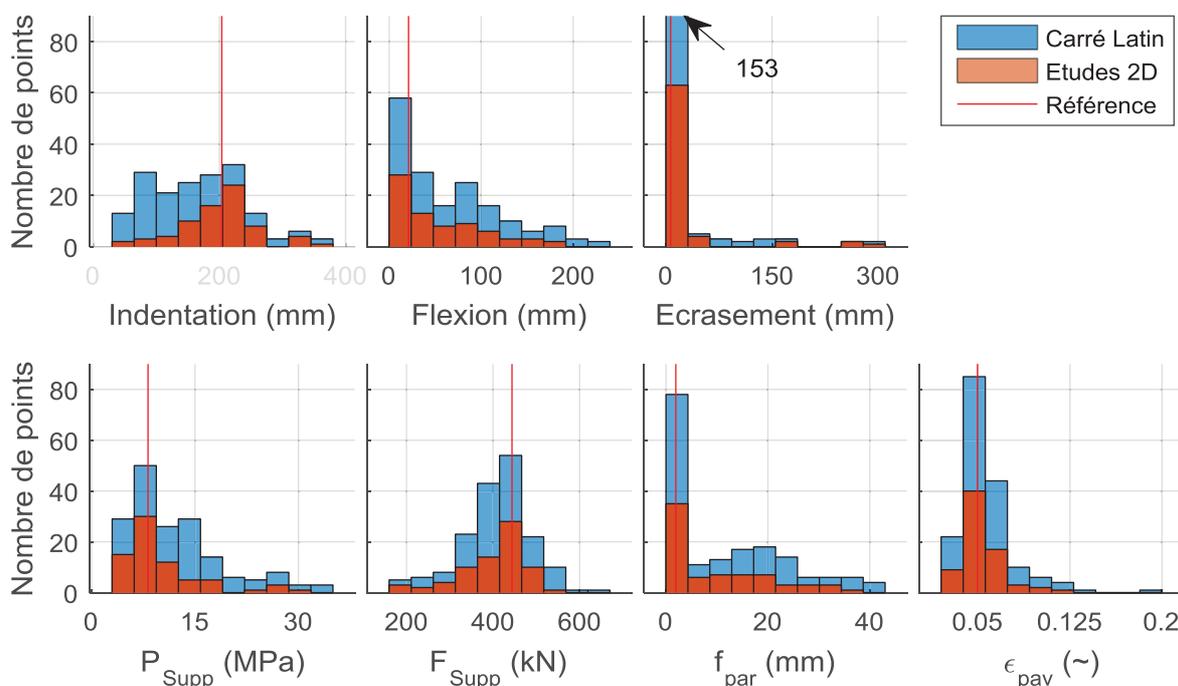


Figure IV-1 : Histogramme des valeurs des 7 sorties

On peut observer sur ces graphiques que les études 2D, présentées au Chapitre III, ont permis d'obtenir des plages de variations des sorties et une répartition des points dans ces plages tout à fait représentatives du domaine complet. Seule la sortie d'Indentation montre une répartition des points dans les études 2D avec une plus faible occurrence des cas avec Indentation faible. La Figure IV-1 permet également de voir que l'Écrasement reste faible dans la grande majorité des configurations simulées. Les comportements d'Écrasement fort, identifiés dans l'étude sur les paramètres de la peau pour un plateau plastique de compression hors-plan très faible, n'apparaissent donc que dans des zones très restreintes du domaine.

Dans le Chapitre III, section 2.3, on a montré que des corrélations existent entre les différentes sorties pour les simulations des études 2D. On peut tracer ici les mêmes

graphiques que sur la Figure III-13, en y ajoutant les 100 points du carré Latin. On peut voir Figure IV-2 que les corrélations existantes entre l'Indentation et F_{Supp} , entre la Flexion et P_{Supp} et entre la Flexion et f_{par} sont bien confirmées par l'ajout de nouveaux points, même si la dispersion augmente, pour la corrélation entre la Flexion et la pression sur le support en particulier.

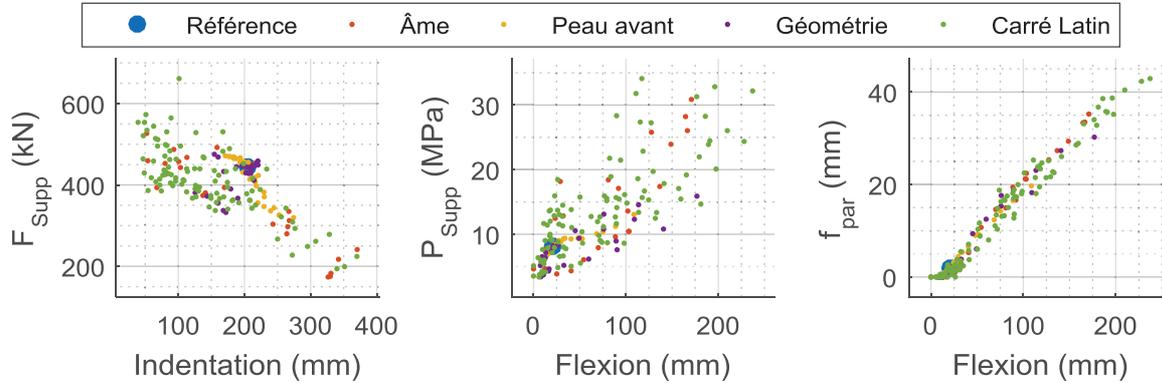


Figure IV-2 : Corrélation entre les certaines sorties en ajoutant les 100 points du carré Latin

De la même façon que des corrélations ont été trouvées entre les différentes sorties, il est possible de chercher s'il existe une corrélation entre un paramètre d'entrée et une sortie en traçant l'ensemble des 42 graphiques possibles. Sur ces graphiques, on peut voir que les corrélations les plus fortes correspondent aux paramètres qui ont été identifiés comme les plus influents lors de l'étude de criblage. Sur la Figure IV-3 on présente trois couples pour lesquels une corrélation entre le paramètre d'entrée et la sortie peut être identifiée.

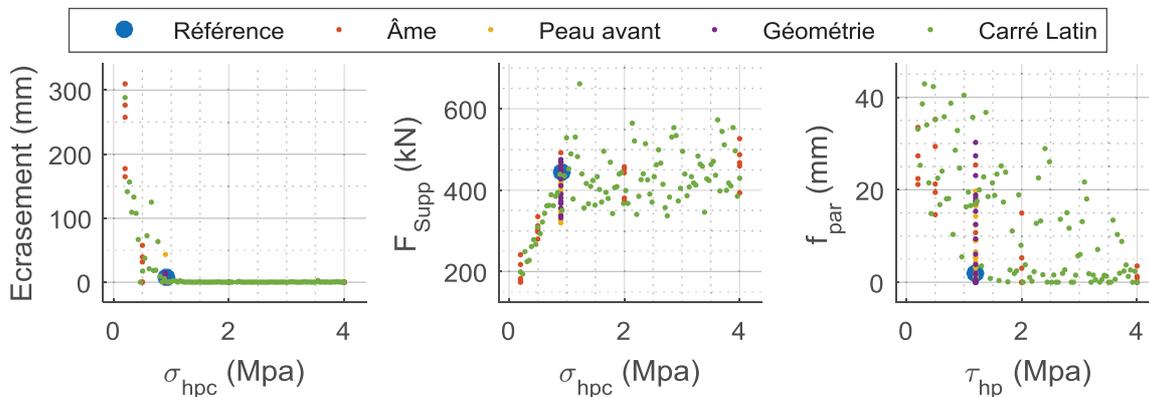


Figure IV-3 : Corrélation entre certains paramètres d'entrée et certaines sorties

La corrélation entre l'Écrasement et le plateau plastique de compression hors-plan de l'âme est clairement la plus forte de l'étude. Pour des valeurs de σ_{hpc} supérieures à environ 1 MPa, l'Écrasement reste très faible, quelles que soient les valeurs des autres paramètres. À l'inverse, pour des valeurs de σ_{hpc} inférieures à 1 MPa, on observe une forte augmentation de l'Écrasement avec la diminution de σ_{hpc} . Cette augmentation est néanmoins fortement influencée par les autres paramètres, comme on peut le voir en observant les 5 points oranges situé à σ_{hpc} minimum. Ces points correspondent aux simulations de l'étude 2D portant sur l'âme pour lesquelles τ_{hp} varie et $\sigma_{hpc} = 0.2 \text{ MPa}$, tous les autres paramètres étant à leur valeur de référence.

Cette différence de comportement induite par la valeur de σ_{hpc} peut aussi s'observer sur le deuxième graphique de la Figure IV-3, montrant son influence sur la force maximale appliquée au support. Pour une valeur forte de σ_{hpc} , la force appliquée dépend très peu de σ_{hpc} , avec une dispersion due aux autres paramètres très forte. Par contre pour des valeurs faibles de σ_{hpc} , F_{Supp} est clairement directement reliée au plateau de compression de l'âme.

Ainsi, on peut conclure qu'un bouclier dont le plateau de compression hors-plan de l'âme est inférieur à environ 1MPa aura un comportement dominé par le mode d'Écrasement, avec une force appliquée au support qui diminue lorsque σ_{hpc} diminue. À l'inverse, un bouclier avec une âme plus résistante à la compression aura un comportement avec peu d'Écrasement et dont l'effort appliqué au support ne dépendra plus de σ_{hpc} , mais restera toujours supérieur aux valeurs obtenues pour σ_{hpc} très faible.

Le troisième graphique de la Figure IV-3 montre une corrélation moins forte, mais existante tout de même, entre le plateau de cisaillement hors-plan de l'âme et la flèche maximale de la peau arrière. En effet, bien que la flèche soit fortement influencée par les autres paramètres, on peut voir qu'une valeur faible de τ_{hp} (inférieure à environ 1 MPa) va nécessairement induire une flèche assez grande, quelles que soient les valeurs des autres paramètres. De même, une valeur forte de τ_{hp} va limiter la valeur maximum que la flèche peut atteindre.

Ainsi, l'analyse des résultats bruts de l'ensemble des 173 simulations réalisées permet de faire un certain nombre de conclusions générales sur le comportement du bouclier et de confirmer l'existence de comportements qui ont été observés dans les études 2D présentées au Chapitre III. Néanmoins, ces conclusions sont très générales et limitées par nos capacités de visualisation. Pour aller plus loin dans l'analyse, il est nécessaire de pouvoir réaliser des coupes dans le domaine afin de visualiser l'évolution des sorties en fonction d'un ou deux paramètres, les autres étant fixés. Pour cela, on va créer un modèle réduit pour pouvoir estimer la valeur d'une sortie en tout point du domaine.

3. CRÉATION ET VALIDATION D'UN MODÈLE RÉDUIT

Comme on l'a vu dans la bibliographie, construire un modèle réduit consiste à trouver une fonction mathématique \hat{f} permettant d'estimer en tout point \mathbf{x} du domaine la valeur y d'une sortie. On cherche donc \hat{f} telle que l'erreur d'estimation $\|\hat{y} - y\|$ soit la plus faible possible.

Dans notre cas, 7 sorties doivent être estimées. Certaines méthodes existent pour construire des modèles réduits capables d'estimer plusieurs sorties en même temps (« *Multi-tasks learning* ») [Caru97], en se basant sur les corrélations existantes entre elles. Néanmoins, le but de ces méthodes est généralement de mélanger des sorties qui n'ont pas la même précision ou qui ne sont pas évaluées sur les mêmes points, afin d'augmenter le nombre d'informations disponibles pour estimer chacune d'entre elles. Dans notre cas, les sorties sont toutes connues aux mêmes points et avec la même précision et de plus les corrélations entre elles ne sont pas très fortes (mis à part entre la Flexion et la flèche de la peau arrière). On fait donc le choix de considérer les sorties comme pleinement indépendantes et de créer un modèle réduit différent pour chaque sortie étudiée.

3.1 Choix du type de modèle

Ainsi, rien n'empêche a priori d'utiliser pour chaque sortie des modèles complètement différents (par exemple un polynôme pour la Flexion et un processus gaussien pour l'Écrasement) mais, pour plus de simplicité, on choisit d'utiliser la même forme de modèle pour toutes les sorties. Seuls les éventuels hyper-paramètres changeront donc d'une sortie à l'autre.

Dans la bibliographie, trois grandes familles de modèles réduits ont été présentées : les polynômes, les fonctions à base radiale et les processus gaussiens. En observant les surfaces de réponses obtenues lors des études à deux paramètres (cf. Figure III-4, 5 et 9) on peut voir que le modèle réduit doit être capable de représenter des changements forts de comportement, comme celui de l'Écrasement en fonction de σ_{hpc} par exemple. Ce type de comportement est très difficile à représenter avec des polynômes. En effet, un degré important est nécessaire pour permettre une variation forte du modèle dans une zone du domaine, mais cela va induire une forte oscillation dans la zone du domaine où la sortie est stable (sur-ajustement).

Ce phénomène est inévitable pour un modèle réduit « global » où chaque point de donnée a une influence sur l'ensemble du modèle, et on choisit donc d'utiliser un type de modèle réduit où les points n'ont d'influence que sur une zone autour d'eux, comme les fonctions à base radiale ou les processus gaussiens. Le cadre des processus gaussiens, par son approche statistique, permet d'estimer non seulement la sortie en un point, mais également une incertitude sur cette estimation. Cette incertitude est une information intéressante, qui peut être utilisée pour une stratégie de remplissage ou une optimisation (cf. Bibliographie, section 3.6.2), et c'est donc ce cadre qui est choisi pour construire les modèles réduits.

Comme on l'a vu dans la bibliographie, un processus gaussien est défini par un noyau, qu'il faut donc choisir au préalable. Ce noyau dépendra d'un certain nombre d'hyper-paramètres, qui sont choisis par optimisation. Afin de comparer différentes solutions, 4 noyaux différents sont testés. Les hyper-paramètres seront optimisés pour chacun et le choix de la fonction à utiliser sera fait dans la section 3.3.

Les quatre noyaux testés sont :

La fonction Exponentielle carrée :

$$k(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) = \sigma_f^2 \cdot e^{-\frac{1}{2}d^2} \quad \text{Eq (IV-1)}$$

La fonction de Matérn avec $\nu = \frac{1}{2}$:

$$k(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) = \sigma_f^2 \cdot e^{-d} \quad \text{Eq (IV-2)}$$

La fonction de Matérn avec $\nu = \frac{3}{2}$:

$$k(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) = \sigma_f^2 \cdot (1 + \sqrt{3} \cdot d) \cdot e^{-\sqrt{3} \cdot d} \quad \text{Eq (IV-3)}$$

Et la fonction de Matérn avec $\nu = \frac{5}{2}$:

$$k(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) = \sigma_f^2 \cdot \left(1 + \sqrt{5} \cdot d + \frac{5}{3}d^2\right) \cdot e^{-\sqrt{5} \cdot d} \quad \text{Eq (IV-4)}$$

où σ_f est l'hyper-paramètre définissant la variance de la fonction et d une mesure de distance entre les points $\mathbf{x}^{(i)}$ et $\mathbf{x}^{(j)}$ pondérée dans chaque direction k par une longueur caractéristique l_k :

$$d = \sqrt{(\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)}) \cdot P^{-1} \cdot (\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)})^T} \quad \text{Eq (IV-5)}$$

avec $P = \begin{bmatrix} l_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & l_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix}$.

Ces quatre fonctions sont présentées Figure IV-4 en une dimension avec une variance $\sigma_f = 1$ et une longueur caractéristique $l = 1$.

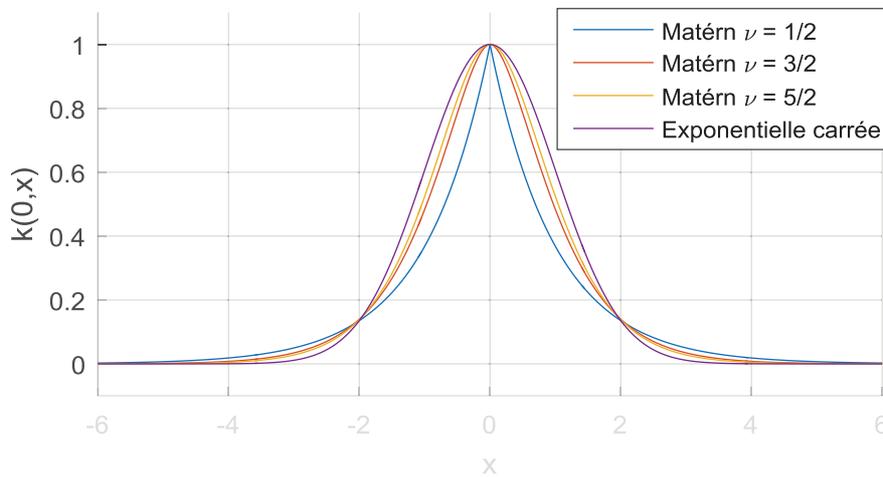


Figure IV-4 : Les quatre noyaux testés, avec une longueur caractéristique égale à 1

La fonction exponentielle carrée a la particularité d'être infiniment dérivable partout, ce qui donne une très grande régularité au modèle réduit obtenu. Grâce à cette propriété et la simplicité de son écriture, cette fonction noyau est probablement la plus souvent utilisée dans le domaine des processus gaussiens [Rasm06]. Néanmoins sa grande régularité peut la rendre incapable de décrire certains phénomènes physiques (passage de seuils, etc.). On teste donc également des fonctions de Matérn, moins régulières. Pour $\nu = 1/2$, la fonction n'est pas dérivable en 0, pour $\nu = 3/2$ la fonction y est dérivable une fois, et pour $\nu = 5/2$ deux fois.

L'utilisation de la mesure de distance pondérée (Eq (IV-5)) permet de définir une longueur caractéristique différente sur chaque dimension du domaine. Ainsi, si la sortie varie peu selon une direction, la longueur caractéristique associée sera grande et la fonction de covariance très étalée dans cette direction, et inversement. Dans notre cas, on a donc 7 hyper-paramètres pour ces noyaux : une variance de la fonction σ_f et 6 longueurs caractéristiques $l_k, k \in \llbracket 1 \ 6 \rrbracket$.

Deux autres hyper-paramètres sont ajoutés pour plus de souplesse : une constante C permettant de donner une moyenne au processus gaussien et une variance σ_n représentant un bruit de mesure. Cet hyper-paramètre permet au modèle réduit de ne pas passer par les points connus, et donc d'être généralement plus lisse.

Avec le processus gaussien ainsi défini, il est possible d'estimer la valeur \hat{y} d'une sortie en un point quelconque \mathbf{x} par :

$$\hat{y} = \hat{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{k}^T \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{Y} - C) + C \quad \text{Eq (IV-6)}$$

où \mathbf{Y} est le vecteur colonne des sorties connues, \mathbf{K} la matrice de covariance entre les points connus, dont les termes sont définis par :

$$\mathbf{K}_{ij} = k(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}^{(j)}) + \sigma_n^2 \cdot \delta_{ij} \quad \text{Eq (IV-7)}$$

et \mathbf{k} le vecteur colonne de corrélation du point inconnu \mathbf{x} avec les points connus $\mathbf{x}^{(i)}$:

$$\mathbf{k}_i = k(\mathbf{x}^{(i)}, \mathbf{x}) \quad \text{Eq (IV-8)}$$

Et la valeur de la variance sera calculée par :

$$\text{Var}(\hat{y}) = k(\mathbf{x}, \mathbf{x}) - \mathbf{k}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{k} \quad \text{Eq (IV-9)}$$

On peut remarquer ici que la variance ainsi calculée ne dépend pas des valeurs de la sortie aux points connus, mais uniquement de la position des points $\mathbf{x}^{(i)}$, et des hyper-paramètres. Le détail des développements mathématiques permettant d'obtenir les équations précédentes peut être trouvé dans [Rasm06].

La création des processus gaussiens et l'ensemble des calculs sont réalisés sous Matlab en utilisant la toolbox GPML, fournie avec le livre [Rasm06] et qui peut être téléchargée à l'adresse <http://www.gaussianprocess.org/gpml/>.

3.2 Optimisation des hyper-paramètres

Afin de trouver les hyper-paramètres associés à chaque fonction noyau, on réalise une optimisation sur ceux-ci en prenant comme objectif le maximum de vraisemblance (« *Marginal Likelihood* ») présenté dans la bibliographie, section 3.5. La vraisemblance est définie comme la probabilité d'obtenir les sorties \mathbf{Y} connaissant les hyper-paramètres et la position \mathbf{X} des points connus avec un processus gaussien donné. On rappelle ici sa formule (cf. [Rasm06] pour la démonstration) :

$$\ln(p(\mathbf{Y}|\mathbf{X}, \theta)) = -\frac{1}{2} (\mathbf{Y} - C)^T \mathbf{K}^{-1} (\mathbf{Y} - C) - \frac{1}{2} \ln(|\mathbf{K}|) - \frac{N_s}{2} \ln(2\pi) \quad \text{Eq (IV-10)}$$

où N_s est le nombre de points connus et θ représente l'ensemble des hyper-paramètres.

Avant de réaliser l'optimisation, une normalisation de l'espace de définition et de l'espace des sorties est réalisée en utilisant la fonction `zscore` de Matlab. Cette fonction permet de passer d'une liste quelconque de points à une liste de points de moyenne nulle et de variance 1 simplement en soustrayant la moyenne puis en divisant par l'écart-type. Cette normalisation n'est pas du tout nécessaire pour définir un processus gaussien, mais permet de faciliter

l'optimisation des hyper-paramètres en harmonisant les plages de variation des paramètres. En effet, sans cette normalisation le paramètre de limite d'élasticité de la peau avant varie de 100 MPa à 500 MPa tandis que le paramètre de plateau de compression hors plan de l'âme varie de 0.2 MPa à 4 MPa, et une variation de 1 MPa n'a donc pas la même importance dans ces deux directions. Les résultats finaux sont ensuite obtenus par une normalisation inverse. Pour pouvoir interpréter plus aisément les résultats, ceux-ci seront toujours présentés dans l'espace réel, non-normalisé.

La toolbox GPML utilisée permet de calculer le gradient de la vraisemblance (Eq (IV-10)) en fonction des hyper-paramètres (cf. [Rasm06] pour l'expression analytique de ce gradient). Ce gradient est donc utilisé afin de faciliter l'optimisation, qui est réalisée sous Matlab à l'aide de la fonction d'optimisation sans contraintes `fminunc` et l'algorithme `trust-region`. Les hyper-paramètres sont tous initialisés à 1, sauf la constante C initialisée à 0, et on réalise l'optimisation pour chaque sortie et pour chaque fonction noyau différente afin de trouver les hyper-paramètres correspondants.

3.3 Validation des modèles

Afin de valider les modèles réduits et de choisir le meilleur noyau, on compare les performances des modèles réduits obtenus en utilisant la méthode du « *Leave-one-out* » (LOO), présentée dans la bibliographie. Cette méthode consiste à créer un modèle réduit en utilisant les hyper-paramètres, trouvés par optimisation sur l'ensemble des points, et tous les points sauf un puis à mesurer l'erreur de prédiction de ce modèle en ce point. Ceci étant fait sur tous les points connus (173 points), on calcule ensuite l'erreur moyenne de prédiction en LOO, donnée Figure IV-5 pour chaque sortie et chaque noyau.

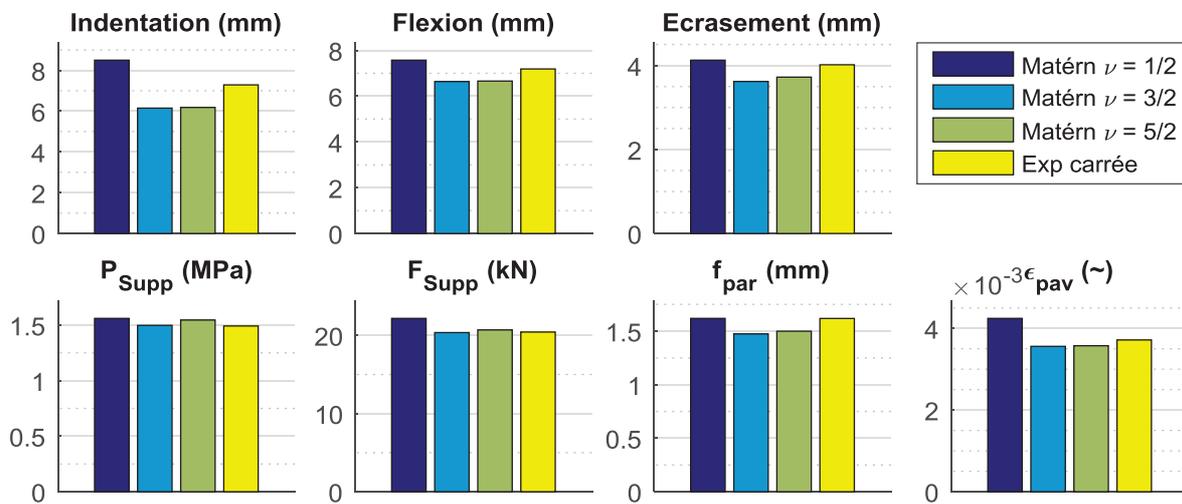


Figure IV-5 : Erreurs moyennes des différents modèles réduits en utilisant la méthode LOO

La première remarque que l'on peut faire est que l'erreur moyenne de prédiction varie peu selon le noyau utilisé et qu'elle est relativement faible par rapport aux plages de variation des sorties. Pour rappel, les plages de variation obtenues sur les 173 simulations sont : Indentation : 39 à 370 mm, Flexion : 0 à 237 mm, Écrasement : 0 à 310 mm, P_{Supp} : 3 à 34 MPa, F_{Supp} : 174 à 661 kN, f_{par} : 0 à 43 mm et ϵ_{pav} : 0.02 à 0.2. Les modèles réduits créés permettent donc de décrire correctement la variation des sorties.

On peut observer ensuite que le classement des erreurs en fonction des modèles réduits n'est pas toujours le même en fonction des sorties. En effet, comme on l'a vu dans le Chapitre III

les différentes sorties montrent des comportements assez différents, qui sont plus ou moins bien représentés par les différents noyaux. Néanmoins, on peut voir que le modèle donnant l'erreur moyenne LOO la plus faible est celui créé avec la fonction de Matérn $\nu = 3/2$ comme noyau, et ceci pour toutes les sorties sauf pour la pression maximale appliquée au support.

Sur la Figure IV-5 on a représenté l'erreur moyenne calculée sur les 173 points. Néanmoins, cette moyenne peut cacher de grandes dispersions. Sur la Figure IV-6 est présenté le maximum de l'erreur LOO pour chaque sortie et chaque modèle. Afin de permettre une comparaison plus facile, l'étendue de la plage de variation de chaque sortie est indiquée en rouge.

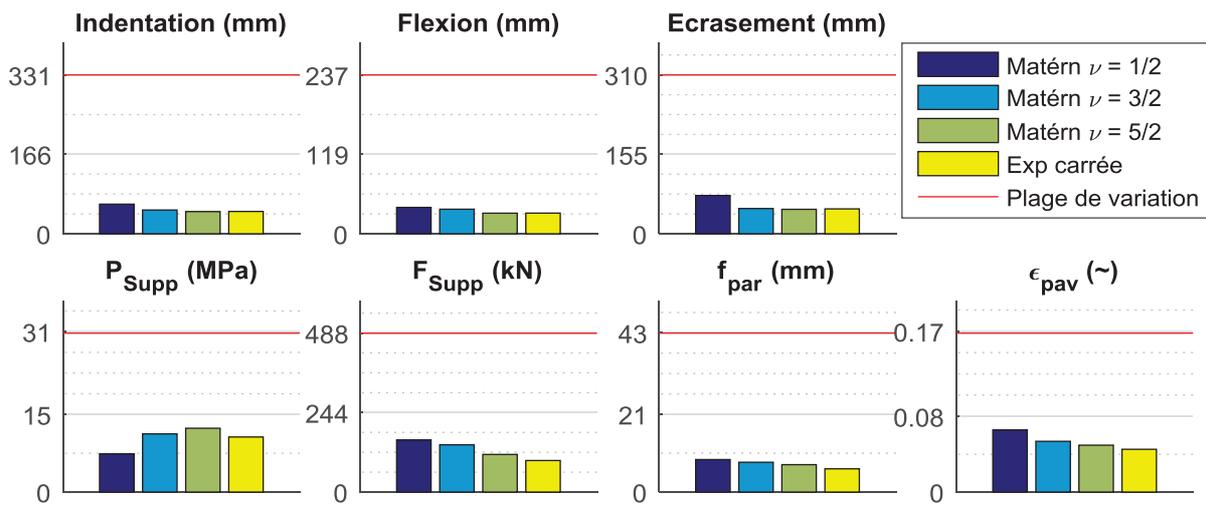


Figure IV-6 : Erreurs maximales des différents modèles réduits en utilisant la méthode LOO

On peut voir qu'en général, l'erreur maximale est significativement plus grande que l'erreur moyenne (de 5 à 15 fois plus grande, selon les sorties). Néanmoins, elle reste toujours inférieure à 50% de la plage de variation de la sortie. En comparant les deux figures précédentes, il apparaît que le modèle donnant l'erreur moyenne la plus faible n'est pas celui donnant l'erreur maximale la plus faible. En effet, l'erreur maximale la plus faible est souvent donnée par le modèle créé avec le noyau exponentielle carrée, alors qu'il donnait des erreurs moyennes généralement plus grandes que les autres modèles. Cela peut s'expliquer par le fait que ce modèle est plus lisse et régulier que les autres, et il suit donc plus difficilement les petits changements de comportement des sorties (erreur moyenne plus grande) mais diverge également moins rapidement aux points où l'erreur est grande.

Au final, on utilisera pour la suite des travaux le modèle réduit donnant l'erreur moyenne la plus faible, c'est-à-dire celui créé à partir du noyau de Matérn avec $\nu = 3/2$.

Le modèle réduit permet également de calculer une variance (cf. Eq (IV-9)) représentant l'incertitude en chaque point. Afin d'évaluer la pertinence de ce calcul de variance, l'erreur faite en chaque point par le modèle LOO est divisée par la racine carrée de l'estimation de la variance (écart type) en ce point. Si les hypothèses des processus gaussiens sont parfaitement respectées et que le modèle réduit est parfaitement adapté aux données, les valeurs obtenues doivent suivre une distribution normale de moyenne nulle et de variance 1. On trace Figure IV-7 les distributions de ces valeurs pour chaque sortie et pour le modèle réduit Matérn $\nu = 3/2$. Sur chaque graphique, la courbe de la loi normale est tracée également.

On peut observer que la distribution des erreurs est plus resserrée que prévu par la loi normale, ce qui indique que l'incertitude estimée par le modèle réduit est trop forte. Néanmoins, la répartition est assez proche de celle prédite, sauf pour l'Écrasement. Pour cette sortie, les erreurs sont bien plus faibles qu'estimées par le modèle réduit. Cela peut s'expliquer par le comportement particulier de l'Écrasement : comme on l'a vu dans le Chapitre III, section 2.2.1 lors de l'étude 2D portant sur les paramètres de l'âme, l'Écrasement est très faible sur la majeure partie du domaine et monte très rapidement pour des faibles valeurs du plateau de compression hors-plan de l'âme. Ce comportement particulier est confirmé par la Figure IV-1, où l'on voit que l'Écrasement est faible pour la grande majorité des simulations effectuées. Les hyper-paramètres de ce modèle réduit ont donc été optimisés de façon à avoir un modèle réduit capable de varier rapidement, ce qui se traduit par une estimation de variance qui augmente rapidement lorsque l'on s'éloigne d'un point connu. Or, sur la majorité du domaine l'Écrasement varie peu, et l'erreur réalisée y est donc plus faible qu'estimée.

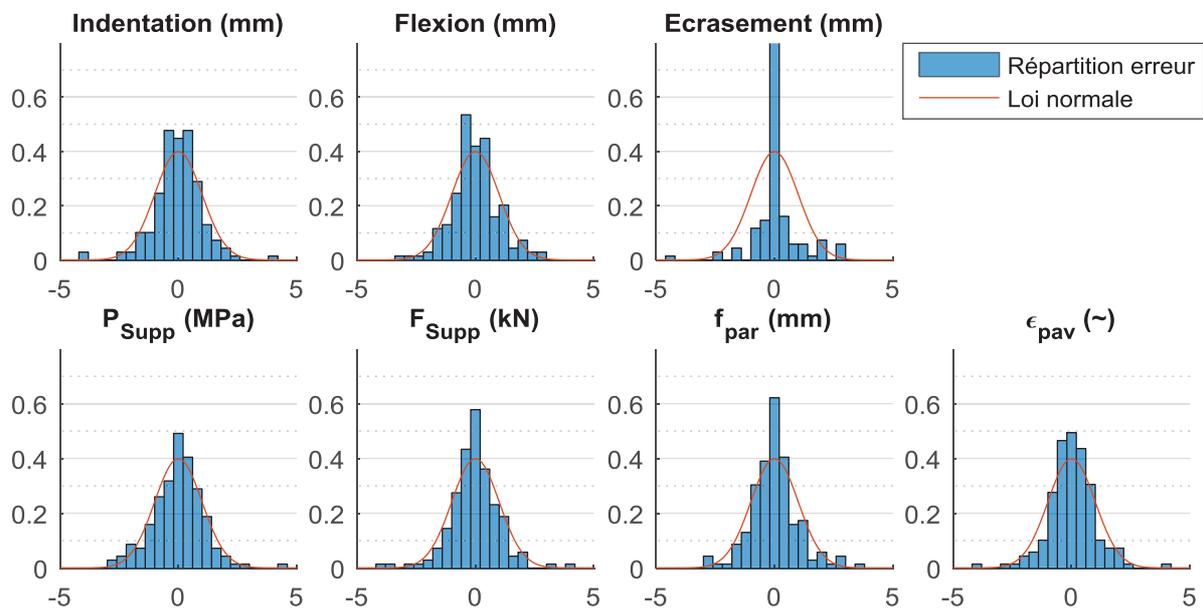


Figure IV-7 : Distribution des erreurs divisées par l'écart type estimé en utilisant la méthode LOO

Ainsi, on dispose désormais de modèles réduits capables d'estimer en tout point du domaine de définition les 7 sorties étudiées ainsi qu'une incertitude. Comme on le verra dans le chapitre suivant, ces modèles réduits peuvent être utilisés pour des calculs d'optimisation ou d'analyses globales du domaine complet, mais aussi pour de la visualisation. En effet, le modèle réduit permet d'estimer la valeur des sorties dans des coupes quelconques du domaine. Si l'on ne visualise que la sortie, sans son incertitude, il est possible de visualiser une coupe 2D (2 paramètres variant, 4 fixes) par une surface. Pour visualiser l'incertitude en plus, on réalise des coupes 1D, et on représente l'intervalle à 2σ (95%) par une zone autour de la courbe de prédiction.

Sur la Figure IV-8, la variation de l'effort maximal appliqué au support est présentée par des coupes 2D et 1D. Sur le premier graphique, l'estimation de cette sortie est tracée en fonction des paramètres τ_{hp} et A_{pav} . Sur le deuxième, seul le paramètre σ_{hpc} varie, mais l'on a tracé également la plage d'incertitude à 2σ (95%). La coupe 2D a été réalisée en fixant $\{\sigma_{hpc} = 1.53 \text{ MPa}, e_{pav} = 2.34 \text{ mm}, H_a = 145 \text{ mm}, T_t = 328 \text{ mm}\}$ et la coupe 1D en fixant $\{\tau_{hp} = 2.86 \text{ MPa}, e_{pav} = 2.34 \text{ mm}, A_{pav} = 444 \text{ MPa}, H_a = 145 \text{ mm}, T_t = 328 \text{ mm}\}$.

Ainsi, l'intersection de ces deux coupes est un point unique, qui a été choisi comme appartenant au carré latin. C'est donc un point connu, et la valeur de F_{Supp} mesurée en ce point est tracée en rouge sur les deux coupes.

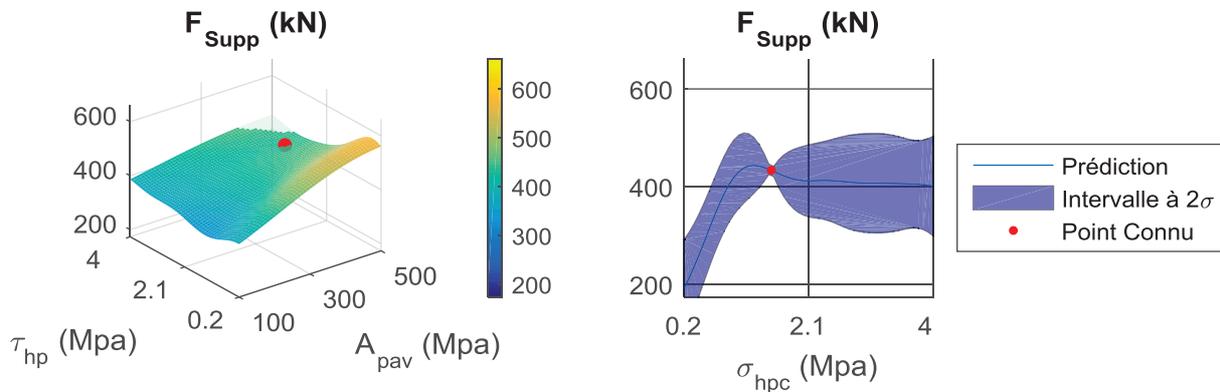


Figure IV-8 : Visualisation du modèle réduit par des coupes 2D ou 1D autour du point connu :
 $\{\sigma_{hpc} = 1.53 \text{ MPa}, \tau_{hp} = 2.86 \text{ MPa}, e_{pav} = 2.34 \text{ mm}, A_{pav} = 444 \text{ MPa}, H_a = 145 \text{ mm}, T_t = 328 \text{ mm}\}$

Cette figure permet de montrer qu'aucune visualisation n'est possible sans modèle réduit. En effet, un seul point connu existe dans les deux sous-espaces définis par ces coupes et, sans modèle réduit, les deux graphiques Figure IV-8 se résumeraient au point rouge seul. De plus, les coupes ont ici été choisies afin qu'un point connu soit présent à leur intersection, mais la probabilité qu'un point connu soit présent dans une coupe 2D prise au hasard (4 paramètres arbitrairement fixés) est très faible.

La Figure IV-8 permet également de voir que l'incertitude estimée est assez importante, tout en restant inférieure à la plage de variation de la sortie. De plus, on a vu Figure IV-7 que cette incertitude est bien estimée par le modèle réduit. Ainsi, si les faibles variations locales de la prédiction sont à interpréter avec précaution, il est possible d'avoir confiance dans les tendances globales prédites par le modèle réduit. Néanmoins, la précision peut être jugée insuffisante pour certaines applications, et il faut alors disposer d'un moyen de l'améliorer. Afin de présenter une méthode utilisable pour cela, une stratégie de remplissage (ajout de points connus supplémentaires) est présentée dans la section suivante.

4. STRATÉGIE DE REMPLISSAGE

Afin d'affiner le modèle réduit, il est nécessaire de simuler de nouvelles configurations pour disposer de plus d'informations. On présente dans cette section la stratégie qui a été utilisée pour choisir la position de ces nouveaux points, ainsi que les résultats obtenus.

4.1 Stratégie proposée et choix des nouveaux points

Dans le cadre de l'optimisation par modèle réduit, un certain nombre de stratégies existent pour ajouter des points dans les zones d'intérêt, comme on l'a vu dans la Bibliographie, section 3.6.2. Dans notre cas néanmoins, on cherche à améliorer globalement la prédiction, sans définir de zones d'intérêt particulières. Il faut donc choisir une stratégie d'exploration pure.

Les modèles réduits construits permettant d'estimer l'incertitude en un point donné (cf. Eq (IV-9)), la stratégie la plus immédiate est de chercher à ajouter des points sur les maxima de cette incertitude. En cherchant les points maximisant cette incertitude à l'aide d'un optimiseur (avec de multiples points initiaux pour éviter les maxima locaux), on s'aperçoit que ces points sont systématiquement situés sur les arrêtes du domaine. En effet, l'incertitude augmente lorsque l'on s'éloigne des points connus, ce qui fait qu'elle est maximale sur les bords du domaine (cf. Figure IV-8).

Or, ajouter de nouveaux points sur le bord du domaine n'est pas nécessairement optimal puisque ceux-ci auront alors une influence sur une moins grande partie du domaine étudié. Pour prendre cet effet en compte, on va chercher à calculer l'incertitude de prédiction moyenne sur l'ensemble du domaine. En effet, en supposant que les hyper-paramètres ne changent pas, on peut créer un modèle réduit en ajoutant le point supplémentaire à la liste des points connus, et calculer ensuite l'incertitude moyenne sur l'ensemble du domaine. Cela est possible puisque le calcul de la variance ne dépend pas des valeurs de la sortie (cf. Eq (IV-9)).

Pour calculer cette incertitude moyenne, l'idéal serait d'intégrer l'écart-type prédit par le modèle réduit (racine carrée de la variance, donnée Eq (IV-9)) sur l'ensemble du domaine. Néanmoins, cette expression de l'écart-type est complexe et aucune expression analytique de son intégrale sur le domaine n'a été trouvée. Une estimation de cette intégrale est donc obtenue numériquement en évaluant cet écart-type sur un grand nombre de points bien réparti dans le domaine et en calculant la moyenne des valeurs obtenues. Une étude de convergence permet de vérifier qu'en utilisant des points répartis selon une suite à discrétance faible de Sobol' (cf. Bibliographie, section 3.3.2), 2000 points suffisent pour avoir une bonne estimée (cf. Figure IV-9).

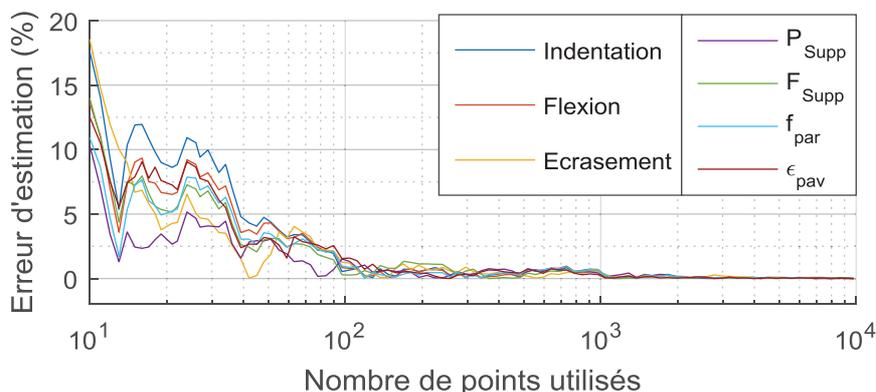


Figure IV-9 : Étude de convergence de l'estimation de l'écart-type moyen, pour les 7 sorties

Ainsi, il est possible d'estimer l'écart-type moyen du modèle réduit créé en ajoutant un nouveau point quelconque, et ce pour chaque sortie. Comme chaque point rajouté aura une influence sur les 7 sorties, il faut optimiser la position de ce nouveau point par rapport à son influence sur les 7 écarts types moyens. Pour cela, on travaille dans l'espace normalisé défini dans la section 3.2. Les sorties ayant alors des plages de variations similaires, on minimise la somme des 7 écarts-types moyens mesurés.

Cette minimisation est réalisée sous Matlab en utilisant la fonction d'optimisation sous contrainte `fmincon`. La fonction objectif comprenant de nombreux optima locaux, on multiplie les points initiaux en les répartissant selon une séquence de Sobol'. Contrairement à l'optimisation des hyper-paramètres présentée section 3.2, on ne dispose pas ici d'une expression analytique du gradient, et on utilise donc l'algorithme `interior-point`, permettant d'estimer le gradient par une série d'évaluations de la fonction objectif, en faisant varier les paramètres d'entrée d'un très faible delta (typiquement de l'ordre de 10^{-8}). On peut remarquer ici que le calcul de l'écart-type nécessitant l'inversion d'une matrice, les bruits de calculs sont suffisamment importants pour rendre l'estimation du gradient aberrante si l'on utilise les paramètres par défaut de l'optimiseur. Afin d'avoir une estimation du gradient correcte, il est nécessaire d'augmenter ce delta de variation des paramètres. Une valeur minimale de ce delta est donc fixée à $5 \cdot 10^{-3}$ (option `DiffMinChange`).

Cette stratégie permet donc de rechercher la position optimale d'un point à ajouter pour réduire l'incertitude moyenne sur le domaine. Bien sûr, l'ajout d'un seul point ne changera pas drastiquement l'incertitude sur l'ensemble du domaine et on va donc chercher à en ajouter plusieurs. Pour cela, la stratégie la plus simple consisterait à chercher le point optimum, réaliser la simulation éléments finis et la post-traiter pour mesurer les sorties, ajouter ce point aux autres, choisir de nouveau les hyper-paramètres et le modèle réduit optimal puis recommencer jusqu'à que le modèle obtenu soit jugé satisfaisant.

Néanmoins, il peut être plus intéressant de lancer de nombreuses simulations éléments finis en une seule fois que de lancer ces simulations une par une. C'est en particulier le cas ici, les simulations étant lancées en parallèle sur le supercalculateur CALMIP. On va donc chercher à identifier un certain nombre de points avec le modèle réduit initial, avant de lancer la simulation de tous les points identifiés en une seule fois.

Cela est possible car la méthode utilisée pour estimer l'écart-type moyen après ajout d'un point peut tout à fait être utilisée pour estimer cet écart-type après l'ajout de N points, en les ajoutant simplement à la liste des points connus. Ainsi, on va chercher la position optimum d'ajout d'un point, puis la position optimum d'ajout d'un deuxième sachant que le premier est déjà ajouté, etc. Cette stratégie permet donc d'identifier un par un les points intéressants, sans réaliser les simulations éléments finis au fur et à mesure. Il faut remarquer néanmoins que plus le nombre de points supplémentaires augmente plus l'hypothèse de non-variation des hyper-paramètres pour le calcul de l'écart-type moyen est contestable, et il peut être intéressant de procéder par étapes si le nombre de points à ajouter est important.

Dans notre cas, un budget de 30 nouveaux points est choisi, et l'on décide de réaliser leur identification en une seule fois. La stratégie présentée est donc utilisée pour rechercher la position de ces 30 points. Sur la Figure IV-10, on peut voir la prévision d'amélioration de l'espérance de l'erreur pour chaque sortie en fonction du nombre de points ajoutés. L'espérance de l'erreur est calculée comme l'écart-type moyen multiplié par $\sqrt{2/\pi}$ et correspond à la valeur moyenne de l'erreur (en valeur absolue) si celle-ci est répartie suivant une loi normale, comme prévu par un processus gaussien. Sur la même figure est indiquée en rouge l'erreur moyenne LOO du modèle réduit (cf. section 3.3).

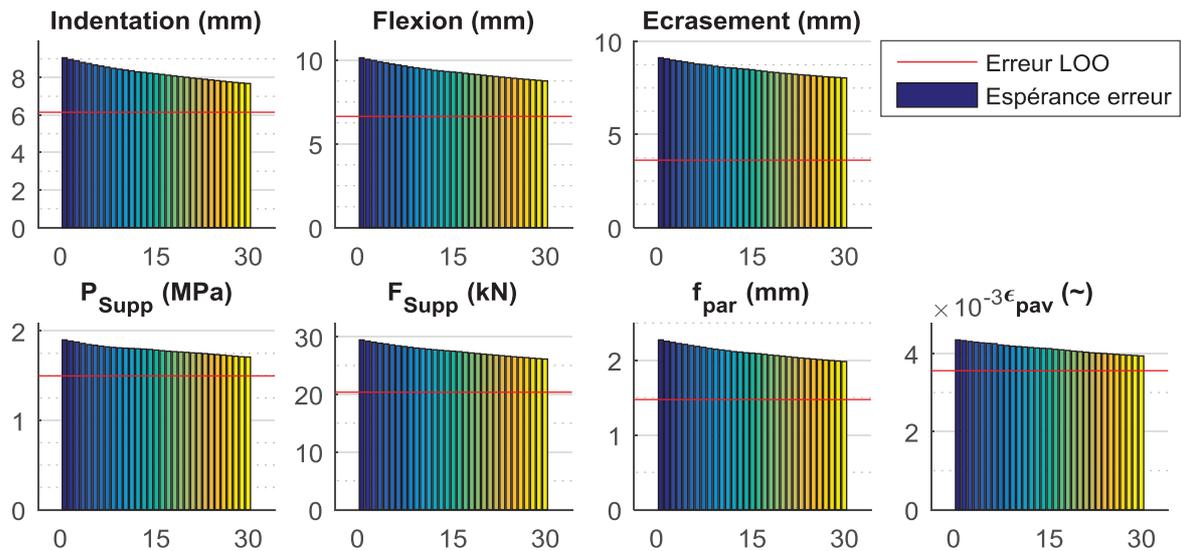


Figure IV-10 : Diminution de l'espérance de l'erreur par l'ajout de nouveaux points

Tout d'abord, on peut remarquer que l'erreur moyenne mesurée par LOO est moins importante que l'espérance de l'erreur prédite par les modèles réduits. Cela est cohérent avec la Figure IV-7, où l'on voit que les erreurs mesurées en LOO sont plus resserrées autour de 0 que ce qui est prédit par les modèles réduits.

Ensuite, on observe que l'ajout de ces points permet de réduire l'espérance de l'erreur assez équitablement sur l'ensemble des sorties. Ainsi, la réduction de l'espérance de l'erreur prédite est de 15% pour l'Indentation, 14% pour la Flexion, 12% pour l'Écrasement, 10% pour P_{Supp} , 11% pour F_{Supp} , 13% pour f_{par} et 9% pour ϵ_{pav} , et ceci pour un ajout de 30 points, soit +17% de points.

Ces 30 configurations sont donc simulées puis post-traitées pour mesurer les 7 sorties sur chacune.

4.2 Analyse des résultats sur les nouveaux points

Une fois ces 30 nouveaux points obtenus, et avant de réactualiser les modèles réduits, on peut chercher à voir comment se comportent les modèles obtenus précédemment à ces endroits. Sur la Figure IV-11, on présente, pour chaque sortie, l'erreur moyenne sur les 30 nouveaux points de ces anciens modèles. Pour comparaison, on donne également l'erreur moyenne LOO mesurée dans la section 3.3 et l'espérance de l'erreur sur ces 30 points donnée par les modèles.

On peut voir que l'erreur mesurée sur les 30 nouveaux points est généralement plus grande que l'erreur moyenne LOO, ce qui est cohérent avec le fait que ces points ont été choisis dans les zones où l'incertitude était la plus grande. On remarque néanmoins que, sauf pour la sortie P_{Supp} , l'erreur mesurée est plus faible que son espérance donnée par le modèle, ce qui confirme que l'incertitude prédite par le modèle est trop forte.

Pour P_{Supp} , le fait que l'erreur mesurée soit plus grande que son espérance peut être un signe de sur-ajustement (cf. Bibliographie, section 3.4), c'est-à-dire que le modèle réduit sur-interprète les variations des points connus. En effet, on a vu dans le Chapitre III, section 2.2.3 (étude paramétrique 2D portant sur la géométrie) qu'une oscillation de P_{Supp} apparaît quand la taille du trou du support (paramètre T_t) change, et que cette oscillation semble être un

artefact dû à la régularité du plan d'expériences 2D utilisé. Cette oscillation est faussement interprétée par le modèle réduit ce qui conduit à des erreurs de prédiction importantes.

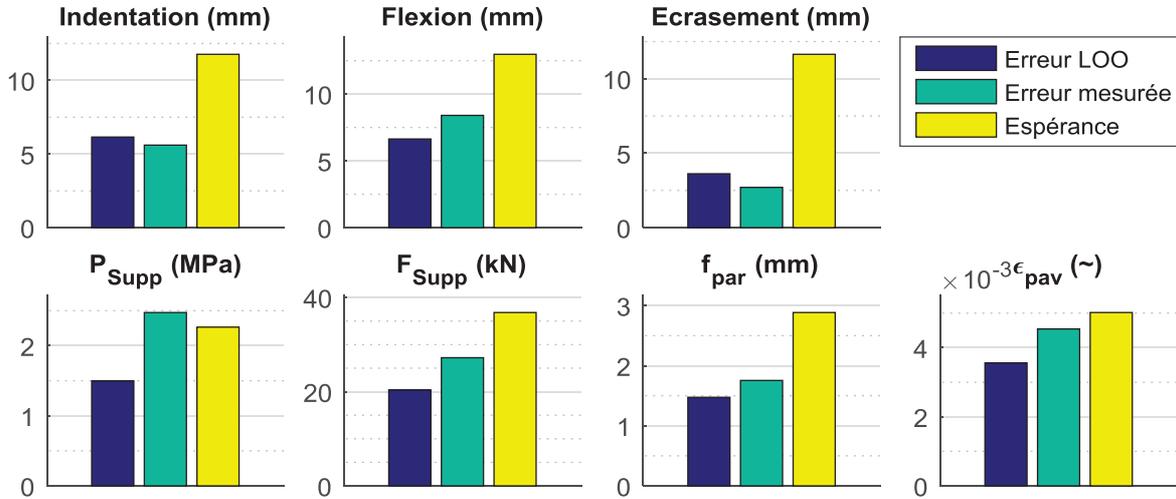


Figure IV-11 : Erreur moyenne des modèles réduits sur les 30 nouveaux points

4.3 Mise à jour des modèles réduits et validation

De nouveaux modèles réduits sont ensuite créés avec l'ensemble des 203 simulations disponibles. On utilise pour cela exactement la même stratégie que pour la création des modèles à 173 simulations, en optimisant les hyper-paramètres pour 4 fonctions noyau différentes. On les compare ensuite en utilisant la mesure de l'erreur moyenne LOO, comme sur la Figure IV-5. Ces mesures sont présentées sur la Figure IV-12.

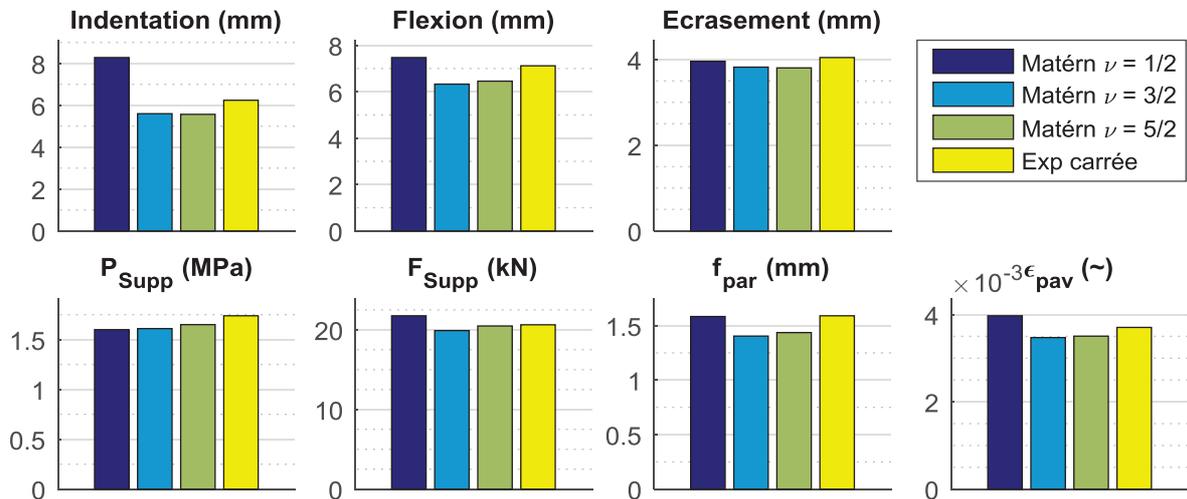


Figure IV-12 : Erreurs moyennes LOO des modèles réduits à 203 simulations, en fonction du noyau utilisé

Cette fois, le noyau Matérn $\nu = 3/2$ ne donne pas systématiquement la plus faible erreur LOO. Néanmoins, on peut voir qu'il donne l'erreur la plus faible sur 4 des 7 sorties et qu'il est très proche du meilleur sur les 3 autres, et on va donc garder ce noyau pour créer les nouveaux modèles réduits. En comparant les erreurs moyenne LOO des modèles réduits à 173 simulations (Figure IV-5) et de ceux à 203 simulations (Figure IV-12), on peut observer que

l'ajout de nouveaux points n'a pas fait diminuer les erreurs pour toutes les sorties. En effet, pour l'Écrasement et P_{Supp} , l'erreur LOO augmente de 6% et 8% respectivement.

Pour P_{Supp} , cette augmentation est cohérente avec le fait que le modèle à 173 points a sous-estimé l'erreur de prédiction aux nouveaux points. Il semble donc que ce modèle réduit ne parvient pas à saisir correctement les variations de la pression maximale appliquée au support. Ajouter plus de points dans le domaine peut permettre de résoudre cette difficulté, néanmoins si celle-ci vient effectivement de l'oscillation identifiée dans le Chapitre III, section 2.2.3 et que cette oscillation est bien un artefact dû à l'interaction entre le pas du maillage de la peau arrière et la position du bord du support, de très nombreuses simulations seraient nécessaires pour saisir ce phénomène de période 20 mm.

Concernant l'Écrasement, l'augmentation de l'erreur LOO moyenne peut être expliquée par le comportement très particulier de cette sortie. Comme on l'a vu sur la Figure IV-1, la très grande majorité des points de simulation présentent une mesure d'Écrasement quasi-nulle. Le modèle réduit décrit donc une fonction qui est très faible sur la grande majorité du domaine et qui augmente fortement lorsque le paramètre σ_{hpc} prend des valeurs inférieures à environ 1 MPa. Sur les 30 nouveaux points simulés, 27 ont des mesures d'Écrasement très faibles (inférieures à l'erreur moyenne, soit 4 mm) et seulement 3 ont des valeurs significatives. Les nouveaux points renforcent donc la tendance du modèle à prédire des valeurs d'Écrasement faibles, et l'erreur LOO sur les points où la valeur mesurée est grande augmente donc. On peut remarquer ici que la précision du modèle pourrait probablement être améliorée en choisissant un noyau plus adapté à des fonctions variant brusquement.

Pour le choix des 30 nouveaux points, on a utilisé l'espérance de l'erreur sur l'ensemble du domaine, donnée par le modèle. En utilisant les hyper-paramètres des modèles réduits à 173 points, on a prédit une diminution de cette espérance après l'ajout des 30 points (cf. Figure IV-10). Les hyper-paramètres ayant été mis à jour, il est possible de calculer la vraie valeur de l'espérance moyenne donnée par les modèles réduits à 203 points. Sur la Figure IV-13, on trace pour comparaison : l'erreur LOO des modèles à 173 points, l'espérance donnée par les modèles à 173 points, l'espérance prédite par les modèles à 173 points en supposant l'ajout des 30 nouveaux points (résultat de l'optimisation), l'espérance donnée par les modèles à 203 points et l'erreur moyenne LOO des modèles à 203 points.

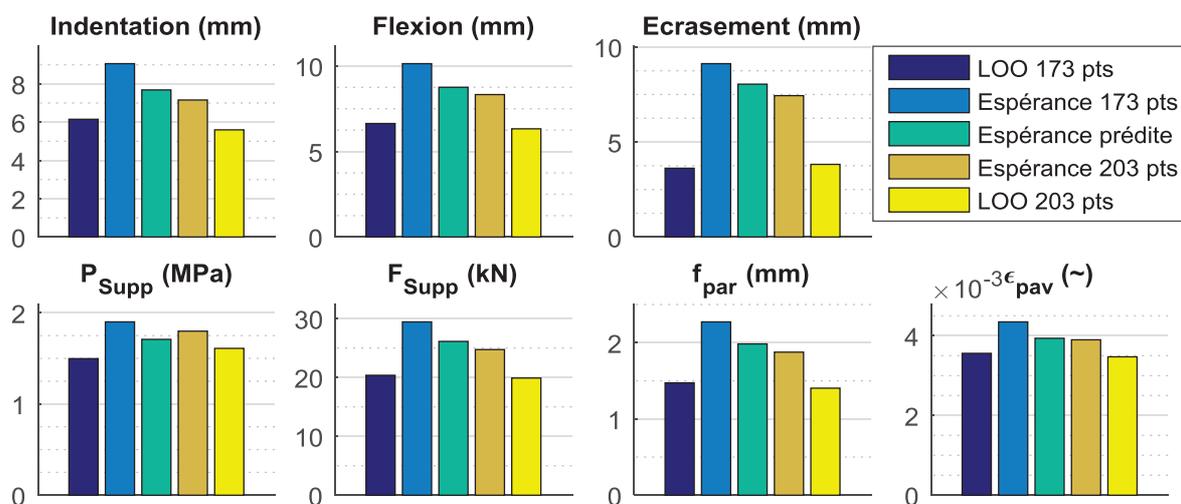


Figure IV-13 : Comparaison des modèles réduits construits avec 173 ou 203 simulations

On peut voir que pour tous les modèles sauf celui de P_{Supp} , la mise à jour des hyper-paramètres a permis de plus réduire l'espérance de l'erreur que ce qui était estimé. Cela indique que l'ajout de nouveaux points a permis de choisir des hyper-paramètres plus restrictifs et que l'incertitude a donc été réduite partout sur le domaine, et non seulement autour des nouveaux points ajoutés.

Dans le cas de P_{Supp} , l'espérance de l'erreur après mise à jour des hyper-paramètres est plus grande que celle prévue, de même que l'erreur LOO du modèle à 203 points est plus grande que celle du modèle à 173 points. Cela confirme que le modèle réduit à 173 points n'était pas adapté à l'évolution de cette sortie.

Pour conclure, on peut retracer sur la Figure IV-14 les mêmes coupes que sur la Figure IV-8, avec les nouveaux modèles réduits. Sur la coupe 1D, la prédiction de l'ancien modèle réduit est également donnée en rouge. On observe que la prédiction a légèrement changé, et que l'incertitude a diminué.

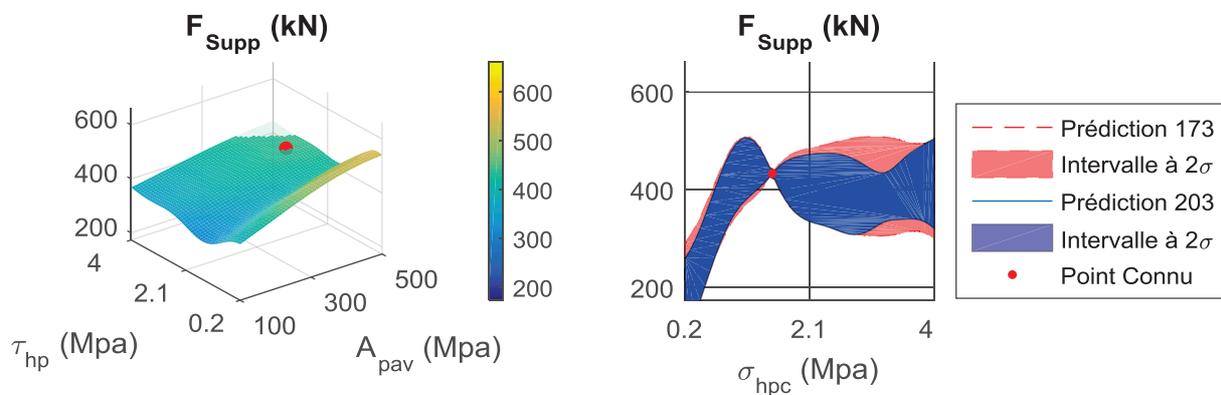


Figure IV-14 : Visualisation des mêmes coupes que sur la Figure IV-8, avec les nouveaux modèles réduits

5. CONCLUSION

Dans ce chapitre, la méthode utilisée pour créer des modèles réduits a été présentée. Ces modèles réduits permettent d'estimer en tout point du domaine les valeurs des sorties.

Tout d'abord, le choix d'un plan d'expériences de 100 points a été fait. Ces 100 points ont été choisis comme un carré Latin, en optimisant (selon le critère *maximin*) la répartition dans le domaine du plan complet formé de ces 100 points ajoutés aux 73 simulations déjà effectuées dans les chapitres précédents. Ces 100 nouvelles simulations sont ensuite effectuées, et une analyse rapide des sorties est réalisée. On observe que les simulations réalisées au Chapitre III donnaient une bonne idée des plages de variations des différentes sorties et que les fortes tendances identifiées se confirment.

Dans la troisième partie de ce chapitre, on présente la création et la validation de modèles réduits construits sur les 173 simulations. Afin de pouvoir modéliser l'ensemble des comportements identifiés sur les études 2D, on fait le choix de créer ces modèles réduits dans le cadre des processus gaussiens. Quatre fonctions noyau différentes sont testées et les hyper-paramètres optimum sont trouvés pour chaque noyau et chaque sortie en maximisant la vraisemblance. Ces modèles sont ensuite validés en utilisant la méthode « *Leave-One-Out* », et on observe que, pour chaque sortie, l'erreur moyenne LOO la plus faible est obtenue avec le modèle réduit créé à partir du noyau de Matérn $\nu = 3/2$. C'est donc cette fonction noyau qui est choisie pour la suite. On observe également que la prédiction de la variance permise par les modèles réduits créés est pertinente, bien qu'un peu surestimée. Finalement, un exemple d'utilisation de ces modèles pour la visualisation de coupes 1D ou 2D est donné.

Afin de permettre d'améliorer les modèles réduits ainsi créés, une stratégie de remplissage (ajout de nouveaux points d'expérience) tournée vers l'exploration pure est présentée dans la dernière partie. Cette stratégie se base sur la mesure de l'écart-type moyen sur l'ensemble du domaine. Cet écart-type est donné par le modèle réduit créé en supposant l'ajout d'un ou de plusieurs nouveaux points, sans changer les hyper-paramètres. La position de 30 nouveaux points est donc optimisée en minimisant cet écart-type moyen sur l'ensemble des sorties. Ces nouvelles simulations effectuées, de nouveaux modèles réduits sont créés en utilisant les 203 points désormais disponibles. On observe que les nouveaux modèles réduits permettent une diminution de l'écart-type moyen supérieure à celle attendue, et ce sur toutes les sorties sauf la pression maximale sur le support.

Ainsi, les modèles réduits créés permettent de prédire les valeurs des sorties en tout point du domaine, et l'utilisation de la méthode LOO a permis de montrer que l'incertitude estimée par le modèle est correcte. On peut remarquer ici que répartir 203 points dans un espace de 6 dimensions représente une densité très faible et que l'incertitude estimée est donc assez grande (cf. Figure IV-14). Dans le cadre de cette thèse, les objectifs principaux sont la mise en place de la méthode et l'identification des tendances, et les incertitudes des modèles, bien qu'importantes, restent inférieures aux plages de variations des sorties et ne remettent donc pas en cause les tendances observées. Toutefois, il serait tout-à-fait possible de continuer à utiliser la stratégie de remplissage présentée afin de trouver de nouvelles configurations à simuler pour améliorer les modèles réduits. Dans le cadre d'une nouvelle étude, il serait également pertinent d'utiliser un carré Latin contenant plus de points initialement.

Ce chapitre ayant permis d'obtenir un modèle réduit pour chaque sortie, on peut désormais s'en servir pour exploiter l'étude paramétrique en réalisant des études de sensibilité globales, ainsi que des optimisations. Ces études sont présentées dans le chapitre suivant.

Étude paramétrique en dimension 6 : Analyse globale et aide à la conception

Dans le Chapitre IV, des modèles réduits ont été créés à partir des résultats obtenus pour les 203 configurations différentes simulées. On a vu que ces modèles, bien qu'ayant des incertitudes importantes, permettent de capturer les variations principales des sorties étudiées et d'estimer leurs valeurs en tout point du domaine. Dans ce chapitre, ces modèles sont donc utilisés afin d'étudier l'influence des différents paramètres de définition du bouclier sur son comportement et sur la protection de la cible.

Dans un premier temps, des analyses globales de sensibilité sont réalisées pour étudier l'influence des différents paramètres sur chaque sortie sur l'ensemble du domaine. Pour faire ces analyses, deux méthodes différentes sont présentées et les résultats sont comparés. Les principales conclusions obtenues sont discutées. Par un exemple, on montre ensuite que cette méthode d'analyse globale peut être utilisée sur deux sous-domaines différents afin de mettre en évidence un changement de comportement fort des sorties.

Dans un deuxième temps, deux exemples d'utilisation des modèles réduits dans le cadre d'une optimisation sont présentés. En effet, ces modèles peuvent être utilisés directement comme objectifs de l'optimisation, ou bien comme contraintes de l'optimisation. Au vu des incertitudes des modèles réduits, il serait nécessaire de réaliser des simulations supplémentaires pour affiner la recherche des optima, mais la méthode générale est explicitée et les résultats de la première itération sont donnés pour chaque exemple.

SOMMAIRE

CHAPITRE V. ÉTUDE PARAMÉTRIQUE EN DIMENSION 6 : ANALYSE GLOBALE ET AIDE À LA CONCEPTION.....	127
1. Analyses de sensibilité globales	129
1.1 Méthode de Sobol'	129
1.2 Méthode de Morris.....	131
1.3 Analyse de l'influence des paramètres sur le comportement du bouclier	131
1.4 Étude de sous-domaines.....	133
1.5 Conclusions et remarques	136
2. Application à la conception d'un bouclier : exemples d'optimisation.....	137
2.1 Minimisation des critères de protection	137
2.2 Minimisation sous contraintes : minimisation de la masse.....	140
2.2.1 Définition de la fonction objectif et choix du domaine.....	140
2.2.2 Recherche d'une loi densité - plateaux plastiques.....	141
2.2.3 Création des fonctions contraintes	142
2.2.4 Analyse des contraintes et Résultats	142
2.2.5 Bilan.....	145
3. Conclusion	147

1. ANALYSES DE SENSIBILITÉ GLOBALES

Comme on l'a vu dans la bibliographie, section 3.6.1, le but d'une analyse de sensibilité est de mesurer l'influence qu'ont les différents paramètres sur la sortie. Une telle analyse permet de classer les paramètres par ordre d'influence et d'identifier les interactions existantes entre paramètres. Ces mesures sont des mesures globales, qui permettent donc de donner une information sur l'ensemble du domaine, ce qui est très intéressant quand le domaine possède trop de dimensions pour être visualisable.

Plusieurs méthodes d'analyses ont été présentées dans la bibliographie, et on en utilise ici deux différentes car elles donnent des informations complémentaires. En effet, la méthode de Sobol' permet de mesurer les effets des paramètres et leurs interactions, mais pas de différencier les effets linéaires des effets non-linéaires. La méthode de Morris elle, permet d'avoir une mesure de la partie linéaire et non-linéaire des effets, mais ne différencie pas la non-linéarité d'un paramètre de son interaction avec les autres.

Les résultats de ces deux méthodes complémentaires sont ensuite analysés ensembles.

1.1 Méthode de Sobol'

La méthode de Sobol' mesure la variance totale de la sortie, puis la partie de cette variance due à chaque paramètre ou groupe de paramètres. Comme présenté en détail dans la bibliographie, section 3.6.1, cette méthode nécessite l'évaluation d'intégrales sur l'ensemble du domaine. Les valeurs de ces intégrales sont estimées en évaluant la fonction en de multiples points du domaine, et c'est donc le modèle réduit que l'on va utiliser pour cela.

Pour chaque sortie étudiée, on réalise l'analyse de sensibilité sur le modèle réduit en utilisant 100000 points, répartis selon une séquence de Sobol'. Ces calculs sont réalisés en utilisant la toolbox Matlab GSAT [Cann12], disponible à l'adresse : <https://fr.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/40759-global-sensitivity-analysis-toolbox>.

Les résultats de ces analyses sont présentés sur la Figure V-1 :

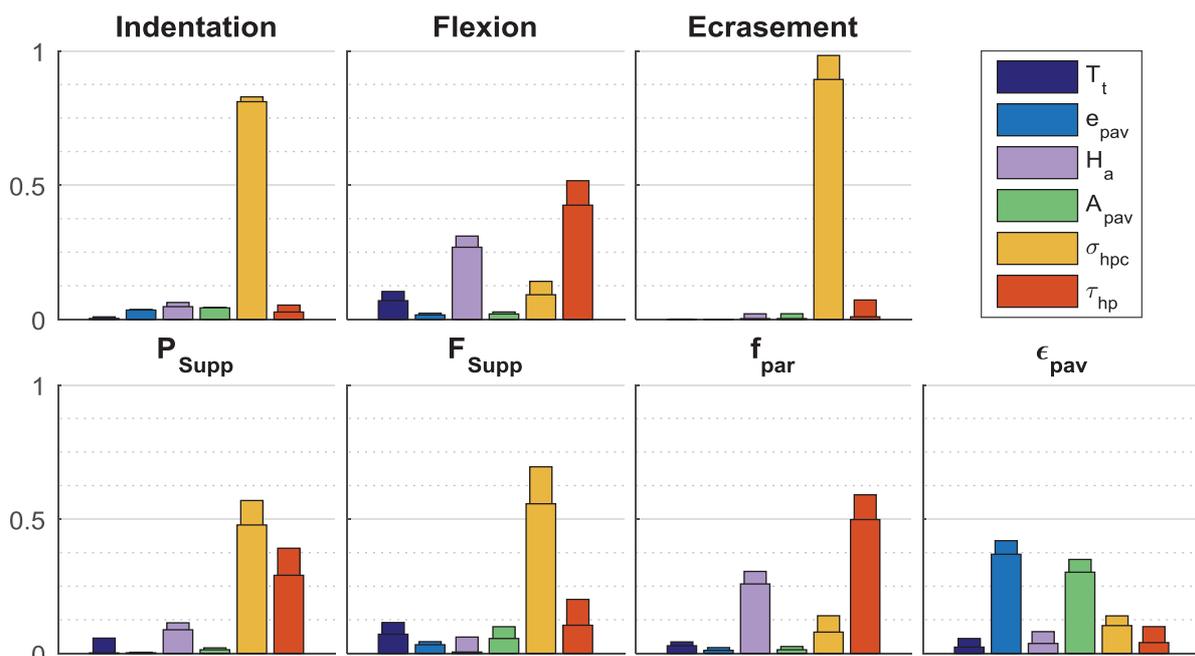


Figure V-1 : Indices de Sobol' pour chaque sortie étudiée

Pour chaque sortie, on donne sur la Figure V-1 deux valeurs pour chaque paramètre : l'indice de sensibilité de premier niveau S_k , représentant l'influence du paramètre seul, et l'indice de sensibilité global S_k^{tot} , représentant l'influence du paramètre et de toutes ses interactions avec d'autres paramètres. Comme l'indice de sensibilité global est toujours supérieur ou égal à l'indice de premier ordre, on superpose les deux barres, ce qui permet de voir aisément la part de l'indice total provenant des interactions ($S_k^{tot} - S_k$).

On peut observer sur ces graphiques que des interactions existent pour toutes les sorties et presque tous les paramètres. La méthode de Sobol' permet d'obtenir également les indices de deuxième niveau, représentant les interactions entre deux paramètres. Avec 6 paramètres, il y a donc 15 indices de deuxième niveau. Comme on peut le voir sur la Figure V-1, la différence entre S_k^{tot} et S_k est généralement faible, ce qui indique que les indices de deuxième niveau (et de niveau plus bas) sont faibles. Afin de donner un exemple, on trace sur la Figure V-2 les indices de deuxième niveau pour trois sorties : la mesure de Flexion, de pression maximale appliquée au support et de force maximale appliquée au support. Dans ce graphique, on peut voir que tous les indices de deuxième niveau sont inférieurs à 0.05.

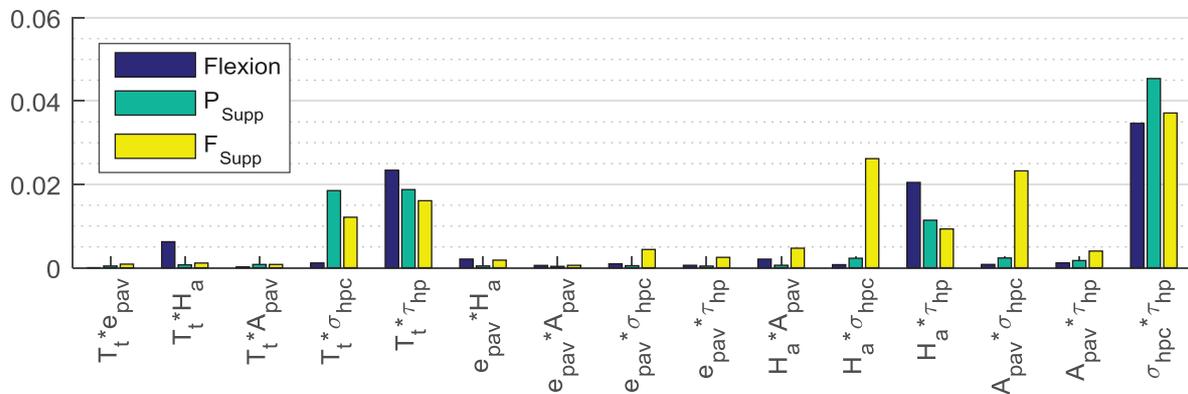


Figure V-2 : Indices de Sobol' de deuxième niveau pour trois sorties

1.2 Méthode de Morris

La méthode de Morris consiste à mesurer des dérivées partielles dans chaque direction de l'espace en un grand nombre de points répartis dans le domaine, puis à calculer la valeur moyenne et l'écart type de ses dérivées (cf. Bibliographie, section 3.2). Pour chaque paramètre, la dérivée moyenne \bar{d}_k va donc donner une mesure de son influence linéaire, tandis que l'écart type S_k donne une mesure de sa non-linéarité et des interactions.

Afin de ne pas introduire de distorsions dans le calcul des dérivées, on travaille dans l'espace normalisé $[0, 1]^6$ et le pas de variation des paramètres pour le calcul des dérivées est pris à 0.01. Comme pour l'analyse de Sobol', on évalue les dérivées en 100000 points répartis dans le domaine. On représente les résultats sur la Figure V-3 en plaçant pour chaque sortie les paramètres dans le plan $(|\bar{d}|, S)$. Les paramètres sont représentés par des \bullet si \bar{d}_k est positif et par des $*$ si \bar{d}_k est négatif. La ligne en pointillé représente $S = |\bar{d}|$. Les effets des différents paramètres sur une même sortie n'étant comparables qu'entre eux, les bornes supérieures des axes n'ont pas été affichées pour ne pas surcharger les graphiques.

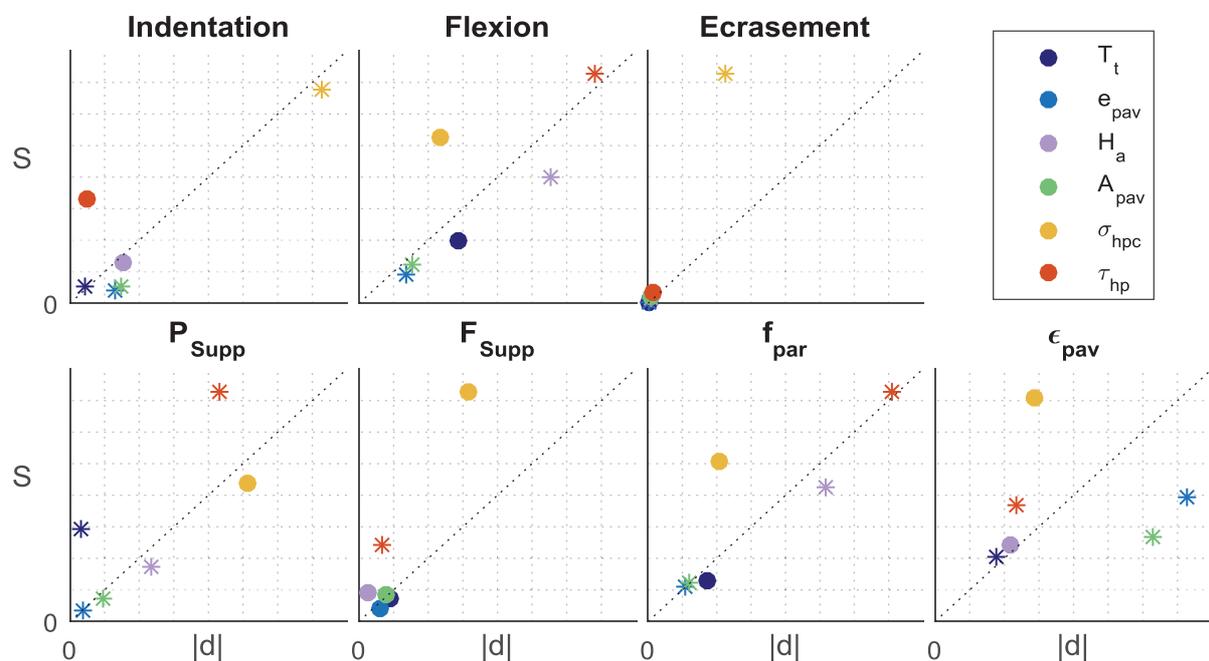


Figure V-3 : Analyse de Morris pour chaque sortie étudiée

Ainsi, plus un paramètre est loin de $|\bar{d}| = 0$, plus l'influence linéaire de ce paramètre est importante, et plus un paramètre est loin de $S = 0$, plus son influence est non-linéaire. De plus, le signe des \bar{d}_k permet de savoir si les paramètres ont des effets positifs (la sortie augmente avec eux) ou négatifs (la sortie diminue avec leur augmentation). On peut remarquer dès à présent la forte non-linéarité de la plupart des effets, la majorité des points étant situés proche ou au-dessus de la ligne $S = |\bar{d}|$.

1.3 Analyse de l'influence des paramètres sur le comportement du bouclier

En comparant la Figure V-1 et la Figure V-3, on peut analyser le comportement de chaque sortie :

- Pour l'Indentation, la mesure ne dépend presque que de la valeur du plateau plastique de compression hors-plan de l'âme. L'analyse de Sobol' montre que les interactions entre paramètres sont assez faibles, et l'analyse de Morris indique une forte non-linéarité de l'influence de σ_{hpc} . En traçant sur la Figure V-4 l'ensemble des 203 points de simulations, on peut vérifier que σ_{hpc} a bien une influence dominante sur la mesure d'Indentation. On peut également observer la non-linéarité de l'effet de ce paramètre.

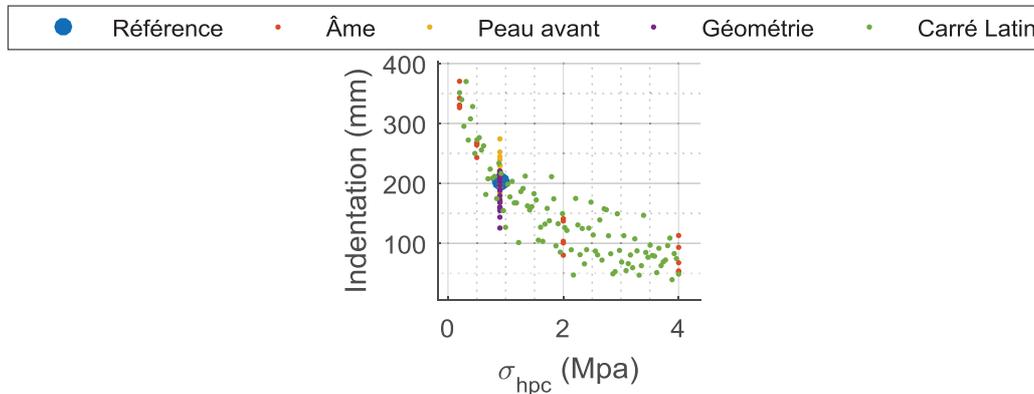


Figure V-4 : Corrélation entre l'Indentation et σ_{hpc}

- La variation de la mesure de Flexion est expliquée par plusieurs paramètres. D'après les deux méthodes, le plus influent est le plateau plastique de cisaillement hors-plan de l'âme. La méthode de Morris montre une forte non-linéarité de l'effet de ce paramètre, et on peut voir qu'une partie de cette non-linéarité provient d'interactions avec d'autres paramètres. En mesurant les indices de Sobol' de deuxième niveau associés à τ_{hp} , il apparaît que ce paramètre interagit principalement avec σ_{hpc} , puis avec T_t et H_a (cf. Figure V-2). Les paramètres suivants dans l'ordre d'influence sont (selon la méthode de Sobol'), la hauteur de l'âme H_a puis le plateau de compression de l'âme σ_{hpc} . La méthode de Morris montre que l'influence linéaire de H_a est plus forte que celle de σ_{hpc} , mais que σ_{hpc} a une très forte non-linéarité.

On peut également observer les signes des \bar{d}_k pour connaître le sens de l'influence de chaque paramètre. Ainsi, une augmentation de T_t ou de σ_{hpc} augmente la Flexion, tandis qu'une augmentation des autres paramètres réduit celle-ci. Cela est cohérent avec les observations faites au Chapitre III sur les études 2D.

- La mesure d'Écrasement est quasi-exclusivement contrôlée par σ_{hpc} , avec une faible interaction entre ce paramètre et τ_{hp} . On peut voir sur la méthode de Morris que l'influence de σ_{hpc} est fortement non-linéaire. Ces conclusions confirment les observations de la Figure IV-3, où l'on pouvait voir que sur les 203 simulations effectuées, la mesure d'Écrasement est très fortement corrélée à σ_{hpc} .

- La variation de la mesure de pression maximale appliquée au support est dominée par les deux plateaux plastiques de l'âme σ_{hpc} et τ_{hp} . On peut voir sur la méthode de Sobol' que l'influence de σ_{hpc} est plus grande, et que les non-linéarités sont plus fortes pour τ_{hp} . Les paramètres suivants dans l'ordre d'influence sont H_a puis T_t , qui a une influence presque uniquement provenant d'interactions. En observant les indices de Sobol' de deuxième niveau sur la Figure V-2, on peut voir que les interactions principales sont entre σ_{hpc} et τ_{hp} , puis entre H_a et τ_{hp} , et entre H_a et σ_{hpc} .

En observant les signes des $\overline{d_k}$, on voit que seul l'effet de σ_{hpc} est positif, les autres étant négatifs, ce qui est cohérent avec les observations faites sur les études 2D. On peut remarquer que l'oscillation de P_{Supp} en fonction de T_t (cf. Chapitre III, section 2.2.3) donne une mesure de l'influence linéaire de T_t très faible mais avec une non-linéarité forte.

- La force maximale appliquée au support varie principalement en fonction de σ_{hpc} , avec une influence de τ_{hp} puis dans une moindre mesure des quatre autres paramètres. On peut voir sur l'analyse de Morris que les non-linéarités sont assez fortes. De même, on voit sur l'analyse de Sobol' qu'il existe des interactions entre paramètres assez fortes. Par ordre d'importance, ces interactions sont : entre σ_{hpc} et τ_{hp} , entre H_a et σ_{hpc} et entre A_{pav} et σ_{hpc} (cf. Figure V-2).

Sur les 6 paramètres, seul τ_{hp} a un effet négatif. C'est ici encore cohérent avec les observations des études 2D. L'interaction entre σ_{hpc} et τ_{hp} avait également déjà été identifiée lors de l'étude 2D portant sur l'âme (cf. Figure III-4).

- Sur les deux méthodes, on peut observer que la flèche maximale de la peau arrière a un comportement très semblable à celui de la Flexion. Cela est effectivement cohérent avec la corrélation très forte entre ces deux grandeurs observée sur les 203 points de simulations (cf. Figure IV-2). La principale différence est le rôle plus faible que joue le paramètre T_t pour la flèche arrière.

- La déformation maximale de la peau avant est principalement influencée par l'épaisseur et la limite élastique de la peau avant. On peut remarquer que d'après la méthode de Morris, les effets de ces deux paramètres sont assez linéaires. Le troisième paramètre important est σ_{hpc} , avec une forte composante non-linéaire. L'interaction la plus forte est celle entre les paramètres H_a et τ_{hp} , qui, seuls, ont des influences faibles.

Si on observe les signes des effets, on voit que ceux de σ_{hpc} et H_a sont positifs tandis que ceux des autres paramètres sont négatifs, ce qui est là encore cohérent avec les observations faites sur les études 2D.

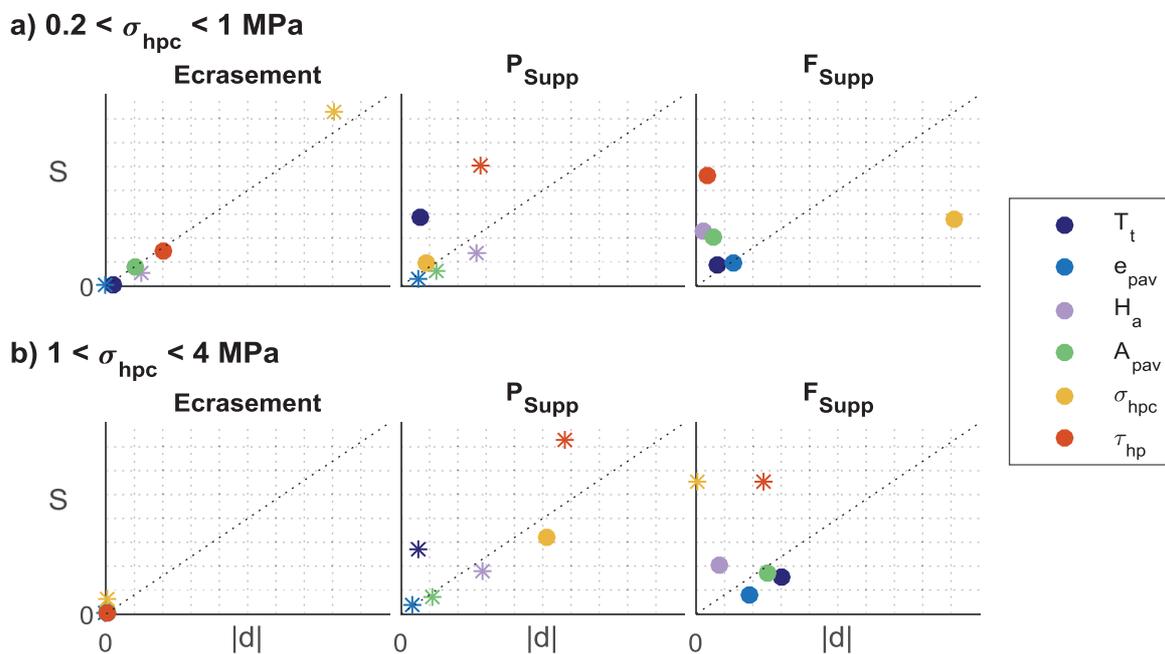
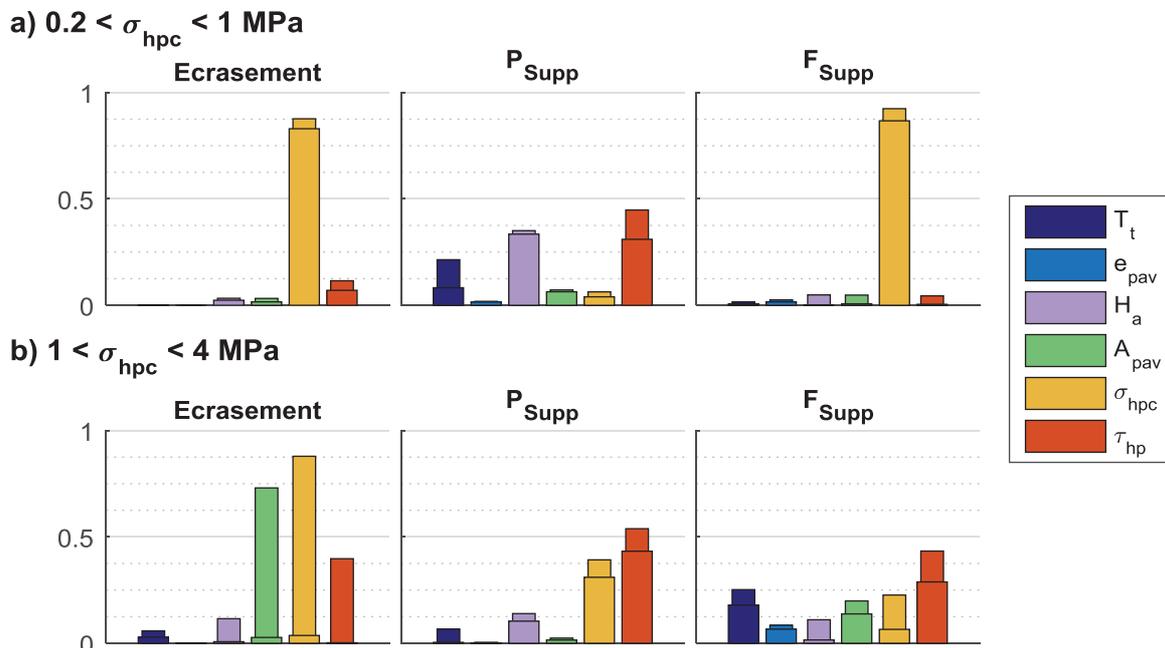
Ainsi, l'étude combinée des analyses de Morris et de Sobol' permet d'identifier les paramètres les plus influents pour chaque sortie, ainsi que la linéarité ou non des effets de ceux-ci. Les signes des effets moyens, mesurés sur l'ensemble du domaine, sont généralement cohérents avec les observations réalisées lors des études 2D, ce qui indique que, même si ces observations ne peuvent pas être généralisées sur l'ensemble du domaine (forte non-linéarité des effets), elles sont vraies sur une majorité du domaine.

Ces analyses permettent d'avoir un aperçu du comportement moyen sur l'ensemble du domaine. Néanmoins, on a observé dans le Chapitre III que des comportements extrêmement différents peuvent avoir lieu, et ces changements de comportement ne sont pas observables par ces analyses globales. Pour essayer de les observer, on peut réaliser ces mêmes analyses mais sur des sous-domaines du domaine initial.

1.4 Étude de sous-domaines

Le changement de comportement le plus fort observé est lié à la valeur du paramètre σ_{hpc} . On a vu dans le Chapitre III, section 2.2.1 (étude 2D portant sur l'âme), et dans le Chapitre IV, section 2, que l'évolution des sorties d'Écrasement et de force maximale appliquée au support est très différente si $\sigma_{hpc} < 1$ MPa ou si $\sigma_{hpc} > 1$ MPa. Afin d'étudier ce phénomène, on

coupe le domaine d'étude en deux sous-domaines par le plan $\sigma_{hpc} = 1$ MPa et on réalise les analyses de Sobol' et de Morris sur ces deux sous-domaines (en utilisant toujours les modèles réduits créés dans le Chapitre IV). On donne ici les résultats de ces études pour les trois sorties présentant le plus de différences :



Afin de permettre une comparaison des analyses de Morris, les axes des graphiques Figure V-6 ont les mêmes bornes supérieures pour les deux sous-domaines.

On peut voir sur ces deux figures que ces trois sorties ont des comportements très différents dans les deux sous-domaines, que l'on appellera **A** pour $\sigma_{hpc} < 1$ MPa et **B** pour $\sigma_{hpc} > 1$ MPa :

- Sur le sous-domaine **A**, l'Écrasement dépend presque exclusivement de σ_{hpc} , avec une faible influence de τ_{hp} et de l'interaction entre ces deux paramètres. On peut voir sur l'analyse de Morris que l'effet de σ_{hpc} est assez non linéaire et négatif. Sur le sous-domaine **B**, le comportement est complètement différent. Tout d'abord, on peut observer sur l'analyse de Morris que les valeurs des effets et des non-linéarités sont très faibles, ce qui est cohérent avec le fait que la plage de variation de l'Écrasement sur le domaine **B** est bien plus faible que sur le domaine **A** (cf. Figure IV-3). Ensuite on peut voir que la variation de l'Écrasement est principalement due à des interactions entre paramètres. En analysant les indices de Sobol' de niveaux 2 et 3, on peut identifier les trois indices les plus grands : $A_{pav} * \sigma_{hpc} = 0.4$, $A_{pav} * \sigma_{hpc} * \tau_{hp} = 0.2$ et $\sigma_{hpc} * \tau_{hp} = 0.1$. Ce sont donc ces trois paramètres qui influencent principalement la valeur de l'Écrasement.

On peut remarquer ici que la très grande différence de comportement entre ces deux sous-domaines (plages de variation, effets moyens des paramètres) peut remettre en cause l'utilisation d'un modèle réduit commun aux deux sous-domaines. Cela vient rejoindre les remarques faites au Chapitre IV, où l'on avait observé que le modèle réduit d'Écrasement parvenait difficilement à estimer une incertitude valide sur l'ensemble du domaine. Il serait peut-être intéressant de chercher à créer deux modèles réduits différents (un sur chaque sous-domaine) pour décrire le comportement de cette sortie. Néanmoins, cela implique d'avoir encore moins de points connus disponibles pour entraîner le modèle réduit (88 points dans **A**, 115 dans **B**).

- Le paramètre σ_{hpc} n'a pas du tout la même influence sur la sortie P_{Supp} dans les deux sous-domaines. On peut voir que dans **A**, ce paramètre n'a presque pas d'influence, alors que dans **B** il est le deuxième paramètre le plus important. On remarque également que le paramètre τ_{hp} est plus influent, avec une non-linéarité plus forte, dans le sous-domaine **B**. Les influences des autres paramètres ne changent pas d'un sous-domaine à l'autre, à l'exception de l'effet de T_t , qui change de signe. Néanmoins, l'analyse de Morris montre un effet moyen faible avec une non-linéarité forte (idem pour l'ensemble du domaine, cf. Figure V-3) et l'inversion de pente moyenne n'est donc pas significative.

- Pour la sortie F_{Supp} , le comportement passe d'une évolution dominée très fortement par σ_{hpc} (avec un effet positif assez linéaire), sur le domaine **A** à un comportement influencé par l'ensemble des 6 paramètres sur le domaine **B**, avec des interactions assez fortes. Ce changement avait été identifié sur la Figure IV-3, où l'on a tracé la valeur de F_{Supp} en fonction de σ_{hpc} pour l'ensemble des simulations effectuées. On peut observer également avec l'analyse de Morris que sur **B**, l'effet de σ_{hpc} est entièrement non-linéaire.

Ainsi, ce découpage en deux sous-domaines permet de mettre en évidence deux modes de comportement différents du sandwich. Pour $\sigma_{hpc} < 1$ MPa, on observe un Écrasement qui augmente fortement quand σ_{hpc} diminue, avec une force appliquée au support diminuant également. Pour $\sigma_{hpc} > 1$ MPa par contre, l'Écrasement du bouclier est très faible et F_{Supp} va dépendre de l'ensemble des autres paramètres. Ce changement de comportement affecte également la pression maximale appliquée au support. Les autres sorties, non représentées ici, sont moins sensibles à ce changement.

1.5 Conclusions et remarques

Les modèles réduits créés à partir des 203 simulations effectuées ont donc pu être utilisés pour réaliser des analyses globales de sensibilité, qui ont permis d'identifier l'influence de chaque paramètre sur chaque sortie et surtout de valider les observations faites sur des domaines restreints lors des études 2D. On a vu que les méthodes de Sobol' et de Morris ne mesurent pas les mêmes grandeurs, et que le croisement de ces deux méthodes permet d'interpréter plus précisément les résultats.

Ces analyses montrent très clairement que les plateaux plastiques hors-plan de l'âme sont les deux paramètres les plus influents sur le comportement du bouclier sandwich et la protection de la cible. Le plateau de compression hors-plan en particulier a un indice de sensibilité totale de Sobol' supérieur à 0.5 pour 4 des 7 sorties étudiées, et supérieur à 0.8 pour 2 sorties. En observant les résultats de la méthode de Morris pour les quatre critères de protection de la cible, on voit que le signe de l'effet moyen de σ_{hpc} est toujours positif et que celui de l'effet moyen de τ_{hp} est toujours négatif. Ainsi il semble qu'en général, un fort plateau de cisaillement et un faible plateau de compression permettent de mieux protéger la cible.

Néanmoins la plupart des paramètres montrent des non-linéarités très importantes et les interactions entre paramètres peuvent être assez fortes. Localement, il est donc possible d'observer des comportements allant à l'encontre de ces conclusions générales.

Ces analyses de sensibilité, lorsqu'elles sont utilisées sur des sous-domaines permettent également de confirmer des observations de changement fort de comportement. Ici, l'existence d'un seuil de comportement, situé autour de $\sigma_{hpc} = 1$ MPa est mise en évidence et deux comportements différents sont identifiés sur les deux sous-domaines.

Néanmoins, il est nécessaire de savoir a priori quelle découpe faire dans le domaine. Ici, on a choisi de couper simplement selon l'hyper-plan $\sigma_{hpc} = 1$ MPa, car on avait observé sur les résultats des simulations que cette valeur semblait intéressante, mais on peut remarquer qu'une autre coupe aurait peut-être été plus pertinente. En particulier, rien n'indique que l'hyper-plan de coupe optimal n'est défini que par un paramètre. Une relation entre plusieurs paramètres permet peut-être de mieux suivre la ligne de transition entre les deux comportements. On se heurte ici encore au problème de visualisation en dimension supérieur à 3, qui ne permet pas d'observer la forme de cette ligne de transition. De plus, dans l'optique de réaliser des études de sensibilité, il peut être complexe de choisir des domaines non cubiques.

Ainsi, les modèles réduits ont pu servir à réaliser des analyses globales, et ceci malgré leurs incertitudes assez importantes. Dans la partie suivante, on s'intéresse à une utilisation plus locale de ces modèles : la recherche d'optimum.

2. APPLICATION À LA CONCEPTION D'UN BOUCLIER : EXEMPLES D'OPTIMISATION

L'une des utilisations principales des modèles réduits dans la littérature est la recherche d'optimum. En effet, une optimisation nécessite généralement de très nombreuses évaluations et, lorsque la fonction à évaluer est coûteuse, l'utilisation d'un modèle réduit peu cher peut s'avérer très efficace.

Comme présenté dans la bibliographie, une optimisation par modèle réduit est généralement constituée de plusieurs cycles Recherche d'optimum / Mise à jour du modèle, afin d'affiner progressivement le modèle réduit dans les zones intéressantes. Le but principal de cette thèse étant de mettre en place la méthode, nous présentons ici simplement la méthode et les résultats de la première itération. Dans le cadre d'une étude plus poussée, il suffirait de boucler avec la méthode présentée ici, en remettant à jour les modèles réduits à chaque itération.

Les modèles réduits créés dans le Chapitre IV permettent de prédire en tout point du domaine trois mesures du comportement du bouclier sandwich et quatre critères de protection de la cible. Dans le cadre d'une optimisation, on peut se servir de ces modèles réduits de deux façons différentes :

Tout d'abord, on peut considérer les valeurs prédites par ces modèles comme les objectifs à minimiser. Par exemple, on peut chercher à minimiser la pression maximale appliquée au support, où la déformation maximale de la peau avant. Dans ce cas, la fonction objectif sera simplement choisie comme le modèle réduit correspondant. On présente dans la première partie de cette section les résultats obtenus par la minimisation de chaque critère de protection.

Ensuite, il est possible de chercher à minimiser une autre grandeur, telle la masse du bouclier, en utilisant les modèles réduits pour assurer que la configuration de bouclier obtenue vérifie des contraintes imposées. Dans ce cas, il est nécessaire de définir une fonction objectif, et de choisir les contraintes à imposer. C'est cette utilisation des modèles réduits qui est présentée dans la deuxième partie de cette section.

2.1 Minimisation des critères de protection

Le domaine étudié est défini par 6 paramètres, mais seuls 5 correspondent réellement au bouclier. En effet, le paramètre définissant la taille du trou du support, qui représente les conditions aux limites, ne peut généralement pas être modifié dans un cas réel de conception de bouclier, puisqu'il dépend des autres systèmes autour du bouclier (conception du fond pressurisé, etc.). Ainsi, il sera fixé à sa valeur référence ($T_t = 400 \text{ mm}$) durant cette étude. Le domaine d'optimisation est donc défini par les 5 autres paramètres, avec les mêmes bornes que pour l'étude paramétrique (cf. Chapitre III).

Pour chacun des quatre critères de protection de la cible, qui représentent des contraintes à respecter pour l'industriel, on recherche le point du domaine minimisant la prédiction du modèle réduit correspondant. On utilise pour cela la fonction Matlab `fmincon`, avec de nombreux points initiaux répartis dans le domaine afin de s'assurer de trouver l'optimum global. Comme dans le cas de la recherche de nouveaux points (cf. Chapitre IV, section 4) il est nécessaire d'augmenter la valeur de `DiffMinChange` (fixée à 5.10^{-3}) afin d'assurer une bonne estimation du gradient.

Les points obtenus sont présentés dans le Tableau V-1. La case est grisée lorsque le paramètre prend comme valeur l'une de ses bornes.

Tableau V-1 : Points minimisant les critères de protection de la cible

Critère minimisé	Points optimums				
	H_a (mm)	e_{pav} (mm)	A_{pav} (MPa)	σ_{hpc} (MPa)	τ_{hp} (MPa)
P_{Supp}	141.7	3.9	488.8	0.41	2.55
F_{Supp}	114.6	2.73	500	0.2	2.15
f_{par}	107.2	3.36	412.3	0.60	1.54
ϵ_{pav}	150	4	500	0.2	1.25

Afin de mieux analyser ces résultats, on donne Figure V-7 les prédictions de tous les modèles réduits pour chacun de ces quatre points. On affiche également l'intervalle de confiance à 95% (2σ) ainsi que la valeur de la sortie pour le calcul de référence et les maxima et minima mesurés sur l'ensemble des 203 simulations.

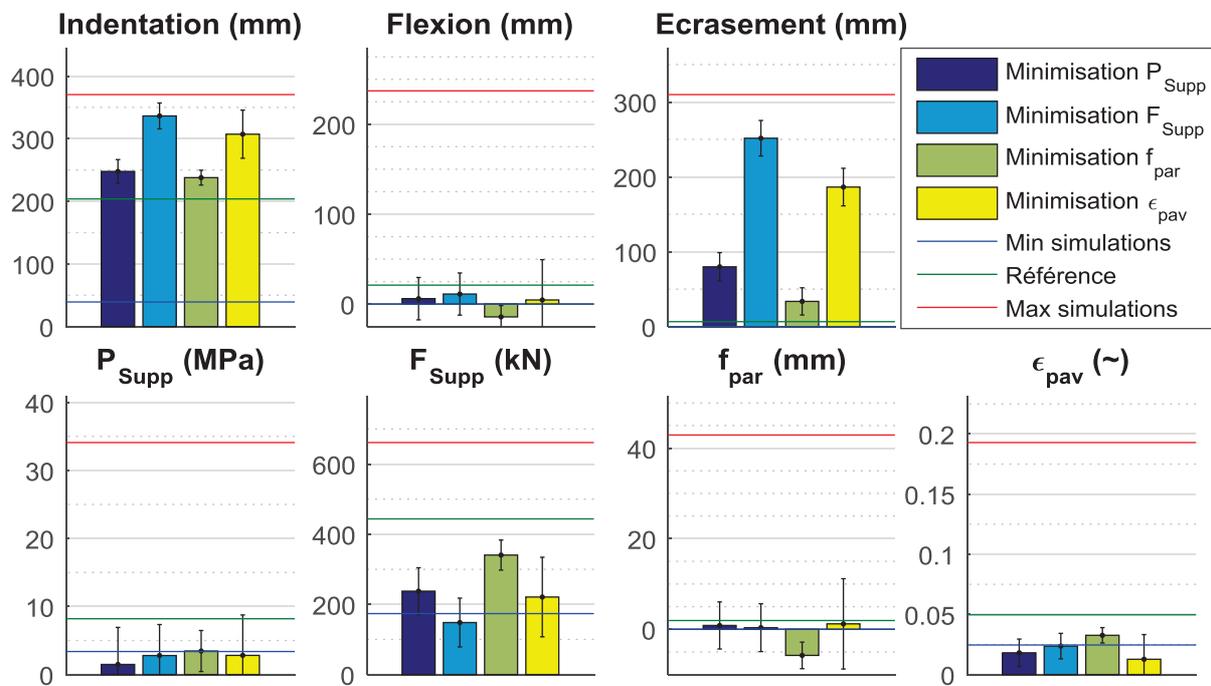


Figure V-7 : Prédiction des modèles réduits aux points optimums

On observe tout d'abord sur la Figure V-7 que les incertitudes sur les 7 sorties sont assez grandes. En effet, les quatre points trouvés sont situés relativement loin des points simulés par le modèle éléments finis, et les incertitudes des modèles réduits sont donc grandes.

On peut même observer que le point minimisant la flèche de la peau arrière donne une flèche négative, ce qui n'est théoriquement pas possible. Ce phénomène provient du fait que de nombreuses simulations donnent une flèche très faible (44 simulations en dessous de 1 mm). Le modèle réduit oscille entre ces points et prend donc parfois des valeurs négatives. La recherche du minimum de ce modèle réduit n'a alors pas de sens.

Si ce phénomène n'apparaît pas de façon aussi claire sur les trois autres minimisations, les incertitudes fortes mesurées aux points optimums montrent que les modèles réduits ne sont pas assez précis pour utiliser directement ces résultats. Il serait donc nécessaire de réaliser

plusieurs boucles de mise à jour des modèles réduits avant de converger vers un minimum avec une confiance suffisante.

Dans la bibliographie, section 3.6.2, on a vu que réaliser un nouveau point de calcul sur l'optimum du modèle réduit pour le mettre à jour peut conduire à converger sur un optimum local du modèle éléments finis, en laissant de larges zones inexplorées. Pour éviter cela, la stratégie classiquement utilisée est d'effectuer le nouveau point de calcul sur le maximum de l'amélioration attendue, c'est-à-dire l'espérance de l'amélioration. Connaissant le minimum actuel y_{min} , cette amélioration attendue peut être calculée en un point \mathbf{x} à l'aide de l'équation suivante [Forr08] :

$$E[I(\mathbf{x})] = (y_{min} - \hat{y}) \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{y_{min} - \hat{y}}{\hat{s}\sqrt{2}} \right) \right] + \frac{\hat{s}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{y_{min} - \hat{y}}{\hat{s}\sqrt{2}}\right)^2} \quad \text{Eq (V-1)}$$

où \hat{y} et \hat{s} sont respectivement la prédiction et l'écart-type de la prédiction en \mathbf{x} , et $\operatorname{erf}()$ est la fonction erreur, définie par :

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad \text{Eq (V-2)}$$

Si l'on utilise cette amélioration attendue pour rechercher les points les plus intéressants pour réaliser un nouveau calcul, on obtient les résultats du Tableau V-2 :

Tableau V-2 : Points maximisant l'amélioration attendue pour les critères de protection de la cible

Critère	Points optimums				
	H_a (mm)	e_{pav} (mm)	A_{pav} (MPa)	σ_{hpc} (MPa)	τ_{hp} (MPa)
P_{Supp}	144.4	4	500	0.35	2.52
F_{Supp}	118.2	2.77	500	0.2	2.30
f_{par}	107.0	3.37	417.3	0.59	1.55
ε_{pav}	150	4	500	0.2	0.2

On peut voir que ces points sont très proches de ceux du Tableau V-1. Cela peut s'expliquer par le fait que ceux-ci étaient déjà situés dans des zones de grandes incertitudes, où l'amélioration attendue était donc forte. On peut remarquer néanmoins que les points du Tableau V-2 sont plus proches des bornes du domaine que ceux du Tableau V-1, ce qui est cohérent avec le fait que les incertitudes sont plus grandes sur les bornes.

Malgré le fait que les points obtenus ne sont que les résultats d'une première itération, on peut néanmoins faire quelques remarques sur leur position dans le domaine de définition :

Tout d'abord, on voit que les quatre minimisations donnent des valeurs de A_{pav} et de e_{pav} fortes, voire à la limite haute, ce qui correspond à une peau avant forte. De même, les valeurs de σ_{hpc} sont faibles, ce qui implique un comportement du bouclier fortement tourné vers l'Écrasement (on voit sur la Figure V-7 que les quatre points optimums montrent une mesure d'Écrasement plus forte que la référence).

Concernant τ_{hp} , on peut voir que la valeur obtenue est plutôt forte pour la minimisation de P_{Supp} et F_{Supp} . Cela est cohérent avec les observations des études de sensibilité globales, où l'on avait conclu qu'une âme faible en compression et forte en cisaillement protège en général mieux la cible. Pour la minimisation de ε_{pav} par contre, τ_{hp} est à sa limite basse. On peut remarquer que ce résultat est en contradiction avec les conclusions de l'étude globale de sensibilité de Morris (effet moyen de τ_{hp} sur ε_{pav} négatif, cf. Figure V-3). En effet, les

résultats des études de sensibilités sont des résultats globaux, moyennés sur l'ensemble du domaine et, au vu des fortes non-linéarités, ils peuvent être mis en défaut localement.

Ainsi, même si plusieurs itérations seraient nécessaires pour obtenir des résultats avec une incertitude suffisamment faible, nous avons présenté ici la méthodologie à utiliser pour rechercher les configurations permettant de minimiser les différents critères de protection de la cible. Nous avons également vu que les résultats de la première itération sont généralement cohérents avec les observations des analyses globales de sensibilité.

Néanmoins, dans un cas de conception concret on cherche généralement à minimiser une fonction autre (masse, coût) et les critères de protection sont alors des contraintes à respecter. La méthode à utiliser pour trouver la configuration optimale est alors différente de celle présentée au-dessus. Dans la section suivante, on propose une méthode qui peut être utilisée pour cela.

2.2 Minimisation sous contraintes : minimisation de la masse

Dans le cadre de l'amélioration d'un bouclier existant, on cherche en général non à augmenter la protection de la cible, mais à diminuer une autre grandeur (masse ou coût), en garantissant une protection de la cible équivalente. Pour cela, il est possible d'utiliser les modèles réduits créés pour définir des contraintes à respecter par l'optimisation. Afin de donner la méthode à utiliser, on présente ici la minimisation de la masse du bouclier, sous contrainte d'assurer un niveau de protection donné.

Tout d'abord, il est nécessaire de définir la fonction objectif à utiliser et le domaine d'optimisation.

2.2.1 Définition de la fonction objectif et choix du domaine

Le calcul de la masse surfacique du bouclier peut s'écrire simplement comme la somme des épaisseur x densité de la peau avant, de l'âme et de la peau arrière :

$$ms_{\text{boucl}} = e_{pav} * d_{pav} + H_a * d_a + e_{par} * d_{par} \quad \text{Eq (V-3)}$$

Cette fonction objectif dépend de 6 paramètres, qui ne sont pas les mêmes que ceux de l'étude paramétrique définissant les modèles réduits. Il faut donc préciser le domaine d'optimisation :

Tout d'abord, de même que lors de la recherche de minimum des critères de protection de la cible, le paramètre de taille du trou du support T_t est fixé à sa valeur de référence, car le choix de sa valeur ne dépend pas de la conception du bouclier.

Les paramètres de densité des peaux d_{pav} et d_{par} et l'épaisseur de la peau arrière e_{par} sont fixes dans l'étude paramétrique définissant les modèles réduits. Ceux-ci ne peuvent donc pas prendre en compte l'effet d'une variation de ces paramètres, qui sont alors fixés à leurs valeurs de référence : $d_{pav} = d_{par} = 2700 \text{ kg/m}^3$ et $e_{par} = 3 \text{ mm}$.

La hauteur de l'âme H_a et l'épaisseur de la peau avant e_{pav} font partie de l'étude paramétrique. Ces deux paramètres vont donc varier pour cette optimisation, avec comme bornes celles utilisées pour l'étude paramétrique (cf. Chapitre III).

La limite élastique de la peau avant A_{pav} n'a pas d'influence sur la fonction objectif. Néanmoins, l'étude paramétrique a montré que ce paramètre peut avoir une influence significative sur la protection de la cible, et donc sur les contraintes. Il va donc varier durant cette optimisation, avec les même bornes qu'utilisées pour l'étude paramétrique.

L'étude de criblage (Chapitre III, section 1) a montré que la densité de l'âme n'avait que peu d'influence sur le comportement du sandwich et durant l'étude paramétrique ce paramètre a été fixé à 50 kg/m^3 . Par contre, σ_{hpc} et τ_{hp} ont varié indépendamment. Dans un cas réel, ces trois paramètres sont fortement liés, et on ne peut pas les faire varier indépendamment. Ainsi, afin de présenter la méthode à utiliser dans un cas réel de conception, on va chercher ici à créer un lien entre ces trois paramètres.

2.2.2 Recherche d'une loi densité - plateaux plastiques

Pour cela, on va se restreindre à une famille d'âme particulière et on choisit ici les nida car ils sont majoritairement utilisés dans de telles applications. Bien-sûr, il est possible de réaliser cette même étude en utilisant un tout autre choix de famille d'âme. Dans [Gibs99], Gibson et Ashby proposent une loi théorique pour calculer la contrainte d'écrasement hors-plan σ_{hpc} d'un nida :

$$\sigma_{hpc} = 6.6 \sigma_{ys} d_s^{-\frac{5}{3}} \left(\frac{3\sqrt{3}}{8} \right)^{\frac{5}{3}} (d_a)^{\frac{5}{3}} \quad \text{Eq (V-4)}$$

avec, σ_{ys} et d_s respectivement la limite élastique et la masse volumique du matériau constitutif, et d_a la densité de l'âme

Dans notre cas, on s'est basé sur les données matériaux fournies par ALCORE pour sa famille de nida aluminium 5052. Comme les caractéristiques exactes des feuilles d'aluminium 5052 ne sont pas fournies, on recherche la courbe de la forme $C \cdot d_a^{5/3}$ qui approxime le mieux les données (au sens des moindres carrés). La loi obtenue est :

$$\sigma_{hpc} = 1.538 \cdot 10^{-3} d_a^{\frac{5}{3}} \quad \text{Eq (V-5)}$$

Les fiches techniques fournissent également les contraintes de cisaillement hors-plan limites du nida, selon les directions L et W (respectivement direction des doubles parois et direction d'expansion). Dans notre cas, cette contrainte est prise isotrope dans le plan, et on utilise donc la moyenne de ces données pour créer la loi en cisaillement. Aucun résultat théorique n'existant, on utilise la même forme générique de loi, sans figer le terme en exposant. On obtient la courbe approximant les données :

$$\tau_{hp} = 5.436 \cdot 10^{-3} d_a^{1.372} \quad \text{Eq (V-6)}$$

On peut voir les données matériaux et les deux lois créées sur la Figure V-8.

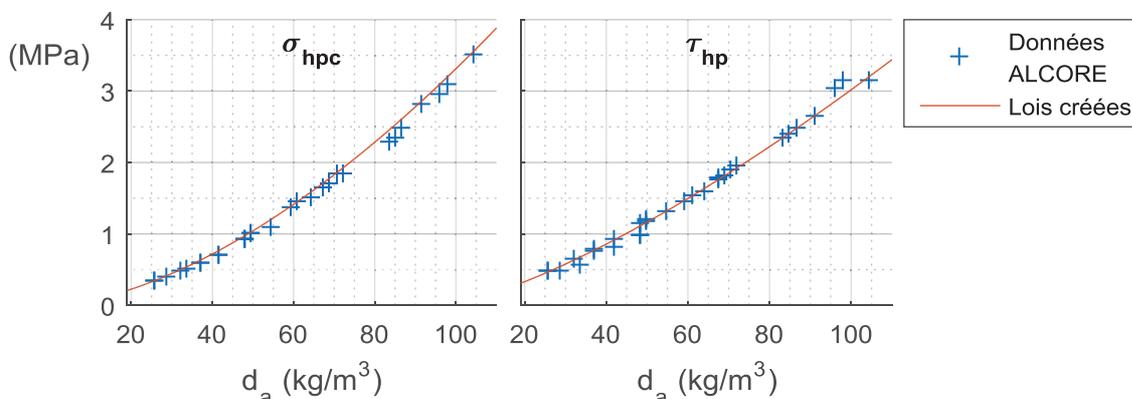


Figure V-8 : Approximation des données matériaux ALCORE pour le nida 5052

Les paramètres σ_{hpc} et τ_{hp} étant bornés dans l'étude paramétrique entre 0.2 et 4 MPa, on fixe pour l'optimisation des bornes pour d_a : $d_a \in [19 ; 110]$ kg/m³ (limites de l'axe des abscisses sur les graphiques de la Figure V-8).

Ainsi, le domaine d'optimisation sera formé de quatre paramètres : e_{pav} , H_a , A_{pav} et d_a . Lors de l'évaluation des contraintes, on calculera les valeurs de σ_{hpc} et τ_{hp} correspondant à la valeur de d_a à l'aide des lois identifiées (Eq (V-5) et Eq (V-6)), et on prendra pour T_t sa valeur de référence (400 mm). On peut ainsi évaluer les modèles réduits en tout point du domaine d'optimisation.

2.2.3 Création des fonctions contraintes

On utilise pour l'optimisation la fonction Matlab `fmincon`, avec les mêmes paramètres que pour la minimisation des critères de protection. On impose un niveau de protection minimale en utilisant le dernier paramètre de cette fonction qui permet de fournir des contraintes non linéaires.

Pour cet exemple, on choisit d'imposer une limite haute sur les quatre critères de protection de la cible. Ces limites ont une influence très forte sur le résultat de l'optimisation, puisqu'elles limitent les configurations de bouclier possibles. Elles sont ici choisies arbitrairement, afin de donner un exemple intéressant à étudier, mais dans un cas concret de conception d'un bouclier, ces limites doivent représenter les limites admissibles permettant la tenue du support et la protection de la cible. Les bornes choisies sont présentées dans le Tableau V-3 :

Tableau V-3 : Limites hautes imposées pour l'optimisation

Critère	P_{Supp}	F_{Supp}	f_{par}	ϵ_{pav}
Limite haute	10 MPa	400 kN	10 mm	10%

Ainsi, la fonction contrainte va évaluer les 4 modèles réduits pour estimer les critères de protection en un point donné. Elle comparera ensuite ces estimations aux limites fixées pour valider ou non le point.

Cette méthode permet donc d'assurer que le point optimum obtenu remplisse les critères de protection imposés. Néanmoins, on a vu que les modèles réduits ont des incertitudes assez importantes et l'on peut considérer que la précision n'est pas assez grande pour être sûr que les contraintes seront respectées. Néanmoins, on a vu dans le Chapitre IV que l'incertitude des modèles réduits est assez bien estimée, et on va donc pouvoir se servir de cette estimation.

En un point x quelconque le modèle réduit prédit une valeur \hat{y} et un écart-type \hat{s} . Les processus gaussiens supposant une répartition de l'erreur selon une loi normale, il y a 50% de chance pour que la valeur vraie y soit inférieure à \hat{y} , 84% de chance que $y < \hat{y} + \hat{s}$, et 97.5% de chance que $y < \hat{y} + 2\hat{s}$.

Dans notre exemple, nous allons assurer le respect des contraintes à 97.5%, c'est-à-dire que l'on impose pour chaque critère de protection que $\hat{y} + 2\hat{s}$ soit inférieur à la limite haute fixée.

2.2.4 Analyse des contraintes et Résultats

Afin de s'assurer de trouver l'optimum global, on réalise l'optimisation en utilisant de multiples points initiaux différents, répartis selon une suite à faible discrétance de Sobol'. On observe que dans la plupart des cas (97% des points initiaux), l'optimisation ne converge pas

vers une solution respectant les contraintes (les autres points convergent tous sur le même optimum). En effet, dans ces cas l'optimiseur ne parvient pas à trouver de zone dans laquelle les contraintes sont respectées, car les contraintes imposées limitent beaucoup le domaine de définition acceptable.

Si l'on fixe le paramètre $A_{pav} = 300$ MPa, le domaine de définition est alors formé de seulement 3 dimensions et il est possible de le visualiser. Sur la Figure V-9 on représente pour chaque contrainte le domaine respectant la limite imposée. La couleur représente la masse surfacique du bouclier correspondant à chaque point du domaine et le dernier graphique représente le domaine acceptable par l'ensemble des contraintes. On voit que ce domaine est très réduit et ne correspond pas aux boucliers les plus légers possibles.

Afin de tracer ces graphiques, il a été nécessaire de fixer la valeur de A_{pav} pour n'avoir que 3 paramètres variants. Ces graphiques changent donc suivant la valeur fixée pour A_{pav} . En particulier, si $A_{pav} < 250$ MPa, le domaine acceptable est vide car la contrainte de pression maximale appliquée au support n'est respectée nulle part. Inversement, si $A_{pav} > 450$ MPa, le domaine acceptable est également vide, car le critère F_{Supp} impose d_a suffisamment faible, et le critère f_{par} impose d_a suffisamment fort.

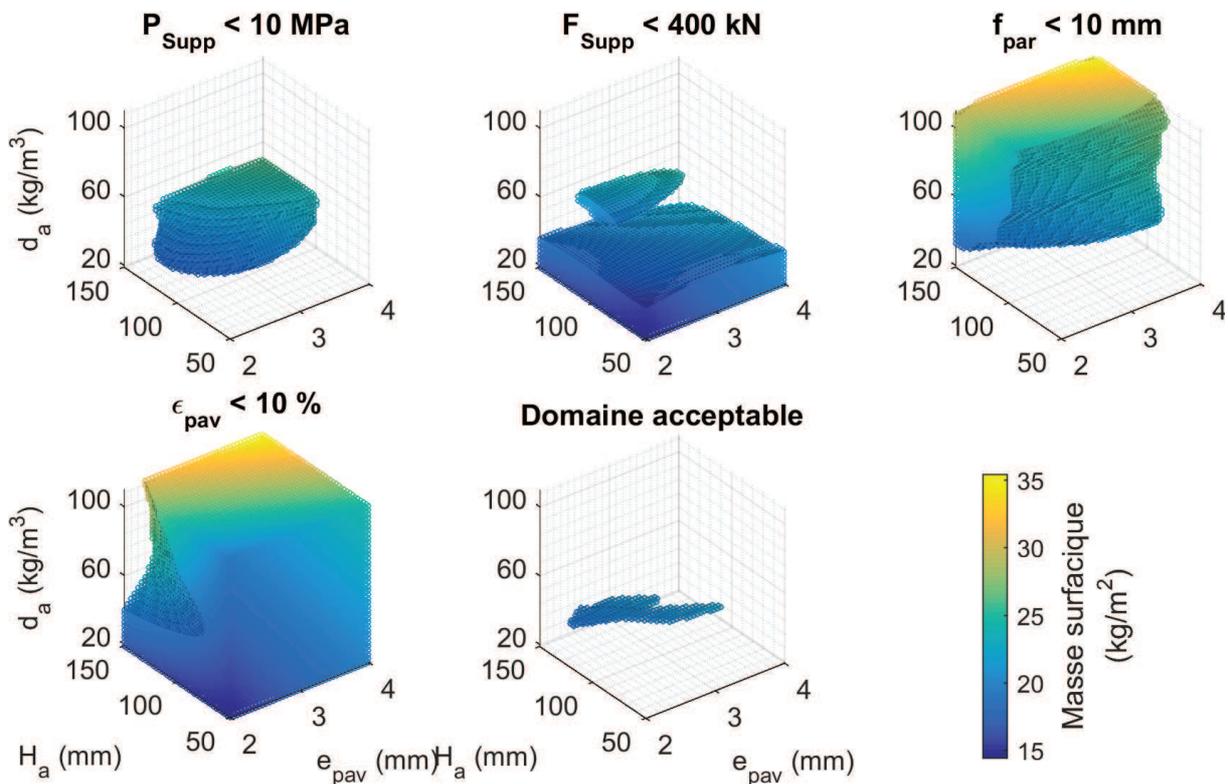


Figure V-9 : Visualisation du domaine acceptable, avec $A_{pav} = 300$ MPa

Il est intéressant d'analyser la Figure V-9 pour observer dans quelle zone du domaine chaque critère est respecté :

La pression maximum appliquée au support est faible pour des peaux épaisses, et une âme haute et légère. Cela est cohérent avec l'analyse de Morris, qui a montré que l'effet de H_a sur P_{Supp} est négatif (cf. Figure V-3), et avec l'étude 2D portant sur la peau avant, qui a montré qu'une peau plus épaisse réduit la pression appliquée au support. L'analyse de Morris a également montré que l'effet de σ_{hpc} est positif, et celui de τ_{hp} négatif. Or, d_a fait varier en

même temps ces deux paramètres, et on peut voir que c'est ici l'effet de σ_{hpc} qui l'emporte, puisque le critère de pression n'est respecté que pour une âme légère.

Le critère de force maximale appliquée au support est presque uniquement dépendant de la densité de l'âme. Ici également, l'analyse de Morris donne un signe différent pour les effets de σ_{hpc} et τ_{hp} , et c'est l'effet de σ_{hpc} qui est prépondérant. On peut remarquer l'existence d'une zone respectant la contrainte pour $70 < d_a < 80 \text{ kg/m}^3$, $80 < H_a < 120 \text{ mm}$, et $e_{pav} < 3.5 \text{ mm}$. Il est très complexe d'expliquer pourquoi dans cette zone le critère n'est pas dépassé, mais on peut vérifier que ce n'est pas aberrant. En effet, il se trouve que le point $\{e_{pav} = 3 \text{ mm}, H_a = 100 \text{ mm}, d_a = 74 \text{ kg/m}^3\}$ correspond presque exactement au point $\{\sigma_{hpc} = 2 \text{ MPa}, \tau_{hp} = 2 \text{ MPa}\}$ simulé lors de l'étude paramétrique 2D portant sur l'âme ($d_a = 74 \text{ kg/m}^3$ donne $\sigma_{hpc} = 2.005 \text{ MPa}$ et $\tau_{hp} = 1.996 \text{ MPa}$). On avait mesuré sur ce point $F_{Supp} = 374 \text{ kN}$.

Concernant le critère de flèche arrière, on peut voir que celui-ci impose une âme suffisamment haute et dense. Encore une fois, l'analyse de Morris donnait des signes différents pour les effets de σ_{hpc} et τ_{hp} , mais ici c'est l'influence de τ_{hp} qui l'emporte et le critère impose ainsi une âme plus dense. Pour la hauteur de l'âme, l'analyse de Morris avait donné un effet de signe négatif, ce qui est cohérent avec le graphique obtenu. Enfin, le critère f_{par} semble quasi-indépendant de l'épaisseur de la peau avant, en favorisant légèrement les peaux avant épaisses.

Le critère de déformation maximale de la peau avant est ici peu restrictif. On voit néanmoins qu'il exclut les boucliers combinant une peau avant trop fine et une âme trop épaisse.

Ainsi, les différentes contraintes ne vont pas toutes dans le même sens, et le domaine acceptable au final est assez restreint. Au niveau de la densité de l'âme en particulier, les contraintes ne peuvent être respectées que si celle-ci est comprise entre 30 et 40 kg/m^3 . Ces contraintes imposent également une hauteur d'âme supérieure à 100 mm. On peut remarquer que, comme la minimisation de la masse cherche à réduire l'épaisseur de la peau avant, celle de l'âme et la densité de l'âme, les contraintes limitant l'optimisation seront probablement f_{par} (limitation de la densité de l'âme), P_{Supp} (limitation de l'épaisseur de la peau avant et de la hauteur de l'âme) et peut-être ε_{pav} (limitation de l'épaisseur de la peau avant).

Bien sûr, toutes ces interprétations ont été réalisées à partir de la Figure V-9, tracée en imposant $A_{pav} = 300 \text{ MPa}$, alors qu'en réalité ce paramètre peut varier dans l'optimisation. Néanmoins, on a montré plus haut que les contraintes imposent $250 < A_{pav} < 450 \text{ MPa}$, donc on peut raisonnablement penser que les conclusions tirées de la Figure V-9 ne seront pas totalement remises en cause. De plus, le domaine acceptable dépend directement des limites choisies pour chaque contrainte (cf. Tableau V-3), qui doivent être suffisamment larges pour qu'un domaine acceptable existe. Des limites différentes donneront un optimum différent.

Tableau V-4 : Point minimisant la masse du bouclier

Paramètre	e_{pav}	H_a	d_a	A_{pav}
Valeur	2 mm	137 mm	35 kg/m^3	372 MPa
Caractéristiques de l'âme :		$\sigma_{hpc} = 0.57 \text{ MPa}$	$\tau_{hp} = 0.71 \text{ MPa}$	

Finalement, le point optimal obtenu (cf. Tableau V-4) est situé dans la zone que l'on avait identifiée, avec une limite élastique de la peau avant légèrement plus haute ce qui permet de

réduire l'épaisseur de la peau avant à sa limite basse. En effet, on peut voir sur la Figure V-10 que pour $A_{pav} = 372 \text{ MPa}$, le domaine acceptable se rapproche de la frontière $e_{pav} = 2 \text{ mm}$.

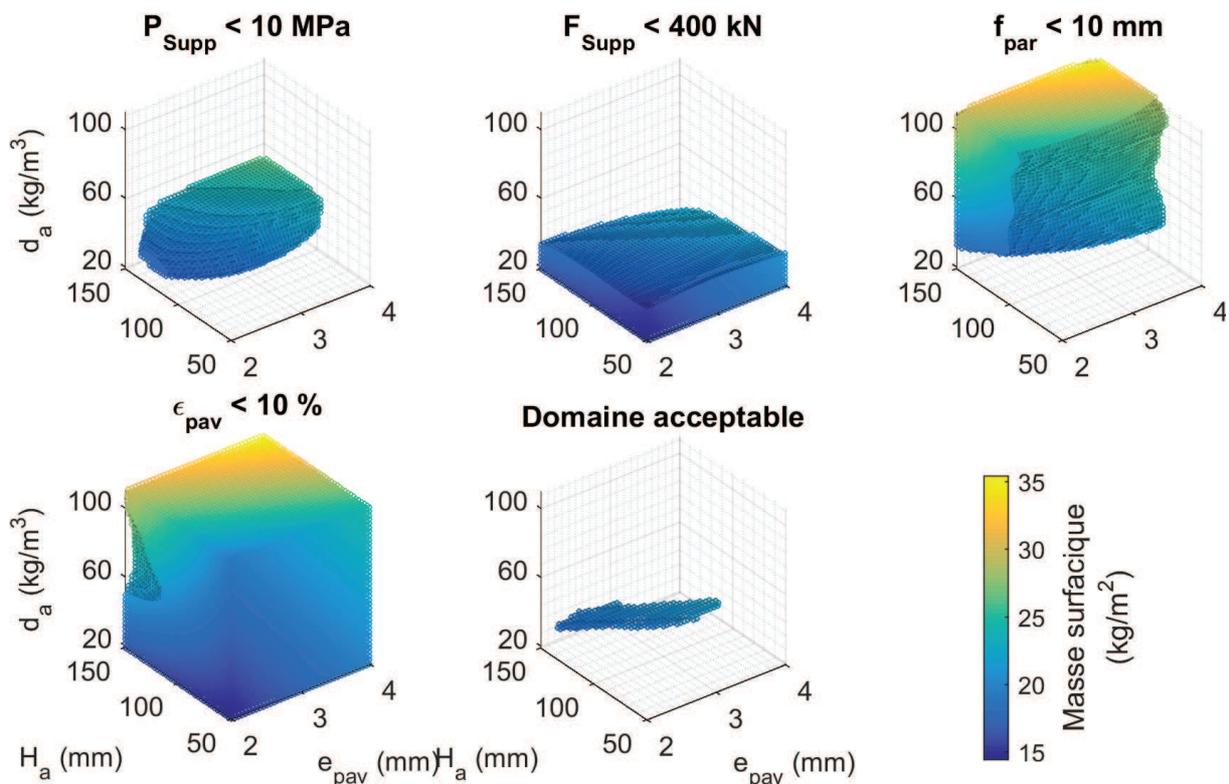


Figure V-10 : Visualisation du domaine acceptable, avec $A_{pav} = 372 \text{ MPa}$

Si l'on observe les contraintes en ce point optimal (cf. Tableau V-5), on observe que ce sont les critères de pression maximale appliquée au support et de flèche maximale arrière qui sont saturés.

Tableau V-5 : Critères de protection au point optimal

Critère	P_{Supp} (MPa)	F_{Supp} (kN)	f_{par} (mm)	ϵ_{pav} (%)
Prédiction \hat{y}	6.38	327	5.23	7
Écart-type \hat{s}	1.8	30.3	2.38	0.5
$\hat{y} + 2\hat{s}$	10	388	10	8

Le point obtenu et les critères de protection en ce point sont donc cohérents avec les observations réalisées. La masse surfacique de ce bouclier optimal est de 18.265 kg/m^2 .

2.2.5 Bilan

La méthode présentée ici permet donc bien de trouver une définition minimisant la masse du bouclier, tout en respectant des contraintes imposées. Pour cela, il a néanmoins fallu limiter le domaine à un certain type d'âme. Choisir un autre type d'âme donnerait probablement des résultats différents.

En particulier, on a vu dans les analyses de sensibilité globales que les effets des deux plateaux plastiques de l'âme sur les critères de protection sont généralement opposés. Or,

lorsque l'on se restreint à un type d'âme, ces deux plateaux varient généralement dans le même sens. Les conclusions que l'on a tirées de l'analyse de la Figure V-9 (prépondérance de l'effet de l'un ou l'autre des plateaux sur chaque critère) seront donc différentes selon le type d'âme choisi.

Pour imposer les contraintes dans cette minimisation, nous avons utilisé l'aspect probabiliste des modèles réduits créés. Ici, les contraintes ont été imposées à 97.5% (2σ), et le choix d'un autre pourcentage aurait donné une visualisation des contraintes différente et l'optimisation aurait convergé vers un autre point. Pour donner un exemple, on a tracé Figure V-11 les domaines acceptables obtenus avec les mêmes contraintes mais imposées à 84% (1σ), pour $A_{pav} = 300$ MPa. On peut voir en comparant avec la Figure V-9 que le domaine est plus large, et une optimisation sur ce domaine donnerait donc un optimum plus léger.

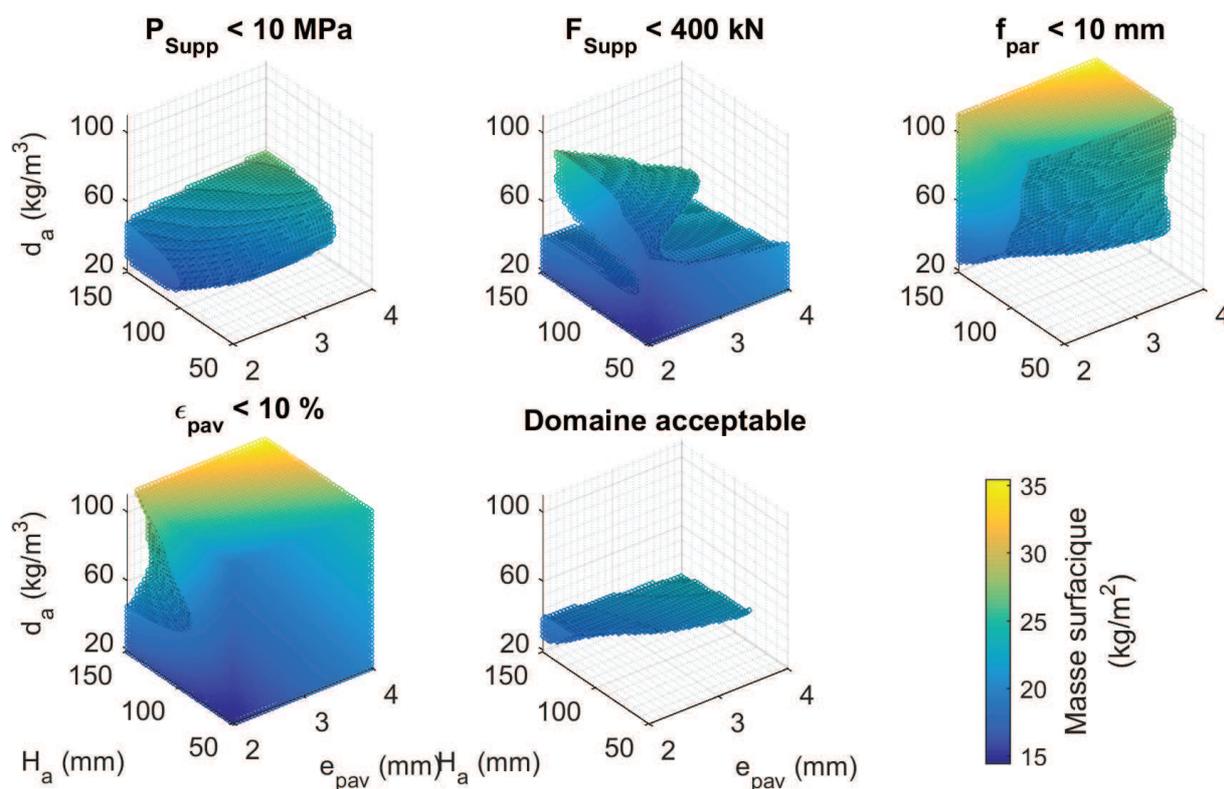


Figure V-11 : Visualisation du domaine acceptable à 1σ , avec $A_{pav} = 300$ MPa

On peut remarquer également que les écarts-type mesurés au point optimal (cf. Tableau V-5) sont assez importants, et que les critères de protection prédits sont bien en dessous des contraintes imposées. Des modèles réduits plus précis (plus de points connus) permettraient d'avoir une incertitude plus faible et donc de réduire cette marge de sécurité.

Dans cette optique, il n'est pas possible ici d'utiliser une méthode du type « amélioration attendue » (comme présenté au 2.1) pour choisir le prochain point à simuler, puisque la fonction objectif n'est pas probabiliste. Néanmoins, il est possible d'imaginer une stratégie du même type, puisque l'on peut calculer en chaque point du domaine la probabilité que la valeur vraie de chaque critère soit inférieure à la limite imposée. En multipliant cette probabilité par le gain de masse réalisé en ce point on calcule alors l'espérance du gain de masse. Choisir le point maximisant cette espérance pour réaliser une nouvelle simulation peut permettre d'améliorer les modèles réduits aux points intéressants, tout en favorisant l'exploration des zones à fortes incertitudes qui peuvent représenter un intérêt.

3. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié et analysé le domaine de conception du bouclier en utilisant les modèles réduits créés dans le chapitre précédent. Les différentes méthodes et stratégies utilisées ont été décrites en détail et les avantages et limitations de chacune ont été données.

Dans un premier temps, des analyses globales de sensibilité ont été effectuées afin d'avoir un aperçu de l'effet moyen de chaque paramètre sur l'ensemble du domaine. Deux méthodes différentes ont été utilisées (Méthode de Sobol' et Méthode de Morris) et l'on a vu que le croisement de ces deux méthodes permet de mieux interpréter les résultats obtenus.

Ces analyses ont permis de confirmer sur l'ensemble du domaine les observations qui avaient été réalisées durant les études 2D, et en particulier, la prépondérance des effets des plateaux plastiques de l'âme sur le comportement du bouclier et la protection de la cible. On a vu également que les effets moyens de ces deux paramètres sont de signes opposés, et qu'un bouclier 'idéal' en terme de protection de la cible associe un faible plateau de compression hors-plan et un fort plateau de cisaillement hors-plan. Enfin, ces analyses de sensibilité ont montré que les effets des différents paramètres sont fortement non-linéaires et qu'il existe des interactions assez importantes entre les différents paramètres.

En étudiant les deux sous-domaines définis par la frontière $\sigma_{hpc} = 1$ MPa, on a ensuite mis en évidence un changement de comportement du bouclier. L'utilisation des analyses de sensibilité a permis d'identifier et de comprendre ces deux comportements différents. Néanmoins, la frontière de ces deux sous-domaines a été fixée au jugé, et il serait intéressant de disposer d'une méthode permettant d'identifier et de différencier des domaines de comportements similaires, afin d'être plus précis.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons présenté l'utilisation des modèles réduits dans le cadre d'optimisations. Deux exemples différents ont été traités : la minimisation des critères de protection de la cible, et la minimisation sous contraintes de la masse du bouclier.

Pour la minimisation des critères de protection de la cible, on a vu que les points optimaux trouvés sont situés sur les bords du domaine. Au vu des très fortes incertitudes en ces points, il serait nécessaire de réaliser plusieurs boucles de mise à jour des modèles réduits, en ajoutant de nouveaux points, pour converger vers un optimum valide. L'utilisation pour cela d'une méthode de type « amélioration attendue » est proposée.

Dans le deuxième exemple, on a présenté une méthode permettant de minimiser la masse du bouclier sous contraintes. Tout d'abord, une loi empirique reliant la densité de l'âme et ses plateaux plastiques a été créée en se basant sur des données matériaux pour un type d'âme. En se restreignant aux boucliers dont l'âme est décrite par cette loi, il est donc possible de calculer pour chaque configuration la masse surfacique et les critères de protection. L'optimisation de la masse du bouclier a ensuite été réalisée en utilisant la formulation statistique des processus Gaussiens pour prendre en compte les incertitudes estimées par les modèles.

Dans l'ensemble de ce chapitre s'est posée la question de la précision des modèles réduits, créés à partir de 203 points connus. Si la précision est jugée suffisante pour avoir confiance dans les études globales de sensibilité, on a vu que dans le cadre d'une optimisation il serait nécessaire de réaliser plusieurs boucles d'amélioration des modèles réduits.

Conclusions et Perspectives

Cette étude a porté sur l'étude de l'influence de la conception d'un bouclier sandwich sur son comportement sous impact d'oiseau. L'objectif de ce travail a été double : mettre en place et présenter une méthodologie pour cette étude, afin d'aider à la conception des futurs boucliers ; la réaliser en gardant un domaine de validité large, afin d'orienter de futures études plus restrictives et plus poussées.

Trois grandes problématiques avaient été identifiées :

- Quels sont les paramètres influents sur le comportement du bouclier et la protection de la cible ?
- Quels sont les effets des paramètres les plus influents et quelles sont les interactions entre paramètres ?
- Peut-on mettre en place une méthodologie de conception de bouclier afin d'obtenir un bouclier optimal ?

Pour répondre à ces questions, l'étude a été orientée vers une étude paramétrique du bouclier sous impact, et on a utilisé la stratégie suivante :

- Tout d'abord, un modèle éléments finis générique a été créé afin de servir de base pour l'étude paramétrique. Ce modèle permet de représenter toutes les définitions de bouclier dans le domaine choisi. Pour cela, 28 paramètres (dimensions ou paramètres matériaux) sont nécessaires pour définir un bouclier donné.

- Afin de pouvoir aisément comparer le comportement de plusieurs boucliers différents, un outil de mesure de la déformée est créé. Cet outil fonctionne en projetant la déformée du bouclier à un instant donné sur une base définie au préalable et représentant trois modes de déformée : l'Indentation, la Flexion et l'Écrasement. La norme de chacun de ces trois modes permet de mesurer rapidement le comportement d'un bouclier, et donc de comparer aisément plusieurs boucliers entre eux. Ainsi, il est possible d'analyser l'influence des différents paramètres de conception du bouclier sur son comportement.

- En utilisant le modèle éléments finis créé, une étude de criblage a ensuite été réalisée afin de classer les paramètres selon leur influence. Cette étape est cruciale lors d'une étude paramétrique car elle permet de réduire drastiquement le nombre de paramètres étudiés. Durant cette étude, sept grandeurs ont été suivies (trois mesures de comportement et quatre critères de protection de la cible), et on a utilisé un plan d'expériences en étoile afin de mesurer l'influence de chaque paramètre sur chaque grandeur étudiée. Un classement final des paramètres selon leur influence a été obtenu par rang moyen sur les différentes grandeurs.

- Les six paramètres les plus influents ont ensuite été étudiés deux par deux dans des études paramétriques 2D, en utilisant les plans factoriels complets à 5 niveaux. Ces études 2D ont permis de visualiser les effets de chaque paramètre sur un domaine restreint. Pour chaque étude, les variations des 7 grandeurs suivies ont été étudiées et explicitées.

- Afin d'élargir l'étude paramétrique à l'ensemble des interactions possibles, on a ensuite construit un plan d'expériences de type carré Latin répartissant 100 points de simulation dans l'espace défini par la variation des 6 paramètres les plus influents. Le carré Latin a été choisi de façon à maximiser la répartition dans l'espace de ces 100 points, ajoutés aux 73 points déjà simulés.

- Pour pouvoir étudier ce domaine, des modèles réduits de type processus Gaussiens ont alors été créés pour suivre l'évolution des 7 grandeurs étudiées. Une fois ces modèles réduits testés, une stratégie de remplissage tournée vers l'amélioration des modèles sur la globalité du domaine a été proposée, et 30 nouveaux points de calculs ont été choisis. Les modèles réduits ont ensuite été mis à jour avec ces 30 nouveaux points.

- Enfin, ces modèles réduits ont été utilisés pour analyser le domaine de définition à l'aide d'analyses de sensibilité. En croisant les résultats de deux méthodes différentes, les effets de chaque paramètre ont été identifiés et analysés. Les interactions existantes entre paramètres ont également été étudiées.

- Pour finir, deux méthodes d'optimisation ont été présentées : la minimisation des critères de protection de la cible et la minimisation de la masse du bouclier en imposant des contraintes de protection. Les résultats obtenus ont ensuite été discutés. On a vu en particulier que ces méthodes permettent de trouver les zones les plus intéressantes du domaine, en terme de protection de la cible ou de minimisation de la masse.

Cette stratégie globale a permis de réaliser l'ensemble du processus nécessaire au choix de la définition d'un nouveau bouclier, de l'identification des paramètres influents à l'optimisation de la masse. Bien que le cas d'étude choisi et le modèle éléments finis créé aient été simplifiés par rapport à un cas d'application réel, la méthodologie utilisée est néanmoins valide. On peut donc raisonnablement transposer les principales conclusions physiques obtenues aux cas réels, lorsque les conditions aux limites ne s'éloignent pas trop de celles utilisées dans l'étude. On peut résumer ces principales conclusions ci-dessous :

Tout d'abord, on a vu que les plateaux plastiques hors-plan de l'âme ont une influence prépondérante sur la réponse du sandwich. De plus, les analyses de sensibilité ont montré que les effets du plateau de cisaillement et de celui de compression sur les critères de protection de la cible sont généralement opposés.

En effet, une âme moins résistante en compression va transmettre moins d'effort à la peau arrière et donc à la cible (avant densification tout du moins). De plus, elle va favoriser un écrasement sur une surface importante du bouclier, ce qui permet de moins solliciter la peau avant. Cet effet est particulièrement vrai pour un plateau de compression très faible (inférieur à 1 MPa environ). A l'inverse, une âme moins résistante en cisaillement va faciliter une plus grande flexion du sandwich, ce qui va augmenter la flèche arrière et localiser la pression sur le bord du support.

Ainsi, un bouclier associant une âme avec un plateau de cisaillement fort et un plateau de compression faible protège mieux la cible, tout en ayant un comportement orienté vers plus d'écrasement et moins de flexion. Néanmoins, lorsqu'on se restreint à une famille de matériaux d'âme donnée, les deux plateaux varient dans le même sens et il n'est alors pas possible de prévoir a priori quel sera l'effet de la variation de l'âme.

La hauteur de l'âme a également montré une influence importante, en particulier sur la réponse en flexion du bouclier et donc sur la flèche de la peau arrière. En effet, un bouclier

plus épais va mieux résister à la flexion et va aussi moins facilement densifier au centre. Néanmoins, cela implique plus de déformations de la peau avant. Ainsi, une âme haute permet de mieux protéger la cible (flèche arrière et pression maximale plus faibles) mais va également rapprocher la rupture de la peau avant, qui entraînerait la ruine du bouclier.

Les deux paramètres de la peau avant (épaisseur et limite élastique) ont montré une influence très similaire. En effet, on a vu que lorsque seuls ces deux paramètres changent, le comportement du bouclier dépend quasi-exclusivement du produit des deux. Un bouclier avec une peau avant plus forte va résister mieux à l'indentation et à la flexion, va mieux répartir les contraintes sur l'âme (favorisant l'Écrasement), et va ainsi limiter la flèche arrière et la pression maximale. L'épaisseur de la peau avant ayant une très forte influence sur la masse totale du bouclier, on a vu que lors d'une minimisation de la masse, il est avantageux de réduire l'épaisseur de la peau avant tout en augmentant sa limite élastique.

Enfin, le sixième paramètre dans l'ordre d'influence est la taille du trou du support, définissant les conditions aux limites. On a pu voir que ce paramètre influence particulièrement la flexion du sandwich, et donc sa flèche arrière. Ainsi, la conception d'un bouclier dépendra de façon importante de ses conditions aux limites.

Les autres paramètres de conception du bouclier ont été jugés moins importants par l'étude de criblage. En particulier, la peau arrière est peu influente sur le comportement du bouclier et la protection de la cible. De même, les densités des peaux et de l'âme sont peu influentes, ce qui montre que malgré le caractère fortement dynamique de l'impact, les inerties du bouclier jouent un rôle peu important devant les caractéristiques mécaniques des matériaux.

L'ensemble des études réalisées nous a permis d'obtenir ces conclusions générales, mais a également montré la très forte non-linéarité des effets et l'existence d'interactions entre les différents paramètres. Ainsi, ces conclusions générales peuvent être localement mises en défaut par l'existence d'interactions ou d'effets de seuil, qui sont visibles par une analyse plus fine des modèles réduits. De même, on a ici fait varier les paramètres indépendamment les uns des autres, ce qui n'est pas possible si l'on s'attache à décrire des cas réels. Certains paramètres ayant des effets contraires, il peut être alors difficile de savoir lequel sera prépondérant.

Durant cette thèse, nous avons fait le choix de favoriser un domaine d'étude large, et nous nous sommes attachés à mettre en place d'un bout à l'autre la méthode permettant l'obtention d'une définition optimale du bouclier. Cela a été fait au prix d'une certaine précision (modèle élément fini très simple, lois matériaux génériques, seulement 203 simulations pour créer les modèles réduits, etc.). Néanmoins, ces travaux ont permis d'obtenir un certain nombre de conclusions qui peuvent permettre de réduire le domaine d'intérêt (choix d'une famille d'âme unique, du matériau des peaux, etc.) pour de prochaines études, et donc de gagner en précision.

Ainsi, il serait intéressant pour poursuivre l'étude de disposer de lois matériaux moins génériques et plus précises. En particulier, il serait possible de restreindre le domaine aux âmes en nida, puisque c'est le matériau majoritairement utilisé aujourd'hui pour des applications de ce type, ou bien à un type d'âme favorisant un comportement plus résistant en cisaillement et moins en compression (treillis par exemple). En effet, on a vu que ce type de matériau semble intéressant pour la protection de la cible.

De même, le comportement des peaux pourrait être mieux modélisé, et il serait intéressant de faire varier toute la courbe de plasticité, et non seulement la limite élastique, pour mieux se rapprocher de matériaux existants. Il serait également possible de faire varier le paramètre de

matériau de la peau de façon discontinue, afin de ne représenter que des matériaux réels, mais il faudrait alors adapter la méthode d'étude présentée dans cette thèse, qui est conçue pour des paramètres continus.

Avoir un modèle éléments finis plus fin permettrait aussi d'avoir une plus grande confiance dans ses prédictions, et il serait alors cohérent d'aller plus loin dans la précision des modèles réduits, en simulant plus de points, ce qui permettrait d'obtenir des optimums plus précis lors de l'optimisation. Pour la suite de l'étude, et dans une optique de recherche d'un bouclier optimal, on peut remarquer également qu'il serait important de définir plus précisément les contraintes à respecter au niveau de la protection de la cible. En effet, on a vu que le choix de ces contraintes a un impact direct sur l'optimum trouvé, voire sur son existence.

Enfin, cette étude a été réalisée uniquement numériquement, et il est donc intéressant de chercher à la valider expérimentalement. Pour des raisons de disponibilité des moyens d'essais cette validation n'a pas pu être finalisée avant la fin de ces travaux de thèse, néanmoins une campagne d'essai est en cours actuellement afin de valider les principales conclusions obtenues durant l'étude numérique. Avec des conditions aux limites proches de celles de l'étude numérique (appui sur une plaque rigide avec trou carré, substitut en gélatine de 1.6 kg à 160 m/s), 13 configurations différentes sont testées. Ces configurations sont obtenues en faisant varier l'épaisseur de la peau avant, le matériau de la peau avant, la hauteur de l'âme et le matériau de l'âme. Un plan d'expériences en étoile centré est utilisé pour étudier la variation de chaque paramètre indépendamment. Les mesures réalisées sont le suivi par corrélation d'image de la zone de la peau arrière visible à travers le trou du support, et la mesure complète de la géométrie du bouclier après impact. Les configurations choisies et le moyen d'essai sont présentés en détail dans l'Annexe 1.

Références

- [Abdu13] H. Abdulhamid, A. Kolopp, C. Bouvet, S. Rivallant. Experimental and numerical study of AA5086-H111 aluminum plates subjected to impact. *Int. J. Impact Eng.* 51, 1–12 (2013).
- [Abra97] W. Abramowicz, N. Jones. Transition from initial global bending to progressive buckling of tubes loaded statically and dynamically. *Int. J. Impact Eng.* 19, 415–437 (1997).
- [Abra16] S. Abrate. Soft impacts on aerospace structures. *Prog. Aerosp. Sci.* 81, 1–17 (2016).
- [Airo06] A. Airoidi, B. Cacchione. Modelling of impact forces and pressures in Lagrangian bird strike analyses. *Int. J. Impact Eng.* 32, 1651–1677 (2006).
- [Aubr14] J. Aubry, P. Navarro, S. Marguet, J.-F. Ferrero, O. Dorival, L. Sohier, J.-Y. Cognard. Change of scale strategy for the microstructural modelling of polymeric rohacell foams. *Comput. Mater. Contin.* 21–47 (2014).
- [Barb75] J.P. Barber, H.R. Taylor, J.S. Wilbeck. Characterization of bird impacts on a rigid plate: Part 1. Air Force Flight Dynamics Laboratory, Technical Report AFFDL-TR-75-5 (1975).
- [Barb78] J.P. Barber, H.R. Taylor, J.S. Wilbeck. Bird impact forces and pressures on rigid and compliant targets. Air Force Flight Dynamics Laboratory, Technical Report AFFDL-TR-77-60 (1978).
- [Budg00] R. Budgey. The development of a substitute artificial bird by the international birdstrike research group for use in aircraft component testing. *Bird Strike Avoid. Team Cent. Sci. Lab. UK* (2000).
- [Buit10] B.L. Buitrago, C. Santiuste, S. Sánchez-Sáez, E. Barbero, C. Navarro. Modelling of composite sandwich structures with honeycomb core subjected to high-velocity impact. *Compos. Struct.* 92, 2090–2096 (2010).
- [Call84] C.R. Calladine, R.W. English. Strain-rate and inertia effects in the collapse of two types of energy-absorbing structure. *Int. J. Mech. Sci.* 26, 689–701 (1984).
- [Cann12] F. Cannavó. Sensitivity analysis for volcanic source modeling quality assessment and model selection. *Comput. Geosci.* 44, 52–59 (2012).
- [Caru97] R. Caruana. Multitask learning, PhD thesis, Carnegie Mellon University, (1997).
- [Chal79] A. Challita, J.P. Barber. The scaling of bird impact loads. Air Force Flight Dynamics Laboratory, Technical Report AFFDL-TR-79-3042 (1979).
- [Chi10] Y. Chi, G.S. Langdon, G.N. Nurick. The influence of core height and face plate thickness on the response of honeycomb sandwich panels subjected to blast loading. *Mater. Des.* 31, 1887–1899 (2010).
- [Clau04] A.H. Clausen, T. Børvik, O.S. Hopperstad, A. Benallal. Flow and fracture characteristics of aluminium alloy AA5083–H116 as function of strain rate, temperature and triaxiality. *Mater. Sci. Eng. A* 364, 260–272 (2004).
- [Cowp57] G.R. Cowper, P.S. Symonds. Strain-hardening and strain-rate effects in the impact loading of cantilever beams. DTIC Document (1957).

- [Denn08] N. Dennis, D. Lyle. Bird strike damage & windshield bird strike final report. European Aviation Safety Agency (2008).
- [Desh00a] V.S. Deshpande, N.A. Fleck. Isotropic constitutive models for metallic foams. *J. Mech. Phys. Solids* 48, 1253–1283 (2000).
- [Desh00b] V.S. Deshpande, N.A. Fleck. High strain rate compressive behaviour of aluminium alloy foams. *Int. J. Impact Eng.* 24, 277–298 (2000).
- [Dhar08] K.P. Dharmasena, H.N. Wadley, Z. Xue, J.W. Hutchinson. Mechanical response of metallic honeycomb sandwich panel structures to high-intensity dynamic loading. *Int. J. Impact Eng.* 35, 1063–1074 (2008).
- [Doeh70] D.H. Doehlert. Uniform Shell Designs. *Appl. Stat.* 19, 231 (1970).
- [Dolb08] R.A. Dolbeer, S.E. Wright. Wildlife strikes to civil aircraft in the United States 1990–2007. (2008).
- [CS-25.631] European Aviation Safety Agency. CS-25.631 Bird strike damage – certification specifications and acceptable means of compliance for large aeroplanes. (2003).
- [FAR-25.631] Federal Aviation Administration. Dept. of transportation. ‘Bird Strike Damage’. Part 25 Airworthiness Standards: Transport Category Airplanes, Sec. 25.631. (2003).
- [Forr08] A. Forrester, A. Sobester, A. Keane. Engineering design via surrogate modelling: a practical guide. John Wiley & Sons (2008).
- [Frey02] H.C. Frey, S.R. Patil. Identification and Review of Sensitivity Analysis Methods. *Risk Anal.* 22, 553–578 (2002).
- [Gibs89] L.J. Gibson, M.F. Ashby, J. Zhang, T.C. Triantafillou. Failure surfaces for cellular materials under multiaxial loads—I. Modelling. *Int. J. Mech. Sci.* 31, 635–663 (1989).
- [Gibs99] L.J. Gibson, M.F. Ashby. Cellular Solids: Structure and Properties. Cambridge University Press, Cambridge (1999).
- [Ging77] R.A. Gingold, J.J. Monaghan. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 181, 375–389 (1977).
- [Gold97] W. Goldsmith, G.-T. Wang, K. Li, D. Crane. Perforation of cellular sandwich plates. *Int. J. Impact Eng.* 19, 361–379 (1997).
- [Goup06] J. Goupy, L. Creighton. Introduction aux plans d’expériences-3ème édition. Dunod (2006).
- [Goya06] V.K. Goyal, C.A. Huertas, T.R. Leutwiler, J.R. Borrero. Robust bird-strike modeling based on SPH formulation using LS-DYNA. *AIAA Pap.* 1878, 2006 (2006).
- [Gran08] M. Grant, S. Boyd, Y. Ye. CVX: Matlab software for disciplined convex programming. (2008).
- [Guid08] M. Guida, F. Marulo, M. Meo, M. Riccio, S. Russo. Evaluation and validation of multi-physics FE methods to simulate bird strike on a wing leading edge. In: Proceedings of ECCM (2008).
- [Hamm13] J. Hammersley. Monte carlo methods. Springer Science & Business Media (2013).
- [Hans02] A.G. Hanssen, O.S. Hopperstad, M. Langseth, H. Ilstad. Validation of constitutive models applicable to aluminium foams. *Int. J. Mech. Sci.* 44, 359–406 (2002).

- [Hans06] A.G. Hanssen, Y. Girard, L. Olovsson, T. Berstad, M. Langseth. A numerical model for bird strike of aluminium foam-based sandwich panels. *Int. J. Impact Eng.* 32, 1127–1144 (2006).
- [Heda14] R. Hedayati, M. Sadighi, M. Mohammadi-Aghdam. On the difference of pressure readings from the numerical, experimental and theoretical results in different bird strike studies. *Aerosp. Sci. Technol.* 32, 260–266 (2014).
- [Heda15] R. Hedayati, M. Sadighi. Effect of Using an Inner Plate between Two Faces of a Sandwich Structure in Resistance to Bird-Strike Impact. *J. Aerosp. Eng.* 04015020 (2015).
- [Heim11] S. Heimbs. Computational methods for bird strike simulations: A review. *Comput. Struct.* 89, 2093–2112 (2011).
- [Heim12] S. Heimbs. Energy Absorption in Aircraft Structures. In: First International Workshop on Hydraulic Equipment and Support Systems for Mining IWHEM2012, Huludao, China (2012).
- [Hohe12] J. Hohe, V. Hardenacke, V. Fascio, Y. Girard, J. Baumeister, K. Stöbener, J. Weise, D. Lehmus, S. Pattofatto, H. Zeng, H. Zhao, V. Calbucci, F. Rustichelli, F. Fiori. Numerical and experimental design of graded cellular sandwich cores for multi-functional aerospace applications. *Mater. Des.* 39, 20–32 (2012).
- [Hong08] S.-T. Hong, J. Pan, T. Tyan, P. Prasad. Dynamic crush behaviors of aluminum honeycomb specimens under compression dominant inclined loads. *Int. J. Plast.* 24, 89–117 (2008).
- [HooF10] M.S. Hoo Fatt, D. Sirivolu. A wave propagation model for the high velocity impact response of a composite sandwich panel. *Int. J. Impact Eng.* 37, 117–130 (2010).
- [Hou11] B. Hou, S. Pattofatto, Y.L. Li, H. Zhao. Impact behavior of honeycombs under combined shear-compression. Part II: Analysis. *Int. J. Solids Struct.* 48, 698–705 (2011).
- [Hou12] B. Hou, H. Zhao, S. Pattofatto, J.G. Liu, Y.L. Li. Inertia effects on the progressive crushing of aluminium honeycombs under impact loading. *Int. J. Solids Struct.* 49, 2754–2762 (2012).
- [John85] G.R. Johnson, W.H. Cook. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Eng. Fract. Mech.* 21, 31–48 (1985).
- [John90] M.E. Johnson, L.M. Moore, D. Ylvisaker. Minimax and maximin distance designs. *J. Stat. Plan. Inference* 26, 131–148 (1990).
- [Kara09] D. Karagiozova, G.N. Nurick, G.S. Langdon, S.C.K. Yuen, Y. Chi, S. Bartle. Response of flexible sandwich-type panels to blast loading. *Compos. Sci. Technol.* 69, 754–763 (2009).
- [Kolo12] A. Kolopp. Impact sur Structures Sandwiches pour Application de Blindage Aéronautique, PhD thesis, Université Paul Sabatier, (2012).
- [Kolo13] A. Kolopp, R.A. Alvarado, S. Rivallant, C. Bouvet. Modeling impact on aluminium sandwich including velocity effects in honeycomb core. *J. Sandw. Struct. Mater.* 15, 733–757 (2013).
- [Krig51] D.G. Krige. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *J. Chem. Metall. Min. Soc. South Afr.* (1951).

- [Lavo07] M.A. Lavoie, A. Gakwaya, M.N. Ensan, D.G. Zimcik. Review of existing numerical methods and validation procedure available for bird strike modelling. In: International conference on computational & experimental engineering and sciences. pp. 111–118 (2007).
- [Lavo09] M.A. Lavoie, A. Gakwaya, M.N. Ensan, D.G. Zimcik, D. Nandlall. Bird's substitute tests results and evaluation of available numerical methods. *Int. J. Impact Eng.* 36, 1276–1287 (2009).
- [Lee06] S. Lee, F. Barthelat, N. Moldovan, H.D. Espinosa, H.N. Wadley. Deformation rate effects on failure modes of open-cell Al foams and textile cellular materials. *Int. J. Solids Struct.* 43, 53–73 (2006).
- [Liu12] J. Liu, Y. Li, X. Shi, W. Wang. Dynamic Response of Bird Strike on Aluminum Honeycomb-Based Sandwich Panels. *J. Aerosp. Eng.* 27, 520–528 (2012).
- [Liu14] X.R. Liu, X.G. Tian, T.J. Lu, B. Liang. Sandwich plates with functionally graded metallic foam cores subjected to air blast loading. *Int. J. Mech. Sci.* 84, 61–72 (2014).
- [Liu15] J. Liu, Y. Li, X. Gao, P. Liu, L. Kong. Dynamic response of bird strike on aluminium foam-based sandwich panels. *Int. J. Crashworthiness* 20, 325–336 (2015).
- [Lucy77] L.B. Lucy. A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *Astron. J.* 82, 1013–1024 (1977).
- [Math63] G. Matheron. Principles of geostatistics. *Econ. Geol.* 58, 1246–1266 (1963).
- [McCa05] S.C. McCallum, C. Constantinou, S. McCallum. The influence of bird-shape in bird-strike analysis. In: Proc. 5th European LS-DYNA Users Conference. pp. 25–26 (2005).
- [McCa04] M.A. McCarthy, J.R. Xiao, C.T. McCarthy, A. Kamoulakos, J. Ramos, J.P. Gallard, V. Melito. Modelling of Bird Strike on an Aircraft Wing Leading Edge Made from Fibre Metal Laminates – Part 2: Modelling of Impact with SPH Bird Model. *Appl. Compos. Mater.* 11, 317–340 (2004).
- [Megu08] S.A. Meguid, R.H. Mao, T.Y. Ng. FE analysis of geometry effects of an artificial bird striking an aeroengine fan blade. *Int. J. Impact Eng.* 35, 487–498 (2008).
- [Mill00] R.E. Miller. A continuum plasticity model for the constitutive and indentation behaviour of foamed metals. *Int. J. Mech. Sci.* 42, 729–754 (2000).
- [Mor112] J. Morlier, D. Bettebghor. Compressed Sensing Applied to Modeshapes Reconstruction. In: Allemang, R., Clerck, J.D., Niezrecki, C., and Blough, J.R. (eds.) Topics in Modal Analysis I, Volume 5. pp. 1–8. Springer New York (2012).
- [Morr91] M.D. Morris. Factorial sampling plans for preliminary computational experiments. *Technometrics* 33, 161–174 (1991).
- [Niza07] L.S. Nizampanam. Models and methods for bird strike load predictions, PhD thesis, Wichita State University, (2007).
- [Nuri09] G.N. Nurick, G.S. Langdon, Y. Chi, N. Jacob. Behaviour of sandwich panels subjected to intense air blast – Part 1: Experiments. *Compos. Struct.* 91, 433–441 (2009).
- [Owen92] A.B. Owen. Orthogonal arrays for computer experiments, integration and visualization. *Stat. Sin.* 439–452 (1992).
- [Quei05] N.V. Queipo, R.T. Haftka, W. Shyy, T. Goel, R. Vaidyanathan, P.K. Tucker. Surrogate-based analysis and optimization. *Prog. Aerosp. Sci.* 41, 1–28 (2005).

- [Radf07] D.D. Radford, G.J. McShane, V.S. Deshpande, N.A. Fleck. Dynamic compressive response of stainless-steel square honeycombs. *J. Appl. Mech.* 74, 658–667 (2007).
- [Rasm06] C.E. Rasmussen, C.K.I. Williams. Gaussian processes for machine learning. MIT Press, Cambridge, Mass. (2006).
- [Reid97] S.R. Reid, C. Peng. Dynamic uniaxial crushing of wood. *Int. J. Impact Eng.* 19, 531–570 (1997).
- [Ryab07] A.A. Ryabov, V.I. Romanov, S.S. Kukanov, Y. Shmotin, P. Chupin, N.P.O. Saturn. Fan blade bird strike analysis using Lagrangian, SPH and ALE approaches. In: 6th European LS-DYNA Users Conference (2007).
- [Salt95] A. Saltelli, T.H. Andres, T. Homma. Sensitivity analysis of model output. Performance of the iterated fractional factorial design method. *Comput. Stat. Data Anal.* 20, 387–407 (1995).
- [Simp01] T.W. Simpson, D.K. Lin, W. Chen. Sampling strategies for computer experiments: design and analysis. *Int. J. Reliab. Appl.* 2, 209–240 (2001).
- [Sobo67] I.M. Sobol'. On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals. *Zhurnal Vychislitelnoi Mat. Mat. Fiz.* 7, 784–802 (1967).
- [Sobo01] I.M. Sobol'. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates. *Math. Comput. Simul.* 55, 271–280 (2001).
- [Su95a] X.Y. Su, T.X. Yu, S.R. Reid. Inertia-sensitive impact energy-absorbing structures part I: effects of inertia and elasticity. *Int. J. Impact Eng.* 16, 651–672 (1995).
- [Su95b] X.Y. Su, T.X. Yu, S.R. Reid. Inertia-sensitive impact energy-absorbing structures part II: Effect of strain rate. *Int. J. Impact Eng.* 16, 673–689 (1995).
- [Tagu81] G. Taguchi. An introductory text for design engineers: design and design of experiments. Japanese Standards Association, Tokyo (1981).
- [Tan05] P.J. Tan, S.R. Reid, J.J. Harrigan, Z. Zou, S. Li. Dynamic compressive strength properties of aluminium foams. Part II—‘shock’ theory and comparison with experimental data and numerical models. *J. Mech. Phys. Solids* 53, 2206–2230 (2005).
- [Tan12] P.J. Tan, S.R. Reid, J.J. Harrigan. On the dynamic mechanical properties of open-cell metal foams—A re-assessment of the ‘simple-shock theory’. *Int. J. Solids Struct.* 49, 2744–2753 (2012).
- [Tao15] Y. Tao, M. Chen, Y. Pei, D. Fang. Strain rate effect on mechanical behavior of metallic honeycombs under out-of-plane dynamic compression. *J. Appl. Mech.* 82, 021007 (2015).
- [Thor10] J. Thorpe. Update on fatalities and destroyed civil aircraft due to bird strikes with appendix for 2008 & 2009. In: Proceedings of the International Bird Strike Committee. pp. 1–9 (2010).
- [Timo59] S.P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger. Theory of plates and shells. McGraw-hill, London (1959).
- [Toun13] R. Tounsi, B. Zouari, F. Chaari, E. Markiewicz, G. Haugou, F. Dammak. Reduced numerical model to investigate the dynamic behaviour of honeycombs under mixed shear–compression loading. *Thin-Walled Struct.* 73, 290–301 (2013).
- [Wilb78] J.S. Wilbeck. Impact behavior of low strength projectiles. Wright-Patterson Air Force Base, Technical Report AFML-TR-77-134 (1978).

[Zeng10] H.B. Zeng, S. Patoatto, H. Zhao, Y. Girard, V. Fascio. Perforation of sandwich plates with graded hollow sphere cores under impact loading. *Int. J. Impact Eng.* 37, 1083–1091 (2010).

[Zhan13] X. Zhang, H. Zhang. Optimal design of functionally graded foam material under impact loading. *Int. J. Mech. Sci.* 68, 199–211 (2013).

[Zhu10] F. Zhu, G. Lu, D. Ruan, Z. Wang. Plastic deformation, failure and energy absorption of sandwich structures with metallic cellular cores. *Int. J. Prot. Struct.* 1, 507–541 (2010).

Préparation d'une étude expérimentale

Afin de valider l'étude réalisée numériquement, une campagne expérimentale a été prévue dans cette thèse. Pour des raisons de disponibilité des moyens d'essais cette validation n'a pas pu être finalisée avant la fin de ces travaux de thèse et il n'était donc pas possible d'en présenter les résultats. Néanmoins, cette campagne est aujourd'hui commencée et les premières éprouvettes ont été testées. On va donc ici présenter la préparation de cette étude expérimentale, ainsi que quelques images des premières éprouvettes testées.

L'étude numérique a été réalisée sans chercher à représenter parfaitement des matériaux réels, il est peu probable que les effets mesurés expérimentalement soient parfaitement égaux à ceux mesurés numériquement. On cherchera donc deux niveaux de validation :

Tout d'abord, en comparant directement les résultats de l'étude expérimentale et les conclusions générales de l'étude numérique, il sera possible de valider les tendances observées. Néanmoins, et comme on va le voir, l'étude expérimentale ne correspond pas parfaitement à l'étude numérique (conditions d'impact, choix des matériaux, etc.), et il ne sera donc pas possible de vérifier les valeurs exactes des effets mesurés.

Dans un deuxième temps, on pourra vérifier la pertinence du modèle éléments finis en simulant les configurations testées dans l'étude expérimentale (conditions d'impact, paramètres matériaux, etc.). En comparant la simulation et l'essai, il sera alors possible de valider le modèle éléments finis dans l'ensemble des configurations d'essais, et donc sur une grande partie du domaine d'étude.

Configurations retenues

Durant l'étude numérique, six paramètres ont été étudiés : deux paramètres pour le matériau de l'âme, un pour le matériau de la peau avant, un pour l'épaisseur de la peau avant, un pour la hauteur de l'âme, et un pour les conditions aux limites. Dans le cadre d'une étude expérimentale, il est complexe de faire varier les conditions aux limites car cela nécessite plusieurs montages différents. On va donc seulement faire varier la conception des boucliers.

L'influence de quatre paramètres sera mesurée : l'épaisseur de la peau avant, la hauteur de l'âme, le matériau de la peau avant et le matériau de l'âme. Pour chaque paramètre, on décide de définir trois niveaux : une configuration basse, une référence et une configuration haute.

Le but de cette étude étant de valider l'étude numérique, on essaiera autant que possible de garder les mêmes plages de variation pour les paramètres. Quand ce n'est pas possible, on choisira de garder un domaine étudié aussi large que possible. Ainsi, on choisit pour l'épaisseur de peau avant et la hauteur de l'âme de prendre comme configurations haute et basse les bornes de l'étude numérique, soit :

Tableau A1-1 : Choix des épaisseurs de peau avant et des hauteurs d'âme

	Configuration basse	Référence	Configuration haute	Unités
Épaisseur de la peau avant	2	3	4	mm
Hauteur de l'âme	50	100	150	mm

Pour le choix des matériaux, il n'est pas possible de tester exactement les bornes de l'étude numérique, puisqu'on a fait varier les propriétés matériaux indépendamment les uns des autres. De plus les choix disponibles dépendent fortement des fournisseurs.

Choix des matériaux de peau avant

Dans l'étude numérique, le matériau utilisé pour la peau avant de référence représente un alliage aluminium 2024 (loi de Johnson-Cook avec : $A_{pav} = 300$ MPa, $B_{pav} = 400$ MPa, $n_{pav} = 0.27$). Néanmoins, prendre cet alliage pour point de référence dans l'étude expérimentale impliquerait qu'il est difficile d'avoir une configuration avec une limite d'élasticité plus grande. Pour cette raison, on choisit comme référence l'alliage d'aluminium 5083, et l'alliage 2024 pour la configuration haute. Pour la configuration basse, on prend un alliage très doux, le 1050, qui est en limite basse du domaine étudié. Les traitements thermiques sont choisis en fonction des disponibilités des fournisseurs.

Afin de connaître précisément le comportement de ces alliages, des éprouvettes de traction ont été prélevées pour chaque alliage (et chaque épaisseur pour le 5083), dans la direction de laminage et la direction transverse. Ces essais de caractérisation (qui sont nécessaires pour la deuxième étape de validation) n'ont pas encore été réalisés, mais on donne ci-dessous les propriétés données par les fournisseurs pour ces trois alliages (d'après les fournisseurs, la variation d'épaisseur du 5083 n'apporte pas de variation significative des propriétés).

Tableau A1-2 : Propriétés des matériaux de peau avant choisis

	Configuration basse	Référence	Configuration haute	Unités
Désignation	1050 H111	5083 H111	2024 T3	
Masse volumique	2700	2660	2790	kg/m ³
$R_{p0.2}$	50	125	290	MPa
R_m	65 à 95	275 à 350	440	MPa
A%	29	15	14	%

La peau arrière des boucliers ne changera pas durant l'étude expérimentale, et a été choisie comme une peau de 3 mm en aluminium 5083 H111 (identique à la peau avant de référence).

Choix des matériaux de l'âme

Le point référence de l'étude numérique représente un nida aluminium, et il a donc été décidé d'utiliser ce même nida pour la référence de l'étude expérimentale. Deux autres nida ont été choisis pour les configurations haute et basse en fonction des disponibilités.

ANNEXE 1. Préparation d'une étude expérimentale

On donne ci-dessous les caractéristiques techniques de ces trois nida, fournies par le fabricant (ALCORE). La désignation des nida indique le matériau constitutif, la taille de cellule (en pouce) et l'épaisseur de voile (en pouce). La valeur « Pic » correspond à la hauteur du pic initial lors de l'écrasement du nida, et la valeur « Contrainte d'écrasement » indique la hauteur du plateau (cf. Figure I-12b).

Tableau A1-3 : Propriétés des matériaux d'âme choisis

	Configuration basse	Référence	Configuration haute	Unités
Désignation	5052-1/4-0.001	5052-3/16-0.001	5056-3/16-0.001	
Masse volumique	36.8	49.7	49.7	kg/m ³
Pic	1.48	2.34	2.90	MPa
Contrainte d'écrasement	0.59	1.00	1.24	MPa
Cisaillement L	1.00	1.48	1.86	MPa
Cisaillement W	0.61	0.88	1.07	MPa

Table d'expériences

Ainsi, dans cette étude expérimentale quatre paramètres vont varier, sur trois niveaux. Afin de limiter le nombre d'essais, on choisit un plan d'expériences en étoile, ce qui représente 9 boucliers différents. Pour vérifier la répétabilité des essais, le point central et les points faisant intervenir une variation de l'âme sont doublés.

Quatre configurations supplémentaires sont choisies afin d'explorer les interactions des différents paramètres entre eux. On décide de croiser entre eux les paramètres géométriques (épaisseur de la peau avant faible et hauteur de l'âme forte, et inversement) et matériaux (matériau de peau avant faible et matériau d'âme fort, et inversement). On peut remarquer en particulier que les configurations croisant les paramètres géométriques (essais 15 et 16) ont une masse très semblable à celle de la configuration référence (essais 1 et 2).

Tableau A1-4 : Table d'expériences

Numéro d'essai	matériau peau avant	épaisseur peau avant	matériau âme	hauteur âme (mm)	masse théorique (kg)
1, 2	5083	3	5052-3/16-0.001	100	13,8
3, 4	5083	3	5052-3/16-0.001	50	12,2
5, 6	5083	3	5052-3/16-0.001	150	15,4
7	5083	2	5052-3/16-0.001	100	12,1
8	5083	4	5052-3/16-0.001	100	15,5
9, 10	5083	3	5052-1/4-0.001	100	13,0
11, 12	5083	3	5056-3/16-0.001	100	13,8
13	2024	3	5052-3/16-0.001	100	14,0
14	1050	3	5052-3/16-0.001	100	13,9
15	5083	2	5052-3/16-0.001	150	13,7
16	5083	4	5052-3/16-0.001	50	13,9
17	2024	3	5052-1/4-0.001	100	13,0
18	1050	3	5056-3/16-0.001	100	13,8

Les éprouvettes sont réalisées en collant les deux peaux à l'âme en utilisant un film de colle Redux 609. Ces films de colle epoxy pèsent 300 g/m² et doivent être cuits à 120°C durant une heure afin de polymériser. Pour assurer une bonne adhésion, les boucliers sont placés dans une poche à vide lors de la cuisson.

Mise en place des essais

Le moyen d'essai

Afin de réaliser les essais, on utilise un lanceur à gaz pour envoyer un substitut en gélatine de 1.6 kg à 160 m/s. Le projectile est initialement placé dans un sabot en mousse qui est séparé en sortie du canon (cf. Figure A1-1). Le substitut est réalisé en utilisant la recette donnée dans [Lavo09].



Figure A1-1 : a) Substitut en gélatine utilisé b) Substitut dans son sabot

Le projectile est un cylindre de diamètre 100 mm avec un bout hémisphérique et un bout plat, pour une longueur totale de 210 mm. Cette géométrie, légèrement différente de celle utilisée dans l'étude numérique, a été choisie pour des raisons d'opération (diamètre du canon, forme des sabots, etc.).

Le lanceur à gaz est un tube de diamètre intérieur 120 mm et de longueur 6 m (cf. Figure A1-2, au centre), qui a été cofinancé par l'Institut Clément Ader et l'IRT Saint-Exupéry. Le tir est déclenché par la rupture d'une membrane lorsque la pression dépasse 7.6 bar.



Figure A1-2 : Lanceur à gaz utilisé (au centre)

ANNEXE 1. Préparation d'une étude expérimentale

Afin de représenter au mieux les conditions aux limites de l'étude numérique (appui sur un support rigide avec un trou carré en son centre), un bâti constitué de deux traverses est utilisé (cf. Figure A1-3b). La distance intérieure entre ces traverses est de 400 mm. Sur ces traverses est fixée une plaque support de 50 mm d'épaisseur en aluminium, qui est percée d'un trou carré de 400*400 mm² en son centre. La plaque est centrée de façon à ce que le trou carré soit entre les traverses.

Le bouclier est ensuite posé sur les équerres (cf. Figure A1-3b), de façon à être centré par rapport à la plaque support, et en appui sur celle-ci (cf. Figure A1-3a). Placé ainsi, le bouclier est situé à environ 1 m de la sortie du canon.

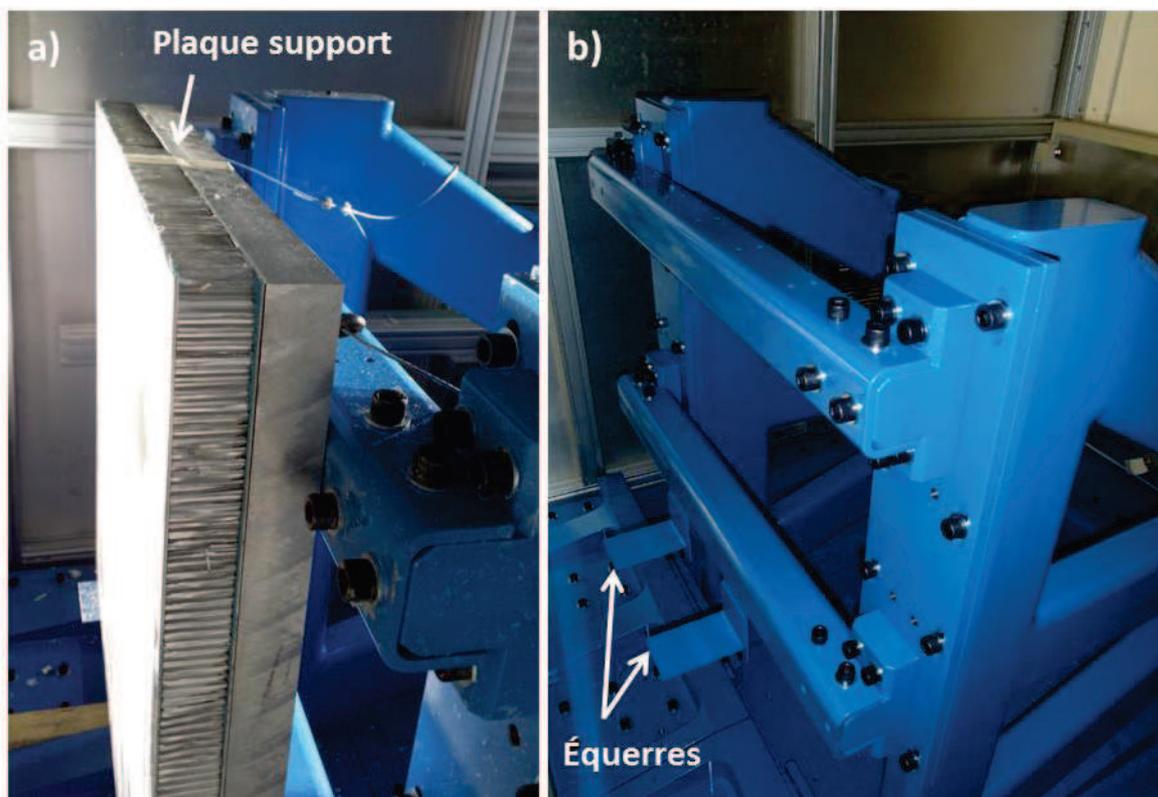


Figure A1-3 : a) Éprouvette 3 sur son support b) Bâti fixé au sol

Instrumentation

Afin de pouvoir comparer les essais à l'étude numérique, l'idéal serait de pouvoir mesurer les mêmes grandeurs que celles suivies durant l'étude paramétrique. Néanmoins, il est très complexe de mesurer les efforts ou les pressions de contact entre le bouclier et la plaque support. De même, on ne peut pas suivre la déformée du bouclier au cours du temps. On cherche donc à obtenir la flèche arrière du bouclier au cours du temps et sa déformée finale.

Durant l'essai, trois caméras rapides sont utilisées comme instrumentation. Deux d'entre elles sont positionnées à l'arrière de l'éprouvette, et observent la zone de 400*400 mm² visible à travers le trou de la plaque support. La face arrière de l'éprouvette est peinte avec un mouchetis afin de pouvoir suivre par stéréo-corrélation la déformée de la peau arrière du bouclier durant l'impact (cf. Figure A1-4). La troisième caméra est utilisée pour observer l'arrivée du projectile sur la face avant. Du fait de l'étalement de la gélatine, il n'est pas possible de voir la déformée de l'avant du bouclier, néanmoins cette caméra permet d'observer la forme et l'attitude du projectile avant l'impact, afin de valider l'essai (il arrive

que le projectile soit fortement endommagé avant l'impact, peut-être lors de la séparation du sabot ou dans le canon).

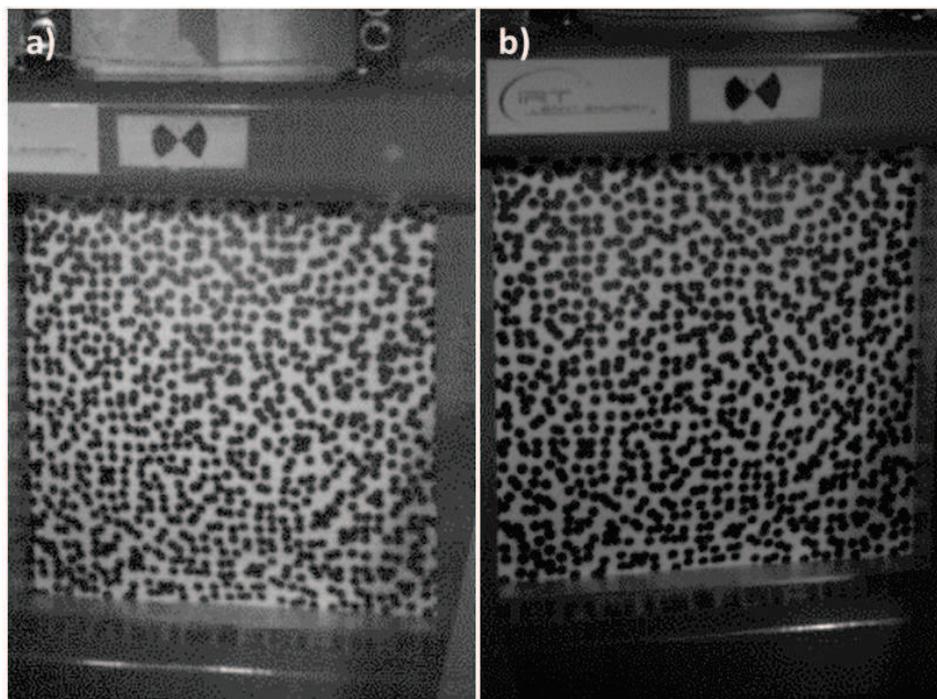


Figure A1-4 : Images des deux caméras de stéréo-corrélation

Les images de stéréo-corrélation permettront d'obtenir, après post-traitement, la flèche maximum arrière. Elles pourront également permettre d'observer la courbure de la peau arrière du bouclier au cours de l'impact, qui pourra donner des informations sur la déformée globale du bouclier. En comparant ces courbures entre les différents boucliers, il sera possible d'en déduire des informations quant à leur comportement relatif.

Pour obtenir la déformée finale, des analyses post-mortem sont prévues pour mesurer la géométrie 3D des éprouvettes après impact. On pourra donc comparer les boucliers entre eux, en utilisant la même philosophie que lors de l'étude numérique (comparaison des modes de déformées). Il devrait également être possible d'utiliser l'outil de décomposition de la déformée, créé dans le Chapitre II, sur ces essais réels. Ainsi, même s'il n'est pas possible d'obtenir la norme maximum des différents modes de déformée, il sera possible d'avoir leur norme finale.

Premières configurations testées

Aujourd'hui, seuls 5 essais ont pu être réalisés, sur les éprouvettes 1, 3, 5, 9 et 11. Le post traitement n'a pas commencé, mais on peut donner ici quelques photos des éprouvettes après impact.

Sur l'ensemble des éprouvettes testées, la déformation de l'ensemble du bouclier, et de la peau avant en particulier, semble très régulière, sans localisation forte. On peut voir sur la Figure A1-5 que les déformées de la face avant et de la face arrière des boucliers sont très lisses.

Il est également possible d'observer directement sur les photos les effets de certains paramètres. Sur la Figure A1-6, on peut voir l'influence de la hauteur de l'âme sur la flèche arrière résiduelle, qui est tout à fait cohérente avec les conclusions de l'étude numérique. En

effet, on peut voir que, tous les autres paramètres étant fixes, l'augmentation de la hauteur de l'âme permet de réduire fortement la flèche arrière.



Figure A1-5 : Face avant de l'éprouvette 3 et face arrière de l'éprouvette 5, après impact

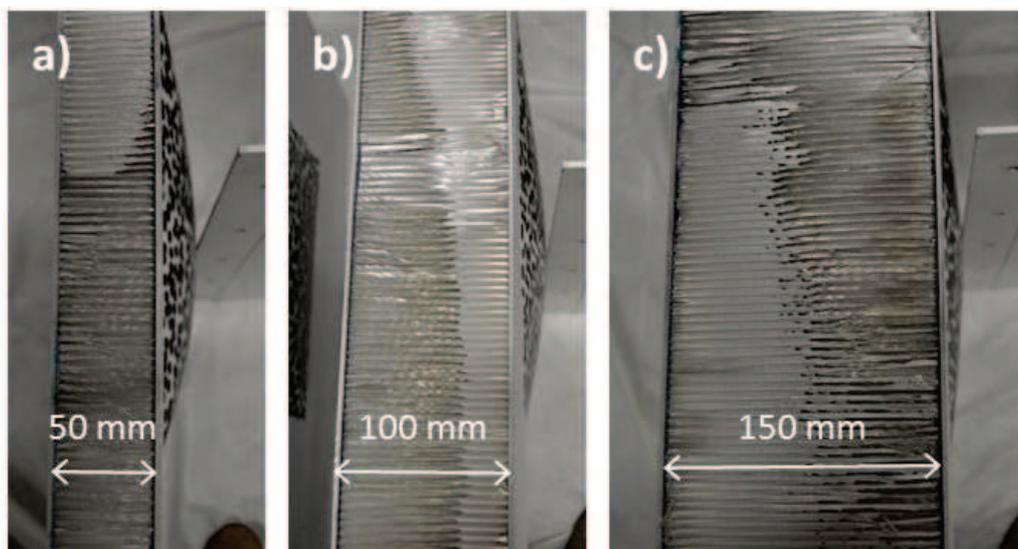


Figure A1-6 : Influence de la hauteur de l'âme sur la flèche résiduelle
a) Éprouvette 3 ($H_a = 50$ mm) b) Éprouvette 1 ($H_a = 100$ mm) c) Éprouvette 5 ($H_a = 150$ mm)

Les essais suivants sont prévus en janvier et février 2017. Un post-traitement de l'ensemble des éprouvettes sera ensuite réalisé pour pouvoir comparer plus finement ces essais à l'étude numérique.